

YITP-W-10-09

基研研究会

大振幅集団運動の微視的理論

2010年10月24日(日) - 26日(火)

京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館 Panasonic 国際交流ホール

研究会の内容

近年、原子核密度汎関数理論の発展に伴い、広範な質量領域に亘る原子核構造の系統的な議論が可能となりつつある。汎関数の精密化が進むその一方で、小振幅近似を超えたダイナミクスを記述する微視的理論は理論的枠組みそのものに関する進展が大変重要な段階にある。小振幅の集団運動ではRPAという確立された理論があるが、大振幅集団運動理論は未発達状態であり、多様な原子核ダイナミクスの解明のためには密度汎関数の発展と相まって大振幅集団運動理論の発展が望まれる。

大振幅集団運動の微視的理論としては、これまでに、ボソン展開法、IBM、生成座標法、時間依存断熱摂動論、時間依存平均場理論、時間依存密度汎関数理論など様々な特徴ある理論が展開されており、今後の基礎理論の発展のためには、それぞれの理論の問題点や関連を認識し、議論することは重要である。

そこで、本研究会では、超低温の核構造における変形共存現象のような非線形集団運動から多体系トンネル現象としての自発核分裂や sub-barrier 核融合まで原子核の大振幅集団運動のダイナミクスを、微視的理論による観点から統一的に議論した。

本研究会では36名の方の参加があり、4つのレビュー講演、18の一般講演があり、活発な議論が行われた。以下に研究会プログラムおよび講演者の方々の研究会報告を掲載する。最後に本研究会の開催にあたりサポートいただいた京都大学基礎物理学研究所に感謝の意を表したい。

研究会世話人

市川隆敏(基研)、萩野浩一(東北大)、日野原伸生(理研)、松尾正之(新潟大)

研究会プログラム

10月24日(日)

14:05 - 15:05	松柳 研一 (理研) 「大振幅集団運動の微視的理論の歴史と未解決問題」
15:20 - 16:20	大西 直毅 (首都大) 「生成座標の方法の進化と課題」
16:35 - 17:05	須原 唯広 (京都大) 「AMD+GCM法を用いた ^{11}B の研究」
17:05 - 17:35	日野原 伸生 (理研) 「断熱的自己無撞着集団座標法による集団経路の抜き出し」
17:35 - 18:05	佐藤 弘一 (京都大) 「Constrained HFB + Local QRPA法による大振幅集団運動の記述」
18:05 - 18:35	吉田 賢市 (理研) 「Skyrme energy-density functional approach to nuclear collective dynamics」

10月25日(月)

10:00 - 11:00	岩本 昭 (順天堂大) 「核分裂現象の理論：現状と課題」
11:15 - 11:45	西尾 勝久 (原子力機構) 「アクチノイド標的と重イオンの反応における融合・核分裂過程」
11:45 - 12:15	Nicolae Carjan (CNRS/IN2P3, Univ. Bordeaux I) 「Non-Adiabatic Transition of the Fissioning Nucleus at Scission」
12:15 - 12:45	湊 太志 (原子力機構) 「Skyrme-Hartree-Fock法を用いたハイパー核の核分裂」
14:00 - 15:00	阿部 恭久 (RCNP) 「散逸・揺動核反応理論と核構造理論」
15:15 - 15:45	市川 隆敏 (基研) 「深部サブバリア融合反応で起こる瞬間近似的状態から断熱的状态への滑らかな遷移」
15:45 - 16:30	萩野 浩一 (東北大) 「重イオン反応と環境、摩擦、量子デコヒーレンス」
16:45 - 17:15	遊佐 秀作 (東北大)

「Role of noncollective excitations in low-energy heavy-ion reactions」

17:15 - 17:45

伊藤 誠 (関西大)

「軽い中性子過剰核の低エネルギー反応ダイナミクス」

10月26日(火)

10:00 - 10:30

丸山 智幸 (日本大)

「極低温ボース・フェルミ混合原子気体での集団運動の研究」

10:30 - 11:00

相場 浩和 (京都光華女子大)

「ウェーブレット変換を用いた巨大共鳴強度関数のゆらぎの分析」

11:15 - 11:45

在田 謙一郎 (名古屋工大)

「周期軌道理論によるプロレート優勢の理解」

11:45 - 12:15

谷口 億宇 (理研)

「断熱近似核間ポテンシャルと低エネルギー核融合断面積」

13:30 - 14:00

遠山 満 (杏林大)

「密度行列理論の応用」

14:00 - 14:30

江幡 修一郎 (筑波大)

「Canonical-basis TDHFB を用いた線形応答計算」

14:30 - 15:00

橋本 幸男 (筑波大)

「Gogny-TDHFB による原子核の非線形振動と緩和」

大振幅集団運動の微視的理論の歴史と未解決問題

松柳研一^{1,2}

¹ 理化学研究所仁科加速器研究センター ² 京都大学基礎物理学研究所

1. はじめに

量子多体系の存在と振舞いはすべて集団現象である、と言っても過言ではないでしょう。大振幅の集団現象とは、この量子系の平衡状態から遠く離れた非平衡状態にまで達する大きな量子ゆらぎが本質的な役割を果たしている現象であり、量子相転移点近傍をはじめ広範な量子系に普遍的にみられます。原子核で古くから知られている自発核分裂は超低温の極限（絶対温度ゼロ）における大振幅集団運動の典型です。自発核分裂現象自体はよく知られています。しかし、この現象は核子集団が自発的に生み出す驚くべき非平衡・非線形現象であり、また、「巨視的量子現象」ともいえるという認識は（現在のところ、残念ながら）広く共有されていると言えません。自発核分裂のダイナミクスを核子の自由度から出発して微視的に記述しようとするのは、極めて困難でチャレンジングな課題だと思います。

最近話題になっている原子核間ポテンシャル障壁以下での重イオン融合反応は超低温での核分裂の逆過程とも言え、この微視的ダイナミクスも極めてチャレンジングな課題です。誘起核分裂のように、超低温から有限温度の状況に移行するにつれて、大振幅集団運動に対する散逸の効果が重要になってきます。散逸の起源を量子多体論として微視的に解明することも原子核理論の重要な未解決問題として残されています。これらの課題については本研究会で萩野氏、阿部氏、岩本氏のレビュー講演が予定されているので、この講演では、超低温の原子核における大振幅集団運動の典型例として、最近の実験で続々と発見されている多様な変形共存現象を中心に、大振幅集団運動の微視的理論の基本概念と現在までの到達点および未解決問題をレビューします。更に、高速回転する超低温状態（イラスト線近傍の励起状態）も含めて、大振幅集団運動理論の適用が待たれている大振幅集団現象の具体例についても触れる予定です。

絶対温度ゼロの超低温状態にある原子核における低励起集団励起モードは有限量子多体系としての原子核に特有な様相を呈します。球対称性を自発的に破る4重極変形した平均場がまさに形成されようとする量子相転移の転移領域にある原子核の低励起スペクトルやオプレート変形とプロレート変形が共存し、二つの平衡点にまたがる大きな変形揺らぎが起こっている原子核の低励起スペクトルはその典型としてよく知られています。これらの集団励起モードの本質を理解するためには大振幅集団運動を記述できる微視的理論を構築することが不可欠です。量子多体理論としてしっかりとした基礎をもち、かつ、現実の実験データの分析、実験への予言能力をもった実用的な理論が求められています。そのような基礎的かつ実用的な微視的理論を構築するという目標に向かって様々な新しい概念が

提案され、これまでに着実な進展がありました。しかし、その目標は未だ達成されておらず、原子核構造物理学における極めてチャレンジングな研究分野として残されています。

ごく最近、ある雑誌 (Journal of Physics G) が Open problems in nuclear structure theory に焦点を合わせた特集号を企画し、私達は大振幅集団運動の未解決問題について簡単なレビューを寄稿しました [1]。今日はその要点を紹介したいと思います。{ この小文では講演で特に強調した点のみをやや散文的にまとめました。参考文献もほんの少ししか引用していません。レビュー論文に少し加筆した日本語版を私のホームページ [2] に公開していますので、文献を含めて詳しくはそちらをご覧ください。 }

2. 時間依存平均場の集団量子化

よく知られているように、Bohr-Mottelson は「時間変化する平均場」の概念を基本にして原子核の集団運動と 1 粒子運動を統一的に理解する道をひらきました。そのアイデアを微視的に定式化するのに適した時間依存 Hartree-Fock (TDHF) 理論は formal theory としては古くから知られており、また、現実的な数値計算も 1970 年代に始まりましたが [3]、その当時は色々な制約があり、対称性の制限を課さずに現実的な密度汎関数を用いて数値計算することが可能になったのはごく最近のことです。しかし、超低温の核構造ダイナミクスを議論するためには TDHF では不十分です。低励起集団モードの発現には対相関 (超流動性) が本質的な役割を果たしているからです。対相関を取り入れ一般化された平均場である HF-Bogoliubov 場の時間発展を記述する必要があります。時間依存 HF-Bogoliubov (TDHFB) 理論も formal theory としてはよく知られていますが、現実的な数値計算はこれまでほとんど不可能でした。数値計算が膨大になるだけでなく、実は、粒子数保存則に関するゲージ不変性など概念的な問題が残されていました。しかし、ごく最近、これらの困難を突破する道が開かれました (橋本氏と江幡氏の講演参照)。

TDHFB は集団現象を理解するための基本的なアプローチです。しかし、困難な数値計算上の問題を克服したとしても、解決すべき基礎的な問題がまだ残っています。ごく最近、上に紹介したレビュー論文を読んだ英国のポスドクの方から「なぜ TDHF や TDHFB の数値計算だけでは低励起状態を記述できないのか」という質問を貰いました。この点は既に分かっていることなのでレビュー論文では詳しく説明しませんでした。広く知られているとは言えないようです。TDHF も TDHFB も平均場の時間発展を決める運動方程式は大次元の古典ハミルトン方程式と等価なので自発核分裂の量子トンネル現象も低励起状態の量子スペクトルも記述できません。実は TDHF や TDHFB 状態は一般化されたコーヒーレント状態に他ならないので、これらを正準形式で定式化し、正準量子化することによってボソン多体系にマッピングできることが分かっています。このボソン多体系をもととの有限フェルミオン多体系と 1:1 対応させることもできます (図 1 - 3)。このように formal theory としては美しい数学的定式化ができていますが、このままでは使い物になりません。現実の集団現象を記述するためには平均場の時間発展を司る少数の集団変数を導入する必要があります。実際、集団変数を物理的考察に基づいて導入する現象論的アプローチは核構造論でこれまで主導的な役割を果たしてきたし、大きな成果を挙げてきました。なによりも、実験で観測される低励起スペクトルが美しい規則的パターンを

示していることが、集団変数の存在を示しています。では、適切な集団変数をどのようにして理論的に導出するか。そして、これらの集団変数をいかにして量子化するか。これらの課題に答えを見出すべく大振幅集団運動の微視的理論への挑戦が始まったのは1970年代後半でした(図4)。

3. 準粒子RPA, ボソン展開と生成座標法

よく知られている通り, TDHFBの小振幅近似が準粒子RPA (QRPA) です。原子核のような有限量子系では様々な個性をもった1粒子波動関数から励起モードが生成されるので実に多様な集団励起モードが出現しますが, これらの微視的構造を系のダイナミクスに基づいて決定できることがQRPAの大きな利点です。また, 平均場近似で破られた対称性を回復するAnderson-Nambu-Goldstoneモードを分離できて, それらの集団質量を計算できる点も重要です。こうして, QRPAによって平均場が破った対称性を(近似の範囲内でコンシステントに)回復できます。QRPAや(対相関を無視した)RPAは多様な巨大共鳴に適用され成功しています。

一方, 低エネルギー励起で主要な役割を演じている低振動数の4重極集団モードは非調和(非線形)効果が強いので, これらの記述にはQRPAを越える必要があります。そこで, QRPAをゼロ次近似として高次効果をQRPAボソンの級数展開のかたちで取り入れるボソン展開法が開発され, 大きな成果を挙げてきました[4, 5]。しかし, ボソン展開ではボソン(集団座標と集団運動量)の内部構造(微視的構造)がHFB平衡点で決定されているため, 集団変数の内部構造までも変化する(核分裂のような)大振幅集団運動には適用できません。集団変数を非摂動的に取り扱える理論の構築が求められる所以です。

大振幅集団運動の微視的理論として生成座標法(GCM)が古くから良く知られており, 実際, 広く用いられてきました(大西氏のレビュー講演参照)。GCMは実用的で便利な方法ですが, 次のような問題が残っていると思います。まず, 離散化と連続極限の問題です。生成座標は連続変数ですが数値計算では離散化します。離散化の連続極限は一般には収束しないので, 最適な離散化を見つけなければなりません。しかし, 何が最適かは経験的に決められており, その理論的基礎づけが不十分だと思います。それから, 通常は生成座標を実数としていますが, 一般には複素数にする必要があるのでは, という問題が残っています。複素数にしないと重心運動に対する正しい集団質量が得られないことが証明されているからです。更に, 「どのようにして最適な生成座標を見つけるか」という基礎的な問題があります。1970年代にHolzwarthとYukawaが生成座標そのものも変分の対象として最適な集団径路(collective path)を決めようと試み, この仕事が大振幅集団運動の微視的理論を構築しようとする機運を刺激しました[6](図5)。

4. Adiabatic TDHFとSelf-consistent collective coordinate

TDHF描像に基づいて集団変数を導入し, Adiabatic TDHF (ATDHF)理論を構築しようという試みは1970年代後半から始まりましたが, それは挫折の歴史でもあります[7, 8]。一口にATDHFと言っても二つの流儀があります—集団運動が断熱的と仮定し, 集団運

動量に関して幕展開する点では共通ですが（図6右側）. Baranger-Veneroniのアプローチ [9] が最も有名ですが実は最適な集団座標, 集団運動量を微視的に導出する論理をもっていない. 現実の低励起スペクトルに適用された事例もないと思います（この理論に基づいて集団運動の慣性関数を計算していないという意味で）. Villarsのアプローチ [10] は集団変数の微視的構造も自己無撞着に決めようとしたという意味で Baranger-Veneroni より野心的です. しかし, 集団運動量に関する1次までの近似では集団経路がユニークに決まらないという困難に遭遇しました.

1980年に丸森らによって提案された Self-consistent collective coordinate (SCC) 法は断熱近似を仮定せず, 集団ハミルトニアンを微視的かつ自己無撞着に導出しようという大変野心的な試みです [11]. この研究の中で「集団運動とは何か」という問いに関する全く新しい概念が得られました. それは集団座標の概念自体の革新です. 集団運動理論の目標は多次元 TDHFB 空間の中に埋め込まれ, 他の自由度と近似的に decouple した集団多様体 (集団超曲面) を抽出することである—客観的に実在するのはこの多様体であって, 集団座標はこの多様体上に局所的に張られる便宜上のものにすぎない, という認識です (図7). SCC 法は非調和ガンマ振動 [12] や4重極変形への量子相転移現象 [13] に適用され, その有効性が確かめられました. これらの仕事ではQRPAから出発して非線形効果を (集団振動の) 振幅展開というかたちで取り込みました (図6左側). この解法は非線形振動の取り扱いに適していますが, 核分裂のような大振幅の集団現象には使えません. そのような状況も取り扱える新しい解法が求められていましたが2000年に松尾氏と中務氏が中心となってその目的にかなう解法が開発されました [14]. それは SCC 法を基礎にしつつ ATDHFB の成果も継承するアプローチで Adiabatic SCC (ASCC) 法と名付けられました (図8).

5. ASCC と local QRPA

大振幅集団運動の微視的理論の目標は集団座標と集団運動量を微視的・非摂動的・自己無撞着に決定し, 量子的集団ハミルトニアンと集団シュレーディンガー方程式を導出することです. この際, 小振幅の極限でQRPAに帰着するように理論を構築することが望まれます. ASCC 法はこれらの要請を満たしています. その基本方程式は平衡点でのHFBとQRPAを時間変化する平均場に付随する動的座標系に拡張したものとみなせます. ASCC 法とその実用的近似法としてごく最近開発した local QRPA 法については日野原君と佐藤君の講演で紹介されますので, ここではその意義について少しかコメントしておきたいと思います.

- この新しい理論は超伝導状態の平衡点まわりの小振幅振動に対するQRPAをあらゆる非平衡点に拡張することによって非線形・大振幅の集団運動を微視的かつ自己無撞着に記述できる枠組みになっています. 量子相転移点近傍, 自発核分裂, 障壁以下の重イオン融合反応をはじめ物理学の広範な分野での大振幅集団運動への適用が期待されます.
- 大振幅集団運動は化学反応などでも普遍的ですが, 原子核の場合には反応の多次元ポテンシャルエネルギー曲面の性質だけでなく, 集団運動の運動エネルギーを規定

する集団質量（慣性関数）を微視的に導出しなければなりません。この課題に対してはこれまで断熱摂動近似に基づくクランキング公式が用いられてきましたが、この場合、実験データが示唆する集団質量の値よりかなり小さい値しか出せないこと、時間的に変動する平均場によって誘起された（時間反転対称性を破る）time-odd 項が無視されており自己無撞着性を破ってしまうなどの深刻な問題を抱えていました。ASCC 法によってこの困難を解決することが出来ます。それだけでなく、集団質量（慣性関数）を決定する微視的ダイナミクスに対する理解を深めることが出来ます。

- ASCC 法は粒子数保存則に関するゲージ不変性を満たすように定式化されています。したがって、具体的な数値計算においてはゲージ固定が必要となり、これをちゃんとやらないと数値計算が収束しません。
- TDHFB 空間に埋め込まれた（4 重極集団運動に対応する）集団多様体を（ \mathcal{H} , \mathcal{H} ）変形空間にマッピングすることにより Bohr-Mottelson 集団ハミルトニアンを微視的に導出することが出来ます。最近、Bohr ハミルトニアンと称して、5 次元調和振動子に対するシュレーディンガー方程式におけるポテンシャルエネルギーだけを一般化し、運動エネルギー演算子はこれをそのまま使っている（6 個の慣性関数をすべて同じ定数とする）論文が実に多いですが、4 重極集団ダイナミクスにそのような近似は正当化出来ないと思います。

6. これからの課題

今後ぜひやりたいと思っている課題をいくつか列挙します。

- 現代的な密度汎関数（あるいは任意の有効相互作用）から出発して 5 次元 (Bohr-Mottelson) 集団ハミルトニアンを微視的かつ自己無撞着に導出すること。そして、オプレート-プロレート変形共存現象など多彩な 4 重極変形ダイナミクスを系統的に分析すること。
- 大振幅集団運動の微視的理論の自発核分裂への適用、特に、核分裂経路の決定と経路上での集団質量（慣性質量）の微視的かつ自己無撞着な計算。
- 高スピン状態での大振幅集団現象、例えば、超変形状態から通常変形状態への巨視的トンネル崩壊、大振幅の Wobbling モードおよびカイラル振動の記述、空間反転対称性が弱く破れた量子相転移領域での大振幅振動など。

この他にも多くの興味深くやりがいのある研究テーマが若手の挑戦を待ち受けています。

参考文献

- [1] K. Matsuyanagi, M. Matsuo, T. Nakatsukasa, N. Hinohara and K. Sato, Special issue on “Open problems in nuclear structure theory”, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 37 (2010), 064018. (arXiv:1001.2956)
- [2] <http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~kenmat/index-j.html>
- [3] J.W. Negele, Rev. Mod. Phys. 54 (1982), 913.
- [4] A. Klein and E.R. Marshalek, Rev. Mod. Phys. 63 (1991), 375.
- [5] H. Sakamoto and T. Kishimoto, Nucl. Phys. A 528 (1988), 73.
- [6] G. Holzwarth and T. Yukawa, Nucl. Phys. A 219 (1974), 125.
- [7] Felix M.H. Villars, Prog. Theor. Phys. Suppl. 74/75 (1983), 184.
- [8] G. Do Dang, A. Klein and N.R. Walet, Phys. Rep. 335 (2001), 93.
- [9] M. Baranger and M. Vénéroni, Ann. Phys. 114 (1978), 123.
- [10] F. Villars, Nucl. Phys. A 285 (1977), 269.
- [11] T. Marumori, T. Maskawa, F. Sakata and A. Kuriyama, Prog. Theor. Phys. 64 (1980), 1294.
- [12] M. Matsuo and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. 74 (1985), 1227; 76 (1986), 93; 78 (1987), 591.
- [13] K. Yamada, Prog. Theor. Phys. 89 (1993), 995.
- [14] M. Matsuo, T. Nakatsukasa and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. 103 (2000), 959.

ボソン・コヒーレント状態

$$\begin{aligned}
 |z\rangle &= e^{z(t)b^\dagger - z(t)^*b} |0\rangle \\
 &= e^{i(p(t)\hat{Q} - q(t)\hat{P})} |0\rangle
 \end{aligned}$$

$$z(t) = z(0)e^{-i\omega t}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{Q} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(b^\dagger + b), & \hat{P} &= \frac{i}{\sqrt{2}}(b^\dagger - b) \\
 q(t) &= \langle z(t)|\hat{Q}|z(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(z^*(t) + z(t)), \\
 p(t) &= \langle z(t)|\hat{P}|z(t)\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(z^*(t) - z(t))
 \end{aligned}$$

★ このような大局的な演算子 \hat{Q}, \hat{P} が存在するのはボソン系の特徴
フェルミオン多体系では一般には存在しない

図 1:

時間依存HFB (TDHFB)状態 = 一般化されたコヒーレント状態

$$\begin{aligned}
 |\phi(t)\rangle &= e^{i\hat{G}(t)} |\phi(t=0)\rangle \\
 \hat{G}(t) &= \sum_{ij} (g_{ij}(t)a_i^\dagger a_j^\dagger + g_{ij}^*(t)a_j a_i)
 \end{aligned}$$

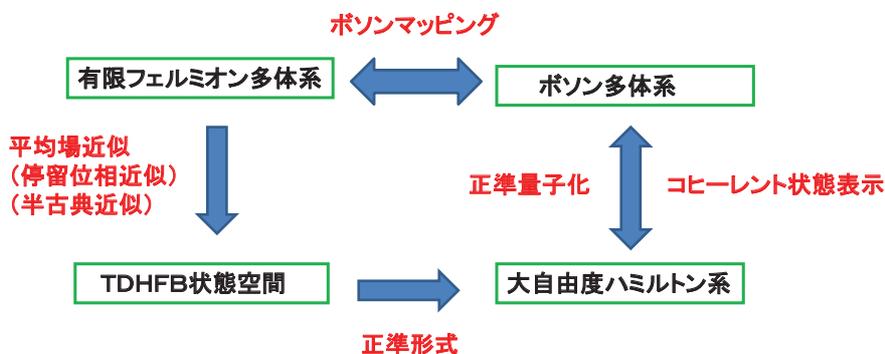
時間依存変分原理

$$\delta \langle \phi(t) | i \frac{\partial}{\partial t} - H | \phi(t) \rangle = 0$$

$$\begin{aligned}
 |\phi(t=0)\rangle &= |\phi_0\rangle & a_i(t) &= e^{i\hat{G}(t)} a_i e^{-i\hat{G}(t)} \\
 a_i |\phi_0\rangle &= 0 & a_i(t) |\phi(t)\rangle &= 0
 \end{aligned}$$

図 2:

全ヒルベルト空間に対する理論



コメント



現実の集団現象を記述するためには
集団部分空間に対する理論の構築が求められる

図 3:

大振幅集団運動の微視的理論の歴史

1960	準粒子RPA (qRPA) (丸森, Baranger, Arvieu-Veneroni)
1962-1964	ボソン展開 (Belyaev-Zelevinsky, 丸森-山村-徳永)
1966	生成座標法の実体化 (大西-吉田)
1972	Skyrme-Hartree-Fock (Vautherin-Brink)
1970-1980年代	TDHF法の発展と広汎な適用 (Bonche-Koonin-Negele, et al.) ボソン展開法の発展と広汎な適用 (岸本-田村-坂本)
1976-1978	大振幅集団運動理論への試み (Rowe-Basserman, Villars, 丸森, Baranger-Veneroni, Goeke-Reinhard, et al.)
1980	SCC法 (丸森-益川-坂田-栗山)
1985-1987	準粒子SCC法と非調和振動への適用 (松尾, 山田, et al.)
1991	Generalized Valley Theory (Klein-Walet-Dang)
2000	断熱的SCC法 (松尾-中務) (これ以降の発展については日野原くん佐藤くんのTalks)

図 4:

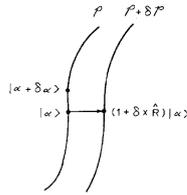
生成座標法(GCM)は有用な方法であるが、
なぜ生成座標法(GCM)では満足できないのか

$$|\psi\rangle = \int_{\mathcal{P}} F(\alpha)|\alpha\rangle d\alpha.$$

▲ 離散化と連続極限の問題

▲ 生成座標を複素数にしないよいか

▲ どのようにして最適な生成座標を見つけるか



CHOICE OF THE CONSTRAINING OPERATOR IN THE CONSTRAINED HARTREE-FOCK METHOD

G. HOLZWARTH† and T. YUKAWA
Nuclear Physics A219 (1974) 125

To determine the path \mathcal{P} and the unknown weight function $F(\alpha)$ along the path in the ansatz (2) we consider variations of $|\psi\rangle$ with respect to both \mathcal{P} and F :

$$|\delta\psi\rangle = \int_{\mathcal{P} + \delta\mathcal{P}} (F(\alpha) + \delta F(\alpha))|\alpha\rangle d\alpha - \int_{\mathcal{P}} F(\alpha)|\alpha\rangle d\alpha.$$

図 5:

QRPAの利点を保ちながら小振幅近似を越えたい

$$|\phi(t)\rangle \Rightarrow |\phi(\eta, \eta^*)\rangle = e^{i\hat{G}(\eta, \eta^*)}|\phi_0\rangle \quad |\phi(t)\rangle \Rightarrow |\phi(q, p)\rangle = e^{i\hat{G}(q, p)}|\phi_0\rangle$$

Self-consistent Collective Coordinate (SCC)

$$\hat{G}(\eta, \eta^*) = \sum_{mn} \hat{G}_{mn}(\eta^*)^m \eta^n$$

$$\delta\langle\phi(\eta, \eta^*)|i\frac{\partial}{\partial t} - H|\phi(\eta, \eta^*)\rangle = 0.$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \dot{\eta}\frac{\partial}{\partial\eta} + \dot{\eta}^*\frac{\partial}{\partial\eta^*}$$

Adiabatic TDHFB (ATDHFB)

$$|\phi(q, p)\rangle = e^{ip\hat{Q}(q)}|\phi(q)\rangle$$

$$|\phi(q + \delta q)\rangle = (1 - i\delta q\hat{P}(q))|\phi(q)\rangle$$

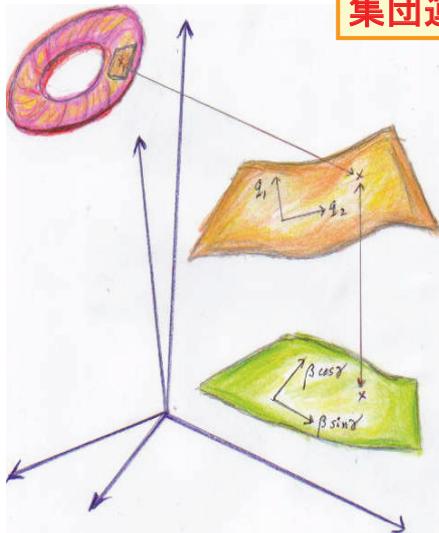
$$\delta\langle\phi(q, p)|i\frac{\partial}{\partial t} - H|\phi(q, p)\rangle = 0.$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \dot{q}\frac{\partial}{\partial q} + \dot{p}\frac{\partial}{\partial p}$$

$$\frac{1}{M(q)} = \langle\phi(q)|[[H, i\hat{Q}(q)], i\hat{Q}(q)]|\phi(q)\rangle$$

図 6:

集団運動の新しい概念



集団多様体の抽出

集団座標はこの多様体上に局所的に張られる便宜上のもの。客観的に実在するのはこの多様体。

集団多様体を β, γ 変形空間にマッピングすることによりBohr-Mottelsonの集団ハミルトニアンを微視的に導出することができる。

多次元TDHFB空間

図 7:

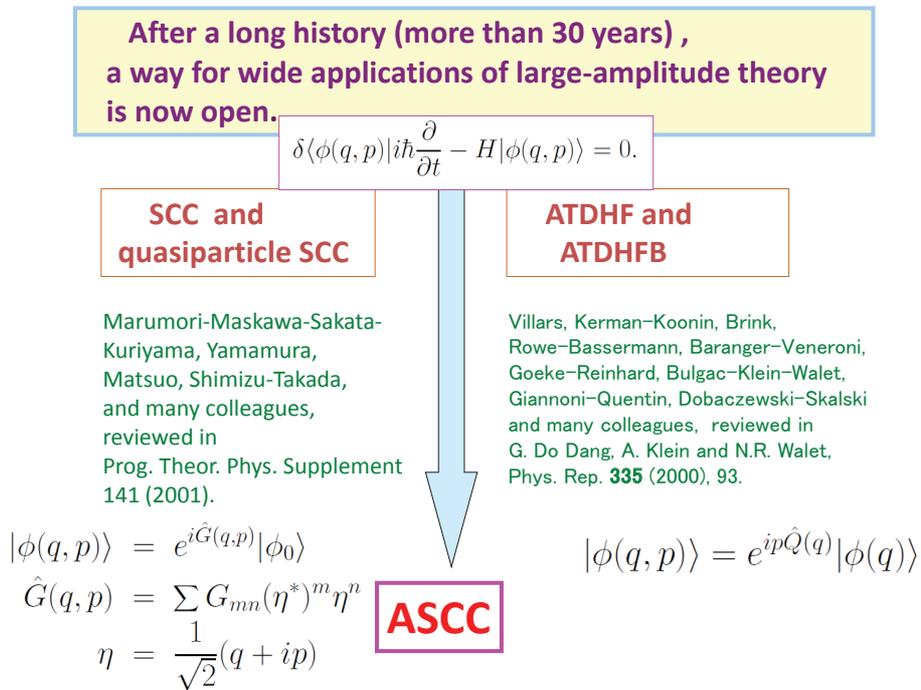


図 8:

生成座標の方法の進化と課題

首都大学東京客員研究員

大西直毅

概要 生成座標の方法の発案とそこにある物理的描像は J.A. Wheeler に寄る。出版は事情があって 1953 年になるが構想の主要部は 1949 年にすでにあり、当研究会の表題「大振幅集団運動の微視的記述」の内容を包括した最初の論文である。生成座標は「座標」とあるが、構成粒子座標などで書ける力学変数でなく、核内で独立粒子運動がよく成り立っていることが基本にある。生成座標の方法は変分原理を基にし、量子化の心配や、集団性、断熱性、大振幅などを前提にしない点、質量パラメータの算出などの悩みがない。斜交系をベースにし、対称性を破るなどで、直交化、粒子数・角運動量射影などで数値計算の高い精度や計算時間の短縮など技術的課題が多いが、テラバイト・テラフロップスの実現可能な現在その条件が整ってきたと思われる。

1 生成座標の方法の導入

1.1 独立粒子模型が基本

生成座標の方法は method of generator coordinates のことで、導入したのは J.A. Wheeler である。1953 年に D.L. Hill と共著で出版した「Nuclear Constitution and the Interpretation of Fission Phenomena」というタイトルの論文 [1] に、基本的な考えの詳述があり、1957 年に J.J. Griffin と「Collective Motions in Nuclei by the Method of Generator Coordinates」なるタイトルの共著論文 [2] でその命名の由来や方程式、解の物理的な予想や問題点を議論している。いまでは GCM (Generator Coordinate Method) で通用している（日本ではジェネコという異名もある）。

この方法は、原子核の描像を一変させた Meyer-Jensen の「核子の独立粒子模型」の 1949 年～1950 年提案後間もなく出た。独立粒子模型の実験的証拠は魔法数の存在であるが、それを原子の周期表を説明する「殻模型」のアナロジーで、強いスピナー軌道力の導入し単一粒子のスペクトルのギャップから見事に説明した。この描像は液滴模型と相容れないものがあり、この奇妙さの理解に核物理の研究者の約 20 年の歳月を費やすことになるが、多体力（状態につよく依存した有効相互作用）を含む平均場近似が成功裡に進められ [3]、変形の起源や励起状態のダイナミクスが進められている。

Wheeler は N. Bohr と液滴模型で核分裂のダイナミクスを考えてきたので、核表面の変形というのは至極自然な発想である [4]。球形核の独立粒子模型では説明できないほど大きい 4 重極モーメントの観測を説明するために、1950 年 J. Rainwater が楕円体に変形した原子核模型を提案した [6]。

一方, A. Bohr は集団運動を液滴の表面の形の変化にともなう流体の流れとして, 表面の形を表す変数を力学変数として手を入れたの対して, Wheeler は単一粒子の運動の合成として捉え, 集団運動の波動関数を構成した. その意味で Wheeler こそが, 独立粒子運動の描像を基に集団運動の統一模型を考えた一人者といえる.

1.2 波動関数の構築

Wheeler は液滴模型と独立粒子運動を整合させるため, 核表面の変形で変わる独立粒子軌道を通して核全体の 集団的な動き (collective behavior) が生じるという考えた. この方法は独立粒子運動の描像の上に集団運動状態を構築することが基本である. 力学変数を持ち込まないで, 粒子の閉じ込めポテンシャルの形を特徴付けるパラメータ α で多体の波動関数をスレータ行列式で構成し $h_n(\alpha)$ を重みとした重ね合わせで

$$\Phi(x_1, \dots, x_N) = \int h_n(\alpha) \Psi(x_1, \dots, x_N; \alpha) d\alpha$$

$$\Psi(x_1, \dots, x_N; \alpha) = \begin{vmatrix} u(1, x_1; \alpha) & \cdots & u(1, x_N; \alpha) \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ u(N, x_1; \alpha) & \cdots & u(N, x_N; \alpha) \end{vmatrix}$$

と構築した. 重みの関数 $h_n(\alpha)$ は Griffin-Wheeler の論文で変分原理から決めるいわゆる Griffin-Hill-Wheeler の積分方程式が導かれた.

1.3 生成座標理論における集団性

パラメータの変化によってポテンシャルが変り, 単一粒子の波動関数も変るがエネルギー固有値も変化する, ポテンシャルの対称性などでラベルされる量子数のことなる状態のエネルギーは交叉する場合があるが, 同じ量子数をもつ軌道状態では「非交叉の規則」で互いに反発するが, 交叉点でのエネルギー・ギャップはそれら 2 つの結合に比例する, そのとき波動関数はその前後で激しく変化する. したがって, 生成座標の方法は集団運動の中にも単一粒子的な運動を取り扱えることを示唆している. これは, 原子分子の場合「非放射遷移」(radiationless transition) として知られているものである. それに反して, 生成座標のパラメータの変域によって, その変化が強く結合する多くの単一粒子状態が同時に変化する集団的な運動を記述することができる.

2 回転運動へ拡張

2.1 基本的な描像

回転運動について 1957 年 R.E. Peierls and J. Yoccoz [7] によってなされた。歴史的に見れば対称性に関係した集団運動についての最初の試みで、後に、対称性を回復する運動という銘々になった。Peierls-Yoccoz が想定した集団性は、多くの配位のエネルギー的な縮退に起因し、その配位間の相互作用による遷移が弱くても、配位間のコヒーレントな相関によってもたらされる。

2.2 対称性と縮退

並進や回転は、構成するすべての粒子の波動関数が変化するにも関わらず、系全体のエネルギー期待値は変化せず縮退している。この縮退は並進や回転の対称性の結果であって、それらを重ね合わせ、その生成波動関数を変分で決めることによって、エネルギーの縮退が解ける。このように対称性に付随した集団運動が自然と生成できる。このさい、それぞれの対称性に付随したハミルトニアンと可換な演算子、すなわち、並進運動に対しては運動量、回転については角運動量の固有状態になっている。並進には全運動量 $P = \sum_{i=1}^A p_i$ を定義すると、ハミルトニアン

$$H = \sum_i \frac{1}{2M} p_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)$$

との交換関係は

$$[P, H] = \sum_i \frac{1}{2M} [P, p_i^2] + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} [P, V(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)] = \sum_{i > j} [(p_i + p_j), V(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)] = 0$$

と可換で、多体の波動関数 $\Phi(\mathbf{x})$ を全体に \mathbf{r} ずらすとエネルギー期待値は

$$\langle \Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}) | H | \Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}) \rangle = \langle \Phi(\mathbf{x}) | e^{i\mathbf{r} \cdot \mathbf{P} / \hbar} H e^{-i\mathbf{r} \cdot \mathbf{P} / \hbar} | \Phi(\mathbf{x}) \rangle = \langle \Phi(\mathbf{x}) | H | \Phi(\mathbf{x}) \rangle$$

で無限に縮退する。それらの状態を重み関数 $\chi(\mathbf{r})$ で重ね合わせ変分原理で

$$\Psi(\mathbf{x}) = \int \chi(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r} \Rightarrow \delta E = \delta \frac{\langle \Psi^* H \Psi \rangle}{\langle \Psi^* \Psi \rangle} = 0$$

で得られる。この場合、いずれの kernel も左右の波動関数の位置の差だけの関数であるから簡単に解が決まり、集団運動の波動関数は

$$\chi(\mathbf{r}) = \text{const} \cdot e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \Rightarrow \Psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) = \text{const} \int e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}$$

エネルギー期待値は

$$E = \frac{\int d^3 \mathbf{r} \langle \Phi^*(\mathbf{x}) H \Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \rangle}{\int d^3 \mathbf{r} \langle \Phi^*(\mathbf{x}) \Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \rangle}$$

となる．分母に重なり積分があるが，これはポテンシャルに束縛されている多粒子系の波束なので，ポテンシャルと r だけならずと構成粒子の波動関数が一斉にずれるので，個々の粒子の波動関数の重なりが少なくなっても，多体の波動関数の重なりはずらしの距離と共に多体効果で急速に減少すると予想される．そこで，指数関数を波数ベクトルで展開すると

$$E(\mathbf{k}) = \frac{h_0 - \frac{1}{2}k_\mu k_\nu h_{\mu\nu} + \dots}{n_0 - \frac{1}{2}k_\mu k_\nu n_{\mu\nu} + \dots}$$

ここで，
$$\left. \begin{aligned} h_0 &= \int h(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, & h_{\mu\nu} &= \int r_\mu r_\nu h(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, & h(\mathbf{r}) &= \langle \Phi^* H \Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}) \rangle \\ n_0 &= \int n(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, & n_{\mu\nu} &= \int r_\mu r_\nu n(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, & n(\mathbf{r}) &= \langle \Phi^* \Phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}) \rangle \end{aligned} \right\}$$
球対称な場合 $h_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} h_{11}, n_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} n_{11}$ から

$$E(k) = \frac{h_0}{n_0} + \frac{1}{2}k^2 \left(\frac{h_0 n_{11}}{n_0^2} - \frac{h_{11}}{n_0} \right)$$

が得られる． $\frac{1}{2}k^2$ の後の因子の逆数が質量になる．

同様にして集団的回転運動の慣性能率も算出できる．簡単のために軸対称な状態を使うが，そうでないときは物理的に異なった結論になる．

集団運動の波動関数を対称軸の方向 θ, ϕ に回転させる．

$$\Psi(\mathbf{x}) = \int \chi(\theta, \phi) \Phi(R_{\theta\phi}\mathbf{x}) \Rightarrow \chi(\theta, \phi) = \text{const} \cdot Y_{\ell m}(\theta, \phi)$$

ハミルトニアンがスカラーで座標変換によって変わらないから，エネルギー期待値は

$$E_{\ell m} = \frac{\int \langle \Phi^*(R_{\theta\phi}\mathbf{x}) H \Phi(R_{\theta'\phi'}\mathbf{x}) \rangle Y_{\ell m}^*(\theta, \phi) Y_{\ell m}(\theta', \phi') d\omega d\omega'}{\int \langle \Phi^*(R_{\theta\phi}\mathbf{x}) \Phi(R_{\theta'\phi'}\mathbf{x}) \rangle Y_{\ell m}^*(\theta, \phi) Y_{\ell m}(\theta', \phi') d\omega d\omega'}$$

となり，さらに2つの軸の角を Θ とすれば，

$$\left. \begin{aligned} \langle \Phi^*(R_{\theta\phi}\mathbf{x}) H \Phi(R_{\theta'\phi'}\mathbf{x}) \rangle &= h(\Theta) = \sum_\ell h_\ell P_\ell(\cos \Theta) \\ \langle \Phi^*(R_{\theta\phi}\mathbf{x}) \Phi(R_{\theta'\phi'}\mathbf{x}) \rangle &= n(\Theta) = \sum_\ell n_\ell P_\ell(\cos \Theta) \end{aligned} \right\}$$

これは m によらず $E_\ell = h_\ell/n_\ell$ となる．並進運動のときと同様にして，重なり積分が角度 Θ の急速な減少関数と考えられるから，ルジャンドルの多項式の $\Theta = 0$ での形が $P_\ell(\Theta) = 1 - \frac{1}{2}\ell(\ell+1)\Theta^2 + \dots$ と表されることから

$$E_{\ell m} \approx \left. \begin{aligned} \frac{H_0 - \frac{1}{2}\ell(\ell+1)H_2}{N_0 - \frac{1}{2}\ell(\ell+1)N_2} & & H_n &= \int h(\Theta)\Theta^n \sin \Theta d\Theta \\ N_n &= \int n(\Theta)\Theta^n \sin \Theta d\Theta \end{aligned} \right\}$$

したがって，十分変形していると，重なりは急速に減少しこの近似がよくなり，エネルギーの ℓ 依存性は回転バンドのそれになり，逆慣性能率 (reciprocal moment of inertia) は

$$E_{\ell m} = \frac{H_0}{N_0} + \frac{1}{2}\ell(\ell+1) \left(\frac{N_2 H_0}{N_0^2} - \frac{H_2}{N_0} \right)$$

での $\frac{1}{2}\ell(\ell+1)$ の後ろの因子になる．

3 Griffin-Hill-Wheeler 方程式

3.1 状態の構成法と変分原理

変分に使われる試行関数を変形パラメータ α によって特徴付けられる仮想定なポテンシャル (fictitious potential) で, 個別粒子の波動関数を解いて決める. その波動関数から, 多体の波動関数を $\phi_n(\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_A; \alpha)$ とする. この波動関数は, 作業ポテンシャル (construction potential) さえ決めてやれば, 一義的に決められる. そこで系全体の波動関数を

$$\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) = \int \Phi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A, \alpha) f(\alpha) d\alpha$$

のように与える. α は系の波動関数を生成 (generate) するので, 生成座標 generator coordinate と名づける. ただ, 強調すべきは生成座標は粒子の座標 $\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_A$ では表現できないことである. 上の式で n は作業ポテンシャル内の核子の状態を特徴付ける量子数である.

未知関数 $f(\alpha)$ (生成波動関数) に対し変分原理を使って積分方程式

$$\frac{\delta}{\delta f(\alpha)} \frac{\langle \Psi(\mathbf{r}) | \hat{H} | \Psi(\mathbf{r}) \rangle}{\langle \Psi(\mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}) \rangle} = 0 \Rightarrow \int [K(\alpha, \beta) - E I(\alpha, \beta)] f(\beta) = 0$$

が導ける. $K(\alpha, \beta)$ を energy kernel $I(\alpha, \beta)$ を overlap kernel と呼び

$$\begin{cases} I(\alpha, \beta) \\ K(\alpha, \beta) \end{cases} = \int \varphi^*(\mathbf{x}_1, \cdots, \mathbf{x}_A; \alpha) \begin{cases} 1 \\ \hat{H} \end{cases} \varphi(\mathbf{x}_1, \cdots, \mathbf{x}_A; \beta) d^3 \mathbf{x}_1 \cdots d^3 \mathbf{x}_A$$

と定義する. 上の積分方程式を Griffin-Hill-Wheeler 方程式という.

3.2 生成波動関数の性質

積分方程式の固有値 E_v と生成波動関数 $f_v(\alpha)$ とすると直交性は

$$(E_{v'} - E_v) \int f_v^*(\alpha) I(\alpha, \beta) f_{v'}(\beta) d\alpha d\beta = 0$$

と表される. ここで, 生成座標 α を新しい変数 η に変換して直交性の表示を

$$\int f_v^*(\alpha) I(\alpha, \beta) f_{v'}(\beta) d\alpha d\beta = \int g_v^*(\eta) g_{v'}(\eta) d\eta = \delta_{v,v'}$$

にするため, broadening kernel $B(\eta, \beta)$ と narrowing kernel $N(\beta, \eta)$ を

$$\int N^*(\alpha, \eta) d\alpha I(\alpha, \beta) d\beta N(\beta, \eta') = \delta(\eta - \eta'),$$

$$\int B(\eta, \beta) d\beta N(\beta, \eta') = \delta(\eta - \eta'), \quad \int N(\alpha, \eta) d\eta B(\eta, \beta) = \delta(\alpha - \beta)$$

すると, それぞれの変数での生成波動関数は

$$f_v(\beta) = \int N(\beta, \eta) g_v(\eta) d\eta, \quad g_v(\eta) = \int B(\eta, \beta) f_v(\beta) d\beta$$

の関係にある．エネルギー積分核をこの座標に変換すると

$$L(\eta, \eta') = \int N^*(\alpha, \eta) d\alpha K(\alpha, \beta) d\beta N(\beta, \eta') \Rightarrow \int L(\eta, \eta') g_v(\eta') d\eta' = E_v g_v(\eta)$$

とシュレーディンガー型の固有値方程式が得られる．

重なり積分がガウス型 $I(\alpha, \beta) = \exp[-s(\beta - \alpha)^2]$ のときは，積分核は

$$N(\beta, \eta) = A \int dq \exp[(q^2/8s) + iq(\beta - \eta)], \quad B(\eta, \beta) = A \exp[-2s(\eta - \beta)^2]$$

となっていて boarding kernel は重なり積分の $\sqrt{2}$ 分の 1 の幅をもっており narrowing kernel は高振動のところで発散する超関数 (distribution) である．

3.3 粒子的な励起

沢山の粒子が関わる集団運動的な運動は生成座標の変化 $\Delta\alpha$ に対し，単一粒子の波動関数の変化が多くの粒子におよぶが，作業ハミルトニアン of エネルギー固有値が擬交叉するときには，交叉領域での波動関数の変化はその 1 つに集中する．したがって，生成座標の変化は集団的でなく粒子的な励起になる．その擬交叉のギャップが小さい弱結合のときには，重なり積分は前後で非常に速く減衰して，交叉領域の両側では，元の減衰の仕方になる．

このような，特定の粒子の個別的な励起をも考慮するために異なった配位の波動関数も導入し

$$\Psi(\mathbf{x}) = \sum_n \varphi_n(\mathbf{x}; \alpha) f^{(n)}(\alpha) d\alpha$$

とする．生成波動関数は結合積分方程式になって

$$\sum_n \int [K_{mn}(\alpha, \beta) - E I_{mn}(\alpha, \beta)] f^{(n)}(\beta) d\beta = 0$$

となる．ここで，overlap kernel と energy kernel は

$$\begin{Bmatrix} I_{mn}(\alpha, \beta) \\ K_{mn}(\alpha, \beta) \end{Bmatrix} = \int \varphi_m^*(\mathbf{x}; \alpha) \begin{Bmatrix} 1 \\ H \end{Bmatrix} \varphi_n(\mathbf{x}; \beta) d^3\mathbf{x}_1 \cdots d^3\mathbf{x}_A$$

のように定義できる．生成座標が同じところでの配位の違ったスレーター行列式のときの overlap kernel は $\alpha = \beta$ の非対角要素はゼロになる．この方法の利点は，集団運動と内部励起 (intrinsic) が結合した状態が取り扱える．とくにエネルギー的に接近した 2 つのエネルギー面 (energy surface) 間の非放射遷移が自然に取り扱うことができる．

しかし，結合の弱い擬交叉のときは交叉領域が狭くその極上では $I_{mn}(\alpha_{cr} + \delta, \alpha_{cr} - \delta) \approx 1$ なので，過完備 (over complete) という，非直交系独特の困難に遭遇することが注意されている．

4 進化と課題

4.1 生成波動関数の病的振舞い

生成座標の方法の困難の一つは重なり積分が δ 関数でなく、非対角要素が有限に存在し斜交系の基底ベクトルを張っていることからくる。生成座標を連続変数にとっても無限の状態が生成されることはない。実際には、独立粒子状態として有限の基底を使うので、フェルミ系であれば、それらの基底の全ての配位をとっても組み合わせの数は有限である。したがって、重なり積分の固有値

$$\int I(\alpha, \beta) \chi_i(\beta) d\beta = \nu_i \chi_i(\alpha)$$

の内ゼロでない固有ベクトルの数は配位の数を超えることはない。実際の計算では一番大きい固有値に比べて小さい固有値の値は計算精度（まるめの誤差）を下まわってしまう。overlap kernel の計算精度が悪かったり、対角化のアルゴリズムによっては負の値になってしまう。

narrowing kernel は

$$N(\beta, \eta) = \sum_i \chi_i^*(\beta) \frac{1}{\sqrt{\nu_i}} \chi_i(\eta)$$

となる。

一般に overlap kernel は対角要素が 1 で、対角線から遠ざかるにしたがって減少していくので、 ν_i の小さい固有ベクトルの波数が大きい。固有値は常に正なので、固有値の大きいものから順序づける $\nu_i \geq \nu_j (i < j)$ と、 i は波数に対応する。narrowing kernel は波数の大きい関数が大きい重率で重ね合わされるため、いたるところ振動している。

energy kernel を narrowing kernel で変換すると

$$L(\eta, \eta') = \int N^*(\alpha, \eta) d\alpha K(\alpha, \beta) d\beta N(\beta, \eta') = \sum_{ij} \chi_i^*(\eta) L_{ij} \chi_j(\eta')$$

$$L_{ij} = \frac{1}{\sqrt{\nu_i}} \left(\int \chi_i^*(\alpha) d\alpha K(\alpha, \beta) d\beta \chi_j(\beta) \right) \frac{1}{\sqrt{\nu_j}}$$

となる。実際の計算では小さいものは固有値も、固有ベクトルも誤差をもっている。この怪しい小さい値の平方根の逆数を掛けて怪しい固有ベクトルを足し合わせ、雑音を増幅させまともな信号まで乱してしまう。これが生成座標の方法の病的な (pathological) な一面である。

生成波動関数は L_{ij} を対角的にし、固有ベクトルをかけて

$$\sum_j L_{ij} g_j^{(v)} = E^{(v)} g_i^{(v)} \Rightarrow g_v(\eta) = \sum_i g_i^{(v)} \chi_i(\eta)$$

と求められる。

4.2 診断と対処療法

生成座標の方法の困難を診断し，その症状によって対処療法を考えてみる．

1. 固有値の大きいものから並べて $\nu_i \geq \nu_j (j < i)$ ，一番大きい固有値との比が計算精度の2・3桁大きいところまでに負値がないか調べる．もしあれば重なり積分の計算に誤りがあると思われる．
2. メッシュの数 N に対し多重度として $M = \frac{N}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \nu_i^2}}$ を計算し，メッシュを細かくしても M が変わらないときはやめる．
3. 固有値の大きいほうから採用し，エネルギー固有値が安定するまで状態数を増やしていく．途中で，高いエネルギーから下がって来て，最低のエネルギー当たりにくる状態は，求めている状態かを見極める．
4. 固有値の大きい成分に問題の状態を沢山取り込んで置くことが肝要である．その一つとして，解くべきハミルトニアンと一体場とを自己無撞着に決めるなどでの整合性を高めておく．
5. 試行関数に変形や対相関など対称性を破ったものは角運動量射影，粒子数射影で必要な量子数に制限し Griffin-Hill-Wheeler 方程式を解く．
6. 角運動量や粒子数の射影の精度が悪いと，重なり積分の固有値が負になることがあるので，注意する必要がある．

4.3 二重射影法

並進運動の集団運動の質量は全質量にならなければならいが，Peiers-Yoccoz の方法で並進による縮退を解いて得られた運動量とエネルギーの分散関係は正しい質量を与えず，質量は運動量に依存する．1962年 R.E. Peierls と D.J. Thouless はこの困難を全ての系がもつガリレオ変換の普遍性を使ってこれを解決した [8]．系の重心の位置を表す演算子と正準共役な運動量演算子を

$$\bar{x} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A x_i, \quad P = \sum_{i=1}^A p_i$$

と定義すると交換関係 $[\bar{x}, P] = i\hbar 1$ が成り立つ．このことから演算子

$$\exp^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\bar{x}} \leftarrow [P, \exp^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\bar{x}}] = \hbar(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \exp^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\bar{x}}$$

は，運動量 $\hbar\mathbf{k}'$ を持っていた系全体をブーストして，運動量 $\hbar\mathbf{k}$ に変える演算子であることがわかる．

ガリレイ変換に不変というのは相互作用が空間座標だけの関数か，運動量依存があっても運動量移行 $p_i - p_j$ だけの関数であれば，相互作用と \bar{x} と可換になり

$$H \exp^{i\lambda \cdot \bar{x}} \Phi = \exp^{i\lambda \cdot \bar{x}} \left(\frac{\hbar^2 \lambda^2}{2M} + \hbar \lambda \cdot \mathbf{P} + H \right) \Phi$$

ここで，一般的な試行関数を作る．

$$\Psi = \int \int G(\mathbf{v}, \mathbf{r}) \Phi_{\mathbf{v}}(\mathbf{x} - \mathbf{r}) d^3 \mathbf{v} d^3 \mathbf{r}$$

ただし， $\Phi_{\mathbf{v}}$ は全運動量の期待値を一定にする拘束付き変分

$$\delta \left\{ \frac{\langle \Phi_{\mathbf{v}} | H | \Phi_{\mathbf{v}} \rangle}{\langle \Phi_{\mathbf{v}} | \Phi_{\mathbf{v}} \rangle} - \mathbf{v} \cdot \frac{\langle \Phi_{\mathbf{v}} | \mathbf{P} | \Phi_{\mathbf{v}} \rangle}{\langle \Phi_{\mathbf{v}} | \Phi_{\mathbf{v}} \rangle} \right\} = 0$$

ここで， \mathbf{v} はラグランジュの未定係数で速度ベクトルに対応する．この変分方程式の解は $\mathbf{v} = 0$ の解 Φ_0 が分かればこれをブーストして $\Phi_{\mathbf{v}} = e^{iM\mathbf{v} \cdot \bar{x}/\hbar} \Phi_0$ 得られ，正しい質量になる．このことにより射影してから変分する議論の流れと変わっていった [9]．

4.4 対相関

原子核のもっとも明確な集団運動は強く変形した状態の回転運動で重要な物理量は慣性能率である．A. Bohr の液滴模型は古典的な渦なし流を考えたため，角運動量の内部からの寄与はなく，慣性能率は著しく小さくなる．一方，Inglis のクランキング模型 [10] は占有状態のコリオリ力に対する応答が直接的で単一粒子状態を通して量子化された渦ができる．この渦のため慣性能率は大きくなる．対相関はその渦を部分的に押し出し実験とあう．これらのことから，原子核の基底状態近辺の集団運動の記述には，対相関を無視することはできない．そのため私たちは一般化された BCS 波動関数の間の重なり積分やエネルギー積分核を計算する方法を開発した [11]．遷移核を対象としたため変形と回転の結合も取り入れる枠組みにした．

BCS 波動関数は

$$\Psi_{\text{BCS}} = \prod_{i>0} (u_i + v_i c_i^\dagger c_i^\dagger) | 0 \rangle = \prod_{i>0} u_i \prod_i \left(1 + \frac{v_i}{u_i} c_i^\dagger c_i^\dagger \right) = N \exp \left(\sum_{i>0} \frac{v_i}{u_i} c_i^\dagger c_i^\dagger \right)$$

$N = \prod_{i>0} u_i$ を使って $\varphi_0 = N(\delta) \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} f(\delta) c_\alpha^\dagger c_\beta^\dagger \right\}$ のように一般化され

た HFB 波動関数を表すことができる．

この波動関数から角運動量 I_z 成分が M の状態を抜き出す．

$$\Psi_{IM}(\delta) = \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\chi \mathcal{D}_{M0}^I(\varphi, \theta, \chi) \varphi_0(\varphi, \theta, \chi)$$

回転させた状態は同じ形で

$$\varphi_0(\delta; \varphi, \theta, \chi) = N(\delta) \exp \left\{ \frac{1}{2} e^{i(m_\alpha + m_\beta)\varphi} \sum_{\alpha, \beta} F(\delta; \theta) c_\alpha^\dagger c_\beta^\dagger \right\}$$

Griffin-Hill-Wheeler の方程式は

$$\int [K^I(\delta, \delta') - E_n N^I(\delta, \delta')] f_n^{(I)}(\delta') d\delta' = 0$$

overlap kernel と energy kernel は

$$\begin{Bmatrix} N^I(\delta, \delta') \\ K^I(\delta, \delta') \end{Bmatrix} = \frac{8\pi^2}{2I+1} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d_{00}^I(\theta) \begin{Bmatrix} 1 \\ h(\delta, \delta'; \theta) \end{Bmatrix} \exp \varepsilon(\delta, \delta'; \theta)$$

のように，重なり積分が指数関数で，エネルギー積分核が重なり積分を因数分解できる．このように，スレータ行列式を一般化 BCS 波動関数に換えたことによって，計算上の形はほとんど変わらなくなり，原子核の回転運動の微視的記述に不可欠な対相関の効果を取り込むことが出来た．この波動関数は粒子数の固有状態でないため，粒子数状態を射影しないで Griffin-Hill-Wheeler 方程式を解く段階で，数値計算上の新たな困難を持ち込むことになった．

References

- [1] D.L. Hill and J.A. Wheeler, Phys. Rev. **89** (1953) 1106
- [2] J.J. Griffin and J.A. Wheeler, Phys. Rev. **108** (1957) 311
- [3] D. Vautherin and D.M. Brink, Phys. Rev. **C5** (1972) 626
- [4] N. Bohr and J.A. Wheeler, Phys. Rev. **56** (1939) 426
- [5] Aage Bohr, Kgl. Danske. Videnskab. Selskab. Mat-fys. Medd. **26** No. 14 (1952)
- [6] J. Rainwater, Phys. Rev. **79** (1950) 432
- [7] R.E. Peierls and J. Yoccoz, Proc. Phys. Soc. (London) **A70** (1957) 381
- [8] R.E. Peierls and D.J. Thouless, Nucl. Phys. **38** (1962) 154
- [9] H. Rouhaninejad and J. Yoccoz, Nucl. Phys. **78** (1966) 353
- [10] D.R. Inglis, Phys. Rev. **96** (1952) 1059
- [11] N. Onishi and S. Yoshida, Nucl. Phys. **80** (1966) 367

AMD + GCM 法を用いた ^{11}B の研究

須原 唯広, 延与 佳子 (京都大学理学研究科)

1 導入

軽い核において、クラスター構造とシェルモデル構造がしばしば共存する。これら二つの構造の共存により安定核、不安定核の両方において様々な構造が現れることが知られている。この共存現象が起きる典型的な原子核として ^{12}C を挙げることができる。 ^{12}C の基底状態は主に $p_{3/2}$ 副殻の閉殻構造、つまりシェルモデル構造を持つ。一方、励起状態においては 3α クラスター構造が発達し、それらの様々な配位を持った状態が現れると考えられている [1–5]。例えば、Hoyle 状態の名でよく知られている 0_2^+ 状態では、弱く相互作用する 3α クラスターがボソンとしての性質を示し、それらがひとつの軌道に凝縮した構造が現れると考えられている [6–8]。また、 3_1^- 状態において 3α クラスターが正三角形空間配位を持つことや、 0_3^+ 状態で 3α クラスターのリニアチェーン的（鈍角三角形）構造が現れることなども指摘されている [9, 10]。

クラスター構造とシェルモデル構造の共存という観点から、 ^{11}B は非常に興味深い原子核である。 ^{11}B においても ^{12}C と同様に基底状態近傍の状態はシェルモデル構造を持ち、閾値近傍ではクラスター構造が良く発達することが指摘されている [11–14]。それだけでなく、先行研究において、 ^{11}B の負パリティ状態に現れる構造は ^{12}C の正パリティ状態のそれと、非常に良い対応があることが報告されている [13]。特に $3/2_3^-$ 状態は、よく発達した $2\alpha+t$ クラスター構造を持っており、非常に密度の薄いクラスター状態になっていると考えられている [13–15]。この特徴は 3α クラスターの凝縮状態として知られる ^{12}C の 0_2^+ 状態と良く似ており、興味深い。また、 ^{11}B の正パリティ状態では、非常にきれいな回転バンドが存在する可能性が示唆されている。しかしながら、 ^{11}B の正パリティ状態に対する理論的研究は少なく、どのような構造が現れるのかよく分かっていない。

そこで我々は、 ^{11}B の励起状態に現れる構造について β - γ 拘束反対称化分子動力学 (AMD) と生成座標法 (GCM) を組み合わせた手法 (β - γ constraint AMD + GCM [16]) を用いて研究した。この手法はクラスター構造とシェルモデル構造が共存する軽い原子核の記述に成功しており、 ^{11}B の構造の研究に適しているだけでなく、 ^{12}C やその他の近傍の原子核の構造と ^{11}B の構造との対応を議論するうえでも優れた手法である。

2 AMD + GCM 法

AMD では A 核子系の基底波動関数 $|\Phi\rangle$ は一粒子波動関数 $|\varphi_i\rangle$ のスレーター行列式で記述する。

$$|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \det \{ |\varphi_1\rangle, \dots, |\varphi_A\rangle \}. \quad (1)$$

i 番目の一粒子波動関数 $|\varphi_i\rangle$ は空間部分 $|\phi_i\rangle$ 、スピン部分 $|\chi_i\rangle$ 、アイソスピン部分 $|\tau_i\rangle$ からなる。

$$|\varphi_i\rangle = |\phi_i\rangle |\chi_i\rangle |\tau_i\rangle. \quad (2)$$

空間部分 $|\phi_i\rangle$ は中心 $\mathbf{Z}_i/\sqrt{\nu}$ のガウス波束で近似し,

$$\langle \mathbf{r} | \phi_i \rangle = \left(\frac{2\nu}{\pi} \right)^{\frac{3}{4}} \exp \left[-\nu \left(\mathbf{r} - \frac{\mathbf{Z}_i}{\sqrt{\nu}} \right)^2 + \frac{1}{2} \mathbf{Z}_i^2 \right], \quad (3)$$

スピンの向きはパラメータ ξ_i で記述し, アイソスピン部分 $|\tau_i\rangle$ は陽子か中性子に固定した.

$$|\chi_i\rangle = \xi_{i\uparrow} |\uparrow\rangle + \xi_{i\downarrow} |\downarrow\rangle, \quad (4)$$

$$|\tau_i\rangle = |p\rangle \text{ or } |n\rangle. \quad (5)$$

この基底波動関数 $|\Phi\rangle$ において, $\{X\} \equiv \{\mathbf{Z}, \boldsymbol{\xi}\} = \{\mathbf{Z}_1, \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{Z}_2, \boldsymbol{\xi}_2, \dots, \mathbf{Z}_A, \boldsymbol{\xi}_A\}$ は複素数の変分パラメータであり, エネルギー最適化により決める.

