

## シンポジウム報告

### 日大理工・益川塾連携 素粒子物理学シンポジウム

日程: 2015年10月24日(土)、25日(日)

場所: 日本大学理工学部駿河台校舎1号館6階CSTホール

#### 概要

第5回日大理工・益川塾連携素粒子物理学シンポジウムが、日本大学理工学部素粒子論研究室と京都産業大学益川塾の連携の下、上記の日時・場所において開催された。本シンポジウムは、私立大学が連携して素粒子物理学に関する研究交流を図ることを目的とし、「素粒子と時空」および「現象から探る素粒子」の2つをテーマとして企画され、計25件の講演が行われた。講演は場の量子論から素粒子現象論にわたる理論に関するものが中心であるが、最新のLHC実験の成果やストリング現象論、さらには戦後における素粒子論グループの精神に関する招待講演も含め、幅広い内容であった。日本大学と京都産業大学を中心に、東京大学、京都大学、名古屋大学、大阪大学、北海道大学、理化学研究所、高エネルギー加速器研究機構、近畿大学、国土舘大学、慶應義塾大学、北里大学、帝京大学、順天堂大学、藤田保健衛生大学、茨城県立医療大学、埼玉大学、静岡県立大学、函舘高等専門学校、千葉県立柏井高等学校などから84名が参加し、大変に有意義なシンポジウムとなった。なお、本シンポジウムは、日本大学理工学部基礎科学研究助成金の援助を受けて開催された。

#### 世話人

仲 滋文 (日本大学 理工学部)	出口 真一 (日本大学 理工学部)
二瓶 武史 (日本大学 理工学部)	三輪 光嗣 (日本大学 理工学部)
大谷 聡 (日本大学 理工学部)	三島 隆 (日本大学 理工学部)
梅津 光一郎 (日本大学 理工学部)	江成 隆之 (日本大学 理工学部)
山田 賢治 (日本大学 短期大学部)	豊田 陽己 (日本大学 短期大学部)
九後 汰一郎 (京都産業大学 益川塾)	柴 正太郎 (京都産業大学 益川塾)
渡邊 篤史 (京都産業大学 益川塾)	

#### 諮問委員

益川 敏英 (京都産業大学 益川塾)	曾我見 郁夫 (京都産業大学)
藤川 和男 (理化学研究所)	石田 晋 (日本大学 理工学部)

# 第5回 日大理工・益川塾連携 素粒子物理学シンポジウム

-CST & MISC Joint Symposium on Particle Physics-

## □ 開催日・開催場所

日時：平成27年10月24日（土）、10月25日（日）

場所：日本大学 理工学部 駿河台校舎 1号館 6階 CSTホール

## □ プログラム

10月24日（土曜日） 「素粒子と時空」・「現象から探る素粒子」

時 間	進 行	講演者	内 容
12:30	受付開始		場所：1号館 6階 CSTホール 入口
Session 0 (20分) 座長：仲 滋文 (日大)			
13:00-13:10	挨拶	山本 寛 (日大理工学部長)	シンポジウムに関する連絡事項
13:10-13:20	挨拶	益川 敏英 (益川塾・塾頭)	
13:20-13:30	案内	主催者	
Session 1 (120分) 座長：高杉 英一 (益川塾)			
13:30-14:30	講演	花垣 和則 (KEK)	LHC および ATLAS Run2 の現状
14:30-14:50	講演	植松 恒夫 (益川塾)	電子・光子衝突における Higgs 粒子生成
14:50-15:10	講演	長井 稔 (益川塾)	Flavor- and CP-safe minimal SUSY model
15:10-15:30	講演	二瓶 武史 (日大)	暗黒物質の間接検出と電弱制動放射
15:30-16:00	休憩		
Session 2 (140分) 座長：大谷 聡 (日大)			
16:00-17:00	講演	亀淵 迪 (日大)	終戦直後の素粒子論研究 —「素粒子グループの精神」—
17:00-17:20	講演	仲 滋文 (日大)	Bi-Local model in AdS <sub>5</sub> Spacetime and Higher-spin gravity
17:20-17:40	講演	三輪 光嗣 (日大)	2次元共形場理論の非相対論的極限について
17:40-18:00	講演	原 哲也 (益川塾)	Search for dark energy potentials in quintessence
18:00-18:20	講演	九後 汰一郎 (益川塾)	宇宙項問題の解決に向けて
18:20-18:30	案内	主催者	
18:30	懇親会		(申込者のみ)

10月25日(日曜日)

「素粒子と時空」・「現象から探る素粒子」

時間	進行	講演者	内容
9:30	受付開始		場所：1号館 6階 CST ホール 入口
<b>Session 3 (120分) 座長：三輪 光嗣 (日大)</b>			
10:00-11:00	講演	小林 達夫 (北大)	<b>String phenomenology and cosmology</b>
11:00-11:20	講演	桑木野 省吾 (益川塾)	ヘテロ型弦模型におけるモジュライ安定化
11:20-11:40	講演	柴 正太郎 (益川塾)	交差ブラックブレン系の解析と p-soup モデル
11:40-12:00	講演	大谷 聡 (日大)	Recurrence Relations for Finite-Temperature Correlators via AdS2/CFT1
12:00-13:30	昼食		場所：1号館 2階 カフェテリア (申込者のみ)
<b>Session 4 (120分) 座長：曾我見 郁夫 (日大)</b>			
13:30-13:50	講演	太田 信義 (近大)	<b>Asymptotic Safety and Quantum Gravity</b>
13:50-14:10	講演	小路田 俊子 (益川塾)	<b>Defects in Open String Field Theory</b>
14:10-14:30	講演	梅津 光一郎 (日大)	Separability criteria with angular and Hilbert space averages
14:30-14:50	講演	鈴木 隆史 (日大)	剛性をもつ粒子のスピンナー・ツイスター形式
14:50-15:10	講演	若山 将征 (名大)	格子 QCD による $I=0$ スカラーチャンネルに対する 4クォーク状態の研究
15:10-15:30	講演	渡邊 篤史 (益川塾)	IceCube の高エネルギーニュートリノと素粒子現象論
15:30-16:00	休憩		
<b>Session 5 (140分) 座長：出口 真一 (日大)</b>			
16:00-16:20	講演	小出 義夫 (阪大)	クォーク・レプトンの質量比と混合は荷電レプトンの 質量比だけをインプットとして統一的に理解可能か？
16:20-16:40	講演	高杉 英一 (益川塾)	<b>Relations between CP violation angle and mixing angles for some class of models</b>
16:40-17:00	講演	石田 晋 (日大)	ローレンツ不変なハドロン分光学
17:00-17:20	講演	前田 知人 (日大)	共変振動子クォーク模型による励起 D 中間子系の パイオン放出崩壊
17:20-17:50	講演	藤川 和男 (理研, 日大)	<b>Neutron-antineutron Oscillation and CP symmetry</b>
17:50-18:20	講演	曾我見 郁夫 (YITP, 日大)	<b>Chiral symmetry for unified gauge and Higgs interactions</b>
18:20-18:30	案内	主催者	シンポジウムに関する連絡事項

## 目次

序文		i
プログラム		ii
目次		iv
花垣 和則 (KEK)	LHC および ATLAS Run2 の現状	1
植松 恒夫 (益川塾)	電子・光子衝突における Higgs 粒子生成	3
長井 稔 (益川塾)	フレーバーと CP 問題のない最小の超対称性模型	7
二瓶 武史 (日大)	暗黒物質の間接検出と電弱制動放射	11
亀淵 迪 (日大)	終戦直後の素粒子論研究 —とくに「素粒子論グループ精神」について—	14
仲 滋文 (日大)	Bi-Local model in AdS <sub>5</sub> Spacetime and Higher-spin gravity	19
三輪 光嗣 (日大)	2次元共形場理論の非相対論的極限について	25
原 哲也 (益川塾)	On the quest for dark energy potentials in quintessence — Thawing model is preferable? —	29
九後 汰一郎 (益川塾)	宇宙項問題の解決に向けて	34
小林 達夫 (北大)	String phenomenology and cosmology	39
桑木野 省吾 (益川塾)	ヘテロ型弦模型におけるモジュライ安定化	45
柴 正太郎 (益川塾)	交差ブラックブレン系の解析と p-soup モデル	48
大谷 聡 (日大)	Thermal Correlators from Rindler-AdS <sub>2</sub> /CFT <sub>1</sub>	52
曾我見 郁夫 (YITP, 日大)	弱カイラル対称性とゲージ及び湯川相互作用	58
太田 信義 (近大)	Asymptotic Safety and Quantum Gravity	64
小路田 俊子 (益川塾)	Defects in open string field theory	70
梅津 光一郎 (日大)	Separability criteria with angular and Hilbert space averages	76
鈴木 隆史 (日大)	剛性をもつ粒子のスピナー・ツイスター形式	80
若山 将征 (名大)	格子 QCD による I=0 スカラー・チャンネルに対する 4クォーク状態の研究	84
渡邊 篤史 (益川塾)	IceCube の高エネルギーニュートリノと素粒子現象論	88
小出 義夫 (阪大)	クォーク・レプトンの質量比と混合は荷電レプトンの質量比だけを インプットとして統一的に理解可能か?	91
高杉 英一 (益川塾)	ニュートリノ系での CP を破る位相を预言する模型	95
石田 晋 (日大)	ローレンツ不変なハドロン光学	98
前田 知人 (日大)	共変振動子クォーク模型による励起 D 中間子系のパイオン放出崩壊	104
藤川 和男 (理研, 日大)	Neutron-antineutron oscillation and parity and CP symmetries	108

# LHC および ATLAS Run2 の現状

KEK/大阪大学

花垣 和則

## 1 Run2 開始

LHC は、重心系エネルギー 13TeV での陽子陽子衝突をいよいよ開始した。LHC のビームエネルギー上限は、軌道を曲げるための超電導双極子電磁石の磁場の強さで制限されている。2013 年と 2014 年の 2 年間にわたる長期シャットダウン中に、双極子電磁石同士を繋ぐ超電導線の接続チェックと、クエンチしたときに電流を逃すための銅製のバイパス回路を増強したことにより、ビームエネルギーにして 6.5TeV に対応する磁場を生成するだけの電流 (約 11kA) を安全に電磁石に供給できるようになった。このような 2 年間の地道な作業の末、冒頭で記したように 6.5TeV のビームエネルギーを達成できるようになった。

本講演時点までに記録した最高ルミノシティは  $4.6 \times 10^{33} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  で、ATLAS 実験グループが記録した積分ルミノシティは  $2.9 \text{fb}^{-1}$  に到達した。ビームエネルギーを 2012 年の 4TeV から 6.5TeV に上げたこと以外にもう一つ重要な達成点は、ビームのバンチ間隔を 50ns から 25ns に短縮し、安定したデータ収集を行えるようになったことである。これにより、同じルミノシティの場合、バンチ交叉あたりの陽子陽子衝突数が半分になるので、検出器が測定すべき粒子数が単純には半分になる。

2015 年は、収集データ量の最大化よりも、6.5TeV, 25ns 間隔での安定運転の確立を第一目標として LHC は運用を行ってきた。その意味では、当初目標を十分に達成したと考えている。また、年内で到達する積分ルミノシティは  $3.5 \text{fb}^{-1}$  を見込み、さらに 2016 年から 2018 年の 3 年間は毎年約  $30 \text{fb}^{-1}$  強のデータを収集する予定で、最終的には Run2 で  $100 \text{fb}^{-1}$  の積分ルミノシティに到達する予定である。

## 2 ATLAS 検出器

2 年間のシャットダウンの間に、ATLAS 検出器には、IBL と呼ばれるシリコンピクセル検出器一層が、現存する検出器の最内層に加えられた。陽子陽子衝突地点により近い場所で粒子の位置を測定することから、インパクトパラメータ分解能が劇的に向上した。この IBL の設置作業および運転作業においては、もともとあったピクセル検出器運用と共に日本人グループが重要な役割を果たしている。

検出器の較正や調整作業全般は順調に進んでいるが、Run1 の終わり頃ほどの精度にはまだ達していない。たとえば、ジェットエネルギースケールの較正精度は、Run1 の終わりには 100 GeV のジェットに対して 0.5% 強であったが、Run2 では今のところ 1.5% 程度である。しかし、Run2 が始まってまだ半年も経っていないことを考えると、順調に検出器の理解が進んでいると言ってよい。

### 3 物理成果

本講演で示す結果は、収集したデータのほんの一部である、約  $80\text{pb}^{-1}$  の統計量に基づいたものであり、SUSY などの新物理探索に関する結果はまだ公表されていない。それでも、dijet 質量にして  $5.2\text{TeV}$  という事象が観測されているなど、重心系エネルギーの増加による未知粒子探索能力の向上は顕著である。

標準模型の物理については、すでに、幾つかの結果を公表している。陽子陽子衝突の全断面積、ジェット生成断面積、 $W$  は  $Z$  そしてトップクォーク対生成断面積などの測定結果を公表した。いずれの測定においても、標準模型からの乖離は今のところ観測していない。 $13\text{TeV}$  という人類未踏のエネルギー領域においても、標準模型は適用可能というのが現状である。

### 4 まとめと展望

LHC, ATLAS とともに Run2 は順調に立ち上がった。マイナーな問題はあるものの、安定した運転ノウハウを確立し、今後の3年間で約  $100\text{fb}^{-1}$  のデータを収集予定である。

ILC が建設されるまでは、LHC が唯一のエネルギーフロンティアマシンであり、ヒッグスファクトリーなどの精密測定と、人類未踏のエネルギー領域での新物理探索を精力的に行なっていく。Dijet 事象に見られるように、LHC の高い発見能力が実証されており、新物理発見への期待が高まっている。

# 電子・光子衝突における Higgs 粒子生成

京都産業大学益川塾/京都大学国際高等教育院

植松 恒夫

## 1 はじめに

LHC で質量が 125-126 GeV の Higgs 粒子が見つかり、観測された 2 光子崩壊モード ( $H \rightarrow 2\gamma$ ) に大いに注目が集まった。これは、Higgs の光子への結合の様子は Higgs 粒子が標準模型 (SM) の Higgs ボソンか、もしくは最小超対称標準模型 (MSSM) や複合模型などの標準模型を超えた理論 (BSM) の粒子であるかの問いに深く関わるからである。その意味で Higgs ボソンの性質を崩壊とは逆の生成過程 ( $2\gamma \rightarrow H$ ) で調べることは重要と思われる。ここでは  $e^+e^-$  または  $e\gamma$  衝突による 2 光子融合過程で Higgs の持つ性質を調べることにする。特に、2 光子の一方が仮想光子である場合に遷移形状因子 (Transition Form Factor) というある種の form factor が定義されるがこの form factor の  $Q^2$  に関する振る舞いを 1-loop のオーダーで調べる [1]。

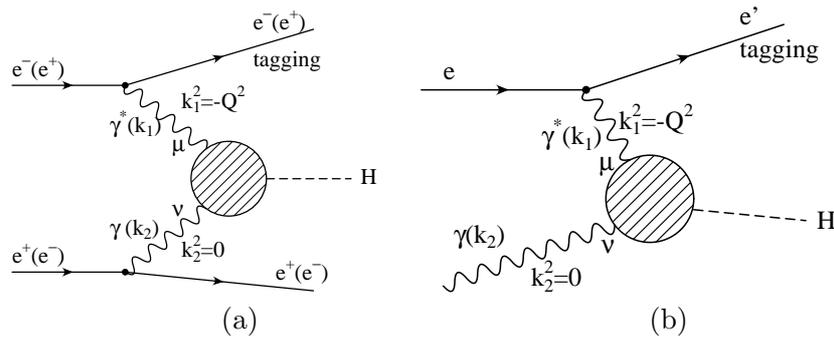


Figure 1: (a) 電子・陽電子 2 光子過程 (b) 電子・光子衝突過程での Higgs 粒子の生成

$e^+e^-$  衝突の Tree レベルでの Higgs 生成は、 $e^+e^- \rightarrow Z^* \rightarrow ZH$  といういわゆる Higgs-strahlung が主たる生成過程で、このほか、電子、陽電子から放出された  $W^-$  と  $W^+$  ( $Z^0$  と  $Z^0$ ) が融合して Higgs と  $\nu$  と  $\bar{\nu}$  ( $e^-$  と  $e^+$ ) のペアを生成する過程が寄与する。2 光子過程の Higgs 生成では散乱された終状態の電子 (又は陽電子) を測定 (tagging) することで、仮想光子の質量の 2 乗  $Q^2$  を決定する。しかし、tree レベルのうち  $ZZ$  融合過程は Figure 1(a) の電子・陽電子衝突における散乱電子の tagging と混じることになるので、以下ではこの  $ZZ$  融合過程の寄与を避けるため、Figure 1(b) で示される  $e\gamma$  衝突を考えることにする。

後者の過程で、特に注目されるのは  $e^-e^-$  衝突において数 eV のレーザー光を一方の  $e^-$  に注入する  $e^-\gamma_{\text{Laser}}$  の衝突を経て、後方コンプトン散乱により電子のエネルギーを最大で 80% 獲得する光子と他方の電子との  $e^-\gamma$  衝突実験である。これについての詳細は文献 [2] に譲る。

## 2 Higgs の Transition Form Factor

Figure 1(c) に示すように  $\gamma^* \gamma \rightarrow H$  での遷移振幅は

$$M = \epsilon^\mu(k_1) \epsilon^\nu(k_2) A_{\mu\nu}(k_1, k_2)$$

と表される。ここで  $\epsilon^\mu(k_1)$  ( $\epsilon^\nu(k_2)$ ) は仮想光子 (実光子) の偏極ベクトルで、 $k_1^2 = -Q^2 < 0$ ,  $k_2^2 = 0$ ,  $k_2^\nu \epsilon_\nu(k_2) = 0$  また  $(k_1 + k_2)^2 = m_H^2$  ( $m_H$ : Higgs の質量) である。ゲージ不変性から遷移振幅を表すテンソル  $A_{\mu\nu}$  は以下のように 2 つの Lorentz-invariant な関数  $S_1$ ,  $S_2$  に分解される。

$$A_{\mu\nu}(k_1, k_2) = (g_{\mu\nu}(k_1 \cdot k_2) - k_{2\mu} k_{1\nu}) S_1(m^2, Q^2) + \left( k_{1\mu} k_{2\nu} - \frac{k_1^2}{k_1 \cdot k_2} k_{2\mu} k_{1\nu} \right) S_2(m^2, Q^2) \quad (1)$$

よって、遷移振幅 (transition amplitude)  $M$  は

$$M = [g^{\mu\nu}(k_1 \cdot k_2) - k_2^\mu k_1^\nu] S_1(m^2, Q^2) \epsilon_\mu(k_1) \epsilon_\nu(k_2). \quad (2)$$

となる。 $S_1$  を用いて以下のように、**Transition Form Factor** (遷移形状因子) を定義する [1]。

$$F(Q^2, m^2) = S_1(m^2, Q^2) / \left( \frac{ge^2}{(4\pi)^2 m_W} \right) \quad (3)$$

ここで  $e$  と  $g$  は電磁および弱相互作用の結合定数。 $m_W$  は W ボソンの質量で、 $m$  は後に述べるループをまわる粒子の質量を表す。

### 2.1 フェルミオン-ループの寄与

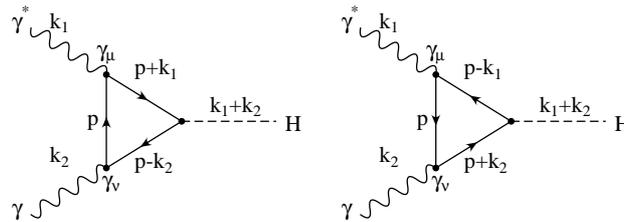


Figure 2: フェルミオン-ループの寄与  $\gamma^* \gamma \rightarrow H$

Figure 2 のように、2 光子の融合過程で Higgs を生成する振幅にはフェルミオンの triangle ループ・ダイアグラムが効く。 $\rho = Q^2/4m_f^2$   $\tau = 4m_f^2/m_H^2$  として、transition form factor は

$$F_{1/2}(\rho, \tau) = -\frac{2\tau}{1+\rho\tau} \left\{ 1 + \left( 1 - \frac{\tau}{1+\rho\tau} \right) \left( f(\tau) + \frac{1}{4}g(\rho) \right) + \frac{\tau}{1+\rho\tau} \left( 2\rho\sqrt{\tau-1}\sqrt{f(\tau)} - \sqrt{\rho(\rho+1)}\sqrt{g(\rho)} \right) \right\}, \quad (4)$$

で与えられる。ここで  $f(\tau)$  と  $g(\rho)$  は

$$f(\tau) = \left[ \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{\tau}} \right]^2, \quad \text{ただし } \tau \geq 1, \quad g(\rho) = \left[ \log \frac{\sqrt{\rho+1} + \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho+1} - \sqrt{\rho}} \right]^2. \quad (5)$$

である。よってトップ・クォークの寄与が支配的で、軽いクォークの寄与は無視できる。

## 2.2 W ボソン-ループの寄与

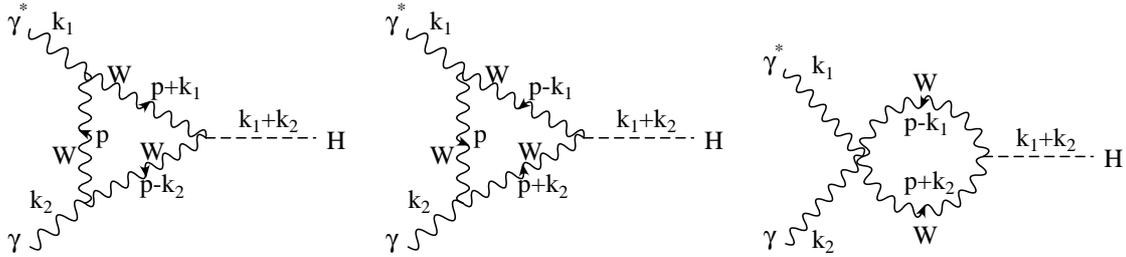


Figure 3: W ボソン-ループの寄与  $\gamma^*\gamma \rightarrow H$

W ボソンの triangle ループ・ダイアグラムの寄与は、 $\rho = Q^2/4m_W^2$   $\tau = 4m_W^2/m_H^2$  として、

$$F_1(\rho, \tau) = \frac{1}{1+\rho\tau} \left\{ \frac{\tau}{1+\rho\tau} (4\rho + 8\rho^2\tau + 6(1+\rho\tau) - 3\tau) \left( f(\tau) + \frac{1}{4}g(\rho) \right) + (4\rho + 2(1+\rho\tau) + 3\tau) \times \left( 1 + \frac{2\rho\tau}{1+\rho\tau} \sqrt{\tau-1}\sqrt{f(\tau)} - \frac{\tau}{1+\rho\tau} \sqrt{\rho(\rho+1)}\sqrt{g(\rho)} \right) \right\} \quad (6)$$

ここで、 $f(\tau)$ 、 $g(\rho)$  は (5) 式で与えられる。 $Q^2$  がゼロに近づく極限 ( $\rho \rightarrow 0$ ) で  $F_{1/2}$ 、 $F_1$  は

$$F_{1/2}(\rho \rightarrow 0, \tau) = -2\tau[1 + (1-\tau)f(\tau)], \quad (7)$$

$$F_1(\rho \rightarrow 0, \tau) = 2 + 3\tau + 3\tau(2-\tau)f(\tau), \quad (8)$$

となり、 $H \rightarrow 2\gamma$  の崩壊振幅へのトップ・クォークおよび W ボソン・ループの寄与を再現する。

### 3 数値的解析

全 transition form factor を  $F_{\text{total}}(Q^2) = \sum_f N_c e_f^2 F_{1/2}(m_f^2, Q^2) + F_1(m_W^2, Q^2)$  ( $N_c$  は color factor) とすると  $\gamma^*\gamma$ -fusion による Higgs 生成の断面積は

$$\frac{d\sigma_{(\gamma^*\gamma \text{ fusion})}}{dQ^2} = \frac{\alpha_{\text{em}}^3 g^2}{64\pi} \frac{1}{4\pi} \frac{1}{Q^2} \left[ 1 + \frac{u^2}{s^2} \right] \frac{1}{m_W^2} |F_{\text{total}}(Q^2)|^2, \quad (9)$$

で表される。ここで、 $s = (l + k_2)^2$ ,  $u = (k_2 - l')^2$ 。Figure 4(a) に Transition Form Factor への各ループの寄与を示した。これより明らかなように、W ボソン-loop の寄与が top-quark-loop の寄与を圧倒的に上回る。一方、Figure 4(b) に微分断面積への  $\gamma^*\gamma$  ( $Z\gamma$ ) 融合過程 (fusion) からの寄与を  $\sqrt{s} = 200\text{GeV}$  について示した。 $Z\gamma$ -fusion では、 $Z$  の propagator や全体に  $Q^2$  の factor が掛かることから、 $Q^2/m_H^2$  が小さい前方では、 $\gamma^*\gamma$ -fusion に比べて無視できることが分かる。

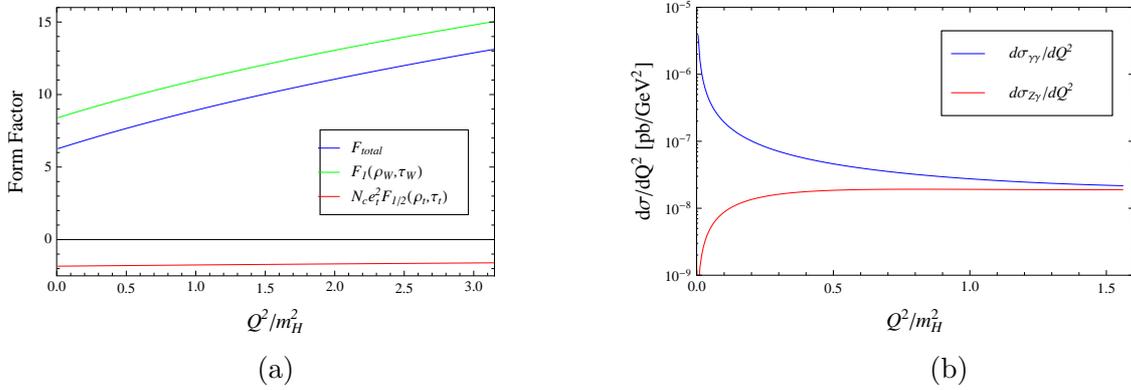


Figure 4: (a) 遷移形状因子への各ループの寄与 (b)  $\gamma^*\gamma$  と  $Z\gamma$  の微分断面積への寄与

### 4 結論と今後の課題

ここでは、標準模型の2光子過程での Higgs ボソンの生成とそれに伴う Higgs の遷移形状因子の  $Q^2$  についての振る舞いを議論した。将来の電子・光子衝突実験で、この振る舞いを調べることが出来れば、Higgs のより詳細な情報が得られる。今後は MSSM や Composite Model などの BSM での Transition Form Factor を調べることに大いに関心を持たれる。

### References

- [1] N. Watanabe, Y. Kurihara, K. Sasaki and T. Uematsu, Phys. Lett. **B728** (2014) 202 (MISC-2013-10).
- [2] N. Watanabe, Y. Kurihara, K. Sasaki and T. Uematsu, Phys. Rev. **D90** (2014) 033915 (MISC-2014-03).

# フレーバーと CP 問題のない最小の超対称性模型

京都産業大学益川塾

長井 稔

## 1 Introduction

LHC 実験が順調に稼働している中、超対称性粒子は未だ発見されていない。また観測された 126 GeV のヒッグス粒子の質量を説明する一つの方法として、ストップ粒子が数十から数百 TeV と重い可能性がある [1]。こうした状況から、超対称性粒子が重い高エネルギー超対称性模型が注目を浴びている。

高エネルギー超対称性模型ではその大きな超対称性粒子の質量のため、フレーバーや CP を破る観測量からの制限は緩くなるが、K 中間子混合と電気双極子能率 (EDM) からくる制限は依然として厳しく [2, 3, 4]、フレーバーや CP の破れを抑える何らかの機構が必要であると考えられる。このとき、制御できない重力伝達による超対称性の破れの寄与も小さくなっていると考えるのが自然であり、グラビティーノが最も軽い超対称性粒子となって暗黒物質の候補となる [5, 6]。

本研究では、カットオフスケールでフレーバーや CP を破る項が 0 となるシンプルな模型を考えて超対称性模型のフレーバーと CP の問題を解決する。このとき、超対称性スケールを大きくすることにより、二つのヒッグス 2 重項の真空期待値の比  $\tan\beta$  が小さいパラメータ領域が現れる。この領域において、グラビティーノ暗黒物質の残存量を説明しつつ、ビッグバン元素合成 (BBN) の制限や EDM の制限が回避できることを示す [7]。

## 2 The Model

最小超対称標準模型では、ゲージノの質量と  $A$  term や  $B$  term との相対位相が CP の破れの元となる。また、スフェルミオンの質量行列の非対角成分もフレーバーや CP の破れを引き起こす。そこで我々は、次のようにカットオフスケールにおいて  $A$  term、 $B$  term、そしてスフェルミオン質量が消えるような模型を考える。

$$A_{u,d,e} = B = m_{\tilde{q},\tilde{u},\tilde{d},\tilde{l},\tilde{e}}^2 = 0, \quad (1)$$

更に、大統一理論のスケールでゲージノ質量を統一した値にとり、簡単のためヒッグスの超対称性を破る項も 0 とする。

$$M_1 = M_2 = M_3 = M_{1/2}, \quad m_{H_u}^2 = m_{H_d}^2 = 0. \quad (2)$$

つまり、超対称性の破れがゲージノのみに伝わるような模型を考えることとなり、実際にゲージノ伝達模型ではこのような状況が実現する [8]。

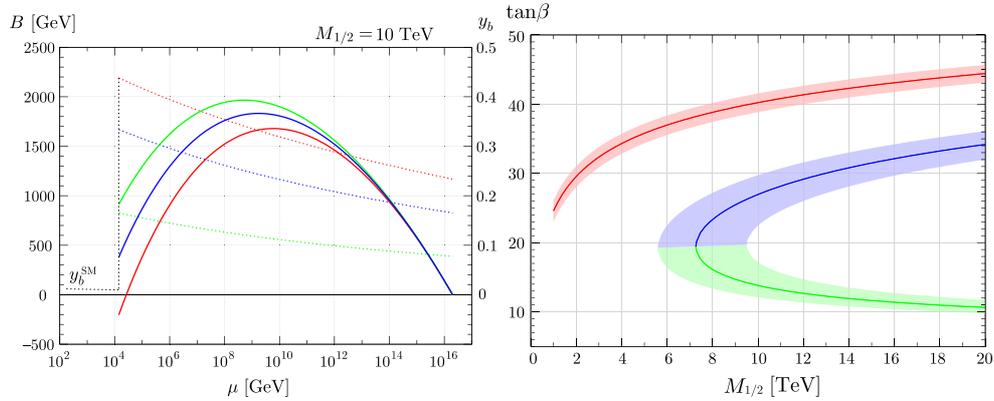


図 1: (左)  $B$  term とボトム湯川結合の繰り込み群の様子。(右)  $\tan\beta$  の値の  $M_{1/2}$  依存性。

このモデルは一つのパラメータしかないため、繰り込み群を走らせることで他の全てのスペクトラムが決まることとなり、特に観測されたヒッグスの質量から  $M_{1/2}$  の値を決めることができる。また、 $\tan\beta$  と  $\mu$  はヒッグスポテンシャルの電弱対称性の破れの条件から求めることになる。このとき、 $B$  term の繰り込み群の走り方が湯川結合に感度があるため  $\tan\beta$  の大きさに依存し、以下の 3 通りの解が存在することとなる (図 1、左)。

- (I)  $\mu > 0$  ( $B < 0$ )、大きな  $\tan\beta$  (小さな  $|B|$ )
- (II)  $\mu < 0$  ( $B > 0$ )、中程度の  $\tan\beta$  (中程度の  $|B|$ )
- (III)  $\mu < 0$  ( $B > 0$ )、小さな  $\tan\beta$  (大きな  $|B|$ )

超対称性スケールが低いときは、トップ湯川結合の寄与が十分大きいいため  $B < 0$  の (I) の解しか存在しない。しかし、 $M_{1/2}$  の十分大きな高エネルギー超対称性モデルとなる領域においてはトップ湯川結合の寄与が小さくなるため、(II) と (III) の解が現れることがわかる (図 1、右)。

このように、このモデルにおいてはトップ湯川結合の大きさが重要な要素となり、またヒッグスの質量もその値に大きく依存する。そこで、ここではトップ粒子のポール質量を  $M_t = 173.3 \pm 2$  GeV の範囲で変化させながら解析を行った。ヒッグスの質量は図 2 のようになり、超対称性スケールがおよそ 10 TeV で観測値と合うのがわかる。特にシナリオ (III) では  $\tan\beta$  の値が小さいため、より大きな  $M_{1/2}$  が必要となり、これが次に述べる BBN や EDM の制限を回避するのに役立つ。

### 3 The Gravitino Dark Matter and EDM Constraints

このモデルでは、重力伝達機構から生じるフレーバーや CP の破れが小さくするために、グラビティーノが最も軽い超対称性粒子 (LSP) で暗黒物質となる。宇宙の熱史においてグラビティーノが、次に軽い右巻きスタウの崩壊から作られると考えると、現在の暗黒物質の残存量を説明す

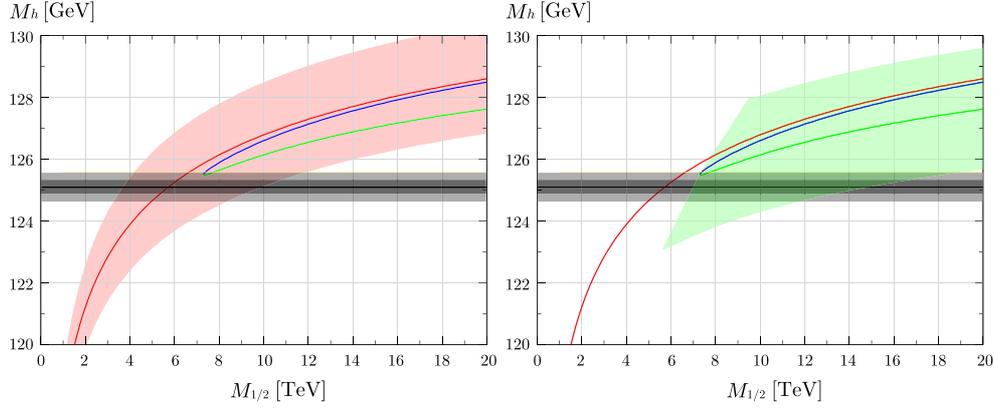


図 2: シナリオ I (左) と III (右) における軽いヒッグスの質量。灰色の部分 は ATLAS と CMS の Run 1 の測定を合わせた解析で求められた領域 [9]。

るにはグラビティーノの質量は図 3 (左) とならなければならない。このようにして作られるグラビティーノの残存量は、およそグラビティーノの質量とスタウの質量に比例する。従って、 $\tan \beta$  が大きくて右巻きスタウが軽い (I) のシナリオで最もグラビティーノの質量が大きくなる。このことは、BBN や EDM からの制限を考える際に重要な意味がある。

右巻きスタウが BBN の最中や後にグラビティーノとタウ粒子に崩壊すると、その崩壊で出る粒子により軽元素が壊れてしまい危険である。この制限はスタウ粒子の寿命に大きく依存し、BBN の始まる 1 秒より前に崩壊すれば完全に問題はない。更に、1 秒から 100 秒の間は崩壊粒子による陽子と中性子の相互変換過程が問題になる。しかし、スタウの崩壊から生じるパイ粒子ではこの変換過程はそれほど効果的ではないため、この模型で考えるスタウの残存量では問題とならない [10]。結果として、右巻きスタウの寿命が 100 秒以下であれば BBN の制限は回避される。右巻きスタウの寿命は以下のように計算できる。

$$\tau_{\tilde{\tau}_R} \simeq \frac{48\pi m_{3/2}^2 M_p^2}{m_{\tilde{\tau}_R}^5} \simeq 10 \text{ sec} \left( \frac{m_{3/2}}{100 \text{ GeV}} \right)^2 \left( \frac{m_{\tilde{\tau}_R}}{3 \text{ TeV}} \right)^{-5}. \quad (3)$$

右巻きスタウが軽くてグラビティーノの重いシナリオ (I) では、スタウの寿命が大きくなってしまい、ヒッグスの質量を説明する領域は BBN からの制限により除外されることとなる (図 3、中)。

大きなグラビティーノの質量は重力伝達による超対称性の破れが大きいことを意味し、これが新たな CP やフレーバーの破れの起源となる。このとき EDM に効いてくる CP 位相の大きさは  $\phi_\mu \sim m_{3/2}/|B|$  程度となる。期待される電子の EDM は図 3 (右) のようになり、シナリオ (III) だけが EDM 実験からの制限を回避できることがわかる。

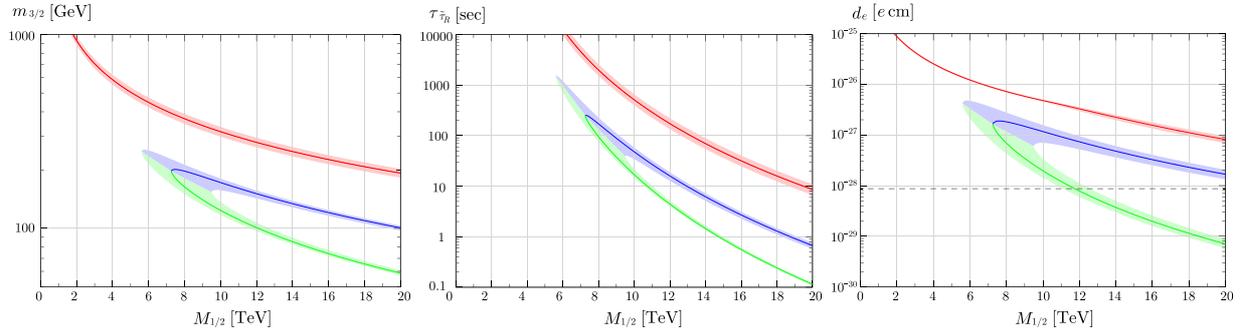


図 3: (左) グラビティーノが他の超対称性粒子の崩壊から作られたときの、予言される質量。(中) 右巻きスタウの寿命。(右) 期待される電子の EDM。

## 4 Summary

最近の LHC の実験では超対称性粒子が未発見であり、ヒッグスの質量が 125 GeV であることから高エネルギー超対称性模型が議論されているが、この場合でも CP やフレーバーの問題が残る。ここでは、そうした CP やフレーバーを破る項がカットオフスケールで消えて、グラビティーノが暗黒物質となるシンプルな模型を議論した。超対称性スケールがあがったことにより  $\tan\beta$  が小さいパラメータが現れ、暗黒物質の残存量を説明しつつ、BBN や EDM の制限を回避できることがわかった。

## References

- [1] P. Draper, P. Meade, M. Reece and D. Shih, Phys. Rev. D **85** (2012) 095007 [arXiv:1112.3068 [hep-ph]].
- [2] D. McKeen, M. Pospelov and A. Ritz, Phys. Rev. D **87** (2013) 11, 113002 [arXiv:1303.1172 [hep-ph]].
- [3] T. Moroi and M. Nagai, Phys. Lett. B **723** (2013) 107 [arXiv:1303.0668 [hep-ph]].
- [4] W. Altmannshofer, R. Harnik and J. Zupan, JHEP **1311** (2013) 202 [arXiv:1308.3653 [hep-ph]].
- [5] N. Okada, arXiv:1205.5826 [hep-ph].
- [6] J. L. Feng, Z. Surujon and H. B. Yu, Phys. Rev. D **86** (2012) 035003 [arXiv:1205.6480 [hep-ph]].
- [7] R. Kitano, R. Motono and M. Nagai in preparation.
- [8] D. E. Kaplan, G. D. Kribs and M. Schmaltz, Phys. Rev. D **62** (2000) 035010 [hep-ph/9911293].
- [9] G. Aad *et al.* [ATLAS and CMS Collaborations], Phys. Rev. Lett. **114** (2015) 191803 [arXiv:1503.07589 [hep-ex]].
- [10] M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi and A. Yotsuyanagi, Phys. Rev. D **78** (2008) 065011 [arXiv:0804.3745 [hep-ph]].

## 暗黒物質の間接検出と電弱制動放射

日本大学理工学部

二瓶 武史

最近の Planck 衛星による宇宙背景放射の非等方性の観測によれば、宇宙に存在するエネルギー密度の約 27 % が暗黒物質である。暗黒物質を構成する素粒子  $\chi$  の検出方法として、暗黒物質が検出器内のターゲットと衝突する効果を調べる直接検出と、天体に集まった暗黒物質が対消滅した際に放出される宇宙線を検出する間接検出の 2 つがある。以下では太陽に捕獲された暗黒物質に由来する宇宙線ニュートリノの間接検出に関して、電弱制動放射と呼ばれる寄与の影響を説明する。

銀河内の暗黒物質  $\chi$  は、太陽内の物質と衝突して太陽の脱出速度  $\sim 600$  km/s 以下になると、重力によって太陽中心に捕獲される。太陽中での暗黒物質の数の時間変化は

$$\frac{dN}{dt} = C - C_A N^2 \quad (1)$$

ここで、捕獲率  $C$  は、暗黒物質の数密度  $\frac{\rho_\chi}{m_\chi}$ 、太陽中の原子核の数  $\frac{M_\odot}{m_N}$ 、暗黒物質と原子核との単位体積あたりの反応率  $\sigma_{\chi N} v_\chi$  の積として、大雑把に

$$C \sim \frac{\rho_\chi}{m_\chi} \cdot \frac{M_\odot}{m_N} \cdot (\sigma_{\chi N} v_\chi) \quad (2)$$

と書ける。一方、対消滅率  $C_A$  は

$$C_A = \frac{\int d^3r n(r)^2 \langle \sigma_{\chi\chi} v \rangle}{[\int d^3r n(r)]^2} \sim \frac{\langle \sigma_{\chi\chi} v \rangle}{V_{\text{eff}}} \quad (3)$$

ここで、太陽中心から距離  $r$  の位置における  $\chi$  の数密度は  $n(r) = n_0 e^{-V_\chi(r)/T_\odot}$ 、 $V_\chi(r) = -V_0 + G \frac{m_\chi (\rho_\odot \cdot \frac{4}{3} \pi r^3)}{2r}$  で与えられる。また、有効体積  $V_{\text{eff}}$  は、

$$V_{\text{eff}} = \left( \frac{3M_P^2 T_\odot}{\rho_\odot m_\chi} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (4)$$

太陽と地球の距離を  $L$ 、太陽中心における暗黒物質対消滅の反応率を  $\Gamma_A$  とすると、暗黒物質起源のニュートリノの地上でのフラックスは次のように与えられる。

$$\frac{d\Phi}{dE_\nu} = \frac{\Gamma_A}{4\pi L^2} \sum_k \text{BR}_k \frac{d\Phi_k}{dE_\nu} \quad (5)$$

典型的な模型では現在における太陽中の暗黒物質の数  $N$  は飽和に達しており、このとき、反応率は  $\Gamma_A = \frac{1}{2} C_A N^2 \sim \frac{1}{2} C$  となる。

以下では暗黒物質の素粒子が超対称模型におけるビーノ的ニュートラリーノの場合を考え、その非相対論的な対消滅によって生成されるニュートリノを用いた間接検出を議論する。ビーノ的ニュートラリーノの主な対消滅モードはフェルミオン対生成  $\chi\chi \rightarrow f\bar{f}$  であるが、ニュートラリー

ノはマヨラナ・フェルミオンであることから、断面積がフェルミオンの質量に比例して起こるヘリシティー抑制により、 $\chi\chi \rightarrow \nu\bar{\nu}$  はほとんど起こらない。しかしながら、光子の放出する制動放射過程  $\chi\chi \rightarrow f\bar{f}\gamma$  では、光子がスピン1を持つためにヘリシティー抑制を受けず、断面積に大きな寄与を与えることが知られている [1]。さらに近年、レプトンとのみ相互作用する暗黒物質の模型を用いて、電弱制動放射と呼ばれる  $W$  ボソン放出を伴う過程  $\chi\chi \rightarrow f'\bar{f}'W$  の重要性が指摘されてきた [2]。特にレプトン対生成  $\chi\chi \rightarrow \ell\bar{\nu}_\ell W$  はニュートリノを用いた間接検出に大きな寄与を与え得ると期待される。

電弱制動放射 (図 1 参照) の微分断面積は、次のように書ける。

$$\frac{d^2(\sigma v)_{W\ell\bar{\nu}}}{dE_W dE_\nu} = \frac{1}{512\pi^3 m_\chi^2} \sum_{\text{spins}} \left| \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B + \mathcal{M}_C + (\text{u-channel}) \right|^2 \quad (6)$$

本研究では、特にスクォークが十分に重くスレプトンが比較的軽い場合を考え、暗黒物質残存量の制限を満たしつつ、電弱制動放射がニュートリノスペクトルに大きな影響を与えうる可能性を考察した [3]。この際、電弱制動放射に含まれる一次的ニュートリノだけではなく、 $W$  ボソン等の崩壊から二次的に生じるニュートリノも考慮した。

図 2 は太陽中心における暗黒物質の対消滅により生じるニュートリノのスペクトルである。太い実線および太い点線が、それぞれ電弱制動放射による一次および二次のニュートリノの寄与である。また、細い線は 2 体終状態過程の寄与である。高エネルギー領域  $E_\nu \lesssim m_\chi$  において電弱制動放射による一次的ニュートリノが特徴的なピークを生じさせるため、ニュートリノ・スペクトルの観測において電弱制動放射の効果が重要となる可能性があることが分かる。

## 参考文献

- [1] L. Bergstrom, Phys. Lett. **B225** (1989) 372; T. Bringmann, L. Bergstrom and J. Edsjo, JHEP **0801** (2008) 049.
- [2] N.F. Bell, J.B. Dent, A.J. Galea, T.D. Jacques, L.M. Krauss and T.J. Weiler, Phys. Lett. **B706** (2011) 6.
- [3] K. Shudo, T. Nihei, Electroweak bremsstrahlung in binolike dark matter annihilations, Phys. Rev. **D88** (2013) 055019.