今回の研究では, クラスタ構造からシェルモデル構造までの様々な基底波動関数を得るために, 四重極変形度のパラメータ β, γ に拘束を掛けたエネルギー変分を行なった. β, γ の定義は

$$\beta \cos \gamma \equiv \frac{\sqrt{5\pi}}{3} \frac{2\langle \hat{z}^2 \rangle - \langle \hat{x}^2 \rangle - \langle \hat{y}^2 \rangle}{R^2}, \quad (6)$$

$$\beta \sin \gamma \equiv \sqrt{\frac{5\pi}{3}} \frac{\langle \hat{x}^2 \rangle - \langle \hat{y}^2 \rangle}{R^2}, \quad (7)$$

$$R^2 \equiv \frac{5}{3} (\langle \hat{x}^2 \rangle + \langle \hat{y}^2 \rangle + \langle \hat{z}^2 \rangle), \quad (8)$$

である. 実際の計算では, ハミルトニアンに拘束ポテンシャル V_{const}

$$V_{\text{const}} \equiv \eta_1 [(\beta \cos \gamma - \beta_0 \cos \gamma_0)^2 + (\beta \sin \gamma - \beta_0 \sin \gamma_0)^2] \\ + \eta_2 \left[\left(\frac{\langle \hat{x}\hat{y} \rangle}{R^2} \right)^2 + \left(\frac{\langle \hat{y}\hat{z} \rangle}{R^2} \right)^2 + \left(\frac{\langle \hat{z}\hat{x} \rangle}{R^2} \right)^2 \right]. \quad (9)$$

を加えてパリティ射影した基底波動関数に対して変分を行なった. この時 η_1 と η_2 を十分に大きく取っておくと $\hat{P}^\pm |\Phi(\beta_0, \gamma_0)\rangle$ が得られる. ただし, \hat{P}^\pm はパリティ射影の演算子である.

そして, エネルギーレベルを計算する時には, パリティと角運動量射影した基底波動関数 $\hat{P}_{MK}^J \hat{P}^\pm |\Phi(\beta, \gamma)\rangle$ を GCM の手法に従って重ねあわせた. つまり, 最終的に得られる J_n^\pm 状態は

$$|\Phi_n^{J^\pm}\rangle = \sum_K \sum_i f_n(\beta_i, \gamma_i, K) \hat{P}_{MK}^J \hat{P}^\pm |\Phi(\beta_i, \gamma_i)\rangle, \quad (10)$$

で記述される. 重ねあわせの係数 $f_n(\beta_i, \gamma_i, K)$ は Hill-Wheeler 方程式によって決めた. これは四重極変形度 β, γ と Euler 角を生成座標とした五次元 GCM を実行したことに相当する.

3 結果

我々は, β - γ 平面上で 196 点のメッシュ点に対して変分計算を行なった. その結果得たエネルギー表面と β - γ 平面上に現れた典型的な構造を表した図が図 1 と図 2 である.

図 1 には $3/2^-$ 状態のエネルギー表面と負パリティ状態の β - γ 平面上に現れた構造が描かれている. エネルギーミニマムでは, ガウス波束の中心が原点周りに集まり, シェルモデル的な構造が現れている. 特に中性子の密度分布はかなり球形に近くなっており, $p_{3/2}$ 副閉殻構造で理解できる. 一方, 変形度の大きいところでは, $2\alpha+t$ クラスタ構造が発達している. そして, 変形度 γ に応じて, $2\alpha+t$ クラスタの様々な空間的配位が現れている. それは, オブレートな領域では二等辺三角形, 非軸対称な領域では鈍角三角形, プロレートな領域ではリニアチェーンに近い鈍角三角形, といった構造である.

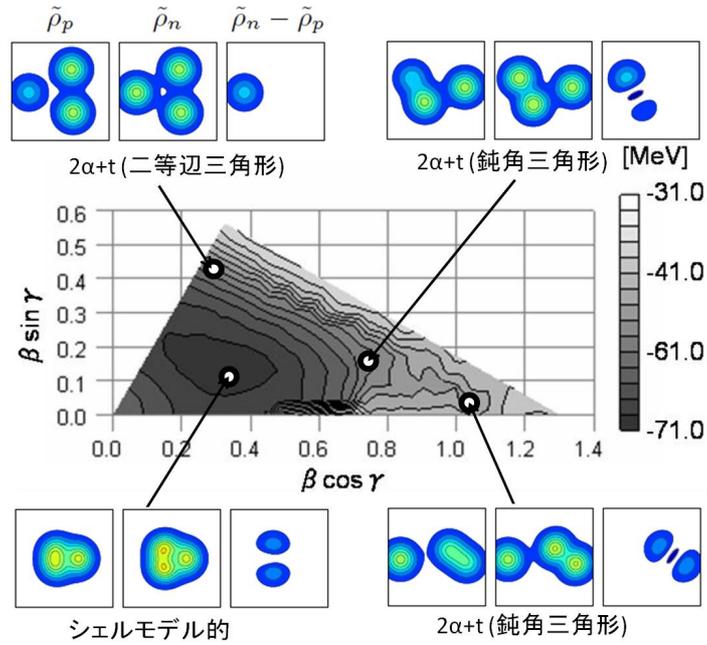


図1 ^{11}B の $3/2^-$ 状態のエネルギー表面と負パリティ状態の β - γ 平面上に現れた構造．陽子の密度分布 $\tilde{\rho}_p$, 中性子の密度分布 $\tilde{\rho}_n$, 中性子と陽子の密度分布の差 $\tilde{\rho}_n - \tilde{\rho}_p$ が描かれている．

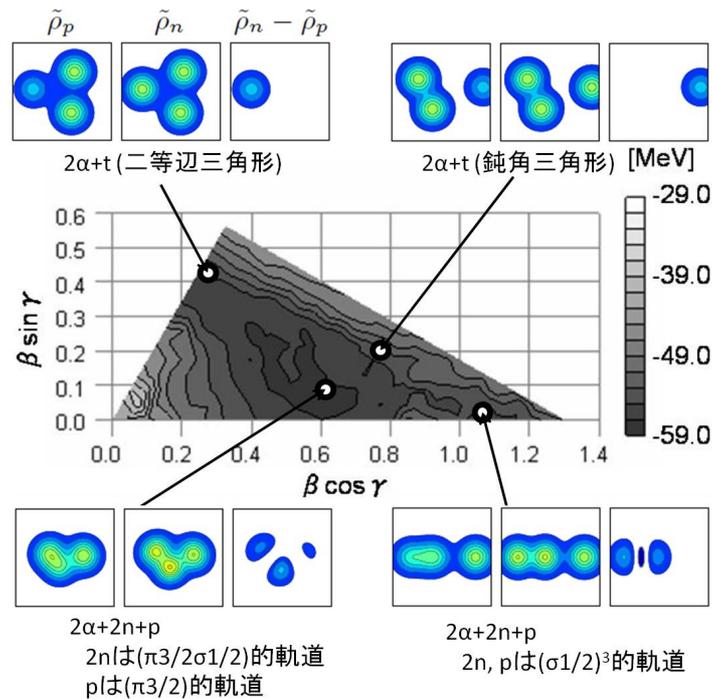


図2 ^{11}B の $5/2^+$ 状態のエネルギー表面と正パリティ状態の β - γ 平面上に現れた構造．

図2には $5/2^+$ 状態のエネルギー表面と正パリティ状態の β - γ 平面上に現れた構造が描かれている．エネルギーミニマムでは 2α クラスターが発達し，余剰陽子が $\pi_{3/2}$ 分子軌道に入った構造が現れている．また，中性子の密度分布も球形ではなくなり，実際二つの余剰中性子は $\pi_{3/2}$ と $\sigma_{1/2}$ 分子軌道を占めている．変形度の大きいところでは，正パリティ状態でも $2\alpha+t$ クラスター構造が発達した．オプレートな領域と非軸対称な領域では負パリティの時と同様に二等辺三角形構造と鈍角三角形構造が現れた．一方プロレートな領域では，曲がった構造ではなくリニアチェーン構造が現れた．また，この構造は分子軌道の言葉では， 2α クラスターが発達し，余剰核子が $(\sigma_{1/2})^3$ 分子

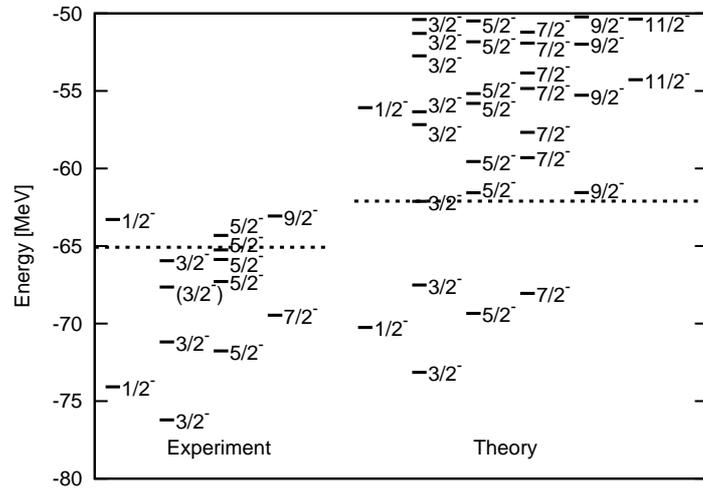


図3 ^{11}B の負パリティ状態のエネルギーレベル．左側4列が実験データで右側6列が計算結果である．破線はそれぞれ実験と理論の $2\alpha+t$ 閾値である．

表1 ^{11}B の負パリティ状態の (A) 電磁遷移強度 $B(E2)$, (B) 平均自乗半径．単位はそれぞれ $e^2\text{fm}^4$ と fm である．

(A)			(B)		
Transition	Strength		State	Radius	
	Theory	Experiment		Theory	Experiment
$5/2_1^- \rightarrow 3/2_1^-$	9.2	14 ± 3	$3/2_1^-$	2.29	2.09 ± 0.12
$7/2_1^- \rightarrow 3/2_1^-$	1.3	1.9 ± 0.4			
$5/2_2^- \rightarrow 3/2_1^-$	0.4	1.0 ± 0.7			
$3/2_2^- \rightarrow 1/2_1^-$	6.7	4 ± 3			

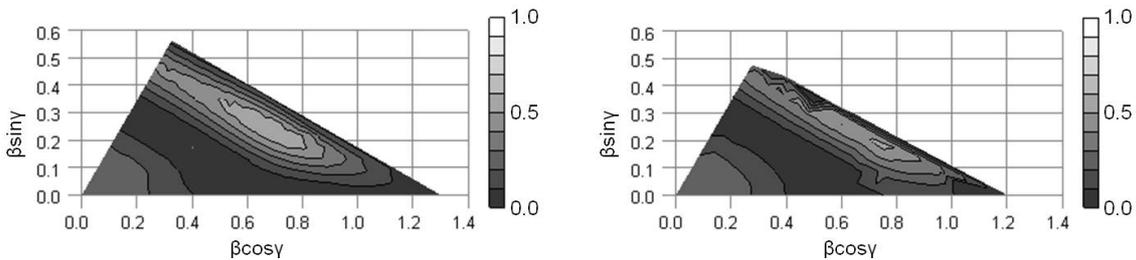


図4 左側が ^{12}C の 0_2^+ 状態の GCM 振幅で右側が ^{11}B の $3/2_3^-$ 状態の GCM 振幅．

軌道を占めていると理解できる．

次に GCM 計算の結果を述べる．図3に、負パリティ状態の計算結果のレベルを実験で得られたレベル [17] と共に載せた．左側4列が実験データで右側6列が計算結果で、角運動量ごとにレベルを分類した．また、低励起状態の電磁遷移強度 $B(E2)$ と基底状態の平均自乗半径を表1に実験値 [17,18] と共に載せた．我々の計算は低励起状態の実験値を良く再現している．

次に、どのような構造を持った状態が現れたかについて述べる．計算結果の低励起状態は変形度の小さい領域の基底波動関数によって構成されていた．例えば $3/2_1^-$ 状態は、エネルギーミニマムの波動関数と87%のオーバーラップを持っていた．これは、低励起な状態はシェルモデル的な構造を持っていると理解できる．一方、 -65MeV より高い励起状態は変形度の大きな基底波動関数、つまり $2\alpha+t$ クラスターの発達した基底波動関数と大きなオーバーラップを持っていた．特に、先行研究により Hoyle 状態との対応が指摘されている $3/2_3^-$ 状態の GCM 振幅は ^{12}C の 0_2^+ 状態、

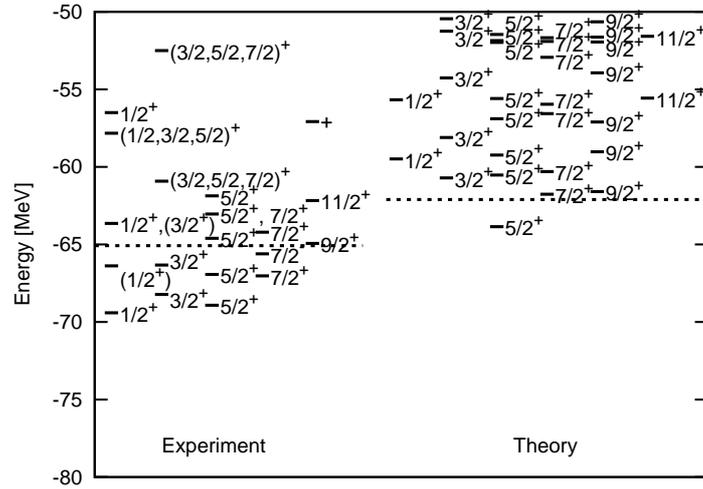


図5 ^{11}B の正パリティ状態のエネルギーレベル．左側 5 列が実験データで右側 6 列が計算結果である．破線はそれぞれ実験と理論の $2\alpha+t$ 閾値である．

Hoyle 状態，の GCM 振幅と非常によく似ていた．図 4 に ^{12}C の 0_2^+ 状態の GCM 振幅と ^{11}B の $3/2_3^-$ 状態の GCM 振幅が載せた．どちらの GCM 振幅も変形度 β の大きな領域で，広い非軸対称度 γ に渡って分布している．これは ^{11}B においては $3/2_3^-$ 状態は $2\alpha+t$ クラスターの， ^{12}C においては 0_2^+ 状態は 3α クラスターの様々な空間配位の線形結合によって記述されていることを意味している．つまり，ひとつの α クラスタと t のクラスタの置き換えに対して， ^{12}C の 0_2^+ 状態と ^{11}B の $3/2_3^-$ 状態の構造が良く似ているということである．これらの ^{11}B に負パリティに現れた構造は ^{12}C の正パリティに現れる構造と非常に良く似ており，先行研究 [13] の示唆を支持する結果を得た．

最近なされた ^7Li への α 共鳴散乱実験において $3/2_3^-$ 状態をバンドヘッドとする負パリティバンドが提案された [19]．我々の計算したレベルの $3/2_3^-$ ， $5/2_3^-$ ， $7/2_3^-$ ， $9/2_2^-$ 状態が実験で提案された状態の候補と考えられる．これらの状態の間では $E2$ 遷移強度が $20\text{-}30e^2\text{fm}^4$ あり，これらの状態のレベル間隔も実験結果と一貫している．

次に正パリティ状態に対する GCM 計算の結果を述べる．図 5 に，正パリティ状態の計算結果のレベルを実験で得られたレベル [17] と共に載せた．左側 5 列が実験データで右側 6 列が計算結果で，角運動量ごとにレベルを分類した．今回の計算では $1/2_1^+$ 状態が現れていないが，これは $1/2_1^+$ 状態が中性子がスピン整列した配位を持っているためと考えられる．スピン整列した状態は変形に対して拘束を掛けて変分する方法では記述するのが難しく，このような状態を得るためにはスピンに対して拘束を掛けた変分を行う必要がある．

次に，現れた状態の内部構造について述べる． $3/2_1^+$ ， $5/2_1^+$ ， $5/2_2^+$ ， $7/2_1^+$ ， $7/2_2^+$ ， $9/2_1^+$ ， $9/2_2^+$ ， $11/2_1^+$ 状態は $5/2^+$ 状態のエネルギー表面のエネルギーミニマムに現れた基底波動関数によって構成されていた．この波動関数は前述のとおり $2\alpha+p(\pi_{3/2})+2n(\pi_{3/2}\sigma_{1/2})$ 分子軌道構造を持っていた．また， $1/2_1^+$ ， $3/2_2^+$ ， $5/2_3^+$ ， $7/2_4^+$ ， $9/2_2^+$ ， $11/2_2^+$ 状態は $2\alpha+p(\sigma_{3/2})+2n((\sigma_{1/2})^2)$ 構造を持った状態と大きなオーバーラップを持っていた．これらの状態のレベル間隔と $E2$ 遷移強度を調べると $K=1/2^+$ の回転バンドの特徴を良く示していた．

これらの ^{11}B の正パリティ状態に現れた内部構造は ^{10}Be の内部構造と良く似ていた． ^{10}Be においては基底状態や低励起状態の内部構造は $2\alpha+2n$ の分子軌道構造の観点でよく理解できる．励起状態では $2\alpha+2n$ 構造で余剰中性子が $\pi_{3/2}\sigma_{1/2}$ と $(\sigma_{1/2})^2$ 配位を持った状態が回転バンドを構成することが知られている．一方， ^{11}B の正パリティ状態では $2\alpha+p+2n$ の分子軌道構造において $p(\pi_{3/2})+2n(\pi_{3/2}\sigma_{1/2})$ と $p(\sigma_{1/2})+2n((\sigma_{1/2})^2)$ の配位を持った状態が現れた．これらの二つの

原子核の励起状態は共に 2α クラスターコアを持った分子軌道構造を持っている。さらに、両方の原子核に置いて余剰中性子が占める分子軌道が $\pi_{3/2}\sigma_{1/2}$ と $(\sigma_{1/2})^2$ と同じであるという対応もあった。

最後に、 ^{11}B において見つけた新しい共存現象について述べる。それはシェルモデル、クラスター、分子軌道構造の共存である。 ^{11}B において基底状態や低励起状態はシェルモデル構造を持っていた。一方 $2\alpha+t$ 閾値近傍や上の励起状態では $2\alpha+t$ クラスター構造や $2\alpha+p+2n$ 分子軌道構造を持った状態が現れた。この原因は t クラスターの壊れやすさにある。 t クラスターはバラバラの $p+2n$ に比べて 8.5MeV のエネルギーを稼ぐが、このエネルギーはそれほど大きくなり、 $2\alpha+t$ クラスター構造のそばに分子軌道構造が現れることができたのである。

4 まとめと今後

^{11}B の構造を β - γ constraint AMD + GCM 法を用いて調べた。今回の結果は基底状態や低励起状態はシェルモデル構造を持ち、 $2\alpha+t$ 閾値近傍や上の励起状態では $2\alpha+t$ クラスター構造や $2\alpha+p+2n$ 分子軌道構造を持った状態が現れることを示唆していた。負パリティ状態では、先行研究によって指摘されていた ^{12}C の正パリティ状態との良い対応の存在を支持する結果を得た。また、正パリティ状態に現れる内部構造が ^{10}Be のそれとよく対応することを発見した。これらにより、 ^{11}B においてシェルモデル、クラスター、分子軌道構造の共存が起こっていることを見つけた。

今後の課題として、実験との対応を議論するために α 崩壊幅を計算することが挙げられる。また、今回見つけた共存現象が他の原子核に置いても起こっていないか調べるのは、非常に興味深い課題であるといえる。

参考文献

- [1] H. Horiuchi, Prog. Theor. Phys. **51**, 1266 (1974); Prog. Theor. Phys. **53**, 447 (1975).
- [2] E. Uegaki, S. Okabe, Y. Abe, and H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. **57**, 1262 (1977).
- [3] Y. Fukushima and M. Kamimura, J. Phys. Soc. Jpn. **44**, 225 (1978).
- [4] P. Descouvemont and D. Baye, Phys. Rev. C **36**, 54 (1987).
- [5] Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. Lett. **81**, 5291 (1998).
- [6] A. Tohsaki *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 192501 (2001).
- [7] Y. Funaki *et al.*, Phys. Rev. C **67**, 051306(R) (2003).
- [8] Y. Funaki *et al.*, Eur. Phys. J. A **24**, 321 (2005).
- [9] T. Neff and H. Feldmeier, Nucl. Phys. **A738**, 357 (2004).
- [10] Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Phys. **117**, 655 (2007).
- [11] H. Nishioka, S. Saito, and M. Yasuno, Prog. Theor. Phys. **62**, 424(1979).
- [12] P. Navrátil and W. E. Ormand, Phys. Rev. C **68**, 034305 (2003).
- [13] Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. C **75**, 024302 (2007).
- [14] T. Yamada and Y. Funaki, Phys. Rev. C **82**, 064315 (2010).
- [15] T. Kawabata *et al.*, Phys. Lett. B **646**, 6 (2007).
- [16] T. Suhara and Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Phys. **123**, 303 (2010).
- [17] F. Ajzenberg-Selove and J. H. Kelley, Nucl. Phys. A **506**, 1 (1990).
- [18] A. Ozawa, T. Suzuki, and I. Tanihata, Nucl. Phys. **A693**, 32 (2001).
- [19] H. Yamaguchi and T. Kawabata, private communication (2010).

断熱的自己無撞着集団座標法による 集団経路の抜き出し

日野原 伸生

理化学研究所仁科加速器研究センター

1 導入

原子核集団運動を記述する集団変数は小振幅近似の範囲内では、乱雑位相近似 (RPA) によって、微視的に決定することができる。その一方で原子核では変形共存現象、自発的核分裂、超変形状態のトンネル崩壊など、平衡平均場周りの微小振動として記述出来ない多様な集団運動が見られる。このような大振幅領域にまたがる集団運動の記述においては、集団的自由度そのものの決定が重要な理論的課題である [1]。

自己無撞着集団座標 (SCC) 法 [2, 3] は時間依存 Hartree-Fock-Bogoliubov (TDHFB) 位相空間の中から、少数の集団的自由度で張られた部分空間 (集団部分空間) を抜き出す微視的大振幅集団運動理論である。SCC 法の従来解法である (η^*, η) 展開では、1 つの HFB 平衡点周りで集団変数の冪展開によって集団部分空間を決定していた。さらに、変形共存現象のような複数の変形平衡点にまたがる大振幅集団運動に対して、より優れた断熱近似による解法が提案された [4]。この断熱的自己無撞着集団座標 (ASCC) 法では集団運動量による断熱展開のみを行い、集団座標による展開を行うことなく集団部分空間を求めることを可能としたため、1 つの平衡変形点を仮定する必要がない。

SCC 法、ASCC 法ともに、対凝縮している系に対しても定式化されている。対相関のある系では粒子数保存が破れており、これを回復させるために南部-Goldstone モードとして対回転と呼ばれるモードが存在する。QRPA では対回転モードは解の 1 つとして現れるのに対し、SCC 法、ASCC 法では対回転モードをあらわに扱うことにより、対回転モードと完全分離して大振幅集団運動の集団変数を決定することが出来るという特徴がある。

本報告では、まず ASCC 法の定式化を紹介する。特に対回転モードの扱いと関連するゲージ対称性、および大振幅集団運動との分離について述べる [5]。その後、陽子過剰核 $^{68,70}\text{Se}$ におけるオプレート・プロレート変形共存ダイナミクスの集団経路 (1次元集団部

分空間) を数値的に ASCC 法によって求め、その性質を議論する [6, 7]。この質量領域では、変形シェルギャップの存在により、様々な変形状態の共存が示唆されており、近年実験的にも理論的にも低励起状態での変形共存/混合現象に関心が高まっている [8, 9]。

2 断熱的自己無撞着集団座標法

SCC 法の基本方程式は TDHFB 理論の満たす時間依存変分原理から導かれる。

$$\delta \langle \phi(t) | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - \hat{H} | \phi(t) \rangle = 0. \quad (1)$$

ここで、大振幅集団運動の時間発展状態 $|\phi(t)\rangle$ は Slater 行列式で書け、その時間変化は少数の正準集団変数の時間変化を通して記述される。

$$|\phi(t)\rangle = |\phi(q(t), p(t), \varphi(t), n(t))\rangle = e^{-i\varphi\tilde{N}} |\phi(q, p, n)\rangle. \quad (2)$$

ここで、 q, p は集団座標、正準共役な集団運動量であり、 φ, n は粒子数ゲージ空間での回転角、正準共役な粒子数揺らぎを表す。 $\tilde{N} \equiv \hat{N} - N_0$ は粒子数演算子の揺らぎ部分である。一般に集団座標、運動量は少数次元であり、対回転も中性子、陽子の 2 次元であるが、簡単のため以下ではどちらも 1 次元として記述する。

SCC 法では、大振幅集団運動 $|\phi(t)\rangle$ の時間発展を追いかけるのではなく、状態ベクトル $|\phi(q, p, n)\rangle$ の張る空間自体の決定を試みる。そのために、運動方程式を用いて式 (1) から時間変数を集団変数に書き直すことによって集団部分空間の方程式を得る。

$$\delta \langle \phi(q, p, n) | \hat{H} - i \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p} \frac{\partial}{\partial q} - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q} \frac{\partial}{\partial p} + \frac{1}{i} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial n} \tilde{N} \right) | \phi(q, p, n) \rangle = 0. \quad (3)$$

ここで、 \mathcal{H} は SCC 法の集団 Hamiltonian

$$\mathcal{H}(q, p, n) = \langle \phi(q, p, \varphi, n) | \hat{H} | \phi(q, p, \varphi, n) \rangle = \langle \phi(q, p, n) | \hat{H} | \phi(q, p, n) \rangle \quad (4)$$

である。

集団変数は以下の正準変数条件を満たすように決定される。

$$\langle \phi(q, p, \varphi, n) | i \frac{\partial}{\partial q} | \phi(q, p, \varphi, n) \rangle = p, \quad \langle \phi(q, p, \varphi, n) | \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial p} | \phi(q, p, \varphi, n) \rangle = 0, \quad (5a)$$

$$\langle \phi(q, p, \varphi, n) | i \frac{\partial}{\partial \varphi} | \phi(q, p, \varphi, n) \rangle = n, \quad \langle \phi(q, p, \varphi, n) | \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial n} | \phi(q, p, \varphi, n) \rangle = 0. \quad (5b)$$

ASCC 法では集団運動量 p が十分に小さいという断熱近似を仮定する。これは、状態ベクトル $|\phi(q, p, n)\rangle$ が $|\phi(q)\rangle \equiv |\phi(q, p=0, n=0)\rangle$ からあまり変化がないということである。これら 2 つの状態ベクトルは Thouless の定理により

$$|\phi(q, p, n)\rangle = e^{i\hat{G}(q, p, n)} |\phi(q)\rangle \quad (6)$$

と、1 体エルミート演算子 $\hat{G}(q, p, n)$ で一般に結び付けられるが、断熱近似により、この演算子を p と n の 1 次で展開する。

$$\hat{G}(q, p, n) = p\hat{Q}(q) + n\hat{\Theta}(q), \quad (7)$$

$$\hat{Q}(q) = \sum_{\alpha\beta} \left(Q_{\alpha\beta}^{(A)}(q) a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} + Q_{\alpha\beta}^{(A)*}(q) a_{\beta} a_{\alpha} + Q_{\alpha\beta}^{(B)}(q) a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} \right), \quad (8)$$

$$\hat{\Theta}(q) = \sum_{\alpha\beta} i \left(\Theta_{\alpha\beta}(q) a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} - \Theta_{\alpha\beta}^{*}(q) a_{\beta} a_{\alpha} \right). \quad (9)$$

ここで、準粒子演算子 $a_{\alpha}^{\dagger}, a_{\alpha}$ は、 $a_{\alpha} |\phi(q)\rangle = 0$ によって集団部分空間上で局所的に定義された演算子である。(従ってこれら生成消滅演算子も q の関数である) $Q_{\alpha\beta}^{(B)}$ の項は位相を与えるのみで通常不要であるが、後述するようにゲージ不変な定式化で必要となる。

集団 Hamiltonian(4) は集団運動量の 2 次、粒子数ゆらぎの 1 次までで展開し、

$$\mathcal{H}(q, p, n) = V(q) + \frac{1}{2} B(q) p^2 + \lambda(q) n \quad (10)$$

となる。この展開で集団ポテンシャル $V(q) = \mathcal{H}|_{p=0, n=0} = \langle \phi(q) | \hat{H} | \phi(q) \rangle$, 慣性質量 $B(q) = \partial^2 \mathcal{H} / \partial p^2 |_{p=0, n=0} = - \langle \phi(q) | [[\hat{H}, \hat{Q}(q)], \hat{Q}(q)] | \phi(q) \rangle$, 化学ポテンシャル $\lambda(q) = \partial \mathcal{H} / \partial n |_{p=0, n=0} = \langle \phi(q) | [\hat{H}, i\hat{\Theta}(q)] | \phi(q) \rangle$ が定義される。

これらを用いて集団経路の方程式 (3) を p の 2 次までで展開し、以下の ASCC 法の基本方程式が得られる。

$$\delta \langle \phi(q) | \hat{H}_M(q) | \phi(q) \rangle = 0, \quad (11a)$$

$$\delta \langle \phi(q) | [\hat{H}_M(q), \hat{Q}(q)] - \frac{1}{i} B(q) \hat{P}(q) | \phi(q) \rangle = 0, \quad (11b)$$

$$\delta \langle \phi(q) | [\hat{H}_M(q), \frac{1}{i} \hat{P}(q)] - C(q) \hat{Q}(q) - \frac{1}{2B(q)} [[\hat{H}_M(q), \frac{\partial V}{\partial q} \hat{Q}(q)], \hat{Q}(q)] - \frac{\partial \lambda}{\partial q} \tilde{N} | \phi(q) \rangle = 0. \quad (11c)$$

ここで、

$$\hat{H}_M(q) = \hat{H} - \lambda(q) \hat{N} - \frac{\partial V}{\partial q} \hat{Q}(q), \quad (12)$$

$$C(q) = \frac{\partial^2 V}{\partial q^2} + \frac{1}{2B(q)} \frac{\partial B}{\partial q} \frac{\partial V}{\partial q}, \quad (13)$$

$$\hat{P}(q) | \phi(q) \rangle = i \frac{\partial}{\partial q} | \phi(q) \rangle, \quad (14)$$

である。基本方程式は動的座標系 (moving-frame) での HFB 方程式と QRPA 方程式に対応しており、式 (11a) は moving-frame HFB 方程式、式 (11b) と (11c) を合わせて moving-frame QRPA 方程式と呼ぶ。

正準変数条件 (5) についても p と n の 1 次までで展開する。

$$\langle \phi(q) | [\hat{Q}(q), \hat{P}(q)] | \phi(q) \rangle = i, \quad \langle \phi(q) | [\tilde{N}, \hat{P}(q)] | \phi(q) \rangle = 0, \quad (15a)$$

$$\langle \phi(q) | \hat{P}(q) | \phi(q) \rangle = 0, \quad \langle \phi(q) | \hat{Q}(q) | \phi(q) \rangle = 0, \quad (15b)$$

$$\langle \phi(q) | \tilde{N} | \phi(q) \rangle = 0, \quad \langle \phi(q) | \hat{\Theta}(q) | \phi(q) \rangle = 0, \quad (15c)$$

$$\langle \phi(q) | [\hat{\Theta}(q), \tilde{N}] | \phi(q) \rangle = i, \quad \langle \phi(q) | [\hat{Q}(q), \hat{\Theta}(q)] | \phi(q) \rangle = 0, \quad (15d)$$

$$\langle \phi(q) | \frac{\partial \hat{Q}}{\partial q} | \phi(q) \rangle = -1. \quad (15e)$$

ここで方程式のゲージ変換不変性について述べておく [5]。交換関係 $[\hat{Q}(q), \hat{N}] = 0$ が満たされていれば、以下のゲージ変換

$$\hat{Q}(q) \rightarrow \hat{Q}(q) + \alpha \tilde{N}, \quad \hat{\Theta}(q) \rightarrow \hat{\Theta}(q) + \alpha \hat{P}(q), \quad (16a)$$

$$\lambda(q) \rightarrow \lambda(q) - \alpha \frac{\partial V}{\partial q}(q), \quad \frac{\partial \lambda}{\partial q}(q) \rightarrow \frac{\partial \lambda}{\partial q}(q) - \alpha C(q) \quad (16b)$$

に対して ASCC 基本方程式 (11) および正準変数条件 (15) は不変である。そのため、これらの方程式を解く際にはこのゲージを固定する必要がある。ゲージ固定法としては特に変形共存のようなケースで集団経路上で特異な振る舞いをしない ETOP ゲージ

$$\sum_{\mu} Q_{\mu\bar{\mu}}^{(A)}(q) = 0 \quad (17)$$

が有効である (添え字 $\bar{\mu}$ は μ の signature 反転状態)。この条件は単極子型の対相関力の time-odd 寄与を Hamiltonian から削除することと同等である (eliminating time-odd pairing)。また、 $Q^{(B)}$ を適切に選ぶことにより、いつでも $\hat{Q}(q)$ を \hat{N} と可換にすることが可能である。

続いて ASCC 法の基本方程式を解くアルゴリズムについて述べる。集団経路を決定するには、基本方程式 (11) および正準変数条件 (15) のすべてを同時に満たす解を決定しなければならない。HFB 平衡点および QRPA 解は ASCC 基本方程式の特殊解となっており、これらを $|\phi(q=0)\rangle$, $\hat{Q}(q=0)$, $\hat{P}(q=0)$ とする (最小エネルギーの QRPA 解を用いる)。続いて、moving-frame HFB 方程式 (11a) および moving-frame QRPA 方程式 (11b), (11c) を解いて、任意の点 q での解を求める。

非 HFB 平衡点では、moving-frame HFB 方程式にある $\hat{Q}(q)$ は moving-frame QRPA 方程式の解として得られ、moving-frame QRPA 方程式は moving-frame 平均場 $|\phi(q)\rangle$ において計算される。このように moving-frame HFB 方程式および moving-frame QRPA

方程式は互いに結合しており、両方の方程式を同時に満たす自己無撞着な解 (moving-frame 平均場 $|\phi(q)\rangle$ および $\hat{Q}(q)$) を求める必要がある。これらの解は $q - \delta q$ における解を用いて求められる。まずは、 $\hat{Q}(q)$ の初期値として、

$$\hat{Q}(q)^{(0)} = (1 - \varepsilon)\hat{Q}_1(q - \delta q) + \varepsilon\hat{Q}_2(q - \delta q) \quad (18)$$

から始める。ここで、 ε は最小エネルギーの moving-frame QRPA 解と、下から二番目の moving-frame QRPA 解を混ぜるパラメータであり、この扱いは例えば $|\phi(q - \delta q)\rangle$ が軸対称性を持っており、二つの解が異なった K 量子数を持つときに、軸対称性を破る解を q において求めるのに有効である [7]。

moving-frame HFB 方程式を解く際には、離散化した正準変数条件 (15b), (15e)

$$\langle \phi(q) | \hat{Q}(q - \delta q) | \phi(q) \rangle = \delta q \quad (19)$$

および $\langle \phi(q) | \tilde{N} | \phi(q) \rangle = 0$ を拘束条件に用いる。moving-frame HFB 方程式を解いて得られた $|\phi(q)\rangle$ を用いて moving-frame QRPA 方程式を解き、その解で $\hat{Q}(q)$ を更新し、moving-frame HFB 方程式を解くというようにして、最終的に q における moving-frame 平均場と QRPA モードの自己無撞着解が得られる。

moving-frame HFB 方程式そのものが変分方程式であり、自己無撞着性が要求されることから、ASCC 法の基本方程式を解くには二重の自己無撞着性が集団経路上の各点において要求される。そのため各点ごとに収束を得るためには少なくとも数回は moving-frame HFB 方程式と QRPA 方程式を解くこととなる。

3 陽子過剰 Se 核での変形共存の集団経路

続いて ASCC 法の基本方程式を解き、変形共存現象の集団経路を議論する [6, 7]。微視的 Hamiltonian \hat{H} として、四重極型の対相関力が含まれた対相関 + 四重極力模型 (pairing-plus-quadrupole model) を用いる。

陽子、中性子の一粒子模型空間は調和振動子の $N_{\text{sh}} = 3, 4$ の 2 つのシェルとし、その一粒子エネルギーは modified oscillator の値を用いた。対相関力および四重極力の強さは ^{68}Se での Skyrme-HFB 計算 [10] によって得られた四重極変形度、ペアリングギャップを再現するように決定した。四重極型の対相関力の強さは文献 [11] に従って決定した。そのほかのパラメータの詳細は文献 [6, 7, 12] を参照。

ASCC 法で求めた $^{68,70}\text{Se}$ の集団経路を変形ポテンシャル上に射影したものが図 1 である。どちらの場合も、オブレート変形領域とプロレート変形領域に HFB 平衡点がある。また、ポテンシャル曲面は $\beta = 0$ の球形では極大となっており、 $\beta \sim 0.3$ 程度に変形した非軸対称領域が谷になっている。集団経路を求める際、それぞれ 2 つあるうちの片方

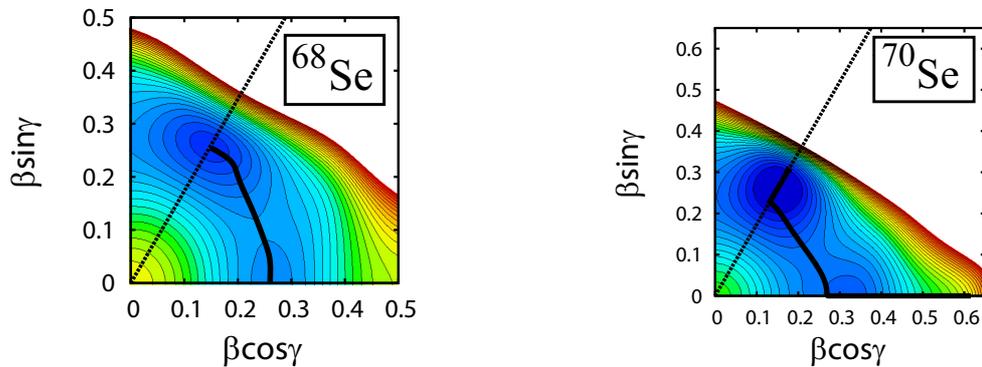


図1 $^{68,70}\text{Se}$ の集団経路。実線が集団経路を (β, γ) 変形ポテンシャル曲面上に射影したものの。等高線は 100keV ごとに書かれている。文献 [6] より転載。

の HFB 平衡点から計算を始めているが、もう片方の平衡点に集団経路は到達しており、1次元の集団座標によって、これらのオブレート・プロレート変形共存ダイナミクスの本質的な部分は記述できることを示している。集団経路は主に非軸対称四重極変形の自由度で書かれており、しばしば生成座標法の計算では省略されるこの自由度がオブレート・プロレート変形混合に重要となる。

図2、3は ^{68}Se および ^{70}Se の集団経路上での諸量をプロットしたものである。 ^{68}Se では、非軸対称変形度 γ が 60° から 0° まで変わる間に軸対称四重極変形 β が集団経路上であまり変化がないことから、この集団経路では非軸対称変形の自由度が重要な役割を担っていることが見て取れる。図中の慣性モーメントは moving-frame 状態での Thouless-Valatin 値であるが、軸対称の極限では対称軸以外の二つの軸まわりの慣性モーメントは一致し、対称軸まわりの慣性モーメントはゼロとなる。このように、その振る舞いは渦なし流体値と類似している。集団質量 $M[s(q)]$ はスケール $ds = \sqrt{d\beta^2 + \beta^2 d\gamma^2}$ に対して $M[s(q)] = B^{-1}(q)(ds/dq)^{-2}$ をプロットしたものである。このように ASCC 法では集団座標のみならずその座標のスケーリングを与える集団質量も moving-frame QRPA 方程式によって決定することが出来る。

^{70}Se ではプロレート変形の HFB 平衡点周りでの最小エネルギーの moving-frame QRPA モードは $K=0$ の β 振動モードであり、そのため平衡点付近では集団経路は対称軸と一致する。この軸対称性は $q=0.4$ 付近で破れ、集団経路は非軸対称変形の方に向かう。このような集団経路途中での軸対称性の破れを記述するためには式(18)のような軸対称性を仮定しない初期条件を用いることが重要となる。 $q=1.8$ 付近でオブレート側の対称軸に達して集団経路は再び対称軸と一致し、オブレート平衡変形に到達する。平衡変形を超えた後は、 β 振動と中性子の対振動が強く混合し、中性子のペアリングギャップがゼロになるあたりで経路は止まる。

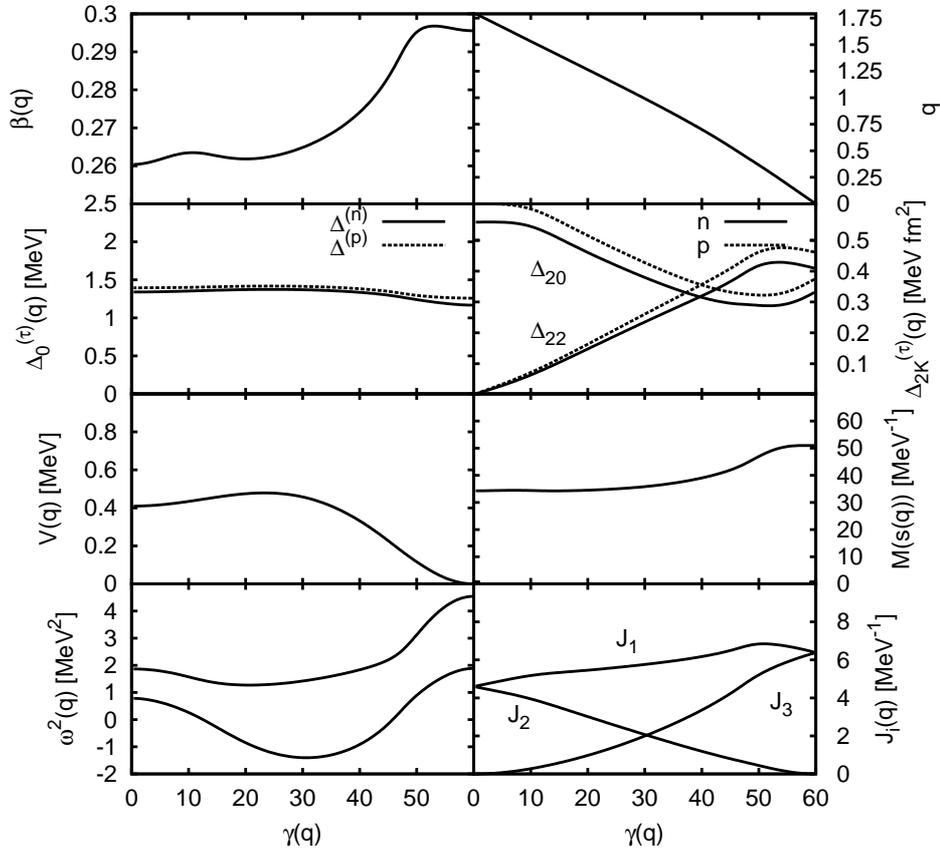


図 2 ^{68}Se に対する ASCC 基本方程式の解。monopole pairing gap, $\Delta_0^{(\tau)}(q)$, quadrupole pairing gaps $\Delta_{20}^{(\tau)}(q)$, $\Delta_{22}^{(\tau)}(q)$, 集団ポテンシャル $V(q)$, 振動の集団質量 $M(s(q))$, 慣性モーメント $J_i(q)$, 最低エネルギーおよび二番目の moving-frame QRPA 振動エネルギー二乗 $\omega^2(q) = B(q)C(q)$, 軸対称四重極変形度 $\beta(q)$ および正準集団座標 q を $\gamma(q)$ の関数として、集団経路に沿ってプロット。文献 [6] より転載。

4 今後の課題

^{70}Se の場合に議論したように、1次元集団経路はペアリングギャップがゼロになる付近までしか連続的に求めることができない。これは、超伝導相から通常相への相転移付近においては、ペアリングギャップの大きさを変化させるようなペアリング振動モードが最も低エネルギーでの集団モードとなるからである。また、ASCC 法を解く際に用いてきた ETOP ゲージもペアリングギャップがゼロの点で特異点となるため、他のゲージを用いる必要性が出てくるであろう。このように対相関に関して相転移がある場合の取り扱いは今後の課題として挙げられる。

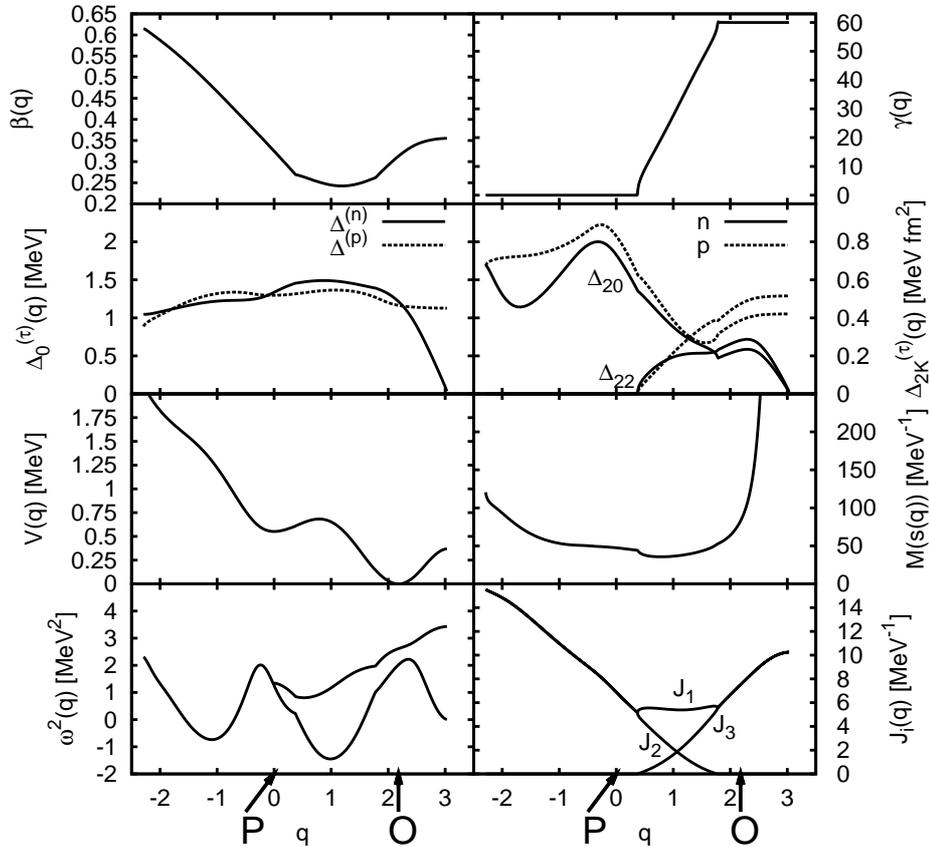


図3 ^{70}Se に対する ASCC 基本方程式の解。集団経路上の $q = 0$ はプロレートのポテンシャル極小点、オブレートのポテンシャル最小点は $q = 2.18$ に対応する。それぞれ P および O として図中に示す。文献 [6] より転載。

また、多次元への拡張も重要な課題である。ASCC 法の基礎方程式においては、集団変数と非集団変数が最大限分離していることが理論的に要請されている。図3に示される通り、 ^{70}Se のプロレート変形平衡点付近において、2つの moving-frame QRPA モード ($K = 0, 2$) がエネルギー的にもほぼ縮退している。今回は集団経路を1次元と仮定したが、このような場合には β, γ 両方の自由度が集団的自由度として寄与すると考えられる。

また、よく知られた例では、典型的な球形核の四重極振動を記述するには、四重極の5つの自由度すべてを取り扱う必要がある。このように記述したい現象によっては複数の集団座標を同時に取り扱う必要がある。

このような多次元集団部分空間に対する ASCC 法の基本方程式は議論されている [4] が、具体的な計算は行われていない。1次元の場合の手順を拡張して、自己無撞着に多次元集団部分空間を求めることは今後の重要な理論的課題である。

ASCC 法の 2 次元集団部分空間の応用として、自由度を四重極変形 (β, γ) に限り、Bohr-Mottelson 型の集団 Hamiltonian を求める CHF+LQRPA 法 [13] については本研究会の佐藤氏の報告を参照されたい。

5 まとめ

ASCC 法の基本方程式を粒子数の共役量であるゲージ空間での回転角の関係する変換に対して不変となるように定式化した。この変換不変性を保持することによって、対回転の自由度と分離させて大振幅集団運動の自由度を決定することが出来る。

また、このゲージ不変な ASCC 法を用いて、 $^{68,70}\text{Se}$ のオブレート・プロレート変形共存の集団経路を微視的に導出した。自己無撞着に求められた 1 次元の集団経路によってオブレート平衡変形状態とプロレート平衡変形状態が繋がった。これは異なった変形状態を混ぜるダイナミクスは 1 次元の自由度によって本質的に記述出来ることを示唆している。また、求めた集団経路では非軸対称変形の自由度が重要な役割を担っていることを示した。

参考文献

- [1] K. Matsuyanagi, M. Matsuo, T. Nakatsukasa, N. Hinohara, and K. Sato, *J. Phys. G* **37**, 064018 (2010).
- [2] T. Marumori, T. Maskawa, F. Sakata, and A. Kuriyama, *Prog. Theor. Phys.* **64**, 1294 (1980).
- [3] M. Matsuo, *Prog. Theor. Phys.* **76**, 372 (1986).
- [4] M. Matsuo, T. Nakatsukasa, and K. Matsuyanagi, *Prog. Theor. Phys.* **103**, 959 (2000).
- [5] N. Hinohara, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, and K. Matsuyanagi, *Prog. Theor. Phys.* **117**, 451 (2007).
- [6] N. Hinohara, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, and K. Matsuyanagi, *Phys. Rev. C* **80**, 014305 (2009).
- [7] M. Kobayasi, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, and K. Matsuyanagi, *Prog. Theor. Phys.* **113**, 129 (2005).
- [8] J. Ljungvall, A. Gorgen, M. Girod, J.-P. Delaroche, A. Dewald, C. Dossat, E. Farnea, W. Korten, B. Melon, R. Menegazzo, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 102502 (2008).
- [9] S. M. Fischer, D. P. Balamuth, P. A. Hausladen, C. J. Lister, M. P. Carpenter,

- D. Seweryniak, and J. Schwartz, Phys. Rev. Lett. **84**, 4064 (2000).
- [10] M. Yamagami, K. Matsuyanagi, and M. Matsuo, Nucl. Phys. A **693**, 579 (2001).
- [11] H. Sakamoto and T. Kishimoto, Phys. Lett. B **245**, 321 (1990).
- [12] N. Hinohara, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. **119**, 59 (2008).
- [13] N. Hinohara, K. Sato, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, and K. Matsuyanagi, Phys. Rev. C **82**, 064313 (2010).

Constrained HFB + Local QRPA 法による大振幅集団運動の 記述

佐藤 弘一

京都大学理学研究科/理研仁科センター

概要

我々は Adiabatic self-consistent collective coordinate 法に基づいて、5 次元四重極 Hamiltonian を微視的に決定する方法を開発した。この方法では、集団 Hamiltonian における振動及び回転の慣性質量が (β, γ) 平面上の各点で得られた constrained Hartree-Fock-Bogoliubov 状態上の局所的 normal mode によって決定される。この様に決定された慣性質量は平均場の time-odd 成分からの寄与を含んでいる。ここでは、この方法を ^{68}Se および ^{72}Kr の低励起状態における oblate-prolate 変形共存現象に対して適用した結果を紹介する。クランキング質量との比較を行い、平均場の time-odd 成分が慣性質量を増大されることを示す。集団 Schrödinger 方程式を解くことで得られた励起エネルギーや四重極遷移強度は実験値との良い一致を見せている。

1 イントロダクション

この研究の主要な目的は、原子核の低励起状態において最も重要な運動の 1 つである四重極振動と回転運動を取り扱う 5 次元四重極 Hamiltonian(一般的な Bohr-Mottelson Hamiltonian と呼ばれる)[1] を微視的に導出する理論を作ることである。よく知られているように、四重極 Hamiltonian は、集団ポテンシャルの他に 6 つの慣性質量 (3 つの振動に対する慣性質量と 3 つの回転の慣性モーメント) を持っており、それらは一般に変形度の関数である。

これらの慣性質量は普通、断熱的摂動論的な取扱いや [2]、それに超流動の効果を取り込んだ Inglis-Belyaev (IB) クランキング質量 [3] によって計算される。しかし、これらの最も大きな欠点は平均場の time-odd 項が無視されており、理論の自己無撞着性破られていることである。我々はこのような IB クランキング質量の欠点を克服できる新たな方法を提案する。

この研究において我々は Adiabatic self-consistent collective coordinate (ASCC) 法 [4, 5] に基づいて、5 次元の四重極集団 Hamiltonian を微視的に決定する実用的な方法を提案する。この方法の中心的なコンセプトは、 (β, γ) 平面上の各点で定義された constrained Hartree-Fock-Bogoliubov (CHFb) 状態上での局所的 normal mode である。これらの局所的 normal mode は QRPA (quasi-particle random phase approximation) 方程式の非 HFB 平衡点上への拡張である Local QRPA (LQRPA) 方程式を解くことによって得られる。それゆえ、我々はこの方法を CHFb + LQRPA 法と呼んでいる。この枠組みでは、いかなる有効相互作用やエネルギー密度汎関数も微視的相互作用として用いることができる。この方法の特長の 1 つは、IB クランキング質量では取り込まれていない平均場の time-odd 成分からの寄与を含んでいることである。ここでは、CHFb+LQRPA 法を、 ^{68}Se および ^{72}Kr に適用した例 [6, 7] を紹介する。また、IB クランキング質量と、CHFb+LQRPA 法を用いて得られた LQRPA 質量の比較を行い、平均場の time-odd 成分が慣性質量に与え

る効果を議論する。

2 CHFBLQRPA 法の定式化

2.1 5次元四重極集団 Hamiltonian と集団 Schrödinger 方程式

この研究では我々は、ASCC 法に基づいて、5次元の四重極 Hamiltonian

$$\mathcal{H}_{\text{coll}} = T_{\text{vib}} + T_{\text{rot}} + V(\beta, \gamma), \quad (1)$$

$$T_{\text{vib}} = \frac{1}{2} D_{\beta\beta}(\beta, \gamma) \dot{\beta}^2 + D_{\beta\gamma}(\beta, \gamma) \dot{\beta} \dot{\gamma} + \frac{1}{2} D_{\gamma\gamma}(\beta, \gamma) \dot{\gamma}^2, \quad (2)$$

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \mathcal{J}_k(\beta, \gamma) \omega_k^2, \quad (3)$$

を微視的に決定する。ここで T_{vib} , T_{rot} 及び V は振動エネルギー、回転エネルギー、そして集団ポテンシャルエネルギーを表している。この Hamiltonian は古典的であるので、Pauli の処方によって量子化を行い、集団 Schrödinger 方程式を解くことで、励起エネルギーや $E2$ 遷移強度などの物理量を求める。

2.2 ASCC 法の基本方程式

ASCC 法の基本方程式は、moving-frame HFB 方程式

$$\delta \langle \phi(\mathbf{q}) | \hat{H}_M(\mathbf{q}) | \phi(\mathbf{q}) \rangle = 0, \quad (4)$$

$$\hat{H}_M(\mathbf{q}) = \hat{H} - \sum_{\tau} \lambda^{(\tau)}(\mathbf{q}) \tilde{N}^{(\tau)} - \sum_i \frac{\partial V}{\partial q^i} \hat{Q}^i(\mathbf{q}) \quad (5)$$

および moving-frame QRPA 方程式,

$$\delta \langle \phi(\mathbf{q}) | [\hat{H}_M(\mathbf{q}), \hat{Q}^i(\mathbf{q})] - \frac{1}{i} \sum_k B^{ik}(\mathbf{q}) \hat{P}_k(\mathbf{q}) + \frac{1}{2} \left[\sum_k \frac{\partial V}{\partial q^k} \hat{Q}^k(\mathbf{q}), \hat{Q}^i(\mathbf{q}) \right] | \phi(\mathbf{q}) \rangle = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \delta \langle \phi(\mathbf{q}) | [\hat{H}_M(\mathbf{q}), \frac{1}{i} \hat{P}_i(\mathbf{q})] - \sum_j C_{ij}(\mathbf{q}) \hat{Q}^j(\mathbf{q}) \\ & - \frac{1}{2} \left[\left[\hat{H}_M(\mathbf{q}), \sum_k \frac{\partial V}{\partial q^k} \hat{Q}^k(\mathbf{q}) \right], \sum_j B_{ij}(\mathbf{q}) \hat{Q}^j(\mathbf{q}) \right] - \sum_{\tau} \frac{\partial \lambda^{(\tau)}}{\partial q^i} \tilde{N}^{(\tau)} | \phi(\mathbf{q}) \rangle = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

で与えられる。これらを自己無撞着に解くことで、集団多様体上の各点での moving-frame HFB 状態 $|\phi(\mathbf{q})\rangle$ と無限小生成子 $\hat{Q}^i(\mathbf{q}), \hat{P}^i(\mathbf{q})$ を決定する。

集団 Hamiltonian は、以下の様に微視的 Hamiltonian の期待値として与えられ、集団ポテンシャルと集団質量 (の逆数) はそれぞれ、集団運動量に対する展開の 0 次と 2 次の係数で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \mathbf{n}) &= \langle \phi(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \mathbf{n}) | \hat{H} | \phi(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \mathbf{n}) \rangle \\ &= V(\mathbf{q}) + \sum_{ij} \frac{1}{2} B^{ij}(\mathbf{q}) p_i p_j + \sum_{\tau} \lambda^{(\tau)}(\mathbf{q}) n^{(\tau)}, \end{aligned} \quad (8)$$

2次元 ASCC 法においては、我々は四重極変形度の変数 (β, γ) と 1:1 対応がある 2つの集団座標 (q^1, q^2) の存在を仮定することで四重極集団 Hamiltonian の質量を計算する。

3 Constrained HFB + Local QRPA 方程式

ASCC 法の基本方程式の解は、moving-frame HFB 方程式 (4) と moving-frame QRPA 方程式 (6) を逐次的に解くことにより、自己無撞着に決定できる。しかし、これらの方程式を逐次的に解き、2次元の超平面を TDHFB 空間から抽出する事は非常に大きな計算を必要とする。そこで、我々は ASCC 法の基本方程式を簡単化するための近似を導入する。まず、式 (6),(7) の第 3 項 (曲率項) を落とす。(これらの項は HFB 平衡点においては消える。) 次に、moving-frame HFB Hamiltonian $\hat{H}_M(\mathbf{q})$ と moving-frame HFB 状態 $|\phi(q^1, q^2)\rangle$ を、それぞれ、CHFHB Hamiltonian $\hat{H}_{\text{CHFHB}}(\beta, \gamma)$ と CHFHB 状態 $|\phi(\beta, \gamma)\rangle$ に置き換える。

これにより、moving-frame HFB 方程式は、CHFHB 方程式

$$\delta \langle \phi(\beta, \gamma) | \hat{H}_{\text{CHFHB}}(\beta, \gamma) | \phi(\beta, \gamma) \rangle = 0, \quad (9)$$

$$\hat{H}_{\text{CHFHB}}(\beta, \gamma) = \hat{H} - \sum_{\tau} \lambda^{(\tau)}(\beta, \gamma) \tilde{N}^{(\tau)} - \sum_{m=0,2} \mu_m(\beta, \gamma) \hat{D}_{2m}^{(+)} \quad (10)$$

に置き換えられる。中性子数と陽子数、および 2 つの 4 重極変形度のパラメーターの計 4 つについて拘束条件が課せられる。

moving frame QRPA 方程式 (6) および (7) は

$$\delta \langle \phi(\beta, \gamma) | [\hat{H}_{\text{CHFHB}}(\beta, \gamma), \hat{Q}^i(\beta, \gamma)] - \frac{1}{i} \hat{P}_i(\beta, \gamma) | \phi(\beta, \gamma) \rangle = 0, \quad (i = 1, 2) \quad (11)$$

および

$$\delta \langle \phi(\beta, \gamma) | [\hat{H}_{\text{CHFHB}}(\beta, \gamma), \frac{1}{i} \hat{P}_i(\beta, \gamma)] - C_i(\beta, \gamma) \hat{Q}^i(\beta, \gamma) | \phi(\beta, \gamma) \rangle = 0. \quad (i = 1, 2) \quad (12)$$

に簡単化される。ここで無限小生成子 $\hat{Q}^i(\beta, \gamma)$ と $\hat{P}_i(\beta, \gamma)$ は (β, γ) 平面上の各 CHFHB 状態 $|\phi(\beta, \gamma)\rangle$ に対して、局所的に定義された演算子である。これらの方程式を解くことで、 (β, γ) 平面の各点で $\hat{Q}^i(\beta, \gamma)$, $\hat{P}_i(\beta, \gamma)$, および $C_i(\beta, \gamma) = \omega_i^2(\beta, \gamma)$ を決定する。これらの方程式は、負の曲率 ($C_i(\beta, \gamma) < 0$) に対しても有効であることに注意されたい (この時、QRPA 振動数 $\omega_i(\beta, \gamma)$ は虚数となる)。

我々は上の方程式を 'local QRPA (LQRPA) 方程式' と呼ぶ。LQRPA 方程式 (11) および (12) は 2 つ以上の解を持つため、適切な解を選ぶ必要がある。我々は 2 つの集団的なモードを

$$W(\beta, \gamma) = \{D_{\beta\beta}(\beta, \gamma)D_{\gamma\gamma}(\beta, \gamma) - [D_{\beta\gamma}(\beta, \gamma)]^2\} \beta^{-2}. \quad (13)$$

を最小にするペアとして選ぶ。

4 陽子過剰 Se および Kr 同位体における変形共存現象への応用

CHFHB+LQRPA 法の原子核の適用の最初の例として、ここでは陽子過剰 Se および Kr 同位体の低励起状態における変形共存現象へ適用した例を紹介する。この計算では、微視的相互作用として quadrupole pairing 相互作用を含んだ P+Q 模型を用いた。(なお、conventional な P+Q 模型の取扱いに従って Fock 項は落とされている。以下で HFB の代わりに HB と書かれているのはそのためである。) より詳細については、Se については [6]、Kr については [7] を参照されたい。

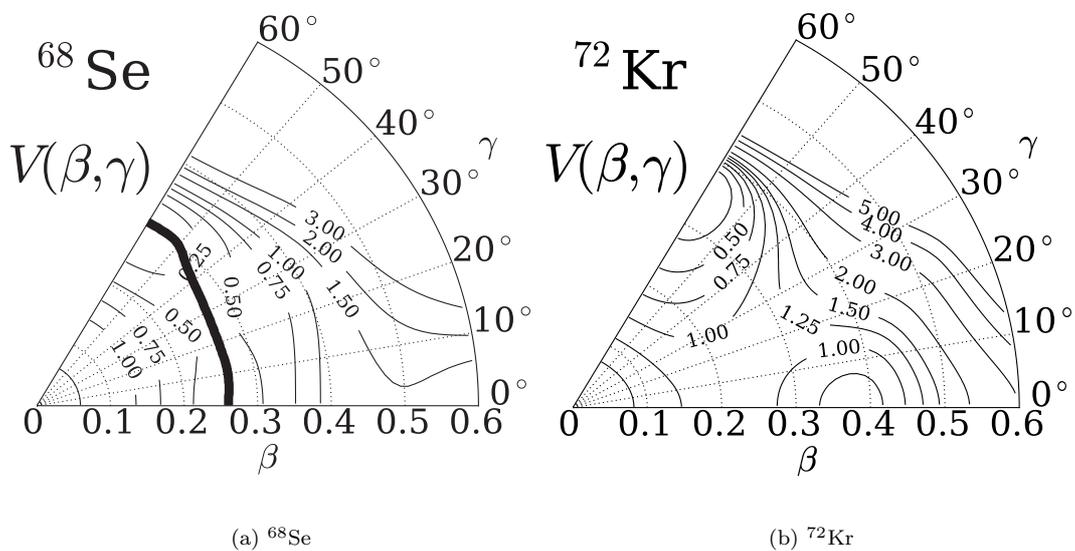


図1 ^{68}Se および ^{72}Kr に対する 集団ポテンシャルエネルギー表面 $V(\beta, \gamma)$ 。等高線上の数値の単位は MeV。 ^{68}Se では、1次元の ASCC 法によって決定された oblate の HB 極小点と prolate の HB 極小点をつなぐ集団経路が太い実線で示されている。

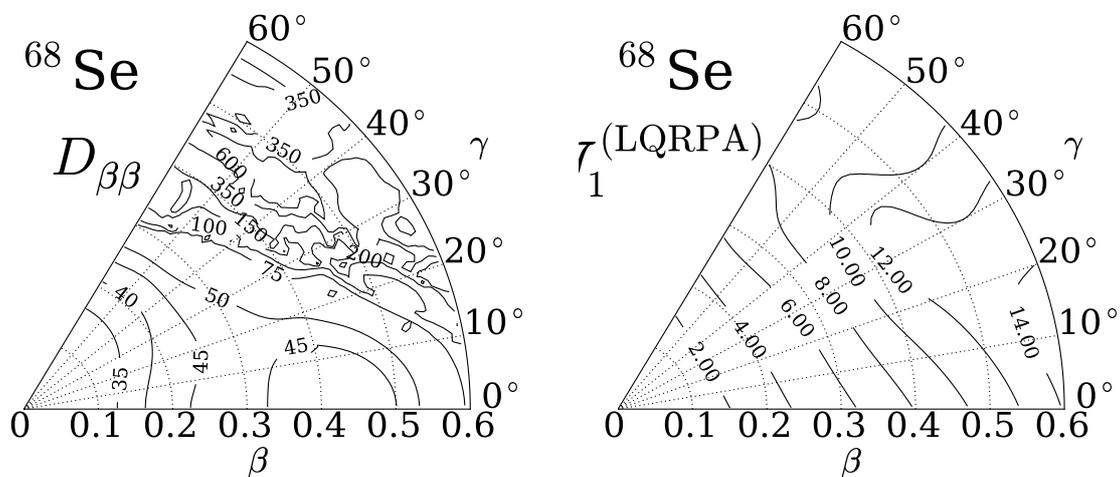


図2 ^{68}Se に対する振動の LQRPA 慣性質量 $D_{\beta\beta}(\beta, \gamma)[\text{MeV}^{-1}]$ と回転の LQRPA 慣性モーメント $J_1(\beta, \gamma)[\text{MeV}^{-1}]$

図1に ^{68}Se および ^{72}Kr の集団ポテンシャルを示す。いずれの場合においても、oblate 側と prolate 側に極小点を持っており、prolate 極小点は、oblate 極小点よりも数百 keV ほど高い。また、球形は極大点となっている。Se の場合には、1次元の ASCC 法により得られた集団経路も示した。集団経路は、非軸対称領域を走り、球形の点は通らないことが分かる。

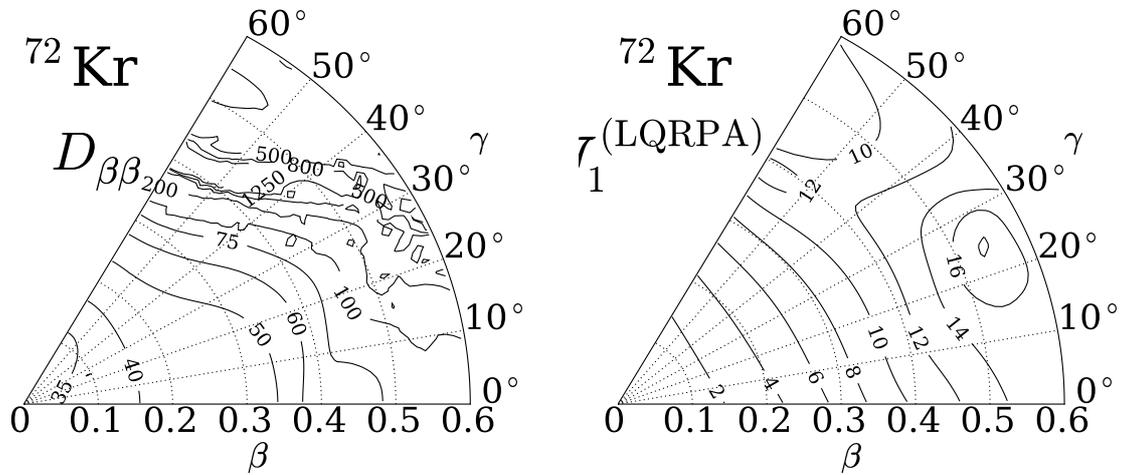


図3 ^{72}Kr に対する振動の LQRPA 慣性質量 $D_{\beta\beta}(\beta, \gamma)$ [MeV $^{-1}$] と回転の慣性モーメント [MeV $^{-1}$]

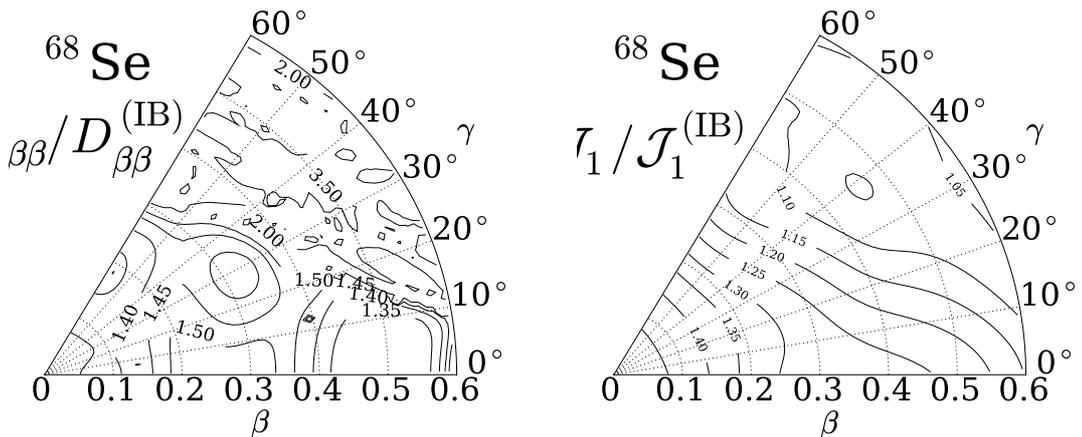


図4 ^{68}Se に対する振動および回転に対する LQRPA 慣性質量とクランキング質量との比

図2、3に ^{68}Se および ^{72}Kr に対するLQRPA振動質量とLQRPA慣性モーメントをプロットした。 ^{68}Se 、 ^{72}Kr 、いずれの場合も振動の慣性質量は、 (β, γ) の強い依存性を持っていることが分かる。また、慣性モーメントもirrotationalな慣性モーメントからの顕著なずれが見られる。図4には、 ^{68}Se に対する振動および回転のLQRPA質量とIBクランキング質量との比、 $D_{\beta\beta}/D_{\beta\beta}^{(\text{IB})}$ および $\mathcal{J}_1/\mathcal{J}_1^{(\text{IB})}$ をプロットした。振動、回転いずれも $\beta-\gamma$ 平面全体でLQRPA質量はクランキング質量より大きく、またこれらの比は (β, γ) に大きく依存している。この結果は、クランキング近似を越えて平均場のtime-odd成分を取り入れることの重要性を示している。

図5に、 ^{68}Se の励起エネルギーおよび $B(E2)$ を図6に波動関数2乗を示す。図5では、比較のため(1+3)次元のASCCで得られた結果と、クランキング質量を用いた5次元四重極Hamiltonianによる結果を示している。また、これらの低励起状態の2つないしは3つのバンドへの分類は、 $E2$ 遷移の強度と波動関数の構造に基づいて行っている。図6では、波動関数の2乗に β^4 という因子をかけたものをプロットしている。この

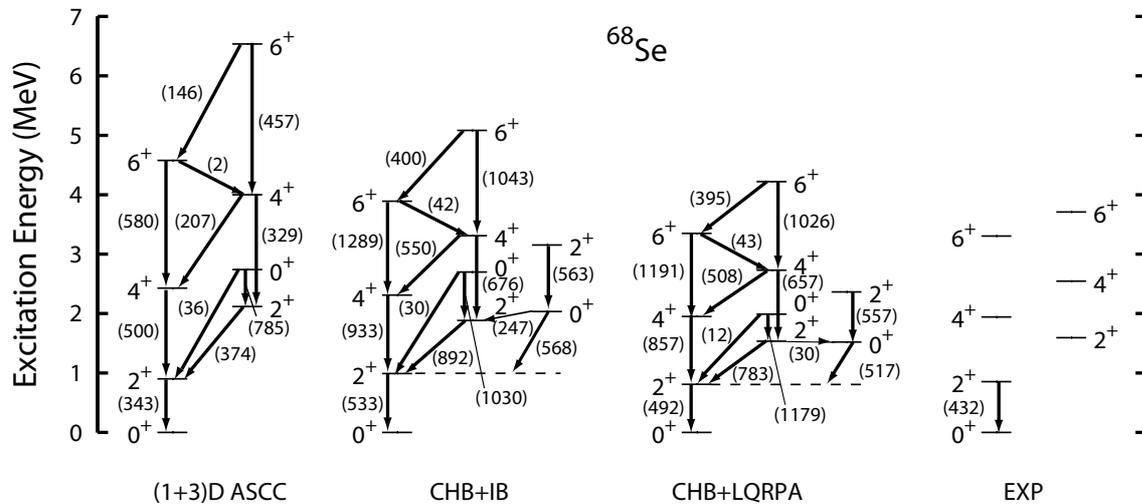


図5 CHFB+LQRPA法によって求めた ^{68}Se に対する励起スペクトルと $B(E2)$ 値と実験値[8-10]。比較のため、IBクランキング質量を使った結果と、(1+3)次元のASCC法により計算した結果も示してある。図では、(1+3)D ASCC法がCHB+LQRPA法の少なくともいずれかで1 Weisskopf単位を越える $B(E2)$ を $e^2\text{fm}^4$ の単位で示した。

因子は、5次元空間の体積要素の主要な β 依存性を担っている。

これらの低励起状態の特徴は、大振幅の γ 方向への形の揺らぎである。 $2_1^+, 4_1^+$ の波動関数はoblate形付近に、 $2_2^+, 4_2^+, 6_2^+$ の波動関数はprolate形付近に局在化しているものの波動関数はいずれも、非軸対称領域に大きく広がっている。とりわけ、 $4_2^+, 6_2^+$ の波動関数はoblate側とprolate側の両方にピークを持っている。また、 6_1^+ の波動関数が非軸対称領域にピークを持っているのは、そこで慣性モーメントが大きくなっているためである。波動関数のピークは角運動量とともに、変形度が大きい方へシフトしていくのが分かる。これは慣性モーメントを増大させることで、回転エネルギーを下げる遠心力効果であり、この効果は、集団経路が固定されている(1+3)次元ASCC計算では見られない。この違いは、 $B(E2; 6_1^+ \rightarrow 4_1^+)$ の値が5次元の計算において、(1+3)次元ASCC計算よりもはるかに大きくなっていることに現れている。

5次元の計算では $0_2^+, 2_3^+$ からなるバンドを得た。これらの状態は β 方向にノードを持っており、大振幅の γ 振動の上に β 振動が励起した状態と見ることができる。当然のことだが、(1+3)次元のASCC計算では、集団経路が γ 方向に走っているため、このような状態は出てこない。

$E2$ 遷移強度の計算結果は、 γ -unstable的な状況を強く残している。たとえば、 $B(E2; 6_2^+ \rightarrow 6_1^+)$ 、 $B(E2; 4_2^+ \rightarrow 4_1^+)$ 及び $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ の値が $B(E2; 6_2^+ \rightarrow 4_1^+)$ 、 $B(E2; 4_2^+ \rightarrow 2_1^+)$ 、 $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ に比べはるかに大きいことである。これらの特徴は、 ^{68}Se の低励起状態が理想的なoblate-prolate変形共存と、Wilets-Jean γ -unstableモデルの中間的な状況にあることを示している。我々は、Bohr-Mottelson集団Hamiltonianを用いたモデル解析で、oblate-prolate変形共存、 γ -unstableモデル、および、それらの中間的な状況が、集団ポテンシャルと慣性質量のoblate-prolate非対称性を決める2つのパラメータを調節することで統一的に記述できることを示した[11]。 $4_2^+, 6_2^+$ の波動関数における2ピークの出現も ^{68}Se の低励起状態が理想的なoblate-prolate変形共存と γ -unstableモデルの中間的な状況にあることを示唆している。

次に、クランキング質量を使って得られた結果とLQRPA質量を使って得られた結果を比較しよう。図4から予想されるとおり、クランキング質量を使った結果では励起エネルギーを実験値よりも高く見積もってし

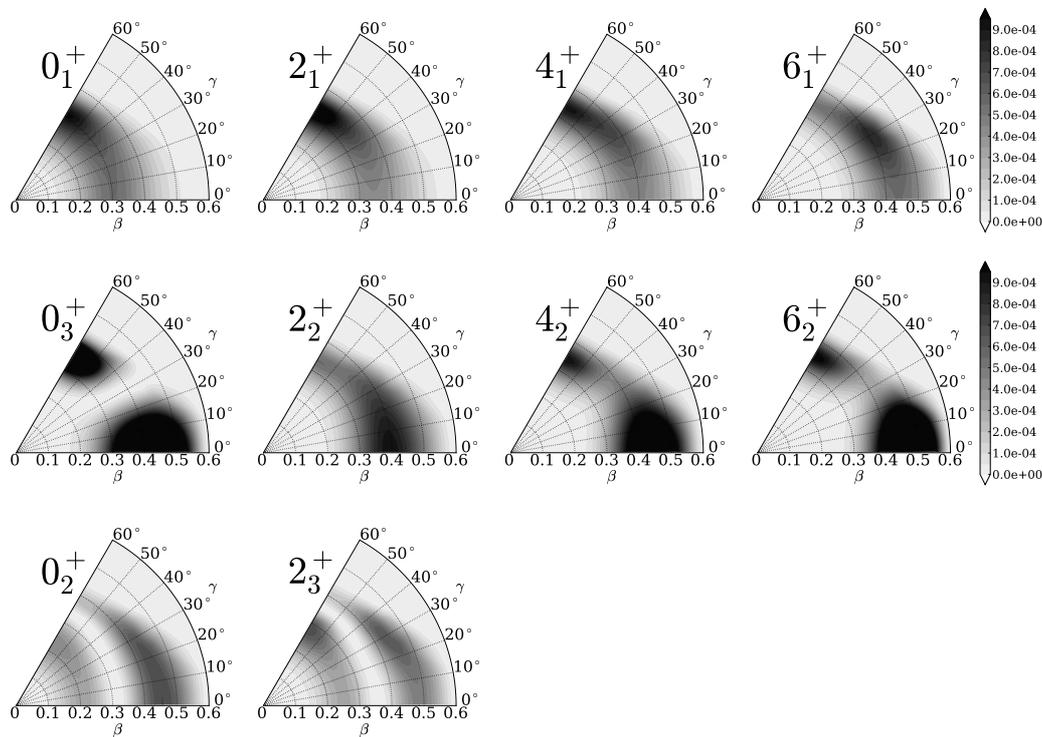


図6 ^{68}Se に対する波動関数 2 乗 $\beta^4 |\Phi_{\alpha I}(\beta, \gamma)|^2$

まっており、LQRPA 質量を使った結果の方が、実験との良い一致を見せている。

図7に ^{72}Kr に対する励起スペクトルを、図8に波動関数2乗を示した。この場合もやはり、LQRPA 質量を使った方がクラッキング質量を使った場合より、励起エネルギーが下がり、実験と良く合うことがわかる。特に、 0_2^+ の状態ははるかに良い一致を見せている。

集団波動関数は、基底状態では oblate 側のポテンシャル最小点の回りにピークを持っているが、prolate 側にかなり tail が伸びている。角運動量が上がるにつれ、ピークが発達し波動関数の局在化が進む。 0_2^+ の波動関数は2つの成分からなっている：1つは oblate 側の鋭いピーク、もう1つは prolate 側に幾分広く広がった成分である。 β 方向にノードはあるものの、 γ 振動的な成分が強く混ざっている。 0_2^+ 状態とは対照的に、 $2_2^+, 4_2^+, 6_2^+$ 状態では β 振動的成分は弱い。 $I=2$ では、oblate 側、prolate 側両方にピークを持っているが、角運動量が上がるにつれ、oblate ピークは急速に小さくなり、prolate ピークは成長する。これは、yrast 状態との直交性のためである。波動関数の局在化の発達は、バンド間 E2 遷移の強度に強く反映されている。始状態同じ角運動量を持った終状態へのバンド間遷移は角運動量が上がるにつれ小さくなる。これらの結果は、角運動量の増加とともに変形共存的な性格が強くなることを示している。

5 まとめ

我々は ASCC 法に基づいて、5次元四重極集団 Hamiltonian を微視的に決定する方法として CHFB+LQRPA 法を開発した。この方法を ^{68}Se 及び ^{72}Kr の低励起状態における変形共存/混合現象に適用した数値計算の結果は、実験との良い一致を示している。我々は、クラッキング質量を使った結果との比較を

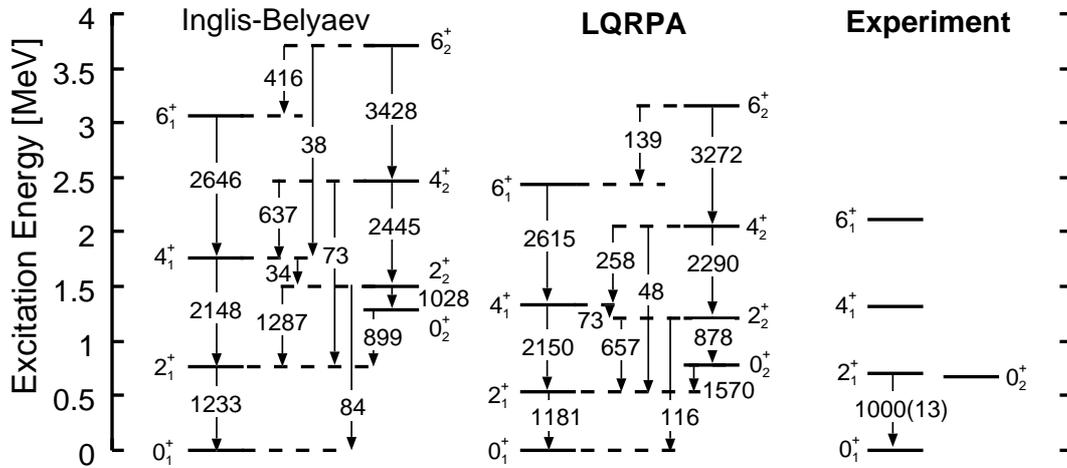


図 7 ^{72}Kr に対する励起エネルギー [MeV] と $B(E2)[e^2\text{fm}^4]$ 。実験値は [9, 12, 13] からとった。1 Weisskopf 単位より大きい $B(E2)$ を示してある。

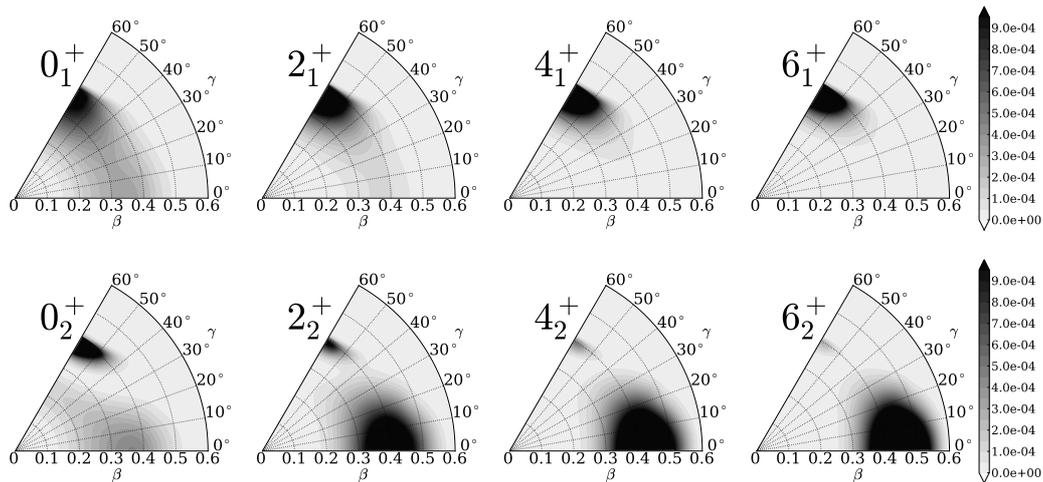


図 8 ^{72}Kr に対する波動関数 2 乗 $\beta^4 |\Phi_{\alpha I}(\beta, \gamma)|^2$

行い、平均場の time-odd 成分が振動および回転の慣性質量を著しく増大させ、実験値がよりよく再現されることを見た。また、計算結果はこれらの原子核の低励起状態が理想的な変形共存と、 γ 不安定極限との中間的な状況にあることが示している。加えて、回転の効果によって、変形混合が抑制される可能性があることも示された。

CHFB+LQRPA 法を種々の集団現象に適用するとともに、密度汎関数理論に基づく Skyrme 相互作用の用いた計算や、自己無撞着な (2+3) 次元 ASCC 法の計算への拡張が次なる課題である。

謝辞

著者は、理研ジュニアリサーチアソシエイトプログラムから補助を受けています。数値計算は、京都大学基礎物理学研究所 Altix3700 BX2 と RIKEN Cluster of Clusters (RICC) facility で行われました。

参考文献

- [1] A. Bohr, B. R. Mottelson, W-A. Benjamin Inc., 1975.
- [2] D. R. Inglis, Phys. Rev. 96 (1954) 1059.
- [3] S. Beliaev, Nucl. Phys. 24 (1961) 322.
- [4] M. Matsuo, T. Nakatsukasa, K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. 103 (2000) 959.
- [5] N. Hinohara, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. 117 (2007) 451.
- [6] N. Hinohara, K. Sato, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, K. Matsuyanagi, Phys. Rev. C (2011).
- [7] K. Sato, N. Hinohara, Nucl. Phys. A (2011) 53.
- [8] S. M. Fischer, D. Balamuth, P. Hausladen, C. Lister, M. Carpenter, D. Seweryniak, J. Schwartz, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 4064.
- [9] S. M. Fischer, C. J. Lister, D. P. Balamuth, Phys. Rev. C 67 (2003) 064318.
- [10] A. Obertelli, et al., Phys. Rev. C 80 (2009) 031304.
- [11] K. Sato, N. Hinohara, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. 123 (2010) 129.
- [12] E. Bouchez, et al., Phys. Rev. Lett. 90 (2003) 8.
- [13] A. Gade, et al., Phys. Rev. Lett. 95 (2005) 022502.

Skyrme energy-density functional approach to nuclear collective dynamics

理研仁科センター 吉田賢市
E-mail: Kenichi.Yoshida@riken.jp

概要

密度汎関数法に基づく原子核ダイナミクスの微視的記述に関する最近の進展を紹介する。時間依存密度汎関数理論の小振幅極限である RPA 法を用い Skyrme 型密度汎関数が基底状態のみならず励起状態をも定量的に記述できることを示す。ついで、密度汎関数法の大振幅運動への適用の試みを紹介する。また、これらの計算における超並列計算機の重要な役割について述べる。

1 はじめに

密度汎関数法は電子系に対して発展した理論で、Hohenberg-Kohn による基底状態を厳密に与える密度汎関数の存在定理 [1] と、実際に計算する際の処方箋である Kohn-Sham 軌道の導入 [2] がその核心部分である。

核子系においては、1972 年の Vautherin-Brink による、密度依存項を含むデルタ関数型の有効力を用いた Hartree-Fock (HF) 計算によって、「自己無撞着平均場モデル」が広い質量数領域にある原子核の基底状態の性質（結合エネルギーや半径など）を一つの枠組みで（少数個のパラメータで）記述できることが明らかになった [3]。翌 73 年には変形核へ適用され、四重極モーメントなども合わせて議論できるようになり、核図表上のほとんどの原子核の基底状態を記述できるようになった [4]。ただし、ドリップ線に近い原子核では連続状態との結合が重要になるので、別の理論が必要となる。

出発となるエネルギー密度汎関数は、

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{kin}} + \mathcal{E}_{\text{Sky}} + \mathcal{E}_{\text{Coul}} + \mathcal{E}_{\text{pair}} + \mathcal{E}_{\text{corr}} \quad (1)$$

である。 $\mathcal{E}_{\text{corr}}$ は、重心や回転運動の補正項である。この理論の中心は \mathcal{E}_{Sky} であり、多体効果は全てこの項に含まれる。また、核子系では超流動性は重要な多体相関であることが分かっているので、陽に $\mathcal{E}_{\text{pair}}$ を導入する。

Skyrme エネルギー密度は、

$$\mathcal{E}_{\text{Sky}} = \int d\mathbf{r} \mathcal{H}_{\text{Sky}}(\mathbf{r}), \quad (2)$$

$$\mathcal{H}_{\text{Sky}} = \sum_{t=0,1} \{ \mathcal{H}_t^{\text{TE}}(\mathbf{r}) + \mathcal{H}_t^{\text{TO}}(\mathbf{r}) \} \quad (3)$$

のように time-even (TE) と time-odd (TO) 成分で書かれる。偶偶核の基底状態には TO 成分は見えないので、汎関数にはまだまだ大きな不確定性があることに留意する必要がある。ここで、 $t = 0$: isoscalar, $t = 1$: isovector 成分である。

式 (1) を極小化することで、次のような HF-Bogoliubov(HFB) 方程式を得る:

$$\begin{pmatrix} h^q(\mathbf{r}\sigma) - \lambda^q & \tilde{h}^q(\mathbf{r}\sigma) \\ \tilde{h}^q(\mathbf{r}\sigma) & -(h^q(\mathbf{r}\sigma) - \lambda^q) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_{1,i}^q(\mathbf{r}\sigma) \\ \varphi_{2,i}^q(\mathbf{r}\sigma) \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} \varphi_{1,i}^q(\mathbf{r}\sigma) \\ \varphi_{2,i}^q(\mathbf{r}\sigma) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

一粒子ハミルトニアン h 及び対場 \tilde{h} は、それぞれ式 (1) を密度、対密度に対して汎関数微分することで得られる。 q は neutron または proton を意味する。座標表示の HFB 理論は連続状態も含めた対相関を記述できる [5]。

場の演算子は準粒子の演算子、波動関数を用いて次のように書ける (座標表示での Bogoliubov 変換):

$$\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}\sigma) = \sum_i \varphi_{1,i}(\mathbf{r}\sigma) \hat{a}_i^\dagger + \varphi_{2,i}^*(\mathbf{r}\sigma) \hat{a}_i. \quad (5)$$

2 小振幅運動

小振幅の振動運動は、時間依存密度汎関数理論の線形近似である準粒子 Random-Phase Approximation(QRPA) 法によって記述できる。QRPA 法では、phonon を次のように多数の二準粒子励起の重ね合わせとして近似し、

$$\hat{\Gamma}_\lambda^\dagger = \sum_{ij} \left(X_{ij}^\lambda \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j^\dagger - Y_{ij}^\lambda \hat{a}_j \hat{a}_i \right) \quad (6)$$

運動方程式

$$[\hat{H}, \hat{\Gamma}_\lambda^\dagger] |\Psi_0\rangle = \omega_\lambda \hat{\Gamma}_\lambda^\dagger |\Psi_0\rangle \quad (7)$$

を解く。ハミルトニアン \hat{H} は密度汎関数を用い構築する。(実際に必要なものは、エネルギー密度の二階微分である。) 用いる汎関数を決めれば、基底状態と励起状態は一つの枠組みで記述できる。陽子ドリップ線から中性子ドリップ線、軽い原子核から超重核に亘る広い質量数領域にある原子核の系統的な静的・動的性質を調べることは、現在の核構造理論の大きな流れの一つであり、密度汎関数法に基づくこの方法はその有力な手法の一つである。

よく用いられる密度汎関数のパラメータは、基底状態に関する観測量を再現するように決められている。図 1 は、Skyrme SkM*密度汎関数を用いて得られた Nd 同位体における基底状態の四重極モーメントである。魔法数である $N = 82$ で球形であった原子核が、中性子数の関数として変形が発達する様子が見事に再現されている。

Runge-Gross の定理 [6] では、励起状態は時間依存密度汎関数法の枠組みで厳密に記述できるが、基底状態を厳密に与える密度汎関数が、励起状態をも厳密に与える必要はない。したがって、同じ SkM*汎関数を用いて励起状態を基底状態と同程度の精度で記述できることは自明ではない。

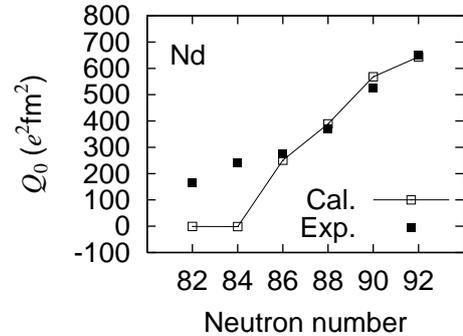


図 1: Nd 同位体の四重極モーメント

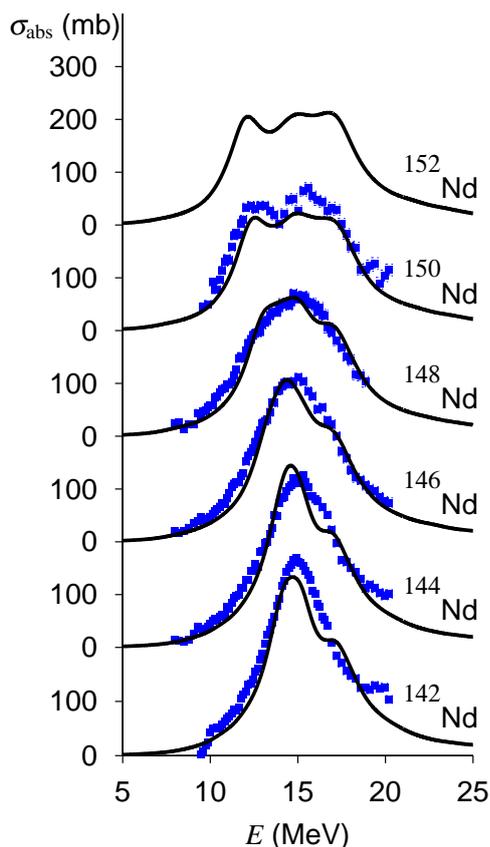


図 2: Nd 同位体の光吸収断面積

その発現機構の解明を進めていかなければならない。

3 大振幅運動

HFB+QRPA という理論的枠組みは、巨大共鳴状態など小振幅集団運動を記述する方法として確立されたものである。いかなる原子核に対してもこの方法を適用するためには、まだ改良しなければならないことはあるが、上で紹介したように“精密計算”の域に達しつつある。一方、核分裂現象に代表される大振幅運動に対する微視的理論に関しては、依然として発展途上である。

集団運動の質量パラメータは、ダイナミクスと直結する重要な量である。最近、Hinoharaらは断熱的自己無撞着集団座標法に基づいて、質量パラメータを決定する方法を見出した [8]。この方法では、HFB+QRPA 計算を集団座標上で、即ち平衡変形の点以外でも行うことにより、振動及び回転に対する質量パラメータを微視的に決定する。具体的には、拘束ポテンシャルを HFB 方程式 (4) に加え、そこで得られた準粒子を用い QRPA 方程式 (7) を解く。

図 3 に、 ^{256}Fm における軸対称変形方向の振動に対する質量パラメータを示す。変形の大きさは、球形から最初の鞍点までである。これより大きな変形領域では、八重極方向へ変形し分裂に向かうことが議論されている [9]。一番上に質量パラメータ (LQRPA) が示

そこで、同じ汎関数を用いて計算した光吸収断面積を図 2 に示す。(計算の詳細は文献 [7] を参照。) ピーク位置、絶対値ともに実験値を良く再現している。観測では、 ^{144}Nd の共鳴幅が ^{142}Nd よりも大きくなっているが、計算ではそれは再現できていない。形状相転移の臨界点近傍にある原子核では特に、モード・モード結合の効果が重要であることを示唆している。一方、HFB レベルで変形すると、変形度の増大とともに共鳴幅が大きくなることや、 ^{150}Nd や ^{152}Nd におけるダブルピーク構造の出現が見事に再現されている。

この結果は、密度汎関数を用いた球形核や変形核に対する系統的な HFB+QRPA 計算により集団運動の微視的理解・予言ができることを示している。また、理研 RIBF などからの新しい実験結果がこれから蓄積されると、観測・計算の対応を通して、汎関数の TO 成分も含めて、次世代の密度汎関数構築に際してユニークな貢献ができることを示唆している。

さらに、低エネルギー領域の双極子振動モードは“ピグミー共鳴”と呼ばれ、宇宙核物理的にも興味を持たれており、今後の系統的計算によって

されている。比較のため、文献 [9] の断熱的 TDHFB 法に基づく結果 (ATDHFB-C) を示してある。この計算では TO 成分を無視している。ATDHFB-C の質量パラメータは、摂動で得られる cranking 公式とほとんど変わらない。

一方、LQRPA の質量パラメータは、極小点近傍では 2-3 倍程度大きくなっており、これは汎関数の TO 成分によるものであると考えられる。ダイナミクスを記述するにあたっては、TO 成分が極めて重要な役割を果たしていることを示している。

図 3(b) は、対応する LQRPA モードのエネルギー自乗を示している。ポテンシャルの曲率を意味し、図 3(c) に描いたポテンシャル曲面との対応関係が見られる。

4 最後に - 計算科学の観点から

文献 [7] の QRPA 計算並列化アルゴリズムは、特に行列要素の計算に関し、並列化効率が極めて高いことが分かった。全核種の巨大共鳴状態の系統的計算・計算核データの構築は、核種並列計算とのセットにより実現可能性が高くなってきた。

核分裂現象の記述のためには、反転対称性を破った HFB+QRPA 計算を一つの核に対して数 100 回程度行わなければならない。しかし、これら HFB+QRPA 計算は全て独立であるので並列化に適している。密度汎関数法に基づいて小振幅・大振幅集団運動を微視的に記述することはまさに大規模並列計算と相性が良く、不安定核物理と並び今後の核構造物理の中心的課題であると考えられる。

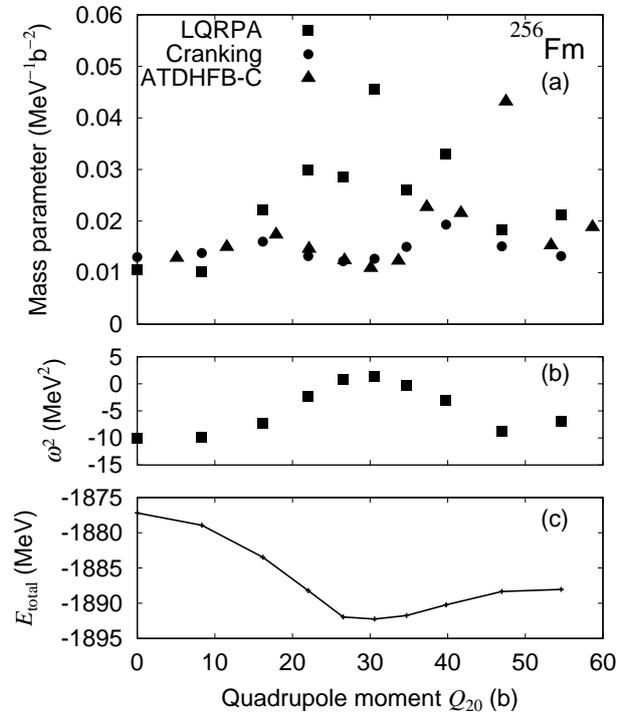


図 3: 上から ^{256}Fm における質量パラメータ、Local QRPA モードのエネルギー及びポテンシャルエネルギー。

参考文献

- [1] P. Hohenberg and W. Kohn, Phys. Rev. **136**, B864 (1964).
- [2] W. Kohn and L. J. Sham, Phys. Rev. **140**, A1133 (1965).
- [3] D. Vautherin and D. M. Brink, Phys. Rev. C **5**, 626 (1972).
- [4] D. Vautherin, Phys. Rev. C **7**, 296 (1973).
- [5] J. Dobaczewski, H. Flocard, and J. Treiner, Nucl. Phys. **A422**, 103 (1984).

- [6] E. Runge and E. K. U. Gross, Phys. Rev. Lett. **52**, 997 (1984).
- [7] K. Yoshida and T. Nakatsukasa, arXiv:1008.1520.
- [8] N. Hinohara, K. Sato, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, and K. Matsuyanagi, Phys. Rev. C **82**, 064313 (2010).
- [9] A. Baran, J. A. Sheikh, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, arXiv:1007.3763.

核分裂の理論：現状と課題

岩本 昭

日本原子力研究開発機構

概要

核分裂現象が発見されてより既に 70 年を超える歳月が経過した。原子核研究の基礎研究に於いても、核分裂はその重要な研究分野として認識され数多くの研究成果が積み重ねられてきたものの、現在に至るまでその全貌が明確に理解されたとは言えない。有限多体系の大規模集団運動という困難な研究対象に挑む立場より、著者が関与した幾つかの理論的側面に話を限り、現状を総括して今後に残されている課題を述べる。

1 多重の核分裂障壁

核分裂を記述するのにその最も基本的な物理量は、核分裂を起こす原子核のとおりうる形状に応じたポテンシャルエネルギー平面である。これを計算するためのモデルとして、巨視的-微視的手法（殻補正法）や拘束条件付きのハートレーフォック法などが用いられる。これらの手法では、拘束条件として用いる形状パラメータを指定する必要がある、そこにもまたモデルが必要となる。本稿ではしかしこれらの諸問題の詳細を議論することはやめて、一般に多数のパラメータによる拘束条件が与えられたときにいかにして物理的に重要となるエネルギー的に低い幾つかの鞍部点を求めるかの議論を行う。簡単を期すために、巨視的-微視的手法を用いた著者たちのモデルに則り説明を行う。

本来の定義からして、核分裂障壁ないし一般の鞍部点を求めるためには、まず最初に求めたい鞍部点を挟む 2 点を指定して、その後この 2 点の間にある鞍部点を求める必要が有る。2 次元までのパラメータ空間ではまだ通常の等高線図を描くことにより、その鞍部点の様子を理解できるが、より高次元になると問題は複雑であり、この 2 点をどのように選ぶかといったことから熟慮する必要が有る。例えば核分裂に於いてかなり一般的に生じる第 2 極小点と、もう 1 点として 2 つの分裂片が離れた配置の点を選んだ場合、普通であれば外側の核分裂障壁が求められる。しかし第 2 極小点は一意的に決められても分裂片が分かれた配位としては、2 分裂片の質量が同じである対称分裂に対応した点と、非対称に分裂した場合とではそれぞれ別の核分裂障壁が求められる。しかも質量非対称分裂の場合には非常に多数のチャンネルが有るために、それぞれに対応して多数の核分裂障壁が生じる可能性があり、実際にそのようなことが生じている。すなわち、多次元のパラメータ（拘束条

件) 空間では多数の鞍部点が生じるために、その全体像を的確に理解するのは至難の業である。

一般的な理解として、ハートレーフォック法のような自己無撞着な理論を用いれば拘束条件をあまり多く用いる必要性が無いのではないか、と思われるかもしれない。実際、エネルギーの極小点や極大点を求めるにあたっては、この自己無撞着の性質が威力を発揮する。しかしながら鞍部点決定では、先に述べたように "近傍" とはいえない 2 点の間の径路が関与するために、拘束条件を十分多くとっておかないと、重要な鞍部点を逃す可能性がある。すなわち、極小点や極大点の決定は局所的な問題に帰することが可能であり、その場合には適切な数値計算の手法も存在するが、鞍部点の決定は局所的には全く別の 2 つの領域の接続の仕方が関係するために、局所的な手法で求めることが出来ない。実際の核分裂反応では、普通基底状態の変形から始まって、最終的に 2 つの (3 つ以上も原理的にはあるが) 分裂片で終わる 2 点の間の鞍部点をすべて求める必要が有る。一般的には 2 点を決めた後も、この 2 点を結ぶ径路は幾つもの局所的には分離された領域を遍歴することとなり、この領域の境目となるランドマークが鞍部点となっている。それゆえ、そのような核分裂径路の決定は普通にいう初期値問題として解くことは不可能であり、必然的に大局的、すなわち最も辿りやすい半古典的な径路を決める問題でも、全ポテンシャルエネルギー表面の情報が必要であり、その知識が無い状態で局所的に径路を決めてゆくことは原理的に不可能である。

なお、具体的に多次元空間での鞍部点を求める手法としては、我々が発展させた水浸し法 (immersion method) と称する手法が最も実用的であると思われる [1,2]。たとえ 2 点を決めた上でもその 2 点を結ぶ鞍部点が多数存在する可能性があり、その様な場合に最も低い鞍部点を求めた後に、その次に低い鞍部点を求めるための手法としてダム法と呼ばれる手法も開発され、静的な多次元ポテンシャル空間の鞍部点の構造解析を遂行することができるようになった。

2 分離点付近の物理

前説で述べたように、核分裂に於いて大きな役割を果たすのが核分裂障壁であるが、一方核分裂の分離点 (scission point) 付近の物理もそれに劣らず興味深い。なぜならそこでは基本的には変形した 1 体場としての原子核が、2 つの分裂片という 2 体場に変化するまさにその境界であるために、普段では現れない興味深い現象が生じる可能性があるからである。その意味では重イオン反応、例えば重イオン核融合反応での 2 核が接する配位は、元々の 2 体場が 1 体場になりゆく境界をなすために核分裂の分離点と良く似た性質を持っている。実際非常に軽い核の核分裂障壁は 2 核が接する形状に非常に近く、それゆえ核分裂分離点とも近い形状をとり、その配位は逆反応である核

融合反応の接触点の性質と共通するものがある。

それでは分離点付近で生じる特異な物理現象としてどのようなものがあるであろうか？ 先ず第1に、形状の不安定性の問題がある。これは古典流体力学で議論されてきた、いわゆるレイリー不安定性との関係で U. Brosa とその共同研究者により核分裂に導入され [3]、分離点直前の配位が細長いネックにより繋がった配位で表され、不安定性によりランダムにネックが切れる仮定の下に質量分布の幅を計算する試みがなされた。同様の意味での不安定性は V.M. Strutinsky による液滴模型の計算 [4] があり、そこでは2つの分裂片距離を拘束条件として液滴模型のエネルギーを極小にする形状をパラメータなしに求めている。具体的な計算としては F. Ivanyk - K. Pomorski による計算があり [5]、そこでは不安定性が生じる点の存在と、そこから派生する尾根道が存在してその上に存在しうる鞍部点の議論がされている。このことは前節で議論した、拘束条件付きの巨視的-微視的手法やハートレーフォック法で生じうる問題点とも密接に関係している。

分離点近傍で生じうる別の問題点として、幾つかの物理量の接続の問題がある。例えば、零点振動を考えると分離点の前後で1体場から2体場への変化に応じて、零点エネルギーにジャンプが生じる。このジャンプを考慮して全エネルギーを保存するように模型を構築しなければならないが、具体的な処方とははっきりしていない。同じような問題点は殻補正エネルギーや対相関エネルギーにも同様に現れてくる。従来の殻補正エネルギーや対相関エネルギーの計算法が、あくまで系全体が1体場で表されていることを前提にしているので、分離点に近づき分裂片独自の殻構造が明らかになってきた場合の計算手法が確立されていない。その点ではハートレーフォック法に明らかかな優位さがあるが、一方ハートレーフォック法では非物理的な重心運動の補正をどのようにするかの問題が残る。この場合には1体場の重心運動と2体場各々の重心運動の補正の差が非常に大きな値となり、矢張り計算手法が確立していない。分離点付近でのエネルギーの接続の問題は、質量公式に表れるウィグナー項であるとか、congruence エネルギーとかでも同様な問題が生じる。

分離点付近での理論的な取り扱いに関する問題点の幾つかを述べたが、より物理的な問題の一例として最近 K-H. Schmidt - B. Jurado により議論されたエネルギー再分配 [6] というアイデアを紹介しよう。これは低励起エネルギー ($\leq 10\text{MeV}$) での核分裂片からの中性子放出に関する議論である。先ずこのエネルギーでの状態密度は以下のような定温の式で良く近似される。

$$Z(w) = C \exp(w/kT), \quad (1)$$

$$T = A^{-2/3}(17.45 + \text{Shell correction term}). \quad (2)$$

ここで w は励起エネルギー、 T は温度であり、殻補正項は閉殻で温度を高くするように働く。この式からは、殻の影響があまり大きくないところでは、重い分裂片は軽い分裂片よりも温度が低くなることが分かる。2核が接する

ような配置では、全体系の状態密度は次のように書ける。

$$Z(w) = C \exp(w_H/kT_H + w_L/kT_L), \quad w = w_H + w_L. \quad (3)$$

よって、殻補正が大きくないところでは上記の全体系の状態密度を大きくするには温度が低い重い分裂片 H にすべての励起エネルギーを集めることすなわち

$$w_H = w, \quad w_L = 0, \quad (4)$$

が状態密度として有利になる、すなわち励起エネルギーの全てを重い分裂片に集めるような再分配が生じることを意味する。実験的には核分裂に伴い分裂片より放出される中性子数がどちらの分裂片から放出されたかを同定するデータと比較することが可能で、実際上記の単純なモデルを支持する結果を与えている。注意すべきことは、以上の結果は状態密度に定温の状態密度を使った場合であり、通常のフェルミガスの状態密度を使った場合には、通常よくなされるように質量比に比例して全励起エネルギーが分配される結果となる。このエネルギーの再分配も、分離点前後で生じる特異な現象であり、且つまた実験値と直接比較できる点で興味深い。

3 核分裂での質量・荷電分布

核分裂で観測される質量・荷電分布は、核分裂発見当初から注目されており、分裂核の質量領域に応じて対称核分裂から対称・非対称の共存領域、典型的なアクチノイド核の非対称核分裂さらに Fm 領域での対称核分裂といった多彩な変化を示す事が良く知られている。また各々の核分裂モードごとに、励起エネルギー依存性も知られている。このように非常に多数のデータが存在して、さらに実用的にも非常に重要であるにも関わらず、これらの分布をきちんと理論的に計算することは現在に至までも至難の業であり、誰も十分には成功していない。核分裂障壁乃至は分離点近傍で、殻補正の効果を入れることにより非対称核分裂を起こすことは出来るが、特に難しいのは分布の幅をきちんと計算することであり、計算値は実験値より概して狭い幅しか出すことが出来ない。それゆえこれは今後の課題の中でも特に重要なものであるが、それへの挑戦の参考のために現在までに行われてきた代表的な計算手法を概観してみよう。

3.1 統計模型

まず最も単純な模型として、分離点付近での統計模型が挙げられよう。この模型では分離点で既に分裂片は完全に形成されており、そこでの熱平衡を仮定する。基本的には熱平衡に有る接触 2 核の状態数に比例して、最終的な分布が決まるという考えである。もともとは P. Fong により開発され [7]、そ

の後 B.W. Wilkins 達 [8] により背景の温度と集団変数の温度とを同一視しないといった一般化がされ、その簡明さから今に至るまで引き合いに出されることが多い。このモデルは、後述する幾つかのモデルと共通する欠点、すなわち分離点の形状にどうしても不確定さが残る。元々核分裂障壁はその数学的な定義がはっきりしているのに対して、分離点の数学的定義が存在しないことからこれはやむを得ないともいえる。実験データとの比較に関しては、分布の幅に関して実験値よりかなり狭くなってしまう傾向が強い。このことは、分離点に至までの何らかの動力学的な効果が必要であることを示唆しているように思える。

3.2 遷移状態模型

次に紹介するのは R. Nix が行った遷移状態模型による計算 [9] である。ここでは分離点ではなく鞍部点に於ける熱平衡を仮定して、そこでの質量非対称変形方向のポテンシャルをもとに集団変数に関する質量分布を計算して、得られる分布をデータと比較した。励起エネルギーを変化させた場合の分布の幅の比較では計算値は系統的に実験値より狭くなることが示された。前述した分離点での熱平衡模型とは全く違う模型であるが、分布の幅が十分広がらないという点では同じ欠点を持つ。なお R. Nix の計算は液滴模型による計算で基本的には高励起エネルギーの対称分裂を計算したが、R.W. Hasse [10] はこれに殻補正エネルギーを加えて非対称核分裂の計算を行っているが、殻補正の入れ方が非常に単純化されたものであることにより、質量分布の中心値も実験から大きくずれている。

3.3 破砕理論

上述の様に質量比対称度を集団変数にとらえる別の模型として、フランクフルトグループが開発した模型に破砕理論（高エネルギー反応で用いられる核破砕反応とは別物）[11] がある。ここでは核分裂片の質量比という集団変数に対するシュレディンガー方程式を解くことにより質量分布を計算する模型である。計算は分離点よりやや内側の適当な変形状態に於いて質量比に対する波動関数を求め、その絶対値の二乗を実験データと比較している。この場合も矢張り質量分布の幅は実験値より狭くなるという問題が残ると同時に、理論的な課題としては分離点近傍で準定常状態が実現できているのか、またそこでの変形の大きさに関して任意性が残るといった点が挙げられる。

3.4 Random Neck Rapture 模型

上記の種々の模型が、決定論的方程式または統計的状态数の計算により核分裂の質量・荷電分布を求めているのに対して、この模型では分離点直前の

配位を仮定した上で、長く伸びたネック部分が前章で議論したレーリー不安定性を原因とした切断点の揺らぎによって質量分布の幅を計算する [3]。しかしながらこの模型に於いても、切断点に関してある特別な配位を仮定しておりその形状に関しては現象論的に実験値をあわせるように選ぶ点などにおいては、分離点を用いる他の模型と同様な問題を抱えている。現象論であるが、幾つかの分離点の配位の重ねあわせを仮定するマルチモード模型においては、実験の質量分布を良くあわせることが可能だ。

3.5 ランジェバン方程式などの動力学模型

上記全ての模型は、核分裂方向の動力学を取り入れていないという問題を含んでいる。ほとんど全ての模型に共通する欠点として、質量・荷電分布の幅を実験データより狭く見積もることを述べたが、これらの欠点を改善するには動力的な効果が必要である可能性は大である。その内容としては、少なくとも核分裂障壁領域から分離点に至る全ポテンシャルエネルギー表面上の軌道を含む計算をなるべくパラメータフリーで行うことが望まれる。これまでの経験から、質量・荷電分布が核分裂障壁だけで決まるものではないこと、また分離点付近の性質だけから決まるものではないこと、が分かっていることからしてこれは当然と思われる。

このような動力的手法として考えられる代表的なものがランジェバン方程式である。ここでは核分裂を記述する集団変数が核内核子と相互作用する関係を古典的に扱いブラウン運動の方程式を導き、通常はアインシュタインの関係式（揺動散逸関係式）を仮定して解く。核分裂を非熱平衡の現象としてとらえてこの手法を応用する研究はオムスクのグループ [12] を中心とした研究がなされており、そこでは摩擦係数を調節することにより質量分布を合わせることが出来ること、しかし運動エネルギー分布も含めたデータを同時に合わせることは困難であることなどが分かっている。

このように現状のランジェバン方程式の解析はまだ完全なものではない。現在まで3次元までのランジェバン方程式が試されているが、より適切な集団変数の選択、より高次元への拡張、などが必要になるかもしれない。一方で、ランジェバン方程式の古典的な性質から離れて、より量子力学的な扱いが必要になる可能性もある。たとえば拘束条件付きのハートレーフォック・ポゴリューボフ法により計算したポテンシャルをもとに、時間に依存する生成座標の手法で核分裂を計算する試み [13] もなされるようになり、今後の発展に期待がかかる。

4 今後の核分裂研究

核分裂という現象は、多体の1体場が自動的に2体場へ移るという現象であり、大規模な組み替えを伴う特異な相転移として物理学全体の中でも異彩を放っている。本稿で3つのトピックスに関して述べたように、理論計算によるこの現象のきちんとした理解にはまだほど遠いものが有る。どのトピックスに於いても核分裂障壁から分離点に至る、大域的な性質を組み込んだ非定常状態の動・熱力学が要求されている様である。古典的にも非熱平衡の統計力学が確立されていない状況下で、さらに原子核系という量子力学系での有限多体問題であるから難しくても無理は無いとも言えるかもしれない。しかしこの複雑系に対する幾つかの新しい理論的なアプローチが始まっており、この状況を突破できる期待も高まりつつある。

本稿では理論的な諸問題に限って述べたが、実験的な新しい試みもいろいろある中で最後に著者自身も関わった最近の実験的な発見について述べよう。これは ^{180}Tl の電子捕獲遅延核分裂現象で、 ^{180}Hg の核分裂が発見されたことである[14]。この実験は、電子捕獲遅延核分裂が水銀領域で初めて確定されたという意味で新しいこともさることながら、核分裂の観点で画期的であったのは ^{180}Hg の核分裂が典型的な非対称核分裂であったことである。質量数100と80とにピークを持つこの核分裂の不思議さは、本来の分裂片のQ値からすると当然対称分裂が予想されるにも関わらず、非対称分裂が生じていること、また今までは一般的に質量数200以下の軽い核は対称分裂すると思われていたのに非対称分裂が生じたことにある。我々の理論計算によると、核分裂障壁近傍で非対称変形が誘起されそれが分離点に向かう中でやや対称分布方向へ舵を取り直すような核分裂軌道が重要であると予想されたが、確定には今後の詳しい解析が必要である。このように、実験的に新しい地平を開く仕事と呼応して、理論の面からも核分裂の本質的な理解を目指したい。

参考文献

1. P. Moller, D.G. Madland, A.J. Sierk and A. Iwamoto, *Nature* **409** (2001), 785.
2. P. Moller et al., *Phys.Rev.Lett.* **C71** (2009), 064304.
3. U. Brosa and S. Grossmann, *Z.Phys.* **A 310** (1983), 177.
4. V.M. Strutinsky et al., *Nucl.Phys.* **46** (1963), 659.
5. F. Ivanyk and K. Pomorski, *Phys.Rev.***C79** (2009), 054327.
6. K-H. Schmidt and B. Jurado, *Phys.Rev.Lett.* **104** (2010), 212501.
7. P. Fong, *Phys.Rev.***C10** (1974), 1122.
8. B.D.Wilkins, E.P. Steinberg and R.P. Chasman, *Phys.Rev.***C14** (1976), 1832.