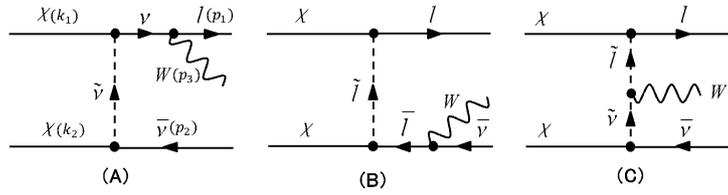


図 1: 暗黒物質の対消滅における電弱制動放射の Feynman 図。

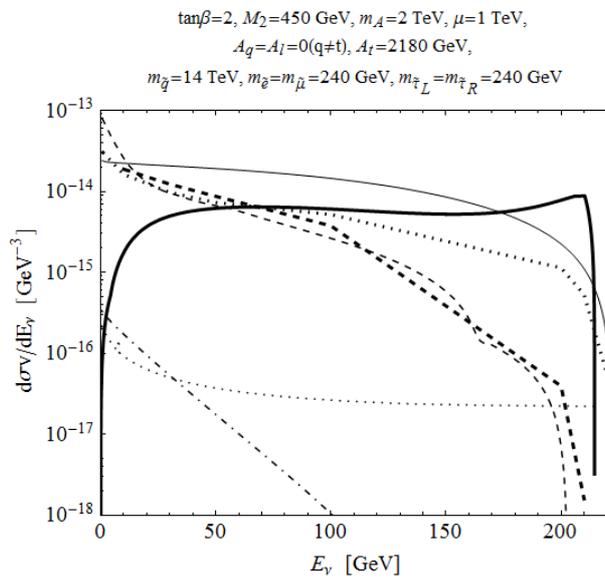


図 2: 太陽中心における暗黒物質の対消滅により生じるニュートリノのスペクトル。

## 終戦直後の素粒子論研究

### — とくに「素粒子論グループ精神」について —

日本大学理工学部

亀淵 迪

## 1

はじめに上記の表題に関連して、次の2点をお断りしておく。第1に、私がこの分野の研究に入ったのは1949年の春（旧制大学最終の3年生のとき）であり、終戦からこの時点までについては先輩の言によって外挿し、実質的には1950年前後の状況についてお話ししたいということ。第2に、当時の研究の内容ではなく、その外型、つまり研究の仕方に焦点を当てたいということである。

先ず「素粒子論グループ」なる団体について。この名称は、当初、素粒子論研究者と言う集合に対する普通名詞であり、組織化された団体に対する固有名詞ではなかった。恐らくは戦時中の「中間子討論会」の参加者たちを中心にした、極めて緩い結合体だったと想像される。‘グループ’などと片仮名英語を混ぜる言い方は、戦後の americanization の結果であり、実際、例えば1946年の名大では‘名大素粒子論研究団’であり、また1952年に発足した研究会は‘素粒子論研究班関東（西）地方研究連絡会（略称 REKT および REKS）’と古風で厳めしい表現が用いられていた。因みに REKT や REKS はそれぞれ関東や関西で研究会を開いており、ときに両者の合同の研究会が名古屋で行われていた。他方、1949年頃になると片仮名入り表記も徐々に登場してくる。例えば「素研」vol. 0, no. 4 (1949, 4)の発行者は‘素粒子論研究グループ’であり、同誌 vol. 1, no. 3-2 (1949, 12)の編集後記には、初めて‘素粒子論グループ’なる表現が現れる。恐らくこの後者の方が簡潔さの故に、徐々に定着化して行ったと考えられる。ただし「素粒子論グループ」の組織化は、1952年4月のことになる。以下では、このグループのことをSGと略記する。

さてSGについて私の着目したいのは、これに属する人々には一種独特の気風・考え方・行動様式……があったという事実である。隣接分野の物性論研究者にすら全く見られないような独特の‘あるもの’であった。その理由を私は、「SG精神」あるが故にと解釈致したいのである。本講演の目的は、この‘精神’の種々相を考察することにある。

## 2

それでは、SG精神とは如何なるものか。それはSGのコミュニティに流れていた、3つの大きな流れが交差したところに出来た、言うなれば渦である。従ってSG精神の本質は、それぞれの流れが何であったかを知ることにより、自ずと明らかになるであろう。

ここに第1の流れとは、戦後直ちに実施された研究体制の民主化である。そしてその波源、と言うよりは震源地は、私の居た、坂田昌一教授率いる名大素粒子論研究室、こと「E研」であった。戦争末期、坂田教授は研究室ともども長野県に疎開する。しかし終戦後もそこに留まり（名

古屋に帰っても、住む所も研究する所もなかった)、これから何をなすべきかについて熟考する。翌 '46 年帰名するや、まず「研究室会議」なる制度を発足させる。一般の研究者も一定の条件を満たせば、教授や助教授らと全く対等の立場で研究室の運営や研究方針の決定に参画できるとするもの。その後さらに物理教室に対しても同種の「教室会議」を設置し、運営の基本方針としての「教室憲章」を策定する。こうした民主化の波は、SG メンバーの人々を通じて、他大学へと広まってゆく。

第2の波は、仁科芳雄による「Copenhagen 精神」の我が国への移植である。周知のように仁科は、1923年4月から '29年3月までの期間、Copenhagen の Niels Bohr 研究所に滞在したが(この期間は正しく同研究所の黄金時代であった)、帰国後自らの研究室の運営の基礎にこの精神を据えた。ここに Copenhagen 精神とは N. Bohr の人格の反映であり、彼の研究所の文化でもあった。その特質を纏めれば、i) 研究者はすべて対等である; ii) 研究は他の何物よりも優先する(多少の礼を失しても構わない); iii) 研究に最も大切なものは他人との討論である; iv) 研究は自らに適した方法でやればよい; v) よく学び良く遊べ、となる。これらが研究所内で如何に具体化されていたかについては、興味深い出来事が多々あるが、別稿に譲りたい [1]。

理研仁科研が如何に Copenhagen 精神化していたかについては、朝永のエッセイ「科学者の自由な楽園」に活写されている [2]。仁科研のこの雰囲気、彼の薫陶を受けた朝永・坂田・湯川・武谷らを通じて、それぞれの研究室へと再移植されて行ったとしても、不思議ではあるまい。

第3の波は素粒子論が若い学問だったという事実による。その嚆矢を Fermi の  $\beta$  崩壊や湯川の中間子の理論だとすれば、その年齢は、終戦の時点で未だ10代であり、リーダーの湯川・朝永たちも、なお30代であった。老教授の頑迷固陋に代って、彼等には若さ特有の進取・融通・冒険の気性があった。

この事実は、独自の創造には好適だったろうが、反面、弱点をもまた具えていた。物理学内はもとより、世間一般での認知度が低かったということである。そのため、素粒子論講座の新設や、研究費獲得の面では不利を招いたかとも想像される。例えば学会に「素粒子論分科会」が設けられたのも、漸く1949年秋のことである。こうして当初は緩い結合体だったSGも、一つの勢力となるためには、全体としての連帯感をもつ必要が生じてくる。

しかし事態は一変する — 同年末の湯川ノーベル賞が諸々の困難を一挙に解決したのである。素粒子論は物理のみか全科学の中でも、最も花形の研究分野と見做されることになった。とくに大きかったのは1953年の「基礎物理学研究所」の創設である。共同利用研究所ということから、ここがSGの根城となり、全国的な共同研究が開始される。その結果、SG内の連帯感はいよいよ強まってゆく。

これを要するに、第1の流れは「平等」を、第2の流れは「自由」を、第3の流れは「連帯」をSGに付与することとなった。この3要素がSG精神の根幹をなす、と私は考えている。

### 3

次にSG精神が実際の研究現場に如何に反映し、如何に活かされたかについて想起してみたい。記憶に残るSG精神的現象は枚挙に遑がないが、ここでは先ず、1955年末に行われた基研研

研究会「場の理論」（11月15日～12月9日）と、それに先立つE研での勉強会について語ってみたい。なお当時の‘場の理論’は‘素粒子論’と殆ど同義語であり、研究会の第1週は‘QED’、第2週は‘QMD’（中間子論のこと）、残りの10日間は‘将来の理論’（非局所場など）と‘新粒子’とに当てられていた[3]。

さてそのE研勉強会であるが、実体は素粒子の複合模型についての討論会であった。坂田教授の他に14～5名が参加していたかと思う。議論はそのうちに、‘基本粒子として何を採るか’に絞られてきた。司会者の制止も無視し、あちこちで意見が噴出。文字どおり喧々諤々、場が混乱して誰が何を言っているのか分からなくなってきた。山田（英二）氏が「 $P, N$  の他に、 $S = 1$  の粒子なら何でもよい」と発言したのを私は聞いている。また田中（正）氏が「 $P, N, \Lambda$  だ」と言ったという証人も居るが、この発言は私の耳には届かなかった。夕食はどうしたのか記憶にないが、議論は深更に及んだ。かの「坂田模型」はこのような情況から生れた。

さて基研研究会の第1週では‘繰り込まれた QED に ghost 状態は存在するか’が中心課題であった。そこで週末の打ち上げコンパでは、‘ghost の声を聞かせようではないか’との案が浮上した。善は急げと遊び好きの面々が、夜な夜な「白川学舎」に集まってシナリオ「ghost 基研にあらわる」を書き上げた — ある夜基研に現れた ghost 先生が、研究会出席者を次々と批判し揶揄するもので、湯川・坂田両先生とて例外ではなかった。ghost の声は皆で分担し、その録音テープをコンパの席上、電燈を消した中で流したのである。大いに受けたと世話人の私などは信じているのだが…[4]。

何分にも期間が長いので、他にも遊びの行事がいろいろとあった：落柿舎への遠足・太泰の映画撮影所見学（さる美人女優を見るため、湯川先生も参加）・講堂での映画鑑賞「湯川物語」および黒沢映画「生き物の記録」（原爆に関するもので、「湯川先生のご意見を伺いたい」と監督自らが封切り前に基研にもち込み上映した）、などなどである。まことに、よく学びよく遊んだ。

以上は主として SG 精神の平等・自由に対する一面であるが、連帯性に関しても忘れ難い思い出がある。既述のように1949年前後に私は素粒子論の勉強を始めたのだが、当時米国では Schwinger や Feynman の論文が次々と発表されていた。しかしそれらの載った Phys. Rev. 誌などは入手できなかった。何分にも日本は未だ貧しく、外貨不足のため外国雑誌などの注文は許されていなかったのである。ただ在京の人たちは例外であった。占領軍が日比谷（その他）に CIE (Civil Information and Education) Library を開設しており、そこで米国の新刊雑誌が読めたのである。

それを如何にして複写して来たのか、手書きでか、写真でか。とにかく東大の人たちが、新論文の謄写版刷りを作り、地方大学の私たちに配布してくれたのである。山口（嘉夫）氏に訊くと、“そう言えば中村（誠太郎）さんや藤本（陽一）らがガリ版刷りをやっていたようだ”との由。察するに、これは中村氏の発案ではなかったのか。

周知のように氏は湯川教授が1942年東大の併任になった折、助手として東大に移籍、以後もそこに留った。そういう人であるから、何か情報が入れば、それを直ちに京都の師の許に届けねばと思ったに相違ない。それならば序でに名古屋の坂田やその他の人々にも、と考えたのかもしれない。しかし最初の動機は何であれ、東大の若者たちを督促して、この困難な仕事をやってくれたのである。余程慎重に作製されたのであろう — 綺麗な書体で手書きされ、綴りや式に何らのミスプリもなかった（尠くとも私には見出せなかった）。

欲するならば東大の人たちは、先ず新情報を用いて 2,3 の論文を書き、その後情報を地方に廻す、ということもできたであろう。しかし、そのような、言わばケチな根性の人は居なかった。これぞまことに連帯精神の発露と言うべし。この謄写版刷りで私は Schwinger の論文を読み、それによって卒論を書くことができたのであった。この東大勢の好意の程は、いま思い出しても身に沁みる — 感謝の極みである。(日本でなら朝永理論の論文があるではないかと思われるかもしれない。しかし Schwinger 論文の方が、教科書のようによく整理して書かれており、細部にわたって理解し易かったのである。)

中村氏はこの他にも SG のために多々貢献してくれた：「素研」誌の発行、SG の組織化、「読売湯川奨学会」の世話人、自らの「素粒子奨学会」設立・運営、等々。ともあれ氏は、大ボスと若手、関東と関西の研究者のいわば仲介者的役割を果し続けた。SG 精神連帯性の具現者の、正しく最たる存在だったと言える。SG も 2001 年には、第 1 回「素粒子メダル功労賞」を贈り、その労を謝した。なお草創期の先輩たちの労苦については文献 [5] を参照されたい。

## 4

終わりに、本シンポジウムの二つの主催団体を、SG 精神との関連から考察してみたい。先ずは CST 素粒子論研究室。私が日大のお世話になり始めた 1991 年には、創設者の原治氏がなお健在であった。私の第一印象では、原氏の研究室運営は名古屋の E 研を模していたようであり、つまりは本質的に SG 精神的であった。一例を挙げれば、コロキウムで外部からの講師が非常に数学的・技術的な話に終始した場合、原氏はズバリ「それはどういう物理的な意味をもつのか」と遠慮なく質すのが常であった — 傍らの I 教授らをハラハラさせながら。

思うに日大での十数年は、私の研究経歴の中でも実に楽しい期間であった。そしてその楽しさのピークは 1992 年 3 月 19 日～21 日に軽井沢で開かれた国際シンポジウム “Extended Objects and Bound Systems” であった。内外の研究者が起居をともし、窓外に雪景色を見ながら、心ゆくまで議論を楽しんだことである [6]。

上でピークなる語を用いたが、つまりその後は下り坂になったということである。しかしこれは、ある意味では当然なことでもある。所詮、SG 精神などといっても、それは一時代の産物であり、時が移れば新しい状況にそぐわない面が自ずと出て来るからである。いまや SG 精神に代るべき、新しい精神が模索されてしかるべきであろう。

そこで、視点を益川塾に移す。新しい精神はここから生まれるのでは、と私は期待する。そもそも Copenhagen 精神や SG 精神には、重かつ大なコアがあった：コアとは大物物理学者の謂である。この点では益川塾には、すでにこの上ないコアが存在する。塾頭や副塾頭はもとより、一般塾生もいろいろと協力して、新しい状況に即応した「益川塾精神」なるものを創って貰いたいのである。それは、若い研究者たちが自由に研究できるような環境を構築するための基本方針となる筈である。その新精神が京都から全国に広まってゆく日は私は夢見ている — とくに若い世代に期待したい。

本講演を私の個人的感懐でもって結ぶことをお許し願いたい：SG 精神のお蔭で私は、研究者としての青春を、あるいは思春期を、心ゆくまで享受することができた、と。

## References

- [1] 亀淵迪, 「図書」 (岩波書店) 2005年7月号; 科学史研究, Vol. 53, No. 270 (2014) 234.
- [2] 同表題の岩波文庫 (江沢洋 編) に所収.
- [3] 研究会報告は梅沢博臣・沢田克郎・原治・小川修三, 素粒子論研究, vol. 10, no. 3 (1956) 505.
- [4] 亀淵迪・大貫義郎, *ibid.* vol. 119, no. 1 (2011). なお同誌の電子版では実際の録音を聞くことができる.
- [5] 木庭二郎, *ibid.* vol. 48, no. 2 (1973) 195. この稿は1973. 9. 13 病床で書かれ, その8日後に逝去された — 氏の絶筆である。中村誠太郎, *ibid.* 197. この文献の存在については, 小沼通二氏に負う。2文併せて3ページであるが, その内容は重い。なお「素研」誌の論文は現在すべてネットで読むことができる。
- [6] Proceedings of the International Symposium “Extended Objects and Bound Systems — From Relativistic Description to Phenomenological Application —”, March 19-21, 1992, Karuizawa, Japan, eds. O. Hara, S. Ishida and S. Naka, World Scientific, Singapore (1992).

# Bi-Local Model in AdS<sub>5</sub> Spacetime and Higher-spin Gravity <sup>1</sup>

日本大学理工学部

仲 滋文

共同研究者：栗生田健一，豊田陽己，神田直大

## 1 はじめに

高階スピン場の発展の歴史は古く、1930年代の Fierz-Pauli による自由な massive スピン場の理論までさかのぼることができるが、その後の発展で相互作用を導入することの難しさが浮き彫りになった。とくに massless の高階スピン場の理論は、ゲージ理論の発展形として興味を持たれ、超重力理論のような成功例もあって研究が進められたが、やがて自明でない相互作用を許す massless の高階スピン場の理論として、0 でない曲率を持つ背景時空にある無限高階のスピン場全体を組にする試みが発展した [1]。とりわけ、Klebanov-Polyakov 等の推測に始まる AdS 時空にある共形場を源場として生じる高階スピン場の理論は、AdS/CFT の視点からも多くの試みがなされたが [2]、このような共形場がある種の極限で bi-local 場と呼ばれる集団場を形成し、本質的な役割を果たすことが明らかになった [3]。例えば、Fronsdal の考え方に従えば、AdS<sub>n+1</sub> 空間の高階スピン場  $h_{\mu_1 \dots \mu_s}(x^\mu)$  は、背景となる  $d+2$  次元の双曲面上の双局所場  $K(x^\alpha, y^\alpha)$  に

$$\underbrace{h_{\mu_1 \dots \mu_s}(x^\mu)}_{\text{HSF in AdS}_{d+1}} \rightarrow \underbrace{K(x^\alpha, y^\alpha)}_{d+2 \text{ hyperboloid}} = \frac{\partial x_{\mu_1}}{\partial x^{\alpha_1}} \dots \frac{\partial x_{\mu_s}}{\partial x^{\alpha_s}} h_{\mu_1 \dots \mu_s}(x^\mu) y^{\alpha_1} \dots y^{\alpha_s} \quad (1)$$

の形で写像することができ、 $h_{\mu_1 \dots \mu_s}(x^\mu)$  の満たすべき方程式から  $K$  の従う方程式

$$\partial_x^2 K(x, y) = \partial_y^2 K(x, y) = 0, \quad \partial_x \cdot \partial_y K(x, y) = 0, \quad \dots \quad (2)$$

が導かれる。また、3次元  $O(N)$  ベクトル型共形場の理論に基づく Das-Jevicki の試みでは、そのような集団場が具体的に

$$\Phi(x_1, x_2) = \sum_{\alpha=1}^N \phi_\alpha(x_1) \phi_\alpha(x_2) \quad (3)$$

と与えられ、その有効作用も  $O(N)$  ベクトル場の理論を基に導かれる。

ところで、(2) は基本的に自由 2 粒子系の波動方程式に拘束条件を付け加えたものであり、半世紀以上も前に湯川博士が非局所場理論の建設を目差して最初に提案した bi-local 場の理論が、この形の方程式を導いていた [4]。当時は、非局所場理論と言う高邁な構想を掲げながら、結局は自由粒子系に帰着することへの批判があり [5]、粒子間の相互作用を取り入れる方向に理論の修正がなされた。この結果、多くは拘束条件との整合性から粒子間に (4 次元) 調和振動子型のポテンシャルを取り入れる形となり、共変的 2 粒子束縛系のモデルに発展していった [6]。これ自体は、弦

<sup>1</sup>本論文は、arXiv:1603.09542 に基づく。

模型を単純化した構造で、(2)はその“張力”を0( $\rightarrow$ Regge スロープを $\infty$ )にとった極限として見直すことができる。そこで、この仕事の目的は、AdS<sub>5</sub>時空 (Randall-Sundrum 理論 [7] の warp 計量で表現) に埋め込まれた2粒子束縛系 (双局所場) の励起で生じる高階スピン場が、低エネルギーの4次元時空で(3)の構造を生じるかどうかを検証するものである。

## 2 AdS<sub>5</sub> 時空における2粒子束縛系

AdS<sub>5</sub> 時空  $\{X^A\}$ , ( $A = \mu, 4, 5$ ) は、拘束条件  $\eta_{AB}X^AX^B = \eta_{\mu\nu}X^\mu X^\nu + (X^4)^2 - (X^5)^2 = l^2$ , ( $\text{diag}(\eta_{\mu\nu}) = (-+++)$ ) を満たす双曲面であるが、以下の議論ではこれを独立変数で表し、Randall-Sundrum 型の階層構造をもたらす warp 計量

$$\eta_{AB}dX^AdX^B = g_{\hat{\mu}\hat{\nu}}dx^{\hat{\mu}}dx^{\hat{\nu}} = e^{-2ky}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + dy^2, \quad (4)$$

に結び付いた5次元座標  $(x^{\hat{\mu}}) = (x^\mu, y)$  で記述する。このような時空に埋め込まれた2粒子系の作用は、それぞれの粒子の座標変数を  $x_{(i)}^{\hat{\mu}}$ , ( $i = 1, 2$ ) として

$$\begin{aligned} S &= \int d\tau \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ e_{(i)}^{-1} g_{\hat{\mu}\hat{\nu}} \dot{x}_{(i)}^{\hat{\mu}} \dot{x}_{(i)}^{\hat{\nu}} - U_{2,1} e_{(i)} \right\}, \quad \left( \dot{x}^{\hat{\mu}} = \frac{dx^{\hat{\mu}}}{d\tau} \right) \\ &= \int d\tau \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \left\{ e_{(i)}^{-1} \left( \eta_{\mu\nu} e^{-2ky_{(i)}} \dot{x}_{(i)}^\mu \dot{x}_{(i)}^\nu + \dot{y}_{(i)}^2 \right) - U_{2,1} e_{(i)} \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

とおける。ここで、 $\tau$  は粒子の運動を記述する時間発展のパラメーターであり、 $e_{(i)}(\tau)$  は  $\tau$  の選び方の任意性を保証する一脚子である。また、 $U_{2,1} = U(x_{(2)}, x_{(1)})$  は粒子間の相互作用を表し、各粒子位置での座標変換の下で不変な bi-scalar 関数である。本論文では、これが曲がった時空の測地的間隔  $\sigma_{2,1}$  を用いて

$$U_{2,1} = 2\kappa^2 \sigma_{2,1} + \omega \quad (\kappa, \omega = \text{const.}) \quad (6)$$

と表される場合を調べる [8]。ここで測地的間隔  $\sigma_{2,1}$  は、2点 2, 1 を結ぶ測地線を  $\gamma$  として

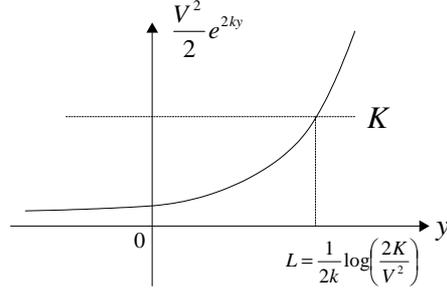
$$\sigma_{2,1} = (\xi_2 - \xi_1) \int_{\gamma, \xi_1}^{\xi_2} d\xi \mathcal{L}, \quad \left( \mathcal{L} = \frac{1}{2} g_{\hat{\mu}, \hat{\nu}} \frac{dx^{\hat{\mu}}}{d\xi} \frac{dx^{\hat{\nu}}}{d\xi} \right). \quad (7)$$

で定義される [9]。測地線の方程式は、 $\xi$  を時間に見立てた場合のラグランジアン  $\mathcal{L}$  から得られる運動方程式であり、 $k = l^{-1}$  として二つの保存量

$$V^\mu = e^{-2ky(\xi)} x'^{\mu}(\xi), \quad (8)$$

$$K = \frac{1}{2} \left( y'^2(\xi) + e^{2ky(\xi)} V^2 \right), \quad (9)$$

を導くことが確められる (Fig.1)。

Figure 1:  $y(\xi)$  の可動領域

測地線  $\gamma$  において,  $x^\mu$  は常に一定方向  $\hat{V} = V^\mu/\sqrt{V^2}$  を向いているが,  $y(\xi)$  は  $K$  で決まる可動領域を往復する周期解となり,  $\xi$  の多価関数となっている。

さて,  $y(\xi)$  は  $\xi$  の多価関数であるが,  $x(\xi)$  は  $\xi$  の一価関数であることから  $y$  は  $x$  の関数として求まり,  $\sigma_{2,1}$  は  $\mathcal{L} = K$  に注意して  $\sigma_{2,1} = (\xi_2 - \xi_1)K$  から  $x_{(i)}$ , ( $i = 1, 2$ ) の関数として決まる。結果は,  $y$  の多価性を反映して複雑であり, 時空の曲率のため移動不変な  $x_{2,1} = x_{(2)} - x_{(1)}$  の関数とすらならない。しかし, 粒子間の距離が  $|x_{2,1}| = \sqrt{x_{2,1}^2} > e^{\tilde{L}} l \gg l$  であれば形は簡単になり<sup>2</sup>, ポテンシャルは

$$U_{2,1} = (\kappa \tilde{L})^2 e^{-2\tilde{L}} |x_{2,1}|^2 + \omega \quad (10)$$

と近似できる。これは, IR-brane (あるいはこの近傍にある brane) 上にある粒子の束縛状態を考える場合に自然な近似であり, またこの場合の  $y_{(i)}$  は, 微細な質量構造を与える力学変数であるが, 大概の質量構造を決定する  $x_{(i)}$  とは独立な変数として扱って良い。以上の前提の下で, 作用 (5) の  $e_{(i)}$ , ( $i = 1, 2$ ) に関する変分から導かれる拘束条件の組み合わせが, bi-local 場の波動方程式と物理的部分空間を決定する

$$\frac{1}{4} H|\Psi\rangle \equiv \left[ \frac{1}{4} P^2 + \bar{p}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 e^{-2ky_{(i)}} \left( \pi_{(i)}^2 + U_{2,1} \right) \right] |\Psi\rangle = 0, \quad (11)$$

$$T|\Psi\rangle \equiv \left[ P \cdot \bar{p} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 (-1)^i e^{-2ky_{(i)}} \left( \pi_{(i)}^2 + U_{2,1} \right) \right] |\Psi\rangle = 0 \quad (12)$$

に表される。これら 2 つの条件は, このままでは両立していない。そこでさらに, 2 粒子が  $y$  の固定された同一 brane 上にあるという付加条件を付ける。これにより, (12) は  $P \cdot \bar{p}|\Phi\rangle = 0$  と単純化される<sup>3</sup>。また, (11) の  $\sum_i e^{-2ky_{(i)}} \pi_{(i)}^2$  は演算子の順序に依存する項であるが, Weyl 順序をとって  $W = e^{-2ky} \left( \frac{1}{2} \pi + ik \right)^2$  の形に帰着させる。この後, 以下の手順を経て波動方程式を brane 上の波動

<sup>2</sup>以下, 長さの次元を持つ物理量  $A$  を,  $\tilde{A} = kA = l^{-1}A$  の形で無次元表記する。

<sup>3</sup> $x_{(i)}$ , ( $i = 1, 2$ ) の重心変数と相対変数は, それぞれ  $X = \frac{1}{2}(x_{(1)} + x_{(2)})$  及び  $\bar{x} = x_{(1)} - x_{(2)}$  で定義され,  $P$  と  $\bar{p}$  はそれらに正準共役な対変数である。 $y$  に関する重心・相対変数も, 同様に定義される。

方程式に帰着させる。まず、固有関数  $W\phi_n(y) = \lambda_n\phi_n(y)$  を求め、 $\Psi(X, \bar{x}, y) = \sum_n \Phi_n(X, \bar{x})\phi_n(y)$  と展開して  $W$  を固有値  $\{\lambda_n\}$  で置き換える。次いで、(12) を期待値の意味で解釈し、振動子変数

$$\bar{x}_\mu = \sqrt{\frac{1}{2\kappa_y}} (a_\mu^\dagger + a_\mu), \quad \bar{p}_\mu = i\sqrt{\frac{\kappa_y}{2}} (a_\mu^\dagger - a_\mu), \quad (13)$$

$$(\kappa_y = \kappa_0 e^{-\bar{y}}, \quad \kappa_0 = (\kappa \tilde{L}) e^{-\tilde{L}}) \quad (14)$$

を導入して、十分条件  $\sum_n \phi_n P \cdot a |\Phi_n\rangle = 0$  に置き換える。結果として得られる波動方程式は、まだ  $y$  に依存している。しかし、考えているのは固定された  $y$  上での波動方程式であるので、 $y$  を方程式に含まれるパラメーターと考えて固定し、元の波動方程式の十分条件となる

$$\left\{ \frac{1}{4} P^2 + 2\kappa_y (a^\dagger \cdot a + 2) + e^{-2\bar{y}} \omega + \lambda_n \right\} \Phi_{n,y}(X, \bar{x}) = 0, \quad (15)$$

$$P \cdot a \Phi_{n,y}(X, \bar{x}) = 0 \quad (16)$$

をもって、bi-local 場の波動方程式とする。ただし、波動関数は  $n$  に依存して  $y$  をパラメーターとして持つため、改めて  $\Phi \rightarrow \Phi_{n,y}$  と記した。

(15) と (16) は互いに両立し、 $a|0\rangle = 0$  を満たす基底状態に対し 2 乗質量  $M_{n,y}(0)^2 = 4(4\kappa_y + e^{-2\bar{y}}\omega + \lambda_n)$  を与える。また、重心静止系でスピン  $J$  を有する励起状態は、

$$|\Phi_{\mu_1, \dots, \mu_J}^{(m)}\rangle = (\hat{a}^\dagger)^m \hat{a}_{(\mu_1}^\dagger \hat{a}_{\mu_2}^\dagger \dots \hat{a}_{\mu_J)}^\dagger |0\rangle \quad (m = 0, 1, \dots; J = 0, 1, \dots), \quad (17)$$

の形に書くことができる。ここで  $\hat{a}_\mu^\dagger = (\eta_{\mu\nu} - P_\mu P_\nu / P^2) a^{\dagger\nu}$  であり、 $\hat{a}_{(\mu_1}^\dagger \hat{a}_{\mu_2}^\dagger \dots \hat{a}_{\mu_J)}^\dagger$  はベクトル添え字に関して完全対称で任意の添え字対の縮約 (トレース) が 0 になる組み合わせを表す。(17) は固有値方程式  $N|\Phi_{\mu_1, \dots, \mu_J}^{(m)}\rangle = (2m + J)|\Phi_{\mu_1, \dots, \mu_J}^{(m)}\rangle$  を満たし、2 乗質量  $M_{n,y}(J, m)^2 = (8\kappa_y)(J + 2m) + M_{n,y}(0)^2$  の状態を表す。従って、 $m = 0$  の状態が、スローパラメータ  $\alpha'_y = (8\kappa_y)^{-1}$  の親 Regge 軌道上の粒子状態を表し、 $m > 0$  の状態がスピン  $J$  で質量の異なる娘軌道上の粒子を表す (Fig.2)。スピンの異なる状態は互いに独立であり、波動方程式を満たすスピン  $J$  の状態は

$$\begin{aligned} \Phi_{n,y;\mu_1 \dots \mu_J}(X, \bar{x}) &= \sum_{m=0}^{\infty} \int d^4 P \delta^{(4)}(P^2 + M_{n,y}(J, m)^2) e^{iP \cdot X} \\ &\quad \times C_{(m)}(P) \left( \frac{\pi}{\kappa_y} \right) \langle \bar{x} | \Phi_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_J}^{(m)} \rangle, \end{aligned} \quad (18)$$

と書ける。ここで

$$|\bar{x}\rangle = \left( \frac{\kappa_y}{\pi} \right) e^{-\frac{1}{2} a^\dagger \cdot a^\dagger + \sqrt{2\kappa_y} a^\dagger \cdot \bar{x}} |0\rangle e^{-\frac{1}{2} \kappa_y \bar{x}^2} \quad (19)$$

は、固有値方程式  $\bar{x}|\bar{x}'\rangle = \bar{x}'|\bar{x}\rangle$  の解であり、 $\langle \bar{x}' | \bar{x}'' \rangle = \delta^4(\bar{x}' - \bar{x}'')$  を満たす。これを用いて、 $\langle \bar{x} | \Phi_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_J}^{(m)} \rangle$  は具体的に

$$\begin{aligned} \left( \frac{\pi}{\kappa_y} \right) \langle \bar{x} | \Phi_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_J}^{(m)} \rangle &= \left( \frac{\pi}{\kappa_y} \right) \left( \frac{\partial}{\partial k} \cdot \frac{\partial}{\partial k} \right)^m \frac{\partial}{\partial k^{\mu_1}} \dots \frac{\partial}{\partial k^{\mu_J}} \langle \bar{x} | e^{k \cdot \hat{a}^\dagger} |0\rangle \Big|_{k=0} \\ &\equiv e^{\frac{1}{2} \kappa_y \hat{x}^2} S_{\mu_1 \dots \mu_J}^{(m)}(\sqrt{2\kappa_y} \hat{x}) \end{aligned} \quad (20)$$

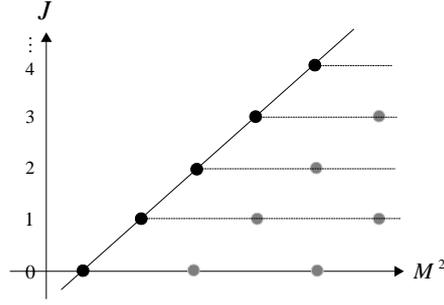


Figure 2: Bi-Local 場の Regge 軌道

左端の直線上に親 Regge 軌道の粒子が存在し、縮約によりこのスピンを下げた状態に対応する娘軌道上の粒子が内側に存在する。粒子の質量は、 $\alpha'_y \rightarrow \infty$  の極限で基底状態の質量に縮退する。

の手順で求めることができる。結果は単純ではないが、 $\kappa_L = 0$  となる IR-brane 場では  $\Phi_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_J}^{(m)}$  の対称性により簡単になり、 $J = 0$  の状態に対しては  $S_0^{(m)}(0) = (-1)^m (2m+1)!!$  であるが、 $J \neq 0$  の状態に対しては  $S_{\mu_1 \dots \mu_J}^{(m)}(0) = 0$  となってしまう。かくして、IR-brane 場にある bi-local 場は  $J = 0$  の状態のみが残り、

$$\Phi_{n,y;0}(X, \bar{x}) = \sum_{m=0}^{\infty} \int d\mu(P) C_{(m)}(P) S_0^{(m)}(0) e^{iP \cdot X} \quad (21)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \int d\mu(P) \phi_P^{(m)}(x^{(1)}) \phi_P^{(m)}(x^{(2)}), \quad (22)$$

ただし

$$d\mu(P) = d^4 P \delta^{(4)}(P^2 + M_{n,y}(J, m)^2),$$

$$\phi_P^{(m)}(x^{(i)}) = e^{\frac{i}{2} P \cdot x^{(i)}} \sqrt{C_{(m)}(P) S_0^{(m)}(0)} \quad (23)$$

の形に求まる。 $J = 0$  の粒子の質量はすべて  $M_{n,L}(0)^2 (\simeq 0)$  に縮退しており、 $m$  に関する和を  $N$  で切断すれば、(22) が  $O(N)$  対称場を背景とする集団場の  $N \rightarrow \infty$  極限であることが分かる。かくして、(22) が (3) と比べるべき結果であり、AdS<sub>5</sub> 時空を表す warp 計量の階層構造により、IR-brane 上でテンションの無い bi-local 系が自然に実現されることの結論である。

### 3 まとめ

この仕事では、Randall-Sundrum 型の AdS<sub>5</sub> 時空に埋め込まれた bi-local 系の理論を調べ、その一粒子波動関数 (bi-local 場) の性質を調べた。その際、bi-local 系の粒子間ポテンシャルは測地

の間隔の一次関数として定義した。この結果、各 brane 上に切り出された bi-local 場の波動方程式は、brane 位置に依存する基底状態の質量と Regge スロープパラメーターをもつことを除けば、平坦な時空の bi-local 場と同等のものになることが示された。このような bi-local 場は、bulk 内では粒子間の振動により高階スピン場を生成するが、brane の位置が IR-brane に近づくにつれ warp 計量の階層構造によりスロープパラメーターが無限大に近づき、自然に 0 スピンの状態のみが生き残ることが分かった。ただし、bi-local 系の構成子が bulk 内で束縛状態を作っていた履歴として、構成子は IR-brane においても同一の運動量を持つと言う特徴を持った。上に得られた結果の意味や、波動方程式を導出するにあたって加えた幾つかの要請の本質を明らかにすることは、今後の検討を加えるべき重要で興味深い課題と言える。

## References

- [1] B. de Wit and D.Z. Freedman, Phys. Rev. D 21 (1980) 358  
E. S. Fradkin and M. A. Vasiliev, Phys. Lett. B189, 89 (1987).  
A brief history can be found in  
E. Sezgin and P. Sundell, arXiv: hep-th/0105001
- [2] I. R. Klebanov and A. M. Polyakov, Phys. Lett. B550, 213 (2002).  
E. Sezgin and P. Sundell, Nucl. Phys. B644, 303 (2002)
- [3] R. d. M. Koch, A. Jevicki, K. Jin, and J. Rodrigues, Phys. Rev. D83, 025006 (2011).  
S. R. Das and A. Jevicki, Phys. Rev. D68, 044011 (2003).  
A. Jevicki, K. Jin and Q. Ye, arXiv:1212.5215 [hep-th]  
K. Jin, arXiv:1304.0258v2 [hep-th]
- [4] H. Yukawa, Prog. Theor. Phys. **3**, 205 (1948).  
H. Yukawa, Phys. Rev. **77**, 219 (1950)
- [5] O. Hara and H. Shimazue, Prog. Theor. Phys. **5**, 1055 (1950).
- [6] T. Takabayashi, Nuovo Cimento **33**, 668 (1964).  
T. Gotō, S. Naka and K. Kamimura, *On the Bi-Local Model and String Model*  
in Prog. Theor. Phys. Suppl. **67**, 69 (1979).
- [7] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370 (1999); **83**, 4690 (1999).
- [8] N. Kanda and S. Naka, Prog. Theor. Exp. Phys. 2015, 033B10.
- [9] B. S. DeWitt, *Dynamical Theory of Groups and Fields in Relativity, Group and Topology*, Lectures  
Delivered at Les Houches 1963 (Gordon and Breach, Science Publishers, Inc.)

## 2次元共形場理論の非相対論的極限について

日本大学理工学部

三輪光嗣

### 1 導入

共形対称性を持つ場の理論と反ドジッター時空中の超弦理論の間の対応関係は、ハドロン物理から物性物理に至る広い領域で応用されている。過去にはBPS演算子やBPSから少し外れたBMN演算子等の可解な系に着目することで、この対応関係に対する理解の進展があった。共形場理論側と超弦理論側双方における可解性は、この対応関係を理解する上で重要な役割を担うと考えられる。こうした視点に立つと、反ドジッター時空中の超弦理論や共形場理論において解析可能な新しい系を探す研究は興味深い。参考文献 [1] ではこうした動機に基づいた試みの一つとして共形場理論の非相対論的極限に関する研究が行われた。ローレンツ不変な  $d$ 次元の共形場理論は  $d \geq 3$  では有限次元の共形代数を理論の対称性として持っている。その共形代数に対して適当な極限操作を施すことで、ガリレイ変換を含む代数であるガリレイ共形代数 (GCA) が得られる。このとき、元のローレンツ変換を含む共形代数が有限次元であるため、極限操作によって得られる GCA も有限次元の代数となる。参考文献 [1] において見出された興味深い事実は、この有限次元の GCA が自然な形で無限次元代数に拡張できるということであった。本講演では著者と R.Gopakumar 氏、A.Bagchi 氏、I.Mandal 氏との共同研究 [2] に基づいて2次元共形場理論における非相対論的極限に関する研究を紹介した。この報告書では講演の内容を簡単にまとめる。

### 2 2次元共形代数の非相対論的極限

2次元共形場理論の場合には、非相対論的極限を取らずともローレンツ共変的な理論の段階で、無限次元の代数であるピラソロ代数が理論の対称性として存在する。このため、参考文献 [1] で見出された無限次元 GCA とピラソロ代数の関係を理解することが一つの目標となる。2次元座標  $t, x$  を組み替えた座標  $z = t + x, \bar{z} = t - x$  を用いてピラソロ代数の生成子は  $\mathcal{L}_n = -z^{n+1}\partial_z, \bar{\mathcal{L}}_n = -\bar{z}^{n+1}\partial_{\bar{z}}$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) のように与えることができる。ここで  $\mathcal{L}_n \pm \bar{\mathcal{L}}_n$  という組み合わせを考えて参考文献 [1] で議論された極限操作  $t \rightarrow t, x \rightarrow \epsilon x, (\epsilon \rightarrow 0)$  を考える。

$$\mathcal{L}_n + \bar{\mathcal{L}}_n \rightarrow -t^{n+1}\partial_t - (n+1)t^n x \partial_x + \mathcal{O}(\epsilon^2), \quad \mathcal{L}_n - \bar{\mathcal{L}}_n \rightarrow -\frac{1}{\epsilon}t^{n+1}\partial_x + \mathcal{O}(\epsilon) \quad (1)$$

これら2つの式の第1項目に現れる演算子を新たに  $L_n = -t^{n+1}\partial_t - (n+1)t^n x \partial_x, M_n = t^{n+1}\partial_x$  として定義すると、これらの演算子の間には  $[L_m, L_n] = (m-n)L_{m+n}, [L_m, M_n] = (m-n)M_{m+n}, [M_m, M_n] = 0$  という交換関係が成り立つ。また、より興味深い設定として、セントラルチャージ  $c, \bar{c}$  を持つピラソロ代数の生成子  $\mathcal{L}_n, \bar{\mathcal{L}}_n$  に対して  $L_n = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\mathcal{L}_n + \bar{\mathcal{L}}_n), M_n = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon(\bar{\mathcal{L}}_n - \mathcal{L}_n)$

によって  $L_n$ 、 $M_n$  を定義すると、これらの間の交換関係は以下のようになる。

$$[L_m, L_n] = (m - n)L_{m+n} + C_1 m(m^2 - 1)\delta_{m+n,0}, \quad (2)$$

$$[L_m, M_n] = (m - n)M_{m+n} + C_2 m(m^2 - 1)\delta_{m+n,0}, \quad (3)$$

$$[M_m, M_n] = 0 \quad (4)$$

ただし、 $C_1$ 、 $C_2$  は元のピラソロ代数のセントラルチャージ  $c$ 、 $\bar{c}$  を用いて  $C_1 = \frac{c+\bar{c}}{12}$ 、 $C_2 = \epsilon \frac{\bar{c}-c}{12}$  のように定義した。こうして得られた代数は [1] において見出された無限次元 GCA の 2 次元のものとなっている。 $C_1$  と  $C_2$  の定義から分かるように、極限操作の後に有限の  $C_1$ 、 $C_2$  を残すためには  $c$  と  $\bar{c}$  を逆符号でそれぞれ  $\epsilon^{-1}$  のオーダーに取る必要がある。論文 [2] では、まずこの代数の表現を議論した。またこの代数を対称性として持つ 2 次元場の理論を仮定して、その 2 点関数および 3 点関数やヌル状態、フュージョンルール、4 点関数等を解析した。講演では時間の都合上、表現、2 点関数、3 点関数についてレビューを行った。

### 3 2次元 GCA の表現

2次元 GCA の表現を構成するにあたって、通常の共形代数同様  $L_0$  の固有状態に着目する。

$$L_0|\Delta\rangle = \Delta|\Delta\rangle \quad (5)$$

交換関係から容易に分かるように  $L_n$  や  $M_n$  が  $|\Delta\rangle$  に作用すると、 $n < -1$  の上昇演算子の場合は  $L_0$  の固有値が一つ上がり、 $n \geq 1$  の下降演算子の場合は固有値が一つ下がる。そこでプライマリー状態  $|\Delta\rangle$  を、下降演算子によって消える状態として次の条件式によって定義する。

$$L_n|\Delta\rangle = 0, \quad M_n|\Delta\rangle = 0, \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (6)$$

$M_0$  と下降演算子との交換関係が下降演算子のみを含むことを考慮すると、プライマリー状態  $|\Delta\rangle$  に対して  $M_0|\Delta\rangle$  はやはりプライマリー状態であることが分かる。ここでプライマリー状態は  $M_0$  の固有状態に取ることができると仮定し、その固有値を  $\xi$  と書くことにする。

$$L_0|\Delta, \xi\rangle = \Delta|\Delta, \xi\rangle, \quad M_0|\Delta, \xi\rangle = \xi|\Delta, \xi\rangle \quad (7)$$

こうして定義されたプライマリー状態に対して上昇演算子を作用させることでセカンダリー状態を定義する。一般的なセカンダリー状態は次のような形をしている。

$$L_{-n_1} \cdots L_{-n_k} M_{-m_1} \cdots M_{-m_\ell} |\Delta, \xi\rangle \quad (8)$$

セカンダリー状態の持つ注意すべき性質として、この状態が  $L_0$  の固有状態ではあるが一般には  $M_0$  の固有状態ではなく、しかも状態の線形結合を取り直しても  $M_0$  の作用を対角化することができないという点が挙げられる。このことはレベル 1 のセカンダリー状態において確認することが

できる。レベル1のセカンダリー状態としては  $L_{-1}|\Delta, \xi\rangle$  と  $M_{-1}|\Delta, \xi\rangle$  の二つが存在し、これらに対する演算子  $M_0$  の作用は次のようになる。

$$M_0 \begin{pmatrix} L_{-1}|\Delta, \xi\rangle \\ M_{-1}|\Delta, \xi\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi & 1 \\ 0 & \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{-1}|\Delta, \xi\rangle \\ M_{-1}|\Delta, \xi\rangle \end{pmatrix} \quad (9)$$

この式の右辺の行列は対角化することができない。 $M_0$  のこうした性質はセカンダリー状態を前節の極限操作に基づいて考え直すことで理解できる。まず、前節の極限操作に基づくと  $L_0$ 、 $M_0$  は次のように定義されることになる。

$$L_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\mathcal{L}_0 + \bar{\mathcal{L}}_0), \quad M_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon (\bar{\mathcal{L}}_0 - \mathcal{L}_0) \quad (10)$$

このため  $\mathcal{L}_0$ 、 $\bar{\mathcal{L}}_0$  の固有値をそれぞれ  $h$ 、 $\bar{h}$  と書くと、これらと  $\Delta$ 、 $\xi$  との関係およびプライマリー状態間の関係は次のように与えられる。

$$\Delta = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (h + \bar{h}), \quad \xi = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon (\bar{h} - h), \quad |\Delta, \xi\rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} |h, \bar{h}\rangle \quad (11)$$

同様にレベル1のセカンダリー状態も極限操作によって次のように導入される。

$$L_{-1}|\Delta, \xi\rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\mathcal{L}_{-1} + \bar{\mathcal{L}}_{-1})|h, \bar{h}\rangle, \quad M_{-1}|\Delta, \xi\rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon (\bar{\mathcal{L}}_{-1} - \mathcal{L}_{-1})|h, \bar{h}\rangle \quad (12)$$

ここで注意すべきことは、セカンダリー状態の式の右辺に現れた極限操作を施す前の状態が  $\mathcal{L}_0 + \bar{\mathcal{L}}_0$  の固有状態ではあるが、 $\bar{\mathcal{L}}_0 - \mathcal{L}_0$  の固有状態ではないということである。極限をとる前は状態の線形結合を取り直すことで  $\bar{\mathcal{L}}_0 - \mathcal{L}_0$  の固有状態を作ることができるが、一旦極限をとってしまうと有限係数の線形結合では  $M_0$  の固有状態を作ることができない。このことが GCA のセカンダリー状態が  $M_0$  の作用を対角化できないことに対する一つの説明である。

論文 [2] では状態の内積や演算子のエルミート共役を極限操作に基づいて導入し、その場合にはここで与えた表現が一般的には非ユニタリーとなることを議論している。このことはセントラルチャージ  $C_1$ 、 $C_2$  や  $\Delta$ 、 $\xi$  を定義する際の極限操作からも容易に期待されることである。

この節の最後に状態と演算子の対応について触れておく。極限をとる前の共形場理論ではプライマリー状態  $|h, \bar{h}\rangle$  に対応してプライマリー演算子  $\phi_{h, \bar{h}}(z, \bar{z})$  が存在する。ここではこの演算子に対しても極限操作が可能であると仮定し、極限で得られる演算子を  $\phi_{\Delta, \xi}(t, x)$  と書くことにする。

## 4 相関関数

次に GCA を用いて相関関数の形を議論する。この報告書では研究会でも触れた2点関数と3点関数の解析のみを紹介する。高次元の GCA においても同様の議論が可能であり、2次元の研究 [2] 以前に共同研究者である A.Bagchi 氏と I.Mandal 氏によって一般次元での2点関数と3点関数の形が求められていた [3]。また [2] では4点関数の形も議論しているが、ここでは触れない。

GCA の下での場の変換性に基づいて相関関数を計算するが、場の変換性はローレンツ共変的な場の理論の極限を考えることで以下のように定める。

$$\delta_{L_n} \phi_{\Delta, \xi}(t, x) = \left[ t^{n+1} \partial_t + (n+1)t^n x \partial_x + (n+1)(\Delta t^n - n \xi t^{n-1} x) \right] \phi_{\Delta, \xi}(t, x) \quad (13)$$

$$\delta_{M_n} \phi_{\Delta, \xi}(t, x) = \left[ -t^{n+1} \partial_x + (n+1)\xi t^n \right] \phi_{\Delta, \xi}(t, x) \quad (14)$$

また、以下の議論は  $L_0$ 、 $L_{\pm 1}$ 、 $M_0$ 、 $M_{\pm 1}$  によって消える真空の存在を仮定している。

2点関数の議論から始める。プライマリ演算子の2点関数を  $G^{(2)} = \langle \phi_{\Delta_0, \xi_0}(t_0, x_0) \phi_{\Delta_1, \xi_1}(t_1, x_1) \rangle$  のように書く。時空の並進に対応する  $L_{-1}$ 、 $M_{-1}$  およびスケール変換  $L_0$  の下での不変性を要請して  $G^{(2)}$  を次の形に書く。

$$G^{(2)} = t_{01}^{-\Delta_0 - \Delta_1} \mathcal{G}^{(2)} \left( \frac{x_{01}}{t_{01}} \right) \quad (15)$$

ただし、 $\mathcal{G}^{(2)}$  は未知関数であり、 $t_{01} = t_0 - t_1$ 、 $x_{01} = x_0 - x_1$  である。次にブーストに対応する変換  $M_0$  の下での不変性を課すと未知関数  $\mathcal{G}^{(2)}$  の形が  $\mathcal{G}^{(2)} \propto e^{(\xi_0 + \xi_1) \frac{x_{01}}{t_{01}}}$  と定まる。最後に特殊共形変換に対応する  $L_1$ 、 $M_1$  の下での不変性により  $\Delta_0 = \Delta_1$ 、 $\xi_0 = \xi_1$  となる。以上より GCA を対称性として持つ理論におけるプライマリ演算子の2点関数の形は以下のように定まる。

$$\langle \phi_{\Delta, \xi}(t_0, x_0) \phi_{\Delta, \xi}(t_1, x_1) \rangle \propto t_{01}^{-2\Delta} e^{2\xi \frac{x_{01}}{t_{01}}} \quad (16)$$

次に3点関数の説明をする。2点関数の場合同様  $L_{-1}$ 、 $M_{-1}$ 、 $L_0$  の下での不変性によって3点関数  $G^{(3)} = \langle \phi_{\Delta_0, \xi_0}(t_0, x_0) \phi_{\Delta_1, \xi_1}(t_1, x_1) \phi_{\Delta_2, \xi_2}(t_2, x_2) \rangle$  の形は以下のように書くことができる。

$$G^{(3)} = t_{01}^{-\Delta_0 - \Delta_1 - \Delta_2} \mathcal{G}^{(3)} \left( \frac{t_{02}}{t_{01}}, \frac{x_{01}}{t_{01}}, \frac{x_{02}}{t_{02}} \right) \quad (17)$$

$\mathcal{G}^{(3)}$  は未知関数である。 $M_0$ 、 $L_1$ 、 $M_1$  の下での不変性を課すと未知関数の形が定まり、最終的に3点関数の形は以下のように決まる。

$$\begin{aligned} \langle \phi_{\Delta_0, \xi_0}(t_0, x_0) \phi_{\Delta_1, \xi_1}(t_1, x_1) \phi_{\Delta_2, \xi_2}(t_2, x_2) \rangle &\propto t_{01}^{-(\Delta_0 + \Delta_1 - \Delta_2)} t_{02}^{-(\Delta_0 + \Delta_2 - \Delta_1)} t_{12}^{-(\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_0)} \\ &\times \exp \left( (\xi_0 + \xi_1 - \xi_2) \frac{x_{01}}{t_{01}} + (\xi_0 + \xi_2 - \xi_1) \frac{x_{02}}{t_{02}} + (\xi_1 + \xi_2 - \xi_0) \frac{x_{12}}{t_{12}} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

[2] で議論されているように、このようにして求めた2点関数、3点関数の形はローレンツ共変的な相関関数に対して極限操作を施すことでも求めることができる。

## References

- [1] A. Bagchi and R. Gopakumar, “Galilean conformal algebras and AdS/CFT,” JHEP **0907** (2009) 037.
- [2] A. Bagchi, R. Gopakumar, I. Mandal and A. Miwa, “GCA in 2d,” JHEP **1008** (2010) 004.
- [3] A. Bagchi and I. Mandal, “On representations and correlation functions of Galilean conformal algebras,” Phys. Lett. B **675** (2009) 393.