9. J.R. Nix, Nucl.Phys. **A130** (1969), 241.
10. R.W. Hasse, Nucl,Phys. **A128** (1969), 609.
11. P. Lichtner, D. Drechsel, J. Maruhn and W. Greiner, Phys.Lett. **45B** (1973), 175.
12. A.V. Karpov, P.N. Nadtochy, D.V. Vanin and G.D. Adeev, Phys.Rev.C**63** (2001), 054610.
13. H. Goutte, J.F. Barger, P. Casoli and D. Gogny, Phys.Rev.C**71** (2005), 024316.
14. A.N. Andreyev et al., Phys.Rev.Lett. **105** (2010) 252502.

アクチノイド標的と重イオンの反応による融合・核分裂過程

西尾勝久

日本原子力研究開発機構 先端基礎研究センター

1. はじめに

超重元素を合成する反応として、現在アクチノイド原子核を用いた融合反応が積極的に用いられている。これは、(1) ロシア・ドブナにおいて ^{48}Ca ビームとアクチノイド原子核との組み合わせにより 118 番元素までを合成し[1]、その結果生成断面積が μb 程度あり、これは鉛やビスマスを用いたいわゆる‘冷たい融合反応’ [2]で達成された 113 番元素[3]の生成断面積にくらべ大きいこと、(2) 冷たい融合反応に比べて中性子数が多く、より球形閉殻 ($Z=114, N=184$)に近い超重元素同位体が生成できること、(3) シングルアトム化学を適用しうるに十分な寿命を持つ同位体が合成できること、などの理由による。今後、アクチノイド原子核を用いた反応が、超重元素研究分野を開拓するための中心的な方法になると考えられる。

超重元素合成においてその生成断面積を評価することは、標的原子核、入射原子核および衝突エネルギーのうち最適な組み合わせを選び、実験計画を立てるために重要である。このためには、反応過程を理解する必要がある。超重元素の合成過程を3つのステップに分けて考える。まず、(1)クーロン障壁を透過し、原子核どうしが接触する過程。(2) 接触した原子核が完全に融合して複合核を生成する過程。このとき、超重元素を生成するような重い反応系では、準核分裂が競合し、複合核をつくる確率を低下させる。(3) 複合核が核分裂して崩壊することなく、中性子など軽粒子を出して冷却する過程。(1)の過程は、かなり理解されてきている。標的となるアクチノイド原子核に入射核を衝突させる場合、標的核の対称軸に対する入射角度に応じてクーロン障壁の高さが変わる。たとえば、 ^{238}U の先端部への衝突ではクーロン障壁を低く感じるため、低い衝突エネルギーでも反応がおこる。一方、赤道面衝突が起こるためには、衝突エネルギーを上げる必要がある。課題は(2)の過程である。先端部からの衝突と赤道面からの衝突で、それぞれの程度の割合で複合核が生成されるか？超重元素を合成する反応で、これを解明した研究例はなく、本研究ではこれを目指した。なお、複合核を生成する断面積が決まれば、これに中性子蒸発確率を統計モデルによって計算することで、目的とする超重元素同位体の生成断面積を決定することができる。すなわち、(3)の物理過程は、基本的に理解できていると考える。

原子核が接触してから、複合核の形状に至る割合を実験的に調べるため、まず反応で生成される核分裂片の質量数分布を測定することにした。図1は、衝突した点における原子核の形状が、その後どのような反応過程を経由するかを模式的に示したもので、 $^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$ で生成される ^{274}Hs のポテンシャルエネルギーと、このポテンシャル面での系の動きを示している。 ^{36}S が ^{238}U の赤道面に衝突すると、衝突点における核間距離が短く、複合核に向かう割合が高いと推測される。複合核の多くは、核分裂として崩壊するが、この場合、質量対称な谷間を抜けて分裂が進む。すなわち、質量対称な分裂になると考えられる。一方、先端部への衝突では、核間距離が長く、複合核を形成することなく再び分離して質量非対称の谷に沿って崩壊すると考え

られる。この非対称な谷は、2重閉殻 ^{78}Ni と ^{208}Pb の近傍核につながるものである。一方、質量対称な核分裂の谷は、 ^{132}Sn 近傍核の生成につながる構造である。このように、核分裂片の質量数分布を測定すれば、融合-核分裂と準核分裂を区別でき、結果として複合核を生成する確率（融合確率）に関する情報が得られる。そこで、タンデム加速器から供給される多種のイオンと ^{238}U との反応で生成される核分裂片の質量数分布を測定することにした。

核分裂実験で得られた融合確率が正しいことを実証するため、106、108番元素の合成実験を行い、これら同位体の生成断面積を得た。この結果も合わせて考察する。

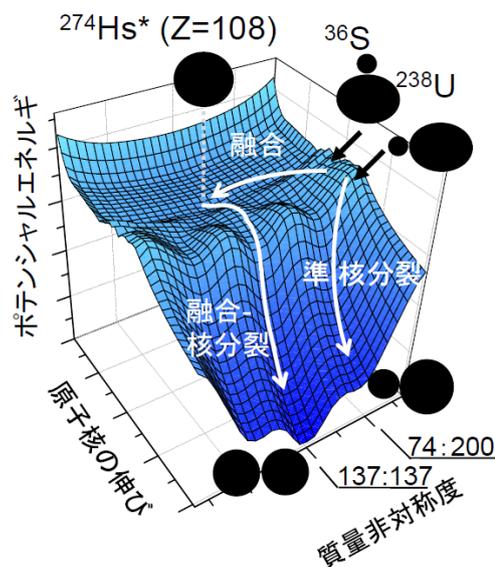


図1 ^{274}Hs のポテンシャルエネルギー曲面。質量非対称度、原子核の伸びに対してプロットした。 ^{36}S が ^{238}U に接触した点と反応の進み方を模式的にした。 ^{238}U の先端部への衝突では準核分裂として崩壊し、赤道面への衝突では複合核に至る様子を示す。

2. 実験方法

実験は、原子力機構・原子力科学研究に設置されたタンデム加速器施設で行った[4,5,6]。入射イオン ^{30}Si , $^{34,36}\text{S}$, ^{31}P , ^{40}Ar と ^{238}U の反応で生成される核分裂片の質量数分布の測定を行った。核分裂片測定装置の様子を図2に示す。核分裂片を検出するため、ガス検出器である多芯線比例計数管(MWPC)を開発した。有感面積を $200\text{mm}(\text{X}) \times 120\text{mm}(\text{Y})$ とした。中心電極をカソードとし、ここからタイミング信号を得た。カソードの両側はワイヤー電極面(グラウンド)とし、ガス増幅で誘起された電荷が集まるワイヤーの位置から核分裂片の入射位置を読みとった。2つのMWPC間の時間差と、核分裂片の飛行方向から、運動学的に核分裂片の質量数を決定した。 ^{238}U のようなアクチノイド原子核を用いる場合、図2に示すように2つの反応の起源の核分裂片が生成される。一つは、入射核の運動量が系にすべて持ち込まれてから核分裂が起こるもので、これをFull-momentum transfer (FMT) fission と呼ぶ。もうひとつは ^{238}U と入射核との間で核子移行反応が起こり、励起状態にある ^{238}U の近傍核が核分裂するものである。これら2つは、実験室系におけるフォールディング角度(θ_{fold})を測定することで分離した。この様子を図2のスペクトルとして示してある。以後、データ解析には、FMTの核分裂だけを使う。このFMTの核分裂の中には、後で述べるように、融合-核分裂と準核分裂が混在している。

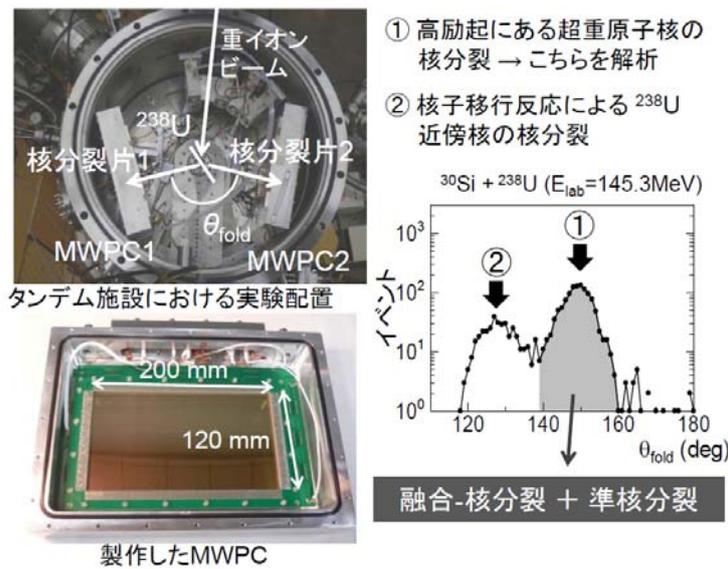


図2 原子力機構タンデム加速器ビームラインに設置した核分裂実験装置(左上の写真)、および多芯線比例計数管(MWPC)(左下の写真)。右のスペクトルは、核分裂片のフォールディング角度依存性を示す($^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ 反応)。異なる反応起源による2種類の核分裂が分離できている

3. 実験結果

$^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ [6] および $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 反応[5]で得られた核分裂断面積の結果をそれぞれ図3(a)と図4(a)に示す。横軸は、重心系での衝突エネルギーである。これら反応における核分裂断面積は、入射核と標的核がクーロン障壁を超える断面積に近似できる。実験データを3種類の曲線と比較した。点線は1次元障壁透過モデルで、 ^{238}U の変形を無視した計算である。この計算が与えるクーロン障壁より低いエネルギー領域をサブバリアエネルギー領域と定義する。この1次元モデルは、実験データを再現しない。破線は、 ^{238}U の変形を取り入れた計算である。図の上には、赤道面衝突に相当するクーロン障壁の位置と、先端部衝突での障壁の位置を示した。先端部衝突ではクーロン障壁が下がるため、低い衝突エネルギーでも反応が起こる。このため、1次元モデルに比べて断面積が高くなる。なお、実験データを再現するため、入射波の ^{238}U の振動状態($^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ ではさらに ^{34}S の振動状態も)へのカップリングを取り入れる必要があることが分かった。この結果をそれぞれ実線で示す。

図5に(a) $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ および(b) $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 反応で得られた核分裂片の質量数分布を示す[5,6]。 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ を見ると、重心系の衝突エネルギー $E_{c.m.}=139.0\text{ MeV}$ 以上ではガウス型の分布を示しているのに対し、サブバリアエネルギーに相当する 134.0 MeV と 129.0 MeV で質量非対称な成分が現われている。この核分裂チャンネルの質量非対称度は $A_L/A_H = 90/178$ であった。サブバリア領域での質量数分布の顕著な変化は、分布の標準偏差 σ_m に表れており、衝突エネルギーの最も低い2つのスペクトルの $\sigma_m = 37\sim 38\text{ u}$ (図中の数字) は、衝突エネルギーの大きい他の分布の $25\sim 26\text{ u}$ より大きな値を示した。衝突エネルギーに対する質量数分布の変化は、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ ではさらに激しい。図5(b)に示すように、高エネルギー側では質量対称な核分裂が主な成分であるのに対し、サブバリアエネルギーでは $A_L/A_H = 68/204$ にピークを持つ質量非対称な分布となった。図5の質量数分布の変化は、標的原子核の変形効果を表すものと解釈される。低エネルギー側では先端部衝突だけが起る。この場合、系は質量非対称なチャンネルに沿って準核分裂として崩壊する(図1を参照)。エネルギーが高くなると、赤道面衝突の寄与が大きくなる。この場合、質量非対称な準核分裂成分が消えていく一方、対称な核分裂成分が成長して融合確率が増加すると考えられる。

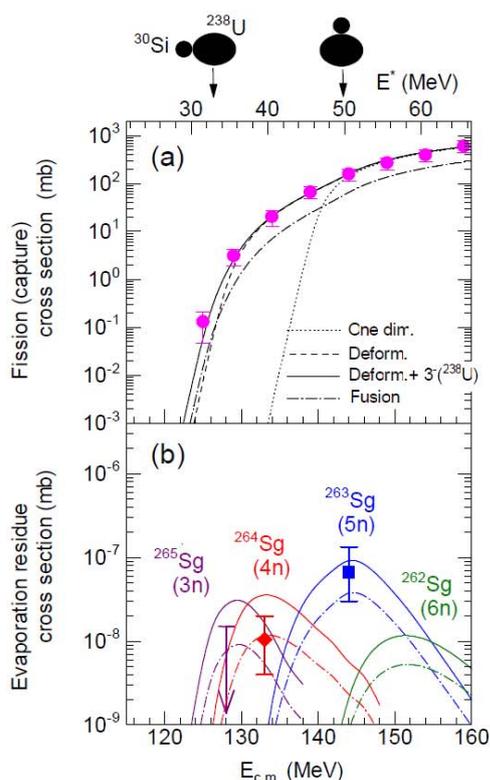


図3 (a) $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ における核分裂断面積。曲線はモデル計算値。(b) $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ 反応で合成したSg同位体($Z=106$)の生成断面積。曲線は統計モデル計算値。

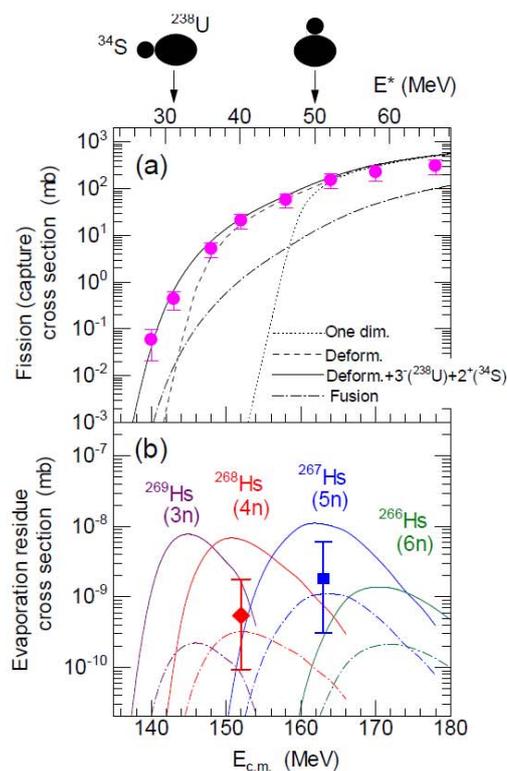


図4 (a) $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ における核分裂断面積。曲線はモデル計算値。(b) $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 反応で合成したHs同位体($Z=108$)の生成断面積。曲線は統計モデル計算値。

図6は入射核を ^{30}Si , ^{31}P , ^{36}S , ^{40}Ar と変化させた時の質量数分布の変化を示す[7]。衝突エネルギーの高い方から3列までについて、複合核の励起エネルギーをほぼ揃えてある。図から、入射核が重いほど準核分裂の成分が増えること、また標的の変形の効果が入射核によらず共通した現象であることを示している。

図5と図6の結果で注目すべき点は準核分裂の質量非対称度である。 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ では $A_L / A_H = 68 / 204$ 、 $^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$ では $A_L / A_H = 74 / 200$ 、 $^{40}\text{Ar} + ^{238}\text{U}$ では $A_L / A_H = 76 / 202$ とほぼ同様の値を有している。一方、 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ では $A_L / A_H = 90 / 178$ と非対称度が小さく、 $^{31}\text{P} + ^{238}\text{U}$ では中間の $A_L / A_H = 81 / 188$ となっている。入射核の質量数が小さくなるに従って対称分布に近い質量比に分割されていることから、質量非対称度は、系がどの程度複合核に接近して準核分裂したかを表す指標と考えられる。

さらに注目すべき点は、たとえば $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ と $^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$ の励起エネルギー61 MeVのスペクトルを比較すると、後者の方がガウス型の分布の σ_m が大きいことが分かる。 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ (図5 (b))の $E_{c.m.} = 170.0$ MeV (励起エネルギー = 58.2 MeV) も $^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$ と同様に広い対称核分裂成分を有している。後述するように、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ の蒸発残留核断面積の測定から、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ の質量対称核分裂の中には準核分裂成分が多く含まれることがわかった。

4. 蒸発残留核断面積の測定

図5 (a)と(b)に示した $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ と $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ の質量数分布の変化は、融合-核分裂と準核分裂の競合を顕著に表したものである。融合-核分裂は、質量対称成分を構成すると考えられる。一方、高い衝突エネルギーに注目すると、質量対称成分は ^{30}Si を入射する場合よりも ^{34}S を入射するほうが広いことが分かった。これは、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ の対称核分裂成分の中には、複合核の核分裂とは異なる起源の核分裂が含まれていることを示している。また、サブバリアエネルギー領域に着目すると、 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ が質量対称な成分を有しているのは明らかだが、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ の $E_{c.m.} = 152.0$ MeVのスペクトルは、サブバリアエネルギー衝突であるが質量対称な成分が存在することがわかる。これは、この領域でも超重元素同位体が生成できる可能性を示唆している。これを明かにするため、融合反応が起こった証拠となる蒸発残留核の生成断面積を測定し、この実験値を用いて融合確率について考察を行うとともに、サブバリアエネルギー反応での超重原子核の合成を試みた。

$^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ の融合反応による106番元素同位体の合成実験と $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ の融合反応による108番元素同位体の合成実験を、ドイツ重イオン研究所(GSI)と協力して行った。実験結果の詳細は文献[8]と[5]で示したが、ここでは断面積の結果を示す。 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ 反応では、赤道面衝突の寄与が大きい高い衝突エネルギー($E_{c.m.} = 144.0$ MeV)で5n蒸発チャンネルの $^{263}\text{Sg}(5n)$ を、サブバリアエネルギー($E_{c.m.} = 133.0$ MeV)で $^{264}\text{Sg}(4n)$ を合成し、それぞれ 67 ($^{+67}_{-37}$) pb と 10 ($^{+10}_{-6}$) pbを得た。実験値を図3 (b)にプロットした。同様に $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 反応において、 $E_{c.m.} = 163.0$ MeVで $^{267}\text{Hs}(5n)$ を、 $E_{c.m.} = 152.0$ MeVで $^{268}\text{Hs}(4n)$ をそれぞれ1イベント合成し、それぞれについて断面積 1.8 ($^{+4.2}_{-1.5}$) pbと 0.54 ($^{+1.3}_{-0.45}$) pbを得た。結果を図4 (b)にプロットした。

SgとHs同位体の生成断面積を、統計モデル計算と比較することで、融合確率について考察した。 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ 反応の図3 (b)における実線は、クーロン障壁を透過して原子核どうしが接触すれば必ず融合すると仮定した場合の計算結果で、融合断面積として図3 (a)の実線を用いた。5nチャンネルの ^{263}Sg は実験値を再現している。しかし、サブバリアエネルギーで取得した4nチャンネル同位体 ^{264}Sg の断面積は、実線より低い。このことは、このエネルギー領域で準核分

裂と融合反応が競合し、一部が準核分裂に流れていることを表している。これに近い反応エネルギーの質量数分布（図 5 (a)の $E_{c.m.}=134.0$ MeV）を見ると、実際に分布が広がっており、準核分裂の存在を示唆している。

$^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 反応についても同様の考察を行った。統計モデル計算（実線）と実験値の比較を図 4 (b)に示す。ここでも同様に、融合断面積は図 4 (a)の実線に従うと仮定した。 $^{267}\text{Hs}(5n)$ と $^{268}\text{Hs}(4n)$ の実験値は、計算値よりも低いことがわかる。赤道面への衝突の寄与が多い $E_{c.m.}=163.0$ MeVの衝突エネルギーでも、準核分裂として崩壊する割合が大きいことを示している。この衝突エネルギーに近い $E_{c.m.}=164.0$ MeVでの質量数分布（図 5 (b)）を見ると核分裂片は広い質量範囲に分布し、 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ の $5n$ チャンネルに相当するエネルギー $E_{c.m.}=144.0$ MeVよりも大きな半値幅を示し、準核分裂によって分布が広がることと一致している。一方、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ のサブバリアエネルギー($E_{c.m.}=152.0$ MeV)でも、超重元素同位体 ^{268}Hs が合成された。これに対応する質量数分布（図 5 の $E_{c.m.}=152.0$ MeV）は質量非対称な分布を示しており準核分裂成分が支配的であるが、蒸発残留核断面積の結果は核分裂のうち約 $8 (+20_{-6})\%$ は融合-核分裂を含むことを示している。

5. 考察

実験で得られたデータを揺動散逸理論によるモデル計算[9,10]と比較した。まず、モデル計算では 2 中心殻模型により原子核のポテンシャルエネルギーを計算した。入射核と標的核どうしが衝突した位置からの原子核の形状の時間変化を、原子核が分裂するまで追跡した。原子核の動きを記述するため、ランダム力項と摩擦項を含むランジェバン方程式を適用した。計算では、最初の衝突点における標的原子核の変形の効果を取り入れた。低エネルギー側では、先端部からの衝突が支配的となる。軌道計算のイベント数を蓄積することで、質量数分布が構築される。

計算結果を図 5 の(a) $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ [6] と(b) $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ [5]にヒストグラムで示す。ここでは比較のため、全核分裂断面積が実験値に一致するように規格化してある。全体の形状をみると、いずれも実験データをほぼ良く再現している。特に、 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ 反応での低い衝突エネルギーでの分布の広がり、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ における対称核分裂から非対称核分裂への変化を再現している。計算では、原子核の形状が複合核の領域に到達してから核分裂に至るもの、すなわち融合-核分裂の事象と、複合核領域に達しない核分裂、すなわち準核分裂を分けることができる。図 5 の塗りつぶしたヒストグラムが融合 - 核分裂を表す。この融合-核分裂事象を全核分裂事象で割った値が融合確率を与える。

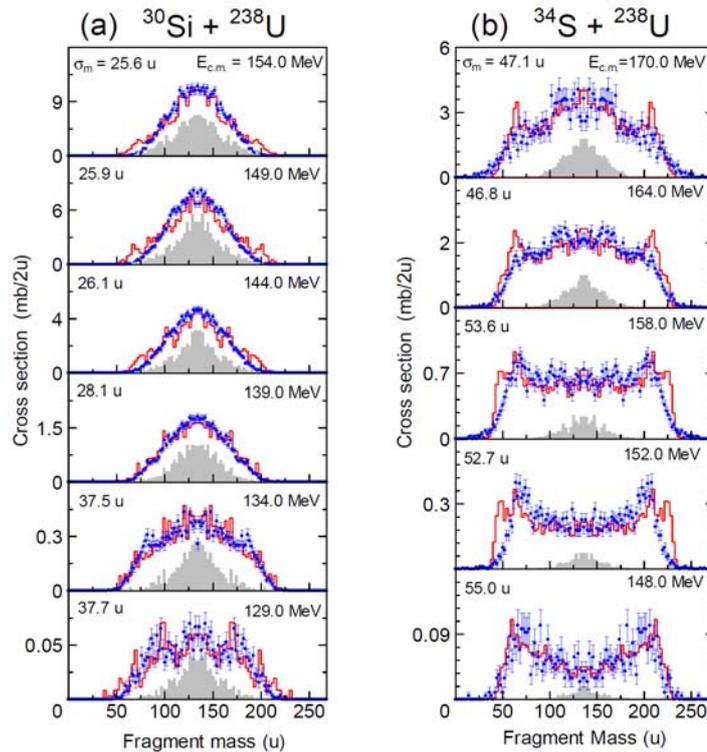


図5 核分裂片の質量数分布で、(a) $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ および (b) $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ における核分裂片の質量数分布。●は実験データを表す。図中に重心系での衝突エネルギーと、スペクトルの標準偏差 σ_m を示した。ヒストグラムは散逸揺動理論によるモデル計算を表す。ここで、塗りつぶしたスペクトルは融合・核分裂を表す。

$^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ の計算で得られた融合・核分裂の質量数分布は $\sigma_m = 21 \sim 25$ uを有し、すべてのエネルギーにほぼ共通した値となった。この値は、2つのサブバリアエネルギー($E_{c.m.} = 134.0$ と 129.0 MeV)の実験で得られた値 $37 \sim 38$ uと比べて小さい。さらに、計算による融合・核分裂のスペクトルは、質量非対称な核分裂成分を持たなかった。すなわち、 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ のサブバリアエネルギーで見られた質量非対称な核分裂チャンネルが準核分裂であることを理論が示唆している。

$^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 反応でも同様の結論を得た。実験データの質量数分布は $\sigma_m = 47 \sim 55$ uという大きな値を有するのに対し、ランジェバン方程式が与えた融合・核分裂の σ_m は $16 \sim 20$ と低かった。また、計算による融合・核分裂の質量数分布は、非対称な成分を持たなかった。計算は、実験で観測された $A_L / A_H = 68 / 204$ を中心とする非対称チャンネルが準核分裂であることを示した。

質量対称分裂に注目すると、 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ の計算イベントの多くは融合・核分裂を示しているのに対し、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ では多くが準核分裂片であることを示している。準核分裂の中には、標的核と入射核の接触の直後、図1に示すように質量非対称な谷に沿って崩壊するものがある一方、比較的内部に侵入しながらも複合核を作ることなく質量対称に崩壊する成分があることを示している。これは計算の中で見られたが、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ の実験データからも考察される。

図5の計算で導かれる以下の2つの結果は、実験データの考察と一致している。

- (1) サブバリアエネルギーでの融合確率が、30% ($^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$)もしくは5% ($^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$)程度の値を持つ。これは、先端部衝突であっても、ランダム力項のために融合にたどりつくものが存

在することを示している。

- (2) 赤道面衝突がおこる高い衝突エネルギーでは、 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ は45%程度の融合確率が示唆されるのに対し、 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ では15%程度しかない。

揺動散逸理論で決定した融合確率を、チャンネル結合法で求めた融合障壁の透過断面積に掛

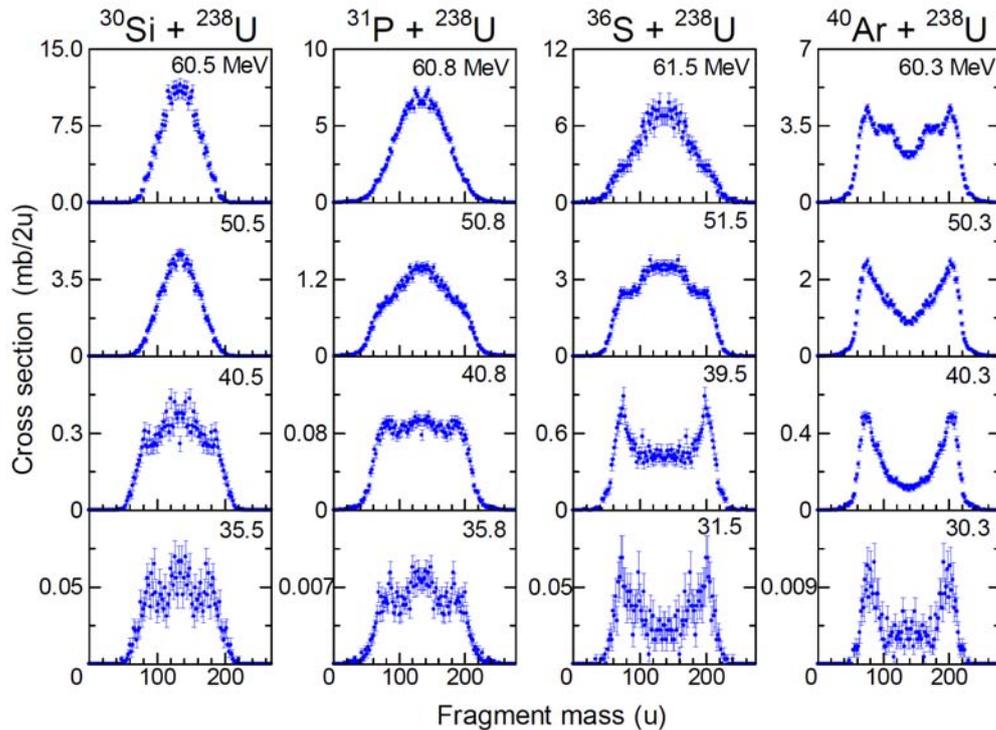


図6 ^{30}Si , ^{31}P , ^{36}S , $^{40}\text{Ar} + ^{238}\text{U}$ 反応で生成された核分裂片の質量数分布。図中の数字は、複合核が生成された場合の励起エネルギー。

けることで、融合断面積が計算できる。この値を図3(a)と図4(a)に、それぞれ一点鎖線で示す。 $^{34}\text{S} + ^{238}\text{U}$ は、 $^{30}\text{Si} + ^{238}\text{U}$ に比べて融合断面積が全体的に低下している。これは、準核分裂の割合が増加するためである。サブバリアエネルギー領域に注目すると、準核分裂の存在にもかかわらず、融合断面積は1次元障壁透過モデルに比べてはるかに大きい。揺動散逸理論が与える融合断面積に、中性子蒸発確率を掛けることで蒸発残留核断面積（この場合超重元素の生成断面積）が得られる。これを図3(b)と図4(b)に一点鎖線で示した。計算は、実験の蒸発残留核断面積 ($^{263,264}\text{Sg}$ と $^{267,268}\text{Hs}$) を再現している。

5. まとめ

核分裂片の測定から重イオンの融合過程を考察した。この結果、核分裂片の質量数分布には反応が経由した履歴が顕著に現れることを示した。核分裂片の質量数分布は、衝突エネルギーと入射核に応じて大きく変化し、標的原子核の変形が融合と準核分裂の競合に影響を与えることを示した。サブバリアエネルギーでは、準核分裂の割合が増加するものの、融合・核分裂の成分が見られた。これは、この領域でも超重元素同位体を合成できることを示している。実際に

4n蒸発チャンネルによって106および108番元素の同位体を合成して確かめた。また、 $^{34}\text{S}+^{238}\text{U}$ による ^{267}Hs (5n) の生成断面積から、 ^{238}U の赤道面への衝突が起こる高エネルギー衝突でも準核分裂が多く存在することを示唆した。

揺動散逸理論を適用して実験データを考察した。このモデル計算は核分裂片の質量数分布およびこの衝突エネルギー依存性を再現した。このモデルは反応の全過程を統一的に記述しているため [9,10]、同時に予測される融合確率の信頼度は高いと言える。実際に、実験で取得した蒸発残留核の生成断面積は、揺動散逸理論が与えた融合確率を支持した。核分裂特性の測定と揺動散逸理論によって超重元素の生成断面積を評価する方法は、原理的にあらゆるアクチノイド原子核、入射核、および衝突エネルギーに適用可能である。超重元素合成実験では、必然的に長期のビームタイム時間が必要となり、目的とする原子核を生成するための最適な反応の組み合わせをより正確に予測することは、この分野の進展にとって不可欠であり、本アプローチはこれに指針を与えるものと考えている。現在、筆者らはタンデム加速器を使って $^{40}\text{Ca}+^{238}\text{U}$ と $^{48}\text{Ca}+^{238}\text{U}$ の測定を行い、ドブナのデータの解釈も含めて、反応過程を調べている。

参考文献

- [1] Yu.Ts. Oganessian, J. Phys. G **34**, R165 (2007).
- [2] S. Hofmann and G. Münzenberg, Rev. Mod. Phys. **72**, 733 (2000).
- [3] K. Morita *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **73**, 1738 (2004).
- [4] K. Nishio *et al.*, Phys. Rev. C **77**, 064607 (2008).
- [5] K. Nishio *et al.*, Phys. Rev. C **82**, 024611 (2010).
- [6] K. Nishio *et al.*, Phys. Rev. C **82**, 044604 (2010).
- [7] K. Nishio *et al.*, International Nuclear Physics Conference, INPC2010, Vancouver, Canada, 4-9, July, 2010.
- [8] K. Nishio *et al.*, Eur. Phys. J. A **29**, 281 (2006).
- [9] V. Zagrebaev and W. Greiner, J. Phys. G, **31**, 825 (2005).
- [10] 計算は Y. Aritomo, Phys. Rev. C **80**, 064604 (2009) と同様であるが、標的核の変形効果を散りいれてある。

Skyrme-Hartree-Fock法を用いた Λ ハイパー核の核分裂の研究

湊太志^{1*} 千葉敏^{1,2} 萩野浩一³

¹ 日本原子力研究開発機構 ² 国立天文台, ³ 東北大学理学研究科

1 Introduction

Λ ハイペロンはストレンジネスの量子数を持ったバリオンであり、その発見から多くの研究者の興味を引き付けてきた。特に、 ΛN と $\Lambda\Lambda$ 間の相互作用に関する研究は精力的に行われてきた。通常、二種類の粒子間の相互作用は二体の散乱実験を行うことで調べることができる。しかし、 Λ ハイペロンは寿命が短いために散乱実験を行うことが難しい。そこで、 Λ 粒子を原子核の中に取り込んだ Λ ハイパー核を調べることによって散乱実験を行わずに ΛN や $\Lambda\Lambda$ 間の相互作用の情報を得ようとする試みがなされてきた。そのために Λ ハイパー核の構造研究は $\Lambda\Lambda$ と ΛN 間相互作用を理解するうえで重要な課題となっている。これまでに多くの single- Λ ハイパー核と数種の double- Λ ハイパー核が人工的に生成されてきた。

原子核中にハイペロンが加わると、ハイペロンの不純物効果によって原子核の構造が変化することが考えられる。実際に、 ${}^7_{\Lambda}\text{Li}$ の ${}^6\text{Li}$ コアの大きさが縮小することがクラスター模型を用いて理論的に予言され [1, 2, 3]、谷田氏のグループによって実験的に確認された [4]。この結果は Λ 粒子と核子の間に引力の相互作用が働いているためである。また、もう一つ別の Λ 粒子をハイパー核に加えることによって、より強い不純物効果が見られることが期待される。2つの Λ 粒子を含んだハイパー核の大きさに関する実験結果はまだ得られていないが、クラスター模型を用いた理論予測によれば、軽いハイパー核のコアに含まれている粒子の相対距離が短くなるという報告がなされている [5, 6]。つまり、より強い不純物効果が double- Λ ハイパー核に働いているということが期待される。

このような Λ 粒子による不純物効果が、重いアクチノイド核でどのように働いているかを調べることは興味深い研究対象である。特に、重い Λ ハイパー核の核分裂バリアの高さや、 Λ 粒子が最終的に二つの核分裂片のうちどちらへ引き寄せられるか、といった問題が考えられる。核分裂片中の Λ 粒子の存在確率は、Armstrong 氏のグループにより最初に実験で調べられている [8]。その実験

*e-mail: minato.futoshi@jaea.go.jp

の結果、 Λ 粒子は重い核分裂片に引き寄せられていく傾向があることが示された。また、Woods-Saxon ポテンシャルや統計的な理論手法を用いて、核分裂片中の Λ 粒子の存在確率を予測しようとする試みも行われている [9, 10, 11]。片方の核分裂片に Λ 粒子が移動するという性質は、直接生成することが難しい中性子過剰な Λ ハイパー核の生成に応用につながる可能性がある。しかしながら、 Λ ハイパー核の核分裂バリアの高さはこれまで実験的にも理論的にも調べられていない。そのため、 Λ ハイパー核の核分裂バリアがコア核の核分裂バリアに比べてどのように変化するかを調べるのがこの研究の目的である。

Λ ハイパー核の核分裂バリアを調べるために、我々は Skyrme-Hartree-Fock + BCS (SHF+BCS) 法 [7] を用いた。この手法は広く核分裂の研究に適用されており [12, 13, 14, 15, 16]、また Λ ハイパー核の構造の研究にも応用されている [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23]。第 2 章では、本研究で用いた計算手法を簡単に説明し、第 3 章では、 Λ ハイパー核のバリア曲線と Λ 粒子の密度分布について議論する。第 4 章では本研究のまとめを与え、 Λ ハイパー核を用いた応用研究について簡単に議論する。

2 Λ ハイパー核における Skyrme-Hartree-Fock+BCS 法

SHF+BCS 法は様々な原子核の構造を調べるため広く使われてきた [7, 24]。この手法では、 NN 間の相互作用はゼロレンジ力である Skyrme 力 [25] によって記述される。Rayet は Skyrme 型の相互作用を ΛN 間相互作用に拡張させ、single- Λ ハイパー核の構造を研究した [17]。その中で、 ΛN 間相互作用のパラメータは実験で得られた single- Λ ハイパー核のデータを再現するように決められた。同様に、Lanskoy は double- Λ ハイパー核における不純物効果を理論的に調べるため、Skyrme 型の $\Lambda\Lambda$ 相互作用を用いた [21]。double- Λ ハイパー核の実験データは限られているため、 $\Lambda\Lambda$ 間相互作用はいくつかのパラメータセットを用いて計算が行われた。この $\Lambda\Lambda$ 間相互作用に対するパラメータセットについては、のちほど詳しく議論する。理論的手法はこの報告では重要な部分に限定し、詳しい計算は文献 [26] および [27] を参照していただきたい。

系の全エネルギー E は、

$$E = E_N + E_\Lambda \quad (1)$$

$$E_N = \int H_N(\vec{r}) d\vec{r} + E_{\text{pair}}, \quad E_\Lambda = \int H_\Lambda(\vec{r}) d\vec{r} \quad (2)$$

で与えられる。ここで $H_N(\vec{r})$ と $H_\Lambda(\vec{r})$ はそれぞれコアと Λ 粒子のエネルギー密度である。 Λ 粒子のエネルギー密度はさらに二つの部分に分解できて、

$$H_\Lambda(\vec{r}) = H_{S\Lambda}(\vec{r}) + H_{\Lambda\Lambda}(\vec{r}). \quad (3)$$

	λ_0 MeV fm ³	λ_1 MeV fm ⁵	μ fm	$\Delta B_{\Lambda\Lambda}(^{13}_{\Lambda\Lambda}\text{B})$	$\Delta B_{\Lambda\Lambda}(^{240}_{\Lambda\Lambda}\text{U})$
S $\Lambda\Lambda$ 1	-312.6	57.5	0.61	4.80	0.56
S $\Lambda\Lambda$ 3	-831.8	922.9	1.49	4.80	0.96

表 1: $\Lambda\Lambda$ 相互作用のパラメータ。相互作用レンジ μ と $^{13}_{\Lambda\Lambda}\text{B}$ と $^{240}_{\Lambda\Lambda}\text{U}$ の $\Lambda\Lambda$ 結合エネルギー $\Delta B_{\Lambda\Lambda}$ も比較している。

と書ける。ここで $H_{S\Lambda}(\vec{r})$ は single- Λ ハイパー核のエネルギー密度であり [17]、 $H_{\Lambda\Lambda}$ は $\Lambda\Lambda$ 相互作用によるエネルギー密度である。それぞれのエネルギー密度は核子と Λ 粒子の数密度関数で与えられる。詳細は文献 [26] と [27] に譲る。四重極モーメントは、

$$Q_2 = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \int d\vec{r} r^2 Y_{20}(\theta) \rho(\vec{r}). \quad (4)$$

で与えられる。

我々の計算は SKYAX コンピューターコード [28, 29] を修正・改造して行った。原子核の変形に対して軸対称鏡面および軸対称を仮定し、初期波動関数に適当な Q_3 モーメントを与え、全エネルギーと対相関エネルギーが十分に収束するところを数値計算解としている。メッシュサイズは $\Delta r = \Delta z = 0.6$ fm で境界条件として $r = [0 : 20]$ と $z = [-25 : 25]$ とした ($r = \sqrt{x^2 + y^2}$)。

NN 間相互作用として、 ^{240}Pu の核分裂バリアに最適化されている SkM* パラメータセット [30] を用いた。 ΛN 間相互作用には、文献 [18] の Table.I の No.4 のパラメータセットを用いた。このパラメータは軽い Λ ハイパー核とともに、 $^{209}_{\Lambda}\text{Pb}$ の束縛エネルギーを再現するように決められたパラメータセットである。文献 [18] に掲載されている他の ΛN 間相互作用のパラメータセットを用いて核分裂計算を行ったが、バリア曲線に大きな変化が見られないことを確認している。

多くの single- Λ ハイパー核がこれまでに実験的に生成されてきた一方で、実験的に確認された double- Λ ハイパー核の数は多くはない。また、生成された double- Λ ハイパー核の質量数は $A = 13$ 以下の小さい核に限られている。そのため軽い double- Λ ハイパー核の実験データによって決められた Skyrme 型の $\Lambda\Lambda$ 間相互作用をそのまま重い核に適用させるには、不定性が大きい。この不定性を考慮するため、我々はいくつかの $\Lambda\Lambda$ 間相互作用のパラメータセットを用いて計算を行った。それらのパラメータセットは主に $\Lambda\Lambda$ 結合エネルギー $\Delta B_{\Lambda\Lambda}$ の実験データを再現するように決められた。本研究では文献 [21] で与えられている S $\Lambda\Lambda$ 1 と S $\Lambda\Lambda$ 3 パラメータセットを用いた。これらのパラメータセットでは、 $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$ としている。これは、最低一粒子準位を Λ 粒子が占有している場合は p 波の寄与はゼロに等しく、 $\Lambda\Lambda$ - ΞN coupling は重い原子核で

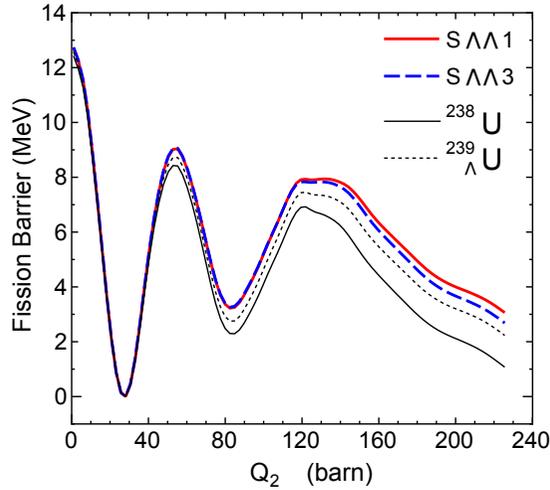


図 1: single- Λ ハイパー核 ${}^{239}_{\Lambda}\text{U}$ (点線) と double- Λ ハイパー核 ${}^{240}_{\Lambda\Lambda}\text{U}$ の核分裂バリア。 ${}^{238}\text{U}$ の結果も太線で示してある。

はパウリブロックによって強く抑制されているためである。 λ_0 と λ_1 は ${}^{13}_{\Lambda\Lambda}\text{B}$ の $\Delta B_{\Lambda\Lambda} = 4.8 \pm 0.7$ [31] を再現するように決められている。この 2 つのパラメータの違いは相互作用レンジ $\mu = \sqrt{-\lambda_1/\lambda_0}$ (equivalent single-Gaussian potential assumption)[32] である。一方、最近の実験では ${}^{13}_{\Lambda\Lambda}\text{B}$ で $\Delta B_{\Lambda\Lambda} = 0.6 \pm 0.8$ MeV [33] という弱い $\Lambda\Lambda$ 結合エネルギーの報告がある。この弱い $\Lambda\Lambda$ 結合エネルギーを考慮した double- Λ ハイパー核の核分裂の計算は文献 [27] でなされている。その結果、定性的な性質は強い $\Lambda\Lambda$ 結合エネルギーの場合と変わらないことが報告されている。

ペアリングの強さは $v_0^p = 1410.0$ MeV/fm³ と $v_0^n = 910.0$ MeV fm³ とおいた。 Λ 粒子間に働く対相関力は本研究では考慮しなかった。

3 計算結果

実験によって生成された Λ ハイパー核中の Λ 粒子は最初は高い励起状態にあり、いくつかの γ 線を出して最低エネルギー状態に移る。その γ 線放出のタイムスケールは Λ 粒子の弱崩壊のタイムスケールに比べて十分に小さいことが知られている。そのため、我々は核分裂が起きる時に Λ 粒子は最低エネルギー状態にいと仮定した。また Λ 粒子の軌道は核分裂に対して断熱的であると仮定し、いずれのコアの変形度に対しても最低エネルギー状態にあると考えた。

Nuclei	^{238}U	$^{239}_{\Lambda}\text{U}$	$^{240}_{\Lambda\Lambda}\text{U}$	
			SAA1	SAA3
$B_f(\text{inner})$	8.43	8.72	9.04	9.06
$B_f(\text{outer})$	6.92	7.45	7.94	7.83

表 2: ^{238}U 、 $^{239}_{\Lambda}\text{U}$ 、 $^{240}_{\Lambda\Lambda}\text{U}$ の内側と外側の核分裂バリアの高さ

まず ^{238}U の single-と double- Λ ハイパー核の核分裂の計算を行った。図 1 はエネルギー曲線を四重極モーメント Q_2 の関数としてプロットしたものである。それぞれの曲線は基底状態 $Q_2^{\text{g.s.}} = 28.1$ のエネルギーで規格化されている。内側のバリアの鞍点は $Q_2 \simeq 55.0$ barn にあり、外側のバリアは $Q_2 \simeq 130.0$ barn にある。基底状態におけるコアの変形度や半径に対する不純物効果は single-でも double- Λ ハイパー核でも見られなかった。これは軽い Λ ハイパー核と異なり、重い原子核では ΛN 間相互作用は NN 間相互作用に比べて相対的に小さいためである。

内側 ($B_f(\text{inner})$) と外側 ($B_f(\text{outer})$) のバリアの高さを表 2 に載せてある。 Λ 粒子の数が増えるにつれ核分裂バリアが高くなっていることが分かる。これは Λ 粒子を加えることによって、 ^{238}U がより核分裂崩壊に対して安定になっているということである。また double- Λ ハイパー核の $B_f(\text{inner})$ は $\Lambda\Lambda$ 間相互作用の種類に依存していないのが分かる。その一方で、 $B_f(\text{outer})$ は $\Lambda\Lambda$ 間相互作用によって変化があるように見える。さらに、SAA3 での外側のバリアの幅が SAA1 の結果に比べて狭くなっていることが図 1 から見ることができる。

このような Λ 粒子によるバリアの高さと幅の変化を調べるため、 B_f を以下のようにコアと Λ 粒子のエネルギーの部分に分けて考える。

$$B_f = E(Q_2^{\text{s.p.}}) - E(Q_2^{\text{g.s.}}) = \Delta E_N(Q_2^{\text{s.p.}}) + \Delta E_{\Lambda}(Q_2^{\text{s.p.}}) \quad (5)$$

ここで $\Delta E(Q_2) = E(Q_2) - E(Q_2^{\text{g.s.}})$ と定義した。図 2 の左図と右図はそれぞれ single- Λ ハイパー核と double- Λ ハイパー核の $\Delta E_{\Lambda}(Q_2)$ をプロットしている。比較のために $\Lambda\Lambda$ 間相互作用がない場合の結果 (点線) もプロットした。それぞれの図から ΔE_{Λ} は $Q_2 = Q_2^{\text{g.s.}}$ 以上でおよそ単調増加しているのが分かる (SAA3 のみ減少している部分があるが、のちにこの結果について議論する)。これは Λ 粒子が核子数が多い親核から核子数が少ない娘核に移動し、 Λ 粒子の束縛エネルギーが減少するためである。内側の鞍点での ΔE_{Λ} は、single- Λ ハイパー核で $\Delta E_{\Lambda} = 0.24$ MeV である。一方 double- Λ ハイパー核の場合、SAA1 と SAA3 でそれぞれ $\Delta E_{\Lambda} = 0.48$ と 0.50 MeV となっている。これらはコア核の核分裂バリアからの変化分のおよそ 80 – 83% にあたる。のこりは ΔE_N に起因するもの

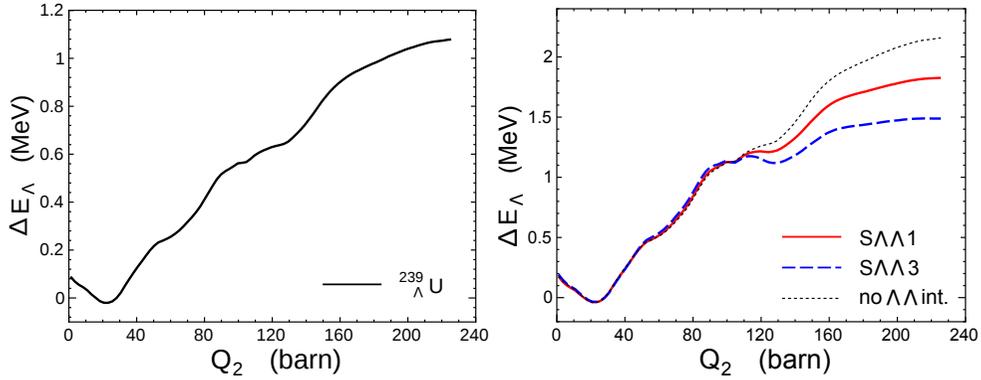


図 2: 基底状態から計った Λ エネルギー ΔE_Λ 。左図と右図はそれぞれ single-と double- Λ ハイパー核の結果を示している。

である。ゆえに、 Λ ハイパー核のバリアの増加は主に Λ 粒子の基底状態と鞍点でのエネルギー差によるものである。

同じ議論が外側のバリア $B_f(\text{outer})$ にも適応できるはずである。single- Λ ハイパー核に関しては、それが正しいことは確認できる。しかし double- Λ ハイパー核の場合、内側のバリア $B_f(\text{inner})$ ほど単純ではないことが分かる。なぜならば、Fig.2 から分かるように、 ΔE_Λ はパラメーターによって $Q_2 \simeq 100$ barn 以上から異なる曲線が描かれているためである。特に、長い相互作用レンジを持っている ΔE_Λ of S $\Lambda\Lambda$ 3 は短い相互作用レンジを持っている S $\Lambda\Lambda$ 1 よりも小さい値を示している。

$Q_2 \simeq 100$ 以上で $\Lambda\Lambda$ 間相互作用が核分裂バリアに影響を与える原因は Λ 粒子の密度分布と Λ 粒子のエネルギーの関係に起因している。それを示すためにまず最初に、 Λ 粒子の密度分布について議論する。図 3 は ${}^{240}_{\Lambda\Lambda}\text{U}$ のコアの密度 $\rho(r, z) \text{ fm}^{-3}$ と Λ 粒子の密度 $\rho_\Lambda(r, z) \text{ fm}^{-3}$ をプロットしている。左図と右図はそれぞれ $Q = Q_2^{g.s.}$ と $Q_2 = 200$ barn での結果を示している。一番上の図はコアの密度分布を示している。親核が左側と右側へと非対称に分裂しているのを見ることができる。分裂方向に対して一番密度の低い点を二つの核分裂片の分かれ目と定義し密度積分すると、左側の分裂片は右側に比べて重いことが分かる。真中と一番下の図はそれぞれ single- Λ ハイパー核と double- Λ ハイパー核 (S $\Lambda\Lambda$ 3) の場合の Λ 粒子の密度分布であり、 Λ 粒子は左側の核分裂片へと引き寄せられていることが分かる。この結果は Armstrong 氏らの実験で行われた結果と一致する。

次に Λ クラスターの半径と Λ 粒子のエネルギーの関係について議論する。図 4 の左図に Λ クラスターの root mean square (rms) 半径 r_{rms} を四重極モーメント Q_2 の関数でプロットしている。基底状態における半径は S $\Lambda\Lambda$ 1 と S $\Lambda\Lambda$ 3 パ

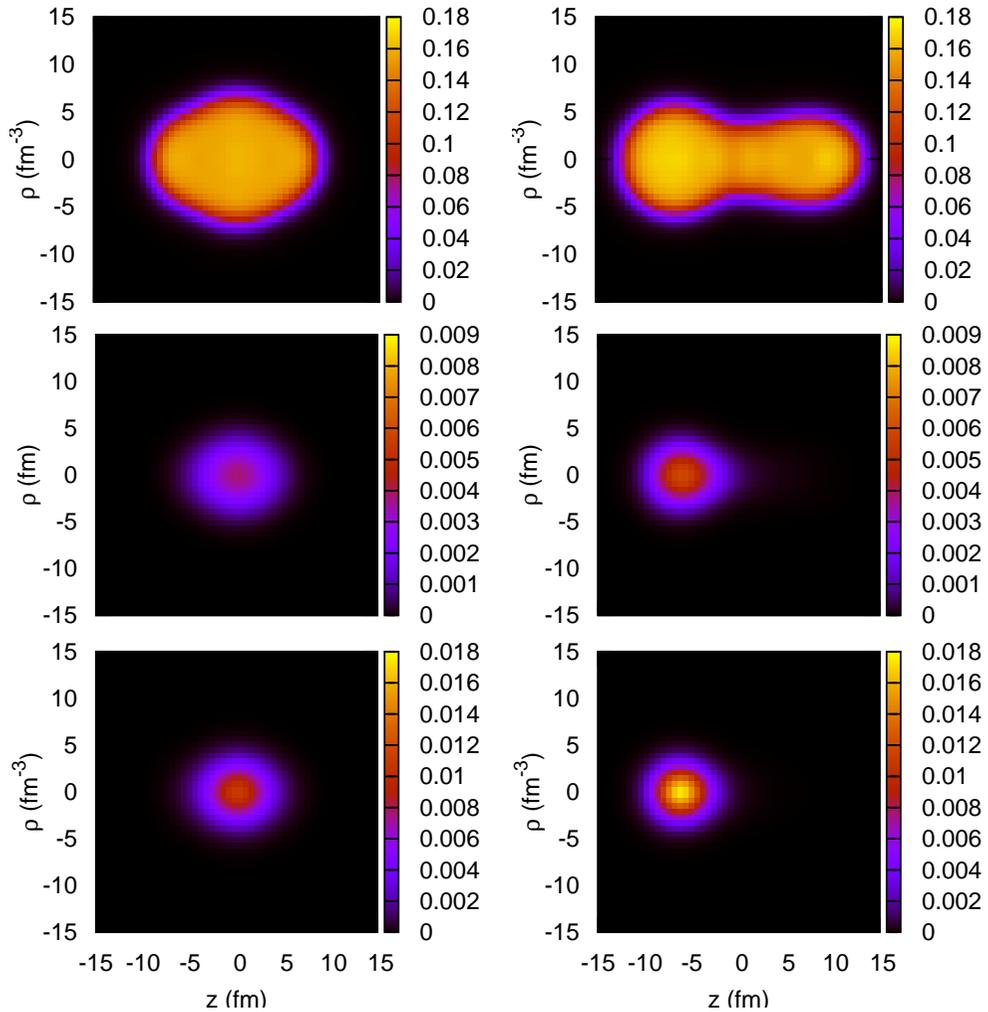


図 3: ${}^{240}_{\Lambda\Lambda}\text{U}$ のコアと Λ 粒子の密度分布 (fm^{-3}) (左図: $Q_2 = Q_2^{\text{g.s.}}$ barn、右図: $Q_2 = 200$ barn)。一番上の図はコアの密度分布、真中と一番下の図はそれぞれ single- Λ ハイパー核と double- Λ ハイパー核 ($S_{\Lambda\Lambda 3}$) の場合の Λ 粒子の密度分布である。

ラメータセットでそれぞれ $r_{\text{rms}} = 3.92$ と 3.76 fm である。それらは Q_2 とともに大きくなっていくが、 $Q_2 \sim 90$ barn 以上になると下がり始める。これは Λ 粒子が親核よりも小さい半径を持った核分裂片に引き寄せられているためである。最終的に $Q_2 = 200$ barn で、半径は SAA1 と SAA3 でそれぞれ $r_{\text{rms}} = 3.43$ と 3.26 fm になる。図 4 の右図には $\Lambda\Lambda$ 間相互作用の寄与による Λ 粒子のエネルギー $E_{\Lambda\Lambda}$ が r_{rms} の関数でプロットされている。ここで $E_{\Lambda\Lambda}$ は

$$E_{\Lambda\Lambda} = \int H_{\Lambda\Lambda}(\vec{r}) \quad (6)$$

で定義され、式 (3) の第 2 項に相当している。図中の と はそれぞれ基底状態 ($Q_2 = Q_2^{g.s.}$) と $Q_2 = 200$ barn における値を示している。あらゆる r_{rms} 範囲における $E_{\Lambda\Lambda}$ 曲線を描くため、s 波調和振動子波動関数で計算した結果 (SAA1(h.o.)、SAA3(h.o.)) もプロットしている。 $r_{\text{rms}} \simeq 1.9$ fm 以上では SAA3(h.o.) の $E_{\Lambda\Lambda}$ は SAA1(h.o.) よりも小さい値が得られている。これは、コアの原子核の半径が相互作用レンジに比べて十分に大きいエネルギー的に有利に働くためである。右図から、核分裂が進行するにつれて $E_{\Lambda\Lambda}$ が減少していくのが分かる。すなわち、 Λ クラスターの半径が減るにつれ $E_{\Lambda\Lambda}$ も減少していくということである。この効果は図 2 で $\Delta E_{\Lambda\Lambda}$ 曲線の中に見ることができる。 r_{rms} は $Q_2 \sim 100$ barn より下ではほとんど一定であるため、どの $\Delta E_{\Lambda\Lambda}$ も同じ曲線を描いているが、 Q_2 が 100 barn より大きくなると、2 つの $\Lambda\Lambda$ 間相互作用による結果はそれぞれ異なってくる。したがって、外側の核分裂バリアの高さとその幅は大きい Q_2 で $\Lambda\Lambda$ 間相互作用による影響が現れ始めるということになることが分かる。

4 結論

本研究では single- Λ ハイパー核 ${}^{239}_{\Lambda}\text{U}$ と double- Λ ハイパー核 ${}^{240}_{\Lambda\Lambda}\text{U}$ の核分裂バリアを Skyrme-Hartree-Fock + BCS 法を用いて計算し、 ${}^{238}\text{U}$ の核分裂バリアと比較を行った。その際に Λ 粒子は常に最低エネルギーの軌道を占有し、核分裂中に断熱的に移動すると仮定した。double- Λ ハイパー核のデータは single- Λ ハイパー核に比べて限られているため、2 種類の $\Lambda\Lambda$ 間相互作用を用いて計算と比較を行った。

数値計算の結果、 Λ 粒子の数が増えるにつれて核分裂バリアが高くなるという結果が得られた。これは主に基底状態と鞍点での Λ 粒子のエネルギー差によるものであることが分かった。また、double- Λ ハイパー核において外側のバリアは $\Lambda\Lambda$ 間相互作用の影響を受ける一方で、内側のバリアはほとんどその影響を受けていなかった。これは、 Λ クラスターの大きさが核分裂プロセスとともに

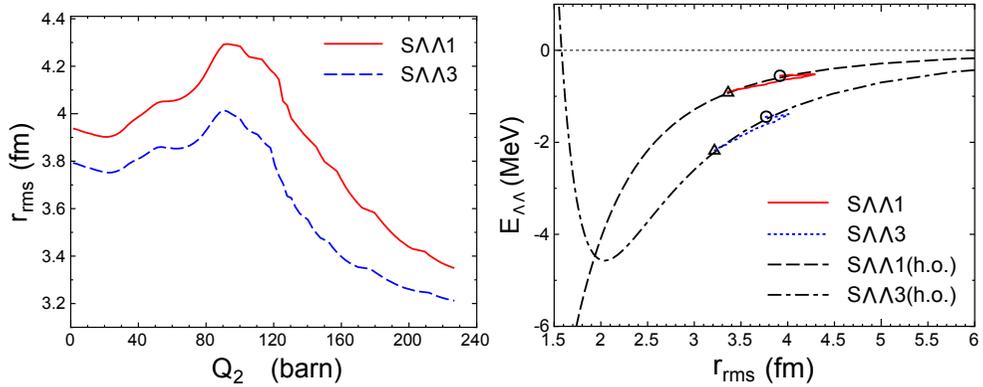


図 4: Λ 粒子の rms 半径 r_{rms} (左図) と $\Lambda\Lambda$ 間相互作用の寄与によるエネルギー $E_{\Lambda\Lambda}$ (右図)。比較のために s 波調和振動子波動関数で計算した結果もプロットしている。図中の \triangle と \circ はそれぞれ $Q_2 = Q_2^{g.s.}$ と $Q_2 = 200$ barn の点を示している。

に小さくなり、 Λ 粒子のエネルギーがゆっくりと減少していくためであることが分かった。

Λ ハイパー核の核分裂では重い核分裂片側に Λ 粒子が引き寄せられていく傾向がある。この性質を利用して、直接生成することが難しい重い中性子過剰な Λ ハイパー核を核分裂から生成することが考えられる。その他に、もし Λ 粒子が弱崩壊せずに核分裂片の中に残ったままであるならば、長寿命核分裂生成物の核変換への応用も期待される [34]。

参考文献

- [1] T. Motoba, H. Bando, and K. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **70**, (1983) 189.
- [2] E. Hiyama et al., Phys. Rev. C **53**, (1996) 2075.
- [3] E. Hiyama, M. Kamimura, K. Miyazaki, and T. Motoba, Phys. Rev. C **59**, (1999) 2351.
- [4] K. Tanida et al., Phys. Rev. Lett., **86** (2001) 1982.
- [5] E. Hiyama, M. Kamimura, T. Motoba, T. Yamada, Y. Yamamoto, Phys. Rev. C **66** (2002) 024007.
- [6] E. Hiyama, M. Kamimura, Y. Yamamoto, T. Motoba, Phys. Rev. Lett. **104** (2010) 212502.
- [7] D. Vautherin and D.M. Brink, Phys. Rev. C **5**, (1972) 626.
- [8] T.A. Armstrong, J.P. Bocquet, G. Ericsson, et al., Phys. Rev. C **47** (1993) 1957.

- [9] H.J. Krappe and V.V. Pashkevich, Phys. Rev. C **47** (1993) 1970.
- [10] F.F. Karpeshin, C.G. Koutroulos, M.E. Grypeos, Nucl. Phys. **A595** (1995) 209.
- [11] H.J. Krappe and V.V. Pashkevich, Phys. Rev. C **53** (1996) 1025.
- [12] J.A. Sheikh, W. Nazarewicz, J.C. Pei Phys. Rev. C **80** (2009) 011302.
- [13] F. Minato and K. Hagino, Phys. Rev. C **77** (2008) 044308.
- [14] M. Bender, R.H. Heenen Phys. Rev. C **70** (2004) 054304.
- [15] A. Staszczak, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, Int. J. Mod. Phys. E, **14**, (2005) 395.
- [16] L. Bonneau, Phys. Rev. C **74**, (2006) 014301.
- [17] M. Rayet, Nucl. Phys. **A367** (1981) 381; Ann. of Phys. **102** (1976) 226.
- [18] Y. Yamamoto, H. Bando, and J. Zofka, Prog. Theor. Phys. **80**, (1988) 757.
- [19] Y. Yamamoto, H. Bando, Prog. Theor. Phys. **83**, (1990) 254.
- [20] D.E. Lansky and Y. Yamamoto, Phys. Rev. C **55**, (1997) 2330.
- [21] D.E. Lansky, Phys. Rev. C **58**, (1998) 3351.
- [22] J. Cugnon, A. Lejeune, and H.-J. Schulze, Phys. Rev. C **62** (2000) 064308.
- [23] I. Vidaña, A. Polls, A. Ramos, and H.-J. Schulze, Phys. Rev. C **64** (2001) 044301.
- [24] F. Tondeur, S. Goriely, J.M. Pearson, M. Onsi, Phys. Rev. C **62**, (2000) 024308.
- [25] T.H.R. Skyrme, Nucl. Phys. **9**, (1959) 615.
- [26] F. Minato, S. Chiba, and K. Hagino, Nucl. Phys. **A** (2009).
- [27] F. Minato, S. Chiba, Submitted to Nucl. Phys. **A**.
- [28] P.-G. Reinhard, the computer code SKYAX (unpublished).
- [29] P.-G. Reinhard, D.J. Dean, W. Nazarewicz, J. Dobaczewski, J.A. Maruhn, and M.R. Strayer, Phys. Rev. C **60**, (1999) 014316.
- [30] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, and H.-B. Hakansson, Nucl. Phys. **A635**, (1982) 231.
- [31] C.B. Dover, D.J. Millener, A. Gal, D.H. Davis, Phys. Rev. C **44**, (1991) 1905.
- [32] K.T.R. Davies, G.R. Satchler, Nucl. Phys. **A222**, (1974) 13.
- [33] S. Aoki *et al.*, Nucl. Phys. **A828** (2009) 191.
- [34] S. Chiba, F. Minato JAEA Conf 2010-005, Proc. of the 2009 Annual Symposium on Nucl. Data (NDS2009) (2010) pp 39-44.

散逸・揺動核反応理論と核構造理論

阿部 恭久

大阪大学核物理研究センター

概要

核構造計算結果は、核反応計算への InputData である。第一に、超重元素の存否或いは、残留確率を決める、所謂殻補正エネルギーがあるが、系統的且つ信頼度の高い微視的多体理論による予言がない。現在は、独立粒子モデルによるものが利用可能である。因みに 1 MeV の違いは残留断面積に 1 桁の違いをもたらす。即ち実験時間に 10 倍の変化をもたらす。さらに、その励起エネルギー或いは温度依存性（所謂 殻減衰）についての微視的理論的研究は、ない。現象論的取り扱いのみ利用可能である。

一方、核反応解析は、構造計算で得られる物理量に制限を与える。例えば、融合確率は、集団運動に対するエネルギー散逸係数、或いは摩擦係数に大きく影響されるので、実験データとの対比から、摩擦係数に制限がつく。核分裂についても同様で、分裂確率、更には分裂片運動エネルギーは、摩擦係数に制限を与える。

重い系の融合・分裂反応、特に超重元素合成を具体例にして、現象論的、半微視的理論による物理係数を用いた研究の到達点を簡潔に説明して、微視的多体理論の今後の研究方向の参考に供したい。

1 はじめに

核反応で合成される複合系は、ごく短い時間の後 ($< 10^{-22}$ sec, Weidenmueller)、熱平衡に達する（即ち前平衡過程の後）。核子自由度の熱平衡化は、実験的に放出粒子の速度分布、或いはエネルギー分布によって確認される。しかし、集団運動が熱平衡に達するには、桁違いに長い時間を要することが推測される。そもそも、多くの場合核分裂の life（因みに、重イオン融合分裂の観測されている反応時間 $10^{-17} \sim 10^{-21}$ sec）は、中性子放出の life と比べ長い。これは、実験的には、中性子多重度の異常などで観測されている（必ずしも unique な解釈と確認されているわけではないが）。従って、励起原子核の集団運動は、有限温度の核子系を熱浴とした Brown 粒子の運動と見做して差し支えないであろう。初期状態はもちろん熱平衡ではなく、複合核を生成する反応によって、即ち入射チャンネルによって定まるであろう。そこからの平衡化過程或いは緩和過程の記述が必要となる。これが Langevin 方程式、或いは Fokker-Planck 方程式や Smoluchowski 方程式などを用いる理由である。

参考文献：

- H. Weidenmueller, Prog. Part. Nucl. Phys., 3(1980) 49.

2 散逸・揺動方程式の復習

多体系における集団座標に対する Langevin 方程式の一般的導出は、森先生によって与えられた。Langevin 方程式やその他の確率論的運動方程式の関係は、久保先生の教科書などに説明されている。大きくは、二つに分けられる。まず、Brown 粒子の軌道を追跡記述する Langevin 方程式で、Langevin (random) force の存在のため多くの軌道について計算しなければならない。個々の軌道には直接的な物理的意味はない。第二に位相空間での分布の時間変化を追う方程式である。核分裂に用いられた Kramers 方程式は、その例である。これは、上の多くの Langevin 軌道を位相空間上で平均化 (Coarse-Graining) したものに对应している。従って、二つの方法は等価であり、どちらを用いてもよい。それぞれ、長短がある。例えば、偏微分方程式である、Fokker-Planck 方程式は定数係数の場合や、放物型などのポテンシャルの場合について解析的解を求め、定性的議論を行うのに適しているが、現実的ポテンシャルや、多自由度の場合は、数値的に解かざるを得ないが、電算機の進歩を考慮しても当分困難である。一方、Langevin 方程式はちょうど逆である。

なお、森の理論では、摩擦は記憶効果を含み、Langevin force は、時間相関 (Non-Markovian) を持っている。それらは、揺動・散逸定理で結ばれている。具体的に原子核系について、記憶効果がどの程度かを微視的に調べることは、物理的に重要である。E. Suraud et al は、Boltzmann 方程式の衝突項からこれを議論している。一方、Hofmann 等は、集団運動と熱浴に対応する Hamiltonian とそれらの間の Bi-linear coupling から出発して摂動論的近似を用いて、Kramers 方程式を導いている。これが、重イオン反応における、いわゆる線形応答理論である。ここでも、記憶効果が入ってくるが、これを Delta 関数近似を行っている。さもなくば、もう一段複雑な方程式となる。Langevin 方程式では、記憶効果のある場合、数値的に解くには工夫が必要だが、大して困難ではない。(B. Yilmaz et al)

参考文献：

- H. Mori, Prog. Theor. Phys. 33 (1965) 423.
- R. Kubo et al., Statistical Physics, Vols 1 and 2(Springer, Heidelberg, 1985)
- E. Suraud et al., Nucl. Phys. A542 (1992) 141.
- H. Hofmann and P. Siemens, Nucl. Phys. A275 (1977) 464.
- S. Ymaji et al., Nucl. Phys. A457 (1988) 487.
- B. Yilmaz et al., Phys. Rev. E73 (2006) 046114-7.
- B. Yilmaz et al., Phys. Rev. E77 (2008) 011121-9.

For a review of stochastic approaches to nuclear dynamics,

- Y. Abe et al., Phys. Rept. 275 (1996) 49.

3 摩擦に対する模型

現象論的解析では摩擦としてどのようなものでも導入できるが、系統的に使用できるものとしては、所謂、1体模型や2体模型が知られているが、T. Wada et al. は、核分裂の中性子多重度及び分裂片の運動エネルギーの解析から、前者の方がより適していることを示した。その後ロシアのグループなどによる系統的な研究が行われている。Wall 公式に Reduction Factor を掛けた方が、分裂片の運動エネルギーをよりよく再現するとの結論が得られている。1体模型は、古典的に求められているが、これを量子力学的に基礎付けようとする試み (Randrup, Griffin 等) が行われたが、大方の人を納得させては、いない。一方、線形応答理論は、その物理的描像が、1体模型に対応するので、定量的研究及び現象論との対比が望まれる。

参考文献：

For friction consistent with neutron multiplicity and fragments kinetic energy,

- T. Wada et al., Phys. Rev. Lett. 70 (1993) 3538.

For one-body model of friction; Wall-and-Window Model

- J. Blocki et al., Ann. Phys. 113 (1978) 330.

For two-body model of dissipation; Viscosity (流体中の速度勾配に比例する粘性によるエネルギーロスの計算)

- K.T.R. Davies et al., Phys. Rev. C13 (1976) 2385.

For a review of friction coefficients,

- D. Hilscher and H. Rossner, Ann. De Phys.17 (1992) 471.

4 核分裂理論

Bohr-Wheeler の Fission 幅の理論は、標準的古典的公式であり、広く使われているが、この理論は、鞍点近傍での位相空間についての等重率の仮定に基づいている。平衡状態と同じ仮定である。Kramers は、所謂 Kramers (Fokker-Planck) 方程式 (Langevin 方程式と等価) の定常解を解析的に求め、Bohr-Wheeler 公式に修正因子が必要なことを示した。この因子 (Kramers Factor) は、摩擦係数と鞍点近傍でのポテンシャル曲率との比の簡単な関数で与えられ、常に 1 より小さい。例えば、1体模型の摩擦に対しては数分の 1 から 10 分の 1 程度となる。つまり位相空間が摩擦によって制限されることを示唆している。

Langevin 方程式を与えられた初期条件から出発して解くと、時間に依存する分裂幅 (確率) が得られる。0 から出発し、摩擦に依存する、ある時間 (Transient time) の後、確率は定常

値に到達する。これが Kramers 値である。従って、有効 Fission life は、Bohr-Wheeler 値に比べて 2 重に (Kramers 因子及び Transient time) 長くなる。従って、中性子或いは光子などは、Bohr-Wheeler の場合に比べて余分に放出される。これが、異常多重度の動力的説明である。

参考文献：

For the first application of Langevin equation to nuclear dynamics,

- Y. Abe et al., J. de Phys. No.8, Tome 47 (1986) C4-329.

For fission in multi-dimension by Langevin equation,

- T. Wada et al., Nucl. Phys. A538 (1992) 283c.
- C. Shen et al., Phys. Rev. C66 (2002) 061602(R).

5 重イオン核融合理論

超重元素合成には、重イオン核融合反応が用いられる。重い系では、所謂「融合阻害」が観測されているが、未だその物理的機構は解明されていない。従って融合確率、及び残留核断面積の理論的予言は、全く覚束無い。最近の我々の研究から、阻害は、次の二つの要因によっていると考えられる：

I. 入射チャンネルの二つの原子核で初期に形成される 2 原子核配位が、複合系として分裂に対する鞍点の外側にあること。これは、超重元素核では容易にあり得る。なぜならば、Fissility parameter が 1 に近く、従って鞍点が、球形のすぐ近くであるからである。

II. 入射チャンネルによって持ち込まれた運動エネルギーが速やかに散逸し、核子系の熱運動に変換される。従って、2 原子核間の相対運動エネルギー、或いは超変形状態から球形への力学的運動エネルギーは、残っていない。即ち、鞍点或いは尾根 (Ridge-line) を力学的に越えることは、出来ない。(Swiateck 等は融合には大きな入射エネルギー (Extra-push Energy) の必要であると主張した。以下に述べるように、超重元素合成には、必要ない。)

では、融合は、どのようにして可能であろうか？集団運動は、持ち込んだエネルギーを失うが、熱浴との接触による揺動がある、即ち Langevin force である。これにより力学的には不可能であるが、僅かな確率で、鞍点或いは尾根を越えることが可能である。測定されている超重元素核合成の小さな断面積には、この僅かな確率で十分である。これは、いわゆる古典軌道模型、或いは摩擦模型では、理解できない。揺動を取り入れて、小さな確率を含む融合確率のエネルギー依存を求めることが必要である。これを記述する解析的表式は、鞍点近傍のポテンシャルを逆放物線近似して求めることが出来る。多次元の一般的な場合の解析解 (逆 Kramers 公式) は、Y. Abe et al. によって与えられている。この公式の「融合阻害」への適用、及び超重元素合成の理論的予言についての定性的議論は、Y. Abe が、RIKEN 主催の国際会議

RNB 2000ですすでに報告している。わが国では、あまり注目されなかったが、Swiatecki等は、これに着目し、早速いわゆる冷融合過程に適用し、一応の成功を取めた。しかしながら、実験で測定されている断面積を再現するために、現象論的任意パラメターを一つ導入せざるを得なかった。質量非対称自由度を固定したことが、一つの原因であろう。これについては、以下順次議論する。研究は、未だ現在進行中である。

参考文献：

For analytic solution of the multidimensional Langevin equation with parabolic potential and for the inverse Kramers formula,

- Y. Abe et al., Phys. Rev. E61 (2000) 1125.

For application of the inverse Kramers formula to synthesis of SHE,

- Y. Abe, Eur. Phys. J. A13 (2002) 143-148.

For theory of synthesis of SHE with fusion hindrance

- Y. Abe et al., Prog. Theor. Phys. Suppl. No.146 (2002) 104; Acta Physica polonica, B34 (2003) 1927.

For boundary between the normal and the hindered fusions,

- C. Shen et al., Science in China Ser. G52, No.10 (2009) 1458.
- C. Shen et al., submitted for publication, and ArXiv: 1103.1449v1 [nucl-th]

For numerical solutions of multidimensional Langevin equation with the realistic potential and the friction tensor,

- T. Wada et al., Nucl. Phys. A583 (1992) 283c.
- C. Shen et al., Phys. Rev. C66 (2002) 061602(R).
- B. Bouriquet et al., Eur. Phys. J. A22 (2004) 9-12.

6 Neck 自由度の振る舞い

融合、分裂過程を記述するには、最低三つの座標が必要である。例えば、2中心模型では、中心間距離、質量非対称度、及びNeckの太さである。もちろん、もっと精緻な記述には、それぞれの核のN/Zや変形度などが必要であろう。これらすべてを含む多次元Langevin方程式を数値的に解くことは可能であるが、動力学的な機構の理解を得るには、得られた数値解の

注意深い分析が必要になる。その前に、ここでは3つの自由度のみを考え、各自由度の振る舞いをまず検討することにする。特に Neck 自由度は、他の自由度との結合が弱い。たとえば、ポテンシャルエネルギーは、相対距離、質量非対称度とほぼ対角的である。独立に考察することは十分意味があるであろう。

融合反応では、入射チャンネルの二つの原子核は、Coulomb 障壁を越えた後接触して、2原子核配位を形成する。これが、球形核へ進めば融合であり、再び離れば準分裂である。従って、Neck のくびれが埋まり、一つの巨大変形した原子核を構成するかどうかは、重要な問題である。摩擦が十分強いことを知っているのので、Over-damped Langevin 方程式、あるいは等価な Smoluchowski 方程式を用いることができる。ここでは、解析的研究に馴染みやすい後者を用いることにする。Neck のくびれは、核子に対するポテンシャルを記述する二つの調和振動子ポテンシャルの接続点 (Spike) のポテンシャルの高さの補正を記述するパラメータ Epsilon を用いる (全系の形は、1 定容積の等ポテンシャル面)。Epsilon が 1 の場合は、補正無し、従って接触 2 原子核配位を表し、0 の場合は、くびれに対応する Potential Spike が完全に潰された場合で、ポテンシャルが z 方向に広く平らな巨大変形した複合核を表す。従って、Epsilon = 1 での Delta 関数を初期分布として、Smoluchowski 方程式を解くことによって、Neck の分布の時間発展を知ることができる。Epsilon = 1 の近傍ではポテンシャルは線形で、引力的である。摩擦係数としては、その近傍の 1 体模型の値を採ることにする。この型の偏微分方程式は、すでに Smoluchowski 自身によって解かれている。おそらく大気中のチリ (重力ポテンシャル、線形位置エネルギー、即ち線形ポテンシャル中) の拡散の研究に用いたのである。

この解を再導出すると共に、Neck に関するパラメータを入れて、この解を分析した。新しく解ったことは、Neck は非常に早く熱平衡に達することである。具体的には、相対運動が球形核を形成するのに要する時間、即ち鞍点を越える時間に比べて、ほぼ 1 桁短いことである。同じ手法を用いて、質量非対称度について調べると、緩和時間は、ほぼ相対運動と同程度であることがわかった。従って、重イオン核融合は、Coulomb 障壁を越えた後、2 原子核配位は直ちに、巨大変形を持つ一つの複合核を形成し、その後、相対距離と質量非対称自由度の拡散運動が始まり、広がった分布の裾の部分が尾根を越えて球形の超重元素に対応する複合核を形成する。すでに、最近の多次元 Langevin 方程式の数値解では、実際これを考慮している。ただし、Neck 自由度が早いので、遅い自由度と同時に取り扱うときには、時間ステップの取り方に注意しないと、誤った結果を得ることになる。過去の Neck を含む多次元 Langevin 方程式の数値解は、再検討を必要とするであろう。

多次元 Smoluchowski 方程式から出発し、早い自由度である Neck 座標を消去して残りの遅い自由度についての有効方程式を導くことが可能である。所謂、断熱消去の方法である。結果は、近く公表予定であるが、興味深い結果としては、Swiatecki 等が導入した任意パラメータを、少なくともその 1 部分を説明できることである。

いずれにせよ、動径と質量非対称度は、動力学的に結合を考慮して解かねばならない。Langevin 方程式の数値解ではそうしてきているが、その必要性を確認したことになる。2

次元 Langevin 方程式或いは、Smoluchowski 方程式の解析解は、近似的ポテンシャル及び常
数摩擦係数について得られているが、その物理的理解を現在進めている。これは現実的ポテ
ンシャルや摩擦テンソルを用いる数値解の物理的解釈や、超重元素合成の理論的研究に有用
な指針を与えるであろう。

なお、Smoluchowski 方程式の解析解を用いる方法は、U + U 等の巨大 2 原子核配位の動的
振る舞いの解析、すなわち形成後直ちにどの方向に向かって運動するか、あるいは、どの程
度の時間ある形に留まるか等の研究に有効である。即ち、Z=184 核の合成確率の検討に直
ちに応用可能である。

参考文献：

For Smoluchowski 's original paper,

- M.v.Smoluchowski, Physik. Zeitschr.17 (1916) 585.

For formation of the deformed mono-nucleus from the di-nucleus,

- Y. Abe et al., I.J. Mod. Phys. E17 (2008) 2214: E18 (2009) 2169.

For the radial fusion,

- D. Boilley et al,Eur. Phys. J. A18 (2003) 627-631.

For effects of the fast degree on the slow degrees of freedom,

- Abe 's short note
- D. Boilley et al., under preparation

7 超重元素合成理論の現状・課題及び 発展

超重元素に対する残留断面積を理論的に計算するためには、上で述べた、融合確率に加え
て、複合核の生き残り確率、即ち荷電粒子放出を伴わず、且つ分裂をしないで冷却する確率
が必要である。即ち、形成された複合核が中性子或いは光子の放出で冷却する確率である。
これは、極端に小さいことが予想される。なぜなら、超重元素核では、Fissility が 1 に近く、
従って分裂に対する鞍点（障壁）の高さがほとんど零に近く、分裂確率が大きいからである。
中性子放出の確率と分裂の確率の比は、簡単な統計理論では、指数関数で与えられる。その
変数は、 $(B_f - B_n)/T$ である。 T は、複合核の温度、 B_f 、 B_n は、それぞれ分裂障壁の高さ、中
性子分離エネルギーである。 B_f と B_n が等しければ、比は 1 となり、二つの崩壊過程は、対
等に競争するが、 B_n は 7 - 8 MeV くらいであるから、 B_f がゼロに近ければ、比は極端に小

さくなり、中性子を放出せず、ほとんどすべて分裂してしまう。即ち残留核はほとんど得られない。

所謂、熱融合経路を用いる場合は、励起エネルギーが高く、中性子放出は1個に留まらないし、陽子、アルファ粒子などの放出も可能である。統計計算コードは、通常これらをすべて取り入れている。最近、私達が開発したコード KEWPIE I, II は、さらに崩壊過程を記述する Bateman 方程式を通常の MonteCarlo 法ではなく、直接時間積分して解いている（極小さい確率を求めるには MonteCarlo 法は、適当でない）。ここでは、分裂幅の時間依存性（Transient Time）を正しく取り入れることが出来る。

そもそも、超重元素の存在予言は、所謂殻補正エネルギーが大きいことに拠っている。即ち、基底状態のエネルギーは補正エネルギー分だけ余計に束縛されている。従って、実効分裂障壁はその分だけ高くなり、分裂に対して安定になる。しかし、核反応で形成される複合核は、基底状態ではなく、励起状態である。殻補正エネルギーは、基底状態に対して計算されていて、励起されれば当然減少すると予想される。なぜなら、たくさんの粒子-空孔対が出来れば、殻構造そのものが壊されるからです。この励起エネルギー依存性は、理論的には未だよく調べられていない。重要な課題である。とにかく、この効果を核反応過程の記述でどのように考慮されるであろうか？ひとつの方法は、所謂レベル密度定数 a の励起エネルギー依存を通じて取り込む。この定数は、元々、Fermi エネルギー近傍の一粒子準位の密度であり、物理的によく対応する。これは低励起エネルギーにおいて観測された準位密度を、核図上の核種について広く系統的に再現するように決められた。当然、魔法核を含む領域にわたっているので、パラメータは、殻補正エネルギーの関数となるが、Ignatyuk 等は簡単な指数関数を提案している。しかし、関数形についての理論的根拠は知られていない。

これを用いて、分裂幅の簡単な評価をおこなうと、その表式は、有効分裂障壁であらわされ、その障壁は、殻エネルギーと励起エネルギーに依存し、励起エネルギーが十分高いと液滴模型のそれになり、十分低いと、すなわち、基底状態近傍では、液滴模型のものに殻補正エネルギーの絶対値を加えたものになる。従って、このパラメータは、分裂に対する殻補正エネルギーの効果を定性的に正しく取り入れている。超重元素核では、液滴模型における分裂障壁はほとんど零であり、殻補正エネルギーが分裂に対する安定性を与えていると予想されているので、この効果を正しく取り入れることは決定的に重要である。

我々の取り扱いは、冷融合経路及び熱融合経路をともにひとつの枠組みで取り扱える。このことから、すぐ解るように、標的核および入射粒子核の様々な組み合わせ（例えば、 $X+^{208}\text{Pb}$, ^{209}Bi ; $^{48}\text{Ca}+X$ に加えて $X+^{238}\text{U}$ ）について適用することが可能である。これは、より大きな Z を持つ超重元素の合成についての理論予言を可能にする。現在まで実験的に測定されている残留核励起関数の再現に成功し、さらに $Z=117$ 等の予言にも成功している。しかし、残念ながら理論計算の絶対値は、測定値に比べ 2 ~ 3 桁ほど系統的に大きすぎる。未だ何か未知のことがあることを示唆している。もちろん、これは P. Moeller 達の殻補正エネルギーが正しいとしてのことであるが。従って、殻補正エネルギー及びその減衰エネルギーの微視的理論研究が期待されている。もう一つの可能性は、融合確率の理論の正しさの程度で

ある。融合確率の解析解の検討を始めたのはその検討のためである。反応機構の物理的理解を進め、数値解では、気づき難い事の探索である。Neck 自由度の分析は、その1歩である。

参考文献：

For Ignatyuk parameterization,

- A. Ignatyuk et al., *Yaz. Fiz.* 21 (1981) 485.

For predictions of SHE,

- T. Wada and Y. Abe, *BUTSURI* 57, No.6 (2002) 383.
- T. Nomura and Y. Abe, *BUTSURI* 60, No.9 (2009) 725.
- B. Bouriquet et al., *Eur. Phys. J. A* 22(2004) 9.
- Y. Abe et al., *Nucl. Phys. A* 834 (2010) 349c-352c.

For recent prediction of $Z=117$,

- C. Shen et al., *I.J. Mod. Phys. E* 17 (2008) 66.

For statistical decay code KEWPIE for heavy nuclei,

- B. Bouriquet et al., *Comp. Phys. Comm.* 159 (2004) 1.
- A. Marchix, Thesis, Univ. Caen (2007).

For effective barrier etc,

- Y. Abe et al., *Eur. Phys. J. Web of Conference* 2 (2010) 10002.

中重核の深部サブバリア融合反応で起こる、瞬間近似的状態から断熱近似的状態への滑らかな遷移

市川 隆敏¹、萩野 浩一²、岩本 昭³

¹ 京都大学基礎物理学研究所, ² 東北大学大学院理学研究科, ³ 日本原子力研究開発機構

中重核領域の深部サブバリア融合反応において、ある閾値以下の超低エネルギー入射エネルギーでの融合断面積が、標準的なチャンネル結合法の見積もりよりも急激に落ち込む現象が観測されている [1, 2]。この急激な落ち込みは、しばしば融合阻害と呼ばれ、さまざまな中重核の反応系で観測されている。これらの融合阻害の機構を明らかにする事は、有限多体系の量子トンネル現象の基礎的性質を理解する上で非常に重要な課題である。

この融合阻害を理解するのに鍵となるのは、トンネル透過過程における衝突する二核の核子密度の重なりである。入射エネルギーが二核の接触点でのポテンシャルエネルギーよりも低い時、内側の古典転回点は二核の接触点より内側に位置して、接触点での入射核と標的核はまだ古典禁止領域の中にある。つまりこのような状況では、融合が起こる前に、残りのポテンシャルを二核の密度が重なり合いながらトンネルしなければならない。

そこで我々は様々な重イオン間ポテンシャルを用いて、二核の接触点でのポテンシャルエネルギーを計算した [3]。そして実験で観測された融合阻害の入射エネルギー閾値と系統的に比較した。比較の結果、二核の接触点でのポテンシャルエネルギーと融合阻害の閾値エネルギーが非常に強く相関する事が解った。これは重なり合った領域での核間相互作用が深部サブバリア融合阻害で重要な役割を果たしている事を強く示している。

そこでこの融合阻害現象を説明する為に、我々は従来から用いられている標準的なチャンネル結合法で、二核の密度が重なり合う領域での量子トンネルを断熱近似に基づいて考慮する拡張を提案する [4]。我々のモデルでは、二核が重なり合う領域において、標的核と入射核間はネック形成しており、エネルギー的に最も低い密度配位を取ると仮定する。そこでこの仮定に基づいて、我々は二核が接触してから複合核に至るまでの形状変化を Lemniscatoid パラメトリゼーションにより記述し、二体から一体系までのポテンシャルエネルギーを湯川+指数関数型 (YPE) モデルで計算して滑らかに接続した [5]。

しかしこの断熱的ポテンシャルエネルギーを直接、従来からの標準的なチャンネル結合法に適用するのは適切ではない。ネック形成の効果はすでにチャンネル結合の効果に部分的に含まれており、ネック形成の効果を一重に計算する。これを避けるために、我々は以下の仮定を行う: (1) 標的核と衝突核が接する前では、二体系での従来からの標準的なチャンネル結合法が良く成り立つ。(2) 標的核と衝突核がお互いに十分重なり合った後では、二体系での各々の励起が無視され、単一の断熱的一体場ポテンシャルによって融合過程は記述される。(3) 二体系から、断熱的な一体系へ取り扱いへの変化は二核の接触点近傍で起こり、すべての物理量は滑らかに接続される。

二体系と一体系を滑らかに接続した湯川+指数関数型断熱的ポテンシャルは、すでに条件 (1)-(3) を満たす。しかし標準的なチャンネル結合法で用いる、二体系の振動励起状態との結合

を記述する結合ポテンシャルは、これらの条件を満たさない。標準的なチャンネル結合法での結合ポテンシャルは通常、重イオン間ポテンシャルを各々の重心間距離で振動を記述する変形パラメータにより展開して、二次の項まで計算される。そこで結合ポテンシャルが、それらの条件を満たすように、以下の様な形を導入する。

$$V_N(r, \lambda_\alpha) = V_N^{(0)}(r) + \left[-\frac{dV_N^{(0)}}{dr} \lambda_\alpha + \frac{1}{2} \frac{d^2V_N^{(0)}}{dr^2} \lambda_\alpha^2 \right] \Phi(r, \lambda_\alpha), \quad (1)$$

ここで λ_α は振動励起演算子の期待値、 $V_N^{(0)}$ は球形時の重イオン間ポテンシャルである。標準的なチャンネル結合法と比較して、一番重要な改良点は、減衰因子 Φ の導入である。この減衰因子は、二核が接触した後に標的核と衝突核の振動励起への遷移強度を減少する事で、断熱近似へ滑らかに遷移する物理過程を記述する。そこで我々は減衰因子として、以下の式を用いる。

$$\Phi(r, \lambda_\alpha) = \begin{cases} 1 & r \geq R_d + \lambda_\alpha \text{ (二体領域)}, \\ \exp\left[-(r - R_d - \lambda_\alpha)^2 / 2a_d^2\right] & r < R_d + \lambda_\alpha \text{ (重なり領域)}, \end{cases} \quad (2)$$

R_d は二核が球形の時の接触点での重心間距離、 a_d は減衰ぼやけのパラメータである。接触点より外側では通常の標準的なチャンネル結合方程式に一致して、内側では減衰因子の効果で結合ポテンシャルは小さくなる。ここで重要なのは、減衰因子中での接触点は λ に依存する事である。つまり、結合ポテンシャルは各々のチャンネルで違った重心間距離から減少し始め、それぞれ滑らかに断熱的ポテンシャルへと接続する。

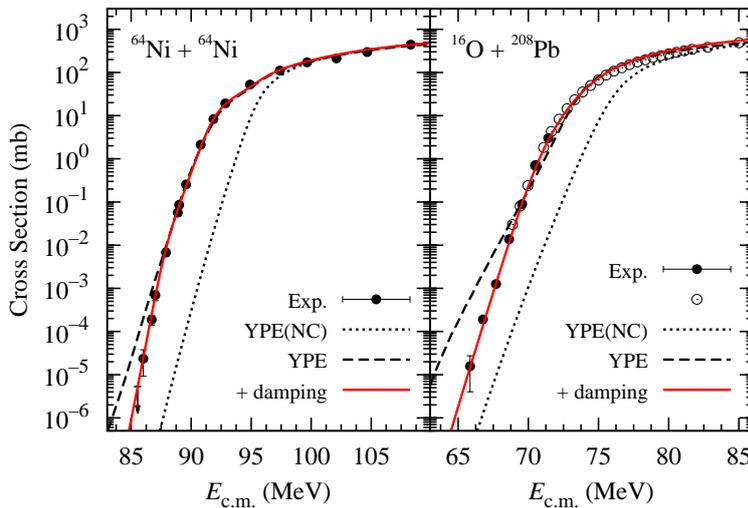


図 1: $^{64}\text{Ni}+^{64}\text{Ni}$ と $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$ 系の融合断面積。実線と破線はそれぞれ減衰因子ありとなしの計算。点線は球形の YPE ポテンシャルを用いたチャンネル間の結合が無い時の結果。

我々はこの模型を $^{64}\text{Ni}+^{64}\text{Ni}$ 、 $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$ 反応系へ適用して、融合断面積の急激な落ち込みが、断熱近似的状態で記述される一体ポテンシャルの効果で説明できるのかを実験値と比較して調べた。そこで減衰因子と YPE ポテンシャルを計算コード CCFULL [6] へと組み込み、融合断面積を計算した。 $^{64}\text{Ni}+^{64}\text{Ni}$ の入力として、文献 [1] のパラメータを用いた。また $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$ の入力は文献 [7] と同じであるが、3- のフォノン励起と二重の八重極フォノン励起を ^{16}O と ^{208}Pb 原子核に用いた。また減衰因子とぼやけのパラメータは実験に一致する様に選び、 $^{64}\text{Ni}+^{64}\text{Ni}$ では

$r_d = 1.298$ fm と $a_d = 1.05$ fm、そして $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$ 反応には $r_d = 1.280$ fm と $a_d = 1.28$ fm を用いた。また YPE 模型には FRLDM2002 の値を用いて、 r_0 は 1.205 fm と 1.202 fm をそれぞれ $^{64}\text{Ni}+^{64}\text{Ni}$ と $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$ 反応へ適用した。

図 1 は計算の結果、得られた融合断面積を表している。図中、黒丸が実験結果、実線は減衰因子がある場合、また破線は減衰因子がない場合、点線はチャネル結合がない場合の結果である。図から解るように、減衰因子を導入する事により、計算結果は劇的に改善される。またこの模型は、S 因子や融合断面積の対数微分値の実験結果も非常に良く再現する [4]。そして減衰因子に用いた核半径パラメータは、系に依存せずほぼ $r_d \sim 1.2$ fm である。この模型は融合断面積の急激な落ち込み現象を非常に良く記述しており、断熱近似的な一体場の効果がこの急激な落ち込みの原因である事を示している。

この模型は現象論的に減衰因子を導入する事で、断面積の急激な落ち込みを非常に上手く記述する事が出来たが、今後の課題としてこの減衰因子の微視的観点からの基礎付けが待たれる。より微視的な観点から、接触点より内側では量子論的な摩擦の効果が重要であるとの指摘がある [8]。また一粒子状態の自由度を熱浴とみなし、熱浴と集団自由度の結合により量子デコヒーレンス現象が起きているとの主張もある [9, 10]。これからの発展として、さらに微視的な一粒子状態を含めた議論が、量子トンネル効果の基礎理論発展にはより重要となるだろう。

参考文献

- [1] C.L. Jiang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 052701 (2002).
- [2] A. Shrivastava *et al.*, Phys. Rev. Lett. **103**, 232702 (2009).
- [3] T. Ichikawa, K. Hagino, and A. Iwamoto, Phys. Rev. C **75**, 064612 (2007).
- [4] T. Ichikawa, K. Hagino, and A. Iwamoto, Phys. Rev. Lett. **103**, 202702 (2009).
- [5] T. Ichikawa, K. Hagino, and A. Iwamoto, Phys. Rev. C **75**, 057603 (2007).
- [6] K. Hagino, N. Rowley, and A. T. Kruppa, Comput. Phys. Commun. **123**, 143 (1999).
- [7] C. R. Morton *et al.*, Phys. Rev. C **60**, 044608 (1999).
- [8] 萩野浩一、本研究会の報告参照
- [9] M. Dasgupta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **99**, 192701 (2007).
- [10] A. Diaz-Torres *et al.*, Phys. Rev. C **78**, 064604 (2008).

原子核反応と環境、摩擦、量子デコヒーレンス

萩野 浩一¹、遊佐秀作¹、市川敏隆²

¹ 東北大学大学院理学研究科、² 京都大学基礎物理学研究所

原子核は微視的な系であり、天体中のような特別な場合を除き、孤立系として取り扱うことが可能である。しかしながら、原子核の励起状態の準位密度は励起エネルギーとともに指数関数的に増大し、原子核反応においては、これらの励起状態が複雑に励起される。この場合、原子核の励起状態は「内部」環境として働き、従って、励起された原子核は多くの自由度が関与する複雑系とみなすことができる。

原子核の励起の効果を取り入れて原子核反応の記述を行う理論的枠組みの代表的なものが結合チャンネル法である。この方法は、基底状態に強く結合する数本の集団励起状態を取り入れて量子力学的に散乱問題を解く方法であるが、これまでに軽イオン反応、重イオン反応の種々の反応プロセスの記述において成功を収めてきた。

ところが、近年、主にクーロン障壁近傍のエネルギーにおける重イオン反応において、通常の結合チャンネル法がうまくいかない例が現れ始めてきた。よく知られているのが、原子核間ポテンシャルにおける diffuseness パラメーターの問題である。二重畳み込み (double folding) 法によって構築された原子核間ポテンシャルを Woods-Saxon 型関数でフィットすると、典型的には diffuseness パラメーターは 0.63 fm 程度になる。このようなポテンシャルは重イオン弾性散乱、非弾性散乱をよく記述するが、その一方で、重イオン核融合反応に対してはよい記述を与えない [1]。現象論的に diffuseness パラメーターを大きくすれば ($a = 0.8 \sim 1.2$ fm) 重イオン核融合反応の実験データを再現することが可能であるが、diffuseness パラメーターが何故核融合反応のチャンネルで大きく見えているのかまだ理解されていない。また、最近発見された極低エネルギー領域における核融合反応断面積の減少現象も、結合チャンネル法がうまくいかない例である。前述の通り、diffuseness パラメーターをある程度大きくすると 0.1 mb 程度までの大きさの核融合反応断面積は結合チャンネル計算で説明することができるが、入射エネルギーが更に低くなり断面積が数 10 から数 100 μ b 程度になると、核融合反応断面積の実験データが結合チャンネル計算に比べて大きく減少することが明らかになってきた [2, 3]。様々な試みがこれまでになされているが [4, 5]、核融合断面積の減少のメカニズムはまだ完全に明らかになっていない。

我々は、結合チャンネル法にこれまで取り入れられこなかった非集団励起の効果が、これらの問題の原因の一つであると考え研究を進めている [6]。実際、非集団励起の効果は、最近の $^{20}\text{Ne} + ^{90,92}\text{Zr}$ の二つの反応系における準弾性散乱障壁分布の比較 [7] や、クーロン障壁近傍のエネルギーにおける散乱核のエネルギー分布の測定 [8, 9] においても示唆されている。非集団励起状態は基底状態との結合は弱いが、多数の状態が存在する。それらがクーロン障壁近傍における重イオン核融合反応のような量子力学的プロセスにどのような影響を及ぼすかを明らかにすることは今後の重要な課題である [10, 11]。また、極低エネルギーにおける核融合反応断面積の減少に関しては、エネルギーが低くなり、トンネル領域において2つの原

子核が接触をはじめることが何らかの影響を及ぼしているということ、我々は最近明らかにした [12]。2つの原子核が接触することにより一粒子状態の状態密度が急激に増大し、摩擦を生じさせていることが予想されるが、この現象を理解するためには、摩擦の量子論を発展させる必要がある。例えば、よく知られている Wall-Window 公式の量子力学版を構築することが考えられる課題である。

極低エネルギーにおける核融合反応断面積の減少に関連し、急激に増大する一粒子状態の自由度を環境ととらえ、環境との結合により量子デコヒーレンス現象が起きていると主張しているグループがある [13, 14, 15]。我々は彼らの解釈に必ずしも賛成しているわけではないが、一粒子状態（非集団励起状態）をも含めた微視的かつ量子的な原子核反応理論の構築が今後の重要な課題であることは間違いないであろう。

参考文献

- [1] J.O. Newton *et al.*, Phys. Rev. **C70**, 024605 (2004).
- [2] C.L. Jiang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 052701 (2002).
- [3] A.M. Stefanini *et al.*, Phys. Rev. **C82**, 014614 (2010).
- [4] T. Ichikawa, K. Hagino, and A. Iwamoto, Phys. Rev. **C75**, 057603; Phys. Rev. Lett. **103**, 202701 (2009).
- [5] S. Misicu and H. Esbensen, Phys. Rev. Lett. **96**, 112701 (2006).
- [6] S. Yusa, K. Hagino, and N. Rowley, Phys. Rev. **C82**, 024606 (2010).
- [7] E. Piasecki *et al.*, Phys. Rev. **C80**, 054613 (2009).
- [8] M. Evers *et al.*, Phys. Rev. **C78**, 034614 (2008).
- [9] C.J. Lin *et al.*, Phys. Rev. **C79**, 064603 (2009).
- [10] C. Von Charzewski, V. Hnizdo, and C. Toepffer, Nucl. Phys. **A307**, 309 (1978).
- [11] F. Haas and Y. Abe, Phys. Rev. Lett. **46**, 1667 (1981).
- [12] T. Ichikawa, K. Hagino, and A. Iwamoto, Phys. Rev. **C75**, 064612 (2007).
- [13] M. Dasgupta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **99**, 192701 (2007).
- [14] A. Diaz-Torres *et al.*, Phys. Rev. **C78**, 064604 (2008).
- [15] A. Diaz-Torres, Phys. Rev. **C81**, 041603(R) (2010).

低エネルギー重イオン核反応における 1 粒子励起の効果

遊佐 秀作¹, 萩野 浩一¹, Neil Rowley²
 東北大学 理学研究科¹, IPN Orsay²

1 導入

クーロン障壁近傍の入射エネルギーにおける低エネルギー重イオン反応では、原子核の励起の効果が増大することが知られている。例えば、クーロン障壁以下のエネルギーにおける核融合断面積が、励起により何桁も増大することが知られている。このような原子核の励起を考慮し、散乱問題を量子力学的に解く標準的な方法として、結合チャンネル法が使われてきた。結合チャンネル法では従来、原子核の回転や表面振動などの低励起集団状態が考慮され、障壁分布法 [2] 等を通じて重イオン核融合反応や準弾性散乱 (弾性散乱+非弾性散乱+核子移行反応) などの実験データを説明してきた [1, 3]。

しかし、近年では従来の結合チャンネル法で説明できない実験データも現れ始めている。その一つが $^{20}\text{Ne} + ^{90,92}\text{Zr}$ 系の準弾性散乱の実験である [4]。これらの系では、測定された準弾性散乱断面積から、いわゆる準弾性障壁分布が求められた。障壁分布は原子核の励起の効果に敏感な量であり、実験データは二つの系の間で明らかに異なる振る舞いを示している。すなわち ^{92}Zr の障壁分布の方がピーク構造が不鮮明になっている。ところが、 ^{20}Ne の回転励起と $^{90,92}\text{Zr}$ の振動励起を考慮した結合チャンネル計算では、大きく変形した ^{20}Ne が主要な寄与をするため、Zr 同位体の違いによらずどちらの系でも同様の障壁分布が得られる。これらの理論的な障壁分布は $^{20}\text{Ne} + ^{90}\text{Zr}$ の障壁分布の特徴的な振る舞いは再現するが、 $^{20}\text{Ne} + ^{92}\text{Zr}$ で見られた不鮮明な構造は再現できない。したがって集団励起のみを考慮した従来の結合チャンネル法では、実験で得られた障壁分布の違いを説明することが出来ない。

また、これらの系では Q 値分布も測定され、結合チャンネル計算との比較がなされた [4]。 $^{20}\text{Ne} + ^{90}\text{Zr}$ では、理論計算は低励起エネルギー部分 ($E^* < 5 \text{ MeV}$) のデータをよく再現しているが、高励起部分ではあまり再現できていない。 $^{20}\text{Ne} + ^{92}\text{Zr}$ においては低励起の部分も含め全く再現できていない。

^{90}Zr と ^{92}Zr の大きな違いは何に起因するであろうか？ 一因として準位密度の違いが考えられる。 ^{90}Zr は中性子数 50 の閉殻であり、 ^{92}Zr はそれに二つ中性子を加えた原子核であるため、より多くの励起状態が ^{92}Zr に見られる (5 MeV までに知られている状態は ^{90}Zr では 35 個であり、 ^{92}Zr では 87 個である [5])。したがって $^{20}\text{Ne} + ^{92}\text{Zr}$ の障壁分布が不鮮明になる原因として、従来の結合チャンネル計算では考慮されていない 1 粒子励起 (非集団的励起) が考えられる。本研究ではランダム行列理論を用いて、1 粒子励起を考慮した結合チャンネル計算を行った [6]。次節で結合チャンネル法における、1 粒子励起の記述法について説明する。3 節では 1 次元模型を用いて行った計算の結果を示し、1 粒子励起の効果について議論する。4 節で本研究のまとめと今後の課題について述べる。

¹e-mail address: yusa@nucl.phys.tohoku.ac.jp

2 方法

ここでは、1粒子励起の定性的な効果を議論するため、1次元の問題を考える。このとき、結合チャンネル方程式は以下ようになる:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V_{\text{rel}}(x) + \epsilon_n - E \right\} \psi_n(x) + \sum_m V_{nm}(x) \psi_m(x) = 0. \quad (1)$$

ここで、 μ は換算質量、 $V_{\text{rel}}(x)$ は原子核間ポテンシャルであり、 ϵ_n は n 番目のチャンネルの励起エネルギー、 $V_{nm}(x)$ は散乱過程における原子核の励起を表す結合行列要素である。集団励起に対しては結合行列要素は比較的容易に計算できるが、非集団的な励起状態に対しては容易ではない。本研究では、1粒子励起に関係した結合行列要素をランダム行列理論を用いて計算をした。この理論では結合行列要素のアンサンブルを考え、各要素は他の要素と相関のないガウス分布に従う確率変数とする。これは次の式を満たすという要請によって実現される [7]:

$$\overline{V_{nm}(x)} = 0, \quad (2)$$

$$\overline{V_{rs}(x)V_{nm}(x')} = (\delta_{r,n}\delta_{s,m} + \delta_{r,m}\delta_{s,n})g_{nm}(x,x'), \quad (3)$$

$$g_{nm} = \frac{w_0}{\sqrt{\rho(\epsilon_n)\rho(\epsilon_m)}} e^{-\frac{(\epsilon_n - \epsilon_m)^2}{2\Delta^2}} e^{-\frac{(x-x')^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{x^2+x'^2}{2\alpha^2}}. \quad (4)$$

ここで上付き棒はアンサンブル平均を表し、 $\rho(\epsilon)$ は準位密度である。この分布関数に従う乱数として $V_{nm}(x)$ を多数回生成し、それぞれに対して得られた結果を平均することで最終的な物理量を計算する。1970年代に Weidenmüller 達は、ランダム行列理論を用いたモデルを深部非弾性散乱に適用した。本研究では、彼らと同様の方法で非集団励起の記述を試みる。

一般的に、チャンネル数が多くなると結合チャンネル方程式を実際に解くのは困難になる。そこで本研究では constant coupling 近似を用いる [8]。constant coupling 近似では結合行列要素は座標に依存しないと考える。このとき結合行列を対角化することにより、結合チャンネル方程式は結合のない方程式に変換することができ、それらの方程式は固有チャンネル方程式と呼ばれる。この近似により、チャンネル数が大きい場合でも容易に方程式を解くことができる。また今回行った計算では、結果はこの近似により定性的に変わらない。

1粒子励起の効果を見るために、集団励起と1粒子励起が両方励起可能な系を考える。境界条件としては、ポテンシャルの一方から基底状態で波が入射し、ポテンシャルを進む過程で様々なチャンネルに励起され、透過波や散乱波として出てゆくものを考える。方程式を解いて得られた透過係数から、ポテンシャル透過率、およびそれを微分することで定義される障壁分布を計算する。

3 結果

3.1 振動励起+1粒子励起

まず、集団励起状態として励起エネルギー 1 MeV に振動励起があり、2 MeV から多くの1粒子励起が存在する系を考える。図1に透過率、図2に透過率をエネルギーで微分することで定義される障壁分布を示す。原子核間ポテンシャルとしては高さが 100 MeV のガウス関数を用いた。この計算では、23 MeV までの励起状態を考慮し、30回ランダムに生成した結合行列についての結果を平均している。

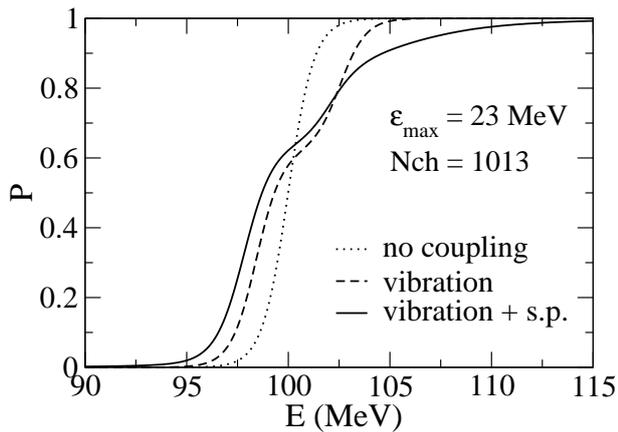


図 1: ポテンシャルの透過率。点線、破線、実線はそれぞれ、励起なし、振動励起のみ、振動励起+1粒子励起の結果を示す。Nchはチャンネル数を表す。

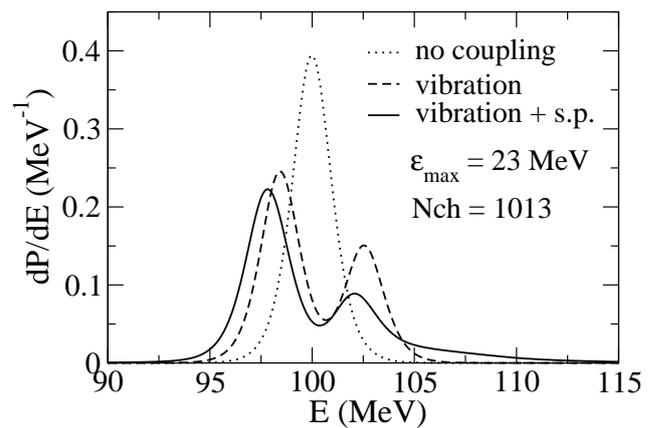


図 2: 透過率の導関数として定義される障壁分布。各線の意味は図 1 と同様。

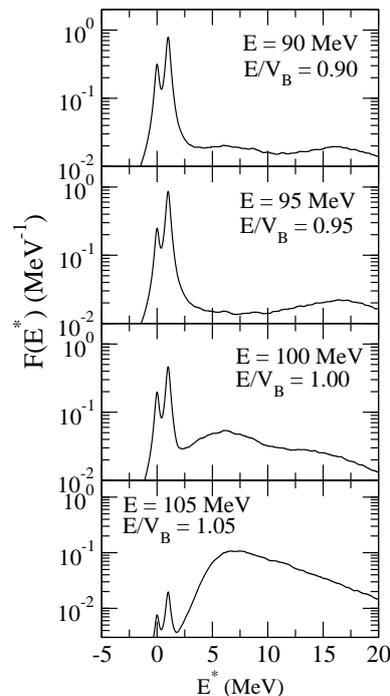


図 3: 反射フラックスに対する Q 値分布。入射エネルギーを図中に示してある。 $E^*=0$ MeV のピークは弾性チャンネルをあらわし、1 MeV のピークは振動励起チャンネルのピークである。

破線は集団励起のみを考慮した結果を示し、実線は集団励起と 1 粒子励起の両方を考慮した場合の結果を示している。比較のために励起がない場合の結果も点線で示している。励起がない場合は、透過率は障壁の高さのところでおおよそ半分になり、障壁分布は単一のピークを示す。集団励起を考慮すると二つの固有チャンネルに対応して、障壁分布は二つに分かれる。1 粒子励起を考慮すると、高エネルギー側での透過率が集団励起のみの場合に比べて抑制され、それに対応して障壁分布の高エネルギー側のピークが smear されていることがわかる。

また、図3にQ値分布のエネルギー依存性を示す。これらは幅が0.2 MeVのLorentz関数により畳み込みを行ってある。入射エネルギーが低いときは $E^* = 0$ MeVの弾性散乱と $E^* = 1$ MeVの振動励起のチャンネルが主要な寄与であるが、入射エネルギーが大きくなると非集団励起からの寄与があらわれ、特に障壁よりも大きくなると1粒子励起の寄与が重要になることがわかる。このようなQ値分布のエネルギー依存性は、準弾性散乱の実験で得られているQ値分布のエネルギー依存性と同様の傾向を示している[9, 10]。

3.2 回転励起+1粒子励起

次に、回転励起と1粒子励起が結合する系を考える。これらの励起状態は $^{20}\text{Ne}+^{92}\text{Zr}$ に対応したものを考える。すなわち回転励起としては、 ^{20}Ne に対応した 2^+ と 4^+ の励起状態を考慮し、1粒子励起としては2 MeVから16 MeVまでの状態を考える。また回転励起と1粒子励起の両方が励起されるチャンネルも考慮して計算を行った。

図4、5にそれぞれ透過率と障壁分布を示す。各線の意味は振動励起の場合と同様である。プロレート変形に伴う回転励起では、破線のように障壁分布の高エネルギー側のピークの方が主要なピークになる。1粒子励起の効果は振動励起の場合と同様で、高エネルギー側のピークがsmearされていることがわかる。

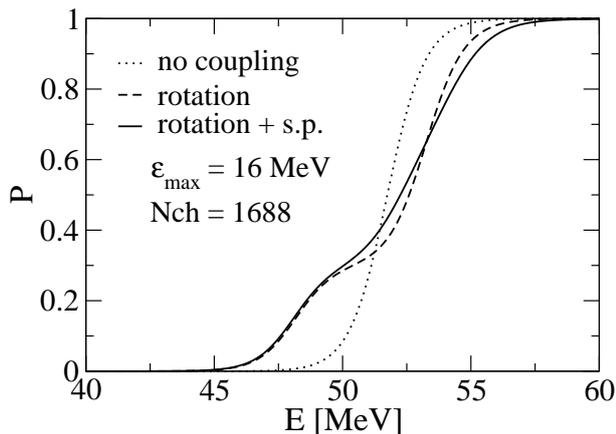


図4: 回転励起と1粒子励起を考慮した場合のポテンシャル透過率。この系の障壁の高さは51.8MeV。

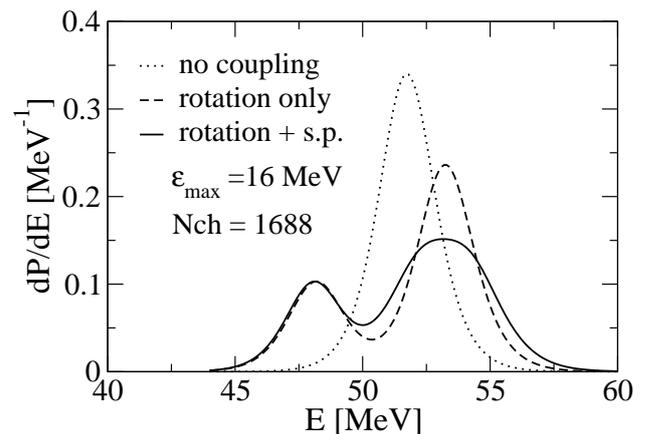


図5: 回転励起と1粒子励起を考慮した場合の障壁分布。

3.3 準弾性障壁分布

最後に上で述べた回転励起の模型の結果を用いて行った、準弾性散乱の計算結果を示す。1次元模型における行列 $(V_{nm} + \epsilon_n \delta_{n,m})$ を $U(V_{nm} + \epsilon_n \delta_{n,m})U^\dagger = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots)$ のように対角化し、得られた固有チャンネルのエネルギー λ_i 、および各固有チャンネルの重み $w_i = |U_{n0}|^2$ を用いて

$$\sigma_{\text{qel}}(E, \theta) = \sum_i w_i \sigma_{\text{el}}(E - \lambda_i, \theta), \quad (5)$$

により準弾性散乱断面積を求めた。ここで $\sigma_{el}(E - \lambda_i, \theta)$ は i 番目の固有チャンネルに対する弾性散乱断面積である。図 6 に後方における準弾性散乱断面積と Rutherford 断面積の比を、エネルギーで微分することにより定義される準弾性障壁分布を示す。準弾性散乱の場合も、1 粒子励起の効果は 1 次元のときと同様で、障壁分布が smear されていることがわかる。破線 (集団励起のみ) と実線 (集団励起+1 粒子励起) の違いは、実験的に得られている $^{20}\text{Ne} + ^{90,92}\text{Zr}$ 系の障壁分布の違いと同様にの傾向になっている。

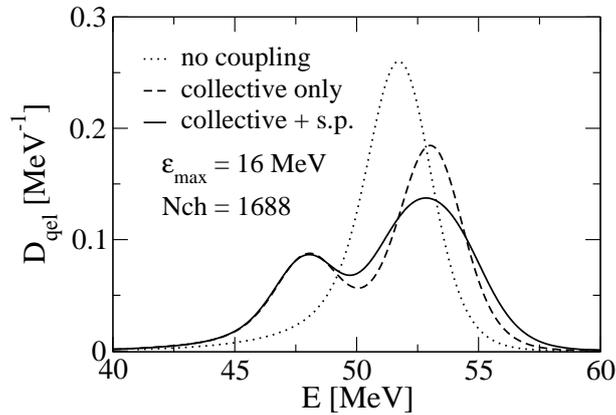


図 6: 1次元のモデルの結果から計算した $^{20}\text{Ne} + ^{90,92}\text{Zr}$ 系における準弾性障壁分布。

4 まとめ

低エネルギー重イオン反応における 1 粒子励起の効果をも、1次元のモデルを用いて調べた。1 粒子励起はランダム行列理論により記述し、集団励起と共存する系を考えた。1 粒子励起を考慮することによりポテンシャル透過率は高エネルギー側で抑制され、それに対応して障壁分布が smear されることがわかった。Q 値分布からは、入射エネルギーが大きくなると 1 粒子励起からの寄与が重要になることがわかった。また 1次元の結果を用いて準弾性散乱の計算も行い、実験データと同様の傾向が得られた。したがって 1 粒子励起は、 $^{20}\text{Ne} + ^{90,92}\text{Zr}$ 系の実験データを説明するのに有望であると考えられる。

ここでの計算は本質的に 1次元であり、また constant coupling 近似を用いたものである。実験との定量的比較を行うためにはモデルを 3次元に拡張し、constant coupling 近似を用いずに計算を行う必要がある。

参考文献

- [1] M. Dasgupta, D.J. Hinde, N. Rowley, and A.M. Stefanini, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **48**, 401(1998).
- [2] N. Rowley, G.R. Satchler and P.H. Stelson, *Phys. Lett.* **B254** 25, (1991).
- [3] K. Hagino, N. Rowley, A.T. Kruppa, *Compt. Phys. Comm.* **123**, 143 (1999).
- [4] E. Piasecki *et al*, *Phys. Rev. C* **80**, 054613 (2009).