# On the quest for dark energy potentials in quintessence – Thawing model is preferable? –

Tetsuya Hara, Daiki Okada, and Yutaka Itoh

*Department of Physics, Kyoto Sangyo University, Kyoto 603-8555, Japan*

## 1 Introduction

Two theoretical viewpoints have been proposed so far to explain the accelerated universe. One is associated with modification of gravity. The other is associated with vacuum energy and/or matter field theories. From the latter viewpoint, we explore the possibilities of the scalar fields in quintessence models and study how relevant to the dark energy.

Since the scalar field theories involve  $n$  independent parameters, we notice that in principle  $n$  time derivatives of the equation of state with observable  $\Omega_Q$  and  $w$  are enough to specify the scalar potentials and to predict the higher derivatives. In the paper [1], we have carried out the calculations of the third derivative of the equation of state for five scalar potentials to identify the models and to predict the future observations. The first and second derivatives have been reported in the paper [2].

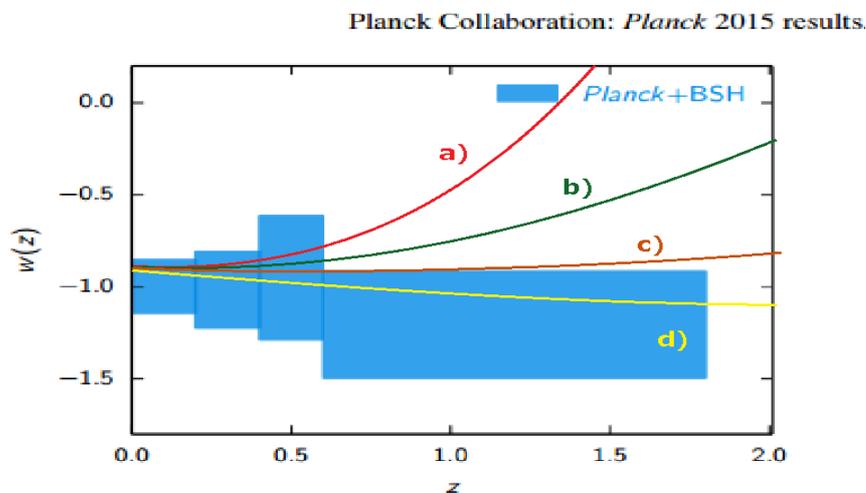


Figure 1: From the observations, the reconstructed equation of state  $w(z)$  as a function of red shift  $z$  where  $1+z = 1/a$  [3]. The simulated curves in Table 1 are designated by signs.

Recent Planck and other observations for  $w(z)$  are shown in Fig. 1 [3]. The typical values for each  $z$  are adopted and the derived values of  $dw/da$  and  $d^2w/da^2$  are estimated in Table 1.

	$z = 0.1$	$z = 0.3$	$z = 0.5$	$dw/da$	$d^2w/da^2$	sign
$w(z)$	-0.90	-0.91	-0.85	0.45	5.42	a)
$w(z)$	-0.90	-0.91	-0.90	0.17	1.39	b)
$w(z)$	-0.90	-0.93	-0.95	0.23	0.16	c)
$w(z)$	-0.90	-0.93	-0.958	0.18	-0.48	d)

Table 1: The values of  $w(z)$  for each  $z$  are adopted and the values  $dw/da$  and  $d^2w/da^2$  are estimated. The typical values are designated by signs, which are shown in Fig. 1 and plotted in Fig.2

Usually, the variation of the equation of state  $w$  for the dark energy is described by [4]

$$w(a) = w_0 + w_a(1 - a), \quad (1)$$

where  $a$ ,  $w_0$ , and  $w_a$  are the scale factor ( $a = 1$  at current), the current value of  $w(a)$  and the first derivative of  $w(a)$  by  $w_a = -dw/da$ , respectively.

We have extended the parameter space, in the paper [1],

$$w(a) = w_0 + w_a(1 - a) + \frac{1}{2}w_{a2}(1 - a)^2 + \frac{1}{3!}w_{a3}(1 - a)^3, \quad (2)$$

where  $w_{a2} = -d^2w/da^2$  and  $w_{a3} = -d^3w/da^3$ .

We follow the single scalar field formalism of Steinhardt *et al.* (1999) [5, 6] and investigate three potentials for so-called freezing model [7], in which the field is rolling towards down its potential minimum, as  $V = M^{4+\alpha}/Q^\alpha$  (inverse power law) [8],  $V = M^4 \exp(\beta M/Q)$  (exponential), and  $V = M^{4+\gamma}/Q^\gamma \exp(\zeta Q^2/M_p^2)$  (mixed). In this freezing model,  $w(z)$  approaches to -1.

We study other two potentials for so-called thawing model, in which the field is nearly constant at first and then starts to evolve slowly down the potential;  $V = M^4(\cos(Q/f) + 1)$  (cosine) and  $V = M^4 \exp(-Q^2/\sigma^2)$  (Gaussian). In this thawing model,  $w(z)$  starts from -1 and increases later.

Because four of the above mentioned potentials have two parameters, it is necessary to calculate the third derivative of  $w$  for them to estimate the predict values. If they are the predicted one, it will be understood that the dark energy could be described by the scalar field with this potential. At least it will satisfy the necessary conditions. Numerical analysis are made for  $d^3w/da^3$  under some specified parameters in the investigated potentials except mixed one which has three parameters [1].

## 2 Equation of state $w_Q$ by a scalar field

For the dark energy, we consider a scalar field  $Q(\mathbf{x}, t)$ , where the action for this field in the gravitational field is described by

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{1}{16\pi G} R + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu Q \partial_\nu Q - V(Q) \right] + S_M, \quad (3)$$

where  $S_M$  is the action of the matter field and  $G$  is the gravitational constant, occasionally putting  $G = 1$  [4]. Neglecting the coordinate dependence, the equation for  $Q(t)$  becomes

$$\ddot{Q} + 3H\dot{Q} + V' = 0, \quad (4)$$

where  $H$  is the Hubble parameter, over-dot is the derivative with time, and  $V'$  is the derivative with  $Q$ . The equation of state  $w_Q$  due to the scalar field is described by

$$w_Q \equiv \frac{p_Q}{\rho_Q} = \frac{\frac{1}{2}\dot{Q}^2 - V}{\frac{1}{2}\dot{Q}^2 + V}. \quad (5)$$

We put  $w_Q = -1 + \Delta$  for the later convenience ( $0 < \Delta < 0.2$ ).

## 3 Second, and Third derivative of $w_Q$

The detailed calculations of the second, and third derivatives of  $w_Q$  for potentials are displayed in the paper [1]. The numerical calculations for the freezing and thawing models under limited parameters are analyzed there.

In Fig. 2, the curve for  $\alpha = 0$  is presented for the case of  $V = M^{4+\alpha}/Q^\alpha$  with  $\Delta = 0.1$  by the red solid curve in the  $dw_Q/da$  and  $d^2w_Q/da^2$  coordinates. The signature of  $\alpha$  will change beyond the parabolic curve. We assume  $\alpha > 0$ , so that the upper part of the red curve is forbidden for this potential and the freezing type potentials as well. The green (inner) dotted curve is the case of  $V = M^4(\cos(Q/f) + 1)$  with  $\Delta = 0.1$ . Upper part of the green dotted curve is allowed region for this potential. The allowed region of the other thawing potential (Gaussian) is the upper part of the red curve.

The interesting point is that the forbidden regions for the freezing type potentials are allowed region for the thawing type potentials and the reverse is also true. It is possible to distinguish the potentials among each type due to the different predicted values of  $d^3w_Q/da^3$  [1], however it is necessary to make accurate observations for the values of  $dw_Q/da$ ,  $d^2w_Q/da^2$ ,  $d^3w_Q/da^3$  and other parameters such as  $\Delta$ .

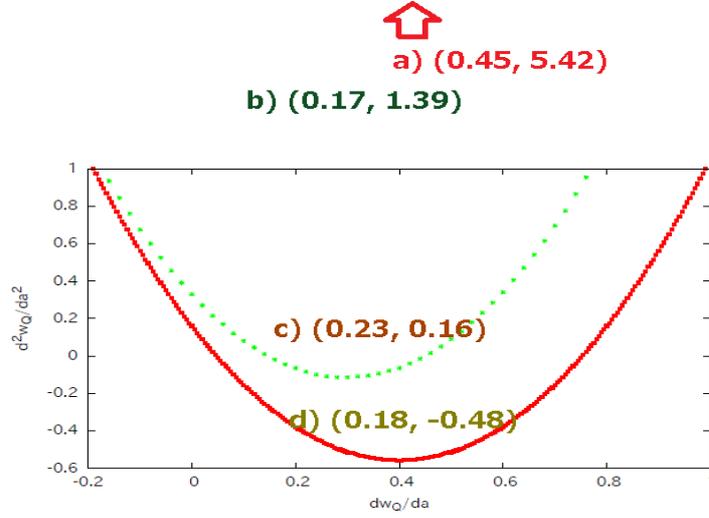


Figure 2: The curve for  $\alpha = 0$  is presented for the case of  $V = M^{4+\alpha}/Q^\alpha$  with  $\Delta = 0.1$  by the red solid curve in the  $dw_Q/da$  and  $d^2w_Q/da^2$  coordinates. The signature of  $\alpha$  will change beyond the parabolic curve and the upper part is forbidden for the freezing model. The lower part of this curve is forbidden for the thawing model (Gaussian type). The upper part of the green (inner) dotted curve is allowed region for thawing model of  $V = M^4(\cos(Q/f) + 1)$  with  $\Delta = 0.1$ . The typical values adopted in Table 1 are plotted. Notice that the values of  $d^2w_Q/da^2$  for a) and b) are out of frame.

## 4 Conclusion

At present, backward observations, such as Planck, baryon acoustic oscillation, Supernova Ia, Hubble constant, weak lensing, and red shift distortion, have been undertaken to estimate  $w_Q$  at the age  $(1+z)$  as in Fig. 1 [3]. From Fig. 1, the rough values of  $w(a = a_0)$ ,  $dw/da$  and  $d^2w/da^2$  have been estimated which are presented in Table 1. They are pointed in the  $dw_Q/da$  and  $d^2w_Q/da^2$  plane in Fig. 2.

The adopted values from observation show  $-0.5 < dw_Q^2/da^2 < 6$  within the region  $0.1 < dw_Q/da < 0.5$ . Although there is a lot of uncertainty, at the moment, it seems to be preferable for the thawing model against the freezing model under the comparison with the numerical results and the observations [3].

If  $\Delta < 0$  is correct in Fig. 1, we must consider fully different models such as phantoms, quintom, k-essence, chameleon, tachyon, dilaton, modified gravity theory, and so on [9].

## References

- [1] Y. Muromachi, Akira Okabayashi, Daiki Okada, T. Hara, and Y. Itoh, *Search for dark energy potentials in quintessence*, Prog. Theor. Exp. Phys., **2015**, 093E01 (2015), [arXiv:1503.03678 [astro-ph]].
- [2] T. Hara, R. Sakata, Y. Muromachi, and Y. Itoh, *Time variation of Equation of State for Dark Energy*, Prog. Theor. Exp. Phys., **2014**, 113E01 (2014), [arXiv:1409.2726 [astro-ph]].
- [3] Planck Collaborations: P. A. R. Ade, *et al. Planck 2015 Results. XIV. Dark energy and Modified gravity*, [arXiv:1502.01590[astro-ph]].
- [4] E. V. Linder, *Exploring the expansion history of the universe*, Phys. Rev. Lett. **90** (2003), 091301, [arXiv:0208512v1 [astro-ph]].
- [5] P. J. Steinhardt, L. Wang and I. Zlatev, *Cosmological tracking solutions*, Phys. Rev. **D 59** (1999), 123504.
- [6] I. Zlatev, L. Wang, P. J. Steinhardt, *Quintessence, Cosmic Coincidence, and the Cosmological Constant*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999), 896.
- [7] R. R. Caldwell and E. V. Linder, *Limits of Quintessence*, Phys. Rev. Lett. **95** (2005), 141301.
- [8] P. J. E. Peebles and B. Ratra, *The Cosmology with a time-variable cosmological “constant”*, Astrop. J. **325** (1988), L17.
- [9] L. Amendola and S. Tsujikawa, *Dark Energy*, (Cambridge University Press, Cambridge, 2010).

## 宇宙項問題の解決に向けて

京都産業大学 理学部/益川塾

九後 太一

### 1 はじめに：宇宙項問題とは何か？

宇宙項問題は、ともに良く確立した

標準模型（場の量子論） $\iff$  Einstein 重力理論

の二つの理論にまたがる**黒い雲**として広く認識されている。しかし、問題の本質は決して正しく認識されていない。問題設定が正しくなされていない問題は決して解くことはできないので、正しい問題設定の仕方を先ず明らかにしたい、というのがこの話の目的である。

最近観測された**暗黒エネルギー**  $\Lambda_0$  は、ほとんど**宇宙定数 (CC)** と見なせるようである：

$$\text{現在の CC の観測値 } 10^{-29} \text{ gr/cm}^3 \sim 10^{-47} \text{ GeV}^4 \equiv \Lambda_0 \quad (1)$$

この極めて小さな CC は、我々の問題にする宇宙項問題のスケールからすれば実質ゼロであって、その存在と値は我々の問題が解けた暁に理解される筈で、ここでは問題にしない。しかし、以下の我々の議論の**スケール単位**として  $\Lambda_0$  を使うこととする。

宇宙項問題の本質的な問題点は、そこに**多くのエネルギースケールが含まれている点**にある! ということを先ず指摘しておきたい。すなわち、この自然界にはスケールの異なる**対称性のダイナミカル (自発的) な破れ**が多重に存在し、それらが必然的に**真空凝縮エネルギー**を伴っている、という点である。

特に、標準模型 (Standard Model) の成功から、少なくとも二つの対称性の自発的破れがあることは間違いない。すなわち、Higgs 凝縮による電弱対称性の破れと、クォーク対凝縮によるカイラル対称性の破れ、である。その凝縮エネルギーのスケールは、

$$\begin{aligned} \text{Higgs 凝縮} &\sim (200 \text{ GeV})^4 \sim 10^9 \text{ GeV}^4 \sim 10^{56} \Lambda_0 \\ \text{QCD カイラル凝縮 } \langle \bar{q}q \rangle^{4/3} &\sim (200 \text{ MeV})^4 \sim 10^{-3} \text{ GeV}^4 \sim 10^{44} \Lambda_0 \end{aligned} \quad (2)$$

現在観測されている CC 値  $\Lambda_0$  に比べてそれぞれ 56 桁、44 桁大きい。我々のこの平坦で静かな宇宙が存在しているという事実は、間違いなく存在するはずのこれらの凝縮エネルギーが**全く宇宙定数に効いていない!**ことを意味する。すなわち、Einstein 重力は、これらの凝縮エネルギーを全く感知していないのである。

これは実は **Super fine tuning problem** (超微細調整問題) なのである。

今簡単のため、自然界の対称性の破れが上の二つだけだとしよう。そうして高エネルギー側からエネルギーを下げて行く方向で、実際に自然界で起こっていることを考えて見よう。そうする

と、先ず 100GeV あたりまで降りてくると、電弱対称性の破れが起こるが、それに付随した真空凝縮エネルギー  $10^{56}\Lambda_0$  は、最初に用意した宇宙定数  $c$  で相殺されなければならない。しかも実は完全に相殺させてはダメで、 $1/10^{12}$  部分は残しておかないといけない。それは、さらに 3 桁下がった 100MeV あたりまで降りて来たときには、QCD 相互作用でカイラル対称性の自発的破れが起こるので、そのクォーク対凝縮のエネルギー  $10^{44}\Lambda_0$  を相殺させる量だけを残しておく必要があるからである。しかもまた、ここでも完全な相殺はダメで、現在の値  $\Lambda_0$  は残しておかねばならないので、 $1/10^{44}$  部分を残しての相殺である。すなわち、図示すると、高エネルギー側から順次次の様なことが起こっているのである：

$$\begin{aligned}
 c & : \text{最初用意された宇宙定数} \\
 c + 10^{56}\Lambda_0 & : 1/10^{12} \text{ 部分を残して、相殺が起こるべき} \\
 (c + 10^{56}\Lambda_0) + 10^{44}\Lambda_0 & : 1/10^{44} \text{ 部分を残して、相殺が起こるべき} \\
 c + 10^{56}\Lambda_0 + 10^{44}\Lambda_0 \sim \Lambda_0 & : \text{現在のダークエネルギー}
 \end{aligned} \tag{3}$$

## 2 真空エネルギー $\simeq$ 真空凝縮エネルギー

上で言ってきた対称性の自発的破れに付随する真空凝縮エネルギーというのは、分かり易く言えば、凝縮するスカラー場  $\phi$  のポテンシャルエネルギーである：

$$\text{真空凝縮エネルギー} : V(\phi) \tag{4}$$

一方、言葉がよく似ている場の理論の真空エネルギーというのがある：

$$\text{場の真空エネルギー} : \sum_{\mathbf{k},s} \frac{1}{2} \hbar \omega_{\mathbf{k}} - \sum_{\mathbf{k},s} \hbar E_{\mathbf{k}} \tag{5}$$

後者は、ボソン場の零点振動エネルギーや Dirac 場の負エネルギーレベルに詰まった粒子 (Dirac sea) のエネルギーの総和で、場の理論を習いだした初めに会う無限大の場の真空の持つエネルギーである。昔の筆者を含め、多分多くの読者の頭に「別概念」として納められているこの二つのエネルギーが、実はほとんど同じ概念だということの説明から始めよう。

例として QCD におけるカイラル凝縮を考えよう。さらに簡単の為、現実の QCD の代わりに、その平行モデルとして南部-Jona-Lasinio (NJL) 模型 [1] を考える：

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{NJL}} & = \bar{q} i \gamma^\mu \partial_\mu q + \frac{G}{4} [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q} i \gamma_5 q)^2] \\
 & \rightarrow \bar{q} (i \gamma^\mu \partial_\mu - \sigma - i \gamma_5 \pi) q - \frac{1}{G} (\sigma^2 + \pi^2)
 \end{aligned} \tag{6}$$

補助スカラー場  $\sigma \sim \bar{\psi}\psi$  と  $\pi \sim \bar{\psi}i\gamma_5\psi$  を導入すれば、そのポテンシャル  $V(\sigma, \pi)$  は、カイラル対称性から  $\sigma^2 + \pi^2$  の関数になるので、 $\pi = 0$  断面で  $V(\sigma) = V(\sigma, \pi = 0)$  を計算すれば良い:

$$V(\sigma) = \frac{1}{G}\sigma^2 - \int \frac{d^4p}{i(2\pi)^4} \ln \det(\not{p} - \sigma) \quad (7)$$

しかし、この第2項は、 $\langle \sigma \rangle$  の質量を持つ Dirac 粒子の真空エネルギー

$$- \int \frac{d^4k}{i(2\pi)^4} \ln \det(\not{k} - \sigma) = - \sum_{\mathbf{k}, s} \hbar \sqrt{\mathbf{k}^2 + \sigma^2} + (\sigma\text{-independent const})$$

になっているので、少なくともカイラル凝縮エネルギーの例では、

$$\langle \bar{q}q \rangle \text{ 凝縮エネルギー} \simeq \text{Dirac sea の真空エネルギー} \quad (8)$$

がほとんど同じだとわかる。さらに、現実の QCD に対する Shwinger-Dyson アプローチでは、クォーク質量は運動量  $p$  の関数  $\Sigma(p)$  として計算され、それは  $|p| \lesssim \Lambda_{\text{QCD}}$  あたりでしかサポートを持たないので、この真空凝縮エネルギーは massless の場合  $\sigma = 0$  に比べて有限に計算されるのである。

### 3 量子重力は無関係!

このトークで最も強調したいのは「宇宙項問題を議論すべき土俵は Einstein 重力理論であって、量子重力理論で解決されると考えるのは全く筋違い」ということである。これを説明しよう。先ず

$$\text{Einstein 重力理論は、一意的な低エネルギー有効理論} \quad (9)$$

であることを認識すべきである。これはカイラル Lagrangian

$$\mathcal{L} = f_\pi \text{tr} \left( \partial_\mu U^\dagger \partial^\mu U \right), \quad U = \exp(i\pi/f_\pi), \quad \pi = \pi^a(x)T^a$$

が低エネルギー領域  $E \lesssim f_\pi$  で（最低次の2階微分では）一意的な有効理論であったのと同じ意味で、である。我々は、強い相互作用の基本理論が QCD だということを知っているが、 $E > f_\pi$  の高エネルギー領域での基本理論が何であれ、 $E \lesssim f_\pi$  の低エネルギー領域では系は商空間  $SU(3)_L \times SU(3)_R / SU(3)_V$  に基づく南部-Goldstone (NG) ボソン場  $\pi$  で記述され、そのダイナミクスはこの非線形シグマ模型で記述される。非線形に実現されるカイラル対称性が一意的に NG ボソンの低エネルギーダイナミクス（自己結合や他の物質への結合の仕方）を決める。さらに、この Lagrangian で量子補正も計算でき、Weinberg[2] の意味でくり込める。

全く同じように、一般座標 (GC) 不変性が微分の最低次 (2次) での Lagrangian を一意的に決定し、それが Einstein-Hilbert 作用なのである。このアナロジーでついでに注目すべきは、Nakanishi-Ojima[3] により示されたように

$$\text{Graviton は、自発的破れ } GL(4) \rightarrow SO(3,1) \text{ に伴う NG テンソルボソンである} \quad (10)$$

ので、低エネルギー有効 Lagrangian を記述する場の変数が NG ボソンであることも同じである。それ故、Einstein-Hilbert 作用はカイラル Lagrangian と全く類似のもので、 $M_{\text{Pl}}$  はパイオンの崩壊定数  $f_\pi$  の対応物である：

$$S_{\text{eff}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ M_{\text{Pl}}^4 c_0 + M_{\text{Pl}}^2 R + c_2 R^2 + c_3 R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} + \dots \right\}$$

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}/M_{\text{Pl}}$$

微分無し第1項は GC 不変性と矛盾しない宇宙項であり、その自然なスケールは  $O(M_{\text{Pl}}^4)$  である。

Planck エネルギースケール  $M_{\text{Pl}}$  以下では、グラヴィトンのダイナミクスは E-H 作用プラス物質場との相互作用項で一意的に記述される。Planck スケールより遥かに小さなエネルギー領域  $E \ll M_{\text{Pl}}$  においては、量子重力理論は全く無関係である、特に Higgs 凝縮だとか QCD カイラル凝縮の引き起こす、電弱対称性・カイラル対称性の自発的破れに付随した宇宙項問題に対しては、 $M_{\text{Pl}}$  以上で問題になる量子重力理論がどんなものであれ、何の関係も無い。たとえその基本理論が 0 の宇宙定数を与える機構を備えるものであったとしても、それは単に重力の低エネルギー有効理論に対して、 $E = M_{\text{Pl}}$  での境界条件を与えるくらいのものであり、それから遥か下の低エネルギーで生じる新たな真空凝縮エネルギーがどうして宇宙定数として効かないのか？ということは何も説明しない。

## 4 解の理想形の例: Peccei-Quinn for the strong CP problem

宇宙項問題の「解」として想定するものの一つの理想のタイプを例示しよう。良く知られているように、インスタントンは真空の巻き付き数を  $n$  から  $n \pm 1$  へ遷移させ、実効的に CP を破る  $\theta$  項を与える：

$$S \rightarrow S + \theta \nu \quad \text{with} \quad \nu \equiv \frac{g^2}{32\pi^2} \int d^4x F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu}$$

カイラル  $U(1)$  (Peccei-Quinn) 対称性を導入して、あるスカラー場  $\phi = \rho \exp(ia/f_a)$  の位相自由度 (アクシオン場  $a(x)$ ) を  $\theta$  にカップルさせれば、インスタントンにより誘起されるポテンシャルが

$$V(\alpha) \sim \cos \alpha, \quad \alpha = \underbrace{\theta + \text{Arg } m}_{= \theta_{\text{total}}} + \frac{a(x)}{f_a} \quad (11)$$

の形をとる。そうすると  $\alpha = 0$  がダイナミカルに選ばれ、CP を破る全位相  $\theta_{\text{total}}$  がアクシオンの凝縮

$$\langle a(x) \rangle = -f_a \theta_{\text{total}} \quad (12)$$

によって相殺される。アクシオンは、 $\theta_{\text{total}}$  を相殺する  $U(1)_{\text{Peccei-Quinn}}$  対称性の NG ボソン、ということである。この Peccei-Quinn 機構においてインスタントン相互作用が CP 対称性を破る位相全体  $\theta_{\text{total}}$  を感じていることが重要な点である。

## 5 宇宙定数：部分と全体

ここまで話した宇宙項問題で関連する項は

$$\sqrt{-g} \left( \begin{array}{c} c \\ \uparrow \\ \text{field?} \end{array} + V(H) + V(\langle \bar{q}q \rangle) + \dots \right)$$

全ての場が宇宙定数に効くので、

$$\begin{array}{ll} \text{全てを感じる相互作用} & \rightarrow \text{重力自身しかないだろう} \\ \text{相殺が必要} & \rightarrow \text{超重力 (古典論) が役割を果たすはず} \end{array}$$

宇宙定数  $c$  部分は常に、すなわち、どのエネルギースケールでも、あるいはどの対称性の破れにおいても、(その下のオーダーのエネルギーを無視する限り) 常に、宇宙定数への真空凝縮の寄与  $V(H)$ 、 $V(\langle \bar{q}q \rangle)$ 、 $\dots$  を相殺していなければならない。

このような  $c$  項の役割は hidden sector により与えられるかもしれない。

解は、量子重力ではなく、(古典論の) 超重力に存在するだろう。超重力 (SUGRA) に宇宙定数を消す自動調節機能があるのか？

## 6 おわりに：考えるべき素朴な疑問の数々

「宇宙の歴史」的観点

- Boundary Condition:

$$\text{宇宙定数} = 0 \quad @ \text{inflation が終わったとき} = \text{GUT scale?} \quad (13)$$

- Inflaton は何？ Higgs との関係？ ← すべてが CC に効くので！
  - Thermal energy と 真空エネルギー： 有限温度の時の Einstein 方程式
- もっと基礎的なこと
- effective Einstein gravity, effective SUGRA とは何か？ 温度とは？
  - Running CC, running G とは？ RGE で微視的重力とマクロ重力をつなげるのか？
  - 例えば、 $\langle e_{\mu}^a \eta_{ab} e_{\nu}^b \rangle = g_{\mu\nu}$  なのか？

How to derive Einstein equation from “quantum Einstein equation”?

Einstein 方程式の他の解の可能性：inflation や deflation が必ず起こるのか？

## References

- [1] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122** (1961) 345. doi:10.1103/PhysRev.122.345
- [2] S. Weinberg, Physica A **96** (1979) 327.
- [3] N. Nakanishi and I. Ojima, Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 91. doi:10.1103/PhysRevLett.43.91

# String phenomenology and cosmology

Tatsuo Kobayashi

*Department of Physics, Hokkaido University, Sapporo 060-0810, Japan*

## 1 はじめに

超弦理論は、重力を含むすべての相互作用、そしてクォーク・レプトンやヒッグス粒子まで含めた素粒子の世界を記述する統一理論の有力な候補である。本当に超弦理論が素粒子物理として意味があるのなら、低エネルギーにおいて素粒子の標準理論を導出するはずである。ここでの導出とは、標準理論が含む実験からでしか決まらないパラメータの値も含めての導出である。さらには、標準模型では解明されていない暗黒物質の謎などを含め標準理論を越える素粒子論や宇宙論の謎を解明し、将来検証可能な予言へつなげることが重要である。

超弦理論は、我々の4次元時空に加え6次元のコンパクト空間を”予言”する。このコンパクト空間は重要であり、コンパクト次元方向への振動やコンパクト次元方向の量子化された運動量、さらに弦の巻きつき数など内部量子数の起源となる要素を含んでいる。また、特定のモードはコンパクト空間内で(準)局所的に存在している可能性もある。このように様々な4次元粒子のもつ異なる性質は、弦のコンパクト空間上の状態で決まっている。

1つの弦理論を指定ということは、コンパクト空間の背景幾何を Calabi-Yau 多様体や orbifold などに決め、コンパクト空間上の背景場、wilson line や背景磁場、3-form fluxなどを指定することである。さらに、I I型超弦理論においてはD-braneを導入し、その配位によりゲージ群や物質場の構造が決定されるので、上述の背景幾何、背景場に加えて、D-braneの配位をコンパクト空間上にどうなっているか、D-brane上の背景磁場がどのような値になっているかを指定することである。

このような形で、超弦理論を1つ決めれば、どのような弦の状態が現れるかが(原理的に)完全に決定され、どのような4次元のモードが現れるか完全に決定される。弦理論においては、勝手にそのようなモードを足したり、引いたりすると弦理論の整合性がくずれ、弦理論と矛盾するものとなる。とにかく、このような意味で超弦理論を一つきめて、それが現実的な素粒子の世界を記述するかどうかを研究していく。

一口に”現実的な”模型といってもその意味は様々あるであろうが、とにかく、標準模型のモードを含むようなものを導き出すコンパクト化が多く探されてきた。具体的には、ゲージ群としては、標準模型のゲージ群である  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  となっているもの、あるいは低エネルギーにおいてこのゲージ群になっていればよいので、コンパクト化のスケールではそれを含むような大きな群。そして、カイラルなスペクトルとして、そのゲージ群のもとでクォーク・レプトンに対応する表現をもつ3世代が現れることを”現実的な”スペクトルとして、そのようなコンパクト化を探してきた。それ以外に標準模型のゲージ群のもとで vector-like な表現のものは、質量項を生成する可能性があり、また、singlets は一般には多数スペクトルには現れるが、vector-like な

もや singlets はコンパクト化のスケールでいくら現れてもよいとし、それらの有無や数を問わずに ”現実的” スペクトルと呼ぶことにする。

これまで、様々なコンパクト化が研究され、多くの現実的なスペクトルをもつ模型が構築された。詳細は [1] 参照。その中で、筆者がここ 10 年手がけてきた模型に関して挙げれば、 $E_8 \times E_8$  ヘテロ型超弦理論に関しては、orbifold 上のコンパクト化、あるいは、asymmetric orbifold 上のコンパクト化。 $SO(32)$  ヘテロ型超弦理論に関しては、背景磁場のあるトーラスコンパクト化。II 型超弦理論では、orbifold 上の D-brane 模型やトーラス上の交叉する D-brane 模型などである。このトークでは、そのなかのいくつかを紹介する。さらに、現実的なスペクトルが導出できれば、次の課題は、3つのゲージ結合の値の導出、現実的な湯川結合の導出のような量的な研究である。そして、暗黒物質の候補の研究やインフレーションなどの研究である。これらの研究の中で、モジュライは重要である。モジュライは超弦理論の特徴的なモードであり、そのモードの様々な物理への影響を研究していくことは重要である。

## 2 模型構築

これまでさまざまなコンパクト化が研究されてきたが、ここではコンパクト空間内に一様な背景磁場のある模型について述べることにする。たとえば、2次元のトーラス上の  $U(1)$  理論に一様な背景磁場を考える。トーラスの体積を簡単のために 1 と規格化するとその背景磁場は、 $F = 2\pi M$  (ここで  $M$  は整数) と量子化される。このコンパクト空間内のスピナー場のゼロモードを考える。その電荷を 1 としよう。2次元のスピナーは 2 成分で、 $\psi_+$ ,  $\psi_-$  とすれば、 $M > 0$  のとき、 $\psi_+$  のみゼロモードが存在し、その数は、 $M$  であり、 $\psi_-$  にはゼロモードが存在しない。このように chiral な理論を構築することができる。ゼロモードの縮退度は、”世代数” となる。ゼロモードの波動関数自体は、ガウス型の関数を集めて、 $\vartheta$  関数で表わされ、準局在した形になっている。

まずは D-brane の系を考える。N 枚の D-brane が重なっていると  $U(N)$  のゲージボソンが現れ、超対称性が存在する系では、超対称 Yang-Mills 理論が現れる。この N 枚のうち、 $N_1$  枚と  $N_2$  枚の D-brane のコンパクト空間の  $U(1)$  方向に異なる一様な背景磁場があると、 $U(N)$  群は、 $U(N_1) \times U(N_2)$  群へ破れる。さてその gaugino を見てみる。もともとの  $U(N)$  gaugino は、破れていないゲージ群の  $U(N_1) \times U(N_2)$  のゲージボソンの相棒のゲージノとこのゲージ群のもとで、 $(N_1, \bar{N}_2)$  と  $(\bar{N}_1, N_2)$  表現をもつフェルミオンに分解される。ここで、 $U(N_1)$ ,  $U(N_1)$  方向に導入した一応磁場を  $M_1$ ,  $M_2$  とそれぞれし、 $M_1 - M_2 > 0$  とすれば、 $\psi_+$  のゼロモードとして、 $(N_1, \bar{N}_2)$  表現をもつもの  $\psi_-$  のゼロモードとしては、 $(\bar{N}_1, N_2)$  表現をもつもののみが現れる。それぞれの縮退度は  $M_1 - M_2$  である。

上のようなことを踏まえるとたとえば、D9-brane から出発し、現実的なゲージ群とカイラル 3 世代構造を導くことができる。D9-brane の低エネルギー有効理論は、10次元  $U(N)$  超対称 Yang-Mills 理論であるので、たとえば 10次元  $U(8)$  超対称 Yang-Mills 理論を  $T^2 \times T^2 \times T^2$  にコンパクト化し、 $i$  番目の  $T^2$  の  $U(8)$  群の  $U(1)$  方向に  $\text{diag}(M_1^i, M_1^i, M_1^i, M_1^i, M_2^i, M_2^i, M_3^i, M_3^i)$  と一様な磁場を導入する。この背景磁場により、 $U(8)$  群は  $U(4) \times U(2) \times U(2)$  へ破れる。この群は  $U(1)$  因子を除いて、Pati-Salam 模型の  $SU(4)_c \times SU(2)_L \times SU(2)_R$  に対応する。さらに、もともとの  $U(8)$  の

ゲージノは  $U(4) \times U(2) \times U(2)$  のゲージノに加え、 $(4, 2, 1)$   $(\bar{4}, 2, 1)$   $(4, 1, 2)$   $(\bar{4}, 1, 2)$   $(1, 2, 2)$  表現をもったフェルミオンに分解される。実際に、Pati-Salam 模型では、 $(4, 2, 1)$  が左巻きのクォーク・レプトンに対応し、 $(\bar{4}, 1, 2)$  がニュートリノも含め右巻きのクォーク・レプトンに対応する。ちなみに、 $(1, 2, 2)$  は、ヒッグスセクターに対応する。したがって、 $(4, 2, 1)$   $(\bar{4}, 1, 2)$  のゼロモードを3世代導出するように背景磁場を設定すれば、4次元において3世代のPati-Salam 模型のスペクトルを再現することができる。さらに、Wilson line を導入し、 $SU(4)_c \times SU(2)_R$  を  $SU(3)_c \times U(1)_Y \times U(1)$  と破れば、 $U(1)$  因子を除いて、標準模型のゲージ群  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  が再現でき、そのもとで  $(4, 2, 1)$  は、 $(3, 2)_{1/6}$ ,  $(1, 2)_{-1/2}$  と左巻きのクォークとレプトンに分かれる。 $(\bar{4}, 1, 2)$  も同様に、右巻きの up-sector クォーク、down-sector クォーク、右巻きニュートリノと荷電レプトンの分かれる。これで、標準模型のカイラル3世代を再現することができる。ここで、注意として、背景磁場で生じたゼロモードの数（縮退度）は、Wilson line の導入では、その数は変わらない。ただし、波動関数の位置が電荷によりずれる。つまり、 $(4, 2, 1)$  表現の中のクォークとレプトンは、Wilson line による、対称性の破れの前までは、同じ場所に準局在しているが、Wilson line によってPati-Salam 群が  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  への破れるとクォークとレプトンは、別々の位置に準局在するようになる。

上の例では、 $U(8)$  群を出発点にとったが、他の群でも同様で、たとえば、ヘテロ型弦理論では、 $SO(32)$  ゲージ群が現れるので、10次元  $SO(32)$  超対称 Yang-Mills 理論を出発点にすることも可能である。実際に [2] では、ヘテロ型弦理論の10次元有効場の理論から出発し、背景磁場をもつ  $T^2 \times T^2 \times T^2$  コンパクト化を行い、背景磁場を調整することで、標準模型のゲージ群  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  を導出し、そのもとでのカイラル3世代をもつような多くの模型を導いた。この模型では、ゲージ群  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  の下で、vector-like 表現となっているフェルミオンが多く現れるが、それらは、高エネルギーで質量をもつと期待される。

その他、別の構成法により、同様にゲージ群が  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  を含み、クォーク・レプトン3世代のスペクトルを含むような模型が数多く構成されている。

このようにスペクトルとして現実的なものがえられれば、次の段階は得られた模型の詳細な定量的な解析をすることである。

### 3 4次元低エネルギー有効理論

ここでは、超弦理論から導き出される4次元低エネルギー有効理論について議論する。

#### 3.1 ゲージ結合

まず、ゲージ結合であるが、余剰  $d$  次元理論におけるゲージボソンの運動項

$$-\frac{1}{4g_{4+d}^2} \int d^4x d^d y (F_{MN})^2 \quad (1)$$

より dimensional reduction をして得られる 4 次元理論は、

$$-\frac{V}{4g_{4+d}^2} \int d^4x (F_{\mu\nu})^2 \quad (2)$$

となり、ここで、 $V$  は、余剰  $d$  次元理論の体積である。つまり、4 次元のゲージ結合は、

$$\frac{1}{g_4^2} = \frac{V}{g_{4+d}^2} \quad (3)$$

で与えられ、もともとゲージボソンがどのような余剰次元に広がっていたかで決まっている。ヘテロ型弦理論においては、すべてゲージ群はもともと 10 次元の  $E_8 \times E_8$  または、 $SO(32)$  ゲージ理論から起因していて、 $U(1)$  理論の規格化の自由度があるが、 $SU(3) \times SU(2)$  など non-Abelian 群のゲージ結合はストリングスケールで同じ値を预言する。また、ヘテロ型弦理論は、重力とゲージ理論が閉弦から由来しているので、ストリングスケールは  $M_S = 10^{17}$  GeV とほぼ決まってしまう。つまり、 $M_s$  でのゲージ結合の一致を预言する。具体的には、すべてのゲージ群の gauge kinetic function は  $f_a = k_a S$  と表わすことができ、non-Abelina 群では、 $k_a = 1$  で、 $U(1)$  群の場合は、 $k_a$  はその規格化因子である。

しかし、標準模型が  $M_s$  まで続く、あるいは MSSM が  $M_s$  まで続くと仮定し、 $M_Z$  でのゲージ結合の実験値を繰りこみ群で解析してみるとそのような一致はみられず、上の理論の预言とは整合しない。ただし、前章で議論した 背景磁場をもつ  $SO(32)$  ヘテロ型弦理論においては、コンパクト空間内の磁場により補正が現れ [3]

$$f_a = S + \beta_k^a T_k, \quad (4)$$

と  $SU(3)$  と  $SU(2)$  の gauge kinetic function が表わされる。ここで、 $a = SU(3), SU(2)$  で、 $T_k$  は、 $k$  番目の  $T^2$  の体積を表わす Kähler moduli であり、 $\beta_k^a$  は、その  $T^2$  上の背景磁場で、 $SU(3)$  と  $SU(2)$  で一般に異なる値となる。このような補正項のおかげで背景磁場をもつ  $SO(32)$  ヘテロ型弦理論においては、実験値と整合させる可能性があり、具体的な模型に適応し、ゲージ結合の実験値を再現できる模型とできない模型を選別することができる [3]。

一方で、D-brane 模型においては、 $SU(3)$  と  $SU(2)$  のゲージセクターは一般に異なる D-brane の束に対応していて、それらのコンパクト空間中で体積も異なり、実験結果を自由に再現できるように想像できるが、具体的な模型でそのことを調べてみるとやはりゲージ結合の実験値を再現できる模型とできない模型に選別できることがわかる [4]。

### 3.2 世代構造：質量・湯川結合の階層構造

なぜクォーク・レプトンは 3 世代の繰り返しとなっているのかは標準模型の大きな謎である。また、その質量は大きくかけ離れ、階層構造をもっている。その質量や混合角は、ヒッグス粒子との湯川結合で与えられる訳であるがその値が階層構造を示すことを意味している。実際に、湯川セクターは標準模型において最多のパラメータを含んでいる。

超弦理論において、様々なコンパクト空間上で3点結合が計算されている。たとえば、その中にはコンパクト空間内に（準）局在したモードが存在し、遠く離れているモード間の結合は弱く、近いモード間の結合は強いことが容易に想像できるので、湯川結合の強弱をそのような幾何学的ピクチャーで直感的に理解することはできる。

また、最近レプトンセクターの大きな混合角を non-Abelian discrete flavor symmetry で理解できるのではないかというアイデアが盛んに研究されている [5]。一方で、特定の non-Abelian discrete flavor symmetry が orbifold 上のヘテロ型弦理論 [6] や D-brane 模型 [7] で現れることが知られている。

このように、フレーバー構造の再現への第一歩は整っているように思える。たとえば、具体的な模型でクォークの質量と混合角と荷電レプトンの質量の再現を試みた例が [8] である。その模型では、ヒッグスが5組存在し、内アップセクターでは2つの VEV を仮定し、ダウンセクターでは3つの VEV を仮定し、その比をパラメータにとっている。また、湯川結合の比自身には1つのモジュライパラメータ依存性がある。それらの4つのパラメータをうまくとれば、クォーク・レプトンの質量比6つと CKM を実験値と整合する値にできることを示している。この模型の段階では、満足できる結果となっているが、フレーバーの謎はまだチャレンジングな課題であると言わざるを得ない。

さらに、フレーバーの謎の中で、ニュートリノ質量の問題は重要な課題である。軽いニュートリノ質量の導出には、右巻きニュートリノを導入し、大きなマヨラナ質量を仮定する。一般に、弦模型においては、右巻きニュートリノに対応する標準模型のゲージ群のもとで一切のチャージを持たない粒子は存在するが、多くの場合に余分な U(1) 対称性が存在し、そのもとで右巻きニュートリノはチャージをもっている。その U(1) 対称性がマヨラナ質量を禁止する。ただし、非摂動的効果により、その対称性は破れることが可能で、その場合、たとえば D-brane instanton 効果でマヨラナ質量で生成される。その際、様々な D-brane instanton が可能で、その全体として幾何学的な対称性がある場合は、その対称性が生成されるマヨラナ質量行列に反映される。たとえば、[9] や [10] では、それぞれ  $Z_3, Z_2$  対称なマヨラナ質量行列が生成され、trimaximal や bimaximal 混合の起源になる可能性が指摘されている。実際のレプトンセクターの混合角は、荷電レプトンとニュートリノの Dirac 質量行列の混合角にもよるので、trimaximal や bimaximal 混合から一般にずれが生じる。

## 4 Moduli physics

超弦理論は、6次元コンパクト空間の存在を予言するが、そのコンパクト空間の大きさや形を表わすモードをモジュライとよぶ。モジュライ場は、弦理論の特徴的なモードであり、その物理が重要である。特に、ゲージ結合や湯川結合はモジュライの関数となっていて、それらの結合の具体的な値は、モジュライの値による。モジュライは、摂動論の範囲ではフラットなポテンシャルであり、どのようにモジュライに質量を与えて、その値を決めるかは moduli stabilization とよばれ、盛んに研究されている。とにかく、摂動論の範囲でフラットポテンシャルであるなら、非摂動的効果によりポテンシャルを生成する必要がある。たとえば、そのポテンシャルのために超

対称性が破れていて超対称粒子の特徴的なスペクトルを示すのであれば、検証可能性はある。また、もともとフラットポテンシャルをもつようなモジュライはインフラトンの候補である。たとえば、モジュライの虚部はシフト対称性によってフラットポテンシャルが保障されているが、その破れをコントロールすることでインフレーションへつながるかもしれない。

このように string-derived supergravity の枠組みで素粒子物理学や宇宙論においてモジュライが関連する物理を研究し、ゆくゆくは実験で検証できる可能性を探っていくことが今後重要であると思える。

## 5 まとめ

現状では、超弦理論のコンパクト化を考えて、4次元低エネルギー有効理論の質量ゼロスペクトルをみると標準模型のゲージ群で3世代のクォーク・レプトン、そしてヒッグス粒子を含むようなコンパクト化はかなり知られている。また、新たなタイプの模型構築も行われている。

上のような段階の意味では現実的模型構築に近づいている。次の課題としては、上のような模型においてゲージ結合や湯川結合など定量的な標準模型の性質が再現できるかということである。また、最終的には、超弦理論の痕跡をどのように実験的にとらえるかということ是非常に重要であるが、超弦理論の重要な特徴はコンパクト空間でありそれに付随したモジュライの存在である。モジュライの物理を探求していくことが今後の課題となる。

## References

- [1] L. E. Ibanez and A. M. Uranga, “String theory and particle physics: An introduction to string phenomenology,” Cambridge, UK Univ. Pr. (2012) 673 p.
- [2] H. Abe, T. Kobayashi, H. Otsuka and Y. Takano, JHEP **1509**, 056 (2015) [arXiv:1503.06770 [hep-th]].
- [3] H. Abe, T. Kobayashi, H. Otsuka, Y. Takano and T. H. Tatsuishi, arXiv:1507.04127 [hep-ph].
- [4] Y. Hamada, T. Kobayashi and S. Uemura, Nucl. Phys. B **897**, 563 (2015) [arXiv:1409.2740 [hep-th]].
- [5] H. Ishimori, T. Kobayashi, H. Ohki, Y. Shimizu, H. Okada and M. Tanimoto, Prog. Theor. Phys. Suppl. **183**, 1 (2010) [arXiv:1003.3552 [hep-th]]; Lect. Notes Phys. **858**, 1 (2012).
- [6] T. Kobayashi, H. P. Nilles, F. Ploger, S. Raby and M. Ratz, Nucl. Phys. B **768**, 135 (2007) [hep-ph/0611020].
- [7] H. Abe, K. S. Choi, T. Kobayashi and H. Ohki, Nucl. Phys. B **820**, 317 (2009) doi:10.1016/j.nuclphysb.2009.05.024 [arXiv:0904.2631 [hep-ph]].
- [8] H. Abe, T. Kobayashi, K. Sumita and Y. Tatsuta, Phys. Rev. D **90**, no. 10, 105006 (2014) [arXiv:1405.5012 [hep-ph]].
- [9] Y. Hamada, T. Kobayashi and S. Uemura, JHEP **1405**, 116 (2014) [arXiv:1402.2052 [hep-th]].
- [10] T. Kobayashi, Y. Tatsuta and S. Uemura, arXiv:1511.09256 [hep-ph].

# ヘテロ型弦模型におけるモジュライ安定化<sup>1</sup>

京都産業大学益川塾

桑木野 省吾

## 1 はじめに

超弦理論は重力を量子力学的に含むため究極の統一理論の候補と考えられている。超弦理論のコンパクト化により得られた低エネルギー有効理論において、標準模型のクォーク・レプトンの質量・混合などの現象論的な性質を説明することが求められている。そのうち、湯川結合定数またはゲージ結合定数は超弦理論のモジュライ場に依存しており、モジュライ場の安定化が問題となる。Dブレーンを含んだタイプ II 理論や F 理論などではモジュライ安定化のシナリオが知られているが、ヘテロ型弦模型におけるモジュライの安定化は一般に難しい問題だと考えられている。

本研究ではヘテロ型弦理論におけるモジュライの安定化と SUSY breaking を非対称オービフォルドコンパクト化 [1, 2, 3] の枠組みで考察した。

## 2 3 世代非対称オービフォルド模型

非対称オービフォルドコンパクト化の枠組みは、ナライン格子に対する非対称オービフォルド作用で構成される。出発点として、まず 10 次元のヘテロ型弦理論をナライン格子にコンパクト化する。ナラインコンパクト化はモジュライ空間においてエンハンス点にとったもので、4 次元でのゲージ群は最大ランク 22 までエンハンスされる。ナライン格子は左右方向の運動量 ( $p_L, p_R$ ) が even self-dual 条件を満たすときにモジュラー不変となり、6 次元空間の計量や B 場、Wilson line によっても記述される。4 次元のナライン模型は SUSY が  $\mathcal{N} = 4$  であるため、SUSY を落とすためにオービフォルド作用を考える。このときナライン格子は左右非対称な構造を持っているため、オービフォルド作用も左右非対称なものとなる、つまり  $\theta_L \neq \theta_R$  とする。このとき適当な組み合わせのオービフォルド作用をとることによりモジュラー不変となる。左右非対称なオービフォルド作用はモジュライ空間でのエンハンス点のみで可能であるため、ケーラーモジュライなどの幾何的なモジュライはオービフォルド後にはフリーズする [4]。

今回は  $\mathcal{N} = 1$  を実現する最も簡単な  $\mathbf{Z}_3$  非対称オービフォルドコンパクト化を考える。具体的な模型構築法は [3] を参照してほしい。出発点として、 $A_3^7 \times U(1) \times \bar{E}_6$  型ナライン格子を採用し、左向きへのシフト作用  $V_L$  と右向きへのツイスト作用  $t_R$

$$V_L = (0, \alpha_1^{A_3} + 2\alpha_2^{A_3}, -\alpha_1^{A_3} - 2\alpha_2^{A_3}, -\alpha_1^{A_3} - 2\alpha_2^{A_3}, \alpha_3^{A_3}, \alpha_3^{A_3}, \alpha_3^{A_3}, 0, 0)/3, \quad (1)$$

$$t_R = (0, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}) \quad (2)$$

を行う。この作用はモジュラー不変条件

$$3V_L^2 \in 2\mathbf{Z} \quad (3)$$

<sup>1</sup>この講演は小林達夫氏 (北海道大学)、Florian Beye 氏 (名古屋大学) との共同研究に基づく。

Label	Irrep.	#	Label	Irrep.	#
$Q_i$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_{1/6}$	3	$\bar{U}_i$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_{-2/3}$	3
$\bar{D}_i$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_{1/3}$	6	$D_i$	$(\mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_{-1/3}$	3
$L_i$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_{-1/2}$	9	$\bar{L}_i$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_{1/2}$	6
$\bar{E}_i$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_1$	6	$E_i$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_{-1}$	3
$Q_{1i}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_0$	9	$\bar{Q}_{1i}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_0$	9
$Q_{2i}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{1})_0$	6	$\bar{Q}_{2i}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_0$	6
$Q'_i$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{4})_{-1/2}$	3	$\bar{Q}'_i$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \bar{\mathbf{4}})_{1/2}$	3
$Q''_i$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{4})_{1/2}$	3	$\bar{Q}''_i$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \bar{\mathbf{4}})_{-1/2}$	3
$S$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})_0$	12			

表 1: Dフラット条件を解いた後の 3 世代模型の有効理論の持つ場。  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(3)_1 \times SU(3)_2 \times SU(4) \times U(1)_Y$  における表現を示す。

を満たすため無矛盾な弦模型が構成される。

この模型の零質量スペクトルを読み取ると、4次元模型の持つゲージ群は

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)^2 \times SU(3)^2 \times SU(4) \times U(1)^{10} \quad (4)$$

とランク 22 のゲージ群となる。この群の下で、アンツイストセクターに  $12 \times 3$  個の場、 $\mathbf{Z}_3$  ツイストセクターに  $36 \times 3$  個の場が存在する。ここで 3 のファクターは  $\mathbf{Z}_3$  作用に関する degeneracy からくる。10 個の  $U(1)$  対称性のうちの一つはアノマラス  $U(1)_A$  対称性であり、ループの効果によって FI 項を作り出す。その効果を含めた Dフラット条件を解くと、effective なゲージ群は

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times SU(3)^2 \times SU(4) \quad (5)$$

となる。この時の有効理論の持つ場を Tabel 1 に示す。この模型は標準模型群  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  において 3 世代のクオーク・レプトンを持ち、余分な粒子はベクターライクもしくは 1 重項である。また  $SU(3)_1 \times SU(3)_2 \times SU(4)$  は hidden セクターであり、それぞれの群について 9、6、6 個のフレーバーを持っている。

### 3 ディラトン安定化

次に、得られた有効理論の持つ  $SU(3)_2 \times SU(4)$  hidden セクターに注目しディラトンの安定化を議論する。 $SU(3)_2$  hidden セクターは 6 フレーバー ( $Q_{2i}, \bar{Q}_{2i}$ ) を持ち、 $SU(4)$  セクターもまた 6 フレーバー ( $Q'_i, \bar{Q}'_i, Q''_i, \bar{Q}''_i$ ) を持つ。これらのベクターライクペアはスーパーポテンシャルの高次元項から effective な質量項を持ちうる

$$\sum_{i,j=1\dots 6} m_{2ij}(S_k) Q_{2i} \bar{Q}_{2j} + \sum_{i,j=1\dots 3} m'_{ij}(S_k) Q'_i \bar{Q}'_j + \sum_{i,j=1\dots 3} m''_{ij}(S_k) Q''_i \bar{Q}''_j. \quad (6)$$

ここで質量行列  $m_{2ij}, m'_{ij}, m''_{ij}$  は 1 重項場  $S_i$  の真空期待値に依存する。以下では簡単のために、質量行列が対角的なもの  $m_{2ij} = m_2 I, m'_{ij} = m'_i I, m''_{ij} = m''_i I$  に限って議論する。二つの hidden セクターのダイナミクスにより、ゲージノ凝縮が起こり以下のような racetrack 型の非摂動的なスーパーポテンシャルが加わる

$$W = M_s m_2^2 e^{-8\pi^2 S/N_1} + M_s^{3/2} m'^{3/2} e^{-8\pi^2 S/N_2}. \quad (7)$$

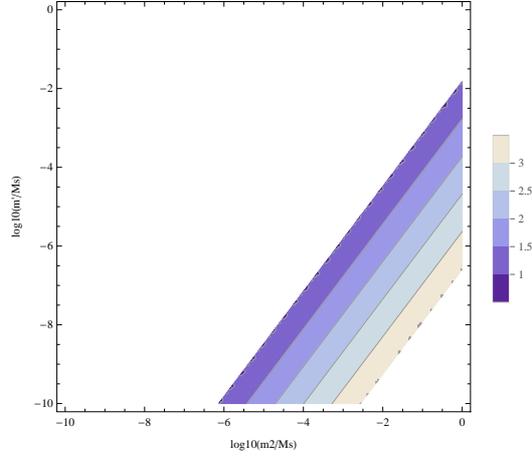


図 1:  $(m_2, m')$  の allowed region。ディラトンの真空期待値が  $1 \leq \text{Re}(S) \leq 3.5$  の範囲を示す。

Fフラット条件を解くと、ディラトン場の真空期待値は

$$\text{Re}(S) = \frac{3 \ln(10)}{2\pi^2} \left[ \log_{10} \left( \frac{4}{3} \right) + 2 \log_{10} \left( \frac{m_2}{M_s} \right) - \frac{3}{2} \log_{10} \left( \frac{m'}{M_s} \right) \right] \quad (8)$$

となる。Figure 1 に  $(m_2, m')$  の allowed region を示す。ディラトンの真空期待値が  $\text{Re}(S) \sim 2$  で現実的なゲージ結合を与える。色付きの部分が可能な質量の組み合わせを示しており、 $m_2$  と  $m'$  の間には  $10^4$  ほどの差が必要であることがわかる。

## 4 結論

本研究では非対称オービフォルドコンパクト化の手法により、エンハンスしたゲージ群を持つ 3 世代超対称標準模型を具体的に構成し、模型の hidden セクターを解析することによって racetrack メカニズムによりディラトン場を現実的な値に安定化できることを示した。この模型はもう一つ  $SU(3)_1$  hidden セクターを含んでおり、それによって Intriligator-Seiberg-Shih 型の準安定な真空による SUSY breaking を埋め込める可能性がある。これについては引き続き具体的な模型での研究を行う。

## References

- [1] K. S. Narain, M. H. Sarmadi and C. Vafa, Nucl. Phys. B **288**, 551 (1987).
- [2] F. Beye, T. Kobayashi and S. Kuwakino, Nucl. Phys. B **875**, 599 (2013) [arXiv:1304.5621 [hep-th]].
- [3] F. Beye, T. Kobayashi and S. Kuwakino, JHEP **1401**, 013 (2014) [arXiv:1311.4687 [hep-th]].
- [4] M. T. Mueller and E. Witten, Phys. Lett. B **182**, 28 (1986).

# 交差ブラックブレン系の解析と p-soup モデル

京都産業大学益川塾

柴 正太郎

## 1 はじめに

超弦理論は 10 次元（以上）の時空で定義されることが特徴であり、私たちが認識する 4 次元時空との関係を明らかにする必要がある。そのアプローチは大きく分けて 2 つあると思われる。1 つは、余分な 6 次元空間はコンパクト化されているという考え方である。もう 1 つは、私たちが 4 次元時空に広がったブラックホールのような領域に閉じ込められているという考え方である。

そう考えると、高次元時空のブラックホール（ブラックブレン）の性質を研究することは重要であろうと思われる。ブラックブレンとは超重力理論の解であり、特異領域が様々な次元に広がるものである。超弦理論などのブレンが局所的に多数集まった系だと考えられる。

我々は、このブラックブレンに関して新しい描像を提案しており、p-soup モデルと呼んでいる。このモデルでは、ブレン同士は垂直方向に離れていて、温度に比例した速さで動き回り、束縛状態を作っていると考えられる。

具体的な議論の手順は次の通りである。まずは、ブレンが相互作用する系の有効作用を求める。ブレン上のゲージ理論から求める場合は、スカラーモジュライの有効作用を考える。超重力理論から求める場合は、プローブブレンの作用を使う。次に、その有効作用をブラックブレンに相応しい方法で評価する。有限領域に広がる系であるため、一種のビリアル定理を使うのが自然である。また、一般に有限温度の系であるので、場は松原モードで展開できる。例えば、垂直方向を表すスカラー場  $r(t) = \sum_n \vec{r}_n e^{2\pi i n T t}$  を考えたとき、時間微分  $v = \partial_t r$  は  $v \sim \pi T r$  を満たす。こうしたことを使って、物理量を評価していくのである。

この p-soup モデルの評価方法を使うと、様々なブラックブレンの系が平行に議論できる。これがこのモデルの特長であると私は考えている。本稿では、平行ブレン系と垂直ブレン系の解析を簡単に紹介したいと思う。

## 2 平行ブレン系の解析

例として、平行な D ブレン系を考えよう [1]。ブラック Dp ブレン系のゲージ理論は  $(p+1)$  次元 super Yang-Mills 理論であり、その有効作用を使って議論する。まず、真空解まわりのスカラーモジュライ  $\phi$  の有効作用を求める。 $(\phi$  は垂直方向のブレンの位置を表す。) 有効作用の古典部分は

$$S_{Dp}^{\text{classical}} = \frac{N}{\lambda} \int d\tau d^p x \sum_a \left( \frac{1}{2} \partial^\mu \phi_a^I \partial_\mu \phi_a^I \right) \quad (1)$$

であり、1 ループ部分は

$$S_{Dp, T=0}^{\text{one-loop}} = - \int d\tau d^p x \sum_{a < b} \frac{\Gamma(\frac{7-p}{2})}{(4\pi)^{\frac{1+p}{2}}} \left( 2 \frac{(\partial_\mu \phi_{ab}^I \partial_\nu \phi_{ab}^I)^2}{|\phi_{ab}|^{7-p}} - \frac{(\partial_\mu \phi_{ab}^I \partial^\mu \phi_{ab}^I)^2}{|\phi_{ab}|^{7-p}} \right) + \dots \quad (2)$$

である。ここで、 $\phi_{ab}^I := \phi_a^I - \phi_b^I$  である。2ループ以上も原理的には求められる。

この有効作用をブラックブレーンの系において評価するために、次の3つの設定をおく。

**設定 1** ブラックブレーンの典型的なスケール  $\phi$  を設定する。(このスケールがホライズン半径と対応することになる。) すべてのブレーンが同じオーダーの距離だけ離れているとする。

$$\phi_a^I \sim \phi_a^I - \phi_b^I \sim \phi \quad (3)$$

**設定 2** 有限温度系であることより、松原モード展開を考えて、場の温度依存性を設定する。

$$\partial\phi_a^I \sim \partial(\phi_a^I - \phi_b^I) \sim \pi T\phi \quad (4)$$

**設定 3** 有限領域に広がる系であるから、ある種のビリアル定理を課するのが自然である。

$$S_{Dp}^{\text{classical}} \sim S_{Dp, T=0}^{\text{one-loop}} \sim S_{Dp} \quad (5)$$

これらの設定の下で物理量を評価することを、**p-soup モデル**と呼んでいる。Dp ブレーン同士は離れていて ( $\phi \neq 0$ , クーロン相)、温度に比例した速さで動き回る。このとき、有効作用を評価すると

$$S_{Dp}^{\text{classical}} \sim \int d^p x \frac{N^2 T \phi^2}{\lambda}, \quad S_{Dp, T=0}^{\text{one-loop}} \sim \int d^p x \frac{N^2 T^3}{\phi^{3-p}} \quad (6)$$

となる。さらに、ループ展開の各次数が同じオーダーであることより、Dp ブレーン同士は強く相互作用している。このとき、超重力理論から既に知られている結果を再現することができる。例えば、free energy とホライズン半径は

$$F_{Dp} \sim T S_{Dp} \sim N^2 T^{\frac{2(7-p)}{5-p}} \lambda^{-\frac{3-p}{5-p}} V_p, \quad \phi \sim T^{\frac{2}{5-p}} \lambda^{\frac{1}{5-p}} \quad (7)$$

と求められる。平行なブラック M ブレーン系も、まったく同様に議論することができる [2]。

### 3 交差ブレーン系の解析

垂直に交差するブレーン系では、一般にゲージ理論を書き下すことは難しい。従って、超重力理論において、プローブブレーンの有効作用を使って議論することにしよう [3, 4]。このとき、ブラックブレーンを構成しているブレーンを一枚ずつ選んでプローブと見做す。プローブの背景時空はブラックブレーン解そのものを使う。この解は一般に

$$ds_D^2 = \prod_A H_A^{\frac{q_A+1}{D-2}} \left[ - \prod_A H_A^{-1} K^{-1} dt^2 + \prod_A H_A^{-1} K d\hat{y}_1^2 + \sum_{\alpha=2}^{D-d-3} \prod_A H_A^{-\delta_A^{(\alpha)}} dy_\alpha^2 + \sum_{i=1}^{d+2} dx_i^2 \right] \quad (8)$$

というような形をしている。ここでは細かい記法は説明しないが、大切なのは各々のブレーンが広がる方向には  $H_A^{-1}$  が付くことである。(  $H_A = 1 + \frac{Q_A}{r^d}$  は、 $d+2$  次元の調和関数である。  $K = 1 + \frac{P}{r^d}$  も同様であり、ブーストした系においてその寄与を表す。)

具体例として、D1/D5 ブレーン系を考えよう。ブレーンが広がる方向はすべてコンパクト化することとして、残った5次元時空中のブレーンの振る舞いを議論する。まずは、D1（またはD5）ブレーンを1枚、プローブとして選ぶ。そして、D1/D5 ブラックブレーンの重力解を背景時空とする。このとき、プローブブレーンのDBI作用は

$$S_{D1}^{\text{probe}} = -m_1 \int dt \left( \frac{1}{H_1} \sqrt{1 - H_1 H_5 \dot{v}^2} - \left( \frac{1}{H_1} - 1 \right) \right) \quad (9)$$

となる。ここで、

$$H_1 = 1 + \frac{r_1^2}{r^2}, \quad H_5 = 1 + \frac{r_5^2}{r^2}, \quad r_1^2 = \frac{4m_1 G_5 Q_1}{\pi}, \quad r_5^2 = \frac{4m_5 G_5 Q_5}{\pi} \quad (10)$$

である。この作用を、超重重力理論の記述が良くなる領域、すなわち重力定数  $G_5$  とブレーンの曲率が小さな領域  $v = \partial_t r \ll 1$  で展開する。後者の条件は低エネルギー領域を示すと同時に、near-extremal 領域  $r^2 \ll r_1^2, r_5^2$  をも意味する。このとき、有効作用の主要項は

$$\begin{aligned} S_{D1}^{\text{probe}} &= \int dt \left( \frac{m_1}{2} \frac{r_5^2}{r^2} \dot{v}^2 + \frac{m_1}{8} \frac{r_1^2 r_5^4}{r^6} \dot{v}^4 + \dots \right) \\ S_{D5}^{\text{probe}} &= \int dt \left( \frac{m_5}{2} \frac{r_1^2}{r^2} \dot{v}^2 + \frac{m_5}{8} \frac{r_5^2 r_1^4}{r^6} \dot{v}^4 + \dots \right) \end{aligned} \quad (11)$$

となる。重力定数  $G_5$  やチャージ  $Q_1, Q_5$  の依存性を見ると、両者ともに第1項は1枚のD1と1枚のD5が1個の重力子を交換する相互作用、第2項は2枚のD1と2枚のD5が3個の重力子を交換する相互作用を表していることが読み取れる。従って、すべてのブレーンに対するプローブブレーン作用を足し上げると、重力子交換の有効作用を次のように書き下すことができる。

$$S_{D1D5} = \int dt \sum_{n=1}^{\infty} L_n, \quad L_n \sim \sum_{i_1, \dots, i_n=1}^{Q_1} \sum_{j_1, \dots, j_n=1}^{Q_5} \left( G_5^{2n-1} \frac{m_1^n m_5^n}{\pi^{2n-1}} \prod_{k=2}^n \prod_{l=1}^n \frac{1}{r_{i_1 i_k}^2 r_{i_l j_1}^2} \dot{v}^{2n} + \dots \right) \quad (12)$$

あらわに示した項は、 $n$  枚のD1と  $n$  枚のD5が  $(2n-1)$  個の重力子を交換する相互作用である。残念ながら、この議論では有効作用の各項の係数まで決めることはできない。これを決めるには重力子交換の詳細を議論する必要があるので、今後の研究課題としたい。

さて、こうして得られた有効作用を使って、系の物理量を評価しよう。その方法は、平行ブレーン系の場合と同じである。

- 典型的なスケールの設定：  $\vec{r}_i - \vec{r}_j \sim r$ ,  $\vec{v}_i - \vec{v}_j \sim v$
- ビリアル定理（強結合領域）：  $L_1 \sim L_2 \sim \dots \sim \sum_n L_n$
- 温度依存性（松原モード展開）：  $v \sim \pi T r$

D1/D5 ブレーン系で実際に評価すると、

$$F \sim L_1 \sim \frac{\pi r^2}{G_5}, \quad r \sim G_5 T \sqrt{m_1 m_5 Q_1 Q_5}, \quad S_{\text{entropy}} = -\frac{\partial F}{\partial T} \sim \pi G_5 m_1 m_5 Q_1 Q_5 T \quad (13)$$

となり、超重重力理論から知られている結果と一致している。これはD1/D5 ブレーン系に限らず、一般の次元の Einstein-Maxwell-Dilaton 系で extremal 極限を持つ系であれば、まったく同様に議論することができる。

## 4 おわりに

本稿において、p-soup モデルは平行なブラックブレーンの系だけでなく、垂直に交差した系にも用いて議論できることを紹介した。様々なブラックブレーンの系が平行に議論できるのは、このモデルが持つ大きな利点である。また、従来の議論（ブレーンが重なった、ヒッグス相での議論）とは異なり、重力の UV での性質（双対性やゲージ・重力対応など）を用いる必要もない。従って、ブラックブレーンの系をよりダイレクトに見て、解析が行えている可能性があると考えられる。しかしながら、数係数まで合わせられないのは大きな欠点である。今後の研究で是非とも克服していきたいと思う。

### References

- [1] T. Wiseman, JHEP **1307** (2013) 101 [arXiv:1304.3938 [hep-th]].
- [2] T. Morita and S. Shiba, JHEP **1307** (2013) 100 [arXiv:1305.0789 [hep-th]].
- [3] T. Morita and S. Shiba, Phys. Lett. B **747** (2015) 164 doi:10.1016/j.physletb.2015.05.069 [arXiv:1410.8319 [hep-th]].
- [4] T. Morita and S. Shiba, JHEP **1509** (2015) 070 [arXiv:1507.03507 [hep-th]].

# Thermal Correlators from Rindler-AdS<sub>2</sub>/CFT<sub>1</sub>

Satoshi Ohya

*Institute of Quantum Science, Nihon University  
Kanda-Surugadai 1-8-14, Chiyoda, Tokyo 101-8308, Japan*

## 1 Introduction

The purpose of this paper is to report a simple Lie algebraic approach to momentum-space two-point functions of finite-temperature conformal field theory initiated in Refs. [1, 2]. For the sake of simplicity, in this paper we would like to focus on frequency-space thermal two-point functions for a scalar primary operator of one-dimensional conformal field theory (CFT<sub>1</sub>). We shall show that conformal symmetry for thermal two-point functions  $G_\Delta(\omega)$  in frequency space manifests itself in the form of linear functional relations (or *recurrence relations* in the complex  $\omega$ -plane)

$$G_\Delta(\omega) = \frac{-1 + \Delta \pm \frac{i\omega}{2\pi T}}{-\Delta \pm \frac{i\omega}{2\pi T}} G_\Delta(\omega \pm i2\pi T), \quad (1)$$

where  $\Delta$  is the scaling dimension of scalar primary operator and  $T$  is the temperature. All the real-time two-point functions are turned out to satisfy these recurrence relations. To derive Eq. (1), we utilize the AdS/CFT correspondence and consider the two-dimensional anti-de Sitter spacetime in the Rindler coordinates (Rindler-AdS<sub>2</sub>). The Rindler-AdS<sub>2</sub> (*aka* the AdS<sub>2</sub> black hole [5]) is just a portion of AdS<sub>2</sub> where the time-translation Killing vector generates the noncompact Lorentz group  $SO(1, 1)$ ; see Table 1. In an appropriate parameterization such an AdS<sub>2</sub> portion can be described by the following black-hole-like metric:

$$ds_{\text{Rindler-AdS}_2}^2 = - \left( \frac{r^2}{\ell^2} - 1 \right) dt^2 + \frac{dr^2}{r^2/\ell^2 - 1}, \quad r \in (\ell, \infty), \quad (2)$$

where  $r = \infty$  corresponds to the AdS<sub>2</sub> boundary while  $r = \ell$  the Rindler horizon with  $\ell$  being the AdS<sub>2</sub> radius. In contrast to the well-known global and Poincaré coordinate patches, the Rindler-AdS<sub>2</sub> becomes thermal thanks to the  $SO(1, 1)$  time-translation group and is known to be dual to a finite-temperature CFT<sub>1</sub> with nonzero temperature  $T = 1/(2\pi\ell)$ .<sup>1</sup> The goal of this paper is to show that, with the aid of the real-time prescription of the AdS/CFT correspondence [6, 7], the recurrence relations (1) just follow from the  $SO(2, 1)$  isometry of Rindler-AdS<sub>2</sub>. To see this, it is convenient to introduce a new spatial coordinate  $x$  via

$$r = \ell \coth(x/\ell), \quad x \in (0, \infty), \quad (3)$$

---

<sup>1</sup>Thermal aspects of Rindler-AdS have also been studied in [3, 4].

coordinate patch	time-translation group		frequency spectrum	
	Lorentzian	Euclidean	Lorentzian	Euclidean
global	$SO(2)$	$SO(1,1)$	discrete	continuous
Poincaré	$E(1)$	$E(1)$	continuous	continuous
Rindler	$SO(1,1)$	$SO(2)$	continuous	discrete

**Table 1:** Three distinct  $\text{AdS}_2$  coordinate patches. The time-translation Killing vectors in the global, Poincaré and Rindler coordinates in Lorentzian signature generate the one-parameter subgroups  $SO(2), E(1), SO(1,1) \subset SO(2,1)$ , respectively. It can be understood from the following that the Rindler- $\text{AdS}_2$  becomes thermal: i) the noncompact Lorentz group  $SO(1,1)$  becomes the compact rotation group  $SO(2)$  under the Wick rotation; ii) the spectrum of compact  $SO(2)$  is always discretized; and iii) discretized frequencies in Euclidean signature are nothing but the Matsubara frequencies in finite-temperature field theory.

where  $x = 0$  corresponds to the  $\text{AdS}_2$  boundary while  $x = \infty$  the Rindler horizon. It is easy to check that in this new coordinate system  $(t, x)$  the metric becomes conformally flat:

$$ds_{\text{Rindler-AdS}_2}^2 = \frac{-dt^2 + dx^2}{\sinh^2(x/\ell)}. \quad (4)$$

In the following we shall analyze a finite-temperature  $\text{CFT}_1$  residing on the boundary  $x = 0$ .

The rest of the paper is organized as follows. In Section 2 we first briefly discuss unitary representations of the Lie algebra  $\mathfrak{so}(2,1)$  in the basis in which the  $SO(1,1)$  generator becomes diagonal and then introduce a coordinate realization of  $SO(2,1)$  generators which are given by the Killing vectors of Rindler- $\text{AdS}_2$ . We then derive the recurrence relations (1) for frequency-space two-point functions in Section 3. We shall see that two-point Wightman functions and advanced/retarded two-point functions are obtained as “minimal” solutions of Eq. (1).

In the rest of the paper we will work in the units  $\ell = 1$  (i.e.,  $2\pi T = 1$ ).

## 2 UIR of $SO(2,1)$ in the $SO(1,1)$ diagonal basis

Let us start with the Lie algebra  $\mathfrak{so}(2,1)$  of the one-dimensional conformal group  $SO(2,1)$ , which is spanned by the three self-adjoint generators  $\{J_1, J_2, J_3\}$  satisfying the commutation relations

$$[J^1, J^2] = +iJ^3, \quad [J^2, J^3] = -iJ^1, \quad [J^3, J^1] = -iJ^2. \quad (5)$$

Note that  $J^3$  generates the compact rotation group  $SO(2)$ , whereas  $J^1$  and  $J^2$  generate the noncompact Lorentz group  $SO(1,1)$ . We are interested in Unitary Irreducible Representations (UIRs) of  $SO(2,1)$  in the basis in which the  $SO(1,1)$  generator becomes diagonal, because, as

mentioned in Section 1, in the Rindler-AdS<sub>2</sub> the time-translation Killing vector generates the noncompact subgroup  $SO(1, 1) \subset SO(2, 1)$ . In order to study the UIRs in the  $SO(1, 1)$  diagonal basis, we introduce the following *hermitian* linear combinations:

$$J^\pm := J^2 \pm J^3, \quad (6)$$

which satisfy the commutation relations

$$[J^1, J^\pm] = \pm iJ^\pm, \quad [J^+, J^-] = 2iJ^1. \quad (7)$$

The quadratic Casimir  $C$  of the Lie algebra  $\mathfrak{so}(2, 1)$  is given by

$$C = -(J^1)^2 - (J^2)^2 + (J^3)^2 = -J^1(J^1 \pm i) - J^\mp J^\pm, \quad (8)$$

which commutes with all the generators,  $[C, J^a] = 0$  ( $a = 1, 2, 3$ ), as it should. Let  $|\Delta, \omega\rangle$  be a simultaneous eigenstate of the Casimir operator  $C$  and the  $SO(1, 1)$  generator  $J^1$  that satisfy the eigenvalue equations

$$C|\Delta, \omega\rangle = \Delta(\Delta - 1)|\Delta, \omega\rangle, \quad (9a)$$

$$J^1|\Delta, \omega\rangle = \omega|\Delta, \omega\rangle. \quad (9b)$$

It then follows from the commutation relations  $[J^1, J^\pm] = \pm iJ^\pm$  that the states  $J^\pm|\Delta, \omega\rangle$  satisfy the relations  $J^1 J^\pm|\Delta, \omega\rangle = ([J^1, J^\pm] + J^\pm J^1)|\Delta, \omega\rangle = (\omega \pm i)J^\pm|\Delta, \omega\rangle$ , which imply that  $J^\pm$  raises and lowers the eigenvalue  $\omega$  by  $\pm i$ :

$$J^\pm|\Delta, \omega\rangle \propto |\Delta, \omega \pm i\rangle. \quad (10)$$

Let us now turn to the Rindler-AdS<sub>2</sub> problem. In the Rindler coordinates the Killing vectors of AdS<sub>2</sub> are turned out to be given by the following first-order differential operators:

$$J^1 = i\partial_t, \quad (11a)$$

$$J^\pm = e^{\pm t} [\sinh x(i\partial_x) \pm \cosh x(i\partial_t)], \quad (11b)$$

which indeed satisfy the commutation relations (7) and are (formally) self-adjoint with respect to the integration measure  $\sqrt{|g|}d^2x = dt dx / \sinh^2 x$ . A straightforward calculation shows that the quadratic Casimir just gives the d'Alembertian  $\square = (1/\sqrt{|g|})\partial_\mu\sqrt{|g|}g^{\mu\nu}\partial_\nu$  on the Rindler-AdS<sub>2</sub>

$$C = \sinh^2 x (-\partial_t^2 + \partial_x^2) = \square. \quad (12)$$

The eigenvalue equations (9a) and (9b) then reduce to the following differential equations:

$$i\partial_t\Phi_{\Delta,\omega}(t, x) = \omega\Phi_{\Delta,\omega}(t, x), \quad (13a)$$

$$\left(-\partial_x^2 + \frac{\Delta(\Delta - 1)}{\sinh^2 x}\right)\Phi_{\Delta,\omega}(t, x) = \omega^2\Phi_{\Delta,\omega}(t, x). \quad (13b)$$

Notice that Eq. (13b) is nothing but the Klein-Gordon equation  $(\square - m^2)\Phi_{\Delta,\omega} = 0$  for a scalar field of definite frequency,  $\Phi_{\Delta,\omega}(t, x) = e^{-i\omega t}\Phi_{\Delta,\omega}(x)$ , where the bulk mass  $m^2$  and the scaling dimension  $\Delta$  of dual CFT<sub>1</sub> operator are related as  $\Delta(\Delta - 1) = m^2$ .

### 3 Thermal two-point functions

A finite-temperature CFT<sub>1</sub> dual to the Rindler-AdS<sub>2</sub> lives on the boundary  $x = 0$ . To analyze this, let us consider the following asymptotic near-boundary behaviors of Killing vectors:

$$J_{\text{near}}^1 := \lim_{x \rightarrow 0} J^1 = i\partial_t, \quad (14a)$$

$$J_{\text{near}}^\pm := \lim_{x \rightarrow 0} J^\pm = e^{\pm t} (ix\partial_x \pm i\partial_t), \quad (14b)$$

which of course satisfy the commutation relations (7). The near-boundary quadratic Casimir  $C_{\text{near}} = -J_{\text{near}}^1(J_{\text{near}}^1 \pm i) - J_{\text{near}}^\mp J_{\text{near}}^\pm$  takes the following simple form:

$$C_{\text{near}} = x^2 \partial_x^2. \quad (15)$$

The eigenvalue equations (9a) and (9b) near the boundary then become

$$i\partial_t \Phi_{\Delta, \omega}^{\text{near}}(t, x) = \omega \Phi_{\Delta, \omega}^{\text{near}}(t, x), \quad (16a)$$

$$\left( -\partial_x^2 + \frac{\Delta(\Delta - 1)}{x^2} \right) \Phi_{\Delta, \omega}^{\text{near}}(t, x) = 0, \quad (16b)$$

which are easily solved with the result

$$\Phi_{\Delta, \omega}^{\text{near}}(t, x) = A_\Delta(\omega) x^\Delta e^{-i\omega t} + B_\Delta(\omega) x^{1-\Delta} e^{-i\omega t}, \quad (17)$$

where  $A_\Delta(\omega)$  and  $B_\Delta(\omega)$  are integration constants which may depend on  $\Delta$  and  $\omega$ . Substituting this into the ladder equations  $J_{\text{near}}^\pm \Phi_{\Delta, \omega}^{\text{near}} \propto \Phi_{\Delta, \omega \pm i}^{\text{near}}$  we get

$$\begin{aligned} & (i\Delta \pm \omega) A_\Delta(\omega) x^\Delta e^{-i(\omega \pm i)t} + (i(1 - \Delta) \pm \omega) B_\Delta(\omega) x^{1-\Delta} e^{-i(\omega \pm i)t} \\ \propto & A_\Delta(\omega \pm i) x^\Delta e^{-i(\omega \pm i)t} + B_\Delta(\omega \pm i) x^{1-\Delta} e^{-i(\omega \pm i)t}, \end{aligned} \quad (18)$$

which imply the following relations:

$$(i\Delta \pm \omega) A_\Delta(\omega) \propto A_\Delta(\omega \pm i), \quad (19a)$$

$$(i(1 - \Delta) \pm \omega) B_\Delta(\omega) \propto B_\Delta(\omega \pm i). \quad (19b)$$

Now we are in a position to derive thermal two-point functions for a scalar primary operator of scaling dimension  $\Delta$ . According to the real-time prescription of the AdS/CFT correspondence, the frequency-space two-point function for a scalar primary operator  $\mathcal{O}_\Delta$  of scaling dimension  $\Delta$  in the dual CFT<sub>1</sub> is given by the ratio [6, 7]

$$G_\Delta(\omega) = (2\Delta - 1) \frac{A_\Delta(\omega)}{B_\Delta(\omega)}. \quad (20)$$

It follows immediately from the relations (19a) and (19b) that the ratio (20) satisfies the recurrence relations

$$G_{\Delta}(\omega) = \frac{-1 + \Delta \pm i\omega}{-\Delta \pm i\omega} G_{\Delta}(\omega \pm i). \quad (21)$$

We emphasize that, in contrast to the Euclidean case [1],  $\omega$ -dependence of  $G_{\Delta}(\omega)$  is not uniquely determined from Eq. (21) and there are a number of nontrivial solutions that satisfy the recurrence relations. Among them are the following “minimal” solutions:<sup>2</sup>

$$G_{\Delta}^{\pm}(\omega) \propto e^{\pm\pi\omega} \Gamma(\Delta - i\omega) \Gamma(\Delta + i\omega), \quad (22a)$$

$$G_{\Delta}^{A/R}(\omega) \propto \frac{\Gamma(\Delta \pm i\omega)}{\Gamma(1 - \Delta \pm i\omega)}, \quad (22b)$$

where proportional coefficients are  $\omega$ -independent. The solutions  $G_{\Delta}^{\pm}(\omega)$  correspond to the Fourier transforms of positive- and negative-frequency two-point Wightman functions,  $G_{\Delta}^{+}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle \mathcal{O}_{\Delta}(t) \mathcal{O}_{\Delta}(0) \rangle$  and  $G_{\Delta}^{-}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle \mathcal{O}_{\Delta}(0) \mathcal{O}_{\Delta}(t) \rangle$ ,<sup>3</sup> both of which have simple poles at  $\omega = \pm i(\Delta + n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ). On the other hand, the solutions  $G_{\Delta}^{A/R}(\omega)$  correspond to the Fourier transforms of advanced and retarded two-point functions,  $G_{\Delta}^A(\omega) = i \int_{-\infty}^{\infty} dt \theta(-t) e^{i\omega t} \langle [\mathcal{O}_{\Delta}(t), \mathcal{O}_{\Delta}(0)] \rangle$  and  $G_{\Delta}^R(\omega) = -i \int_{-\infty}^{\infty} dt \theta(t) e^{i\omega t} \langle [\mathcal{O}_{\Delta}(t), \mathcal{O}_{\Delta}(0)] \rangle$ , each of which has simple poles only on the positive and negative imaginary  $\omega$ -axis,  $\omega = i(\Delta + n)$  and  $\omega = -i(\Delta + n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), respectively. It should be noted that the Fourier transforms of other real-time two-point functions such as the Pauli-Jordan commutator function  $\langle [\mathcal{O}_{\Delta}(t), \mathcal{O}_{\Delta}(0)] \rangle$ , the two-point Hadamard function  $\langle \{ \mathcal{O}_{\Delta}(t), \mathcal{O}_{\Delta}(0) \} \rangle$  and the Feynman propagator  $\theta(t) \langle \mathcal{O}_{\Delta}(t) \mathcal{O}_{\Delta}(0) \rangle + \theta(-t) \langle \mathcal{O}_{\Delta}(0) \mathcal{O}_{\Delta}(t) \rangle$  are all given by appropriate linear combinations of (22a) and (22b).

## Acknowledgements

The author is supported in part by JSPS Grand-in-Aid for Research Activity Startup #15H06641.

## References

- [1] S. Ohya, *JHEP* **12** (2013) 011, arXiv:1309.2939[hep-th].
- [2] S. Ohya, *Acta Polytech.* **54** (2014) 142, arXiv:1312.7348[hep-th].
- [3] B. Czech *et al.*, *Class. Quant. Grav.* **29** (2012) 235025, arXiv:1206.1323[hep-th].
- [4] M. Parikh and P. Samantray, arXiv:1211.7370[hep-th].

<sup>2</sup>Here “minimal” means that  $G_{\Delta}(\omega)$  does not contain a factor  $f(\omega) = f(\omega \pm i)$  such as  $e^{\pm 2n\pi\omega}$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ).

<sup>3</sup> $\langle \mathcal{O}_{\Delta}(t_1) \mathcal{O}_{\Delta}(t_2) \rangle \propto [\pi T / \sinh(\pi T(t_1 - t_2 - i\epsilon))]^{2\Delta}$ .

- [5] M. Spradlin and A. Strominger, *JHEP* **11** (1999) 021, [arXiv:hep-th/9904143\[hep-th\]](#).
- [6] N. Iqbal and H. Liu, *Phys. Rev.* **D79** (2009) 025023, [arXiv:0809.3808\[hep-th\]](#).
- [7] N. Iqbal and H. Liu, *Fortsch. Phys.* **57** (2009) 367, [arXiv:0903.2596\[hep-th\]](#).