- [5] Brookhaven National Laboratory, Evaluated Nuclear Structure Data File, <http://www.nndc.bnl.gov/ensdf/>. See references therein.
- [6] S. Yusa, K. Hagino, and N. Rowley, *Phys. Rev. C* **82**, 024606 (2010).
- [7] C.M. Ko, H.J. Pirner, and H.A. Weidenmüller, *Phys. Lett. B* **62**, 248 (1976).
- [8] C.H. Dasso, S. Landowne, and A. Winther, *Nucl. Phys.* **A405**, 381(1983); **A407**, 221(1983).
- [9] M. Evers, M. Dasgupta, D.J. Hinde, L.R. Gasques, M.L. Brown, R. Rafiei, and R.G. Thomas, *Phys. Rev. C* **78**, 034614 (2008).
- [10] C.J. Lin, H.M. Jia, H.Q. Zhang, F. Yang, X.X. Xu, F. Jia, Z.H. Liu, and K. Hagino, *Phys. Rev. C* **79**, 064603 (2009).

Monopole excitation induced by adiabatic conjunction in light neutron-excess $^{10,12}\text{Be}$ systems

Makoto Ito

Department of Pure and Applied Physics,
Kansai University, Yamate-cho 3-3-35, Suita 564-8680, Japan
Research Center for Nuclear Physics (RCNP),
Osaka University, Mihogaoka 10-1, Suita 567-0047, Japan

February 24, 2011

Abstract

The monopole excitation ($0_{g.s.}^+ \rightarrow 0_{ex.}^+$) of light neutron-excess systems $^{10,12}\text{Be} = \alpha + \alpha + \text{XN}$ ($\text{X}=2,4$) are investigated by the generalized two-center cluster model. We analyze the mechanism of an enhancement of the monopole strength in connection to the adiabatic energy surfaces for $\alpha - \alpha$ distance. We find that the monopole strength is strongly enhanced if there is a smooth connection of adiabatic energy surfaces between the ground state and the excited final state. In ^{10}Be , the monopole breakup reaction of $^{10}\text{Be} + ^{12}\text{C}$ is also investigated by the coupled discretized-continuum channels method.

1 Introduction

Nuclear systems reveal a great variety of structural changes with a variation of excitation energy although a simple mean field structure is realized in the ground state. In excited states of the lighter systems, various cluster structures [1], in which a nucleus is decomposed into sub-units and they are weakly coupled to each other, appears. Namely, different structures, such as cluster structures and mean-field ones (or shell model like structures) coexist in the same nucleus. Individual structures are accompanied by the respective collective excited states. In cluster states, for instance, such collective excitations are generated by rotational or vibrational excitations of clusters' relative motions [1], while, in mean field states, coherent excitations of nucleons leads to the formation of rotational or vibrational motions of the mean field [2]. Therefore, experimental observables, which strongly responds to individual structures, is quite important in deep understanding on nuclear systems from a ground state to excited states.

Recently, monopole excitations, which represent the transition from the ground 0^+ state to the excited 0^+ state, are extensively investigated from both the theoretical [3] and experimental sides [4, 5] in normal nuclei with $N = Z$. The monopole strength going to the low-lying discrete states ($E_x < \sim 10$ MeV) can be naturally explained by formations of cluster structures [3]. However, a mean field picture find it difficult to

reproduce the observed strength [6]. This is because, in a naive mean field treatment, the monopole excitation requires $2\hbar\omega$ jump of a single particle energy, which corresponds to the excitation energy above ~ 30 MeV. Therefore, the monopole strength can be considered as a candidate of the enhancement factor to identify cluster states. In this report, we propose a new mechanism of enhancement of monopole strength, which occurs in light neutron-excess ($N > Z$) systems.

In neutron-excess systems, cluster structures appear with a much more anomalous feature than those in $N = Z$ nuclei. Typical example of such anomalous structures can be seen in Be isotopes. These isotopes are two-center superdeformed systems which build on an $\alpha + \alpha$ rotor of ${}^8\text{Be}$, and their properties are explained by the coupling of valence neutrons and the $\alpha + \alpha$ rotor. Due to the coupling of the α cluster and excess neutrons, in ${}^{12}\text{Be} = \alpha + \alpha + 4\text{N}$ for example, various chemical-bonding structures, such as covalent, ionic and atomic configurations coexist, and the structures change from level to level within a small energy interval [7]. Since the α -neutron and neutron-neutron interactions are quite weak, only a small amount of energy is required for neutrons' rearrangements; hence, the various chemical bonding structures appears with a strong degenerating features in ${}^{12}\text{Be}$. A similar structure is also obtained in ${}^{10}\text{Be}$ [8], and such degenerating features could be considered to be general in neutron-excess nuclei, which are weakly interacting systems of clusters and excess neutrons.

Due to a strong degeneracy of various structures, a complicated behaviours are observed in the energy distribution of monopole strength for ${}^{12}\text{Be}$ [9]. The monopole strength revealed the overlap behaviour of intermediate resonances ($\Gamma \sim 1 \sim 2$ MeV) with the small energy spacings of less than 1 MeV [9]. The strength are observed through the decays into the ionic and atomic channels such as ${}^6\text{He}_{g.s.} + {}^6\text{He}_{g.s.}$ and $\alpha + {}^8\text{He}_{g.s.}$ analog to ionic electron configurations, where neutrons are trapped around one of α cores. The similar monopole strength has also been measured for ${}^{12}\text{C}$, which is the $N = Z$ system with the same mass number as ${}^{12}\text{Be}$, but, in marked contrast to ${}^{12}\text{Be}$, there is no intermediate structure in observed monopole distribution [10].

In this report, we shed light upon the enhancement of the monopole strength in neutron excess systems by showing typical examples of ${}^{10,12}\text{Be}$, which reveal the characteristic structural changes due to the formation of chemical-bonding structures. Since monopole excitations above the particle decays are measured through the breakup going to ionic (or atomic) configurations, ${}^{12}\text{Be} \rightarrow \alpha + {}^8\text{He}$ (or ${}^6\text{He} + {}^6\text{He}$), the compound system and decaying states must be treated in a unified manner. For this purpose, we apply the generalized two-center cluster model (GTCM), which can handle the formation of the covalent states and its decays into atomic and ionic configurations consistently.

In this model, covalent states and ionic (or atomic) states are smoothly connected in the adiabatic energy surfaces (AESs), which are energies as a function of the $\alpha - \alpha$ distance parameter. This means that the "breakup" from the ground (covalent) state to the ionic state can be controlled in the AESs, and we can find the smooth connection of AES between the ground state and the excited state finally decays into atomic or ionic channels. Therefore, it is possible to characterize the enhancement of the monopole transition in terms of the smooth connection in AES, which is proposed as a new concept of the "adiabatic conjunction". The organization of the present report is the following. In Sec. 2, the formulation of GTCM is briefly explained. The results are shown in Sec. 3. In Subsec. 3.1, the detail analysis of the intrinsic structures of the AES and the 0^+ energy

levels is done. The enhancement of the monopole transition for ^{12}Be is investigated in Subsec.3.2, while the monopole excitation of ^{10}Be , which is beyond the first order perturbations, are discussed in Subsec.3.3. The final section is devoted to the summary and discussion.

2 Formulation

In GTCM, the total wave function of ^{12}Be is given by the superposition of the basis $\{\Phi_{\mathbf{m}}^{J\pi K}(S)\}$, where,

$$\Phi_{\mathbf{m}}^{J\pi K}(S) = \hat{P}_K^{J\pi} \mathcal{A} \left\{ \psi_L(\alpha) \psi_R(\alpha) \prod_{j=1}^4 \varphi_j(m_j) \right\}_S. \quad (1)$$

The α -cluster $\psi_n(\alpha)$ ($n=L, R$) is expressed by the $(0s)^4$ configuration of the harmonic oscillator (HO) centered at the left(L)- or right(R)- side with the relative distance parameter S [11]. The single-particle wave function for the four valence neutrons localized around one of the α clusters is given by an atomic orbital (AO) $\varphi(p_k, i, \tau)$, and $0p$ -orbitals p_k ($k = x, y, z$) around i ($= L$ or R) with the spin τ ($= \uparrow$ or \downarrow). Here, $\{m_j\}$ are indices of AO (p_k, i, τ) and \mathbf{m} represents a set of AOs for the four neutrons, $\mathbf{m}=(m_1, m_2, m_3, m_4)$. The intrinsic basis functions with the full anti-symmetrization \mathcal{A} are projected to the eigenstate of the total spin J , its intrinsic angular projection K , and the total parity π by the projection operator $\hat{P}_K^{J\pi}$. In the present study, we discuss the monopole excitation, which means the transitions among the $J^\pi=0^+$ states. Thus, only a case of $J=K=0$ ($\Phi_{\mathbf{m}}^{0^+}$) is considered.

The total wave function is finally given by taking the superposition over S , \mathbf{m} as

$$\Psi^{0^+} = \int dS \sum_{\mathbf{m}} C_{\mathbf{m}}^\nu(S) \Phi_{\mathbf{m}}^{0^+}(S) \equiv \Psi^\nu. \quad (2)$$

The coefficients for the 0_ν^+ state (ν -th 0^+), $C_{\mathbf{m}}^\nu(S)$, are determined by solving a coupled channel GCM (Generator Coordinate Method) equation [11]. The present calculation is restricted to the axially symmetric ($K = 0$) case; however, we include all the possible AO configurations for the four valence neutrons within this approximation. Therefore, the model space of MO, where each valence neutron rotates around two centers simultaneously, is also covered [7]. As for the nucleon-nucleon (NN) interaction, we use the Volkov No.2 and the G3RS for the central and spin-orbit parts, respectively. The parameters in the interactions and the size parameter of HO are the same as those applied in Ref. [8, 12], which successfully reproduce the properties of $^{10,12}\text{Be}$. The adopted parameter set reasonably reproduces the threshold energies of $\alpha+^8\text{He}_{g.s.}$, $^6\text{He}_{g.s.}+^6\text{He}_{g.s.}$, and $^5\text{He}_{g.s.}+^7\text{He}_{g.s.}$. This reproduction is essential in the treatment of scattering phenomena.

3 Results

3.1 AESs and AS distributions

A series of adiabatic states (ASs), which are obtained by diagonalizing the total Hamiltonian at a fixed distance parameter S , forms the adiabatic energy surfaces (AESs). The

wave function of μ -th AS are symbolically written as

$$\Phi_{AS}^{0+}(S) = \sum_{\mathbf{m}} D_{\mathbf{m}}^{\mu}(S) \Phi_{\mathbf{m}}^{0+}(S) \equiv \Phi_{AS}^{\mu}(S), \quad (3)$$

where the mixing weight of $D_{\mathbf{m}}^{\mu}(S)$ are calculated at a fixed S . The lowest two AESs are shown in Fig. 1, while the squared overlap of the lowest ASs and the full solutions, $|\langle \Phi_{AS}^{\mu=1}(S) | \Psi^{\nu} \rangle|^2$, are shown in the inset.

Around the region of the local minimum point ($S \sim 3.2$ fm), the double circles and diamonds have the main components of $(\pi_{3/2}^{-})^2(\pi_{1/2}^{-})^2$ (A) and $(\pi_{3/2}^{-})^2(\sigma_{1/2}^{+})^2$ (B), respectively, and an interchange of the components occurs around the optimal distance $S \sim 3.2$ fm. When the $\alpha - \alpha$ distance becomes larger than the optimal S , the energies of the two AESs are increased, and the AES (B) are smoothly connected to the asymptotic channels of $\alpha + {}^8\text{He}_{g.s.}$ (C), which becomes the lowest AS at the larger S . Therefore, we can clearly observe the smooth connection of AES from the lowest minimum to the asymptotic state. We call this smooth connection of AES the ‘‘adiabatic conjunction’’. The conjunction region on the increasing energy slope of the curve (B)–(C) have an enhanced component of this asymptotic channels.

Two solutions corresponding to the local minima (A) and (B) are obtained when the total Hamiltonian is re-diagonalized with the basis of all the ASs. The superposition of the local minimum states (B) becomes the ground 0_1^+ state ($|\Psi^{\nu=1}\rangle$), while the main component in 0_2^+ ($|\Psi^{\nu=2}\rangle$) is the ASs around the second minimum (A). Therefore, the 0_2^+ state has a main component of $(\pi_{3/2}^{-})^2(\pi_{1/2}^{-})^2$, while $(\pi_{3/2}^{-})^2(\sigma_{1/2}^{+})^2$ is dominant in the ground 0_1^+ state. This means that the 0_2^+ state can be considered as the two neutrons’ excited state from the ground state ($(\sigma_{1/2}^{+})^2 \rightarrow (\pi_{1/2}^{-})^2$).

In addition to 0_2^+ , there appears the 0_3^+ state ($|\Psi^{\nu=3}\rangle$), the intrinsic structures of which can be seen in the inset of Fig. 1. In the inset, the double circles and the diamonds represent the squared overlap with the respective ASs in the lowest AES ($\Phi_{AS}^{\mu=1}(S)$). For example, the double circles in the 0_1^+ state of the inset (bottom panel) mean the squared overlap of AS shown by the double circle in the lowest AES and the full solution of $\Psi^{\nu=1}$. The top panel show the similar overlap of 0_3^+ ($|\langle \Phi_{AS}^{\mu=1} | \Psi^{\nu=3} \rangle|^2$).

The 0_1^+ and 0_3^+ states are constructed by linear combinations of the ASs along the

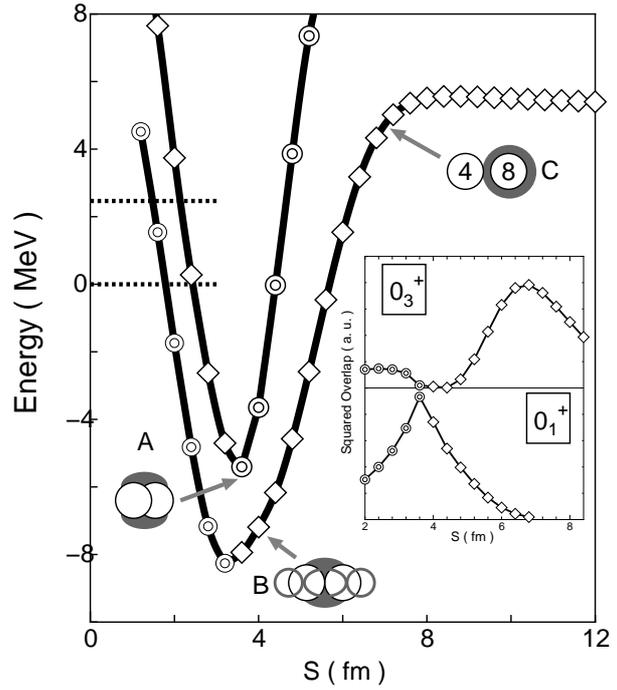


Figure 1: Adiabatic energy surfaces and the distributions of adiabatic states in 0_1^+ (bottom panel) and 0_3^+ (top panel). The dotted lines represent the threshold energies of $\alpha + {}^8\text{He}_{g.s.}$ (zero point of the energy) and ${}^6\text{He}_{g.s.} + {}^6\text{He}_{g.s.}$. See text for details.

lowest surface, but their distribution on the distance S are very different to each other. The distribution for 0_1^+ has a sharp peak around the optimal S value and hence, this state are generated by the fluctuation of the ASs around the lowest minimum. The sharpness of the distribution is due to the interchange of the main component in the lowest two AESs. In contrast to 0_1^+ , the distribution for 0_3^+ has a peak around $S \sim 7$ fm with a large fluctuation, where there is no local minimum in the AES. This distribution are calculated by imposing the scattering boundary condition because 0_3^+ are realized above the threshold of $\alpha + {}^8\text{He}$ [12]. Since the 0_3^+ state are generated from the ASs with a large $\alpha - \alpha$ distance, this state can be interpreted as the excited state of the $\alpha - \alpha$ relative motion from the ground state.

From the inset of Fig. 1, the relation of 0_1^+ and 0_3^+ can be characterized in terms of the adiabatic conjunction observed in the lowest AES. The conjunction region, observed in AES between (B) and (C), is decomposed into the energy levels of 0_1^+ and 0_3^+ , which have a main component of the internal AES with $S \leq 3.2$ fm (B) and the external AES with $S \geq 3.2$ fm (C), respectively. The pair states of 0_1^+ and 0_3^+ are realized by the orthogonality, which is arisen from the re-diagonalization of the total Hamiltonian. As a result of this orthogonality condition, the ground state accompanies the excited state with the clusters' relative excitation.

3.2 Monopole transition in ${}^{12}\text{Be}$

The AS distributions shown in Fig. 1 correspond to the wave function expanded by the AS basis. The wave function of the ground state (bottom panel) largely overlaps that of its accompanied state (top panel) around $S \sim 5$ fm due to the formation of the conjunction. This overlap region is strongly enhanced in the matrix element on the (isoscalar) monopole transition

$$M(IS) \equiv |\langle 0_\nu^+ | \sum_{i=1}^{12} r_i^2 | 0_1^+ \rangle|^2, \quad (4)$$

which is defined by the radial coordinate r_i for the i -th nucleon. This is because the monopole operator corresponds to the radius operator measured from the center-of-mass system.

The $M(IS)$ to the cluster excited state which has an adiabatic conjunction in AES is the strongest in all the transition. This strong enhancement can be clearly confirmed in Fig. 2. In ${}^{12}\text{Be}$, there appear various excited- 0^+ states, such as the covalent states (0_1^+ , 0_2^+ , 0_5^+), the ionic ones (0_3^+ ,

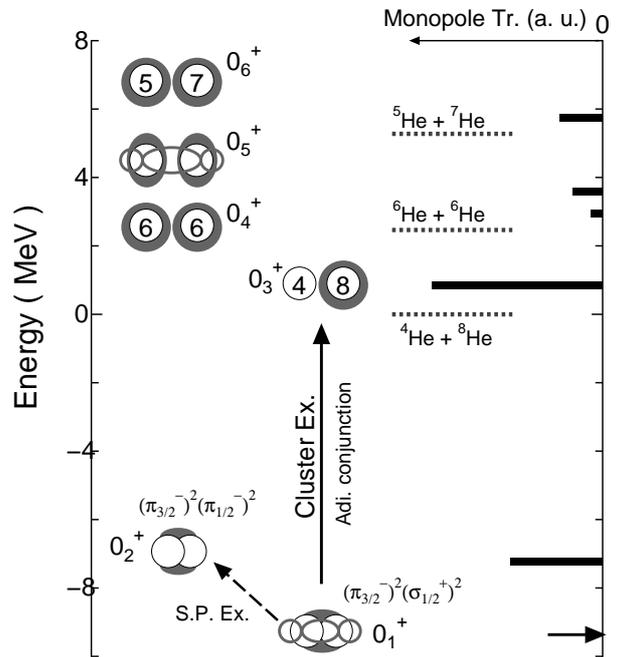


Figure 2: Distribution of the monopole strength. Intrinsic structures for excited states and their energy positions are shown by the illustrations at the left side, while the histograms at the right side shows the respective monopole strength. The arrow means the energy position of the ground state.

0_6^+) and the atomic one (0_4^+), as shown in Fig. 2. The detailed analysis of individual structures is shown in Ref. [7].

Among the various 0^+ states, the strong enhancement occurs only for the transition to the 0_3^+ state ($\alpha+{}^8\text{He}$), which retains the adiabatic conjunction with the ground state. A little enhancement can be seen for the 0_2^+ with the two neutrons' excited configuration, $(\pi_{3/2}^-)^2(\pi_{1/2}^-)^2$, which corresponds to the second local minimum in Fig. 1. This is due to the strong mixing of $(\pi_{3/2}^-)^2(\sigma_{1/2}^+)^2$ and $(\pi_{3/2}^-)^2(\pi_{1/2}^-)^2$ around the level crossing point in the AESs. The level crossing of $(\pi_{3/2}^-)^2(\pi_{1/2}^-)^2$ and $(\pi_{3/2}^-)^2(\pi_{1/2}^-)^2$ in the 0_1^+ and 0_2^+ state leads to a visible enhancement of the monopole transition, but the strength for 0_3^+ is about two times the magnitude of the strength for 0_2^+ .

3.3 Monopole CDCC in ${}^{10}\text{Be}$

The matrix elements of monopole transitions correspond to the first order perturbation of nuclear excitation for a projectile, which is induced by the collision with a target nucleus. In a realistic reaction process, however, the effect of the multi-excitation of a projectile is quite strong when the excited levels exist above the particle decay threshold. This multi-excitation effect is called the continuum-continuum coupling in breakup reactions. In order to investigate the monopole excitation in a realistic reaction, we perform the coupled continuum-discretized channel (CDCC) calculation, which is the non-perturbed and non-adiabatic calculation for the continuum-continuum coupling. The CDCC of ${}^{10}\text{Be}+{}^{12}\text{C}$ at $E/A=35$ MeV is solved based on the pseudo state method [13, 14]. The double folding model with the DDM3Y NN interaction is employed for constructing the ${}^{10}\text{Be}-{}^{12}\text{C}$ interactions [15]. As for the transition densities of ${}^{10}\text{Be}$, we calculate from the wave function obtained by the GTCM, while we adopt the microscopic density for ${}^{12}\text{C}$ calculated with 3α resonating group method [16].

The monopole transition is strongly enhanced in the CDCC calculation, and this

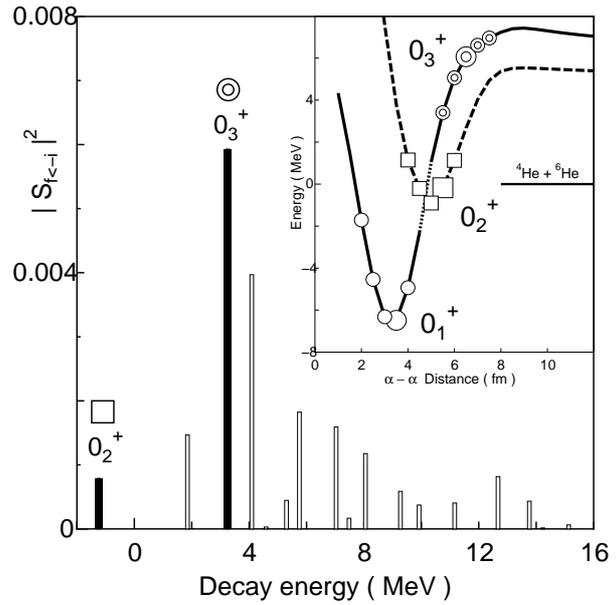


Figure 3: Nuclear monopole breakup in the ${}^{10}\text{Be}+{}^{12}\text{C}$ reaction ($E/A=35$ MeV). The histograms represent the squared magnitude of the scattering matrix at the grazing partial wave ($J \sim 40$). The inset show the lowest two AESs in ${}^{10}\text{Be}$. The size of the symbols of the white circles, the double circles and the squares denote the magnitude of the ASs included in the 0_1^+ , 0_3^+ and 0_2^+ states.

enhancement can be clearly confirmed in Fig. 3. The strength going to the 0_3^+ state is the most strongly enhanced. This state has an adiabatic conjunction with the ground state, which can be confirmed in the inset of the same figure. The 0_3^+ is generated by the ASs plotted with the double circles, which have an adiabatic conjunction with 0_1^+ (white circles). The monopole excitation to the 0_2^+ state (second minimum with squares in the inset) has a visible strength in the distribution, but its magnitude is small compared with the conjunction state. Therefore, there is a possibility that the enhancement of the monopole excitation is clearly observed in realistic nuclear reaction, in which the multi-transition effect is induced by nuclear interaction.

4 Summary and discussion

In summary, we have studied a characteristic enhancement of the monopole excitation of a neutron-excess system, ^{12}Be , in connection to the structure of the adiabatic energy surfaces (AESs) by applying GTCM. We found that the smooth connection of AES is essential mechanism for the enhancement of a monopole excitation. We call this smooth connection observed in the lowest AES the ‘‘adiabatic conjunction’’. The adiabatic conjunction in the AESs generates a pair of energy levels, corresponding the ground state and its accompanied state with the cluster’s relative excitation. The overlap between the pair state is large, and monopole operator strongly enhances the overlap of conjunction-states. The similar enhancement by the adiabatic conjunction are clearly observed in the CDCC calculation of $^{10}\text{Be}+^{12}\text{C}$, which completely include the continuum-continuum coupling. Therefore, there is a large possibility that a monopole excitation are observed in a realistic nuclear breakup reaction.

It should be stressed that an enhancement by the adiabatic conjunction is a special feature, which can be seen only in monopole excitations. Enhancement phenomena themselves have already been discussed in the (electric) transition with finite multi-poles, such as a quadrupole, octupole and so on, but, in these finite multi-pole transitions, there is no adiabatic conjunction between the initial and final states. This is because a transition with a finite multi-pole λ from the $0_{g.s.}^+$ state corresponds to a matrix element of $\langle \lambda | O_\lambda | 0_{g.s.}^+ \rangle$, and $|0_{g.s.}^+ \rangle$ and $|\lambda \rangle$ belong to different space of the total spin.

Although we have just calculated two systems of $^{10,12}\text{Be}$, the adiabatic conjunction appears in general systems, and the enhancement pointed out by the present study could be systematically observed in light neutron-excess nuclei. Systematic studies are now proceeding.

Acknowledgment

The author would like to thank Prof. K. Ikeda for his valuable comments and careful read of this manuscript. He would also like to thank to Profs. H. Horiuchi, K. Kato, and Dr. T. Myo for useful discussions and encouragements. This work has been supported by the Grant-in-Aid for scientific Research in Japan (No. 21740211).

References

- [1] K. Ikeda et al., Suppl. Prog. Theor. Phys. **68**, 1 (1980).
- [2] P. Ring and P. Schuck, “Nuclear Many-body problem”,
- [3] T. Yamada, Y. Funaki, H. Horiuchi, K. Ikeda, Y. Funaki, and A. Thosaki, Prog. Theor. Phys. **120**, 1139 (2008).
- [4] Y. Sasamoto et al., Mod. Phys. Lett. **A31**,2393 (2006).
- [5] Kawabata et al., Phys. Lett. **B646**, 6 (2007).
- [6] Y. W. Lui, H. L. Clark, and D. H. Youngblood, Phys. Rev. **C64**, 064308 (2001).
- [7] M. Ito, N. Itagaki, H. Sakurai, and K. Ikeda, Phys. Rev. Lett. **100**, 182502 (2008); M. Ito, and N. Itagaki, Phys. Rev. **C78**, 011602(R) (2008); *ibid*, Phys. Rev. Focus Vol. 22, Story 4.
- [8] M. Ito, K. Kato and K. Ikeda, Phys. Lett. **B588**, 43 (2004); *ibid.*, Mod. Phys. Lett. **A 18**, 178 (2003).
- [9] A. Saito, Ph. D thesis, Rikkyo University 2006. A. Saito et al., Mod. Phys. Lett. **A 25**, 21 (2010).
- [10] M. Itoh et al., Nucl. Phys. **A738**, 268 (2004).
- [11] H. Horiuchi et al., Suppl. Prog. Theor. Phys. **62**, 1 (1977).
- [12] Makoto Ito, Phys. Lett. **B 636**, 293 (2006); M. Ito and K. Yabana, Prog. Theor. Phys. **113**, 1047 (2005)
- [13] Makoto Ito, Mod. Phys. Lett. **A 21**, 2429 (2006).
- [14] T. Matsumoto et al., Phys. Rev. **C68**,064607 (2003).
- [15] M. Ito and Y. Sakuragi, Phys. Rev. **C 62**, 064310 (2000), and references therein.
- [16] M. Kamimura, Nucl. Phys. **A351**, 456 (1981).

極低温ボース・フェルミ混合原子気体での 集団運動の研究

丸山 智幸

日本大学生物資源科学部

概要

我々は Yb 同位体を用いた極低温ボース・フェルミ混合気体の集団運動について、時間依存 Gross-Pitaevskii 方程式および Vlasov 方程式を結合させた時間発展シミュレーション模型を用いて研究を行った。そして、乱雑位相近似の計算と比較することで、線型応答理論の枠内では記述できない現象を明らかにした。

1 導入

最近の 10 年間で極低温原子気体技術は目覚しく発展し、ボース・アインシュタイン凝縮 (BEC) [1, 2], フェルミ縮退気体 [3], ボース・フェルミ (BF) 混合気体 [4] が実験室で実現されるようになった。基本となる相互作用は明確でその強さを外部磁場により制御でき [5], 様々な配意を作ることができることから、多体理論の検証をするための系として多くの分野の研究者に応用されている。この中で特に BF 混合気体は、統計性の異なる粒子の混ざり合った非常に魅力的な系である。

さて、有限多体系を研究する上で、集団運動が多体系の構造上の性質について最も直接的な情報を与えてくれるであろう。近年日本においても、京都大学の高橋グループにより Yb 同位体を用いた実験が行われるようになってきた。この実験ではボソン原子 ($^{168,170,172,174,176}\text{Yb}$) とフェルミ原子 ($^{171,173}\text{Yb}$) を用いた混合が可能であり、ボース原子とフェルミ原子の組み合わせを変えることで様々な相互作用が実現可能となった [11]。そして、制御の容易な原子気体を用いることで、構造と集団運動との関連について原子核物理で示唆されてきたが実証の難しかったような内容についても研究が可能になることが期待される。

ところで，集団運動の理論的研究は，従来，乱雑位相近似 (RPA) などの線形応答理論の枠内で行われてきた [6]。しかしながら，この方法は振幅の非常に小さい場合に有効であり，極低温原子気体で行われるような，振幅が平均二乗半径の 10% 程度 (あるいはそれ以上) の振幅の大きな振動に適応できるものではない。そこで，我々は時間依存 Gross-Pitaevskii (TDGP) 方程式と Vlasov 方程式を結合して，直接時間発展を計算することで，単極子振動 [7, 8]，双極子振動 [9]，四重極振動 [10] の研究を行って来た。

特に，双極子振動の研究はゼロ温度の BF 混合気体の集団運動の基本的な性質について明確な情報を与えてくれた。BF 混合系ではその統計性の違いのため，フェルミ気体は凝縮ボース気体の外側に分布することになる。このため凝縮ボソンの振動はあまりフェルミオンの運動に影響を受けることがなく，フェルミオンの運動はボソン振動からの強制振動，ボソン領域外部の固有フェルミオン振動，ボソン領域内部の固有フェルミオン振動の 3 個のモードに分解してしまう [9]。そして，振幅が小さいときは集団振動はそれらの線形結合となり RPA 等でも記述できるが，振幅が大きくなるとその混合に違いが生じたりと [9]，新たなモードが励起されることになる [8]。

これに対し，単極子振動，四重極子振動ではモードの線形結合を超える，非線形な現象が生じる。本報告書では Yb 同位体を用いた BF 混合気体での四重極振動に絞って研究成果を発表することにする。

2 時間発展方程式

ここで，ボソンとフェルミオンの質量を M_B, M_F ，横方向トラップ振動数を Ω_B, Ω_F ，横方向トタツ振動数で規格化された縦方向振動数をボソン，フェルミオン共通で κ_L とした系を考えよう。相互作用は全てゼロ・レンジで，2 ボソン間の散乱長を a_{BB} ，ボソン-フェルミオン間の散乱長を a_{BF} としたとき，BF 混合気体を記述するハミルトニアンは一般性を失うことなく，以下のような無次元化された形式で書くことができる。

$$\begin{aligned}
 H = \int d^3r & \left[-\frac{1}{2} \phi^\dagger(\mathbf{r}) \nabla_r^2 \phi(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} (r_T^2 + \kappa_L^2 z^2) \phi^\dagger(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) + \frac{g_{BB}}{2} \{ \phi^\dagger(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) \}^2 \right. \\
 & - \frac{1}{2m_f} \psi^\dagger(\mathbf{r}) \nabla_r^2 \psi(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} m_f \omega_f^2 (r_T^2 + \kappa_L^2 z^2) \psi^\dagger(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) \\
 & \left. + h_{BF} \phi^\dagger(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) \psi^\dagger(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) \right]. \tag{1}
 \end{aligned}$$

ここで， ϕ と ψ はそれぞれボソン場とフェルミオン場を表し，空間座標 $\mathbf{r} \equiv (r_T, z)$ は $R_B = (\hbar/M_B \Omega_B)^{1/2}$ で規格化され，各定数は $m_f = M_F/M_B$ ， $\omega_f = \Omega_F/\Omega_B$ ， $g_{BB} \equiv 8\pi\hbar a_{BB} R_B^{-1}$ ，

$h_{BF} \equiv 4\pi\hbar m_f a_{BF}(1+m_f)^{-1}R_B^{-1}$ で与えられる。

今回は、ゼロ温度で全てのボソンが凝縮し、フェルミオンの波動関数は1個のスレーター行列で書ける系を考える。そのとき、系の時間発展は凝縮ボソンについてはTDGP方程式で、フェルミオンについては時間依存 Hartree-Fock 方程式で計算することができる。しかしながら、考えているフェルミオンは千個以上と非常に多数であるため、半古典近似である Vlasov 方程式を用いることができる。

具体的には、凝縮ボソンの波動関数 ϕ_c と、フェルミオンの位相空間分布関数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \tau)$ の時間発展を、以下のような TDGP 方程式と Vlasov 方程式で解くことにする。

$$i\frac{\partial}{\partial\tau}\phi_c(\mathbf{r}, \tau) = \left\{ -\frac{1}{2}\nabla_r^2 + U_B(\mathbf{r}) \right\} \phi_c(\mathbf{r}, \tau), \quad (2)$$

$$\frac{d}{d\tau}f(\mathbf{r}, \mathbf{p}; \tau) = \left\{ \frac{\partial}{\partial\tau} + \frac{\mathbf{p}}{m_f}\nabla_r - [\nabla_r U_F(\mathbf{r})][\nabla_p] \right\} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}; \tau) = 0, \quad (3)$$

ここで、 τ は Ω_B^{-1} で規格化された時間座標であり、ボソン平均場 U_B 、フェルミオン平均場 U_F はボソン密度 ρ_B とフェルミオン密度 ρ_F を用いて以下のように書ける。

$$U_B(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}(\mathbf{r}_T^2 + \kappa_L z^2) + g_{BB}\rho_B(\mathbf{r}) + h_{BF}\rho_F(\mathbf{r}), \quad (4)$$

$$U_F(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m_f\omega_f^2(\mathbf{r}_T^2 + \kappa_L z^2) + h_{BF}\rho_B(\mathbf{r}). \quad (5)$$

Vlasov 方程式の解法としてはテスト粒子法 [12] を用い、 \tilde{N}_T を1個のフェルミオン当たりのテスト粒子数として、位相分布関数 $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \tau)$ を以下のように定義する。

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \tau) = \frac{1}{\tilde{N}_T} \sum_{i=1}^{\tilde{N}_T} \tilde{N}_T \cdot N_F \delta[\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(\tau)] \delta[\mathbf{p} - \mathbf{p}_i(\tau)]. \quad (6)$$

時間発展の計算から四重極子振動を記述するために、以下の量を定義し、その時間依存性を求めることにする。

$$Q_{B,F} = \frac{R_T^2(B,F) - 2R_L^2(B,F)}{R_0^2(B,F)}. \quad (7)$$

ここで、 $R_{T,L}(B,F)$ は以下のように定義され、

$$R_T^2(B,F) = \frac{1}{N_{b,f}} \int d^3r \mathbf{r}_T^2 \rho_{B,F}(\mathbf{r}), \quad R_L^2(B,F) = \frac{1}{N_{b,f}} \int d^3r z^2 \rho_{B,F}(\mathbf{r}), \quad (8)$$

$R_0(B)$ 、 $R_0(F)$ はそれぞれ基底状態でのボソン、フェルミオンの平均二乗半径である。その結果を解析するため、次のような強度関数を定義する。

$$S_{B,F}(\omega) = \int_{t_i}^{t_f} d\tau Q_{B,F}(\tau) \sin \omega\tau \quad (9)$$

実際の計算はここ説明した TDGP+Vlasov(TV) 法で行うが、さらに RPA による計算結果と比較し、振幅の大きいときの非線形性を明らかにする。

3 結果

先に書いたように、京大グループではYb同位体の組み合わせを変えることで、ボソン-フェルミオン間相互作用を変化させている。ここではそのうち ^{170}Yb - ^{171}Yb 、 ^{170}Yb - ^{173}Yb 、 ^{174}Yb - ^{173}Yb の3種類の組み合わせを選

択した。各系での結合定数の値を表1に示す。それぞれの系はボソン-フェルミオン相互作用が弱い斥力、強い引力、強い斥力であることを表している。ここで、強いとは $|h_{BF}| > g_{BB}$ を意味するのとする。

System	$100g_{BB}$	$100h_{BF}$	h_{BF}/g_{BB}
^{170}Yb - ^{171}Yb	5.598	3.207	0.573
^{170}Yb - ^{173}Yb	5.598	-7.126	-1.273
^{174}Yb - ^{173}Yb	8.902	11.799	1.325

表 1: ^{170}Yb - ^{171}Yb 、 ^{170}Yb - ^{173}Yb 、 ^{174}Yb - ^{173}Yb での 2 ボソン結合定数 (g_{BB}) およびボソン-フェルミオン結合

定数 (h_{BF})

本研究では、 $\Omega_B = 2\pi \times 100$ (Hz)、

$\kappa_L = 1$ の球対称トラップとし、ボソン数は $N_b = 10000$ 、フェルミオン数は $N_f = 1000$ とした。さらに、同位体間の質量およびトラップ振動数の違いは無視できるものとした ($m_f = 1$, $\omega_f = 1$)。

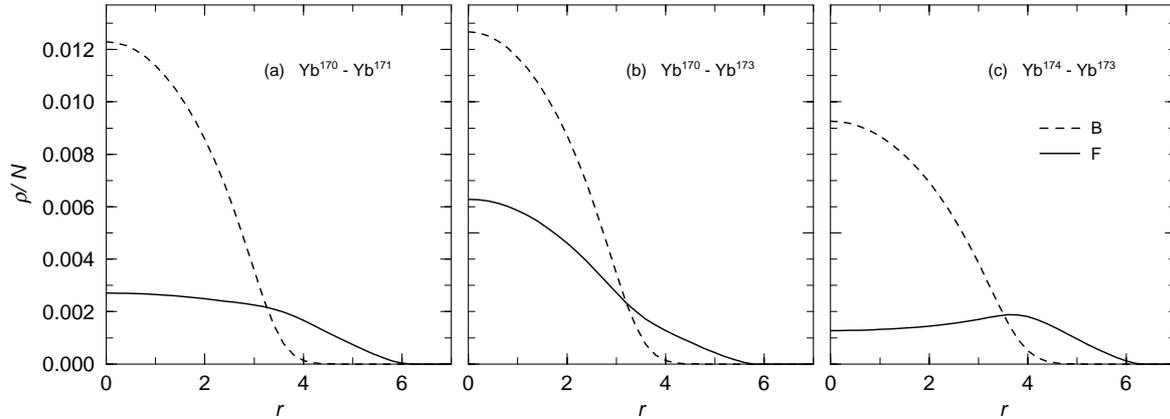


図 1: BF 混合気体, (a) ^{170}Yb - ^{171}Yb , (b) ^{170}Yb - ^{173}Yb , (c) ^{174}Yb - ^{173}Yb での密度分布。破線, 実線はそれぞれボソン, フェルミオン密度を示す。

図 1 は基底状態での BF 混合気体の密度分布である。ボソン-フェルミオン間の相互作用が引力から斥力へ変化するにつれ、フェルミ気体がボース気体の外側に分布し、 $h_{BF} > 1$ では中心付近の密度が外部より低くなるのが分かる。このように粒子数が非常に大きいため系では、Thomas-Fermi 近似が非常に良く成り立つが、その近似で計算すると、ボソン密度、フェルミオン密度ともに分布の形は h_{BF}/g_{BB} にのみ依存し、 $h_{BF} > g_{BB}$ のとき、ボース気体内部で $\partial\rho_F/\partial r > 0$ となることが分かっている [9, 10]。

初期状態はブーストパラメーター λ_B, λ_F を用いて

$$\phi_c(\mathbf{r}, \tau=0) = \exp\left\{\frac{i\lambda_B}{2\sqrt{2}}(r_T^2 - 2z^2)\right\} \phi_c^{(g)}(\mathbf{r}), \quad (10)$$

$$\mathbf{p}_T(i) = \mathbf{p}_T^{(g)}(i) + m_f \omega_f \lambda_F \mathbf{r}_T(i), \quad (11)$$

$$p_z(i) = p_z^{(g)}(i) - 2m_f \omega_f \lambda_F z(i). \quad (12)$$

とする。ここで (g) は基底状態での波動関数およびテスト粒子の座標を表す。 λ_B, λ_F は $h_{BF} = 0$ でそれぞれ Q_B, Q_F の振幅と一致する。

図2は ^{170}Yb - ^{171}Yb で、初期状態として $\lambda_B = \lambda_F = 0.1$ を取ったときの $Q_{B,F}$ の時間発展の結果である。

ボソン振動は常に一様であるのに対して、フェルミオン振動は減衰していること。TVとRPAの結果が少なくとも振動の初期段階でほぼ同じであり、減衰後RPAではウナリが生じるがVTの結果には現れないことが分かる。

このときの強度関数を図3に示す。左側がTVの結果、右側がRPAの結果である。ボーズ振動に関しては一つの鋭いピークが現れ、フェルミオン振動では3個のピークが、定性的には両者の計算結果に大きな違いはない。 S_F の三つのピークに対応する振動モードは、振動数の低い方から、強制振動、ボソン領域内部での振動、外部での振動

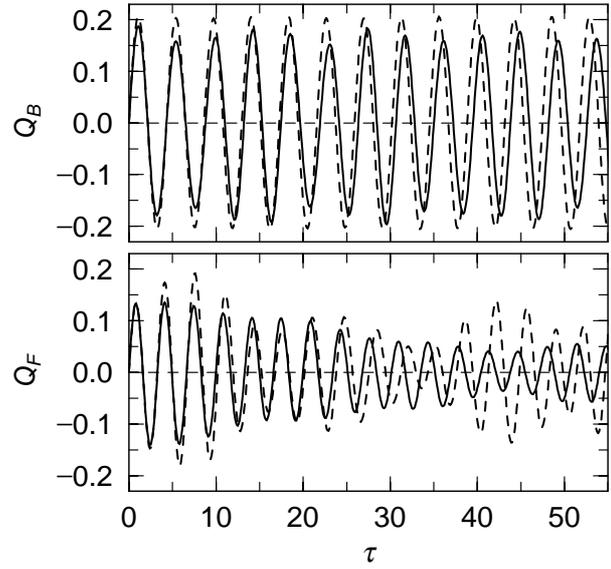


図2: ^{170}Yb - ^{171}Yb での四重極振動。ボソン（上段）とフェルミオン（下段）の四重極振動。実線はTV、破線はRPAの結果を示す。

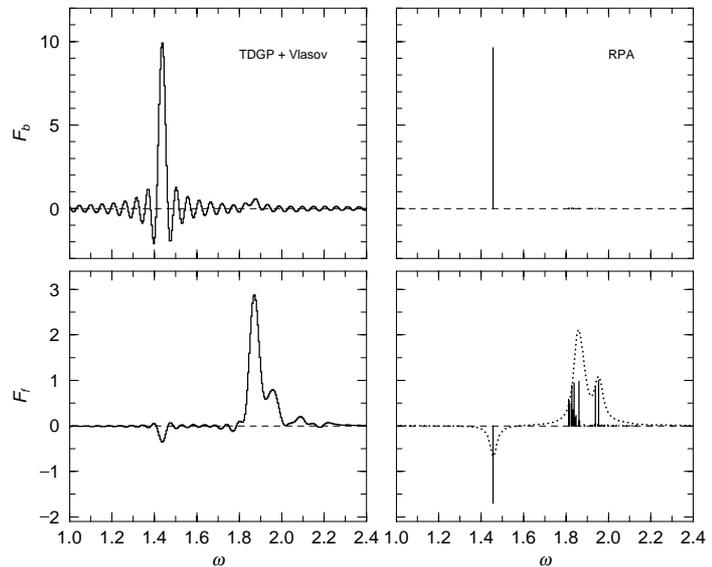


図3: ^{170}Yb - ^{171}Yb での四重極振動の強度関数。上段がボソン振動、下段がフェルミオン振動を表し、左側がTDGP+Vlasov法、右側がRPAの結果を表す。右下の点線はRPAの結果をスムーズ化したもの。

のモードに対応する。フェルミ振動が減衰するのは、これらの3種類の振動モードが干渉するためであると考えられる。ただし、ここでの計算した振動の振幅は、RPAで記述できるものよりもかなり大きいものであり、このような大きな振幅での振動ではボース気体とフェルミ気体の重なり合いが小さくなってしまふ。このため、フェルミオン振動に含まれるボソン振動からの強制振動モードが、TVではRPAより小さくなるかと解釈される。この結果は、ボソン-フェルミオン間の相互作用が弱い引力であるときも変わらない。

次に、 ^{170}Yb - ^{173}Yb を用いて強い引力での振動を議論する。図4は ^{170}Yb - ^{173}Yb で、初期状態として $\lambda_B = \lambda_F = 0.1$ のときの $Q_{B,F}$ の結果である。振動の後期では、ボソン振動の周期がTVとRPAの結果が一致せず、および、前者でのフェルミオン振動の中心が $Q_F = 0$ からずれている。そこで下段に $R_{T,L}(F)$ の時間発展を示した。振動の後期でフェルミ気体が膨張していることが分かる。しかも、 $\tau \gtrsim 20$ で縦方向と横方向の振動が同位相になっており、単極子振動が励起されていることが推測できる。

このようなフェルミ気体の膨張はボソン-フェルミオン間相互作用が引力的に大きいとき($h_{BF} < -1$)にしばしば発生する[8]。このように引力が大きいとき、基底状態で多くのフェルミオンはボソン領域に存在する(図1b)。このような系で振幅の大きい振動が開始されると、多くのフェルミオンはボソン領域内から外部に漏れ出すことになる。これは、コップにギリギリまで水を注ぎ、それを揺らすと外にあふれ出すのと同様な現象である。

図5に ^{170}Yb - ^{173}Yb での振動に対応する強度関数を示した。ボース振動に関しては、二つの計算方法による結果はあまり大きな相

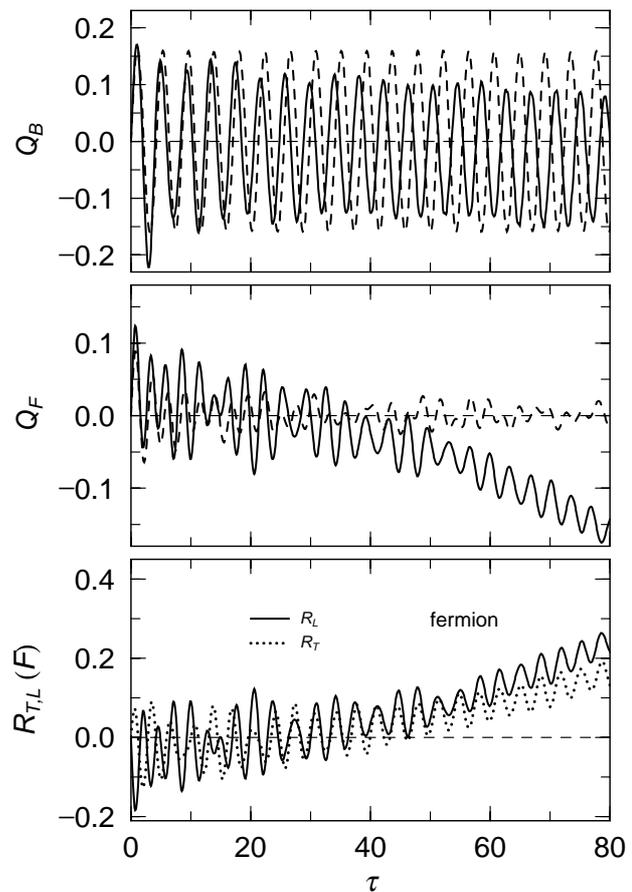


図4: ^{170}Yb - ^{173}Yb での四重極振動。上段、中段はボソン振動、フェルミオン振動の結果で、実線がTV、破線がRPAの結果を表す。下段は横方向二乗半径 R_T (点線)と縦方向二乗半径 R_L (実線)の時間発展。

違を示さないが、フェルミ振動では両者とも $\omega \approx 2.35$ 付近に幅の広いピークがある他は、かなり違ったものになっている。特に、TV での振動数の小さい領域で、 S_F は振動しつつも、 $\omega = 0$ の方向に一様に増加しており、フェルミ気体が熱せられたことを示唆している。

最後に、 ^{174}Yb - ^{173}Yb の振動を図 6 に示そう。初期状態が、左側は同位相のもの、右側は逆位相の結果を表す。RPA では、ボソン振動は単調で、フェルミ振動はうなりを示している。これに対し、TV では非常に初期段階では RPA の結果と同じであるが、比較的早い段階でボソン振動に乱れが生じ、フェルミオン振動も減衰している。特に、同位相でボソン振動、フェルミ振動の減衰がともに大きいことが分かる。また、どちらの初期条件でも、後期でボソン振動とフェルミオン振動が逆位相になっている。

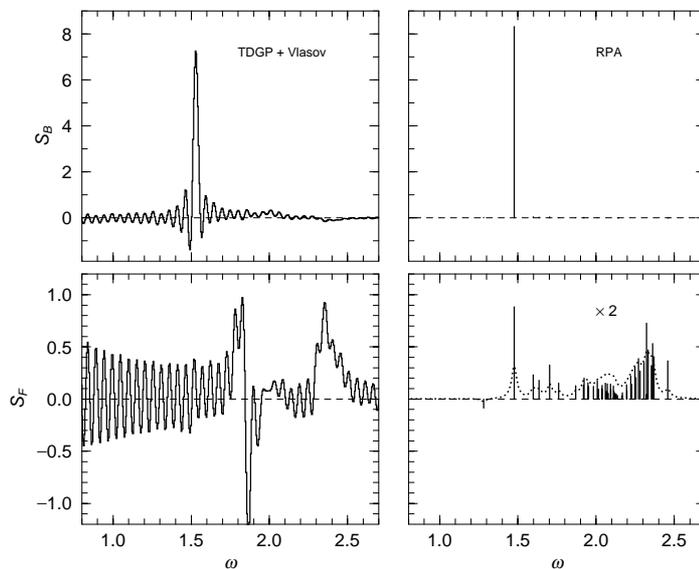


図 5: ^{170}Yb - ^{173}Yb での四重極振動の強度関数。それ以外は図 3 と同じ。

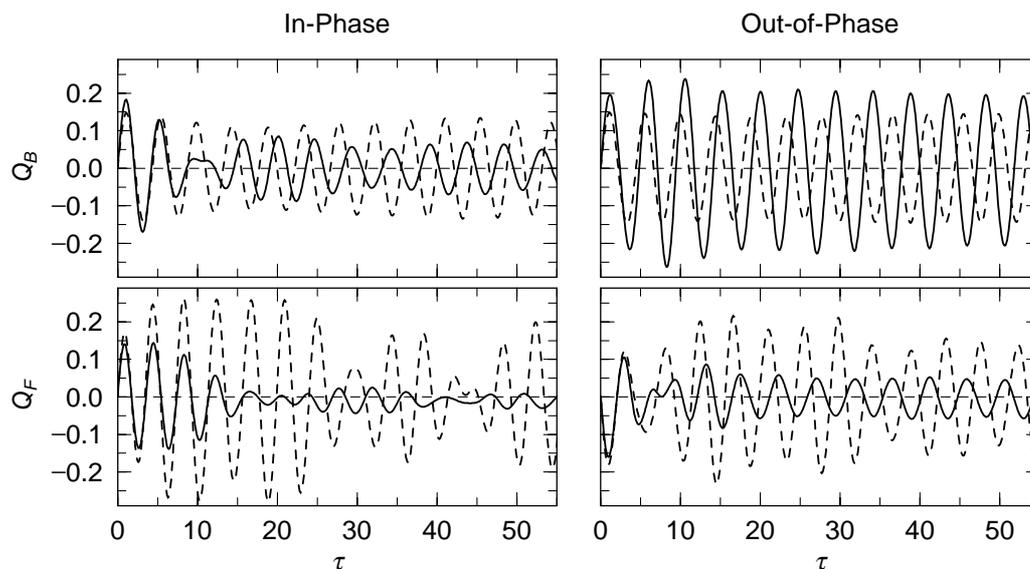


図 6: ^{174}Yb - ^{173}Yb での四重極振動。左側は初期状態が $\lambda_B = \lambda_F = 0.1$ (同位相)、右側は $\lambda_B = -\lambda_F = 0.1$ (逆位相)。

TVの結果に関する強度関数の結果を図7に示す。二つの初期状態についても同じ振動数の位置にボゾン振動の強度関数に大きな鋭いピークがあり、これはボゾン振動の固有振動モードに対応する。フェルミオン振動にも同じ振動数にピークを持っており、ボゾン振動による強制振動モードに対応すると考えられる。この振動モードに関する強度関数はボゾン振動とフェルミオン振動について逆符号になっており、このモードに関しては逆位相でなることを示している。

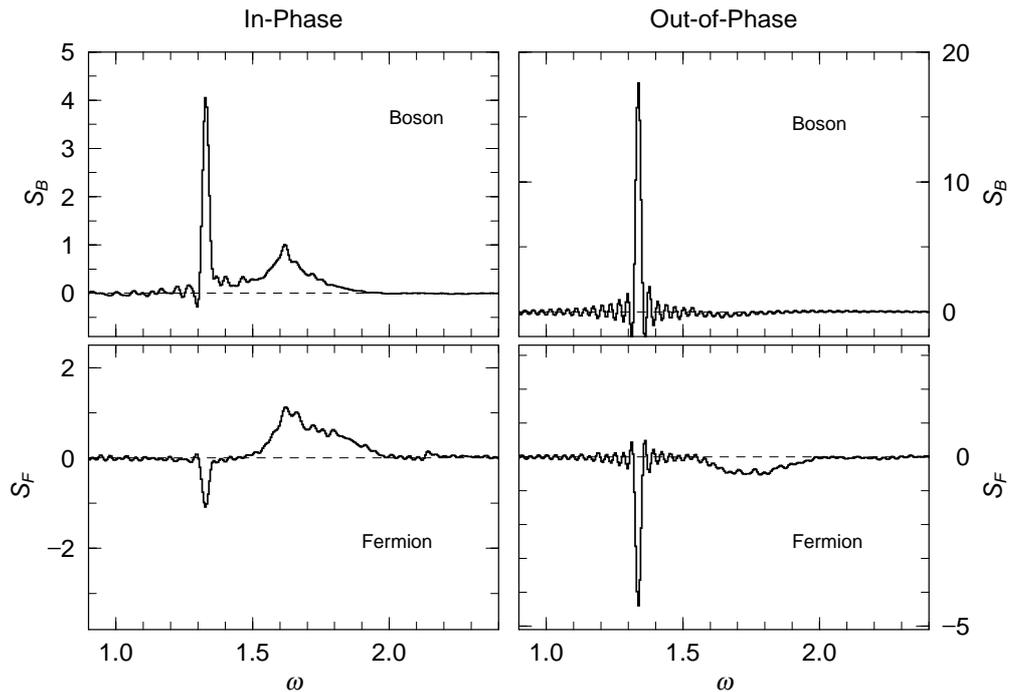


図7: ^{174}Yb - ^{173}Yb での四重極振動でのTVの結果に対する強度関数。左側は初期状態は $\lambda_B = \lambda_F = 0.1$ (同位相), 右側は $\lambda_B = -\lambda_F = 0.1$ (逆位相)。

さらに、フェルミオン振動の強度関数は $\omega \approx 1.7$ 付近で広い幅のピークを持っている。この系はボゾン-フェルミオン間の力が強い斥力であり、フェルミオン密度は中空になっており(図1c)、フェルミオン・ポテンシャル U_F はボゾン密度の境界部分で最小となる。このため、振幅の大きな振動が起こると、ボース気体の表面付近を中心とした表面振動のような振動を行おうとする。この振動モードが S_F の広い幅に対応し、減衰が激しく、最終的なフェルミオン振動はボゾン振動からの強制振動モードに支配されることになる。

強制振動モードは逆位相なので、初期状態が同位相のときは、強制振動モードへの移行がスムーズに進まず、ボゾン振動、フェルミオン振動ともに大きく減衰する結果になると考えられる。

4 まとめ

本報告書では BF 混合気体の四重極振動について記述した。具体的研究対象としては京大グループによる Yb 同位体原子の混合系の中から，ボソン-フェルミオン間力が弱い斥力，強い引力，強い斥力に対応する， ^{170}Yb - ^{171}Yb ， ^{170}Yb - ^{173}Yb and ^{174}Yb - ^{173}Yb の 3 種類を選択して計算した。

実際の数値計算は TDGP 方程式と Vlasov 方程式を結合して解く TV 法を用いた。振幅を基底状態での平均二乗半径の 10% 程度の比較的大きいものとし，RPA の結果と比較することで線形応答からの違いを調べることで，振幅の大きいときの振動の非線形性を明らかにした。ただし，振幅の小さいときには両者の計算がほぼ等しいことは双極子振動で確認してある [9]。

ボソン-フェルミオン相互作用が弱いときは二つの方法に大きな違いは生ぜず，単調なボソン振動と，幾つかの固有モードが線形に重なり合ったフェルミオン振動で記述できる。

ところが，この相互作用が引力的に強くなると (^{170}Yb - ^{173}Yb)，ボソン領域内部のフェルミオンがボソン領域から外側に膨張する。このため，より大きな振幅を持つ単極子振動モードが生じる。逆に，斥力的に強い場合 (^{174}Yb - ^{173}Yb) は，フェルミオン振動は早期に固有モードの強度を失い，ボソンとフェルミオンが逆位相で振動するようになる。これらは非線形な現象であり，RPA のような線形応答理論の範囲で記述できるものではない。

以上の結果からに，時間発展を直接計算した結果と，RPA の結果ではボソン-フェルミオン相互作用が大きいとき種々の違いが起こることがわかった。現段階では実験結果と比較できないので明確な結論は出せないが，今後研究が進んでいくことで，従来の線形応答理論では説明できないような振る舞いが観測される可能性がある。

現在，実験条件により近い状態，葉巻型に大きく変形したトラップ ($\kappa_L \ll 1$) でかつ有限温度での計算が可能のように理論研究法の改良を行っている。トラップの変形は，TV 法では大きな改良なしで可能であり，有限温度に関しては，2 対衝突と熱ボソンの導入し [13]，Vlasov 方程式から VUU 方程式 [14] へ拡張することで対応することができる。

本研究は原子核物理学で発展した理論モデルを，極低温原子気体に応用したものである。人工的に制御された極低温原子気体の研究を進めることで，その成果が原子核物理のような他の有限多体系の研究に再び応用できるものと期待している。

参考文献

- [1] E.A. Cornell and C.E. Wieman, Rev. Mod. Phys. 74, 875 (2002);
W. Ketterle, Rev. Mod. Phys. 74, 1131 (2002).
- [2] C.J. Pethik and H. Smith, "Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases", Cambridge University Press (2002).
- [3] B. DeMarco and D.S. Jin, Science **285**, 1703 (1999);
S.R. Granade, et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 120405 (2002).
- [4] A.G. Tuscott, et al., Science **291**, 2570 (2001);
G. Modugno, et al., Science **297**, 2240 (2002); Phys. Rev. A **68**, 043626 (2003).
- [5] H. Feshbach, Ann. Phys. (NY) **19**, 287 (1962).
- [6] T. Sogo, T. Miyakawa, T. Suzuki and H. Yabu, Phys. Rev. A **66**, 013618 (2003).
- [7] T. Maruyama, H. Yabu and T. Suzuki, Phys. Rev. A **72**, 013609 (2005).
- [8] T. Maruyama, H. Yabu and T. Suzuki, Lazer Physics, **15**, 656 (2005).
- [9] T. Maruyama and G.F. Bertsch, Phys. Rev. A **77**, 063611 (2008)
- [10] T. Maruyama and H. Yabu, Phys. Rev. A **80**, 043615 (2009).
- [11] K. Enomoto, et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 203201 (2007);
M. Kitagawa, et.al., Phys. Rev. A **77**, 012719 (2008).
- [12] C.Y. Wong, Phys. Rev. C **25**, 1460 (1982).
- [13] B. Jackson and E. Zaremba, Phys. Rev. A **66**, 033606 (2003).
- [14] L.P. Kadanoff and G. Baym, "Quantum Statistical Mechanics" (1962), NewYork.