# 弱カイラル対称性とゲージ及び湯川相互作用

京都産業大学物理科学科  
京都大学基礎物理学研究所

曾我見 郁夫

sogami@cc.kyoto-su.ac.jp

## Abstract

ワインバーグ・サラム対称性に対するフェルミオン場の自由度を利用して「カイラリティを具現化する空間と代数」を導入する。その代数に基づく“弱いカイラル対称群”の下で不変な微分は、電弱ゲージ場と共にヒッグス場をも含む。そのように一般化された共変微分の交換子から、ゲージ場とヒッグス場に対する曲率（場の強度テンソル）を導出することにより全ボーズ場のラグランジュ密度を構成することが可能となる。

## 1 序論

カイラリティは、標準模型の相互作用を特徴づける基本概念の一つである。電弱ゲージ相互作用はカイラルなワインバーグ・サラム対称性  $G_{WS} = SU_L(2) \times U_Y(1)$  を保つように構成される。それに対して、湯川相互作用は局所対称性を持たずカイラルなフェルミ場成分が交差するように規定される。このように対照的な相互作用に共通な特性を見出すためには、“カイラリティの自由度を表現する空間”を具体的に設定しなければならない。

そのような表現空間を求めて、Connes は [1, 2] 通常のミンコフスキー時空  $M_4$  の拡張を試み、二重化された時空  $M_4 \times Z_2$  を導入した。通常のゲージ場が時空  $M_4$  内の連続な方向への“接続”であるのに対して、ヒッグス場は二重化された時空を結ぶ不連続な方向への“接続”と見做されるのである。彼の理論に刺激されて、ヒッグス場をゲージ場的に取り扱おうとする多くの試み [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9] がなされた。

ここでは、時空概念を変更することなく、 $G_{WS}$  対称性に対するフェルミオン場の自由度を利用して「カイラリティを具現化する空間と代数」を設定する。その代数に基づく“弱いカイラル対称群”の下で不変な微分は、電弱ゲージ場と共にヒッグス場をも含む。このように一般化された共変微分から、全ボーズ場の曲率テンソルが導出されてラグランジュ密度が構成される。

## 2 拡張されたワインバーグ・サラム理論と一般化された共変微分

まず、ニュートリノ場の右手カイラル一重項を含むようにワインバーグ・サラム理論を拡張する。そのために、以下のような4階（ $4 = 2 + 1 + 1$ ）建てのスピノール場

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \nu_R \\ e_R \end{pmatrix}, \quad \bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma_0 = (\bar{\psi}_L, \bar{\nu}_R, \bar{e}_R). \quad (1)$$

を導入する。以下、この場を“全フェルミオン場”と呼ぶ。ここで

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L ; \quad \nu_R, \quad e_R \quad (2)$$

は、電弱対称群  $SU_L(2)$  の左手二重項およびニュートリノ場と電子場の右手一重項である。全フェルミオン場は、恒等関係式  $\bar{\Psi}\Psi = \bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\Psi = \bar{\Psi}\gamma_5\Psi = 0$  を満たすことに注意しよう。

全フェルミオン場を用いると、拡張されたワインバーグ・サラム理論の運動項とゲージ相互作用部分のラグランジュ密度は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{kg} &= i\bar{\Psi}\gamma^\mu D_\mu\Psi \\ &= \bar{\psi}_L\gamma^\mu \left( i\partial_\mu + g_2 A_\mu^{(2)a} \frac{1}{2}\tau_a - g_1 A_\mu^{(1)} \frac{1}{2} \right) \psi_L + \bar{\nu}_R\gamma^\mu i\partial_\mu\nu_R + \bar{e}_R\gamma^\mu \left( i\partial_\mu - g_1 A_\mu^{(1)} \right) e_R \end{aligned} \quad (3)$$

と表される。全フェルミオン場に対する共変微分は

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_2 A_\mu^{(2)a} \frac{1}{2}\tau_a - ig_1 A_\mu^{(1)} \frac{1}{2}Y \quad (4)$$

であり、 $A_\mu^{(2)a}$  および  $A_\mu^{(1)}$  は、結合定数  $g_2$  と  $g_1$  を持つ対称群  $SU_L(2)$  および  $U_Y(1)$  のゲージ場である。

湯川相互作用のラグランジュ密度は、カイラル成分場を用いて

$$\mathcal{L}_Y = g_\nu \bar{\psi}_L \tilde{\varphi} \nu_R + g_e \bar{\psi}_L \varphi e_R + \text{h.c.} \quad (5)$$

と与えられる。ここで

$$\varphi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\varphi} = i\tau_2 \varphi^* = \begin{pmatrix} \varphi^{0*} \\ -\varphi^- \end{pmatrix}. \quad (6)$$

はヒッグス場とその共役場であり、 $g_\nu$  と  $g_e$  は湯川結合定数である。この密度を、全フェルミオン場で表すために、ヒッグス場  $\varphi$  とその共役場  $\tilde{\varphi}$  を縦ベクトルとして含む 2 行 2 列の行列関数

$$(g_\nu \tilde{\varphi}, g_e \varphi) = \begin{pmatrix} g_\nu \varphi^{0*} & g_e \varphi^+ \\ -g_\nu \varphi^- & g_e \varphi^0 \end{pmatrix} = (\tilde{\varphi}, \varphi) \begin{pmatrix} g_\nu & 0 \\ 0 & g_e \end{pmatrix} \quad (7)$$

を導入する。そして、この行列とそのエルミート共役行列を非対角成分とするブロック行列

$$\Phi^{\mathcal{G}} = \begin{pmatrix} 0 & (g_\nu \tilde{\varphi}, g_e \varphi) \\ (g_\nu \tilde{\varphi}, g_e \varphi)^\dagger & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

を構成する。この 4 行 4 列の行列を用いると、湯川相互作用のラグランジュ密度が

$$\mathcal{L}_Y = \bar{\Psi}\Phi^{\mathcal{G}}\Psi \quad (9)$$

のように、全フェルミオン場によって簡潔に表現される。

次に、我々は、ゲージ場と共にヒッグス場を含むように共変微分概念を拡張しなければならない。そこで、全フェルミオン場に対する拡張された共変微分  $\mathcal{D}_\mu$  が

$$\mathcal{D}_\mu = D_\mu\{\dots\} - i\frac{1}{4}\gamma_\mu\{\text{Higgs field} + \alpha\} \quad (10)$$

の形を持つと要請する。ここで、ディラック行列  $\gamma_\mu$  はスカラー場に対する“vector (運び屋)”の役割を演じ、シンボル  $\alpha$  はヒッグス場以外のスカラー場が存在する可能性を示している。

ラグランジュ密度  $\mathcal{L}_{kg}$  および  $\mathcal{L}_Y$  は、全フェルミオン場を用いて、それぞれ (3) 式および (9) のように簡潔に“因数分解”されている。以下では、全ラグランジュ密度

$$\mathcal{L}_f = \mathcal{L}_{kg} + \mathcal{L}_Y \quad (11)$$

が全フェルミオン場を用いて“因数分解”されるように、(10) 式の右辺にある二つの大括弧の内部構造  $\{\dots\}$  を決定するのである。

### 3 カイラル自由度の表現空間と弱カイラル $U(1)$ 対称性

「カイラリティを具現化する空間と代数」を構成するために、カイラル演算子  $L = \frac{1}{2}(I - \gamma_5)$  および  $R = \frac{1}{2}(I + \gamma_5)$  から成る 4 行 4 列のブロック行列

$$\varpi = \begin{pmatrix} 0 & LI' \\ RI' & 0 \end{pmatrix}, \quad \varpi^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & RI' \\ LI' & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

を導入する。これらの行列は関係式

$$\varpi\varpi^\dagger + \varpi^\dagger\varpi = I, \quad \varpi^2 = \varpi^{\dagger 2} = 0 \quad (13)$$

を満足する。ただし  $I'$  ( $I$ ) は 2 行 2 列 (4 行 4 列) の単位行列である。

演算子  $\varpi$  と  $\varpi^\dagger$  は全フェルミオン場に対して生成演算子と消滅演算子のように作用する：

$$0 \longleftarrow \varpi \Psi \longrightarrow \varpi^\dagger \Psi \longrightarrow 0 \quad (14)$$

そこで、ディラック代数  $A_\gamma = \langle \gamma_\mu \rangle = \{I, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}, \gamma_5\gamma_\mu, \gamma_5\}$  とワインバーグ・サラム代数  $A_{WS} = \mathfrak{su}(2) \times \mathfrak{u}(1) = \{\frac{1}{2}\tau_a, Y\}$  の元を係数とし、行列  $\varpi$  および  $\varpi^\dagger$  を生成子とする代数

$$A_{\text{wch}} = \langle \varpi, \varpi^\dagger \rangle \quad (15)$$

を構成しよう。これが、全フェルミオン場に作用し「カイラリティを具現化する代数」である。

生成子  $\varpi$  と  $\varpi^\dagger$  の積は、自己エルミート共役な対角行列

$$\varpi\varpi^\dagger = \begin{pmatrix} LI' & 0 \\ 0 & RI' \end{pmatrix} = I - \varpi^\dagger\varpi \quad (16)$$

である。この指数関数によって、ユニタリ行列

$$U(\theta) = e^{i\theta\varpi\varpi^\dagger} = \varpi^\dagger\varpi + e^{i\theta}\varpi\varpi^\dagger = \begin{pmatrix} e^{i\theta L} & 0 \\ 0 & e^{i\theta R} \end{pmatrix} \quad (17)$$

を定義しよう。これから形成される群

$$U_{\text{wch}} = \{U(\theta)\} \quad (18)$$

を弱カイラル  $U(1)$  対称群と名付ける。この対称群は (10) 式の一般化された共変微分の構造を決定する上で、重要な役割を演じる。

弱カイラル対称群  $U_{\text{wch}}$  の作用の下で不変な  $A_{\text{wch}}$  の元を求めよう。まず、元  $\varpi\varpi^\dagger$  が不変量であることは、自明である。ディラック行列  $\gamma_\mu$  を含む関係式

$$U(\theta)^\dagger\gamma_\mu\varpi^\dagger U(\theta) = \gamma_\mu\varpi^\dagger, \quad U(\theta)^\dagger\gamma_\mu\varpi U(\theta) = \gamma_\mu\varpi \quad (19)$$

や更に (8) 式の  $\Phi^G$  をも含む関係式

$$U(\theta)^\dagger\gamma_\mu\Phi^G U(\theta) = \gamma_\mu\Phi^G, \quad U(\theta)^\dagger\gamma_\mu\Phi^G\varpi\varpi^\dagger U(\theta) = \gamma_\mu\Phi^G\varpi\varpi^\dagger \quad (20)$$

から、一般化された共変微分の (10) 式でディラック行列  $\gamma_\mu$  によって運ばれる部分の構成要素が決定される。

## 4 一般化された共変微分と曲率（場の強度テンソル）

我々は、全フェルミオン場に対する一般化された共変微分  $\mathcal{D}_\mu$  は (10) 式の形を取ると要請している。その具体的な構造は、(11) 式のラグランジュ密度を

$$\mathcal{L}_f =: \bar{\Psi}i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\Psi := - : \text{Tr} \{ [i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\Psi]\bar{\Psi} \} : \quad (21)$$

のように因数分解すること決定される。ここで  $\text{Tr}$  は、 $\text{Tr} = \text{tr}^{(4)}\text{tr}^{(2)}\text{tr}^{(2)}$  のように、ディラックスピノールに関するトレース  $\text{tr}^{(4)}$  とカイラル空間に関するトレース  $\text{tr}^{(2)}\text{tr}^{(2)}$  から成る。

一般化された共変微分は、ワインバーグ・サラム群  $G_{WS}$  の下で不変であると共に、弱カイラル変換の下でも

$$U(\theta)^\dagger\mathcal{D}_\mu U(\theta) = \mathcal{D}_\mu$$

のように不変である。それらの交換子から

$$[D_\mu, D_\nu] = -i\rho_2 g_2 \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(2)} - i\rho_1 g_1 \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(1)} - i\frac{1}{4}\rho_0 \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)}$$

と定義される曲率テンソルは

$$U(\theta)^\dagger \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(k)} U(\theta) = \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(k)}$$

のように、弱カイラル変換の下で不変である。ここで、 $\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(k)}$  ( $k = 1, 2$ ) と  $\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)}$  は、ゲージ場とヒッグス場に対する曲率テンソルである。

条件式 (21) は、一般化された共変微分を一意的に決定することではなく、演算子  $\varpi$  を右端に含む因子が不定項として残る。そのような不定因子が、ヒッグス場の運動項やポテンシャルの形を決定する役割を果たすのである。演算子  $\varpi\varpi^\dagger$  や (19) 式および (20) 式の不変量を用いると、一般化された共変微分の一例が以下のように定まる：

$$D_\mu = D_\mu \varpi \varpi^\dagger - i\frac{1}{4}\gamma_\mu \left\{ \Phi^G \varpi \varpi^\dagger + \left[ A(\varphi^\dagger \varphi) L + (C + C_5 \gamma_5) \right] \varpi \right\} \quad (22)$$

ここで、 $A$ 、 $C$ 、 $C_5$  はヒッグスポテンシャルの形を定める未知定数である。

この共変微分からゲージ場の曲率テンソルが

$$\rho_1 \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(1)} = \{ \partial_\mu A_\nu^{(1)} - \partial_\nu A_\mu^{(1)} \} \varpi \varpi^\dagger \quad (23)$$

および

$$\rho_2 \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(2)} = \{ \partial_\mu A_\nu^{(2)} - \partial_\nu A_\mu^{(2)} - ig_2 [A_\mu^{(2)}, A_\nu^{(2)}] \} \varpi \varpi^\dagger \quad (24)$$

と求められる。ヒッグス場の曲率テンソルは、定数を  $C = \mu \sinh \beta$ 、 $C_5 = \mu \cosh \beta$  と置き、

$$\begin{aligned} \rho_0 \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)} &= \{ (D_\mu \Phi^G) \gamma_\nu - (D_\nu \Phi^G) \gamma_\mu \} \varpi \varpi^\dagger \\ &\quad - \frac{1}{2} \sigma_{\mu\nu} \{ \Phi^G \Phi^G \varpi \varpi^\dagger + [a\mu e^\beta (\varphi^\dagger \varphi) - \mu^2] \varpi^\dagger \varpi \} \end{aligned} \quad (25)$$

と決定される。これらの曲率から、ボソン系のラグランジュ密度は

$$\mathcal{L}_b = -\frac{1}{16} \sum_{k=0}^2 \text{Tr} \left[ \gamma_5 \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(k)} \gamma_5 \mathcal{F}^{(k)\mu\nu} \right]$$

と構成される。ここで、 $\gamma_5$  はゲージ場とヒッグス場の運動項が正しい符号を持つために必要である。(22) 式の共変微分の場合、ラグランジュ密度は

$$\mathcal{L}_b = -\frac{1}{4} \sum_{k=1,2} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(k)} \mathcal{F}^{(k)\mu\nu} + (D_\mu \varphi)^\dagger (D^\mu \varphi) + \mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2. \quad (26)$$

となる。ヒッグスポテンシャルの係数  $\mu^2$  と  $\lambda$  は、共変微分に含まれる湯川結合定数  $g_\nu$  と  $g_e$  や未定係数  $a$  と  $\beta$  に依存するため、値が不定であることに注意しよう。そのため、ヒッグス場の自己相互作用は繰り込み可能性が保証される。

## 5 結果と議論

このように、フェルミオン場のラグランジュ密度  $\mathcal{L}_f$  を“因数分解”して定めた一般化された共変微分からボーズ場のラグランジュ密度  $\mathcal{L}_b$  を構成することが出来た。この「一般化された共変微分」の形式は、標準模型や多重スピノール理論による標準模型の一般化 [10] にも、容易に適用することが出来る。

Connes 等の理論では、ヒッグスポテンシャルの 4 次項の係数と湯川相互作用定数が関係づけられる。その強い関係は、電弱対称性が破られるエネルギースケールでのヒッグス粒子の質量 [11, 12] を予言する。しかし、その繰り込み群が規定する値は、実験値と一致しない。ここで定式化された形式は、Connes 等の理論と異なり、湯川相互作用定数とヒッグスポテンシャルの係数の間には関係がない。そのため、予言能力は持たないが、繰り込み可能性は保証される。

この報告で示された (22) 式の一般化された共変微分は、更に一般化することが出来ることに注意しよう。例えば、ヒッグス場  $\varphi$  と共に新たなスカラー場  $\phi$  を含む理論を構成する場合には、一般化された共変微分は

$$D_\mu = D_\mu \varpi \varpi^\dagger - i \frac{1}{4} \gamma_\mu \left\{ \Phi^G \varpi \varpi^\dagger + B_1 L \phi \varpi^\dagger \varpi + \left[ AL(\varphi^\dagger \varphi) + LB_2 \phi + (C + C_5 \gamma_5) \right] \varpi \right\} \quad (27)$$

のような形で与えられる。このスカラー場  $\phi$  はインフラトンの役割を演じることが出来る。

## References

- [1] A. Connes, Pub. Math. IHES **62**, 41 (1985).
- [2] A. Connes and J. Lott, Nucl. Phys. (Proc. Suppl) **18B**, 29 (1990).
- [3] Debois-Violette, R. Kerner and J. Madore, J. Marh. Phys. **31**, 316, 323 (1990).
- [4] K. Morita and Y. Okumura, Prog. Theor. Phys. **91**, 959, 975 (1994).
- [5] S. Naka and E. Umezawa, Prog. Theor. Phys. **92**, 189 (1994).
- [6] I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **94**, 117 (1995); **95**, 637 (1996).
- [7] K. Morita, Prog. Theor. Phys. **94**, 445 (1995).
- [8] E. Umezawa, Prog. Theor. Phys. **98**, 187 (1997).
- [9] I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **105**, 483 (2001).
- [10] I. S. Sogami, Prog. Theor. Exp. Phys. **123** B02 (2015).
- [11] E. Alvarez, J. M. Gracia-Bondia and C. P. Martin, Phys. Lett. **B306**, 55 (1993); **B329**, 259 (1994).
- [12] T. Shinohara, K. Nishida, H. Tanaka and I. S. Sogami, Prog. Theor. Phys. **96**, 1179 (1996).

# Asymptotic Safety and Quantum Gravity

Nobuyoshi Ohta

*Department of Physics, Kinki University, Higasi-Osaka, Osaka, 577-8502, Japan*

## 1 始めに

現在の素粒子論において最も重要な問題は量子重力を如何にして定式化し、重力の量子効果を取り入れることである。アインシュタイン理論は繰り込み可能ではないため、低エネルギー有効理論と考えるしかない。ここで、例えば弦理論を考えると高次項がいつでも現れることに注目する。通常はそのような高次項は、量子効果による小さな補正項としか考えないが、ここで立場を変えてその項があると理論がどのようなになるかを考えることも有効であろう。その場合、これは紫外まで有効な理論を与えるかもしれない。なぜなら、4次元では、曲率の2次理論は繰り込み可能であることが Stelle によって示されているからである。しかし、理論がユニタリーではないこともわかっているのだから、通常は考えない。

ところが最近、3次元重力での大きな進展があった。それは3次元ではユニタリーな高階微分重力が可能であることがわかったのである [1]。

$$S = \frac{1}{\kappa^2} \int d^3x \sqrt{-g} \left[ \sigma R - 2\Lambda_0 + \alpha R^2 + \beta R_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2\mu} \mathcal{L}_{LCS} \right], \quad (1)$$

3次元アインシュタイン理論には自由度はないが、それに高階微分項を付け加えると、重力はダイナミクスを得てユニタリーにあるのである。しかも、この場合繰り込み可能である可能性があると考えられる。したがって、3次元ではあるが、初めてユニタリーで繰り込み可能な重力理論ができるかもしれないことになる。

これを調べるために、まず作用のスペクトラムを調べる事により (off-shell analysis) すべての係数の場合のユニタリーで安定な理論の解析を行った [2]。さらに解析の結果、残念ながら繰り込み可能性は、まさにユニタリーな理論の場合にはうまくいかないこともわかった [3]。この場合、重力の量子効果を考えるには the asymptotic safety によるしかなさそうだと考えられる。

asymptotic safety とは、以下のような考えである。繰り込み不可能な理論において、摂動展開の和の取り方を変えたり、高階微分を付け加えると繰り込み可能になることがある。また、繰り込み可能と言われる理論でも、摂動論では Landau pole のような非物理的特異性が表れるが、高エネルギーで結合定数が固定点に近づくとそのような問題は無く、理論が well-defined にできると考えられる。これは Weinberg により提唱され、このような理論を asymptotic safety と呼ぶ。

ここで、asymptotic safety は繰り込み可能性より広い概念であることに注意する。なぜなら、どんな理論でも結合定数の原点は固定点になっているが、もしもこれだけが理論の固定点であるなら (質量で) 負の次元の結合定数は0でないといけないことになる。なぜなら、その結合定数は繰り込み群により高エネルギーで原点から離れていくからである。その場合、負の次元の結合定数を持つ繰り込み不可能な相互作用はないということになり、理論は繰り込み可能ということになる。つまり asymptotic safety は繰り込み可能な理論を含むのである。(QED のような理論は、asymptotic safe ではないが、高エネルギーで有効な理論とは考えられない。) 要するに asymptotic safety とは、摂動論的ユニタリー性にこだわらず、不安定性などの問題がない有効理論が定義できればよいという立場である。

## 2 繰り込み群の Wilson 理論

繰り込み群を考える際に重要なのが、Wilson 的有効理論である。運動量スケール  $k$  での物理を記述する有効理論は、 $k$  より大きい場の揺らぎについて積分して得られる。 $k$  は汎関数積分の下限を与え、得られた有効理論の  $k$  依存性が Wilson の繰り込み群を与える。この汎関数方程式からベータ関数が得られる。この方法を任意の背景、任意の次元の場合に適用した。

ベータ関数を最大対称空間に対して、アインシュタイン重力理論に宇宙項がある 3 次元の高階微分理論に対して計算した結果、理論の中のすべての結合定数に対して、非自明な固定点があることがわかった [4]。しかし背景場を最大対称空間にすれば、 $R_{\mu\nu}^2$  と  $R^2$  の項を区別できないので、任意の次元で、任意の背景の場合の完全なベータ関数を Roberto Percacci とともに求めた [5]。

作用は

$$S = \int d^d x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{\kappa^2} (\sigma R - 2\Lambda) + \frac{1}{2\lambda} C^2 - \frac{1}{\rho} E + \frac{1}{\xi} R^2 + \tau \square R \right], \quad (2)$$

ここで  $C^2$  は Weyl tensor の 2 乗、 $E$  は Gauss-Bonnet 項を表す。この解析により、4 次元のベータ関数より固定点を求めた。ここで、宇宙項の固定点の値はゲージ不変であることも確認したが、正確な値自身は重要かどうかはわからない。というのは物質場の寄与も考えないといけないからである。また、3 次元や 5 次元以上の次元でも固定点があることを確認した。このことは、asymptotic safety という考え方が、重力に対して有効であることを強く示唆している。

## 3 $f(R)$ 重力

繰り込み群の方法は、厳密に定式化できるが、具体的に  $\beta$  関数を求めるには、理論を制限しなければならない。例えば、微分展開や多項式展開などを使う。その結果、厳密な意味で asymptotic safety が成り立つことを結論するのはなかなか難しい。ただ、今までの解析では、常に非自明な固定点が見つかっており、asymptotic safety は正しい方向ではないかと考えられている。

一方、その他の今までの試みの問題点として、ゲージ依存性、計量のパラメトリゼーション依存性などが挙げられる。そこで今回我々が考えたのは、 $d$  次元におけるより一般の作用

$$S = \int d^d x \sqrt{-g} f(R), \quad (3)$$

を考え、 $f(R)$  に対する繰り込み群方程式を出すということである。これまでのような、個々の項を考えるのではなく、曲率  $R$  の任意関数を考える。また、2 つの計量の揺らぎのパラメトリゼーションとして

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\rho} (e^h)^\rho{}_\nu, \quad (4)$$

を用い、その結果も比較した。後者は結果がゲージ不変になるという利点があることがわかった。以下では、その詳細を報告する。

背景は  $d$  次元球面とする。

$$\bar{R}_{\mu\rho\nu\sigma} = \frac{\bar{R}}{d(d-1)} (\bar{g}_{\mu\nu} \bar{g}_{\rho\sigma} - \bar{g}_{\mu\sigma} \bar{g}_{\nu\rho}) \quad (5)$$

揺らぎの2次の項は

$$\begin{aligned}
I^{(2)} = & \frac{1}{2}f''(\bar{R})\left[\square h - \nabla_\mu \nabla_\nu h^{\mu\nu} + \bar{R}_{\mu\nu}h^{\mu\nu}\right]^2 + \frac{1}{2}f'(\bar{R})\left[\frac{1}{2}h_{\mu\nu}\square h^{\mu\nu} + (\nabla_\mu h^{\mu\nu})^2\right. \\
& + h(\nabla_\mu \nabla_\nu h^{\mu\nu} - \bar{R}_{\mu\nu}h^{\mu\nu}) + \bar{R}_{\mu\alpha}h^{\mu\nu}h_\nu^\alpha - \frac{1}{2}h\square h + \bar{R}_{\mu\alpha\nu\beta}h^{\mu\nu}h^{\alpha\beta}\left. \right] \\
& + \frac{1}{8}f(\bar{R})(h^2 - 2h_{\mu\nu}^2) + \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}f(\bar{R})\bar{g}^{\mu\nu} - f'(\bar{R})\bar{R}^{\mu\nu}\right]h_{\mu\nu}^2, \tag{6}
\end{aligned}$$

となる。ゲージ不変性を見るには、次の **York 分解** を使うのが良いことがわかった。

$$h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}^{TT} + \nabla_\mu \xi_\nu + \nabla_\nu \xi_\mu + \nabla_\mu \nabla_\nu \sigma - \frac{1}{d}\bar{g}_{\mu\nu}\nabla^2\sigma + \frac{1}{d}\bar{g}_{\mu\nu}h, \tag{7}$$

ただし

$$\nabla_\mu h_{\mu\nu}^{TT} = \bar{g}^{\mu\nu}h_{\mu\nu}^{TT} = \nabla_\mu \xi^\mu = 0. \tag{8}$$

である。そうすると、作用のゲージ不変な部分は

$$\begin{aligned}
I_{exp}^{(2)} = & -\frac{1}{4}f'(\bar{R})h_{\mu\nu}^{TT}\left(-\nabla^2 + \frac{2}{d(d-1)}\bar{R}\right)h^{TT\mu\nu} + h\left(\frac{1}{8}f(\bar{R}) - \frac{1}{4d}f'(\bar{R})\bar{R}\right)h \\
& + \frac{d-1}{4d}s\left[\frac{2(d-1)}{d}f''(\bar{R})\left(-\nabla^2 - \frac{\bar{R}}{d-1}\right) + \frac{d-2}{d}f'(\bar{R})\right]\left(-\nabla^2 - \frac{\bar{R}}{d-1}\right)s \tag{9}
\end{aligned}$$

となる。ここで  $s = h - \bar{\nabla}^2\sigma$  はゲージ不変な場である。exponential parametrization の場合、ゲージ自由度  $\xi_\mu$  は消える! ゲージ固定を

$$S_{GF} = \frac{Z}{2\alpha} \int d^d x \sqrt{\bar{g}} \bar{g}^{\mu\nu} F_\mu F_\nu; \quad F_\mu = \bar{\nabla}_\rho h^\rho{}_\mu - \frac{\beta+1}{d}\bar{\nabla}_\mu h. \tag{10}$$

とすると、ゴーストの作用は

$$S_{gh} = \int dx \sqrt{\bar{g}} \bar{C}^\mu \left( \delta_\mu^\nu \bar{\nabla}^2 + \left(1 - 2\frac{\beta+1}{d}\right) \bar{\nabla}_\mu \bar{\nabla}^\nu + \bar{R}_\mu{}^\nu \right) C_\nu \tag{11}$$

となる。ゲージ固定項とゲージ自由度の寄与、ゴーストの寄与、York 分解の Jacobian の寄与を考慮するとゲージによる部分はすべて打ち消し、結果はゲージ不変になることが確かめられる。これは上記の exponential parametrization を使った結果である。

## 4 汎関数繰り込み群方程式

今の場合、結果として汎関数繰り込み群方程式は

$$\begin{aligned}
\dot{\Gamma}_k = & \frac{1}{2}\text{Tr}_{(2)} \left[ \frac{\dot{f}'(\bar{R})R_k(\square) + f'(\bar{R})\dot{R}_k(\square)}{f'(\bar{R})\left(P_k(\square) - E_{(2)} + \frac{2}{d(d-1)}\bar{R}\right)} \right] - \frac{1}{2}\text{Tr}_{(1)} \left[ \frac{\dot{R}_k(\square)}{P_k(\square) - E_{(1)} - \frac{1}{d}\bar{R}} \right], \\
& + \frac{1}{2}\text{Tr}_{(0)} \left[ \frac{\dot{f}''(\bar{R})R_k(\square) + f''(\bar{R})\dot{R}_k(\square)}{f''(\bar{R})\left(P_k(\square) - E_{(0)} - \frac{1}{d-1}\bar{R}\right) + \frac{d-2}{2(d-1)}f'(\bar{R})} \right] \tag{12}
\end{aligned}$$

で与えられることになる。ドットはスケール  $k$  の対数微分、 $E_{(s)}$  ( $s = 0, 1, 2$ ) はスカラー曲率の線形項、 $R_k(\square)$  は切断関数である。

$$E_{(2)} = -\alpha\bar{R}, \quad E_{(0)} = -\beta\bar{R}, \quad E_{(1)} = -\gamma\bar{R}, \quad (13)$$

$$P_k(\square) = \square + R_k(\square), \quad \square = -\bar{\nabla}^2 + E_{(s)}, \quad (14)$$

(添え字は異なるスピンの寄与を表す。) Heat kernel 展開を用いて計算すると、4次元での主要な結果として

$$\begin{aligned} & 32\pi^2(\dot{\varphi} - 2r\varphi' + 4\varphi) \\ &= \frac{c_1(\dot{\varphi}' - 2r\varphi'') + c_2\varphi'}{\varphi'[6 + (6\alpha + 1)r]} + \frac{c_3(\varphi'' - 2r\varphi''') + c_4\varphi''}{2\{\varphi''[3 + (3\beta - 1)r] + \varphi'\}} - \frac{c_5}{4 + (4\gamma - 1)r}, \end{aligned} \quad (15)$$

を得る。ただし

$$\begin{aligned} c_1 &= 5 + 5\left(3\alpha - \frac{1}{2}\right)r + \left(15\alpha^2 - 5\alpha - \frac{1}{72}\right)r^2 + \left(5\alpha^3 - \frac{5}{2}\alpha^2 - \frac{\alpha}{72} + \frac{311}{9072}\right)r^3, \\ c_2 &= 40 + 15(6\alpha - 1)r + \left(60\alpha^2 - 20\alpha - \frac{1}{18}\right)r^2 + \left(10\alpha^3 - 5\alpha^2 - \frac{\alpha}{36} + \frac{311}{4536}\right)r^3, \\ c_3 &= 1 + \left(3\beta + \frac{1}{2}\right)r + \left(3\beta^2 + \beta - \frac{511}{360}\right)r^2 + \left(\beta^3 + \frac{1}{2}\beta^2 - \frac{511}{360}\beta + \frac{3817}{9072}\right)r^3, \\ c_4 &= 2\left[3 + (6\beta + 1)r + \left(3\beta^2 + \beta - \frac{511}{360}\right)r^2\right], \\ c_5 &= 12 + 2(12\gamma + 1)r + \left(12\gamma^2 + 2\gamma - \frac{607}{180}\right)r^2. \end{aligned} \quad (16)$$

## 5 Scaling solutions in 4D

$\dot{\varphi} = 0$  の条件より、固定点における関数が満たすべき微分方程式を得る。それから、 $\varphi$  の大きな  $r$  での振る舞いは高々2次

$$\varphi \sim a_2 r^2 + a_1 r + a_0 + a_{-1}/r + \dots \quad (17)$$

であることがわかる。また、厳密解として2次の多項式最も簡単な形

$$\varphi(r) = g_0 + g_1 r + g_2 r^2 \quad (18)$$

があることがわかり、これはインフレーション模型として良いと言われている Starobinsky model に近いという意味で面白い結果である (表1)。より一般には

$$\varphi(r) = \sum_{m=0}^N g_m r^m, \quad \dot{\varphi}(r) = \sum_{m=0}^N \beta g_m r^m, \quad (19)$$

のように、 $r$  のべきで  $N$  次まで展開すると、ベータ関数に対する  $N + 1$  個の代数方程式を得る。それらをゼロにすると固定点が求まる。たとえば  $\alpha = \beta = \gamma = 0$  の場合の解として表2のものが得られる。

また、 $\alpha, \beta, \gamma$  がいろいろな場合の数値解については、固定点に対応する微分方程式が一般に3階となるが、3階の項の係数  $rc_3$  のゼロ点が特異点になるので難しいが、現在解析中である。

また、他の次元も調べられるが、いつも紫外固定点があることは間違いなさそうである。

$10^3\alpha$	$10^3\beta$	$10^3\gamma$	$10^3\tilde{g}_{0*}$	$10^3\tilde{g}_{1*}$	$10^3\tilde{g}_{2*}$	$\theta$
-593	-73.5	-177	7.28	-8.42	1.71	3.78
-616	-70.7	-154	7.42	-8.64	1.74	3.75
-564	-80.3	-168	6.82	-8.77	1.83	3.70
-543	-87.4	-126	6.31	-9.47	2.06	3.43
-420	-100.5	-3.19	4.90	-10.2	2.83	2.93
-173	-2.98	244	4.53	-8.34	2.70	2.18
-146	-64973	250	2.90	-10.7	0.0006	2.58
-109	-22267	307	2.90	-10.4	0.0045	2.45
109	-3564	526	2.84	-7.83	0.094	C
377	-1305	794	2.57	-4.37	0.214	> 4

表 1: 厳密解

$N$	$g_0^*$	$g_1^*$	$g_2^*$	$10^5 g_3^*$	$10^6 g_4^*$	$10^7 g_5^*$	$10^7 g_6^*$	$10^8 g_7^*$	$10^9 g_8^*$
1	0.00290	-0.00770							
2	0.00467	-0.00492	0.00148						
3	0.00466	-0.00472	0.00143	-1.78					
4	0.00478	-0.00473	0.00136	-1.39	-4.17				
5	0.00479	-0.00466	0.00134	-1.79	-4.34	-7.09			
6	0.00481	-0.00465	0.00132	-1.79	-4.83	-7.72	-1.53		
7	0.00482	-0.00464	0.00132	-1.85	-4.93	-8.81	-1.73	-3.60	
8	0.00482	-0.00463	0.00131	-1.86	-5.02	-9.11	-2.00	-4.23	-9.51

表 2:  $\alpha = \beta = \gamma = 0$  の場合の固定点。

## 6 結論

ここでは、一般の関数  $f(R)$  に対する新しい繰り込み群方程式を与えた。特に面白いのは、新しい計量の指数的なパラメトリゼーションを用いてゲージ不変な結果を得ており、それには、今までであった非物理的な特異点がないことである。また、一般の  $f(R)$  に対し、Asymptotic Safety に重要な紫外固定点があることを示した。厳密解として、現在のインフレーションモデルとして良いと言われている Starobinsky model ( $R + R^2$ ) のような厳密解があることを発見した。

今後の課題としては、数値解析、より一般の理論、背景場非依存性（双曲空間）について調べることが重要であると考えられる。

## References

- [1] E. A. Bergshoeff, O. Hohm and P. K. Townsend, “Massive Gravity in Three Dimensions,” *Phys. Rev. Lett.* **102** (2009) 201301 [arXiv:0901.1766 [hep-th]].
- [2] N. Ohta, “A Complete Classification of Higher Derivative Gravity in 3D and Criticality in 4D,” *Class. Quant. Grav.* **29** (2012) 015002 [arXiv:1109.4458 [hep-th]].
- [3] K. Muneyuki and N. Ohta, “Unitarity versus Renormalizability of Higher Derivative Gravity in 3D,” *Phys. Rev. D* **85** (2012) 101501 [arXiv:1201.2058 [hep-th]].
- [4] N. Ohta, “Beta Function and Asymptotic Safety in Three-dimensional Higher Derivative Gravity,” *Class. Quant. Grav.* **29** (2012) 205012 [arXiv:1205.0476 [hep-th]].
- [5] N. Ohta and R. Percacci, “Higher Derivative Gravity and Asymptotic Safety in Diverse Dimensions,” *Class. Quant. Grav.* **31** (2014) 015024 [arXiv:1308.3398 [hep-th]].
- [6] N. Ohta, R. Percacci and G. P. Vacca, “A flow equation for  $f(R)$  gravity and some of its exact solutions,” *Phys. Rev. D* **92** (2015) 6, 061501 (Rapid Communication), arXiv:1507.00968 [hep-th]

# Defects in open string field theory

京都産業大学益川塾

小路田 俊子

## 1 はじめに

World sheet defect は異なる二つの共形場理論 (CFT) を結びつけるオブジェクトである。例えば、複素平面の上半面に  $CFT_1$  を、下半面に  $CFT_2$  をおいたとする。この時、全体で共形対称性を保つためには、ストレステンソル  $T - \bar{T}$  が実軸で連続的になる必要がある。

$$\lim_{y \rightarrow +0} T_1(x + iy) - \bar{T}_1(x + iy) = \lim_{y \rightarrow -0} T_2(x - iy) - \bar{T}_2(x - iy) \quad (1)$$

このような条件を満たす実軸を conformal defect と呼ぶ。(1) の自明な解として、完全反射型  $T_1(x) = \bar{T}_1(x)$ ,  $T_2(x) = \bar{T}_2(x)$  と、完全透過型  $T_1(x) = T_2(x)$ ,  $\bar{T}_1(x) = \bar{T}_2(x)$  がある。完全反射型は通常の境界条件であり、 $CFT_1$  と  $CFT_2$  は分離する。一方、完全透過型は  $CFT_1 = CFT_2$  である。(1) の一般解は両者の性質を持ったもので、カレントを部分的に反射し、部分的に透過する。一般解の解析は難しく、現在よく調べられているのは完全透過型の場合である。 $CFT_1 = CFT_2$  では何も面白くないように見えるかもしれないが、このタイプの defect でも深い内容を持っているということが本文で述べたい内容である。

Defect 演算子  $D$  を導入し、完全透過型の条件をモード展開で表すと

$$[L_n, D] = [\bar{L}_n, D] = 0 \quad (2)$$

となる。この条件は defect が tensionless であることを示しており、 $D$  は topological defect と呼ばれる。topological defect は、他の defect や、演算子とぶつからない限り、相関関数の値を変えることなく自由に動かせるのである。(2) から、Schur の補題により  $D$  は Verma module への射影演算子の線形結合でかけられることが導かれる。[1] は、defect の挿入されたトーラス分配関数のモジュラー不変性から、その係数が  $S$  行列で書けることを指摘した<sup>1</sup>。

$$D_a = \sum_i \frac{S_{0i}}{S_{ai}} P^i \quad (3)$$

ここで defect 演算子の  $a$  のラベルは defect の種類を表すものであるが、(3) から Verma module の添え字と同じになることが分かる。(3) は、境界状態に非常に良く似た表式である。(3) よりシンプルな関係式

$$D_d D_c = \sum_e N_{dc}^e D_e, \quad D_a ||\alpha\rangle\rangle = \sum_\beta N_{da}^\beta ||\beta\rangle\rangle \quad (4)$$

<sup>1</sup>ここでは diagonal minimal model について議論する。

が導ける。 $N_{cd}^e$  は Verma module 間の OPE を定めるもので、fusion 係数と呼ばれる。(4) は正に fusion rule そのものである。また境界状態と defect は同じ代数を満たすことも分かる。

さてこの topological defect を弦の場の理論へ導入することを考える。その理由を以下に述べる。ボゾニックな開弦の場の理論の作用と運動方程式は

$$S_{\text{OSFT}} = -\frac{1}{g_o^2} \left[ \frac{1}{2} \langle \Psi * Q_B \Psi \rangle + \frac{1}{3} \langle \Psi * \Psi * \Psi \rangle \right] \quad (5)$$

$$Q_B \Psi + \Psi * \Psi = 0 \quad (6)$$

で与えられる。ここで  $Q_B$  は世界面の BRST 電荷で、\*積と  $\int$  は弦の場の特殊な貼り合わせ方を指定する。ここで開弦の場に作用する演算子  $\mathcal{D}$  が、ghost sector に依らず、topological  $[L_n, \mathcal{D}] = 0$  とする。これは即ち  $[Q_B, \mathcal{D}] = 0$  を意味する。また \*積に対する分配則

$$\mathcal{D}(\psi * \chi) = \mathcal{D}(\psi) * \mathcal{D}(\chi). \quad (7)$$

を満たすとする。この時  $\Psi$  が解ならば  $\mathcal{D}\Psi$  もまた解であることが (6) よりただちに分かる。topological defect は (1) の解の内、 $\text{CFT}_1 = \text{CFT}_2$  であるような簡単な解であると述べたが、異なる boundary conformal field theory (BCFT) を結びつけることが出来るのである。

開弦の状態は、境界に住む演算子によって生成される。上記の演算子  $\mathcal{D}$  を得るためには、topological defect を、bulk から境界の方へ移動し、境界に住む演算子にどのように働くかを調べる必要がある。境界演算子に作用する defect を bulk に作用する  $D$  と区別して  $\mathcal{D}$  と書くことにする。

## 2 open string defect

境界上の演算子を  $\phi_i^{(ab)}(x)$  と書く。 $i$  は Virasoro の表現の足、 $a, b$  はそれぞれ演算子の左側と右側の境界条件である。まず境界上に演算子の挿入が無い場合、defect は fusion rule (4) に従って境界条件を変えることを既にみた。

closed string defect は射影演算子で書かれ、closed string のヒルベルト空間の元を同じヒルベルト空間へ写像するものであった。しかし open string defect の場合射影演算子では書けない。それは defect が境界条件を変更するためである。そこで defect 演算子を作用させると、(4) で与えられる適切な境界条件を持つ場の線形結合で書かれるだろうと予測し

$$\mathcal{D}^d \phi_i^{(ab)} = \sum_{a', b'} X_{ia'b'}^{dab} \phi_i^{(a'b')} \quad (8)$$

と置く。topological という条件から Virasoro のラベルは  $\mathcal{D}$  の作用で変わらない。この  $\mathcal{D}$  に、(7) を課すことで係数  $X$  を決めていく。開弦の場の理論の \*積は、二つの弦の貼り合わせと、二つの弦の波動関数を生成する境界演算子同士の OPE から成り立つ。弦の貼り合わせについては

topological defect を導入しても何も変更が無いので、ここでは OPE に対して defect が分配則を満たすか、つまり

$$\mathcal{D}_d \left( \phi_i^{ab}(x) \phi_j^{(bc)} \right) = \mathcal{D}_d \left( \phi_i^{ab}(x) \right) \mathcal{D}_d \left( \phi_j^{(bc)} \right) \quad (9)$$

が成り立つかどうかを調べる。これは [2] の方法を一般の境界演算子に拡張したものである。

(8) を (7) に代入し、 $C_{ijk}^{abc} = F_{bk} \begin{bmatrix} i & j \\ a & c \end{bmatrix}$  [3, 5] を使う。ここで  $C_{ijk}^{abc}$  は境界演算子  $\phi_i^{(ab)}$  同士の OPE 係数であり、 $F_{bk} \begin{bmatrix} i & j \\ a & c \end{bmatrix}$  とは chiral vertex operator の OPE の結合律を与える fusion matrix と呼ばれるものである。更に parity 不変な defect を考えることにするため、 $X_{ia'b'}^{dab} = X_{ib'a'}^{dba}$  を課せば defect の作用が求まる。

$$X_{ia'b'}^{dab} = F_{di} \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \frac{\sqrt{F_{1a'} \begin{bmatrix} a & d \\ a & d \end{bmatrix} F_{1b'} \begin{bmatrix} b & d \\ b & d \end{bmatrix}}{F_{1i} \begin{bmatrix} a & b \\ a & b \end{bmatrix}} \quad (10)$$

次に  $\mathcal{D}$  の fusion 則について調べた。closed string defect は シンプルな fusion rule (4) を満たすが、open string defect (10) は一般に (4) を満たさず、変換行列  $U$  が必要なことが分かった。

$$\left[ \mathcal{D}^d \mathcal{D}^c \phi_i \right]^{\{aa'a''\} \{bb'b''\}} = \left[ U_{dc} \left( \sum_e N_{dc}^e \mathcal{D}^e \right) U_{dc}^{-1} \right]^{\{aa'a''\} \{bb'b''\}} \quad (11)$$

ここで上付き添え字  $\{aa'a''\} \{bb'b''\}$  は、defect の作用による左 (右) 側境界条件のルートを表したものである。右辺では defect を一度しか作用させておらず左辺の中間状態  $\phi_i^{(a'b')}$  に対応するものは無い。 $U, U^{-1}$  はこの中間状態の縮退を混ぜる働きをする。

一つの演算子を考えるとこのような  $U, U^{-1}$  を考慮しなければならないが、相関関数の中の隣り合う演算子を考えると、 $U$  と  $U^{-1}$  はキャンセルするようになっている。よって相関関数全体では open string defect にも fusion rule が成り立ち、望ましい結果となっている。

### 3 defect in open string field theory

[6] は、開弦の場の理論の方程式を数値的に解くことによって、境界状態を探索する方法の試験として、ユニタリーな diagonal minimal model の最も簡単な Ising model ( $c = 1/2$ ) を扱った (表.1)。Ising model には三つのプライマリー場、それに対応して三つの fundamental boundary state が存在する。

弦の場は reference となる BCFT を一つ決め、そのヒルベルト空間の状態全ての線形結合で表される。今仮に reference BCFT として  $\sigma$  ブレインが一枚ある系を考える。表.1 から分かるように、 $\sigma$  ブレイン上には 1 と  $\varepsilon$  の励起が存在するので、弦の場は形式的に

$$\Psi = \sum_I t_I^{(1;\sigma\sigma)} L_{-I} |0\rangle + \alpha_I^{(\varepsilon;\sigma\sigma)} L_{-I} \varepsilon^{(\sigma\sigma)}(0) |0\rangle \equiv \psi_1^{(\sigma\sigma)} + \psi_\varepsilon^{(\sigma\sigma)} \quad (12)$$

		$(h, \bar{h})$	境界条件	励起モード
1	真空	$(0, 0)$	$  1\rangle\rangle$	1
$\varepsilon$	エネルギー密度	$(1/2, 1/2)$	$  \varepsilon\rangle\rangle$	1
$\sigma$	スピン場	$(1/16, 1/16)$	$  \sigma\rangle\rangle$	$1, \varepsilon$

Table 1: Ising model

と書かれる<sup>2</sup>。添え字  $I$  は、 $\{i_1, i_2, \dots\}$  ( $i_1 \leq i_2 \leq \dots$ ) を表しており、descendant 状態を全て書き出している。  $t, \alpha$  は重ねあわせの係数である。そして場の古典解は reference とは異なる BCFT を表しているのである。例えば (12) を、運動方程式 (6) に代入して解いた結果、  $t, \alpha$  がある数係数に定まっており、その真空エネルギーは丁度元々の  $\sigma$  ブレインから測った 1 ブレイン一枚分のエネルギーを持っていたとする。この解  $\Psi$  は、reference BCFT $_{\sigma}$  から BCFT $_1$  へのシフトを与えるという意味で  $\Psi_{\sigma \rightarrow 1}$  と書くことにする。 [6] は数値計算により  $\Psi_{\sigma \rightarrow 1}, \Psi_{\sigma \rightarrow \varepsilon}$  などを求めている。

$\Psi_{\sigma \rightarrow 1}$  (12) を運動方程式に代入すると、運動方程式は二つの部分に分かれる。

$$\begin{aligned} Q_B \psi_1^{(\sigma\sigma)} + \psi_1^{(\sigma\sigma)} * \psi_1^{(\sigma\sigma)} + \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} * \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} &= 0 \\ Q_B \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} + \psi_1^{(\sigma\sigma)} * \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} + \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} * \psi_1^{(\sigma\sigma)} &= 0 \end{aligned}$$

この二式より

$$\psi_1^{(\sigma\sigma)} - \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)}, \quad \begin{pmatrix} \psi_1^{(\sigma\sigma)} & \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} \\ \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} & \psi_1^{(\sigma\sigma)} \end{pmatrix} \quad (13)$$

も解である。 [6] によれば  $\psi_1^{(\sigma\sigma)} - \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)}$  は  $\Psi_{\sigma \rightarrow \varepsilon}$  である。

さて、今やこれらの解は defect を用いて得ることができる。実際に Ising model の fusion 行列のデータを (10) に代入すると次の結果を得る。

$$\begin{aligned} \psi_1^{(\sigma\sigma)} - \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} &= \mathcal{D}_{\varepsilon} \Psi_{\sigma \rightarrow 1} = \Psi_{\sigma \rightarrow \varepsilon} \\ \begin{pmatrix} \psi_1^{(\sigma\sigma)} & \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} \\ \psi_{\varepsilon}^{(\sigma\sigma)} & \psi_1^{(\sigma\sigma)} \end{pmatrix} &= \mathcal{D}_{\sigma}^2 \Psi_{\sigma \rightarrow 1} = \Psi_{2\sigma \rightarrow 1 + \varepsilon} \end{aligned} \quad (14)$$

Defect を作用させると  $\Psi$  の下添え字も fusion rule に従って変更されるが、数値計算の結果と一致する。従って open string defect の構成は成功していると言える。

もう一つの consistency check として、Gauge invariant observable (GIO)  $W(\mathcal{V}_j, \Psi)$  というものを考える。これは開弦場の古典解が定める境界条件を持つ、on-shell closed string の tadpole を

<sup>2</sup>弦の場の理論を構成するためには、BRST 電荷の冪例性が必要なので全体で central charge が消えている必要がある。よって弦の場の matter sector には  $c = 26 - 1/2$  の補助場を加え、これと ghost で central charge を消す。ここでは簡単のため Ising sector だけを書いている。

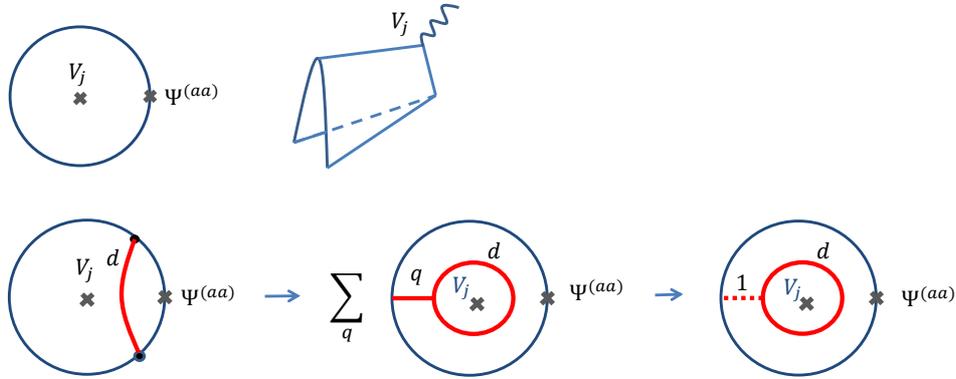


Figure 1: fig: GIO は開弦の場の古典解が与える境界を持った円盤上の on-shell closed string tadpole であるという予想がある [7]. この vertex は open string から closed string への転化を表す (上図)。Defect (赤い線) が作用した開弦場の GIO を考える (下図左)。boundary に作用している defect を bulk 側へ変形する (下図中)。Fusion 行列の方程式を使うと、boundary へ作用していた defect を bulk に作用させたものと一致することが示される (下図右)。

与えたと信じられている量である [7](図.1)。

$$W(\mathcal{V}_j, \Psi) \equiv \langle \mathcal{V}_j(i)w \circ \Psi(0) \rangle_{\text{UHP}} = \langle \mathcal{V}_j(0)f \circ \Psi(1) \rangle_{\text{disk}} \quad (15)$$

写像は  $w(z) = \frac{2z}{1-z^2}$ ,  $f(z) = \frac{(1+iz)^2}{(1-iz)^2}$  で与えられる。

GIO 中の古典解  $\Psi$  を defect によって新たな古典解に写像する。この open string defect を変形し、closed string vertex operator に作用させる。defect は境界から離れられないように思えるが、fusion matrix の恒等式により図.1 のように invisible な identity defect のみが残る。よって次の関係式が得られる。

$$W(\mathcal{V}_j, \mathcal{D}_d \Psi) = W([D_d \mathcal{V}_j], \Psi) \quad (16)$$

ここで closed string vertex operator に作用しているのは closed string defect  $D_d$  であることに注意する。我々の構成した open string defect は確かに従来の closed string defect と consistent であることが確かめられた。

## References

- [1] V. B. Petkova and J. -B. Zuber, “Conformal boundary conditions and what they teach us,” hep-th/0103007.
- [2] K. Graham and G. M. T. Watts, “Defect lines and boundary flows,” JHEP **0404** (2004) 019 [hep-th/0306167].

- [3] G. Moore and N. Seiberg, “Lectures on RCFT,” in: Physics, geometry, and topology (Banff, AB, 1989), ed. H.C. Lee, NATO Adv. Sci. Inst. Ser. B Phys., 238, Plenum, New York, 1990, 263-361.
- [4] J. Frohlich, J. Fuchs, I. Runkel and C. Schweigert, “Kramers-Wannier duality from conformal defects,” Phys. Rev. Lett. **93**, 070601 (2004) [cond-mat/0404051].
- [5] I. Runkel, “Boundary problems in conformal field theory,” PhD thesis,
- [6] M. Kudrna, M. Rapcak and M. Schnabl, arXiv:1401.7980 [hep-th].
- [7] I. Ellwood, JHEP **0808**, 063 (2008) doi:10.1088/1126-6708/2008/08/063 [arXiv:0804.1131 [hep-th]].

# Separability criteria with angular and Hilbert space averages<sup>1</sup>

日本大学理工学部

梅津 光一郎

## 1 Introduction

量子エンタングルメントは、純粋な量子力学的性質であり、量子情報科学において非常に重要な役割を果たす。過去には、光源などによって生成された量子的状態がエンタングルしているかセパラブルであるかを判定するための研究が数多くなされてきた。そのなかでも、局所実在論をテストする不等式として有名な Bell 不等式 [2, 3] もまた、セパラブル状態とエンタングル状態を区別する判定条件としての役割を果たすことが Gisin 定理 [4] として知られている。その Gisin 定理は、量子的な状態が純粋状態に対してのみ有効であるが、混合状態に対しては、Peres 定理がよく知られている [5]。これは  $d = 2 \times 2$  の系の次の密度行列

$$\rho = \sum_{i,j,k,l} P_{kl}^{ij} |i\rangle\langle j| \otimes |k\rangle\langle l|, \quad (1)$$

によって与えられる状態に対して、その密度行列の部分転置、すなわち、

$$\rho^{T_2} = \sum_{i,j,k,l} P_{kl}^{ij} |i\rangle\langle j| \otimes |l\rangle\langle k|, \quad (2)$$

が常に正になるとき、その状態はセパラブル状態であることが示される。この Peres 定理は  $d = 2 \times 2$  の系に対して必要十分なセパラビリティ条件を与えるため強力な方法であるといえることができる。しかしながら、その一方で、Peres 定理を用いるためには正確な状態ベクトルや密度行列を知る必要がある。実際の実験において、測定されたデータから状態ベクトルや密度行列を正確に再構成することは一般に複雑なものとなることは Pauli の時代からよく知られている [6]。

本研究では、Peres 定理のような正確な量子状態の再構成を必要としない、実用的に役立つ簡便なエンタングル状態を判定する方法を提案することをその目的とする。

## 2 Separability Criteria

本章において、我々は正確な量子的状態の再構成を必要としない実用的に役立つ量子状態を判定する方法を構築する。

まず、我々は Einstein-Podolsky-Rosen(EPR) の思考実験 [7] のような  $d = 2 \times 2$  の系を考える。この  $d = 2 \times 2$  系における一般的なセパラブル状態は

$$\rho = \sum_k \omega_k \rho_k \quad (3)$$

<sup>1</sup>本研究は K. Fujikawa, C.H. Oh, S. Yu との共同研究 [1] に基づく。

によって与えられる. ここで,  $\rho_k$  は全てセパラブルな純粋状態とし,  $\omega_k$  は非負の weight factor ( $\sum \omega_k = 1$ ) とする. 我々は, セパラブル状態とエンタングル状態を区別する判定条件としてこの (3) 式を提案する.

これから, 我々は EPR の思考実験を実現した実際の実験を考慮しながら, (3) から得られるいくつかの帰結を示す. まず初めに, もしこの状態が純粋状態である場合, すなわち, (3) において  $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$  とするならば, 2つの射影演算子  $P(\mathbf{a})$  と  $P(\mathbf{b})$  の相関を考慮することにより, セパラブル状態が満たすべき方程式

$$G(\mathbf{a}, \mathbf{b})_{\text{pure}} \equiv 4[\langle\psi|P(\mathbf{a}) \otimes P(\mathbf{b})|\psi\rangle - \langle\psi|P(\mathbf{a}) \otimes \mathbf{1}|\psi\rangle\langle\psi|\mathbf{1} \otimes P(\mathbf{b})|\psi\rangle] = 0, \quad (\text{for photon}) \quad (4)$$

が導かれる. ここで,  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  は任意の単位ベクトルとする. スピン 1/2 粒子の系においては,  $P(\mathbf{a}) = (1 + \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma})/2$  を用いることによって,

$$G(\mathbf{a}, \mathbf{b})_{\text{pure}} \equiv [\langle\psi|\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}|\psi\rangle - \langle\psi|\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{1}|\psi\rangle\langle\psi|\mathbf{1} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}|\psi\rangle] = 0, \quad (\text{for spin 1/2 particle}) \quad (5)$$

を得る. 我々は, 任意の  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  において, (4) 式と (5) 式の方程式が成立するならば, その状態がセパラブルな純粋状態であるための必要十分条件となることを示すことが出来る.

これら純粋状態におけるエンタングルメントの判定条件 (4) と (5) を検証するための実験はすでに存在しており, ここでは光子対を用いた Aspect 等 [8] の実験結果を用いて議論する. この実験では, 光源にカルシウムを用いており,  $6^1S_0 \rightarrow 4^1P_1 \rightarrow 4^1S_0$  の崩壊過程における中間状態  $4^1P_1$  の寿命は  $4.5 \times 10^{-9}$  [s] と非常に短いため, decoherence がなく, したがって純粋状態であると仮定する. 我々の判定条件 (4) における  $G(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  の式に, Aspect 等の実験値を用いることにより, 我々は

$$G(\varphi)_{\text{exp}} = (0.971 - 0.029)(0.968 - 0.028)0.984 \cos 2\varphi, \quad (\text{for photon}) \quad (6)$$

を得る. ここで,  $\varphi$  は任意の単位ベクトル  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  のなす角を表す. もし, この状態がセパラブル状態であるならば, その帰結である  $G(\varphi) = 0$  が任意の  $\varphi$  に対して常に成立するはずであるが, 実験結果である (6) はこれを大きく破ることが分かる. したがって, この結果は光源によって生成された光子対の状態が純粋状態であることを仮定するならば, この量子状態はセパラブル状態ではない, すなわちエンタングル状態であるということを示している. すなわち, これはベル不等式の破れが本質的にエンタングル状態によって引き起こされるという帰結と一致している.

現在の帰結において, 我々は状態を純粋状態であることを仮定したが, 実際の実験において, その状態が純粋状態であることを疑う人がいるかもしれない. そのため, 我々は状態がより一般的な混合状態である場合に対しても有用な separable criteria を提案する. 我々は上述と同様に  $d = 2 \times 2$  系における 2つの光子対とスピン 1/2 粒子対の場合を考える. 混合状態の相関  $C(\varphi)_{\text{mixed}}$  は, 任意の単位ベクトル  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  のなす角  $\cos \varphi = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  を固定し, 角度平均を取ることによって, それぞれ

$$C(\varphi)_{\text{mixed}} = 4\text{Tr} \rho \{P(\mathbf{a}) \otimes P(\mathbf{b})\}_{\text{ave}} = 1 + \frac{1}{2}C \cos 2\varphi, \quad (\text{for photon}), \quad (7)$$

$$C(\varphi)_{\text{mixed}} = \text{Tr} \rho \{\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}\}_{\text{ave}} = \frac{1}{3}C \cos \varphi, \quad (\text{for spin 1/2 particle}), \quad (8)$$

を得る．ここで， $-1 \leq C \leq 1$ を表す．(7)と(8)における係数 $1/2$ と $1/3$ の違いはスピンと光子の回転自由度の違い，すなわち， $d=2$ のヒルベルト空間におけるスピンの回転自由度は3次元であるのに対し，光子の回転自由度は進行方向に垂直な2次元となるために生じる．

我々が提案するこの簡便な separability criteria (7) と (8) は，既存の実験結果によって比較することができる．ここで，我々は光子を用いた実験としては上述の Aspect 等の実験 [8] とスピンを用いた実験としては酒井等の実験 [9] を用いることにする．(7) と (8) によって与えられるそれぞれの相関に対し，これらの実験値を用いると，

$$C(\varphi)_{\text{exp}} = 0.996 + 0.88 \cos 2\varphi, \quad (\text{for photon}), \quad (9)$$

$$C(\varphi)_{\text{exp}} = -\cos \varphi, \quad (\text{for spin } 1/2 \text{ particle}), \quad (10)$$

となり，我々の separability criteria を大きく破っている，すなわち，我々の criteria によって，状態がエンタングルしていることを示す結果であり，これは Aspect 等や酒井等の実験において用いられた量子状態がエンタングル状態であるというよく知られた結果に一致する．

しかしながら，スピンを用いた EPR の思考実験も光子を用いた実験も2準位の状態を持つ等価な実験であるにもかかわらず，先に述べたような(7)と(8)における係数 $1/2$ と $1/3$ の違いが現れることは非常に興味深い問題である．そこで，我々は $d=2$ ヒルベルト空間における状態を平均することを考える．このとき，光子系の場合における相関として，

$$C(\varphi)_{\text{mixed}} = 4\text{Tr } \rho \{P(\mathbf{a}) \otimes P(\mathbf{b})\}_{\text{ave}} = 1 + \frac{1}{3}C \cos 2\varphi, \quad (\text{for photon}), \quad (11)$$

を得ることができる．この光子対の系に対する(7)と(11)の違いを解析するために，我々は $d=2$ の Fock 空間における一般的な量子状態

$$|\alpha, \gamma\rangle = \cos \alpha e^{-i\gamma} \hat{a}_+^\dagger |0\rangle + \sin \alpha \hat{a}_-^\dagger |0\rangle \quad (12)$$

から出発する．この状態は $[\hat{a}_\pm, \hat{a}_\pm^\dagger] = 1$ と $\hat{a}_\pm |0\rangle = 0$ とする生成消滅演算子と2つの実数 $\alpha$ と $\gamma$ のパラメータによって記述される．通常の実験（例えば[8]を見よ．）においては，光子の偏光を表す射影演算子を，

$$P(\theta) = |\theta, 0\rangle\langle\theta, 0| \quad (13)$$

のように定義する．ここで用いた状態は(12)において $\alpha = \theta$ ， $\gamma = 0$ とし， $\theta$ の範囲は $0 \leq \theta \leq 2\pi$ とする．この射影演算子を用いて素朴な角度平均を取ると(7)の結果を得る．(7)と(11)の係数の違いは，パラメータを $\alpha = \theta$ ， $\gamma = 0$ のように制限した上で平均化の操作をすることによって生じると考えられる．実際に，射影演算子(13)の代わりに，より一般的な射影演算子

$$P(\theta/2, \phi) = |\theta/2, \phi\rangle\langle\theta/2, \phi| \quad (14)$$

および状態(12)を用いるならば，我々は(11)を得ることができる．したがって，このヒルベルト空間における平均化のように，自由度をきちんと考慮するならば，スピン系と光子系の実験における帰結が等価となることを確認することができる．

### 3 Summary and Discussion

我々は2つの量子系において、実用的で簡便な separability criteria として (3) を提案した。そして、実験との比較においては純粋状態と混合状態の両方の場合に Aspect 等の実験 [8] および酒井等の実験 [9] に我々の基本定理を用いた結果、これらの実験で用いられた状態が明らかにエンタングル状態であることを確認できることを示した。

最後に、Werner 状態と呼ばれるエンタングルしているが、常に Bell 不等式 (CHSH 不等式) を満たす状態 [10]

$$\rho_w = \frac{1}{8} \mathbf{1} + \frac{1}{2} |\psi_s\rangle\langle\psi_s| \quad (15)$$

を考える。ここで、 $|\psi_s\rangle$  は  $|\psi_s\rangle \equiv (1/\sqrt{2})[|+\rangle_1|+\rangle_2 - |-\rangle_1|+\rangle_2]$  と定義する。この Werner 状態 (15) を用いて、相関 (7) および (11) を評価すると、

$$4\text{Tr}\rho_w[P(\theta_a) \otimes P(\theta_b)] = 1 + \frac{1}{2} \cos 2\varphi, \quad (16)$$

$$4\text{Tr}\rho_w[P(\theta_a/2, \phi_a) \otimes P(\theta_b, \phi_b)] = 1 + \frac{1}{2} \cos 2\varphi, \quad (17)$$

となり、素朴な角度平均を用いた結果 (7) ではこの Werner 状態がエンタングルしていることを判定することができないが、ヒルベルト空間平均を用いた結果 (11) では状態がエンタングルしていることをきちんと判定できることが分かる。なお、実際の実験において、これを観測するためには、(14) における  $\phi$  の位相差を測定する実験を行えばよい。

### References

- [1] K. Fujikawa, C.H. Oh, K. Umetsu and S. Yu, *Annals Phys.* **368**, 248 (2016).
- [2] J. S. Bell, *Physics* **1**, 195 (1964).
- [3] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony and R. A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969).
- [4] N. Gisin, *Phys. Lett. A* **154**, 201 (1991).
- [5] A. Peres, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1413 (1996).
- [6] D.F.V. James et al, *Phys. Rev. A* **64**, 052312 (2001).
- [7] A. Einstein, B. Podolsky and N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935).
- [8] A. Aspect, P. Grangier and G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 91 (1982).
- [9] H. Sakai et al., *Phys. Rev. Lett.* **97**, 150405 (2006).
- [10] R.F. Werner, *Phys. Rev. A* **40**, 4277 (1989).

# 剛性をもつ粒子のスピンナー・ツイスター形式<sup>1</sup>

日本大学短期大学部

鈴木 隆史

## 1 はじめに

ハドロンの模型として、1970年代前半に南部・後藤の弦模型が提唱された。しかし、この模型は、量子色力学がもつ漸近的自由性を導くことができないことなどから、ハドロンの模型としては不満足なものと考えられるようになった。この問題を解決するために、Polyakovは剛性をもつ弦 (rigid string) の模型を提案した。この模型の作用は、南部・後藤の弦模型の作用に世界面の外曲率を由来とする項を加えることで構築される。この剛性をもつ弦の模型からの類推として、Pisaraskiは相対論的粒子の模型に世界線の外曲率を由来とする項を加えることで剛性をもつ粒子 (rigid particle) の模型を構築して、この模型から漸近的自由性が導かれることを示した [1]。いま、計量テンソル  $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$  をもつ4次元ミンコフスキー空間上を伝搬する点粒子の時空座標を  $x^\mu = x^\mu(\tau)$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) と表す。ただし、 $\tau$  ( $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_1$ ) は粒子が描く世界線上の任意のパラメータで、 $dx^0/d\tau > 0$  を満たしている。このとき、剛性をもつ粒子のラグランジアンは次のように与えられる:

$$L = -m\sqrt{|\dot{x}^2|} - s\sqrt{\left|\frac{\dot{x}^2\ddot{x}^2 - (\dot{x}\ddot{x})^2}{(\dot{x}^2)^2}\right|}. \quad (1)$$

ただし、 $\dot{x}^\mu := dx^\mu/d\tau$ ,  $\ddot{x}^\mu := d^2x^\mu/d\tau^2$  であり、 $\dot{x}^2 := \dot{x}_\mu\dot{x}^\mu$ ,  $\ddot{x}^2 := \ddot{x}_\mu\ddot{x}^\mu$ ,  $\dot{x}\ddot{x} := \dot{x}_\mu\ddot{x}^\mu$  である。また、 $m$  は質量次元の実定数で、 $s$  は無次元の実定数である。

剛性をもつ粒子のラグランジアン (1) が提案されてからいまままでに、この模型について多様な観点から研究がなされてきた。しかしながら、式 (1) には  $x^\mu$  の2階微分が含まれているため、その解析は簡単ではないことがわかる。そこで本研究では、剛性をもつ粒子の模型を2階微分を含まないより簡潔な形式に書き換えて、その解析を試みる。

## 2 剛性をもつ無質量粒子のスピンナー・ツイスター形式

いま、 $(x^\mu, q^\mu, p_\mu, r_\mu, a, b)$  を一般化座標として、次の1次形式のラグランジアンを考える [2]:

$$L_F = (q^\mu - \dot{x}^\mu)p_\mu - (\dot{q}^\mu - bq^\mu)r_\mu + 2a(\pm\sqrt{q^2r^2} - s). \quad (2)$$

ただし、 $q^2 \neq 0$  であり、 $q^2 := q_\mu q^\mu$ ,  $r^2 := r_\mu r^\mu$  である。また、変数  $q^\mu = q^\mu(\tau)$ ,  $p^\mu = p^\mu(\tau)$ ,  $r^\mu = r^\mu(\tau)$ ,  $a = a(\tau)$  と  $b = b(\tau)$  は、パラメータ空間  $\mathcal{T} := \{\tau | \tau_0 \leq \tau \leq \tau_1\}$  上での実場である。ラグラ

<sup>1</sup>本研究は、日本大学 量子科学研究所 出口真一氏との共同研究に基づく。

ンジアン (2) の  $x^\mu, q^\mu, p_\mu, r_\mu, a$  と  $b$  に関するオイラー・ラグランジュ方程式を用いると、式 (2) が式 (1) において  $m = 0, s \neq 0$  とした場合 (剛性をもつ無質量粒子のラグランジアン) と等価であることが示せる。式 (2) から、次の拘束条件が得られる:  $p^\mu p_\mu = 0, q^\mu p_\mu = 0, r^\mu p_\mu = 0, q^\mu r_\mu = 0$ . これらの拘束条件は、2成分スピナー変数  $\bar{\pi}_\alpha(\tau), \psi^\alpha(\tau)$  ( $\alpha = 0, 1$ ) を用いることで、次のように解ける:  $p_{\alpha\dot{\alpha}} = \bar{\pi}_\alpha \pi_{\dot{\alpha}}, q^{\alpha\dot{\alpha}} = f(\bar{\pi}^\alpha \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} + \psi^\alpha \pi^{\dot{\alpha}}), r_{\alpha\dot{\alpha}} = ig(\bar{\pi}_\alpha \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} - \psi_\alpha \pi_{\dot{\alpha}})$ . ただし、 $f = f(\tau)$  と  $g = g(\tau)$  は条件式  $fg = \pm 1/|\psi^\alpha \pi_\alpha|$  を満たす実関数である。また、 $\alpha, \dot{\alpha}$  の対が  $\mu$  に対応している。式 (2) に拘束条件の解を代入すると、剛性をもつ無質量粒子のスピナー形式が次のように得られる:

$$L_F = -\dot{x}^{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\pi}_\alpha \pi_{\dot{\alpha}} - i(\psi^\alpha \dot{\pi}_\alpha - \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \dot{\pi}_{\dot{\alpha}}) + a(\psi^\alpha \pi_\alpha + \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \pi_{\dot{\alpha}} - 2s). \quad (3)$$

この式は、文献 [3] で考察されたラグランジアンに一致する。式 (3) はヘリシティ  $s$  をもつ無質量粒子を記述することを示している。剛性をもつ無質量粒子のスピナー形式を基に正準量子化を実行すると、ヘリシティ  $s$  が量子化されて整数値か半整数値をとることがわかる。このことは、文献 [4] の結論に一致している。また、一般化されたワイル方程式  $\partial^{\beta\dot{\beta}} \Psi_{\beta\alpha_2 \dots \alpha_m \dot{\alpha}_1 \dots \dot{\alpha}_n} = 0, \partial^{\beta\dot{\beta}} \Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_m \dot{\beta} \dot{\alpha}_2 \dots \dot{\alpha}_n} = 0$  を満たす正振動数の波動関数  $\Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_m \dot{\alpha}_1 \dots \dot{\alpha}_n}^+$  と負振動数の波動関数  $\Psi_{\alpha_1 \dots \alpha_m \dot{\alpha}_1 \dots \dot{\alpha}_n}^-$  が得られる。

次に、2成分スピナー変数  $\omega^\alpha := ix^{\alpha\dot{\alpha}} \pi_{\dot{\alpha}} + \psi^\alpha$  と  $\pi_{\dot{\alpha}}$  を組み合わせて、ツイスター変数  $Z^A := (\omega^\alpha, \pi_{\dot{\alpha}})$  ( $A = 0, 1, 2, 3$ ) とそれと対となる双対ツイスター変数  $\bar{Z}^A := (\bar{\pi}_\alpha, \bar{\omega}^{\dot{\alpha}})$  を定義する。このツイスター変数  $Z^A$  と  $\bar{Z}^A$  を用いて、式 (3) を書き換えると、剛性をもつ無質量粒子のツイスター形式が次のように得られる:

$$L_F = \frac{i}{2} \left( \bar{Z}_A \dot{Z}^A - Z^A \dot{\bar{Z}}_A \right) + a \left( \bar{Z}_A Z^A - 2s \right). \quad (4)$$

この式は、文献 [5, 6] で調べられたゲージ化された白藤の作用に一致している。剛性をもつ無質量粒子のツイスター形式を基にツイスター量子化を実行すると、スピナー形式のときと同様の結果が得られる。

### 3 剛性をもつ有質量粒子のスピナー・ツイスター形式

剛性をもつ無質量粒子の場合に用いた手法にならって、 $(x^\mu, q^\mu, p_\mu, r_\mu, a, b)$  を一般化座標として、次の1次形式のラグランジアンを考える:

$$L_G = -m\sqrt{q^2} + (q^\mu - \dot{x}^\mu)p_\mu - (\dot{q}^\mu - bq^\mu)r_\mu + 2a \left( \pm\sqrt{-q^2 r^2} - s \right). \quad (5)$$

ただし、 $q^2 > 0$  である。ラグランジアン (5) の  $x^\mu, q^\mu, p_\mu, r_\mu, a$  と  $b$  に関するオイラー・ラグランジュ方程式を用いると、式 (5) が式 (1) において  $m \neq 0, s \neq 0$  とした場合 (剛性をもつ有質量粒子のラグランジアン) と等価であることが示せる。式 (5) から、次の拘束条件が得られる:  $r^\mu p_\mu = 0, q^\mu r_\mu = 0, q^\mu p_\mu = m\sqrt{q^2}, \pm\sqrt{-q^2 r^2} = s$ . これらの拘束条件における最初の2式は、2成分スピナー変数  $\bar{\pi}_\alpha(\tau), \bar{\rho}_\alpha(\tau)$  ( $\alpha = 0, 1$ ) を用いて、次のように解ける:  $p_{\alpha\dot{\alpha}} = \bar{\pi}_\alpha \pi_{\dot{\alpha}} + \bar{\rho}_\alpha \rho_{\dot{\alpha}}, q^{\alpha\dot{\alpha}} = \frac{f}{|\bar{\pi}^\alpha \bar{\rho}_\alpha|} (\gamma \bar{\pi}^\alpha \pi^{\dot{\alpha}} + \bar{\rho}^\alpha \rho^{\dot{\alpha}}), r_{\alpha\dot{\alpha}} = i(g \bar{\pi}_\alpha \rho_{\dot{\alpha}} - \bar{\rho}_\alpha \pi_{\dot{\alpha}})$ . ただし、 $\gamma \neq 1, \gamma > 0$  であり、実関数  $f = f(\tau)$

と複素関数  $g = g(\tau)$  は,  $k$  を複素定数として, 条件式  $fg = k$  を満たしている. 式 (5) に拘束条件の解を代入すると, 剛性をもつ有質量粒子のスピン形式が次のように得られる:

$$L_G = -\dot{x}^{\alpha\dot{\alpha}} (\bar{\pi}_\alpha \pi_{\dot{\alpha}} + \bar{\rho}_\alpha \rho_{\dot{\alpha}}) - i(\gamma k \bar{\pi}^{\dot{\alpha}} \pi_\alpha - \gamma \bar{k} \dot{\pi}^{\dot{\alpha}} \pi_{\dot{\alpha}} + \bar{k} \dot{\rho}^{\dot{\alpha}} \rho_\alpha - k \dot{\rho}^{\dot{\alpha}} \rho_{\dot{\alpha}}) \\ + f \left\{ -m\sqrt{2\gamma} + (c + \gamma d) |\bar{\pi}^\alpha \bar{\rho}_\alpha| \right\} + 2a \left\{ \pm\sqrt{\gamma} |k| (\bar{\pi}^\alpha \bar{\rho}_\alpha + \pi^{\dot{\alpha}} \rho_{\dot{\alpha}}) - s \right\}. \quad (6)$$

次に, 2成分スピン変数  $\omega^\alpha := ix^{\alpha\dot{\alpha}} \pi_{\dot{\alpha}} - \gamma k \bar{\pi}^\alpha$  と  $\psi^\alpha := ix^{\alpha\dot{\alpha}} \rho_{\dot{\alpha}} - \bar{k} \bar{\rho}^\alpha$  を定義して, 式 (6) を書き換えると, 剛性をもつ有質量粒子のツイスター形式が次のように得られる:

$$L_G = i(\bar{\pi}_\alpha \dot{\omega}^\alpha + \bar{\omega}^{\dot{\alpha}} \dot{\pi}_{\dot{\alpha}}) + i(\bar{\rho}_\alpha \dot{\psi}^\alpha + \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \dot{\rho}_{\dot{\alpha}}) \\ + f \left\{ -m\sqrt{2\gamma} + (1 + \gamma) |\bar{\pi}^\alpha \bar{\rho}_\alpha| \right\} + 2a \left\{ \pm\sqrt{\gamma} |k| (\bar{\pi}^\alpha \bar{\rho}_\alpha + \pi^{\dot{\alpha}} \rho_{\dot{\alpha}}) - s \right\} \\ + \lambda_1 (\bar{\pi}_\alpha \omega^\alpha + \bar{\omega}^{\dot{\alpha}} \pi_{\dot{\alpha}}) + \lambda_2 (\bar{\rho}_\alpha \psi^\alpha + \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \rho_{\dot{\alpha}}). \quad (7)$$

ただし,  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  はラグランジュの未定乗数であり, ツイスター形式を用いたときに現れる拘束条件  $\omega^\alpha \bar{\pi}_\alpha + \pi_{\dot{\alpha}} \bar{\omega}^{\dot{\alpha}} = 0$  と  $\psi^\alpha \bar{\rho}_\alpha + \rho_{\dot{\alpha}} \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} = 0$  を取り入れるために導入した. 式 (7) は  $\omega^\alpha$  と  $\psi^\alpha$  を用いたことで, 時空座標  $x^{\alpha\dot{\alpha}}$  を含まないツイスター形式として書き換えられている. ここで,  $\theta(\tau)$  を  $\tau$  に関する実ゲージ関数とすると, ラグランジアン (7) は局所位相変換  $\omega^\alpha \rightarrow e^{-i\theta(\tau)} \omega^\alpha$ ,  $\bar{\omega}^{\dot{\alpha}} \rightarrow e^{i\theta(\tau)} \bar{\omega}^{\dot{\alpha}}$ ,  $\psi^\alpha \rightarrow e^{i\theta(\tau)} \psi^\alpha$ ,  $\bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \rightarrow e^{i\theta(\tau)} \bar{\psi}^{\dot{\alpha}}$  および  $\bar{\pi}^\alpha \rightarrow e^{-i\theta(\tau)} \bar{\pi}^\alpha$ ,  $\pi_{\dot{\alpha}} \rightarrow e^{i\theta(\tau)} \pi_{\dot{\alpha}}$ ,  $\bar{\rho}^\alpha \rightarrow e^{i\theta(\tau)} \bar{\rho}^\alpha$ ,  $\rho_{\dot{\alpha}} \rightarrow e^{-i\theta(\tau)} \rho_{\dot{\alpha}}$  と  $\lambda_1 \rightarrow \lambda_1 - \dot{\theta}(\tau)$ ,  $\lambda_2 \rightarrow \lambda_2 + \dot{\theta}(\tau)$  のもとでゲージ不変である. 式 (7) における正準座標 ( $\omega^\alpha, \bar{\omega}^{\dot{\alpha}}, \psi^\alpha, \bar{\psi}^{\dot{\alpha}}, \bar{\pi}_\alpha, \pi_{\dot{\alpha}}, \bar{\rho}_\alpha, \rho_{\dot{\alpha}}, a, f, \lambda_1, \lambda_2$ ) から, それらに対応する正準運動量を ( $P_{\alpha\dot{\alpha}}^{(x)}, P_{\dot{\alpha}}^{(\omega)}, P_{\dot{\alpha}}^{(\bar{\omega})}, P_{\alpha}^{(\psi)}, P_{\dot{\alpha}}^{(\bar{\psi})}, P_{\alpha}^{(\bar{\pi})}, P_{\dot{\alpha}}^{(\pi)}, P_{\alpha}^{(\bar{\rho})}, P_{\dot{\alpha}}^{(\rho)}, P^{(a)}, P^{(f)}, P^{(\lambda_1)}, P^{(\lambda_2)}$ ) と表す. 式 (7) を基に正準形式を構成すると, 拘束条件が得られる. いま, 得られた全ての拘束条件は第一類と第二類に分類することができることがわかる.

ラグランジアン (7) から, パウリ・ルバンスキーのスピンベクトルが次のように求まる:

$$w^{\alpha\dot{\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2} |\bar{\pi}^\delta \bar{\rho}_\delta|} \left[ (\pi^{\dot{\beta}} \rho_{\dot{\beta}} - \gamma \bar{\pi}^{\dot{\beta}} \bar{\rho}_{\dot{\beta}}) k \bar{\pi}^\alpha \rho^{\dot{\alpha}} + (\bar{\pi}^{\dot{\beta}} \bar{\rho}_{\dot{\beta}} - \gamma \pi^{\dot{\beta}} \rho_{\dot{\beta}}) \bar{k} \bar{\rho}^\alpha \pi^{\dot{\alpha}} \right]. \quad (8)$$

また, 拘束条件の解から,  $p^2 = 2|\bar{\pi}^\alpha \rho_\alpha|^2$  が得られるので, この式にパウリ・ルバンスキーベクトル (8) とラグランジアン (7) から得られる拘束条件  $m\sqrt{2\gamma} = (1 + \gamma) |\bar{\pi}^\alpha \bar{\rho}_\alpha|$ ,  $\pm\sqrt{\gamma} |k| (\bar{\pi}^\alpha \bar{\rho}_\alpha + \pi^{\dot{\alpha}} \rho_{\dot{\alpha}}) = s$  と  $\bar{\pi}^\alpha \bar{\rho}_\alpha = \pi^{\dot{\alpha}} \rho_{\dot{\alpha}}$  を用いると, 質量殻条件が次のように導かれる:

$$p^2 = \frac{m^2}{1 - \frac{w^2}{s^2}}. \quad (9)$$

## 4 まとめと今後の課題

本研究ではまず, 剛性をもつ無質量粒子の1次形式 (2) を与えて, この式を基に剛性をもつ無質量粒子のスピン形式 (3) を導出して, その解析を行った. その結果, 剛性をもつ無質量粒子の模

型はヘリシテイ $s$ をもつ無質量粒子を記述して、ヘリシテイ $s$ が量子化されて整数値か半整数値をとることが確かめられた。このことは、1990年にPlyushchayが導いた結論に一致している。また、一般化されたワイル方程式を満たす正振動数と負振動数のスピナー型の波動関数が得られた。さらに、スピナー形式(3)を基にツイスター形式(4)を導き、剛性をもつ無質量粒子のツイスター形式がゲージ化された白藤の作用に一致することを確かめた。

次に、剛性をもつ無質量粒子で用いた手法を有質量粒子の場合に適用することで、対応するスピナー形式(6)とツイスター形式(7)を導出した。このとき、剛性をもつ有質量粒子のツイスター形式を記述するためには、2種類のツイスター変数が必要であることが確かめられた。ツイスター形式(7)を基に正準形式を構成して、拘束条件を第一類と第二類に分類した。また、質量殻条件(9)から、この模型では粒子の質量がパウリ・ルバンスキーベクトルの大きさに依存することがわかった。

剛性をもつ有質量粒子のツイスター形式の正準形式を基にディラック括弧を定義して正準量子化を実行することやパウリ・ルバンスキーベクトルの固有値問題を考察することが今後の課題である。

## 参考文献

- [1] R. D. Pisarski, Phys. Rev. D **34**, 670 (1986).
- [2] S. Deguchi and T. Suzuki, Phys. Lett. B **731**, 337 (2014).
- [3] S. Deguchi, S. Negishi, S. Okano and T. Suzuki, Int. J. Mod. Phys. A **29**, 1450044 (2014).
- [4] M. S. Plyushchay, Phys. Lett. B **243**, 383 (1990).
- [5] I. Bars and M. Picón, Phys. Rev. D **73**, 064002 (2006).
- [6] S. Deguchi, T. Egami and J. Note, Prog. Theor. Phys. **124**, 969 (2010).

# 格子 QCD による $I=0$ スカラー・チャンネルに対する 4 クォーク状態の研究

名古屋大学大学院理学研究科

若山将征

## 1 導入

軽い九重項スカラー中間子の性質はハドロン物理学における興味深い問題である。特に  $I = J = 0$  の  $\sigma$  中間子は、近年になってから  $\pi$ - $\pi$  散乱の精密な解析により、その存在が確立した。Particle Data Group によると、 $\sigma$  中間子の質量は、400-700 MeV である [1]。  $\sigma$  中間子は、 $SU(2) \times SU(2)$  カイラル対称性のメカニズムから  $\pi$  中間子のカイラルパートナーであると考えられる。しかし、 $\sigma$  中間子の構成や質量生成機構はまだ理解されていない。Jaffe は  $\sigma$  中間子を含む九重項中間子はテトラクォークであると提唱した [2]。ダイクォークと反ダイクォーク間のカラー磁気相互作用による引力により、 $\sigma$  中間子の質量を 600 MeV と予言している。非線形カイラル模型では、 $\sigma$  中間子は中間子分子型の状態であるという考えもある。最近では、 $X(3872)$  や  $Y(4260)$ 、 $Z(4430)$ 、 $Z_b(10610)$ 、 $Z_b(10650)$  のように、中間子分子型状態であると考えられる状態が多く発見されている [1]。クォーク質量が変化するにつれて、ハドロンの成分や 4 クォーク状態がどのように変化するか検討することは非常に興味深いことである。

我々は 2 フレーバーのフル QCD 計算を用いて、 $I = 0$  スカラー中間子における 4 クォーク状態の可能性を探索する [3]。  $I = 0$  スカラー中間子に対するクエンチ計算は幾つか行われている [4, 5, 6, 7, 8]。  $\sigma$  中間子に関して  $\bar{q}q$  の演算子を使った初めてのフル QCD 計算は SCALAR コラボレーションによって検討された [9]。この計算では、連結ダイアグラムと非連結ダイアグラムは  $\sigma$  中間子の相関関数に同程度で寄与することを示した。最近では、Prelovesek らが  $\sigma$  中間子が中間子分子型状態やテトラクォーク状態のような 4 クォーク状態で表される可能性を非連結ダイアグラムを無視して検討を行っている [10]。我々は非連結ダイアグラムによって与えられるクォークループが 4 クォークの存在を作るのに重要な役割を果たすことを示す。

## 2 4 クォーク演算子の定式化

本計算では、以下の 2 つの 4 クォーク演算子を採用する:

$$\mathcal{O}^{\text{molec}}(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \mathcal{O}^{\pi^+}(t)\mathcal{O}^{\pi^-}(t) - \mathcal{O}^{\pi^0}(t)\mathcal{O}^{\pi^0}(t) + \mathcal{O}^{\pi^-}(t)\mathcal{O}^{\pi^+}(t) \right], \quad (1)$$

$$\mathcal{O}^{\text{tetra}}(t) = \sum_a [ud]^a(t)[\bar{u}\bar{d}]^a(t). \quad (2)$$

中間子分子型演算子  $\mathcal{O}^{\text{molec}}(t)$  は  $\pi$  中間子演算子  $\mathcal{O}^{\pi^\pm}(t)$ ,  $\mathcal{O}^{\pi^0}(t)$  から構成され、テトラクォーク演算子  $\mathcal{O}^{\text{tetra}}(t)$  はダイクォーク演算子  $[ud]^a(t)$

$$[ud]^a(t) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{x}b,c} \epsilon^{abc} \left[ u^{Tb}(t, \mathbf{x}) C \gamma_5 d^c(t, \mathbf{x}) - d^{Tb}(t, \mathbf{x}) C \gamma_5 u^c(t, \mathbf{x}) \right], \quad (3)$$

によって組まれる。ここで、 $C$  は荷電共役行列である。

中間子分子型演算子とテトラクォーク演算子の相関関数はそれぞれ

$$G^{\text{molec}}(t) = \langle \mathcal{O}^{\text{molec}}(t) \mathcal{O}^{\text{molec}\dagger}(0) \rangle = 2 \left[ D(t) + \frac{1}{2} C(t) - 3A(t) + \frac{3}{2} V(t) \right], \quad (4)$$

$$G^{\text{tetra}}(t) = \langle \mathcal{O}^{\text{tetra}}(t) \mathcal{O}^{\text{tetra}\dagger}(0) \rangle = 2 (D'_1(t) + D'_2(t)) - 2 (A'_1(t) + A'_2(t) + A'_3(t) + A'_4(t)) + (V'_1(t) + V'_2(t) + V'_3(t) + V'_4(t)), \quad (5)$$

と書ける。式 (4)-(5) の右辺はそれぞれクォーク場で汎関数積分することによって得られる。こ

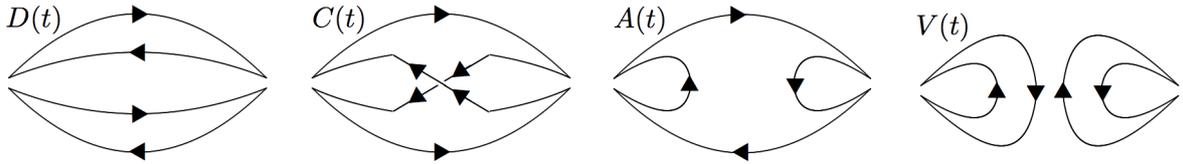


Figure 1: 中間子分子型演算子の相関関数  $G^{\text{molec}}(t)$  に対するダイアグラム。

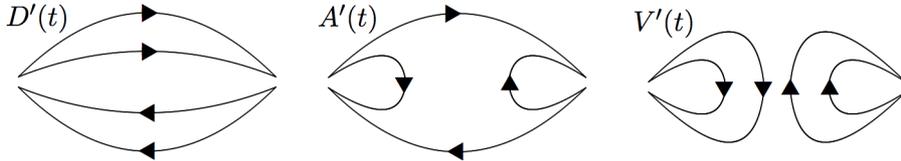


Figure 2: テトラクォーク演算子の相関関数  $G^{\text{tetra}}(t)$  に対するダイアグラム。

こで、 $D(t)$  と  $C(t)$ 、 $A(t)$ 、 $V(t)$  は図 1、 $D'(t)$  と  $A'(t)$ 、 $V'(t)$  は図 2 のダイアグラムにそれぞれ対応する。 $D'(t)$  と  $A'(t)$ 、 $V'(t)$  の添字はカラーの縮約の違いを表す。

相関関数  $G^{\text{molec}}(t)$  と  $G^{\text{tetra}}(t)$  はともに二重非連結ダイアグラム  $V(t)$  と  $V'(t)$  を含むが、これらは我々の計算では無視される。ラージ  $N_c$  見積もり法 [11] を仮定すると、図 1-2 のダイアグラムは以下のように見積もられる： $D(t)$ ,  $D'(t) \sim \mathcal{O}(N_c^2)$ 、 $C(t) \sim \mathcal{O}(N_c)$ 、 $A(t)$ ,  $A'(t) \sim \mathcal{O}(N_c)$ 、 $V(t)$ ,  $V'(t) \sim \mathcal{O}(1)$ 。上記の仮定の下で、二重非連結ダイアグラム  $V(t)$  と  $V'(t)$  は他のダイアグラムに比べて無視できるとした。さらに、ラージ  $N_c$  見積もり法は一重非連結ダイアグラム  $A(t)$

と  $A'(t)$  が連結ダイアグラム  $C(t)$  と同じオーダーになることを示唆する。一重非連結ダイアグラムは4クォーク状態を理解する上で必須になる可能性があり、無視すべきではない。

### 3 数値シミュレーション

我々は2フレーバーのフルQCD計算において、中間子分子型とテトラクォーク演算子の相関関数を計算する。我々は格子サイズを除いて、文献 [12] と同様のパラメータ (クローバー係数  $C_{SW} = 1.68$  と  $\beta = 1.7$ ) を使用する。我々の計算では、格子サイズは  $8^3 \times 16$  とした。我々はクローバー作用を用いたハイブリッドモンテカルロ法を用いて配位を生成した。ホッピングパラメータ  $\kappa = 0.146, 0.147, 0.148$  での配位数はそれぞれ 16496, 14344, 11720 個である。 $\kappa$  の臨界値は  $\kappa_c = 0.152(6)$  である。また格子間隔  $a$  は、 $\kappa_c$  での  $\rho$  中間子の質量と  $\rho$  中間子の物理的質量  $m_\rho = 770$  MeV との比較から、 $a = 0.269(9)$  fm と求めた。 $\kappa = 0.146, 0.147, 0.148$  での  $\pi$  中間子と  $\rho$  中間子の質量はそれぞれ  $m_\pi = 747(27), 682(25), 607(23)$  MeV、 $m_\rho = 1050(39), 996(38), 956(39)$  MeV である。クォーク相関関数はクローバー作用を用いて計算した。非連結ダイアグラムについては、部分固有値法を適用した  $Z_2$  ノイズ法を用いた。また時間軸方向において希釈法 [13] を実行した。

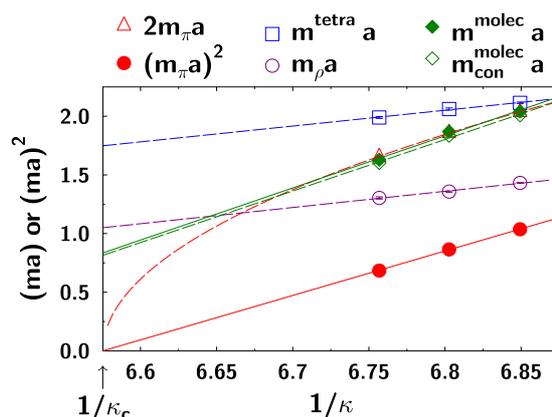


Figure 3:  $\pi$  中間子の質量の2乗 (赤色丸形) と  $\pi$  中間子の質量の2倍 (白抜き赤色三角形)、 $\rho$  中間子の質量 (白抜き紫色丸形)、中間子分子型の質量、テトラクォークの質量 (白抜き青色四角形) のクォーク質量依存性。中間子分子型の質量は一重非連結ダイアグラムを含む場合 (緑色菱形) と含まない場合 (白抜き緑色菱形) の両方を載せた。カイラル極限は  $\kappa_c = 0.152(6)$  で与えられる。

図3に  $\kappa$  の逆数を関数とした  $(m_\pi)^2$  と  $2m_\pi$ 、 $m_\rho$ 、 $m^{\text{molec}}$ 、 $m^{\text{molec}}_{\text{con}}$ 、 $m^{\text{tetra}}$  の結果を示す。中間子分子型の質量は  $2 \leq t \leq 5$  における有効質量のプラト一部分から得た。 $\kappa = 0.146, 0.147, 0.148$  では、一重非連結ダイアグラムを含む場合と含まない場合の中間子分子型の質量の違いは小さい。

両方の場合において、質量は  $2m_\pi$  とほぼ等しく、中間子分子型演算子は2粒子の  $\pi$ - $\pi$  散乱状態とのオーバーラップが大きいことが示唆される。更なる調査は2粒子の  $\pi$ - $\pi$  状態のエネルギー変化の計算が有用である [4, 14]。一重非連結ダイアグラムを含む場合のテトラクォークの質量は  $1 \leq t \leq 4$  における有効質量から得た。テトラクォークの質量は中間子分子型の質量より大きく、クォーク質量が小さくなるにつれてその差は大きくなる。それは、テトラクォーク演算子は基底状態とのオーバーラップが小さく、励起状態とのオーバーラップが大きいことを示唆する。この計算では、中間子分子型演算子とテトラクォーク演算子において、4クォーク束縛状態は観測されなかった。

## 4 まとめ

我々は、2フレーバーでのフルQCDによる  $I = 0$  のスカラーチャンネルの計算を行った。演算子として4クォーク演算子を用いて、中間子分子型及びテトラクォークに関する検討を行った。どちらの場合においても、一重非連結ダイアグラムの寄与が重要であることを初めて明らかにした。

## References

- [1] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], *Chin. Phys. C* **38**, 090001 (2014).
- [2] R. L. Jaffe, *Phys. Rev. D* **15**, 267 (1977); R. L. Jaffe, *Phys. Rev. D* **15**, 281 (1977).
- [3] M. Wakayama, T. Kunihiro, S. Muroya, A. Nakamura, C. Nonaka, M. Sekiguchi and H. Wada, *Phys. Rev. D* **91**, 094508 (2015) [arXiv:1412.3909 [hep-lat]].
- [4] M. G. Alford and R. L. Jaffe, *Nucl. Phys. B* **578**, 367-382 (2000) [hep-lat/0001023].
- [5] H. Suganuma, K. Tsumura, N. Ishii and F. Okiharu, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **168**, 168 (2007) [arXiv:0707.3309 [hep-lat]].
- [6] N. Mathur, A. Alexandru, Y. Chen, S. J. Dong, T. Draper, I. Horvath, F. X. Lee, K. F. Liu, S. Tamhankar, and J. B. Zhang, *Phys. Rev. D* **76**, 114505 (2007) [hep-ph/0607110].
- [7] M. Loan, Z. H. Luo and Y. Y. Lam, *Eur. Phys. J. C* **57**, 579 (2008) [arXiv:0907.3609 [hep-lat]].
- [8] S. Prelovsek and D. Mohler, *Phys. Rev. D* **79**, 014503 (2009).
- [9] T. Kunihiro, S. Muroya, A. Nakamura, C. Nonaka, M. Sekiguchi, and H. Wada [SCALAR Collaboration], *Phys. Rev. D* **70**, 034504 (2004) [hep-ph/0310312].
- [10] S. Prelovsek, T. Draper, C. B. Lang, M. Limmer, K.-F. Liu, N. Mathur, and D. Mohler, *Phys. Rev. D* **82**, 094507 (2010).
- [11] Feng-K. Guo, L. Liu, Ulf-G. Meißner and P. Wang, *Phys. Rev. D* **88**, 074506 (2013).
- [12] A. Ali Khan *et al.* [CP-PACS Collaboration], *Phys. Rev. D* **63**, 034502 (2000) [hep-lat/0008011].
- [13] J. Foley, K. J. Juge, A. Ó. Cais, M. Peardon, S. M. Ryan, and J.-I. Skullerud [TrinLat Collaboration], *Comp. Phys. Comm.* **172**, 145 (2005).
- [14] M. Lüscher, *Commun. Math. Phys.* **104**, 177 (1986); *Commun. Math. Phys.* **105**, 153 (1986); *Nucl. Phys. B* **354**, 531 (1991).