ウェーブレット変換を用いた 巨大共鳴強度関数のゆらぎの分析

相場浩和 松尾正之 西崎滋 鈴野浩大 鈴木徹

1 はじめに

原子核巨大共鳴の生成期から終末期までの生涯について考える。よく、巨大共鳴は微小振幅の集団運動なので乱雑位相近似 (RPA) で記述できるといわれるが、巨大共鳴の生涯を考えると、それは全ストーリーのほんの始まりの部分にしかすぎない。確かに生成時点ではその運動は RPA で記述できるレギュラーな振動である。しかし、十分時間がたった終末期には巨大共鳴は複合核状態へ至り、むしろカオス的な挙動を示す。これは系の示すダイナミクスと関与時間の相関が発現した例となっている。したがって、巨大共鳴を理解するためには、個々の局面のダイナミクスを独立して記述できるだけではなく、初期のレギュラーな運動から終末期のカオス的な運動へどのように移行変わっていくのかを把握することが極めて重要である。

そこで、巨大共鳴の全過程において、その時間スケールとダイナミクスの相関を規定するすべてのキースケールを同定し、そのことによって巨大共鳴の生涯を記述する概念体系を構築することが大きな課題となる。

巨大共鳴のダイナミクスの時間変化を追うことは、巨大共鳴の強度関数をさまざまなエネルギースケールで見たときの特徴の変化を追うことに対応する。巨大共鳴の生成期は大きなエネルギースケールに対応し、終末期の複合核状態は1つ1つのレベルを分解するほどの小さなエネルギースケールに対応する。したがって巨大共鳴の全過程のダイナミクスの変化をみるためには、強度関数の中間のエネルギースケールでのゆらぎの特徴をみる必要がある。

我々はこれまでに、現実的理論計算による ^{40}Ca の巨大四重極共鳴 (GQR) の強度関数のゆらぎを、局所スケーリング次元という指標を用いて分析した [1, 2]。さらに重い核 ^{208}Pb でも同様な計算を行い、 ^{40}Ca 同様、戸口状態の崩壊幅およびレベル間隔がゆらぎの特徴に関係することを明らかにした。特に、 ^{40}Ca との比較において、ランダウ減衰幅の定量的違いが、ゆらぎの定性的違いとなって現れるという減衰機構とゆらぎとの間の関係を明らかにした [3]。

以上の結論は、局所スケーリング次元の、理論的 (すなわちデルタ関数の和で書かれる) 強度関数のゆらぎの分析における有効性を示している。一方、これは、そのままの形では強度

関数の実験データの分析には利用できない。局所スケーリング次元はフラクタル次元を一般化したものであるが、フラクタル次元と同様、特異な“関数”は対象外であるためである。

そこで、関数の場合にはウェーブレット変換を用いるというアイデアが提案されている [4]。ウェーブレット変換には、与えられた関数から低次のべき関数を引き去り、特異な成分を抽出するという性質があるからである。原子核分野におけるウェーブレット変換を用いた分析には、ウェーブレット・パワーのピークの位置を用いた試みがある [5]。

本稿では、ウェーブレット変換に基づく新たなゆらぎの分析指標として提案された WTMM (Wavelet Transform Modulus Maxima) 間隔分布を取り上げ、その有効性について検討する [6]。

2 ウェーブレット変換と WTMM 間隔分布

ウェーブレット変換は次式のように、強度関数 S にウェーブレット関数 Ψ をかけて積分したものと定義される。

$$g(E_x, \delta E) = \frac{1}{\delta E} \int S(E) \Psi\left(\frac{E_x - E}{\delta E}\right) dE \quad (1)$$

ここで、ウェーブレット関数 $\Psi(E)$ はある局在化した関数であり、位置を E_x とし、スケールを δE に変えている。したがってウェーブレット変換 $g(E_x, \delta E)$ は位置 E_x とスケール δE の関数である。

ウェーブレット関数はある整数 n に対して次式を満足する。

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^m \Psi(x) dx = 0, \quad \forall m, \quad 0 \leq m < n \quad (2)$$

したがって、強度関数に低次のべき関数であらわされるようなバックグラウンドがあってもウェーブレット変換には効かないというメリットがある。

ウェーブレット関数としては(したがって n も)さまざまなものが用いられているが、本稿ではメキシカンハット関数(ガウス関数の2階微分)を採用する。

ウェーブレット変換は低次のべき関数で表されるようなバックグラウンドを引き去ることができるので、強度関数の実験データの分析に適している。しかし、ウェーブレット変換を利用した指標の1つである、ウェーブレット・パワーのピークの位置はエルゴード性を満足しない。そこで我々は、ウェーブレット変換のメリットを生かした他の指標として WTMM 間隔分布を取り上げ [6]、そのゆらぎの指標としての有効性を検討する。

WTMM は、ウェーブレット変換 $g(E_x, \delta E)$ を、 δE を固定して E_x の関数と見たときの、極大値をとる点 E_x として定義される。ただし $g(E_x, \delta E) > 0$ 。WTMM は物性分野で応用例がある [4]。

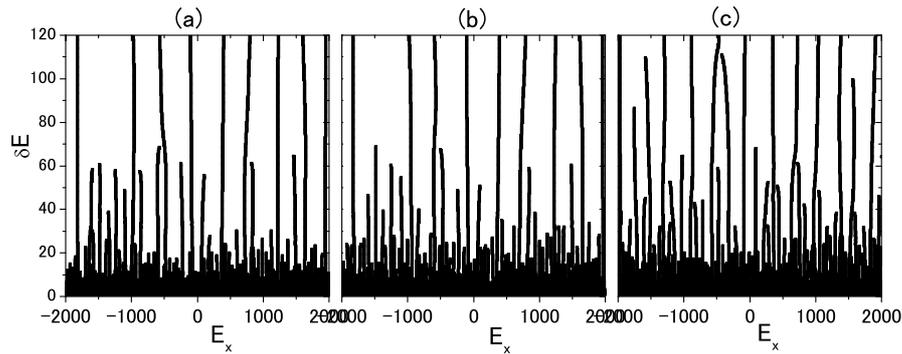


図 1 戸口減衰模型の WTMM のサンプル。(a) $\gamma = 64d$ 、(b) $\gamma = 128d$ 、(c) $\gamma = 4096d$ 。
横軸は E_x を、縦軸は δE を表す。いずれも $\Gamma = 2000d$ 、 $D = 128d$ 。

WTMM は、あるエネルギースケール δE で粗視化した有効エネルギースペクトルとみなすこともできる。WTMM 間隔分布とはこの“レベル”の最近接間隔分布である。通常のレベル間隔分布と同じように、十分な“レベル”数がとれる場合エルゴード性も満足する。そこで、この WTMM 間隔分布のふるまいがエネルギースケール δE とともにどのように変化するかを調べることにより、強度関数のゆらぎの性質についての知見が得られると期待される。

以下、WTMM 間隔分布を戸口減衰 (doorway damping) 模型に適用し、減衰を規定する諸物理量と WTMM 間隔分布のエネルギースケール依存性との関係を具体的に調べる。

3 戸口減衰模型への適用

3.1 模型

戸口減衰模型は、巨大共鳴の減衰過程を単純化した模型である [1]。何らかのプロープで励起された 1 つの集団状態は、まずこの状態と直接結合する戸口状態へと広がる。そして、さらに戸口状態も多数のバックグラウンド状態へと広がる。

この模型は、典型的なエネルギースケールとして全幅 Γ 、戸口状態の広がり幅 γ 、戸口状態のレベル間隔 D 、バックグラウンド状態のレベル間隔 d を含んでいる。このうち d はエネルギーの単位を決めるのに用いられる。また、今回の計算では $\Gamma = 2000d$ となるように各パラメータの値を決めた。全レベル数は 8191 とする。残るエネルギースケールの γ および D をさまざまに変化させ、これらの物理量の値と WTMM 間隔分布の関係を調べる。

3.2 WTMM 間隔分布のエネルギースケール依存性

図 1 は戸口減衰模型強度関数の WTMM の例である。横軸が E_x を、縦軸が δE を表す。 δE を固定した場合の極大点は、 δE を動かした場合一般的に連続的につながり、曲線 (maxima line) を形作る。しかし、次の 2 つの原因により、 δE を大きくしていくと曲線の数減少する。1 つ目の原因は、2 つの極大点が“衝突”し 1 つの極大点に合体することである。第 2 の原因は、極大点でのウェーブレット変換の値が負に落ち込むことである (WTMM を求める際にはウェーブレット変換が正であることが条件であった)。この第 2 の場合、曲線が途中で途切れることになる。第 1 の場合、2 本の曲線が 1 本に合流していくことになるのであるが、実際のプロットでは必ずしもそうはならない。

さて、図 1 からも見取れるように、隣り合う曲線の間隔、すなわち WTMM 間隔は平均的には δE が大きくなるとそれに比例して大きくなる。したがって、異なるエネルギースケール δE での WTMM 間隔分布を比較するために、もともとの間隔 s に対し $s' = s/\delta E$ という正規化した間隔 s' を使う必要がある。WTMM 間隔分布は s' の分布として求める。

図 2 は $\gamma = 64d, 128d, 4096d$ (GOE の近似とみなしてよい) の場合の WTMM 間隔分布の δE 依存性を示したものである。まず、GOE の場合をみると、 $\delta E = 1.0d$ の場合やや非対称な分布をしているが、 δE が大きくなるにつれて、だんだん対称なガウス分布に近づいている。一方、 $\gamma = 64d, 128d$ の場合、 $\delta E = 1.0d$ のときは、GOE とほぼ同じ分布をしている。しかし、 δE が大きくなるにつれて、分布が広がっていく。そして、さらに δE が大きくなると ($\approx 100d$) 再び分布が狭くなり、ガウス分布に近づいていくように見える。また、 γ の値が小さいほうが分布が早く広がり始めることもわかる。

δE が大きくなるにつれて分布が広がるという点を定量的に議論するために、図 3 に WTMM 間隔分布の平均および標準偏差のエネルギースケール δE 依存性を示す。平均をみると、 δE が小さいときは、 γ の値によらず共通のふるまいを示し、 $\delta E \approx 1.0d$ のとき $\langle s' \rangle \approx 4.0d$ だったものが、 δE が大きくなるにつれ小さくなる。その後は γ の値のよって異なるふるまいを示す。すなわち、GOE の場合はほぼ一定なのに対して、 $\gamma = 64d, 128d$ の場合、増加する。

これから、強度関数に GOE ゆらぎからのずれがあるかどうかを検証するためには、WTMM 間隔分布の平均を計算し、その値が δE が大きくなるにつれ増加するどうかを確認すればよいことがわかる。さらに $\gamma = 64d$ の場合と $\gamma = 128d$ の場合を比較すると、 $\gamma = 64d$ の場合のほうが平均の値が早く増加を始めていることがわかる。これは、平均のふるまいを詳細に調べることにより、たんに GOE からのずれを定性的に議論できるだけではなく、 γ の値、すなわち戸口状態の広がり幅についても推定できる可能性があることを示している。

そこで、まず、そもそもなぜ γ の値が有限の場合、WTMM 間隔分布の平均が増加するのかを検討しよう。(なお、標準偏差については別稿にゆずる。)

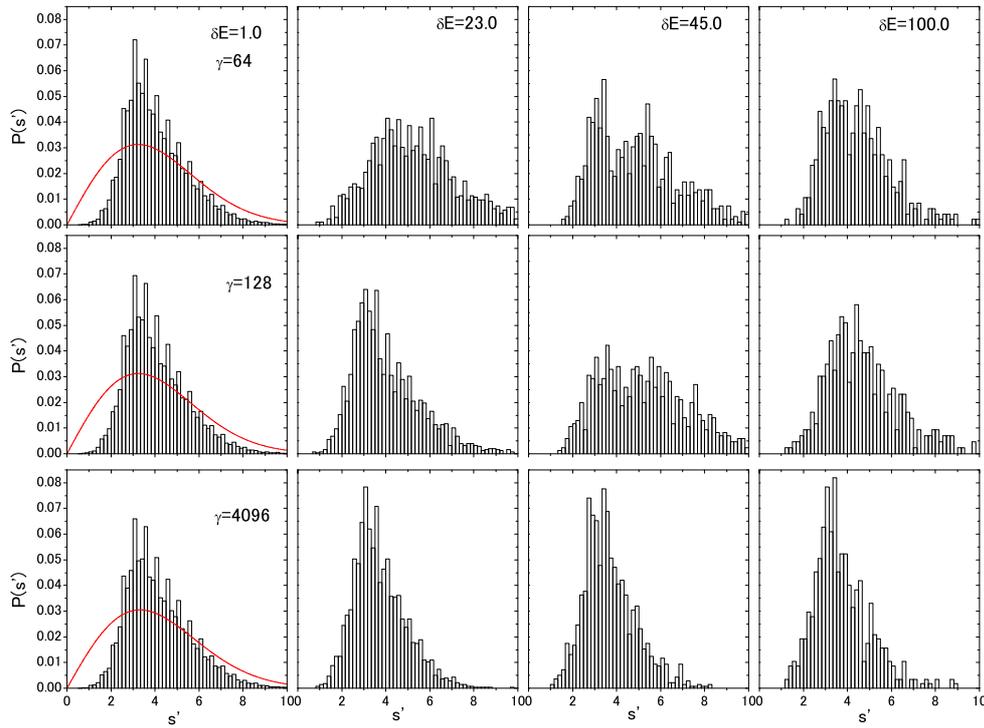


図 2 戸口減衰模型の WTMM 間隔分布 (s' の分布)。60 個のアンサンブル。上から、 $\gamma = 64d, 128d, 4096d$ (GOE)。左から $\delta E = 1.0d, 23d, 45d, 100d$ 。いずれも $\Gamma = 2000d, D = 128d$ 。 $\delta E = 1.0d$ の実線はウィグナー分布を表す。

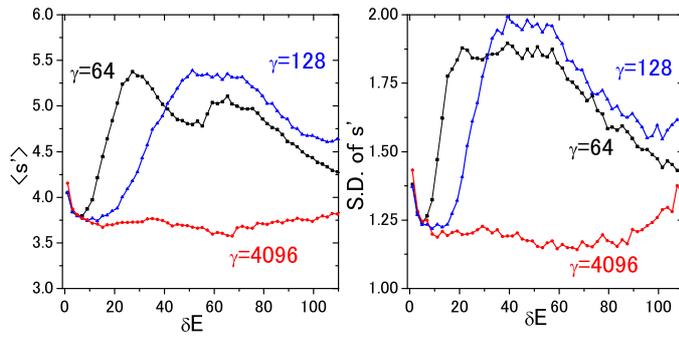


図 3 戸口減衰模型の WTMM 間隔分布の (a) 平均、(b) 標準偏差の δE 依存性。60 個のアンサンブル。いずれも $\Gamma = 2000d, D = 128d$ 。

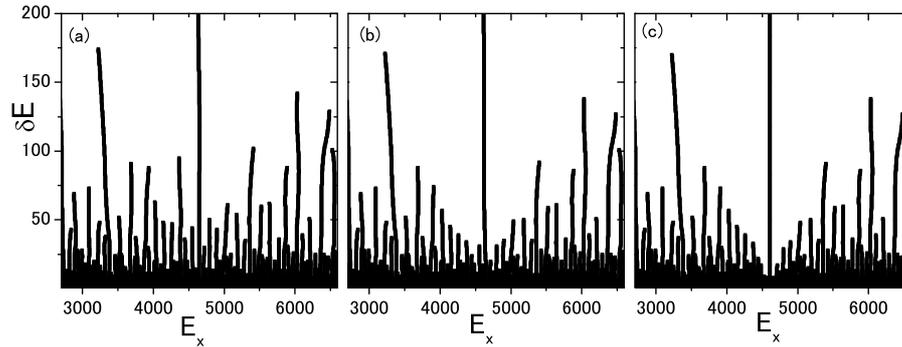


図 4 GOE+Lorentzian 強度関数模型の WTMM のサンプル。(a) $\gamma = 500d$, (b) $\gamma = 100d$, (c) $\gamma = d$.

3.3 GOE+Lorentzian 強度関数模型

戸口減衰模型では、 $\gamma \simeq D$ の場合、隣り合う戸口状態の広がりオーバーラップし複雑になる。そこでここでは $\gamma \ll D$ とし、さらにこの状況を近似的に扱うために GOE+Lorentzian 強度関数模型を考える。この模型は、エネルギーインターバル $D = 4000d$ の中央に幅 γ の Lorentzian と GOE 強度関数の積の強度関数を配置したものである。

図 4 に GOE+Lorentzian 強度関数の WTMM のサンプルを示す。GOE の場合、ゆらぎはあるものの、与えられたエネルギーインターバルの全領域にわたって一様に曲線が分布しており、曲線の消滅具合も一様である。一方、GOE+Lorentzian 模型の場合(たとえば $\gamma = 100d$)、エネルギーインターバルの中央に 1 本長い曲線が存在し、その周りに“谷”が発達していることがわかる。これは、中央に存在する Lorentzian のピーク構造が周りのレベルを“駆逐”するためである。また、 δE が大きくなるに従い、中央のピークの影響は遠くのレベルまで及ぶために“谷”ができることになる。さらに、 γ が小さいほど“谷”が深くなっていることがわかる。これは Lorentzian の幅が小さいほど、小さいエネルギースケール δE で Lorentzian のピーク構造が影響を与えることを表している。またこのエネルギースケールよりも小さい δE では GOE と区別がつかないことも意味している。

“谷”ができるということはそれだけ GOE の場合より曲線の数が少なくなるということであり、結果として WTMM 間隔分布の平均は大きくなる。実際の WTMM 間隔分布の正規化した平均 $\langle s' \rangle = \langle s \rangle / \delta E$ を図 5 左に示す。この図では平均を $\langle s \rangle = D / N(\delta E)$ と定義している。ここで、 $N(\delta E)$ は δE での WTMM の数。GOE の場合ほぼ一定なのに対して、GOE+Lorentzian 模型では、 γ が“見え”始める δE で増え始め、 D が“見え”始めると減少す

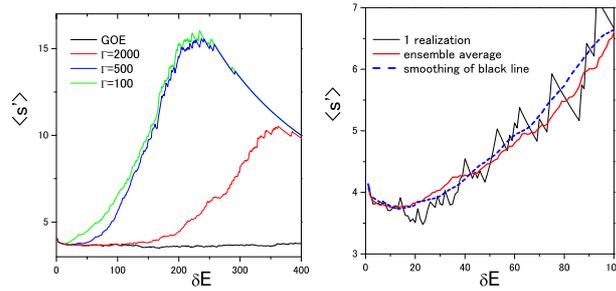


図5 左：GOE+Lorentzian 強度関数模型の WTMM 間隔分布の正規化された平均の δE 依存性。60 個のアンサンブル平均。右：GOE+Lorentzian 模型で $\gamma = 100d$ の場合の WTMM 間隔分布の正規化した平均の δE 依存性。太実線：60 個のアンサンブル平均、細実線：1 つのサンプル、破線：1 つのサンプルの結果をスムーズ化したもの。

ることがわかる。ただし、 γ が“見え”始める δE の値は γ の値よりもかなり小さい。

いずれにせよ、GOE からずれ始める δE の値は γ の値と強い相関にある。GOE からずれ始める δE よりも数値計算的に見つけやすいのは $\langle s' \rangle$ がある値（たとえば 5）をとるときの δE の値である。この値も GOE からずれ始める点と同じように γ の値と相関がある。そこで、以下この方法に従って、ふたたび戸口減衰模型で WTMM 間隔分布の平均と γ の定量的な関係を検討することにする。

その前に 1 つの問題を考えておきたい。アンサンブル平均が取れない場合、WTMM 間隔分布の平均は、曲線が消滅する δE の点で不連続に変化し、ジグザグにゆらぐことになる。このような場合どうすればよいのだろうか。図 5 右がこの問題の解決を示している。確かに 1 つのサンプルの場合ジグザグなゆらぎが存在する。一方、破線は 1 つのサンプルの結果をスムーズ化したものである。スムーズ化することによりジグザグがなくなり、しかもアンサンブル平均の結果とおおよそ一致していることがわかる。したがってアンサンブル平均がとれないときはスムーズ化すればよいことがわかる。

3.4 戸口減衰模型における γ と WTMM 間隔分布の平均の関係

図 6(a) は戸口減衰模型において、 D を固定し、をさまざまな γ に対して WTMM 間隔分布の平均の δE 依存性をみたものである。この図を見ると、 $\langle s' \rangle$ がピークに達した後では複雑な様相を示しているが、 $\langle s' \rangle$ も δE も小さな領域では $\langle s' \rangle$ のふるまいと γ の関係がはっきり認識できる。

一方、 γ を固定し、 D を変化させたときの $\langle s' \rangle$ のふるまいを図 6(b) に示す。図 6(b) によると $\langle s' \rangle$ も δE も小さな領域においては、 $\gamma < D$ の場合、 $\langle s' \rangle$ のふるまいは D の値の違いに

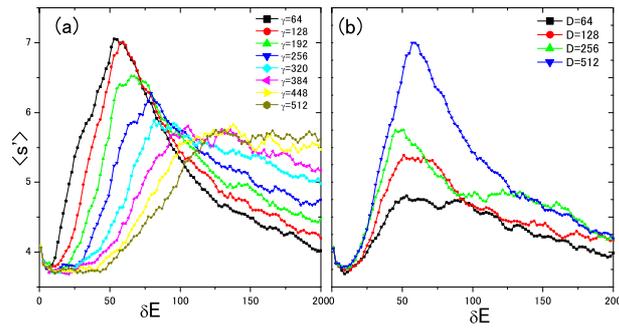


図6 (a) 戸口減衰模型のさまざまな γ の値の場合の WTMM 間隔分布の正規化した平均 $\langle s' \rangle$ の δE 依存性。 $D = 512d$ に固定。(b) さまざまな D の値の場合の WTMM 間隔分布の正規化した平均 $\langle s' \rangle$ の δE 依存性。 $\gamma = 128d$ に固定。

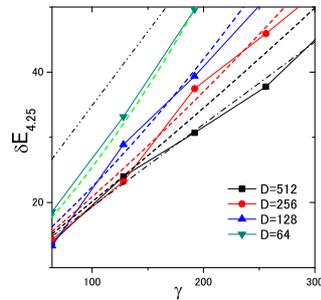


図7 さまざまな D の値の場合に、 γ と $\delta E_{4.25}$ の関係をプロットした。同じ D の値の点を実線で結んで。破線は式 (3) によるフィット。1点鎖線は式 (3) において $D = \infty$ とおいたもの、2点鎖線は式 (3) において $\gamma/D = 4$ とおいたものをそれぞれ表している。

よらない。しかし、 $\gamma \geq D$ の場合、 D の値が小さいほど $\langle s' \rangle$ は右に移動することがわかる。したがって、戸口減衰模型では、 $\langle s' \rangle$ のふるまいから γ の値を推定しようという場合、 D の効果も考慮に入れる必要があることがわかる。

$\langle s' \rangle$ がある値をとるときの δE の値を求めるために、 $\langle s' \rangle$ のある値を決めなければならない。そのためには2つの要請がある。1つは、統計性をあげるためになるべく小さい $\langle s' \rangle$ の値を用いるということである。第2に、採用すべき $\langle s' \rangle$ の値は、少なくとも $\langle s' \rangle$ の初期値 ($\langle s' \rangle \simeq 4$) よりも大きくするべきだということである。ここでは上の2つの要請を満足するものとして $\langle s' \rangle = 4.25$ という値を採用することにした。

それでは、 $\langle s' \rangle = 4.25$ となるときの δE の値を $\delta E_{4.25}$ とし、 $\delta E_{4.25}$ と γ 、 D の関係を求めよう。これを行ったのが図7である。図6(a) から $\delta E_{4.25}$ はおよそ γ に比例していると仮

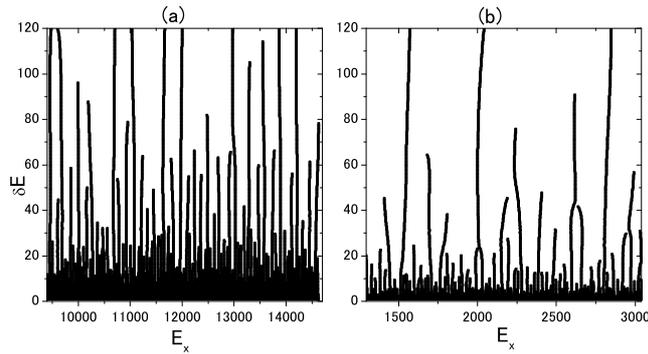


図8 GQR強度関数のWTMM。(a) ^{208}Pb 、(b) ^{40}Ca 。エネルギーの単位としてそれぞれの平均レベル間隔 d を採用。

定できる。ただし、図6(b)を考慮し、その傾きは $\gamma > D$ の場合、 D の値が減少するほど大きくなると仮定する。以上から $\delta E_{4.25}$ と γ 、 D の関係として次式を仮定する。

$$\delta E_{4.25} = (a\gamma + b)(1 + c\gamma/D) \quad (3)$$

図7のデータをフィットするように係数の値を求めると、 $a = 0.13, b = 6.7, c = 0.20$ となった。結果得られたフィット関数は図7で破線で表されている。

式(3)において $D = \infty$ とおいた直線が図7で一点鎖線で書かれている。この直線は、これより右側にはデータが存在しないという境界を示している。一方、2点鎖線は $\gamma/D = 4$ とおいた直線を示している。局所スケール次元を用いた分析では $\gamma > 4D$ という場合GOEとの区別がつかないことがわかっているため、この線より左側はGOE領域とみなすことができる。

4 ^{208}Pb 、 ^{40}Ca のGQRへの適用

^{208}Pb 、 ^{40}Ca のGQR強度関数をWTMM間隔分布を用いて分析する。図8(a)、(b)がそれぞれ ^{208}Pb および ^{40}Ca の現実的計算による強度関数のWTMMである。(以下それぞれの平均レベル間隔 d をエネルギーの単位とする。)

WTMM間隔分布の平均 $\langle s' \rangle$ を図9左に細実線(^{208}Pb)、細破線(^{40}Ca)で示してある。アンサンブル平均がとれないのでジグザグと激しくゆらいでいる。そこで、それをスムーズ化したものを太破線で表している。 ^{208}Pb の場合、ゆらぎはあるものものと ^{40}Ca と比べるとGOEにふるまいが近いことがわかる。実際、 ^{208}Pb の太破線は $\langle s' \rangle = 4.25$ のラインに到達していない。一方、 ^{40}Ca の場合はGOEと比べると、ゆらぎはあるものの明らかに $\langle s' \rangle$ の増加がみられる。太破線が $\langle s' \rangle = 4.25$ のラインを切る点を読むと、 $\delta E = 45.0$ となる。

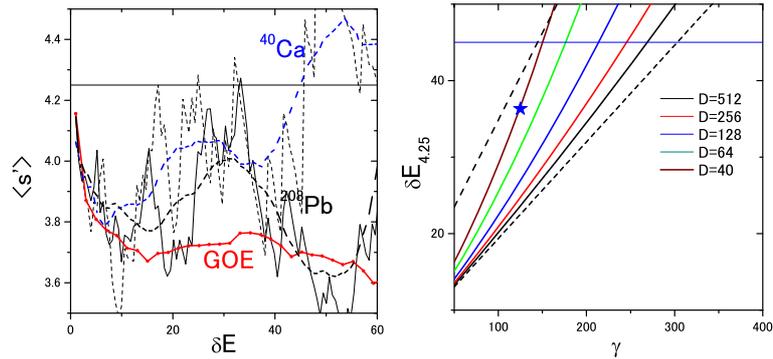


図9 左： ^{208}Pb と ^{40}Ca のGQR強度関数のWTMM間隔分布の正規化された平均 $\langle s' \rangle$ 。細実線は ^{208}Pb 、細破線は ^{40}Ca 。参考のためにGOE強度関数の $\langle s' \rangle$ も示してある。太破線は細実線、細破線をスムーズ化したもの。水平線は $\langle s' \rangle = 4.25$ のラインを表す。右：さまざまな D の値に対する式(3)のプロット。左の破線はGOE領域との境界、右の破線はデータ存在領域の境界を示す。水平線は、 ^{40}Ca の場合に得られた $\delta E_{4,25}$ を表す。星は計算から得られた ^{40}Ca のGQRの γ と D の値をプロットしたものの。

この値から式(3)を使って γ の値を評価する。図9右には、さまざまな D の値に対して式(3)がプロットしてある。図中に描かれた水平線は、 ^{40}Ca のデータから求めた $\delta E_{4,25}$ の値を示している。水平線と2つの境界線の交点から、 ^{40}Ca の γ の範囲として $140 \leq \gamma \leq 300$ ということが読み取れる。さらに、1p1h状態のレベル間隔から比較的簡単に計算できる D の値 $D \simeq 40$ を用いると、水平線と $D = 40$ のラインの交点からは $\gamma = 150$ という値が読み取れる。計算から求めた実際の γ の値は $\gamma = 125$ である。局所スケーリング次元による γ の評価は因子2の範囲内であることを考慮すると、これはよい一致であるといつてよい。図中の星印は計算によって求めた実際の γ 、 D の値をプロットしたものである。

以上、WTMM間隔分布のゆらぎの分析指標としての有効性を確認できたので、今後実験データの分析に適用していく予定である。

参考文献

- [1] H. Aiba and M. Matsuo, Phys. Rev. C **60**, 034307 (1999).
- [2] H. Aiba, M. Matsuo S. Nishizaki, and T. Suzuki, Phys. Rev. C **68**, 054316 (2003).
- [3] H. Aiba, M. Matsuo S. Nishizaki, and T. Suzuki, nucl-th/0906.4831.
- [4] A. Arneodo, E. Bacry, and J.F. Muzy, Physica A 213, 232 (1995).
- [5] A. Shevchenko *et al.*, Phys. Rev. Lett. **93**, 122501 (2004).
- [6] 鈴木浩大, 修士論文(首都大学東京, 2007年3月).

プロレートドミナンスの半古典的起源

– スピン・軌道結合を考慮した周期軌道理論によるアプローチ –

在田謙一郎¹

名古屋工業大学工学研究科

1 はじめに

原子核基底状態の軸対称四重極変形の大半は対称軸方向に伸延したプロレート変形であり、その傾向は質量数の大きい領域ほど顕著である。この「プロレートドミナンス」問題に関する先行研究において、以下の点は共通の認識となっている：

- 変形の本質的起源は量子論的なシェル構造エネルギーであり、プロレートドミナンスは、変形シェル構造のプロレート/オブレート非対称性によって生じる。
- 上記プロレート/オブレート非対称性は、原子核平均場の表面のぼやけ (diffuseness) と強い相関を有しており、調和振動子ポテンシャルの様に表面のなだらかなものに比べて井戸型ポテンシャルの様に表面のシャープなものの方が非対称性が顕著である。

変形シェル構造が平均場の表面の形状によって大きく異なることは、Strutinsky らによって指摘され [1]、その半古典的解析は当時発見されて新しい「トレース公式」[2, 3] の物理現象への最初の応用の舞台ともなった。スピン・軌道結合を含む現実的な Woods-Saxon ポテンシャルによる変形シェル構造エネルギーの性質は、スピン・軌道結合を含まない無限井戸型ポテンシャル (キャビティ) 模型により定性的に再現されることから、Strutinsky らは可積分系である回転楕円体変形キャビティ模型を用いた半古典解析を行った。この解析は Frisk によって拡張、精密化され [4]、より正確な量子・古典対応が議論されるとともに、シェル構造のプロレート/オブレート非対称性が周期軌道の性質と密接な関係を有することが明らかになった。浜本と Mottelson は、変形による縮退した一粒子準位のひろがり方と準位間相互作用の性質から、平均場の表面の形状とプロレート/オブレート非対称性の関連を議論している [5]。上記の研究では、スピン・軌道結合は魔法数をシフトさせるが変形シェル構造の定性的性質には影響しないという仮定の下に、その効果は考慮されていない。ところが、田嶋らによって次の点が指摘されている [6]：

- プロレートドミナンスの度合は、表面の性質とスピン・軌道結合との強い相関によって決まる。

田嶋らは、プロレートドミナンスが平均場のどんな性質によって生じるのかを探るため、核図表内の広い領域にわたる Nilsson-Strutinsky 計算により、Nilsson ハミルトニアン LS 項、 L^2 項の強さを系統的に変化させたときのプロレート変形とオブレート変形の比率を調べた。特にスピン・軌道結合の強さを現実的な値の半分にするとプロレートドミナンスが消失してし

¹e-mail: arita@nitech.ac.jp

まう．ということは，スピン・軌道結合のない系でプロレートドミナンスを議論しても，それは現実の原子核の性質を議論したことになるのかも知れない．そこで本研究では，周期軌道理論による半古典解析をスピン・軌道結合を考慮した平均場模型に拡張し，変形シェル構造のプロレート/オブレート非対称性とスピン・軌道結合との相関について調べてみたい [7]．

2 変形シェル構造の半古典論

2.1 トレース公式

シェル構造とは，一粒子準位分布の不均一性に起因する多体系エネルギーの大局的揺らぎ構造を言う．温度ゼロのフェルミ気体模型では， N 体系のエネルギーは一粒子エネルギーの和

$$\mathcal{E}(N) = \sum_{i=1}^N E_i = \int_0^{E_F} E g(E) dE, \quad g(E) = \sum_i \delta(E - E_i) \quad (1)$$

で与えられる．ここで $g(E)$ は一粒子準位密度， E_F はフェルミエネルギーを表す．準位密度は遷移振幅のトレースで表され，遷移振幅の経路積分表示にもとづく半古典近似を用いると，これが古典周期軌道の寄与の和で表される．この半古典近似表式をトレース公式という [?, 2]．トレース公式において，準位密度は平均部分 \bar{g} とそのまわりの振動部分 δg との和に表される．平均準位密度はゼロ長軌道の寄与から導かれ，Thomas-Fermi 近似に一致する [8]：

$$\bar{g}(E) \simeq g_{TF}(E) = \int dr dp \delta(E - H(\mathbf{p}, \mathbf{r})). \quad (2)$$

ここで $H(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ は一粒子ハミルトニアンを表す．残りの振動部分は，古典ハミルトニアン $H(\mathbf{p}, \mathbf{r})$ の周期軌道との形に表される：

$$\delta g(E) \simeq \sum_{\beta} A_{\beta}(E) \cos\left(\frac{S_{\beta}(E)}{\hbar} - \frac{\pi}{2}\mu_{\beta}\right), \quad S_{\beta} = \oint_{\beta} \mathbf{p} \cdot d\mathbf{r}. \quad (3)$$

S_{β} は周期軌道 β に沿った作用積分， μ_{β} は軌道の幾何学的性質に関する Maslov 指数を表す． $S_{\beta}(E)$ はエネルギー E の単調関数なので，各周期軌道の寄与はエネルギーの振動関数である．その振動のエネルギースケールは

$$\delta E \sim \frac{2\pi\hbar}{\partial S_{\beta}(E)/\partial E} = \frac{2\pi\hbar}{T_{\beta}} \quad (4)$$

となり，大局的なシェル構造は周期 T_{β} の短い軌道の寄与によることが分かる．振幅因子 A_{β} は軌道の縮退度や安定性，周期などにより決められる．この振幅因子は，周期軌道の分岐点近傍で強い増大を示すことがある．周期軌道の分岐とは，変形などのパラメータ変化により，ある周期軌道から異なる形状の周期軌道が生まれる現象である．これら二つの軌道を結ぶ位相空間内の多様体上には擬周期軌道の連続パラメータ族が形成され，それらの経路積分に対するコヒーレントな寄与が振幅因子の増大をもたらすのである．孤立軌道に対する振幅因子は Gutzwiller 公式

$$A_{\beta} = \frac{T_{\beta}}{\sqrt{|\det(I - M_{\beta})|}} \quad (5)$$

により与えられる．ここで M_β は軌道の安定性を表すモノドロミー行列 [2] である．この因子はモノドロミー行列の固有値の一つが 1 に近づくにつれて増大するが，この点はまさに周期軌道の分岐点に対応している．² この様に，周期軌道分岐が変形シェル構造の形成に本質的な役割を果たしている例が多く存在する [10–12] ．

2.2 変形シェル構造と等作用曲線

準位密度の揺らぎにより，多体系のエネルギーも粒子数 N の関数として揺らぎ構造をもつ．

$$\mathcal{E}(N) = \bar{\mathcal{E}}(N) + \delta\mathcal{E}(N) \quad (6)$$

この第 2 項 $\delta\mathcal{E}$ をシェル構造エネルギーといい，トレース公式を用いると，

$$\delta\mathcal{E}(N) = \sum_{\beta} \left(\frac{\hbar}{T_{\beta}} \right)^2 A_{\beta}(E_F) \cos \left(\frac{S_{\beta}(E_F)}{\hbar} - \frac{\pi}{2} \mu_{\beta} \right) \quad (7)$$

の様に周期軌道長の形に表される [8] ．ここで，フェルミエネルギー E_F は条件

$$\int_0^{E_F} (g_{TF}(E) + \delta g(E)) dE = N \quad (8)$$

により粒子数 N の関数として決められる．

(7) 式において，ある一つの軌道 β が支配的な寄与をもつ場合を考える．このとき，シェル構造エネルギーが極小値をとる条件は

$$\frac{S_{\beta}(E_F)}{\hbar} - \frac{\pi}{2} \mu_{\beta} = (2n+1)\pi, \quad S_{\beta}(E_F) = \pi\hbar \left(2n+1 + \frac{1}{2} \mu_{\beta} \right) \quad (n \text{ は整数}) \quad (9)$$

と書ける．一般に周期軌道は変形などのパラメータ変化に対して連続的に存在し，作用関数 S_{β} もまた変形パラメータの連続関数となる．変形パラメータ δ における作用関数を $S_{\beta}(E, \delta)$ と表すと条件 (9) によって与えられる (δ, E) 平面上の曲線群

$$S_{\beta}(E, \delta) = \pi\hbar \left(2n+1 + \frac{1}{2} \mu_{\beta} \right) \quad (10)$$

すなわち等作用曲線に沿ってシェル構造エネルギーの極小値が分布することが期待される．このような関係を用いて変形シェル構造と周期軌道の対応を議論することができる [1, 4] ．

2.3 べき乗型ポテンシャルのスケール則とフーリエ解析

平均場ポテンシャルの簡単なモデルとしてよく用いられる調和振動子やキャビティ，クーロンポテンシャルなどは，ポテンシャルが動径 r のべき乗に比例している．一般にポテンシャルが r^α に比例するような平均場モデルを考えよう．一粒子ハミルトニアンを

$$H(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = \frac{p^2}{2m} + V(\mathbf{r}), \quad V(\mathbf{r}) = U \left(\frac{r}{R(\theta, \varphi)} \right)^\alpha \quad (11)$$

²分岐点での発散は，Gutzwiller 公式の導出過程で用いられた停留位相近似の破綻に起因するもので，非線形項を考慮した停留位相法の改良（ユニフォーム近似など）によって除くことができる [9] ．

と表す． $R(\theta, \varphi)$ は等ポテンシャル面 $V(\mathbf{r}) = U$ の形 $r = R(\theta, \varphi)$ を表す関数で，任意の変形を記述できる．このハミルトニアンに対して次のようなスケール則が成り立つ：

$$H(c^{1/2}\mathbf{p}, c^{1/\alpha}\mathbf{r}) = cH(\mathbf{p}, \mathbf{r}). \quad (12)$$

このことから，スケール変換

$$\mathbf{p} \rightarrow c^{1/2}\mathbf{p}, \quad \mathbf{r} \rightarrow c^{1/\alpha}\mathbf{r}, \quad t \rightarrow c^{1/\alpha-1/2}t \quad (13)$$

に対してハミルトンの運動方程式が不変であることが容易に確かめられる．従って，任意のエネルギー面上の古典軌道は，基準エネルギー面での古典軌道とスケール変換により 1:1 に対応しており，位相空間構造はエネルギーによらない．従って，あらゆるエネルギー面上にスケール変換で結び付く相似な周期軌道が存在することになり，ポテンシャルのこの性質は半古典解析を行うにあたってきわめて好都合である．上のスケール変換 (13) により，周期軌道に沿った作用積分は

$$S_\beta = \oint_\beta \mathbf{p} \cdot d\mathbf{r} \rightarrow c^{1/2+1/\alpha} S_\beta$$

と変換する．基準エネルギー U における作用積分の値を $\hbar\tau_\beta$ とすると， $E = cU$ より

$$S_\beta(E) = \hbar\varepsilon\tau_\beta, \quad \varepsilon = \left(\frac{E}{U}\right)^{1/2+1/\alpha}$$

が成り立つ．スケール則を利用する上で，諸物理量を ε, τ_β を用いて記述するのが便利である．これらは調和振動子 ($\alpha = 2$) では従来のエネルギー E ，周期 T_β にそれぞれ比例し，キャビティ ($\alpha = \infty$) では運動量 p ，軌道長 L_β にそれぞれ比例する．半古典準位密度は

$$g(\varepsilon) = g(E) \frac{dE}{d\varepsilon} = g_{TF}(\varepsilon) + \sum_\beta A_\beta \cos(\varepsilon\tau_\beta - \pi\mu_\beta/2) \quad (14)$$

と書ける．これを「エネルギー」 ε についてフーリエ変換すると，

$$F(\tau) = \int d\varepsilon e^{i\varepsilon\tau} g(\varepsilon) = \pi \sum_\beta \tilde{A}_\beta e^{i\pi\mu_\beta/2} \delta(\tau - \tau_\beta) \quad (15)$$

となり，「周期」 $\tau = \tau_\beta$ にピークをもつ関数となることが分かる．こうしてフーリエ変換により，量子力学的に計算したスペクトルから準位密度に寄与する周期軌道に関する情報を得ることができる．

2.4 スピン・軌道結合

スピンは純量子力学的概念であり，スピン・軌道結合系に半古典論を適用するには，スピン自由度に対応する古典変数をどのように定義するかが問題となる．ここでは， $SU(2)$ コヒーレント状態経路積分 [13] をもとに導出されるスピン正準変数を用いる．この手法によると，スピン自由度は 1 対の座標と共役運動量で記述され，スピンベクトルの極座標表示

$$\mathbf{s} = (s \sin \vartheta \cos \varphi, s \sin \vartheta \sin \varphi, s \cos \vartheta), \quad s = \hbar/2 \quad (16)$$

においてスピン座標を $q_s = \varphi$ に選ぶと、共役運動量は $p_s = s \cos \vartheta$ となる．これらの間の正準共役関係（Poisson 括弧式）は、量子力学的なスピン演算子 \hat{s}_i の満たす代数と厳密に対応する：

$$\{s_i, s_j\}_{\text{P.B.}} = \frac{\partial s_i}{\partial q_s} \frac{\partial s_j}{\partial p_s} - \frac{\partial s_i}{\partial p_s} \frac{\partial s_j}{\partial q_s} = \varepsilon_{ijk} s_k \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{i\hbar} [\hat{s}_i, \hat{s}_j] = \varepsilon_{ijk} \hat{s}_k \quad (17)$$

Woods-Saxon 模型の通常の手法に従い、スピン・軌道結合を以下のように導入する：

$$H(\mathbf{p}, \mathbf{r}, \mathbf{s}) = \frac{p^2}{2m} + V(\mathbf{r}) - \kappa \mathbf{s} \cdot \mathbf{B}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{p} \times \nabla V_{so}(\mathbf{r}). \quad (18)$$

ここで、スピン・軌道ポテンシャル V_{so} もべき乗型に選ぶ：

$$V(\mathbf{r}) = U \left(\frac{r}{R(\theta)} \right)^\alpha, \quad V_{so}(\mathbf{r}) = \frac{1}{m} \left(\frac{r}{R(\theta, \varphi)} \right)^{\alpha'}, \quad \alpha' = 1 + \frac{\alpha}{2}. \quad (19)$$

このとき、スケール則

$$H(c^{1/2} \mathbf{p}, c^{1/\alpha} \mathbf{r}, \mathbf{s}) = cH(\mathbf{p}, \mathbf{r}, \mathbf{s}) \quad (20)$$

が成り立つが、スピン自由度と空間自由度の結合した一般の軌道に対しては運動方程式のスケール不変性が成り立たない．しかし実際にはスピンが静止した周期軌道の寄与が大局的シェル構造に対して重要となり、この様な軌道に対してはスケール不変性が成り立つため、フーリエ解析の手法がここでも有用である．スピン運動を記述する運動方程式は

$$\dot{\mathbf{s}} = \{\mathbf{s}, H\} = \kappa \mathbf{s} \times \mathbf{B} \quad (21)$$

と表され、たとえば軌道運動がスピンの垂直な平面上の運動となる場合にはベクトル \mathbf{B} が軌道平面に垂直であることから (21) の右辺がゼロとなり、スピンの静止した軌道が実現される．

3 回転楕円体変形ポテンシャル模型の解析

3.1 模型ハミルトニアン

原子核の変形として回転楕円体形を仮定し、変形シェル構造をべき乗型ポテンシャル模型により解析する．べき乗型ポテンシャルは、調和振動子模型からキャビティ模型までを連続的につなぎ、図 1 の様に、べきパラメータ α を調節することにより現実的な Woods-Saxon ポテンシャルの動径依存性を広い質量数領域にわたってよく近似する [7]．ハミルトニアン (18), (19) において体積保存条件を考慮して

$$R(\theta) = \frac{R_0}{\sqrt{e^{-4\delta/3} \cos^2 \theta + e^{2\delta/3} \sin^2 \theta}} \quad (22)$$

と選ぶ．変形パラメータ δ は軸比 $\eta = R_z/R_\perp$ と $\eta = e^\delta$ の関係で結びついており、球形のとき $\delta = 0$ 、2:1 超変形では $\delta = \pm \log 2 \simeq \pm 0.69$ という値をとる．図 2 は、べきパラメータを $\alpha = 5.0$ 、スピン・軌道パラメータを $\kappa = 0.05$ として中重核領域のフェルミ面近傍の一粒子スペクトルを変形度 δ の関数としてプロットしたもので、現実的な原子核の魔法数を正しく再現している．

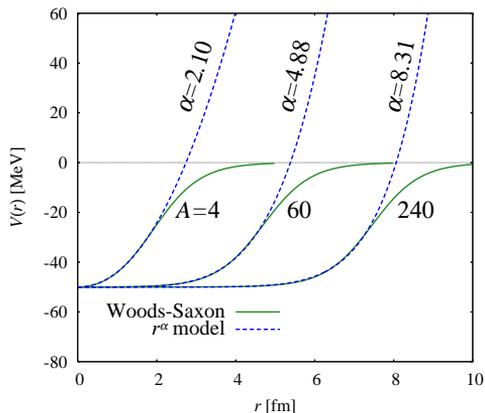


図 1: Woods-Saxon ポテンシャルとべき乗型ポテンシャルの比較

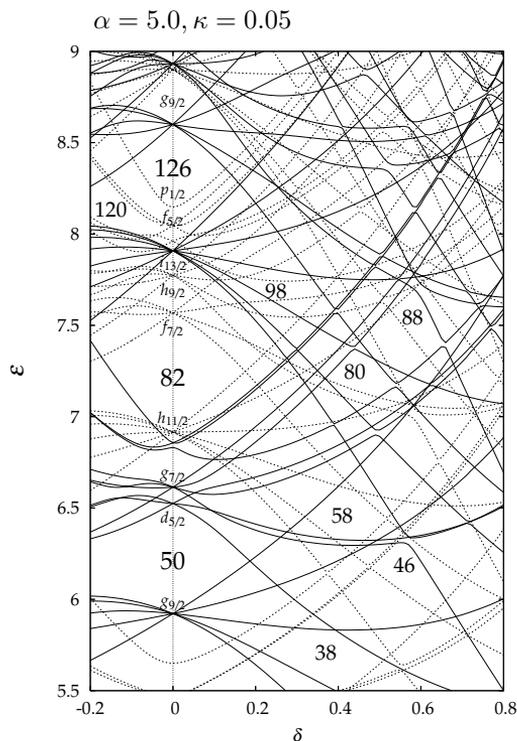


図 2: 回転楕円体変形度 δ に対する一粒子スペクトルの変化。

3.2 ブリッジ軌道とプロレートドミナンス

最初に、スピン・軌道結合のない場合 ($\kappa = 0$) における量子・古典対応について考える。調和振動子の極限 $\alpha = 2$ では、球形 ($\delta = 0$) のときすべての古典軌道が周期的であるが変形をわずかに加えると対称軸に沿った直線軌道と赤道面上の縮退した楕円軌道とに分かれる。変形度を変化させていくと整数軸比のときに上の二つの周期が整数比となり、すべての 3 次元軌道がそれら二つの周期の最小公倍数の周期をもつ周期軌道となる。べきパラメータを $\alpha = 2$ から変化させると、整数軸比における縮退した軌道群にかわって「ブリッジ軌道」が出現する。ブリッジ軌道とは、図 3 に示すように、変形パラメータを増加させていく過程で赤道面軌道の分岐によって生じ、その形を大きく変えた後、対称軸に沿った軌道に吸収されて消滅する軌道で、形状の大きく異なる二つの周期軌道間を橋渡ししている。³

図 4 は $\alpha = 5.0$ のときの量子準位密度のフーリエ変換

$$F(\tau) = \int d\varepsilon e^{i\varepsilon\tau} g(\varepsilon) = \sum_i e^{i\varepsilon_i\tau} \quad (23)$$

と古典周期軌道の周期 τ_β を比較したものである。右下がりの赤道面軌道と右上がりの対称軸に沿った直線軌道の周期が交差する点の近傍にブリッジ軌道が形成され、この軌道に沿って

³ブリッジ軌道の形成メカニズムとその半古典的取扱いについては文献 [14] を参照。

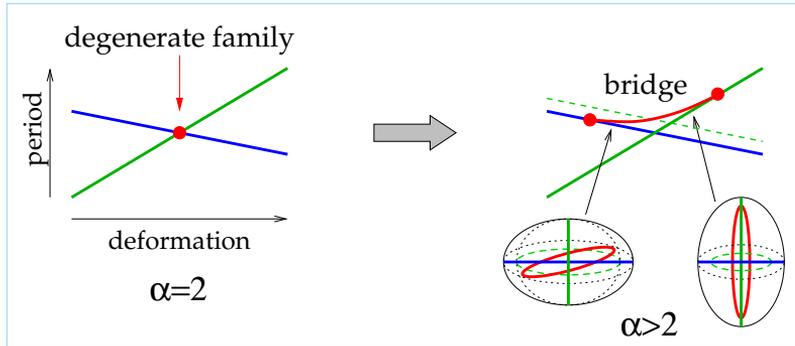


図 3: 回転楕円体変形べき乗ポテンシャル模型におけるブリッジ軌道．右下がりの線は赤道面内の楕円軌道，右上がりの線は対称軸に沿った直線軌道の周期であり，変形パラメータの変化により両者を橋渡しするように 3 次元ブリッジ軌道が形成される．

フーリエ変換が大きな値をもつことが分かる．従ってブリッジ軌道が変形シェル構造に対して重要な役割を有すると考えられる．図 5 は量子準位密度の振動部分 $\delta g(\varepsilon)$ の変形度依存性を等高線で表したもので，その極小値の分布はブリッジ軌道の等作用曲線と見事な対応を示すことが分かる．この等作用曲線のオブレート側 ($\delta < 0$) とプロレート側 ($\delta > 0$) の非対称性がプロレートドミナンスに関係している．体積保存条件に起因して，対称軸に沿った直線軌道の (δ, τ) 平面上の勾配は，赤道面軌道の勾配に比べて急である．これらを橋渡しするブリッジ軌道は，プロレート側では大きな勾配をもつがオブレート側ではフラットである．この結果，オブレート側の変形シェル構造は球形のシェル構造と大きな変化がないのに対して，プロレート側では球形と異なるシェル構造が存在し，変形によるシェルエネルギー利得が期待できる．この様に，プロレートの起原は変形シェル構造のプロレート/オブレート非対称性を生み出すブリッジ軌道の性質に関係していることが分かる．べきパラメータ α の値を大きくするに従ってブリッジ軌道の存在する変形度の範囲が広がり，変形シェル構造のプロレート/オブレート非対称性に対する寄与が大きくなる．このことから，質量数の大きな領域でプロレートの起原がより顕著であることもうまく説明することができる．

3.3 スピン・軌道結合の効果

次に，スピン・軌道結合を加えたときに，前節での量子・古典対応がどのように変わるかを調べる．スピン・軌道結合を加えると，ブリッジ軌道は軌道角運動量とスピンの平行なものと反平行なものに分裂し，それらの周期 τ は図 6 の様な変形度依存性をもつ．軌道 A および B は $\kappa = 0$ の極限で対称軸に沿った直線軌道および赤道面軌道に対応するものであり，これらの右端および左端はそれぞれブリッジ軌道の片割れである軌道 C との分岐点となっている．2.1 節で議論したように，周期軌道の寄与は分岐点近傍で増大する．スピン・軌道結合が現実的な値の半分の $\kappa = 0.025$ のとき，軌道 B の寄与が分岐点の近傍 $\delta \sim -0.4$ で増大し，オブレート側の変形シェル構造に強い影響を及ぼす．軌道 B は (δ, τ) 平面上で比較的大きな勾配をもつため，図 7 左に示すようにオブレート側にも球形と異なるシェル構造が形成される．

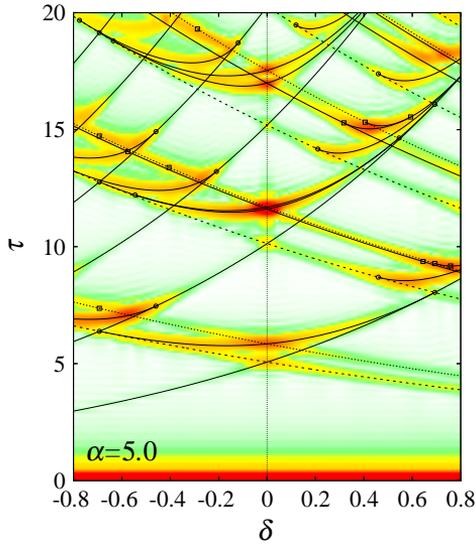


図 4: $\alpha = 5.0$ での量子準位密度のフーリエ変換を変形度 δ と周期 τ の関数としてプロットしたもの。色はフーリエ成分の強度を表し、赤いところで最も大きな値をもつ。曲線は古典周期軌道の周期 $\tau = \tau_\beta(\delta)$ を表す。

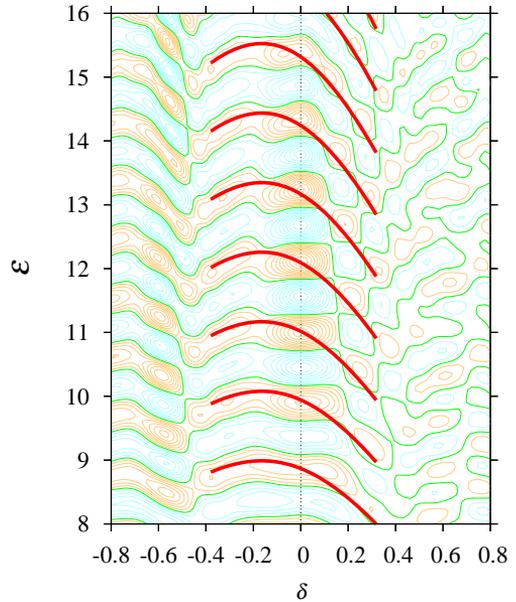


図 5: $\alpha = 5.0$ での量子準位密度 $\delta g(\epsilon)$ の変形度依存性を (δ, ϵ) 面上の等高線図に表したもの。赤および青の等高線がそれぞれ $\delta g < 0, \delta g > 0$ の領域を表す。赤の太線はブリッジ軌道の等作用曲線 (9)。

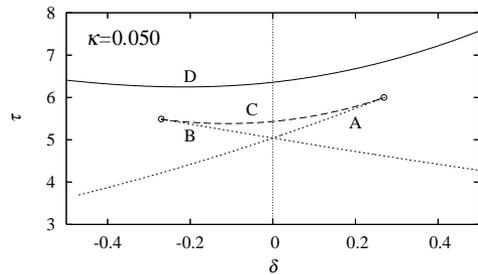
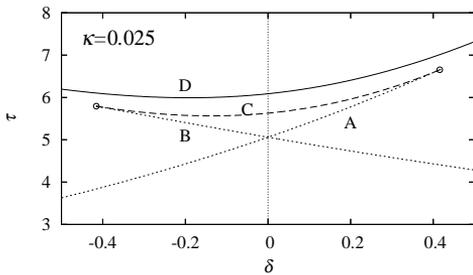


図 6: スピン・軌道結合パラメータ $\delta = 0.025$ および 0.05 における周期軌道の「周期」 τ_β の変形度依存性。

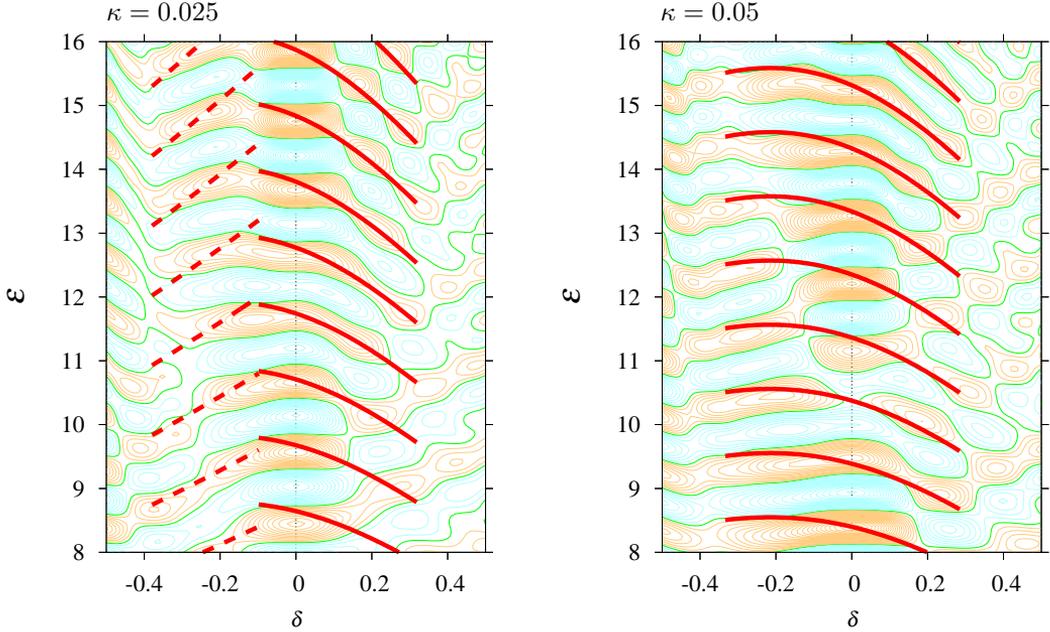


図 7: 準位密度の振動部分 $\delta g(\varepsilon)$ の (δ, ε) 面上での等高線図．太実線および太破線はそれぞれ軌道 D および軌道 B の等作用曲線を表す．

プロレートドミナンスが弱められるのはこのためであると考えられる．スピン・軌道結合を大きくすると，この分岐点は $\delta = 0$ に近づき，現実的な値 $\kappa = 0.05$ ではもはや変形シェル構造に寄与しなくなり，図 7 右のようにオブレート側でフラットな軌道 D が変形シェル構造を決めるようになる．その結果，再びプロレートドミナンスが生じる．この様に，田嶋らによって指摘されたプロレートドミナンスのスピン・軌道結合との強い相関についても，周期軌道との対応によって説明できることが分かった．また，現実的なスピン・軌道結合を考慮した平均場において見られるプロレートドミナンスの半古典的起源は，ブリッジ軌道の周期のプロレート/オブレート非対称性に起因するという点でスピン・軌道結合を考慮しない場合と同等であると言える．

4 結論

スピン・軌道結合を考慮した一粒子平均場模型を用いて変形シェル構造の半古典的起源を解析した．現実的な平均場模型である Woods-Saxon ポテンシャルを，より扱いやすいべき乗型ポテンシャルで近似し，回転楕円体変形に対する変形シェル構造と古典周期軌道との対応関係を調べた．井戸型に近い表面のシャープなポテンシャルで見られる変形シェル構造のプロレート/オブレート非対称性は，べきパラメータ α を調和振動子極限 $\alpha = 2$ から増加するに従って発達するブリッジ軌道の周期 τ の非対称性により理解できることを示した．また，スピン・軌道結合を加えると，オブレート変形における周期軌道分岐の影響でオブレート側に新しいシェル構造が生じてプロレートドミナンスが消失し，さらにスピン・軌道結合を大きくすると

分岐点が球形に近づいて変形シェル構造への寄与がなくなり、スピン・軌道結合がない場合と同様にプロレートドミナンスが再現する。このようなプロレートドミナンスのスピン・軌道結合との強い相関についても周期軌道との対応によって説明できることを示した。

本研究では回転楕円体変形を仮定したが、変形度が大きくなるとこれは現実的な核の変形を表していない。我々のモデルは任意の変形を扱うことができるので、より現実的な変形パラメトリゼーションを用いて超変形シェル構造や核分裂過程の二重障壁の形成機構、正四面体型などさまざまなエキゾチック変形シェル構造の系統性とそれらの周期軌道との対応を調べることも興味深い課題である。

参考文献

- [1] V.M. Strutinsky et al., Z. Phys. A283 (1977) 269.
- [2] M.C. Gutzwiller, J. of Math. Phys. 12 (1971) 343.
- [3] R. Balian and C. Bloch, Ann. Phys. 69 (1972) 76.
- [4] H. Frisk, Nucl. Phys. A511 (1990) 309.
- [5] I. Hamamoto and B.R. Mottelson, Phys. Rev. C79 (2009) 034317.
- [6] N. Tajima and N. Suzuki, Phys. Rev. C64 (2001) 037301.
- [7] K. Arita, Phys. Scr. T125 (2006) 14.
- [8] M. Brack and R.K. Bhaduri, “*Semiclassical Physics*” (Westview Press, 2003).
- [9] H. Schomerus and M. Sieber, J. Phys. A30 (1997) 4537.
- [10] K. Arita and K. Matsuyanagi, Nucl. Phys. A592 (1995) 9.
- [11] K. Arita, A. Sugita and K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. 100 (1998) 1223.
- [12] K. Arita and M. Brack, Phys. Rev. E77 (2008) 056211.
- [13] H. Kuratsuji and T. Suzuki, J. Math. Phys. 21 (1980) 472.
- [14] K. Arita and M. Brack, J. of Phys. A41 (2009), 385207.