# IceCubeの高エネルギーニュートリノと素粒子現象論

京都産業大学益川塾

渡邊 篤史

## 1 導入

このトークでは、最近観測され始めた高エネルギー天体ニュートリノと素粒子論の関わりについて、とくに  $L_\mu - L_\tau$  ゲージ対称性モデルを例にとって紹介した。

過去を振り返ると、天然ソースのニュートリノは、素粒子論の発展にとってしばしば重要な役割を果たしてきた。実験からの新しい情報がもたらされるタイムスケールがどんどん長くなってきている今日では、最近 IceCube 実験で受かってきた高エネルギー天体ニュートリノも（天体物理だけでなく素粒子物理に）何とか活用できないか？と考えたくなる。

## 2 最近の IceCube の結果

文献 [1] で、IceCube は 30 TeV から 2 PeV の領域に 36 件の検出器内でのニュートリノ反応を報告し、大気ニュートリノによる説明は  $5.7\sigma$  で棄却されるとした。イベントの顕著な方向依存性はなく、等方的なフラックスとの矛盾は報告されていない。また、文献 [2] では、up-going ミューオンの解析を行い、このデータにおいても大気ニュートリノの理論からの顕著なズレを発見している。さらに文献 [3] では、検出器内でのニュートリノ反応や、up-going ミューオンのシグナルなどを合わせたグローバルな解析を行い、スペクトラムの指数  $\gamma$  に対して  $\gamma = 2.50 \pm 0.09$  という結果を得ている。 $\gamma = 2.0$  は  $3.8\sigma$  で嫌われており、高エネルギーニュートリノに関する情報が徐々に得られてきている。

## 3 $L_\mu - L_\tau$ ゲージ対称性

$L_\mu - L_\tau$  ゲージ対称性とは、レプトン数をゲージ化した対称性の一種で、電子、ミュー、タウフレーイバーのレプトンがそれぞれゼロ、1, -1 のチャージを持っているとするものである。チャージの割り振りを表にまとめると、次のようになる。

	$L_e$	$L_\mu$	$L_\tau$	$e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$	$H$	$\nu_{R1}$	$\nu_{R2}$	$\nu_{R3}$
$U(1)_{L_\mu - L_\tau}$	0	1	-1	0	1	-1	0	0	1	-1

ここで、 $L_{e,\mu,\tau}$  は左手型のレプトンダブレット、 $e_R, \mu_R, \tau_R$  は右手型のレプトンシングレット、 $H$  はヒッグス場、 $\nu_{R1,2,3}$  はゲージ無色の右手型ニュートリノである。右手型ニュートリノの導入の仕方にはいろいろなバリエーションが考えられるが、ここから例えば、チャージ 2 と 1 を持った

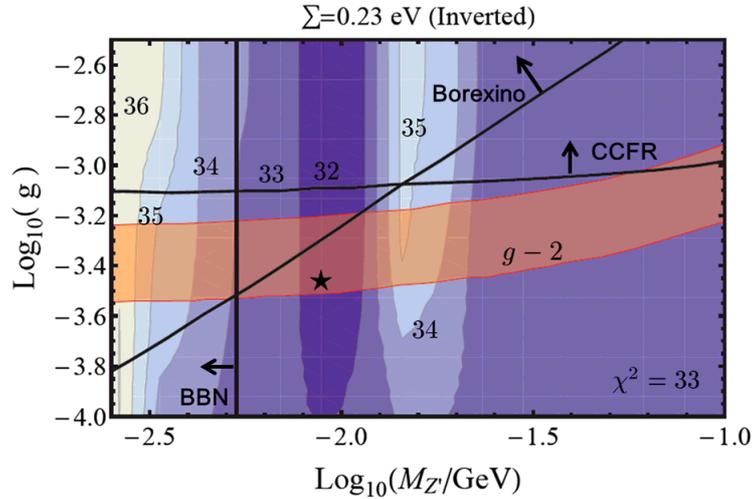


Figure 1:  $L_\mu - L_\tau$  モデルのパラメータ領域の様子。

ゲージ無色のスカラー場を導入するなどして、レプトンの質量と混合を現実的なパターンと一致させていくことができる。この場合、右手型ニュートリノのマヨラナ質量行列のみが非対角的な構造をもち、その他の湯川結合行列は対角的な行列となる。 $\nu_{R2}$  と  $\nu_{R3}$  がベクターライクなペアとなっているおかげで、大気ニュートリノ混合角  $\theta_{23}$  が自然と  $\theta_{23} \simeq 45^\circ$  とできる点は面白い。

また、一世代目の場合はチャージを持っていないおかげで、この  $U(1)_{L_\mu - L_\tau}$  に付随する  $Z'$  の粒子の質量は、電弱スケールよりもずっと軽いものも許される [4]。さらに、ミューとタウは  $Z'$  と結合しているので、この  $Z'$  粒子の寄与により、muon  $g-2$  のズレを説明できる [5]。

埼玉大学のグループは、論文 [6] で、この  $Z'$  の効果によって、IceCube によって観測されている天体ニュートリノのスペクトラムのギャップ [1] を説明できることを示した。適当な質量の  $Z'$  が存在すると、天体ニュートリノが宇宙背景ニュートリノと相互作用して共鳴的に  $Z'$  を生成し、結果として天体ニュートリノのスペクトラムに共鳴エネルギーのところで“へこみ”ができる。 $Z'$  の質量を  $M_{Z'}$ 、標的となるニュートリノの質量を  $m_\nu$  とすれば、共鳴が起きるエネルギー  $E$  は、おおざっぱにいて  $E = M_{Z'}^2/2m_\nu$  となる。例えば、 $m_\nu = 0.01 \text{ eV}$  のニュートリノに対して  $M_{Z'} = 1 \text{ MeV}$  ならば  $E = 100 \text{ TeV}$  となるから、IceCube が観測しているエネルギーのニュートリノと関係する。とくに、ゲージ結合定数が  $g \sim 10^{-4}$ 、 $M_{Z'} \sim 1 \text{ MeV}$  のときは、muon  $g-2$  のズレを説明できる点であるが、この点がちょうど IceCube で観測している天体ニュートリノに関係することは面白い。

私は、この  $L_\mu - L_\tau$  モデルが IceCube の物理に関係することを面白いと思い、「現在の IceCube のデータによって、このモデルのパラメータはどんな制限を受け、また、将来はどの程度までこの手のモデルを探索できるだろう？」と興味を持った。Figure 1 は、この  $Z'$  モデルのゲージ結合定数  $g$  と質量  $M_{Z'}$  の空間のマップを示している。オレンジの  $g - 2$  とラベルされた帯の領域は、muon  $g - 2$  のズレを説明するのによい領域を示している。Borexino, CCFR, BBN とラベルされた領域は、他の実験やビッグバン元素合成から嫌われている領域 [6] で、星印は現在の IceCube のデータを最もよくフィットする点を表している。天体ニュートリノのソースは  $z = 1.0$  に局在しており、( $Z'$  の効果がないときの) フラックスは、文献 [3] にある等方的な  $\gamma = 2.5$  のベキのベストフィットのフラックスを仮定した。標的となるニュートリノについては、質量の和を  $0.23\text{eV}$  と仮定した。フィットに用いた  $\chi^2$  関数とデータは、文献 [7] の解析と同じものを用いた。Figure 1 から、現在のデータではまだまだ significance が小さいが、(できるとすれば) 将来どのような具合に、天体ニュートリノのデータが  $L_\mu - L_\tau$  モデルのパラメータ領域を favor/disfavor するのかわかりが想像できる。

## 4 まとめ

高エネルギーフロンティアで新しい物理のシグナルがなかなか見つからない昨今では<sup>1</sup>、最近みつかった天体ニュートリノも素粒子論に活用できないかと考えたい。このトークでは、 $L_\mu - L_\tau$  モデルを例にとり、IceCube のバイプロダクトとしての新物理探索の可能性を考えた。

## References

- [1] M. G. Aartsen *et al.* [IceCube Collaboration], Phys. Rev. Lett. **113** (2014) 101101 doi:10.1103/PhysRevLett.113.101101 [arXiv:1405.5303 [astro-ph.HE]].
- [2] M. G. Aartsen *et al.* [IceCube Collaboration], Phys. Rev. Lett. **115** (2015) 8, 081102 doi:10.1103/PhysRevLett.115.081102 [arXiv:1507.04005 [astro-ph.HE]].
- [3] M. G. Aartsen *et al.* [IceCube Collaboration], Astrophys. J. **809** (2015) 1, 98 doi:10.1088/0004-637X/809/1/98 [arXiv:1507.03991 [astro-ph.HE]].
- [4] J. Heeck and W. Rodejohann, Phys. Rev. D **84** (2011) 075007 doi:10.1103/PhysRevD.84.075007 [arXiv:1107.5238 [hep-ph]].
- [5] W. Altmannshofer, S. Gori, M. Pospelov and I. Yavin, Phys. Rev. Lett. **113** (2014) 091801 doi:10.1103/PhysRevLett.113.091801 [arXiv:1406.2332 [hep-ph]].
- [6] T. Araki, F. Kaneko, Y. Konishi, T. Ota, J. Sato and T. Shimomura, Phys. Rev. D **91** (2015) 3, 037301 doi:10.1103/PhysRevD.91.037301 [arXiv:1409.4180 [hep-ph]].
- [7] A. Watanabe, JCAP **1508** (2015) 030 doi:10.1088/1475-7516/2015/08/030 [arXiv:1412.8264 [astro-ph.HE]].

---

<sup>1</sup>この原稿を書いている途中の 2015 年 12 月 15 日に、LHC 実験で  $750\text{GeV}$  の diphoton excess が報告されている。

## クォーク・レプトンの質量と混合は荷電レプトンの質量だけを インプットとして統一的に理解可能か？

大阪大学大学院理学研究科

小出 義夫

大変長いタイトルを付けてしまった。しかも、疑問文型のタイトルである。こんなモデルができるなら、それこそ、夢のような話である。

しかし、この疑問文に対する答は明確である： そんな夢のような話、実現できるワケがない！

ただし、「ファミリーに依存しないパラメーター」の助けを借りれば、そのようなモデルは可能である。

「ファミリーに依存しないパラメーター」とは、このトークでこれから説明をするが、要するに特定のファミリーに選択的に係わるパラメーターを一切使わないと言うことである。そのようなモデルが可能であることは、すでに今年、気がついて論文 [1] で、そのメカニズムを提案していたが、そのときはまだ 16 個のクォークとニュートリノの質量比と混合の独立な観測量を与えるのに、10 個の「ファミリーに依存しないパラメーター」を必要とした。今回報告するモデルでは、それがたった 6 個のパラメーターまでに減らすことに成功した。それは、従来の「ユカワオンモデル」に「デモクラティック・シーソーモデル」のアイデアを取り入れたことによる。特に、後者の話はあまり皆様になじみがないと思われるので、それについて詳しく解説する。

なお、この仕事は、大阪工大の西浦さんとの共同研究に基づく [2]。

### 1 ユカワオン・モデル

ユカワオン・モデルでは、「湯川結合定数は「定数」ではなく、effective な量であり、ある scalars (Yukawaons) の VEV が起源である」と考える：

$$Y_f^{eff} = \frac{y_f}{\Lambda} \langle Y_f \rangle. \quad (1)$$

ここで、ユカワオン  $Y_f$  ( $f = u, d, \nu, e$ ) は  $3 \times 3$  の成分をもつスカラー粒子である。さらにいくつかの flavons も導入されるが、いずれも  $3 \times 3$  の成分をもつスカラー粒子である。

フレーボンの真空期待値 (VEV) は、フレーボン間の相互作用 (スーパー・ポテンシャル  $W$ ) の SUSY vacuum conditions から得られる。 $W$  は  $U(3) \times U(3)'$  不変であり、かつ、 $R$  charges の保存を要求する。結果として、クォーク・レプトンの質量行列は、VEV matrices の形で与えられる。

また、荷電レプトンの質量行列  $M_e$  が対角型であるフレーバ基底が、フレーバ物理での基本基底と考える。質量と混合はこの基底の上で、記述される。通常質量行列モデルでは、和の形で与えられるのに対して、積の形で与えられることになる。(この点は従来の質量行列モデルとは大きく異なる点である。)

我々は、「クォークとレプトンの質量と混合の起源はただ1つ」と信じて、それらを荷電レプトンの質量のみをインプットとして、統一的に記述することを試みる。

## 2 デモクラティック・シーソー・モデル

20年前に、房岡と私は“Top-quark-mass enhancement in a seesaw quark mass matrix” というタイトルの論文 [3] を発表した。そこでは次のようなシーソータイプの質量行列が仮定される：

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_L \\ m_R & M_F \end{pmatrix}, \quad (2)$$

where

$$m_L = \frac{1}{\kappa} m_R \propto \text{diag}(\sqrt{m_e}, \sqrt{m_\mu}, \sqrt{m_\tau}), \quad (3)$$

$$M_F \propto \mathbf{1} + b_f X_3, \quad (4)$$

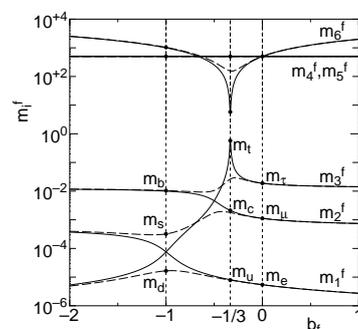
$$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X_3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

従って、クォークとレプトンの質量は、パラメーター  $b_f$  を与えるだけで、すべて決まってしまう。荷電レプトンでは  $b_e = 0$  と選ぶので、他の質量は荷電レプトンの質量をインプットとして、すべて決まってしまう。

このシーソーモデルの狙いは、トップ・クォークを除く、他の粒子の質量を  $\Lambda_{weak}$  に比べて小さい理由を、seesaw suppression に負わせる。Up-quark sector でだけ、 $b_u = -1$  (従って  $\det M_F = 0$ ) となるようにモデルを作ることによって、右の図が示すように top-quark mass enhancement を実現する。 $b_u = -1$  では  $M_F$  の固有値は  $(1, 1, 0)$  となるので、seesaw suppression は第1世代と第2世代でだけ起き、第3世代は seesaw suppression なしのため、

$$m_t \sim \Lambda_{weak}, \quad (6)$$

となる。すなわち、 $m_t$  の値が自然な形で理解できる。ちなみに、この論文のタイトルは top-quark mass enhancement となっているが、正確に言えば、「top-quark だけ suppression を受けない」というのが、正しい。この論文では、CKM mixing の値もほほうまく出すことができた。しかし、neutrino sector での数字合わせがうまくできなかった。



**Fig.1  $b_f$  をパラメーターとする質量の予言** (文献 [3] より転載した図なので、横軸  $b_f$  の定義が異なるため、図の  $b_f$  の値を3倍すると、Eq.(4) の値となる.)

もちろん、このモデルは、そのままではユカワオンモデルに持ち込めない。多少の付加的仮定を置く必要がある。(ここでは時間の関係から説明を割愛する。論文 [2] をご覧いただきたい。)

### 3 VEV 関係式と現象への適用

今回のモデルにおける flavons の VEV 関係式をまず掲げる。これらの関係式は SUSY vacuum conditions から導かれたものであるが、その superpotential の形を示すことはここでは略する。そこでは、 $U(3) \times U(3)'$  symmetry と  $R$  charge の保存が仮定されている。現象論には、この  $R$  charges の assignments が決めてとなる。都合のよい flavons 間の相互作用項を与え、かつ、歓迎しない組み合わせの項を禁止するように  $R$  charges を選べるかどうか、現象論の決め手となっている。また、普通の対称性の(特に離散対称性の)モデルでは、質量行列はいくつかの行列の和の形で与えられているが、ユカワオンモデルでは、flavons 間の相互作用から VEV 関係式が出てくるので。関係式はそれらの積の形となっていることに注意して欲しい。

$$\langle \hat{Y}_f \rangle_i^j = k_f \langle \Phi_{0f} \rangle_i^\alpha \langle (S_f)^{-1} \rangle_\alpha^\beta \langle \bar{\Phi}_{0f}^T \rangle_\beta^j \quad (f = u, d, \nu, e), \quad (7)$$

$$\langle \Phi_{0f} \rangle_i^\alpha = \frac{1}{\Lambda} \langle \Phi_0 \rangle_{ik} \langle \bar{P}_f \rangle^{k\alpha}, \quad (8)$$

$$\langle P_u \rangle = v_P \text{diag}(e^{i\phi_1}, e^{i\phi_2}, e^{i\phi_3}), \quad \langle P_d \rangle = v_P \mathbf{1}, \quad \langle P_\nu \rangle = v_P \mathbf{1}, \quad \langle P_e \rangle = v_P \mathbf{1}, \quad (9)$$

$$\langle \Phi_0 \rangle = v_0 \text{diag}(z_1, z_2, z_3) \propto \text{diag}(\sqrt{m_e}, \sqrt{m_\mu}, \sqrt{m_\tau}), \quad (10)$$

$$\langle S_f \rangle = v_{Sf} \left( \mathbf{1} + b_f e^{i\beta_f} X_3 \right). \quad (11)$$

$$\mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X_3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

ここで、VEV の形(11)は  $U(3)'$  が  $S_3$  に破れることによって生じたものである。この(11)に現れる係数  $b_f$  がこの論文でいうところの family-independent parameters の典型である。これに対して、Eq.(9) の  $P_u$  の VEV form におけるパラメータ ( $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ ) は典型的な family-dependent なパラメータである。しかし、Ref.[1] に示したように、このパラメータ値はいつでも2つの family-independent parameters を用いて ( $m_e, m_\mu, m_\tau$ ) の値に結びつけることができるので、我々はこれを family-dependent parameters とはカウントしない。

結果として、このモデルでは、family-dependent parameters として ( $m_e, m_\mu, m_\tau$ ) をインプットとする以外は、一切のファミリー依存をもつパラメータは用いない。しかも  $b_f$  のような、ファミリー非依存のパラメータもたったの6個しか用いない。

にもかかわらず、観測されているすべての質量と混合にすべてフィットできるということは、まさに奇跡といってよいであろう。

参考までに、質量値を fit することによって、parameters を fix したあとの予言値を掲げてみよう。

CKM mixing では parameters  $(\phi_1, \phi_2)$  がまだ free で残っている. CKM の実験値を  $(\phi_1, \phi_2)$  平面に描いてみると, 1 点ですべての実験値が交差することがわかる. その値が  $(\phi_1, \phi_2) = (-176.05^\circ, -167.91^\circ)$  であり, そのときの予言値は

$$|V_{us}| = 0.2257, \quad |V_{cb}| = 0.03996, \quad |V_{ub}| = 0.003701, \quad |V_{td}| = 0.009173, \quad \delta_{CP}^q = 80.99, \quad (13)$$

である. また, ニュートリノ質量比  $R_\nu = (m_{\nu 2}^2 - m_{\nu 1}^2)/(m_{\nu 3}^2 - m_{\nu 2}^2) = (3.09 \pm 0.15) \times 10^{-2}$  によって残る最後のパラメーター  $\xi_R$  を fix したあとは, PMNS は残る free parameter なしで,

$$\sin^2 2\theta_{12} = 0.8254, \quad \sin^2 2\theta_{23} = 0.9967, \quad \sin^2 2\theta_{13} = 0.1007, \quad \delta_{CP}^\ell = -68.1^\circ, \quad R_\nu = 0.03118, \quad (14)$$

を予言する. レプトンセクターでの  $CP$  violating phase  $\delta_{CP}^\ell$  の値が, 大きさはクォークでのそれとほぼ同じで, 符号が逆であることは注目に値する. また, このモデルはニュートリノ質量は順階層型であるにもかかわらず, 大きな値 effective neutrino mass  $\langle m \rangle = 21$  meV を与えることも注目すべきである. .

## 4 まとめ

(i) Family symmetry として連続群を考えたいのなら, 湯川結合定数は, 「定数」ではなく, flavons (Yukawaons) の VEV であるとい考えざるを得ない.

(ii) このモデルでは, flavor physics の基本基底は 荷電レプトンの質量行列  $M_e$  が対角型となる基底であるとの前提で作られている. すなわち, 対角型の  $\langle \Phi_0 \rangle$  の存在がキポイントである.

(iii) Quarks と leptons の質量と混合は,  $(m_e, m_\mu, m_\tau)$  をもとに, 統一的に記述可能であろうという夢は, ついに実現した. この成功は, クォークとレプトンの質量と混合の起源はただ 1 つということを確認させる.

## References

- [1] Y. Koide and H. Nishiura, Phys. Rev. D **91**, 116002 (2015).
- [2] Y. Koide and H. Nishiura, arXiv:1510.05370 (2015), to be published in a Rapid Communication in Phys. Rev. D.
- [3] Y. Koide and H. Fusaoka, Z. Phys. C **71**, 459, (1996)

# ニュートリノ系での CP を破る位相を预言する模型

京都産業大学益川塾、大阪大学理学研究科

高杉 英一

## 1 CP を最大に破る質量行列

私たちは 2000 年に、次のニュートリノの質量行列を提案した（荷電レプトンの質量行列は対角化されている表示をとっている。）

$$m_\nu = m_1^0 S_1 + m_2^0 S_2 + m_3^0 S_3 + \tilde{m}_1(T_1 - S_1) + \tilde{m}_2(T_2 - S_2) + \tilde{m}_3(T_3 - S_3). \quad (1)$$

$$S_1 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & \omega^2 & \omega \\ \omega^2 & \omega & 1 \\ \omega & 1 & \omega^2 \end{pmatrix}, \quad S_2 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{pmatrix}, \quad S_3 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$T_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \end{pmatrix}, \quad T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega \end{pmatrix}, \quad T_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

この質量行列は次の特徴を持っていることを示した。

### (1) 2-3 混合と CP の破れは最大であること

$m_\nu$  を Trimaximal 行列  $V_T$  で回転すると

$$m'_\nu = V_T^T m_\nu V_T = \begin{pmatrix} m_1^0 & \tilde{m}_3 & \tilde{m}_2 \\ \tilde{m}_3 & m_2^0 & \tilde{m}_1 \\ \tilde{m}_2 & \tilde{m}_1 & m_3^0 \end{pmatrix}, \quad V_T = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & \omega & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

となる。そこですべての質量パラメータ  $m_i^0, \tilde{m}_i$  を実数と仮定すると、この行列は実対称行列  $O$  で対角化され、その結果  $m_\nu$  は  $V = V_T O$  で対角化されることになる。この  $V$  は

$$V_{2i} = V_{3i}^* \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4)$$

の性質を持ち、位相の付け替えで PMNS 行列に変換することができることから、 $|(U_{PMNS})_{2i}| = |(U_{PMNS})_{3i}|$  が得られ

$$s_{23}^2 = c_{23}^2, \quad \cos \delta_{CP} = 0, \quad (5)$$

を得る。つまり、最大の 2-3 混合 ( $\theta_{23} = \pi/4$ ) と最大の CP の破れ ( $\theta_{23} = \pi/4$ ),  $\delta_{CP} = \pm\pi/2$  を预言する (これは Grimus と Lavoura[2] の 2003 年の指摘と同じ。 )。

Ma[3] は最近最大の 2-3 混合と  $CP$  の破れを予言するニュートリノの質量行列を提案しているが、それは行列 (1) と同じものである。

## (2) 新しい混合 (Tribimaximal 混合) の指摘

論文 [1] で、 $O$  として  $45^\circ$  の 2-3 回転を行った。

$$V_T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & -\sqrt{\frac{2}{3}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix} \quad (6)$$

私たちは右辺の真ん中の行列を新しい混合行列と呼んだが、これは Tribimaximal 行列と同じである。(これは Harrison, Perkins と Scott[4] による 2002 年の提案と同じである。)

## 2 最大の破れからのずれに関する予想

前章で質量パラメーターが実数とすると、2-3 混合と  $CP$  の破れが最大になることを示した。現在の実験結果はこの予言に近いものになっている。この最大からのずれを予想しよう [5]。

この質量モデルでは、最大の値からずれは、質量パラメーターが複素数に変わるによりおこる。このことを調べるために、まず実験値に近い Tribimaximal 混合行列に至り、それをさらに複素回転することで実現しよう。次の式から出発する。

$$\tilde{V} \equiv V_T \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -i \end{pmatrix}. \quad (7)$$

この行列で質量行列は下記のように変換される。

$$\tilde{m}_\nu \equiv \tilde{V}^T m_\nu \tilde{V} = \begin{pmatrix} \frac{m_1^0 + m_3^0 + 2\tilde{m}_2}{2} & \frac{\tilde{m}_1 + \tilde{m}_3}{\sqrt{2}} & \frac{m_3^0 - m_1^0}{2} \\ \frac{\tilde{m}_1 + \tilde{m}_3}{\sqrt{2}} & m_2^0 & \frac{\tilde{m}_1 - \tilde{m}_3}{\sqrt{2}} \\ \frac{m_3^0 - m_1^0}{2} & \frac{\tilde{m}_1 - \tilde{m}_3}{\sqrt{2}} & \frac{m_1^0 + m_3^0 - 2\tilde{m}_2}{2} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

次の 2 つの場合を考えよう。

(Case A) 1-3 成分をゼロとし ( $m_3^0 = m_1^0$ )、2-3 成分を複素数に他の成分を実数にとる。この行列を対角化する行列はよい近似で

$$V' \equiv \tilde{V} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & se^{-i\rho} \\ 0 & -se^{i\rho} & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c' & s' & 0 \\ -s' & c' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

で対角化される。この行列から混合角をもとめ、さらに Jarlskog invariant を計算することにより

$$|\cos \delta_{CP}| |\tan 2\theta_{23}| = \sqrt{\frac{c_{13}^4}{8s_{13}^2(1-3s_{13}^2)} - 1}. \quad (10)$$

の関係式をえる。 $\theta_{12}$  については  $\tan \theta_{12} = (\sqrt{2} \tan \theta' + \sqrt{1-3s_{13}^2})/(\sqrt{2} - \sqrt{1-3s_{13}^2} \tan \theta')$  となる。

(Case B) 2-3 成分をゼロとし ( $\tilde{m}_1 = \tilde{m}_3$ )、1-3 成分を複素数に他の成分は実数とする。この行列を対角化する行列はよい近似で  $U_{13}O_{12}$  となり、(Case A) と同様な計算より

$$|\cos \delta_{CP}| |\tan 2\theta_{23}| = \sqrt{\frac{c_{13}^4}{2s_{13}^2(1-\frac{3}{2}s_{13}^2)} - 1} \quad (11)$$

を得る。また、 $\tan \theta_{12} = (\sqrt{2-3s_{13}^2} \tan \theta' + 1)/(\sqrt{2-3s_{13}^2} - \tan \theta')$  となる。

### 3 まとめ

ここでは 2-3 混合と CP の破れの最大からのずれの関係を、典型的な場合に示した。ここでの特徴は、ニュートリノの質量と混合角は現在の実験値に近い限り、どのような値でも再現できることである。つまり、質量と混合角を再現できるモデルでの両者の関係の予想式を与えている。また、この式は、次のような場合にも成立する。

質量行列から Tribimaximal 混合行列から出発して (Case A) や (Case B) の回転をあたえた場合を考えよう。ここでの場合との違いは (7) の右辺にかかる位相行列がない点である。この場合、ここで考察した位相  $\rho$  を  $\rho - \pi/2$  と変換することにより実現できる。私たちの導いた関係式は、この位相に依存しないため、このような場合でも成り立つわけである。

結論として、私どもの導いた関係式 (10) と (11) は広い範囲で満たされる関係式である。

### References

- [1] K. Fukuura, T. Miura, E. Takasugi and M. Yoshimura, Phys. Rev.**D61**, 073002 (2000) [hep-ph/9909415v3]  
T. Miura, E. Takasugi and M. Yoshimura, Phys. Rev.**D63**, 013001 (2001) [hep-ph/0003139v3]  
T. Miura, E. Takasugi and M. Yoshimura, Conf. C00-02011, Neutrino oscillations and their origin, Proceedings, 1st Workshop, Fujiyoshida, Japan, p.157-161 (2000) [hep-ph/0005179v1]
- [2] W. Grimus and L. Lavoura, Phys. Lett. **B572**,189(2003)[hep-ph/0305046]
- [3] E. Ma, [arXiv:1504.02086v2[hep-ph]]
- [4] P.F. Harrison, D.H. Perkins and W.G. Scott, Phys. Lett.**B530**,167 (2002) [hep-ph/0202074]
- [5] Eiichi Takasugi, PTEP (2015)113B04, [arXiv:1508.04867v3[hep-ph]]

# ローレンツ不変なハドロン分光学

日本大学理工学部理工学研究所

石田 晋

## 【要約】

クォーク多体系に固有時・量子力学を適用する。その方法は慣性系としての粒子座標系 ( $v = \text{一定}$ ) に於いて、最小作用原理に基づく変分法を古典力学の「作用」に適用することから始め、量子化に至る迄の一切の手続きを行うことである。

## 【目次】

- 1 関連する, 基本的物理概念
- 2  $\tau$ -量子力学の骨子と素ハドロン場の量子論
- 3 一新するハドロン分光学 (Evolved Hadron-Spectroscopy)
- 4 新・ハドロン分光学の信憑性-実験との比較
- 5 結論と討論

## 1 関連する, 基本的物理概念

### 1.1 ローレンツ変換と慣性系, そしてクォークの閉じ込め

(ローレンツ変換と慣性系)

観測者系 (Observer Frame:  $v = 0$ )      慣性系  $\downarrow$  光速  $c$

粒子系 (Particle Frame:  $v = \text{一定}$ )      慣性系  $\downarrow$   $c' = c$

(座標)  $\left[ \begin{array}{l} x_\mu = L_{\mu\nu} x'_\nu \\ x'_\mu = L_{\mu\nu}^{-1} x_\nu \end{array} \right]$  (クォークのWave Function)  $\Phi'_\alpha(X') = S_B(v)\Phi(X)_\alpha$

$L(c)$   $\uparrow$        $\Phi'_\alpha(X') = S_B(v)\Phi(X)_\alpha$        $\uparrow$  不定

実験値 「ローレンツ変換で結ばれるすべての系で物理法則は同じ形」・・・ローレンツ不変

(慣性系) 可能な慣性系:  $-c < v_i < c$  ( $i = 1, 2, 3$ )       $\uparrow$  不定

(Inertial Frame) Einstein Relation;  $p(v) = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$        $p_0(v) = \frac{mc}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

(クォークの特異性と慣性系の「総体」)

共変的な複合模型(COQM<sup>1</sup>)での構成子クォークの「閉じ込め」や特異な振舞いは、可能な慣性系の総体を視野にする見地から理解可能!

(慣性系  $(v)$  の性質)      クォークの振舞い

独立性  $p(v) \neq p'(v')$       "Free-Particle Motion"       $\left\{ \begin{array}{l} \kappa^{(r/s)} \equiv m^{(r/s)}/M, \sum_{r,s} \kappa^{(r/s)} \equiv 1 \\ p_\mu^{(r/s)}(v) = \kappa^{(r/s)} P_\mu(v) \end{array} \right\}$  "Parton-like Motion"

同等性      クォークの波動関数  $\Phi_\alpha \left\{ \Phi_\alpha(X_\mu) \right\}_{p^2=m_i^2} \approx \left\{ \Phi_{p(v),\alpha}(X, \tau(v)) \right\}_{\text{whole}-v}$

(Lorentz Covariance)  $\leftarrow \sum$  (Lorentz Invariant ( $\Psi$ ))

\*) COQM: 長期間に亘りハドロン現象論に適用

(標準ゲージ理論でのカイラリティーと「素ハドロン」)

QCD/Standard Gauge理論でのカイラリティー保存

$\mathcal{L}_f(q(x), \not{s})$ : 実効相互作用:      Substitution Rule

$\mathcal{L}_0[(\bar{q}\gamma_\mu \partial_\nu q)_s] \rightarrow \mathcal{L}_0[(\bar{q}\gamma_\mu D_\nu q)_s]$ ; ( $D_\mu \equiv \partial_\mu - igA_\mu$ )

$\therefore \mathcal{L}_f[(\bar{q}, q), \not{s}] = \mathcal{L}_f[(\bar{q}A_\nu \gamma_\mu q), \not{s}]$

Then for  $R_{PT}: X_\mu \rightarrow -X_\mu$ , and  $q_i \rightarrow q_i^* \equiv \bar{\chi} q_i = -\gamma_5 q_i$

Accordingly,  $\mathcal{L}_f[(\bar{q}, q), \not{s}] = \mathcal{L}_f[(\bar{q}, q), \not{s}]$  (QED)

あらゆる型のゲージ相互作用を通して、クォーク対  $(\bar{q}, q)$  のカイラリティーは、各フレーバー毎に保存される。

$\downarrow$   $q_\alpha$  (QCD)      (simulate)       $\Phi_\alpha$  (ハドロン内: ウルサイトン・クォーク)

「ウルサイトン対・中間子」はあらゆる種類の相互作用で生ずるヴァーテックスを通して定まったカイラリティーを持つ素ハドロン, "Elementary Hadron".

その属性: "Attribute":  $\chi_F$

基底"素"中間子は8種:  $\Phi_A^{(J)B}(X) = \sum \phi_i^{(J)B}(X) \Gamma_i^{(J)}$

$\phi_i^{(J)B}(X) = \left\{ p_i^{(J)}, p_i^{(B)}, s_i^{(J)}, s_i^{(B)}, v_i^{(J)}, v_i^{(B)}, A_i^{(J)}, A_i^{(B)} \right\}_A$        $\phi^{(J)}(X)$  は局所場: ボース統計で量子化される。

$\chi^{(J)} = \{-, +, -, +, +, -, -, +, -\}$        $J = 0, 1$

Figure 1: 粒子座標系 ( $v \neq 0$ ) とクォークの閉じ込め

Figure 2: “素ハドロン” 概念の導入

Fig. 1 では<sup>1</sup>, まず「慣性系としての粒子系ではすべての物理法則は、 $v$  の値に依らず同じ形-ロー

<sup>1</sup>Propertime Quantum Mechanics for Confined-Quark System and Composite-Hadron Spectroscopy S. I., T. Maeda, K. Yamada, M. Oda, in preparation.

レンツ不変である」事が強調される。一方我々、 $\sigma$ -グループでは長期間に亘りハドロン現象論に共変的複合模型 (COQM) を適用し、その構成子・クォークは通常の「ハドロンはクォークの束縛状態」とする見方からは非常に特異な振る舞い（自由粒子 / 部分子）的運動を示す事が明らかになった。しかしながら、この「クォークの特異な振る舞いや、閉じ込めの機構」は、ここでは、「可能なすべての慣性系を視野に入れる見地」から極めて自然に理解出来ることが示されている。又ここでは、ローレンツ変換では「粒子の質量の符号が不定である」ことが示されているが、後述のように新分光学では負質量のクォークキラロン (Chiralon) が重要な役割を持つことになる。

## 1.2 標準ゲージ理論でのカイラリティと「素ハドロン」

Fig. 2 で示されているように (QCD/標準ゲージ理論) では、あらゆる型のゲージ相互作用を通して「クォーク対 ( $\bar{q}, q$ ) のカイラリティは各フレーバー毎に保存される」。これ迄長い間見過ごされて来たが、我々はこの定まったフレーバー対称性・構造を持つ「クォーク・複合ハドロン」は、電子や  $\mu$  粒子等の レプトン と対比される素粒子として、素ハドロン と名付ける事にする。又これに伴うその属性は  $\{\chi_F\}$  とする。この講演では、まず「基底・クォーク対中間子」のみを取り上げる。この素中間子  $\phi^{(i)}(X)$  は、クォーク対複合  $WF^2\Phi(X)_\alpha^{(M)\beta}$  の独立な bi-Dirac 行列  $\Gamma_\alpha^{(i)\beta}$  に依る展開共変クォーク・表示 (Covariant Quark Representation) [1] に依って定義される。その物理的要点は；素中間子の属性、 $J^{PC\chi}$  は空間的な広がりを持つウルサイトン・クォーク対によって定まり、その 時間的な変化としての生成・消滅 は局所場として量子化された素中間子が担う事にある。

## 2 $\tau$ -量子力学の骨子と素ハドロン場の量子論<sup>3</sup>

### 2.1 クォーク孤立系の $\tau$ -量子力学

Fig. 3 に当該のテーマについて、古典力学から、はじまる重要な公式を与えておく。次にこの公式に関連する興味ある視点を列挙する；

- (1) ここに与えた作用  $S$  は、 $\tau$ -スケール 変換で不変である (孤立系の  $\tau$ -スケールは観測不能)。対応するゲージ条件、 $\hat{G} = 0$ 、はクォークの On-Mass Shell 条件に当たる。
- (2) この条件の為、“Prime” ハミルトニアン： $\hat{H} \propto \hat{G} = 0$  となり一見困難に思われるが、むしろ、解となる WF の次の二つの重要な性質を導く。
  - i)  $\hat{G}$  を ( $P_\mu$ -空間で) 因子化すれば、正及び負の  $\tau$ -振動数解が現れ、Observer Frame (O. F.) では、そのそれぞれは  $\pm M$  を “Real” ハミルトニアンとするシュレーディンガー Eq. を満足するので、正反・ハドロンの WF、 $\Phi^{(H/\bar{H})}$ 、と同定される。このことはファインマンが直感的に想定した Crossing Rule が、理論的に導出された事を意味する。

<sup>2</sup>この  $\Phi(X)_\alpha^{(M)\beta}$  は正確には  $\Phi(X)_{N,\alpha}^{(M)\beta}$  (後出 §2.2, Fig. 6) を指す。

<sup>3</sup>この標題に関連するテーマについての、より詳細な (preliminary) 内容が第1回と第3回連携シンポジウムに於いて、現講演者によって述べられている。(詳しくは、その報告 [2] (第1回), [3] (第3回) を見よ。)

(クォーク孤立系の  $\tau$ -量子力学)

**【古典力学】**  $S = \int_0^{\tau} \mathcal{L}(\dot{X}_\mu) d\tau, \quad \mathcal{L} = -M\sqrt{-\dot{X}_\mu^2} \quad (M > 0)$   
 $\dot{X}_\mu \equiv dX_\mu/d\tau, \quad d\tau = \sqrt{-(dX_\mu)^2} = dT\sqrt{1-v^2} \quad (v \equiv d\mathbf{X}/dT)$   
 $\delta S = 0 \rightarrow$  4-momentum  $P_\mu; \frac{dP_\mu}{d\tau} = 0, \quad \text{Einstein Relation: } P_0 = \frac{Mv_0}{\sqrt{1-v^2}}, \quad P_i = \frac{Mv_i}{\sqrt{1-v^2}} = \sqrt{P^2 + M^2}$   
 In Obs. F.;  $\frac{d}{d\tau} M = 0; P_0 = 0, P_i = M. \quad$  In P.F.;  $\frac{d}{d\tau(v)} M = 0 \rightarrow$  Lorentz Inv.  
 **$\tau$ -ゲージ条件:**  $\tau$  のスケールは不定  $\tau \rightarrow \tau' \equiv K\tau \quad (K > 0), \Rightarrow \boxed{G \equiv P_\mu^2 + M^2 = 0}$   
**ハミルトニアン**  $\mathcal{H} = P_\mu \dot{X}_\mu - \mathcal{L} = \left( \frac{K}{M} (P_\mu^2 + M^2) \right) = 0$   
**【量子力学】**  $\Phi_\alpha \approx \hat{B}(v)\chi_\alpha$  (Index: Dirac spinor  $\alpha, SU(2)$ -spin  $i$ )  
 $\left[ \begin{array}{l} i \frac{d}{d\tau} \Phi_\alpha(\mathbf{X}; \tau) = \hat{H}(\hat{\mathbf{P}})\Phi_\alpha(\mathbf{X}; \tau) \quad \text{in P.F.} \\ \hat{G}\Phi_\alpha(X_\mu) = (\hat{P}_\mu^2 + M^2)\Phi_\alpha(X_\mu) = 0 \quad \text{in O.F.} \end{array} \right] \quad \left( \frac{v^2}{c^2} \ll 1 \right)$   
 (解)  $\Phi_{P,\alpha}(\mathbf{X}; \tau(v)) = \Phi_{P,\alpha}^{(+)}(\mathbf{X}; \tau(v)) + \Phi_{P,\alpha}^{(-)}(\mathbf{X}; \tau(v))$   
 $= \sum_{i,j} U_{i,j,\alpha}(\mathbf{v}(P)) e^{iP_\mu X_\mu} \chi_{i,j}^{(\pm)}(\mathbf{v}(v)) + \sum_{i,j} V_{i,j,\alpha}(\mathbf{v}(P)) e^{-iP_\mu X_\mu} \chi_{i,j}^{(\pm)}(\mathbf{v}(v))$   
**(ゲージ条件の二つの意味)**  
 i)  $\hat{G} = (-P_0 + E)(P_0 + E), \quad \frac{d\hat{G}(\mathbf{x})}{d\tau} = \pm E\hat{G}(\mathbf{x}), \quad \hat{G}(\mathbf{x}) \rightarrow$  **正・反粒子WF**  $\hat{E} = \sqrt{M^2 + P^2} > 0$   
 ii)  $\hat{G} = (iP_\mu \gamma_\mu + M)(iP_\mu \gamma_\mu - M) \rightarrow \Phi_\alpha(\mathbf{X}, v) = \{ \Phi_\alpha^{(+)}, \Phi_\alpha^{(-)} \}$  (負エネルギー問題ナン...  $d\tau > 0$ )  
 $SU(2)$  = 空間の基本ベクトル **質量反転-対称性** Paulon, Chiralon (影のクォーク存在)  
 \*) 変分法 ( $\delta S = 0$ ) はすべての(慣性系  $(v)$ ) で成立

クォーク多体系での内部座標と固有時

**設定**  
**外部:**  $X_\mu, \{ \mathbf{X} \equiv \sum_i m^{(i)} \mathbf{x}^{(i)} / M, \tau(\mathbf{v}) \}$   $\left[ \begin{array}{l} P_\mu r_\mu^{(i)} = 0 \quad (r_\mu^{(i)}: \text{空間的} \rightarrow r_\mu^{(i)}(r^{(i)}, 0)) \\ \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}^{(i)} = 0 \quad (r^{(i)} \in O(2)_{\perp, v}; \text{埋め込み in } O(3,1)_{Loc}) \end{array} \right]$   
**内部:**  $r_\mu^{(i)} \equiv x_\mu^{(i)} - X_\mu, (X_\mu; r_\mu^{(i)})$  の原点

$\rightarrow$  **内外座標の完全分離: 非局所理論の困難の除去**  
 •  $\tau(v^{(i)}) = \tau(v) \rightarrow T$  「すべての構成子・親ハドロン」は共通の時間を持つ。  
 • **内・外WFの量子化は統一になされる**  
 第一・第二段階 (1st, 2nd-stage) の量子化 Kinematical Constraint:  $\sum_i m^{(i)} p^{(i)} = 0, \quad \sum_i p^{(i)} = 0$   
 $\{ r^{(i)}(s), T \}, \{ \mathbf{X}, T \}$  同時刻 ( $T=0$ ) で実行

(Formulas)  
**【古典力学】 Action**  $S = \int \mathcal{L}(X_\mu; r^{(i)}(s), \dot{r}^{(i)}(s)) d\tau(v)$   
 $\mathcal{L} = -\sqrt{2U(r^{(i)}(s))} \sqrt{-(MX_\mu^2 + \sum_i m^{(i)} p^{(i)2})}, \quad \left[ U(r^{(i)}(s)) \equiv \sum_i U^{(i)}(r^{(i)}) > 0 \right]$   
 **$\tau$ -ゲージ条件**  $(P_\mu^2 + M^2 + p^{(i)2}(s), r^{(i)2}(s)) = 0$   
**【量子力学】**  $i \frac{d}{d\tau} \Phi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(\pm) \beta_1 \dots \beta_n}(\mathbf{r}^{(i)}(s); T) = \pm \hat{M} \Phi_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(\pm) \beta_1 \dots \beta_n}(\mathbf{r}^{(i)}(s); T)$  in O.F.  
Crossing Rule:  $\Phi^{(\pm)} = \bar{\Phi}^{(H)}$ ,  
 be derived: as  $M > 0, 0 \leq \tau < \infty$

Figure 3: クォーク孤立系：古典論から量子論まで

Figure 4: クォーク多体系の量子論：その枠組み

ii)  $\hat{G}$  を bi-Dirac 行列・空間で因子化すれば、負・質量の Chiralon ( $J^P = \frac{1}{2}^-$ ) が、当初導入された正・質量の Paulon ( $J^P = \frac{1}{2}^+$ ) の影のクォークとして、出現する。この事は素ハドロンのスペクトルが質量反転-対称性を持つ事を意味する。

## 2.2 クォーク多体系の $\tau$ -量子力学

Fig. 4 に当該のテーマについて、その基本的枠組みが述べられる：

- (1) 無矛盾な理論の建設のために (種々の検討の結果として) クォーク多体系でのクォークの座標を図示したように極めて特殊に設定した。特に系の { 粒子's } の座標を内部と外部に完全分離した。この決め手となったのはすべての構成子、そして親ハドロン (その空間座標はすべての構成子の重心) に共通の固有時  $\tau(\mathbf{v})$  を持たせたことにある。
- (2) (1) での共通の固有時の設定が内、外-自由度の統一的な量子化を可能にした。そのハネカエリとして系の波動関数は内部自由度の運動について運動学的な制限条件 (Kinematical Constraint) を受ける事になる。
- (3) 以上の結果、系の作用  $S$  は、内、外・自由度について Separable な形で与えられ、系の発展が、 $d\tau(\mathbf{v}) > 0$ 、に限られる事と合わせて O. F. でのシュレーディンガー方程式が “Real”・ハミルトニアン  $\hat{M} (> 0)$  に依って図示のように表される。この式は **Crossing Rule** が導出されたことを意味している。この事情は、単純に理想化された前節 (§2.1(2) の i)) でも同じである。

次に Fig. 5 にクォーク多体系での量子力学に現れる公式、種々の Dirac Spinor の表示変換式等をまとめて提示し、その簡単な解説を行う。

- (1) 非局所・構成子クォーク WF,  $\Phi_\alpha^{(q)}(X, r)$  を内部振動に関する直交関数  $O_{\hat{N}}(r)$  で展開する。その係数  $\Phi_{\hat{N},\alpha}(X)$  は一連の素クォーク場を表す。この  $\Phi_{\hat{N},\alpha}(X)$  は四元  $P_\mu$  に依ってフーリエ展開される。一方、スピン関数は m-スピンの (+, -) 方向について sum-up され、その結果、(質量反転/カイラリティ) 対称性を持つように設定されている。
- (2)  $\tilde{U}(4)_{DS,m}$  スキームでは二種の Dirac-Spinors {Const. Q. Sp., Urciton Sp.} が現れるが、前者(後者)は、有(無)次元であり、そのそれぞれは  $m_F$ -依存性を有す(有さない)、一方
- (3) {素中間子's} の Effective-Vertices のフレーバーに依らない大局的構造は、ウルサイトン・スピノルによって決定され、色々のフレーバーの組み合わせを持つ実際の Vertices では、関与する Const. Q. Sp. の { $m_F$ 's} に依る質量依存性が表れる。
- (4) 素ハドロン場は  $\tau$  ゲージ条件により Mass-Shell 条件を満たすので、QCD に依る Strong-Interaction S-matrix を張る漸近場となる。

**【クォーク/素ハドロン-波動関数】**  
 (構成子クォーク系)  
 Non-Local  $\Phi_\alpha^{(q)}(X; r) = \sum_{\hat{N}} \Phi_{\hat{N},\alpha}(X) O_{\hat{N}}(r)$   
 Local  $\Phi_{\hat{N},\alpha}^{(q)}(X) = \sum_{P_N(P_N, m_N > 0)} (W_\alpha^{(q)}(v) e^{iP_N \cdot X} + W_\alpha^{(q)}(v) e^{-iP_N \cdot X})$   $W_\alpha^{(q)}(v) \equiv \sum_r U_r(v)$   
 $W_\alpha^{(q)}(v) \equiv \sum_r V_r(v)$

二種の Dirac Spinors in  $\tilde{U}(4)_{DS,m}$ -スキーム  
 Constituent Q. Sp.  $(iP_\mu \gamma_\mu \pm M) U_{r,\pm}(P, M) = 0; (iP_\mu \gamma_\mu \mp M) V_{r,\pm}(P, M) = 0$   
 Urciton Q. Sp.  $(iu_\mu \gamma_\mu \pm 1) U_{r,\pm}(v(P)) = 0; (iu_\mu \gamma_\mu \mp 1) V_{r,\pm}(v(P)) = 0$   $[P_\mu = M u_\mu, v \equiv \frac{dX}{dt}, u_\mu \equiv \frac{dX_\mu}{dt}]$

二種の Urciton Spinor 表示:  $U_r(v(P))$   
 Bargmann-Wigner:  $U_{r,\pm}$ : 質量反転(Mass Reversal) 明瞭  $U_{r,\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_{r^{(\pm)}} \pm U_{r^{(-)}})$   
 Chirality:  $U_{r^{(\pm)}}$ : カイラリティ

質量反転  $\hat{R}_m = \rho_1(m)$  vs カイラリティ変換  $\hat{X}_m: \hat{R}_m \approx \hat{X}_m$   
 $\hat{R}_m = \rho_1(m): M_\pm \rightarrow M_\mp; \Phi_\pm(X) \rightarrow \Phi_\mp(X)$   
 $\hat{R}_{PT} = -\gamma_5: X_\mu \rightarrow -X_\mu; \Phi(X_\mu) \rightarrow \Phi(-X_\mu)$

(素中間子系)  $\Phi_{\hat{N},\alpha}^{(M)}(X) = \sum_{P_N(P_N, m_N > 0)} (W_\alpha^{(M)\beta}(v(P_N)) e^{iP_N \cdot X} + W_\alpha^{(M)\beta}(v(P_N)) e^{-iP_N \cdot X}); W_\alpha^{(M)\beta} = W_\alpha^{(q)} W_\beta^{(q)}$

中間子の共変クォーク表現  $\rightarrow \Phi_{\hat{N},\alpha}^{(M)}(X) = \sum_r \phi^{(q)}(X) \Gamma_\alpha^{(q)\beta} \{ \phi^{(q)s} \}$ ; 第二ステージの量子化

**【Kinematical Framework】**  $\{\tilde{U}(4)_{DS} \otimes \tilde{U}(4)_{DS}^{\otimes 2}\} \otimes \{O(1,3)_{\text{relativistic}} \text{ in } O(3,1)_{\text{Lor.}}\}$

(構成子) ウルサイトン・クォーク  $\left[ \begin{array}{l} \text{Paulon } (1/2)^+ \text{ 実クォーク} \\ \text{Chiralon } (1/2)^- \text{ 影クォーク} \end{array} \right]$

座標  $x_\mu^{(s)}(\tau(v))'s$   $r = (\uparrow, \downarrow) m_3$ -スピン  
 スピン  $\chi_{r,s}^{(s)}(v)'s$ ,  $s = (\uparrow, \downarrow) \sigma_3$ -スピン

(素ハドロン) 属性  $\{J, P, C, X_m\}$ ; 素粒子

- i) Strong Interaction S-matrix を張る漸近場
- ii) 「素ハドロン・スベクトル」の基本構造はフレーバーに依らず共通である。  
 (・ウルサイトンスピノルは無次元)  
 現実の反応では関与するハドロンのクォーク表示に構成子クォークスピノル(フレーバーに依る)を適用することでその質量依存性が現れる。

**【Concrete Structure】**  
 ① 素ハドロン・スピン  $J = S(\equiv \sum_i S_i); (UV)$  中間子の  $J^{(M)} \rightarrow J^{(M)} = 0, \text{ or } 1$  のみ  
 $L \equiv \sum_i L^{(i)}$ : missing (∵ 粒子系 with def. L ≠ 慣性系)

② すべての素ハドロンの励起状態は動径励起。基底状態の質量は構成クォークの質量の和。  
 例 (UV) メソン:  $M(UV) = m_U + m_V$

③ Via- $\gamma^*$  produced  $|V_1^{(q)-(-)}(0)\rangle \Rightarrow \frac{1}{2}(V_{(N)}^{(+,-)} \otimes V_{(E)}^{(-,-)})$  (対発生)  $V_{(N)}^{(+)}$ : 状態  
Gemisch

$V_{(N/E)}(q) = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_1^{(1)}(q, -q) \pm V_2^{(2)}(q, -q))$  (重ね合わせ)  $V_{(N/E)}$ : 素ハドロン

$\rightarrow$  Relat. Coupling Phase of  $(V_1^{(1)}, V_2^{(2)})$  in  $V_{(N)}$  and  $V_{(E)}$  respectively,  
 $\pm; V_1^{(1)} \rightarrow \gamma^*, 0^\circ; \quad -; V_2^{(2)} \rightarrow \gamma^*, 180^\circ; \quad \Rightarrow$  Relat. sign  $\{V_1^{(1)}, V_2^{(2)}\} = \ominus$

Figure 5: クォーク多体系の量子力学-その諸公式

Figure 6:  $\tau$ ・量子力学から見た新・ハドロン分光学

### 3 一新するハドロン分光学

以上に述べて来たように(慣性系としての粒子座標系で展開された) $\tau$ ・量子力学では、従来の非相対論的分光学は一新されることになる。Fig. 6 では、その要点をマトめよう。

【運動学的枠組み】:  $\left\{ \tilde{U}(4)_m^{(q)} \otimes \tilde{U}(4)_m^{(\bar{q})} \right\} \otimes \left\{ O(1)_{\mathbf{r} \perp \mathbf{v}} |_{\text{whole}=\mathbf{v}} \text{ in } O(3,1)_{\text{Lor.}} \right\}^4$

(構成子) ウルサイトン・クォークはローレンツ座標:  $x_\mu^{(i)}(\tau(\mathbf{v}))$ , 及び Pauli-スピン;  $\chi_{r,s}(\mathbf{v})$  を持つ。前者は時間  $\tau(\mathbf{v})$ , による運動に連れて変化するが, 後者は関与する粒子系 ( $\mathbf{v} = \text{const.}$ ) のみに依存する。ここで, Pauli-スピンには二種 (空間座標の回転に関わる  $\sigma$ -スピン; 質量反転に関わる  $\mathbf{m}$ -スピン) あり,  $\mathbf{m}_3 = (\uparrow, \downarrow)$  を持つ  $SU(2)_m$ -空間の基底ウルサイトンは  $J^P = (\frac{1}{2}^+, \frac{1}{2}^-)$  を持つ。

(素ハドロン) の属性は  $\{J, P, C, \chi\}$ , ここで新しく加わった属性  $\{\chi\}$  は実際の複合・ウルサイトン-多体系としての各ウルサイトンのフレーバーに依存するカイラリティ構造を表す。

### 【具体的構造】

素ハドロンのスピンは  $\mathbf{J} = \sum_i \mathbf{S}_i$  のみで定まる。何故なら軌道角運動量  $\mathbf{L} \equiv \mathbf{l}^{(i)}$  ( $\mathbf{l}^{(i)} \equiv \mathbf{r}^{(i)} \times \mathbf{p}^{(i)}$ ) であり, 確定した  $\mathbf{l}^{(i)}$  を持つ状態は加速度を持ち, 加速度ゼロの慣性系には, 表れないからである。従ってすべての素ハドロンは, 基底-, もしくは動径-励起状態である。又, Energetic な  $\gamma^*$  によって生じる, ベクトル- $V_\gamma^*$  状態は, カイラリティには無縁であり, これは確定したカイラリティを持つ素ベクトル  $V_{\gamma}^{\{P,C,\chi_+/\chi_-\}}$  の混合状態,  $V_\gamma^{(0)} \equiv \left( V_{(N)}^{\{-, -, +\}} \oplus V_{(E)}^{\{-, -, -\}} \right)$  となり素ベクトル  $V_{(N)}$  と  $V_{(E)}$  の対発生と解釈出来る。この事情は次節 §4 で新分光学の信憑性を確かめる重要な手がかりを与える。

## 4 新・ハドロン分光学の信憑性—実験との比較

A) 「 $e^+e^-$  消滅データの再解析」での「低質量ベクトル状態  $\{V_\gamma(q\bar{q})\}$ 's」の存在

標題のテーマについて得られた解析結果を Fig. 7 に示した:

この検討から,

「当実験のエネルギー領域で得られるべき, ベクトル状態; 既知の  $[\omega(782), \phi(1020)]$  を含む, 新分光学での期待される, すべての  $V_\gamma^{(1)}(n_+\bar{n}_+)$ ,  $V_\gamma^{(2)}(n_-\bar{n}_-)$ ;  $V_\gamma^{(1)}(s_+\bar{s}_+)$ ,  $V_\gamma^{(2)}(s_-\bar{s}_-)$  の存在, 及びそれぞれのフレーバーを持つ  $(V_\gamma^{(1)}, V_\gamma^{(2)})$  の Relative-Phases が, 解析の結果と consistent である。特に  $\omega(1250) \equiv V_\gamma^{(2)}(n_-\bar{n}_-)$  の存在は Remarkable である」と云えよう。

B)  $\Upsilon(10860; 5^3S_1(b\bar{b}))$  近傍の Belle 実験データの「謎」

標題のテーマについて得られた, 新分光学の見地からの検討の結果を Fig. 8 に示した。

この検討から,

「Belle データについて, 非相対論的・分光学の見地から指摘されていた殆どすべての謎が, 新分光学の立場ではスッキリした説明が可能となる。特に  $h_b((1,2)P)$  と同定された二つの

<sup>4</sup>内部座標は, これ迄一般的な制限に基づく,  $\{\mathbf{r} \in O(2)_{\mathbf{r} \perp \mathbf{v}}\}$  空間としたが, ここでは簡単な実際のモデルとして採用する一次元振動子の構造  $O(1)_{\mathbf{r} \perp \mathbf{v}}$  とかく。

$e^+e^-$  消滅データ・再解析での低質量ベクトル状態  $\{V_{(n)}(q\bar{q})^1s\}$  の存在

実験過程  $e^+e^- \rightarrow \rho(\pi^+\pi^-) + \pi^0$

データ  $(\sqrt{s} = 0.66 \sim 1.38 \text{ GeV})$  SND,  $(\sqrt{s} = 1.06 \sim 2.01 \text{ GeV})$  Babar ※2

解析手法※1 VMD法 with the  $V_{(n)}^{(1)}s$   $V_{(n)}^{(2)}s; [\omega(782), \phi(1020)] + [\omega(1250), \omega(1420), \omega(1650)]$

(得られた  $V^*$ -phase)

$$\begin{cases} \omega(782) \equiv V_{(1)}^{(1)}(n_+, \bar{n}_+); 0^\circ \leftrightarrow \omega(1250) \equiv V_{(1)}^{(2)}(n_-, \bar{n}_-); 180^\circ \text{ †} \\ \phi(1020) \equiv V_{(1)}^{(1)}(s_+, \bar{s}_+); \approx 230^\circ \leftrightarrow \omega(1650) \equiv V_{(1)}^{(2)}(s_-, \bar{s}_-); 0^\circ, \text{ or } 180^\circ \rightarrow 0^\circ \text{ †} \end{cases}$$

a) データの状況から決定的。  
 b)  $(230^\circ \rightarrow 180^\circ)$  本来VMDは「Decay  $\Gamma \rightarrow \epsilon$  で正当化」に注意  
 c) 解析では、 $[0^\circ, 180^\circ]$ の双方で同程度フィット。

(新ハドロン光学の立場から)

上にとえられた“Phase”は、新分光学とconsistent.  
 特に、a)  $180^\circ$  はEncouraging. c) choiceはフレーバー毎の  $\hat{\chi}_m$  保存則から導出される。  
 ※2)  $\omega(1420)$  は、 $V_{(1)}(n \geq 1, {}^3S_1)$  と同定できる。

---

※1)  $\rho$ -グループ (実験部) 高松・山内・駒田に依る解析, presented at “HADRON 2015” by T. Komada and I. Yamauchi.  
 ※2)  $\omega(1420)$  は  $V_{(1)}$  としては zero or small contribution.

Figure 7: Via- $\gamma^*$  で得られる低質量・ベクトル状態

$\Upsilon(10860) : 5^3S_1(b\bar{b})$ : 近傍のBelle実験データの「謎」

実験データと見つかった共鳴の性質

二つの  $h_b : [h_b(9898), h_b(10259)]$

プロセス:  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(5S) \rightarrow h_b(mP)\pi^+\pi^- (m=1, 2) \quad J^P = 1^+$

Prod.  $\alpha$  : comparable to  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(5S) \rightarrow \Upsilon(nS)\pi^+\pi^- (n=1, 2, 3)$  [Exp. F-1]

(Problem) Why No suppression due to Heavy Q. Spin-Flip ?

two  $Z_b^\pm, Z_b^0$   $Z_{b_1}(10610), Z_{b_2}(10650)$  in 5 channels  $\{\Upsilon(nS), \pi^\pm\}, \{h_b(mP), \pi^\pm\}$

Prod. Rate : Similar for these 5 channels [Exp. F-2]

Relative Phase between  $(Z_{b_1}, Z_{b_2}) = \begin{cases} 0^\circ; \Upsilon(nS)\text{-channel} \\ 180^\circ; h_b(mP)\text{-channel} \end{cases}$  [Exp. F-3]

(新ハドロン光学の見地から)

固定  $h_b((1,2)P) \rightarrow A_b^{(E)}((1,2)S); {}^3S_1$  No Spin-Flip  $\chi_s = (+, -)$  for  $(V_b^{(N)}, A_b^{(E)})$ ; chirality partners  
 $\Upsilon_b((1,2,3)S) \rightarrow V_b^{(N)}((1,2,3)S); {}^3S_1$

Exp. F-1 No-spin flip  $\rightarrow$  Problem disappeared  
 Exp. F-2  $\{A_b^{(E)}, V_b^{(N)}\}$  belongs to the same  $SU(4)_{DS,m}$ -多重項  
 be derived from Equi-Probability Relation of Transition between “Chirality Partners”,  
 contained in the respective chirality flowchart.  
 Exp. F-3 be derived from  $Z_b^{(E)} = Z_b^{(E)}(V_b^{(1)}, \pi)/Z_b^{(E)}(V_b^{(2)}, \pi)$ .

[1] Belle Collaboration, I. Adachi et al. PRL 108,032001 (2012).  
 [2] Belle Collaboration, A. Bondar et al. PRL 108,122001 (2012).

Figure 8: Belle・データの謎と新分光学

$P$  波共鳴 ( $h_b(9898)$ ,  $h_b(10259)$ ) が、新分光学では、 $A_b^{(E)}((1,2)S); {}^3S_1$  状態であり、その属性  $J^{PC\chi_b} = 1^{+,+,-}$  の素中間子と同定出来ることは特筆すべきである」と云えよう。

## 5 結論と討論

- i) クォーク多体系に新しい見地を取り入れた固有時量子力学を適用し、統一的に第一、第二量子化を行う処方提案した。ここで実際に量子化された“素ハドロン”分類法がローレンツ不変なハドロン分光学にあたる。
- ii) 新分類法を現在のハドロンの「現象論的知見」と比較した結果、これはかなり有望であると心証が得られた。
- iii) 以上から、これ迄非相対論的クォーク模型から得られたハドロンの現象論的知見は、「再検討の必要あり」と思われる。

## References

- [1] S. Ishida, M. Ishida, and T. Maeda, Prog. Theor. Phys. **104**, 785 (2000).
- [2] 石田 晋, 素粒子論研究・電子版, Vol. **12**, (2012) No. 2
- [3] S. Ishida, JPS Conference Proceedings, Vol. **7**, 010008 (2015).

## 共変振動子クォーク模型による励起 $D$ 中間子系のパイオン放出崩壊

日本大学短期大学部 (船橋校舎)

前田 知人<sup>1</sup>

### 1 はじめに

最近の高エネルギー加速器実験の発展により, 重いクォークを含むハドロンの分光学は著しい進展を遂げている [1]. 本研究で注目するチャームドメソン ( $D = (c\bar{u}, c\bar{d})$ ) に関しては, 基底状態及び第 1 励起状態はすでに分類が確立されているが, 2010 年から 2015 年にかけて BaBar と LHCb により,  $e^+e^-$  並びに  $pp$  衝突からの包含反応過程の解析,  $B(B_s)$  中間子崩壊過程のダリツ・プロット解析の結果が次々に報告され, 複数の新しい励起チャームドメソンの存在が確認された [2]. なかでも最新の LHCb の結果よれば, 2.8 GeV 近傍の質量領域に第 2 励起状態と考えられる 3 つの状態,  $D_1^*(2760)$ ,  $D_J'(2750)$ ,  $D_3^*(2760)$  が存在することが明らかとなり, これらのメソンの分類が喫緊の課題となっている. クォーク模型による分類を確立するためには, 適切なポテンシャルの下で質量準位を再現することに加え, その崩壊特性を調べるのが重要である. 現在までに非相対論的クォーク模型 (NRQM) に基づく崩壊の計算がすでにいくつか報告されており [3, 4, 5, 6], 理論と実験が相互に触発し合っているという状況にある.

一般に, 高励起状態から基底状態のように大きな質量差を持つ状態間の遷移の場合, 崩壊後のメソンは大きな運動エネルギーを持って反跳することから, その重心運動は相対論的に取り扱う必要があると考えられる. そこで本研究では, 相対論的共変なクォーク模型である共変振動子クォーク模型 (COQM) を用いてパイオン放出による崩壊幅を評価する. 得られた結果を, 実験値及び先行する非相対論的クォーク模型の結果と比較し COQM の特徴である相対論的效果が, 崩壊幅にいかに関与しているかを議論する. また, 実験的にまだ見つかっていない状態について, その質量, 崩壊幅, 混合等を考慮して, 今後の実験で見つかる可能性についても議論する. 予言のいくつかは, 他の模型による結果と異なり, 将来の実験で検証可能である.

### 2 共変振動子クォーク模型とパイオン放出崩壊過程

COQM はメソンの静的性質に関する NRQM の重要な成果を保ちつつ, 反応現象にも適用できるように, それを相対論的に拡張した模型である<sup>2</sup>. チャームドメソンの波動関数は, NRQM の特徴を引き継ぐように時空部分  $f$  とスピン部分  $W$  の直積の形を仮定し, 各部分を別々に共変化した

<sup>1</sup>本報告は, 日本大学大学院理工学研究科の吉田頭人氏, 日本大学短期大学部 (船橋校舎) の山田賢治氏, 日本大学理工学研究所の石田晋氏, 国士舘大学理工学部の織田益徳氏との共同研究に基づく.

<sup>2</sup>COQM は長い発展の歴史を持つ [7]. 1 グルーオン交換の効果を含めた軽クォークメソン系の質量スペクトル [8], 軽クォークメソン系の輻射崩壊 [9], ハドロンの電磁形状因子 [10] など, 多くの現象に適用され相対論的效果について興味深い成果を残している. 本誌の石田晋氏の報告も参照されたい.

「ブースト  $LS$  結合形式」が採用されている.

$$\Psi(x_1, x_2)_\alpha^{(\pm)\beta} = \sqrt{\frac{2M}{2P_0(2\pi)^3}} e^{\mp i P_\mu X^\mu} f^{\nu_1 \nu_2 \dots}(v, x) \otimes W_{\alpha, \nu_1 \nu_2 \dots}^\beta(v) \quad (1)$$

$\alpha, \beta$  はディラック・スピノールの指標,  $x_1^\mu$  は  $u, d$  クォーク,  $x_2^\mu$  は  $\bar{c}$  クォークの 4 元座標で, 重心 (相対) 4 元座標とは  $X^\mu = (m_1 x_1^\mu + m_2 x_2^\mu)/(m_1 + m_2)$  ( $x^\mu = x_1^\mu - x_2^\mu$ ) で結びついている. また  $m_{1,2}$  は各構成子クォークの質量,  $P^\mu = Mv^\mu$  はメソンの 4 元運動量を表す. この波動関数は, 純閉じ込めの極限で次式のクライン・ゴールドン型方程式を満たす解として設定される.

$$\left( -\frac{\partial^2}{\partial X_\mu \partial X^\mu} - \mathcal{M}^2(x) \right) \Psi(X, x)_\alpha^\beta = 0, \quad \mathcal{M}(x)^2 = \lambda \left( \frac{1}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x^\mu} - \frac{1}{2} K x_\mu x^\mu \right) + \text{const.} \quad (2)$$

ここで,  $\lambda = 2(m_1 + m_2)$ ,  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  であり,  $K$  はばね定数を表す.  $\mathcal{M}^2$  はスピンに依存しない質量 2 乗演算子で, この演算子の固有値が, 現象論的によく知られた直線的レッジ軌跡型のスペクトル,  $M_N^2 = M_0^2 + (L + 2N_r)\Omega$  ( $L$  はクォーク間の相対軌道角運動量,  $N_r$  は動径励起量子数,  $M_0$  は基底状態の質量,  $\Omega = \lambda \sqrt{\frac{K}{\mu}}$ ) を与える. 基底状態, 励起状態の時空波動関数は, それぞれ具体的に次式で与えられる.

$$f_G(v, x) = \frac{\beta^2}{\pi} \exp \left[ \frac{\beta^2}{2} (x^2 - 2(v \cdot x)^2) \right], \quad f_{\mu_1 \mu_2 \dots}(v, x) = a_{\mu_1}^\dagger a_{\mu_2}^\dagger \dots f_G(v, x) \quad (3)$$

ただし,  $a_\mu^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\beta^2}} (\beta x_\mu + \partial_{x_\mu})$ ,  $\beta = (\mu K)^{\frac{1}{4}}$  であり, COQM ではメソンの静止系において, 相対時間方向の振動に対応する励起の自由度を凍結するため, 定計量型補助条件  $P^\mu a_\mu^\dagger f(v, x) = 0$  ( $a_0^\dagger$  は消滅演算子) を課す点が本質的に重要である [12].

一方, スピン波動関数はメソンの重心速度でブーストされた各構成子のディラック・スピノルの積で与えられる<sup>3</sup>.

本研究ではメソン中のクォークとパイオンの相互作用を, 文献 [13] の手法に従って, (2) 式において微分を  $\partial_1^\mu \Psi \rightarrow \partial_1^\mu \Psi - i \frac{g_A}{\sqrt{2} f_\pi} \gamma_5 \partial_1^\mu \phi_\pi$  と置き換えることによって導入する<sup>4</sup>. 以上の枠組みの下, チャームドメソンのパイオン放出過程に対する崩壊の散乱振幅は, 摂動展開の最低次で

$$S_{fi} = \langle f | \int d^4 x_1 \int d^4 x_2 \langle \bar{\Psi}(x_1, x_2) \frac{-i}{2m_1} \frac{g_A}{\sqrt{2} f_\pi} \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} (\vec{\partial}_1^\nu - \vec{\partial}_1^\nu) \Psi(x_1, x_2) \rangle \partial_1^\mu \phi_\pi | i \rangle \quad (4)$$

によって計算される.

<sup>3</sup>なお, 時空部分とスピン部分の角運動量を合成した際に全体としてメソンの全スピンを担うように, それぞれは適宜既約な成分に分解される.

<sup>4</sup> $\phi_\pi$  はパイオンの場であり, 点粒子の外場として扱う. また,  $f_\pi$  はパイオン崩壊定数である. 実際の計算の際には, 南部・ゴールドストーンボソンであるパイオンの質量 2 乗に比例する項は, 寄与が小さいため無視する.

### 3 数値結果

不変振幅の式 (4) を用いて崩壊幅の数値を計算した結果を表 1 に示す<sup>5</sup>. 計算に用いたパラメターの値は以下の通りである.

$$f_\pi = 0.922 \text{ GeV}, g_A = 0.75, \beta = 0.43 \text{ GeV}, m_1 = \frac{m_\rho}{2} = 0.387 \text{ GeV}, m_2 = \frac{m_{J/\psi}}{2} = 1.55 \text{ GeV} \quad (5)$$

$\beta$  は  $\rho$  メソン系列のレッジエ軌跡の傾きから決めた値である [11]. これらの値は全て実験又は経験則上よく知られた値であり, 本研究で予言を行うために, アジャスタブル・パラメターは必要無いことに注意しておく.

Table 1: パイオン放出崩壊幅の結果と実験及び他のモデルによる結果との比較 (in MeV)

Initial States	Final States	$\Gamma$			
		This work	Experiment [1, 2]	Ref. [4]	Ref. [5]
$D^*(2010)$	$D \pi$	$116 \times 10^{-3}$	$(83.4 \pm 1.8) \times 10^{-3}$	$112 \times 10^{-3}$	$125 \times 10^{-3}$
$D_0^*(2400)$	$D \pi$	274	$267 \pm 40$	248	154
$D_1(2430)$	$D^* \pi$	250	$384^{+107}_{-75}$	220	161
$D_1'(2420)$	$D^* \pi$	22	$27.4 \pm 2.5$	21.6	9.92
$D_2^*(2460)$	$D \pi$	30		39	15.3
	$D^* \pi$	19		19	6.98
	Total	49	$49.0 \pm 1.3$	59	23.0, 22.4
$D_1^*(2760)$	$D \pi$	202		156.8	53.6
	$D^* \pi$	114		64.9	29.3
	Total	$\geq 316$	$177 \pm 32$	555.3	234
$D_3^*(2760)$	$D \pi$	41		32.5	20.1
	$D^* \pi$	41		20.6	15.5
	Total	$\geq 82$	$105 \pm 18$ (Isobar)	67.9	51
$D_2'(2750)$	$D \pi$	61		$\sim 71$	-
	Total	$\geq 61$	$71 \pm 6$	$\sim 71$	-
$D_2(2750)$	$D \pi$	878		-	-
	Total	$\geq 878$		250~500	

### 4 まとめと議論

基底状態及び第 1 励起状態として分類が確立されているメソン,  $D^*(2010)$ ,  $D_0^*(2400)$ ,  $D_1'(2420)$ ,  $D_1(2430)$ ,  $D_2^*(2460)$  の計算結果について, COQM 及び NRQM[4] の崩壊幅の数値結果は, 全体的にはほぼ実験値を再現していることが分かる. 両者に違いは無いように見えるが, NRQM[4] では結合定数の値が,  $g_A = 0.557$  にとられているのに対し, COQM では, 4 次元調和振動子のオーバッ

<sup>5</sup>本研究では現在のところ, 運動学的に最も寄与の大きいと期待される  $D\pi$ ,  $D^*\pi$  への崩壊過程しか計算しておらず, 一般には全崩壊幅はこれらの 2 つのモードの部分幅の和より大きくなる.

ラップ積分から生じる不変形状因子において、相対時間の自由度に由来するファクターが崩壊幅を抑制するため、 $g_A = 0.75$  で実験が再現されるという点でわずかに異なる。

次いで、第2励起状態の結果について述べる。 $J = 3$  の  $D_3^*(2760)$  では、COQMの結果は他の模型の結果に比べて値がわずかに大きく、実験値により近い。このとき我々の模型では、 $D^*\pi$ ,  $D\pi$  への分岐比が  $\frac{\text{Br}(D_3^*(2760) \rightarrow D\pi)}{\text{Br}(D_3^*(2760) \rightarrow D^*\pi)} \simeq 1$  となることが予言される。 $J = 1$  の  $D_1^*(2760)$  については、我々及びNRQM[4]の予言は、共に実験値を大きく上回る結果を得た。しかし、この状態に対する実験の解析では、同質量の  $D_3^*(2760)$  の存在を考慮に入れておらず、再解析することが望まれる。 $D'_J(2750)$  に関しては、まだスピンパリティが決定されていないが、観測された質量と崩壊モードから、 $J^P = 2^-$  の  $D'_2(2750)$ <sup>6</sup>と仮定し計算した結果、実験値に極めて近い値が得られた。一方で、もう一つの  $J^P = 2^-$  状態の存在が予測されるが、仮に質量を同一の2750 MeVと仮定して幅を導出すると、878 MeV以上という極めて大きい幅をもつため、実験で観測することは難しいと結論される。このことは、実験でこのような状態が未発見であることと整合的である。分類を確立するためには、今後他の崩壊チャンネルもあわせて評価し、より正確な全崩壊幅を求める必要がある。

## References

- [1] K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), *Chin. Phys. C* **38**, 090001 (2014).
- [2] P. del Amo Sanchez *et al.*, *Phys. Rev. D* **82**, 111101 (2010); R. Aaij *et al.*, *JHEP* **1309**, 145 (2013); *Phys. Rev. D* **91**, 092002 (2015); *D* **92**, 032002 (2015).
- [3] F. E. Close and E. S. Swanson, *Phys. Rev. D* **72**, 094004 (2005).
- [4] X.H. Zhong and Q. Zhao, *Phys. Rev. D* **78**, 014029 (2008); X. H. Zhong, *ibid.* **82**, 114014 (2010).
- [5] S. Godfrey and K. Moats, arXiv:1510.08305 [hep-ph].
- [6] Q. T. Song, D. Y. Chen, X. Liu, and T. Matsuki, *Phys. Rev. D* **92**, 074011 (2015).
- [7] S. Ishida and M. Oda, in *Proceedings of Extended Objects and Bound Systems*, ed. O. Hara, S. Ishida and S. Naka (World Scientific, 1992), p. 181. See also, S. Ishida and M. Oda, *Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 67* (1979), 209.
- [8] S. Ishida and K. Yamada, *Phys. Rev. D* **35** (1987), 265.
- [9] S. Ishida, K. Yamada and M. Oda, *Phys. Rev. D* **40**, 1497 (1989).
- [10] S. Ishida, K. Takeuchi, S. Tsuruta and M. Watanabe, *Phys. Rev. D* **20** (1979), 2906.
- [11] S. Ishida and M. Oda, *Prog. Theor. Phys.* **89**, 1033 (1993).
- [12] T. Takabayasi, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **67**, 1 (1979).
- [13] R. P. Feynman, M. Kislinger, and F. Ravndal, *Phys. Rev. D* **3**, 2706 (1971).

---

<sup>6</sup> $L = 2$  の  $J^P = 2^-$  には2つの状態があり、本論では重クォークの極限で  $j_q = 5/2$  の  $D'_2$  と  $j_q = 3/2$  の  $D_2$  と書かれる状態を仮定した。

# Neutron-antineutron oscillation and parity and CP symmetries

Kazuo Fujikawa

*Quantum Hadron Physics Laboratory, RIKEN Nishina Center*

The neutron-antineutron oscillation is based on a representation of the neutron as a linear combination of two fermions with different masses, which may be Majorana particles and thus lead to interesting CP properties since a fermion that is a strict eigenstate of charge conjugation cannot be an eigenstate of parity. The neutron oscillation thus implies the violation of parity, but the neutron oscillation *per se* does not necessarily imply CP violation, contrary to a recent analysis in the literature. On the other hand, if one adopts the parity conserving  $\Delta B = 2$  interaction, the two fermions are degenerate in mass and no neutron oscillation in a proper sense takes place, although it leads to a transition from a neutron to an antineutron in the process of neutron  $\beta$  decay, for example.

It has been argued recently that the observation of the neutron oscillation inevitably implies violation of CP symmetry [1]. Following Ref. [1], we start with the free neutron Lagrangian defined by

$$\mathcal{L} = \bar{n}(x)i\gamma^\mu\partial_\mu n(x) - m\bar{n}(x)n(x), \quad (1)$$

that is invariant under the global phase rotation

$$n(x) \rightarrow e^{i\alpha}n(x), \quad \bar{n}(x) \rightarrow e^{-i\alpha}\bar{n}(x), \quad (2)$$

which defines the notion of *baryon number*.

The baryon number violating term with  $\Delta B = 2$ , which is *hermitian*, is defined in Ref. [1] by

$$\mathcal{L}_B = -\frac{1}{2}\epsilon[n^T(x)Cn(x) + \bar{n}(x)C\bar{n}^T(x)] \quad (3)$$

where  $\epsilon$  is a *real* number and C is the charge conjugation matrix. One can add a parity violating mass term to the above Lagrangian in (1),

$$\mathcal{L}_{PV} = im'\bar{n}(x)\gamma_5 n(x), \quad (4)$$

which is invariant under the above phase transformation and thus baryon number conserving, but it violates P and CP, as well as the time reversal symmetry T. It has been noted that this parity violating mass term is not eliminated by a global chiral transformation if one wishes to keep the baryon number violating term in (3) intact [1]. The set of equations (1) to (4) are the

basis of the analysis in [1]. We also adopt the effective Lorentz invariant local description of the neutron in the present paper.

One can confirm that the starting Lagrangian (1) is invariant under all the discrete transformations P, C, and T (and thus CPT also), while the above baryon number violating term  $\int d^4x \mathcal{L}_B$  in (3) satisfies

$$P = \text{odd}, \quad C = \text{even}, \quad T = \text{odd}, \quad CPT = \text{even},$$

and thus

$$CP = \text{odd}, \tag{5}$$

which was emphasized in [1].

We now observe that, if one performs a  $\pi/4$  phase rotation

$$n(x) \rightarrow e^{i\pi/4} n(x), \tag{6}$$

one obtains a *hermitian* baryon number violating term from  $\mathcal{L}_B$  in (3),

$$\mathcal{L}'_B = -\frac{i}{2} \epsilon [n^T(x) C n(x) - \bar{n}(x) C \bar{n}^T(x)]. \tag{7}$$

Remark that the baryon number preserving Lagrangians in (1) and (4) are invariant under this phase transformation, and one may naively expect that once we choose a very small baryon number violating term in (3), the C and CP symmetry properties would not change under a phase transformation. However, one can confirm that  $\int d^4x \mathcal{L}'_B$  satisfies

$$P = \text{odd}, \quad C = \text{odd}, \quad T = \text{even}, \quad CPT = \text{even},$$

and thus

$$CP = \text{even}. \tag{8}$$

This shows that the charge conjugation property of the baryon number violating term has no definite meaning when one performs the phase transformation, which defines the baryon number. The baryon number violating term implies that what is the particle and what is the anti-particle is not unequivocal. The CP property of the baryon number violating term depends on the choice of the neutron phase, and in this sense it does not give a unique answer when applied to physical analyses. Technically, this uncommon feature arises from the fact that C is specified for *a combination of two terms* in (3), while P and T are specified for each term in (3) separately. One may conclude that the observation of the neutron oscillation *per se* does not necessarily imply CP violation, contrary to the analysis in [1].

As is noted in [1], one cannot eliminate the CP violating term (4) if such a term appears in the Lagrangian, without modifying (3). However, if one takes the CP violation in (4) seriously, the Lagrangian (7) rather than (3) satisfies one of the three conditions of Sakharov for baryogenesis, which requires *both* C and CP violation.

The parity of the Majorana particle, which is briefly summarized here, is important in the analysis of neutron oscillation. One may represent a Dirac fermion  $\Psi(x)$  in terms of two Majorana fermions  $\psi_1(x)$  and  $\psi_2(x)$ , namely,

$$\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_1(x) + i\psi_2(x)], \quad \Psi^c(x) \equiv C\bar{\Psi}(x)^T = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_1(x) - i\psi_2(x)]. \quad (9)$$

Note that an application of the conventional definition of C to the Dirac field in the present case acts as if it is anti-unitary for the linear combination of Majorana fields, by taking the complex conjugate of all c-numbers appearing in the linear combination. The Dirac fermion thus forms a doublet  $\{\Psi(x), \Psi^c(x)\}$  under the charge conjugation. Under the parity, one has

$$\Psi^P(x) = \gamma^0\Psi(t, -\vec{x}), \quad \Psi^{CP}(x) = -\gamma^0\Psi^c(t, -\vec{x}), \quad (10)$$

namely, a Dirac fermion can be an eigenstate of parity.

On the other hand, one can write Majorana fermions as <sup>1</sup>

$$\psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi(x) + \Psi^c(x)], \quad \psi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2}i}[\Psi(x) - \Psi^c(x)]. \quad (12)$$

Under the charge conjugation,  $\psi_1^c = \psi_1$  and  $\psi_2^c = \psi_2$ , namely, they are the exact eigenstates of C, while under the parity we have

$$\psi_1^P(x) = i\gamma^0\psi_2(t, -\vec{x}), \quad \psi_2^P(x) = -i\gamma^0\psi_1(t, -\vec{x}), \quad (13)$$

namely, they form a doublet  $\{\psi_1(x), \psi_2(x)\}$ . When the masses of the two Majorana particles are degenerate, these symmetry operations are consistent, and  $C^2 = 1$  and  $P^2 = 1$ , namely, the eigenvalues of those symmetry operators are  $C = \pm 1$  and  $P = \pm 1$ . However, the Majorana particle, which is an eigenstate of C, cannot be an eigenstate of P. A way to see this property is to note the relations

$$(\psi^{CP})^{CP} = C\gamma^0 C^T \gamma^0 \psi = -\psi, \quad (14)$$

<sup>1</sup>In neutrino physics, it is customary to define two Majorana neutrinos  $\nu_1$  and  $\nu_2$  by

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix} + U^T \begin{pmatrix} (\nu_L)^c \\ \nu_R \end{pmatrix} \quad (11)$$

with a  $2 \times 2$  unitary matrix  $U$  in the case of a single flavor.

and  $(\bar{\psi}^{cp})^{cp} = -\bar{\psi}$ . Namely,  $(CP)^2 = -1$  and thus the eigenvalue is  $CP = \pm i$ . The Majorana particle with  $C = 1$  cannot be an eigenstate of P.

In the neutron-antineutron oscillation, one encounters a linear combination of two Majorana-type particles with different masses. One thus recognizes that the above doublet structure under parity operation is not consistent. This shows that parity violation is a *necessary condition* of the neutron oscillation. Since two Majorana particles have well-defined properties under C, one might conclude that the neutron oscillation inevitably implies CP violation [1]. We demonstrated in Ref.[2] that this is not the case.

## References

- [1] Z. Berezhiani and A. Vainshtein, "Neutron-Antineutron Oscillation as a Signal of CP Violation", arXiv:1506.05096v2.
- [2] K. Fujikawa and A. Tureanu, "Neutron-antineutron oscillation and parity and CP symmetries", arXiv:1510.00868 [hep-ph], and references therein.