断熱近似核間ポテンシャルと 低エネルギー核融合断面積

谷口 億宇

理化学研究所仁科加速器研究センター

1 緒論

核反応において、核間の運動が一粒子運動よりも遅い極限（断熱極限）と速い極限（瞬間極限）がある。前者及び後者はそれぞれ衝突エネルギーの低い及び高い極限である。

亜障壁（sub-barrier）核融合は超低エネルギーの核反応現象で、断熱近似を適用すべきである。その記述にあたり、断熱近似における核間ポテンシャル（断熱核間ポテンシャル）は非常に重要である。なぜなら、亜障壁核融合は単純にはクーロン障壁のトンネル効果による透過により起こるため、クーロン障壁の形状（高さや厚さ）に非常に敏感だからである。断熱核間ポテンシャルを微視的に導出する方法として、ハートリー・フォック法を基にした方法として、重心間距離 [1, 2] や密度分布 [3] を拘束条件としてエネルギー変分する方法が提案されているが、前者は入射核と標的核が異なる系に未応用で、後者は亜障壁核融合の過程における密度分布がクーロン障壁よりも高い衝突エネルギーの場合と同一であると仮定している点で、それぞれ不十分である。

この研究では、任意の系における断熱核間ポテンシャルを反対称化分子動力学（AMD）を用いて微視的に導出する方法を提案し、それを $^{16}\text{O} + ^{16,18,22}\text{O}$ 亜障壁核融合反応に適用する。そして、有効相互作用とクーロン障壁の形状の関係や、余剰中性子と亜障壁核融合断面積との関係について議論する。

2 枠組

2.1 断熱核間ポテンシャル

陽子数及び中性子数がそれぞれ (Z_1, N_1) 及び (Z_2, N_2) である核 1 及び 2 核間距離 R における断熱核間ポテンシャル $V(R)$ を、

$$V(R) = \langle \Phi_{\text{opt}} | \hat{T} + \hat{V}_{\text{eff}} - \hat{T}_{G1} - \hat{T}_{G2} | \Phi_{\text{opt}} \rangle + B_{\text{gs1}} + B_{\text{gs2}} \quad (1)$$

と定義する。ここで、 \hat{T} は運動エネルギー、 \hat{V}_{eff} は有効相互作用、 \hat{T}_{G1} 及び \hat{T}_{G2} はそれぞれ核 1 及び 2 の重心の運動エネルギー、 B_{gs1} 及び B_{gs2} はそれぞれ核 1 及び 2 の束縛エネルギーである。波動関数 $|\Phi_{\text{opt}}\rangle$ は、変形を許したガウス波束のスレーター行列式である変形波束 AMD 波動関数

$$|\Phi\rangle = \hat{A}|\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_A\rangle, \quad (2)$$

$$|\varphi_i\rangle = |\phi_i\rangle \otimes |\chi_i\rangle, \quad (3)$$

$$\langle \vec{r} | \phi_i \rangle = \prod_{\sigma=x,y,z} \left(\frac{\nu_\sigma}{2\pi} \right)^{\frac{1}{4}} \exp[-\nu_\sigma (r_\sigma - Z_{i\sigma})^2] \quad (4)$$

を $\langle \hat{T} + \hat{V}_{\text{eff}} - \hat{T}_{G1} - \hat{T}_{G2} \rangle$ を最適化するように核子波束中心から定義した核間距離を拘束したエネルギー変分計算 [4] で求めた。ここで、 \hat{A} は反対称化演算子、 φ_i は一粒子波動関数、 A は質量数、 ϕ_i 及び χ_i はそれぞれ座標及びスピン・アイソスピン空間部分、 \vec{v} は核子波束幅を表す実数の媒介変数、 \vec{Z}_i は位相空間での核子波束中心を表す複素数の媒介変数である。変分媒介変数は \vec{v} 及び、各核子の \vec{Z}_i 及びスピンの向きである。有効相互作用は、Modified Volkov No. 1 case 1 (MV1C1) 及び Gogny D1S (D1S) を用いた。ただし、MV1C1 のスピン・軌道角運動量 (LS) 部分は ^{32}S の $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ への閾値を再現するように、D1S の LS 部分を用いた。

核間距離 R はそれぞれ陽子及び中性子の密度分布 $\rho_p(\vec{r})$ 及び $\rho_n(\vec{r})$ から定義した。まず、核 i ($= 1$ または 2) の陽子の重心 \vec{R}_i^p を

$$\vec{R}_1^p = \int_{-\infty}^{z_0} dz \int dxdy \vec{r} \rho_p(\vec{r}), \quad (5)$$

$$\vec{R}_2^p = \int_{z_0}^{\infty} dz \int dxdy \vec{r} \rho_p(\vec{r}), \quad (6)$$

と定義した。ただし、全系の長軸が z 軸となるように座標軸を定義し、 z_0 は

$$\int_{-\infty}^{z_0} dz \int dxdy \rho_p(\vec{r}) = Z_1 \quad (7)$$

となるように定義した。同様に、核 i ($= 1$ または 2) の中性子の重心 \vec{R}_i^n も定義した。それらの重心から核間距離 R を、

$$R = \left| \frac{Z_1 \vec{R}_1^p + N_1 \vec{R}_1^n}{A_1} - \frac{Z_2 \vec{R}_2^p + N_2 \vec{R}_2^n}{A_2} \right| \quad (8)$$

と定義した。

ここで定義した断熱核間ポテンシャルは、十分遠距離で点電荷クーロンポテンシャルに一致する。

2.2 瞬間核間ポテンシャル

瞬間核間ポテンシャル V_{sudden} も式 (1) で定義する。ただし、用いる波動関数はエネルギー変分して求めた $|\Phi_{\text{opt}}\rangle$ ではなく、核 1 及び 2 の基底状態の波動関数を距離 R 離れた

$$|\Phi_{\text{gs}}\rangle = \hat{\mathcal{A}} \left| \Phi_{\text{gs}}^1 \left(-\frac{\vec{R}}{2} \right) \otimes \Phi_{\text{gs}}^2 \left(\frac{\vec{R}}{2} \right) \right\rangle \quad (9)$$

を用いる。ただし、 $|\Phi_{\text{gs}}^i(\vec{R}')\rangle$ は、重心が \vec{R}' にある核 i の基底状態の波動関数である。遠距離では断熱及び瞬間核間ポテンシャルは一致する。

2.3 CCFULL

得られた断熱核間ポテンシャルをポテンシャル模型版 CCFULL[5] に適用して、亜障壁核融合断面積を求めた。CCFULL は強吸収の仮定を用いており、今回はその距離を 5 fm とした。

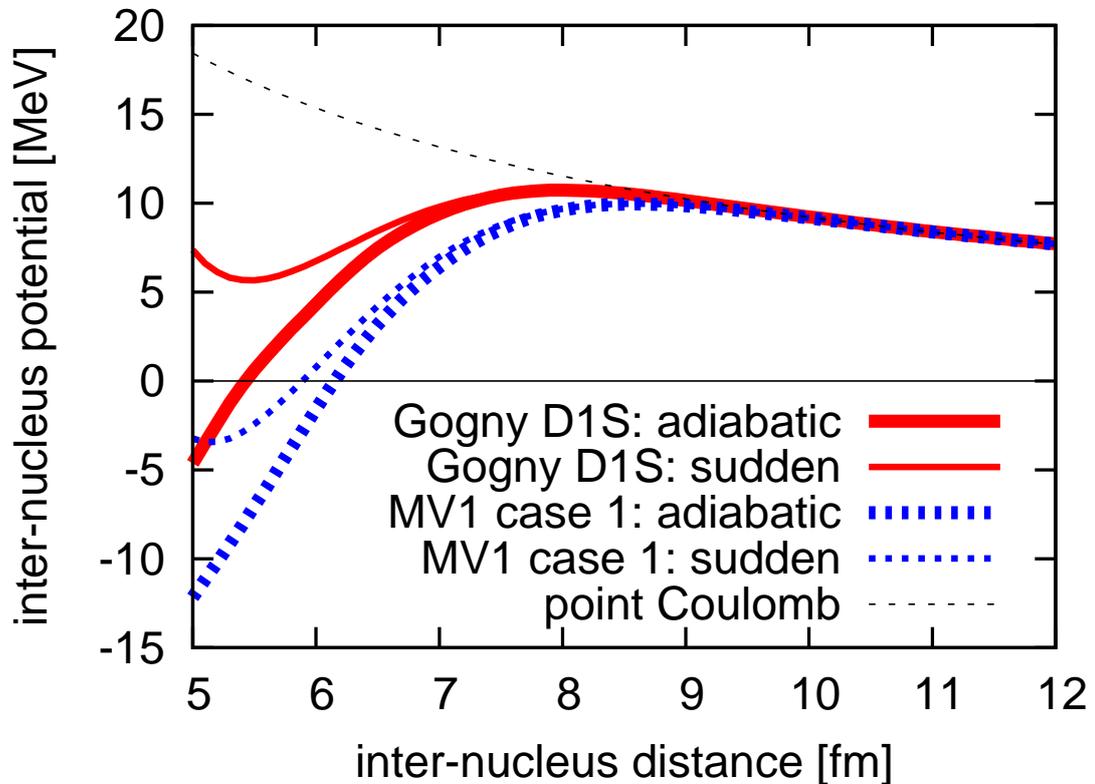


図1 核間距離 [fm] を横軸とした $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 核間ポテンシャル [MeV]。太線及び細線はそれぞれ断熱近似および瞬間近似ポテンシャルで、D1S 及び MV1 case 1 の結果がそれぞれ実線及び点線である。

3 結果

3.1 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ の断熱及び瞬間ポテンシャルと核融合断面積

図1は $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ の断熱及び瞬間ポテンシャルである。MV1C1 と D1S のポテンシャルはどちらも、障壁頂上付近及びその遠方で断熱及び瞬間ポテンシャルが一致する。また、MV1C1 は D1S よりも薄いクーロン障壁が得られる。

図2は MV1C1 及び D1S を用いて導出した核間ポテンシャルから得られた核融合断面積である。MV1C1 と D1S とともに断熱及び瞬間ポテンシャルから導出した核融合断面積はほぼ同じである。また、MV1C1 は D1S よりも大きい核融合断面積を与え、それは実験値を再現する。

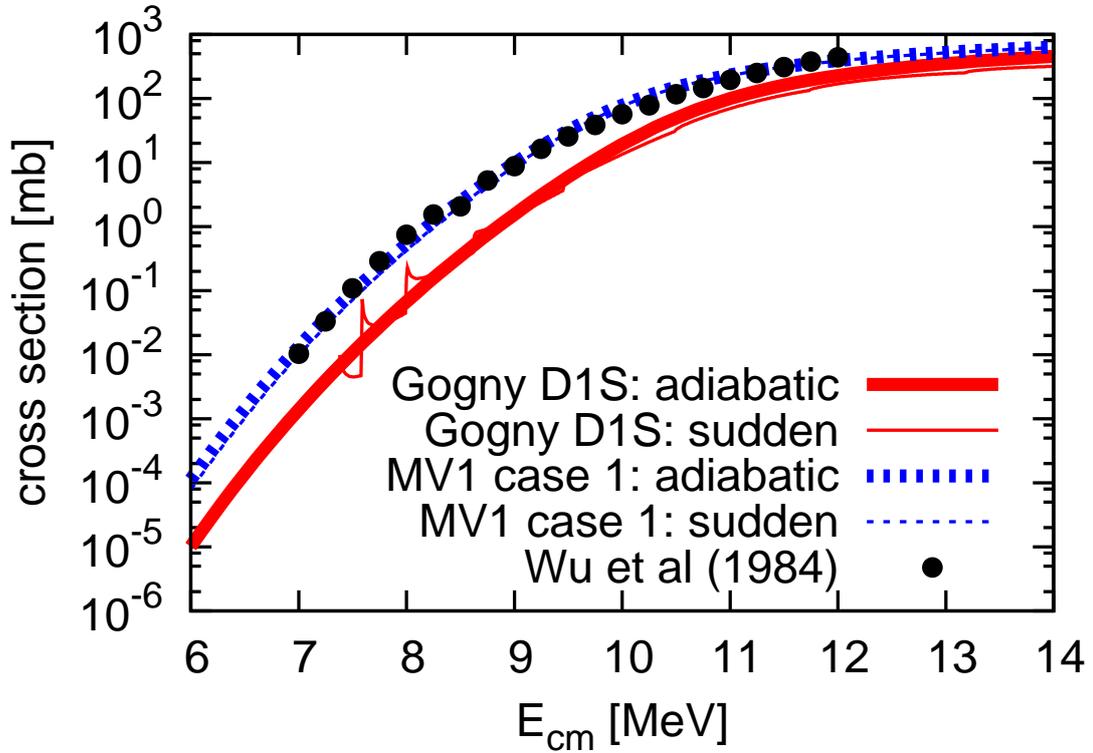


図2 重心系における衝突エネルギー [MeV] を横軸とした $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 核融合断面積 [mb]。点線及び実線はそれぞれ MV1C1 及び D1S から得られた核間ポテンシャルを用いたものを、太線及び細線は断熱及び瞬間核間ポテンシャルを表す。黒点の実験値は参考文献 [6] からとった。

3.2 $^{16}\text{O} + ^{16,18,22}\text{O}$ の断熱ポテンシャルと核融合断面積

図3は $^{16}\text{O} + ^{16,18,22}\text{O}$ の断熱核間ポテンシャルである。障壁頂点の位置はどの系でもほぼ同じだが、それより近距離では、中性子が増えるほど深いポテンシャルとなる。ただし、ここでの断熱核間ポテンシャルは、2節で定義したものと違い、

$$\langle \hat{T} + \hat{V}_{\text{eff}} - \hat{T}_G \rangle \quad (10)$$

を最適化するようにエネルギー変分して求めた波動関数 $|\Phi'_{\text{opt}}\rangle$ により、

$$V(R) = \langle \Phi'_{\text{opt}} | \hat{T} + \hat{V}_{\text{eff}} - \hat{T}_G | \Phi'_{\text{opt}} \rangle + E_0 \quad (11)$$

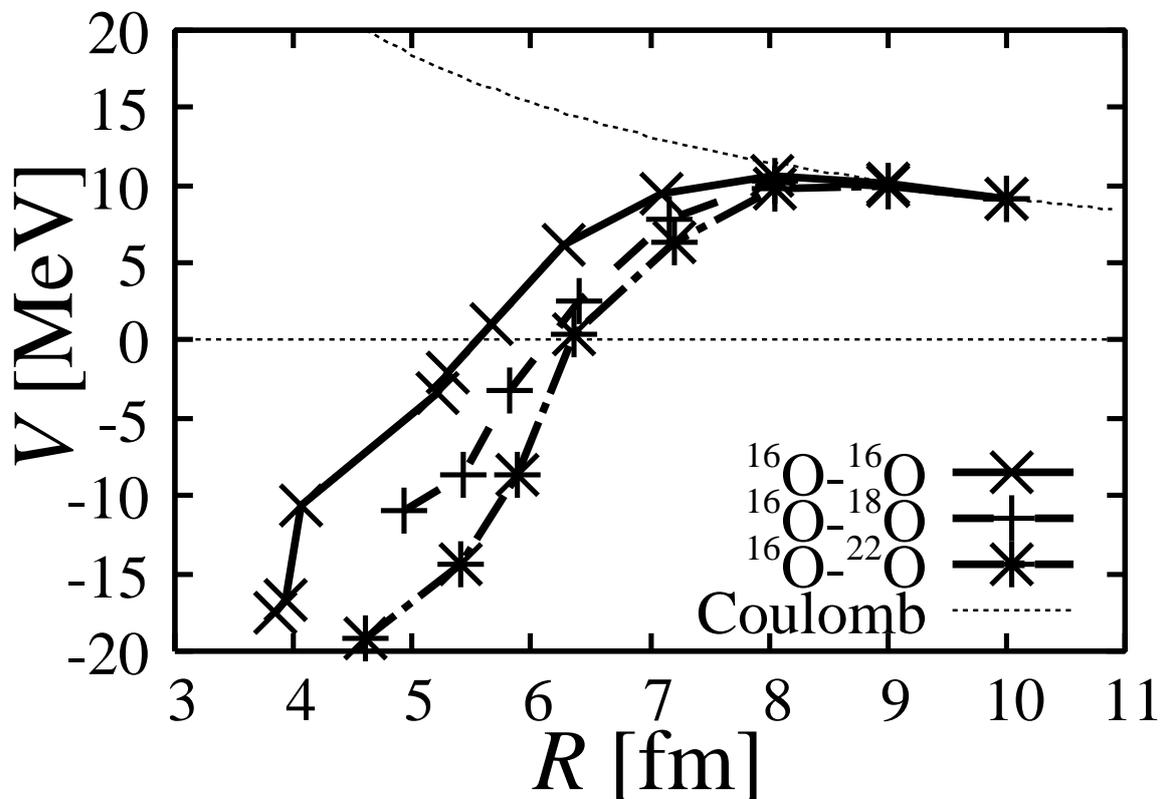


図3 核間距離 [fm] を横軸とした $^{16}\text{O} + ^{16,18,22}\text{O}$ の断熱核間ポテンシャル [MeV]。実線、破線、一点鎖線はそれぞれ $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$, $^{16}\text{O} + ^{22}\text{O}$ を表し、点線は点電荷クーロンポテンシャルを表す。有効相互作用は Gogny D1S。ただし、エネルギー変分は $\langle \hat{T} + \hat{V}_{\text{eff}} - \hat{T}_G \rangle$ を最適化するように行い、 $R = 10$ fm で点電荷クーロンポテンシャルと一致するように定義した (本文参照)。

として定義した。ただし、 \hat{T}_G は全系の重心エネルギーで、 E_0 は $R = 10$ fm で $V(R)$ が点電荷クーロンポテンシャルと一致するように定義した。2節の定義とここでの定義は定性的には同じポテンシャルを与える。

図4は、図3のポテンシャルを用いた核融合断面積である。中性子数が増えると核融合断面積が増大する。

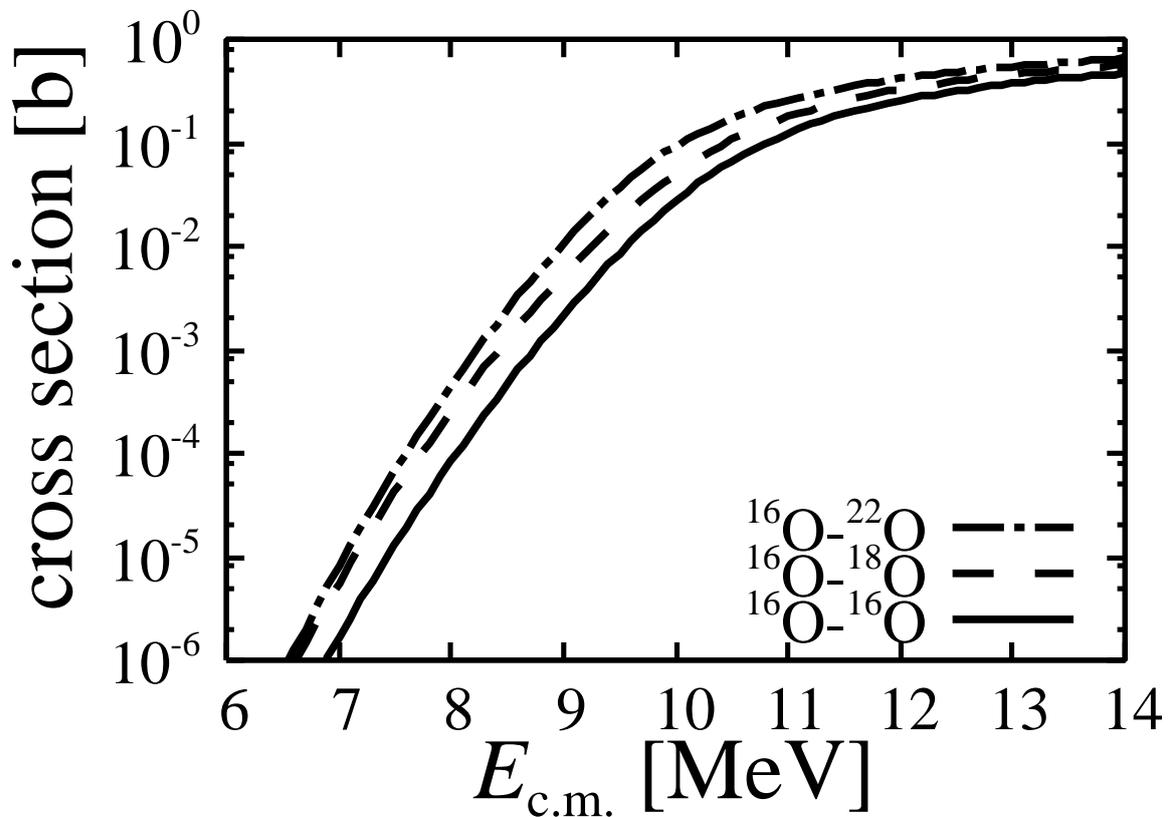


図4 重心系での衝突エネルギー [MeV] を横軸とした、核融合断面積 [b]。実線、破線、一点鎖線はそれぞれ $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, $^{16}\text{O} + ^{18}\text{O}$, $^{16}\text{O} + ^{22}\text{O}$ を表す。ポテンシャルは図3を用いた。

4 議論

4.1 核力の到達範囲と亜障壁核融合断面積

MV1C1 は D1S よりも $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ のクーロン障壁が薄く、亜障壁核融合断面積が大きい。これは、MV1C1 のクーロン障壁が薄いため、トンネル効果により核がクーロン障壁を透過する確率が高いためである。

MV1C1 が D1S よりもクーロン障壁が薄いのは、MV1C1 及び D1S の引力部分の幅が 1.6 fm 及び 1.2 fm と、MV1C1 の方が広く、より遠距離から核力が効き始めるからである。また、MV1C1 が実験値を再現する。核構造と核反応を統一的に記述するには、MV1C1 のように到達範囲が大きい有効相互作用が必要である。

4.2 余剰中性子による亜障壁核融合断面積の増大

$^{16}\text{O} + ^{16,18,22}\text{O}$ 反応では中性子が増えるほどクーロン障壁が薄くなり、亜障壁核融合断面積が増大する。 $^{18,22}\text{O}$ をそれぞれ $^{16}\text{O} +$ 余剰中性子構造だとすると、クーロン障壁が薄くなるのは余剰中性子の効果である。余剰中性子はその核力により $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 間の引力を稼いでクーロン障壁を薄くし、トンネル効果による障壁透過確率が高くなり、亜障壁核融合断面積を増大させる。

5 結論

変形波束 AMD 波動関数を核間距離を拘束してエネルギー変分することで断熱近似核間ポテンシャルを求め、そのポテンシャルを用いて CCFULL により亜障壁核融合断面積を求めた。有効相互作用は MV1 case 1 と D1S を用いた。 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ の場合、断熱近似と瞬間近似で断面積はほぼ同じ結果が得られ、MV1 は実験値を再現した。 $^{16}\text{O} + ^{16,18,22}\text{O}$ では、中性子数が増えるほど、余剰中性子が $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ 間の核力を稼いでクーロン障壁を低くするため、核融合断面積が大きくなった。

参考文献

- [1] P. G. Zint and U. Mosel, Phys. Lett. B **58**, 269 (1975).
- [2] P. G. Zint and U. Mosel, Phys. Rev. C **14**, 1488 (1976).
- [3] A. S. Umar and V. E. Oberacker, Phys. Rev. C **74**, 021601 (2006).
- [4] Y. Taniguchi, M. Kimura, and H. Horiuchi, Prog. of Theor. Phys. **112**, 475 (2004).
- [5] K. Hagino, N. Rowley, and A. Kruppa, Comp. Phys. Comm. **123**, 143 (1999),
URL <http://www.nucl.phys.tohoku.ac.jp/~hagino/ccfull.html>.
- [6] S. C. Wu and C. A. Barnes, Nucl. Phys. A **422**, 373 (1984).

密度行列理論の応用

杏林大医 遠山 満

1 はじめに

時間に依存する密度行列理論 (TDDM) は、時間に依存するハートリー・フォック理論 (TDHF) を 2 体相関が入るように拡張した理論の一つである。¹⁶O の四重極巨大共鳴と極性フェルミ気体の scissors モードに TDDM を応用した結果を紹介する。

2 方法

TDDM は 1 体の密度行列 (占有行列) $n_{\alpha\alpha'}(t) = \langle \Psi(t) | a_{\alpha'}^+ a_{\alpha} | \Psi(t) \rangle$ と 2 体の密度行列 $\rho_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(t) = \langle \Psi(t) | a_{\alpha'}^+ a_{\beta'}^+ a_{\beta} a_{\alpha} | \Psi(t) \rangle$ の時間発展を与える。これらの密度行列の時間変化は一般に以下のように表わされる。

$$i\hbar \frac{dn_{\alpha\alpha'}}{dt} = \langle \Psi(t) | [a_{\alpha'}^+ a_{\alpha}, H] | \Psi(t) \rangle = F_{\alpha\alpha'}(n, \rho) \quad (1)$$

$$i\hbar \frac{d\rho_{\alpha\beta\alpha'\beta'}}{dt} = \langle \Psi(t) | [a_{\alpha'}^+ a_{\beta'}^+ a_{\beta} a_{\alpha}, H] | \Psi(t) \rangle = F_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(n, \rho, \rho_3) \quad (2)$$

この(2)式の右辺に現れる 3 体の密度行列 ρ_3 を $n_{\alpha\alpha'}$ と $\rho_{\alpha\beta\alpha'\beta'}$ の反対称化された積で近似して方程式を閉じたのが TDDM である。TDDM の基底状態は(1)、(2)式の定常解として与えられる。定常解は勾配法 [1]や断熱法 [2]を用いて求めることができる。励起状態は TDDM の小振幅近似から導かれる拡張 RPA の方程式 [1]

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{\mu} \\ X^{\mu} \end{pmatrix} = \omega^{\mu} \begin{pmatrix} S_{11} & T_{12} \\ T_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{\mu} \\ X^{\mu} \end{pmatrix} \quad (3)$$

を用いて計算できる。ここで $x_{\alpha\alpha'}^{\mu}$ 、 $X_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\mu}$ はそれぞれ 1 体と 2 体の振幅であり、右辺の行列はノルム行列を表す。基底状態相関を無視すると、(3)式は Second RPA (SRPA) に相当する。励起状態の強度関数 $S(E)$ は、方程式 (1)、(2)を用いて励起演算子の期待値の時間発展を計算し、それをフーリエ変換することによって求めることもできる [2]。 ^{16}O の四重極状態の計算には(3)式を用いた。極性フェルミ気体の scissors モードには(1)、(2)式を応用した。

3 ^{16}O の四重極巨大共鳴

基底状態の $n_{\alpha\alpha'}$ と $\rho_{\alpha\beta\alpha'\beta'}$ を定義する 1 粒子状態としては、陽子・中性子とも $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$ 軌道を用いた。1 粒子状態は SK III 相互作用を用いて計算した。残留相互作用としては運動量依存項を無視した SK III を用いた。 ^{16}O の基底状態相関の効果は大きく、 $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$ 軌道の占有確率の HF からの変化は 10%にもなった [1]。

次に拡張 RPA の計算であるが、 $x_{\alpha\alpha'}^{\mu}$ は連続状態も含めて定義した。連続状態は波動関数を半径 20 fm の球に閉じ込め離散化し、40MeV 以下の状態を取った。また $X_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\mu}$ には $\rho_{\alpha\beta\alpha'\beta'}$ の計算に用いたのと同じ 1 粒子状態を用いた。その他計算の詳細は文献 [1]に述べてある。図 1 に四重極状態の強度分布を示した。RPA の強度分布 (点線) は 21 MeV あたりの 1 つのピークに集中する。TDDM (実線) は SRPA (1 点鎖線) よりも大きな強度の分散を与える。10 MeV から 18 MeV の間に存在する強度は和則の 30 % になる。これは実験値と矛盾しない。図 2 は TDDM に含まれる巨大共鳴の崩壊過程を示している。SRPA には含まれない図 2 (b)の基底状態相関を含む過程が 20 MeV 以下の強度分布に寄与している。このように ^{16}O の四重極状態の分布には基底状態相関の影響が大きい。中性子過剰な酸素の同位体に対しても同様な計算を行ったが、 ^{16}O のような大きな基底状態相関の効果は見られなかった [1]。

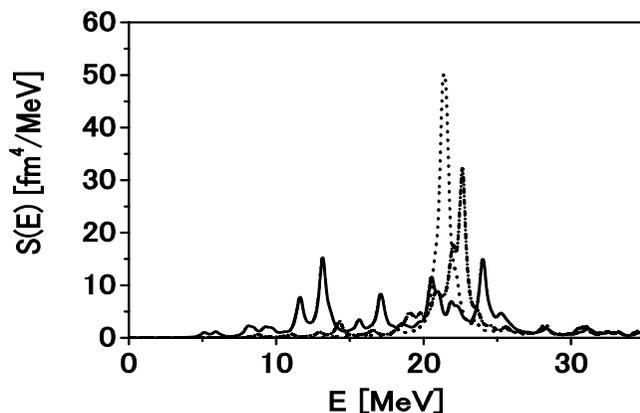


図1 ^{16}O の四重極状態の強度分布。実線、点線、1点鎖線はそれぞれ TDDM、RPA、SRPA の計算結果を表す。

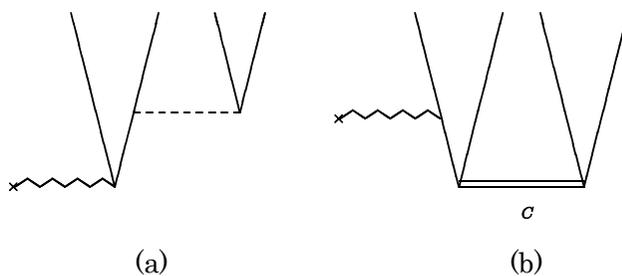


図2 (a) TDDM と SRPA に含まれる巨大共鳴の崩壊過程。1 粒子-1 空孔と 2 粒子-2 空孔状態の結合を表す。点線は核子間相互作用、波線は外場を示す。(b) TDDM に含まれる崩壊過程。基底状態相関との結合を表す。

4 極性フェルミ気体の scissors モード

TDDM のもう一つの応用例として、最近活発に研究が行われている双極子モーメントを持った原子や分子からなる冷却気体を取り上げる。ここで

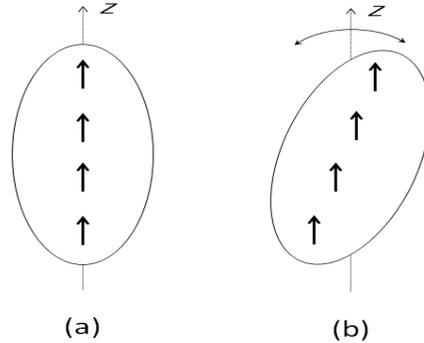


図3 z 方向に完全偏極した極性フェルミ気体の scissors モードの模式図。
 (a) 基底状態では prolate 変形が安定。(b) 変形の向きが z 方向から傾くと双極子相互作用の斥力が効いて(a) に戻す復元力になる。

は変形した原子核で観測されている scissors モードに相当する励起モードを考える。図3のように、 z 方向に完全偏極したフェルミ気体の基底状態は双極子相互作用の引力部分を稼ぐために、prolate 変形になる。図3(b)のように、変形の向きを z 方向から傾けると、双極子相互作用の斥力部分が復元力としてはたらくので、 z 軸のまわりで振動する。このような変形度を保ったまま振動するモードを冷却気体の分野では scissors モードと呼んでいる。これまでに、変形した閉じ込めポテンシャルを復元力とする scissors モードは観測されている。ここで考える scissors モードは双極子相互作用だけを復元力とする新しいタイプのものである。

スピン1成分のフェルミ原子が、球対称調和型のポテンシャルに閉じ込められているとして、双極子相互作用のみから成る以下のようなハミルトニアンを用いた。

$$H = \sum \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} + \frac{1}{2} \sum \langle \alpha\beta | v | \alpha'\beta' \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\beta'} a_{\alpha'}$$

$$v = \frac{d^2}{r^3} \left(1 - 3 \frac{z^2}{r^2}\right)$$

ここで、 ε_α は閉じ込めポテンシャルに対応する調和振動子状態 α のエネルギーである。粒子数 $N = 4, 10, 20, 35, 56, \dots$ が閉殻に相当し、相互作用が弱いときは、双極子相互作用の引力部分と斥力部分がほぼ相殺して、変形度が非常に小さい。ここでは $N = 10$ から $m_z = \pm 2$ の $1d$ 軌道の粒子を 2 個除いた $N = 8$ の系を対象にする。この配位は **prolate** 変形しているので、双極子相互作用の引力部分を稼ぎエネルギーが最低になる。図 4 に基底状態のエネルギーを無次元量 $\chi = d^2 / \hbar\omega\xi^3$ の関数で示した。ここで、 ω は閉じ込めポテンシャルの角振動数、 $\xi = \sqrt{\hbar / m\omega}$ である。 $\chi = 1.5$ のとき、HF の相互作用エネルギーが $\hbar\omega$ 程度であり、基底状態相関によるエネルギーも $\hbar\omega$ の 30% 位なので、相互作用が弱い系と言うことになる。

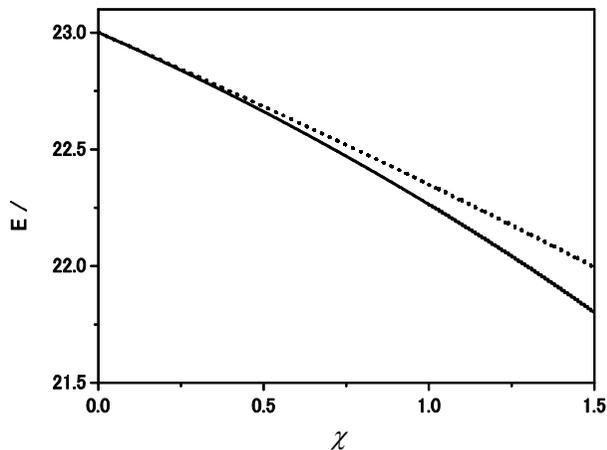


図 4 基底状態のエネルギー E/ω 。実線と点線はそれぞれ TDDM と HF の結果を表す。

演算子 L_x によって励起した scissors モードについて、 $\langle L_x \rangle$ の時間発展を図 5 (a) に示した。実線が TDDM、点線が TDHF の結果を表す。図 5 (b) はフーリエ変換から得られた強度分布である。TDHF はほぼ調和振動になっていて、強度分布も一つの状態に集中している。

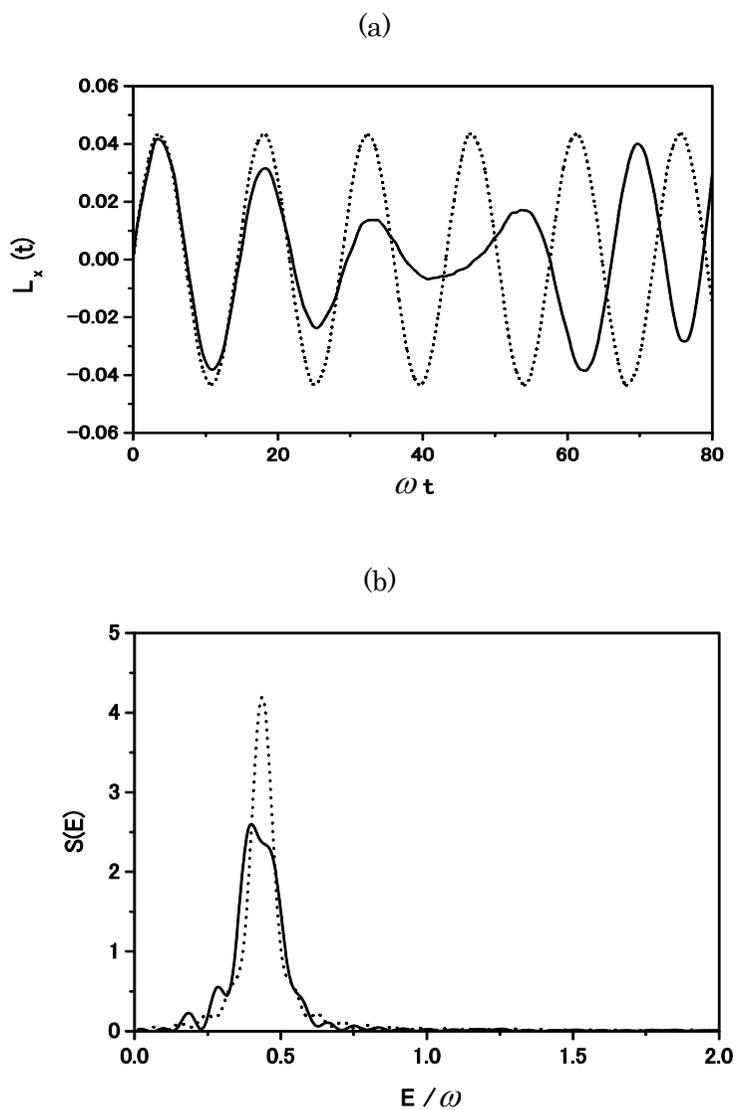


図5 (a) $\langle L_x \rangle$ の時間発展。(b) Scissors モードの強度関数。実線、点線はそれぞれが TDDM、TDHF の計算結果を表す。

これは $|\ell=2, m_z = \pm 1\rangle \rightarrow |\ell=2, m_z = \pm 2\rangle$ という 1 粒子遷移が主な成分になっていることによる。TDDM の基底状態の配位混合の主な成分は、scissors モードの 2 フォノン状態に相当する $|(1d_{m=1})^{-1}(1d_{m=-1})^{-1}(1d_{m=2})^{+1}(1d_{m=-2})^{+1}\rangle$ である。したがって、いくつかの配位が混ざり、振動パターンの変化と、強度分布の分散が起きている。相互作用の強い系ではないが、基底状態相関の効果は無視できない。

5 まとめ

TDHF を 2 体相関が入るように拡張した TDDM の応用例を 2 つ紹介した。どちらの例も基底状態や集団励起状態をより現実的に記述するには、平均場理論を超えた取り扱いが必要であることを示している。TDDM は一つの方法を与える。

参考文献

- [1] M. Tohyama, Phys. Rev. C75 (2007) 044310.
- [2] M. Tohyama, J. Phys. Soc. Jpn. 79 (2010) 114002.

Canonical-basis TDHFB を用いた線形応答計算

江幡 修一郎^{A,B}, 中務 孝^{B,C}, 稲倉 恒法^B, 吉田 賢市^B, 橋本 幸男^{A,C}, 矢花 一浩^{A,B,C}

筑波大学院数理物質科学研究科物理学専攻^A,
理化学研究所仁科加速器センター^B,
筑波大学計算科学研究センター^C

概要

我々は対相関を含んだ時間依存密度汎関数法に基づく新しい理論を開発し、比較的軽い核 ($A < 70$) から重い核 ($A > 100$) に対する線形応答計算を行った。この新しい理論は時間依存 Hartree-Fock-Bogoliubov 理論 (TDHFB) を正準基底表示 (Cb) に書き換え、対相関ポテンシャルに対角成分を扱う近似を導入する事で導出される。我々はこの理論を Cb-TDHFB と呼ぶ。Cb-TDHFB の線形応答計算の結果は TDHFB の微小振幅近似である QRPA 計算と非常に良い一致を見せ、かつ計算コストを著しく下げる事に成功した。そして Cb-TDHFB を用いてアイソベクター双極子 (IVD) 振動の線形応答の系統的計算を実行し、特に低エネルギー部分において現われるピグミーモードについて対相関の効果を調べた。対相関の効果は基底状態の変形度と一粒子準位の占有確率の効果として現われ、ピグミーモードに反映される。

1 Introduction

密度汎関数理論は広大に広がる原子核領域に対し、その性質を記述できると期待されている。基底状態については、既に軸対称変形 (四重極) と対相関の効果を含む理論により、全エネルギーや半径、変形度などが全原子核を対象に系統的に調べられている。しかしながら、励起状態やダイナミクスについて、この枠組みで広範囲に調べる事は実行的に難しく、基底状態の研究ほど進展していない。一方で最近の放射性イオンビーム新施設における実験技術の飛躍により、非常に広範囲の核領域が調査可能な状態になっている。特に β 安定線から離れた、不安定な原子核の構造と、その構造が示す素励起の研究が実験的にも注目されている。不安定核の励起状態を解析または予測する為にも、変形と対相関の効果を取り入れ、かつ実行可能な枠組みが求められている。

広範囲に原子核の励起状態を調べる時、少なくとも変形と対相関の自由度を取り入れるべきである。重い核では殆どの原子核が超流動状態になっており、更に変形している核の方が多い為である。従って様々な励起状態において、変形と対相関は無視できない効果を現わす事が予想される。変形と対相関の効果を含む理論の候補として、時間依存 Hartree-Fock-Bogoliubov 理論 (TDHFB) もしくは Hartree-Fock-Bogoliubov 理論 (HFB) と準粒子乱雑位相近似 (QRPA) の組み合わせを、三次元空間で実行する事が挙げられる。しかしながら、これ等に必要な空間は原理的に無限であり、十分な空間を用意して実行する為には膨大な計算コストがかかる。現在では三次元調和振動子基底の TDHFB[1] や四重極変形 HFB+QRPA[2, 3, 4] による計算があるが、広範な原子核の性質を系統的に調べる事は容易ではない。また、不安定核に特有の構造であるスキン構造やハロー構造を記述するには調和振動子基底では十分ではない事も指摘され、励起状態には実空間表示が望ましい。我々はこれ等の問題を解決する一つの候補を提案する。

この論文は以下の順序で議論を進める。変形と対相関の効果を取り入れ、かつ実行可能な枠組みとして我々は正準基底表示による TDHFB 理論 (Cb-TDHFB) を提案する。Cb-TDHFB 方程式の導出について述べ、具体的な対象に Cb-TDHFB を適用する為、単純な形の対相関を導入する。次に実時間法による線形応答の計算方法を紹介し、計算に用いた設定を述べる。結果では、始めに HFB+QRPA 計算との比較の為に ^{34}Mg のアイソスカラー四重極振動の結果を紹

介し、計算コストの比較の為、 ^{172}Yb のアイソベクター双極子振動の結果を表わす。そして不安定核に特有の共鳴状態と期待されるピグミー共鳴のエネルギー領域 ($\sim 10[\text{MeV}]$) に注目し、Ne, Mg, Si, S, Ar のアイソトープの系統的な結果を示し、最後に結論を述べる。

2 Formulation

2.1 Canonical-basis TDHFB equations

我々は Cb-TDHFB 方程式を TDHFB 方程式より導出するが、時間依存変分原理より導出する方法が Blocki と Flocard によって提案されている [5]。しかしながらこの導出では TDHFB 方程式のどの様な近似であるかが明らかではない。密度行列表示の TDHFB 方程式から直接導出する事で、この点について注目したい。

TDHF equation

まず密度行列表示の TDHF 方程式を正準基底表示に書き換えてみる。TDHF 方程式は

$$i\frac{\partial}{\partial t}\rho(t) = [h(t), \rho(t)], \quad (1)$$

ここで $\rho(t)$ は時間依存した一体の密度行列であり、 $h(t)$ は時間依存した一粒子ハミルトニアンを表わす。我々は $\rho(t)$ を時間依存した正準一粒子状態で展開する。この正準基底 $\{|\phi_k(t)\rangle\}$ は互いに規格直交していると仮定する ($\langle\phi_k(t)|\phi_l(t)\rangle = \delta_{kl}$)。

$$\rho(t) = \sum_{k=1}^N |\phi_k(t)\rangle\langle\phi_k(t)|, \quad (2)$$

N は粒子数を表わす。正準基底は密度行列を対角化する基底である。この表示を使って TDHF 方程式を書き換えると

$$i\sum_{k=1}^N \{|\dot{\phi}_k(t)\rangle\langle\phi_k(t)| + |\phi_k(t)\rangle\langle\dot{\phi}_k(t)|\} = \sum_{k=1}^N \{h(t)|\phi_k(t)\rangle\langle\phi_k(t)| - |\phi_k(t)\rangle\langle\phi_k(t)|h(t)\}. \quad (3)$$

更に $|\phi_k(t)\rangle$ との内積をとると

$$\hat{P}\left[i\frac{\partial}{\partial t} - h(t)\right]|\phi_k(t)\rangle = 0, \quad k = 1, \dots, N \quad (4)$$

を得る。 \hat{P} は $\hat{P} = 1 - \sum_{l=1}^N |\phi_l(t)\rangle\langle\phi_l(t)|$ とした。この時正準基底の直交性を用いている。この式より一般的な正準基底表示された TDHF 方程式を以下の様に得る。

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\phi_k(t)\rangle = h(t)|\phi_k(t)\rangle - \sum_{l=1}^N |\phi_l(t)\rangle\eta_{lk}(t), \quad k = 1, \dots, N \quad (5)$$

行列 $\eta_{lk}(t)$ は任意であるが、エルミート行列であり、正準基底の直交性を破らないものである。式 (5) を Cb-TDHF 方程式と呼ぶ。この行列は正準基底のユニタリ変換についてのゲージ不変性に関係しているが、通常この値を $\eta_{lk}(t) = 0$ ととり、教科書にある TDHF 方程式になる。

Cb-TDHFB equation

Cb-TDHFB 方程式は密度行列表示の TDHFB 方程式から導出される。TDHFB 方程式は

$$i\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{R} = [\mathcal{H}, \mathcal{R}], \quad (6)$$

ここで一般化密度行列 \mathcal{R} と一般化ハミルトニアン \mathcal{H} は

$$\mathcal{R} \equiv \begin{pmatrix} \rho & \kappa \\ -\kappa^* & 1 - \rho^* \end{pmatrix}, \quad \mathcal{H} \equiv \begin{pmatrix} h & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* \end{pmatrix}.$$

式 (6) より一体の密度行列 $\rho(t)$ と対テンソル $\kappa(t)$ が従う運動方程式は

$$i\frac{\partial}{\partial t}\rho = [h, \rho] + \kappa\Delta^* - \Delta\kappa^*, \quad (7)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\kappa = h\kappa + \kappa h^* + \Delta(1 - \rho^*) - \rho\Delta. \quad (8)$$

となる。これ等を正準基底 $\{\phi_k(t), \phi_{\bar{k}}(t)\}$ で書き換える。

正準基底に一粒子を生成する演算子 c_k^\dagger を一般の直交系 (ギリシャ文字の添え字: μ, ν, \dots) で表現すると $c_k^\dagger(t) = \sum_\mu \langle \mu | \phi_k(t) \rangle c_\mu^\dagger$ である。この演算子を用いて、TDHFB の状態を正準型 (BCS 型波動関数) で表示すると

$$|\Psi(t)\rangle = \prod_{k>0} (u_k(t) + v_k(t)c_k^\dagger(t)c_{\bar{k}}^\dagger(t))|0\rangle, \quad (9)$$

ここで正準基底の添え字を k で表わし、 $k > 0$ の状態の対として $\bar{k} < 0$ がある。各々の状態は直交関係を持つ。 $\{\phi_k(t), \phi_{\bar{k}}(t)\}$ は一粒子空間を生成する。対相関が働かない場合、 $|v_k(t)|^2 \equiv \rho_k(t)$ は 1 もしくは 0 の値を持つ。各時刻の瞬間で密度行列 $\rho(t)$ は正準基底 $\{\phi_k(t), \phi_{\bar{k}}(t)\}$ と占有確率 $\rho_k(t)$ に分ける事が出来る。これは Bloch-Messiah の定理により保証される。

便宜上、導出の際に以下の表記を使用する。

$$\langle \mu\nu | \phi_k(t)\phi_{\bar{k}}(t) \rangle \equiv \langle \mu | \phi_k(t) \rangle \langle \nu | \phi_{\bar{k}}(t) \rangle, \quad (10)$$

$$\langle \langle \mu\nu | \phi_k(t)\phi_{\bar{k}}(t) \rangle \rangle \equiv \langle \mu\nu | \phi_k(t)\phi_{\bar{k}}(t) \rangle - \langle \mu\nu | \phi_{\bar{k}}(t)\phi_k(t) \rangle, \quad (11)$$

また、正準基底への射影演算子は以下の表記を使用する、

$$\hat{\pi}_k(t) \equiv |\phi_k(t)\rangle\langle\phi_k(t)| + |\phi_{\bar{k}}(t)\rangle\langle\phi_{\bar{k}}(t)|. \quad (12)$$

これ等を用いて、密度行列 $\rho(t)$ と対テンソル $\kappa(t)$ を書き換えると、

$$\rho_{\mu\nu}(t) = \sum_{k>0} \rho_k(t) \langle \mu | \hat{\pi}_k(t) | \nu \rangle, \quad (13)$$

$$\kappa_{\mu\nu}(t) = \sum_{k>0} \kappa_k(t) \langle \langle \mu\nu | \phi_k(t)\phi_{\bar{k}}(t) \rangle \rangle, \quad (14)$$

ここで $\rho_k(t)$ と $\kappa_k(t)$ は占有確率と対密度であり、BCS 型の波動関数を使用する場合、それぞれ $\rho_k(t) = |v_k(t)|^2$, $\kappa_k(t) = u_k(t)v_k(t)$ である。 k と \bar{k} の関係について述べておくと、基底状態を

HF + BCS で記述する場合、 k と \bar{k} は時間反転の関係にあるが、実時間の枠組みにおいて、時間反転の制約は無い。式 (13),(14) に正準基底の直交性を利用して $\rho_k(t)$ と $\kappa_k(t)$ に逆変換すると、

$$\rho_k(t) = \sum_{\mu\nu} \langle \phi_k(t) | \mu \rangle \rho_{\mu\nu}(t) \langle \nu | \phi_k(t) \rangle = \sum_{\mu\nu} \langle \phi_{\bar{k}}(t) | \mu \rangle \rho_{\mu\nu}(t) \langle \nu | \phi_{\bar{k}}(t) \rangle, \quad (15)$$

$$\kappa_k(t) = \sum_{\mu\nu} \langle \phi_k(t) \phi_{\bar{k}}(t) | \mu\nu \rangle \kappa_{\mu\nu}(t). \quad (16)$$

式 (15),(16) と式 (13),(14) を利用して $\rho_k(t)$ と $\kappa_k(t)$ の時間微分を求めれば、

$$i \frac{\partial}{\partial t} \rho_k(t) = \kappa_k(t) \Delta_k^*(t) - \Delta_k(t) \kappa_k^*(t), \quad (17)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \kappa_k(t) = [\eta_k(t) + \eta_{\bar{k}}(t)] \kappa_k(t) + \Delta_k(t) (2\rho_k(t) - 1). \quad (18)$$

$$\Delta_k(t) \equiv -\frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} \Delta_{\mu\nu}(t) \langle \langle \phi_k(t) \phi_{\bar{k}}(t) | \mu\nu \rangle \rangle \quad (19)$$

$$\eta_k(t) \equiv \langle \phi_k(t) | h(t) | \phi_k(t) \rangle + i \langle \frac{\partial \phi_k}{\partial t} | \phi_k(t) \rangle \quad (20)$$

ここでの対ポテンシャル $\Delta_{\mu\nu}$ は二体の相互作用 \mathcal{V} から $\Delta_{\mu\nu}(t) \equiv \sum_{\alpha\beta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta,\mu\nu} \kappa_{\mu\nu}$ である。またギャップパラメーター $\Delta_k(t)$ は BCS 近似の時のものと同等であり、

$$\Delta_k(t) = -\sum_{l>0} \kappa_l(t) (\mathcal{V}_{k\bar{k},l\bar{l}} - \mathcal{V}_{k\bar{k},l\bar{l}}) \equiv -\sum_{l>0} \kappa_l(t) \bar{\mathcal{V}}_{k\bar{k},l\bar{l}}, \quad (21)$$

正準基底 (k, \bar{k}) と (l, \bar{l}) が時間依存する為、二体の行列要素 $\bar{\mathcal{V}}_{k\bar{k},l\bar{l}}$ もまた時間依存にする。

我々は $\rho_k(t)$ と $\kappa_k(t)$ の時間発展の式として、シンプルな式 (17),(18) を TDHFB 方程式の正準基底表示から得た。この段階では単純に TDHFB 方程式の基底変換をただけであり、TDHFB と同等である。しかしながら、この時の正準基底自身の時間発展は一般に単純なものにならない。 $\rho_k(t)$ と $\kappa_k(t)$ は正準基底の直交性を利用して $\rho_{\mu\nu}(t)$ と $\kappa_{\mu\nu}(t)$ に逆変換出来るが、一般に式 (19) は $\Delta_{\mu\nu}(t)$ への逆変換が出来ない。それは、正準基底で表わされる二体の状態 $|\phi_k(t) \phi_{\bar{k}}(t)\rangle$ が二体相互作用の行列要素 $\mathcal{V}_{\alpha\beta,\mu\nu}$ の非対角成分の空間を表わしていない為である。ここで我々は以下の近似を導入する。

$$\Delta_{\mu\nu}(t) = -\sum_{k>0} \Delta_k(t) \langle \langle \mu\nu | \phi_k(t) \phi_{\bar{k}}(t) \rangle \rangle. \quad (22)$$

これは対角成分の対ポテンシャルのみを使う事を意味する。正準基底表示では $\Delta_{k\bar{l}} = -\Delta_k \delta_{kl}$ とする事である。また式 (22) は式 (19) に矛盾しない。

以上までの変換と近似の下では正準基底の時間発展の式として以下のものを導入できる。

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\phi_k(t)\rangle = [h(t) - \eta_k] |\phi_k(t)\rangle, \quad i \frac{\partial}{\partial t} |\phi_{\bar{k}}(t)\rangle = [h(t) - \eta_{\bar{k}}] |\phi_{\bar{k}}(t)\rangle. \quad (23)$$

我々は式 (17),(18),(23) の三つを合わせて、Cb-TDHFB 方程式と呼んでいる。これ等方程式は正準基底同士の規格直交性を保存し、全エネルギーの期待値、全粒子数の期待値を保存する。対相関が無い場合、Cb-TDHFB 方程式は TDHF 方程式に帰着し、定常状態では HF+BCS の基底状態と等しくなる。これ等の詳細は参考文献 [6] を参照の事。

2.2 Linear-Response calculation with time-dependent scheme

我々は時間発展の式を得たので、実時間法を用いた線形応答の計算手順について述べる。まず基底状態 $|\Psi_0\rangle$ を求め、瞬間的かつ弱い外場 ($V_{\text{ext}}(t) = -\eta\hat{F}\delta(t)$) を与える。

$$|\Psi_{0+}\rangle \equiv e^{i\eta\hat{F}}|\Psi_0\rangle, \quad (24)$$

\hat{F} は一体の演算子でアイソベクター双極子やアイソスカラー四重極子等である。 η は外場の強度を示す。外場を与えた $|\Psi_{0+}\rangle$ を実時間発展の初期状態として時間発展を計算する。 η が十分に小さい場合、 \hat{F} の時間依存した期待値の基底状態周りにおける揺らぎは線形的になる。

$$|\Psi_{0+}\rangle \simeq |\Psi_0\rangle + i\eta \sum_n |\Psi_n\rangle \langle \Psi_n | \hat{F} | \Psi_0 \rangle, \quad (25)$$

$$\langle \Psi(t) | \hat{F} | \Psi(t) \rangle \simeq \langle \Psi_0 | \hat{F} | \Psi_0 \rangle + i\eta \sum_n |\langle \Psi_n | \hat{F} | \Psi_0 \rangle|^2 (e^{-i\tilde{E}_n t} - e^{i\tilde{E}_n t}), \quad (26)$$

$$\tilde{E}_n = E_n - E_0 > 0$$

$|\Psi_n\rangle$ は励起状態を示し、 E_n は $|\Psi_n\rangle$ の固有エネルギーを表わす。この時間に依存した \hat{F} の期待値を利用し、Fourier 変換を用いて \hat{F} に対する強度分布関数 $S(E; \hat{F})$ を以下の様に得られる。

$$S(E; \hat{F}) \equiv \sum_n |\langle \Psi_n | \hat{F} | \Psi_0 \rangle|^2 \delta(E - \tilde{E}_n) \quad (27)$$

$$= -\frac{1}{\eta\pi} \text{Im} \int_0^\infty dt (f(t) - f(0)) e^{iEt - \Gamma/2t}, \quad (28)$$

$f(t) \equiv \langle \Psi(t) | \hat{F} | \Psi(t) \rangle$ であり、 Γ は smoothing パラメータである。外場の強度 η は適切なものを選ぶ。必ずしも小さければ小さいほど良いわけではなく、調べるモードに依存していたり、数値的な問題もある為、実際に幾つかの値で実行し決定する。以下の節で示す結果は上記の手続きで得られた強度分布関数である。

3 Results and Discussion

この節では Cb-TDHFB を用いた線形応答の結果を示す。本研究では Skyrme 相互作用の SkM* パラメータセットを用いており、対相関にはモノポール型 (定数型 G_{kl}) を採用した。この G_{kl} を採用した際に Cb-TDHFB 方程式の η_k へ特別な選択が必要になる [6]。計算空間は三次元の座標空間で、波動関数 $\{|\phi_k(t)\rangle, |\phi_{\bar{k}}(t)\rangle\}$ は格子点とスピンの自由度を持つ ($|\phi_k(t)\rangle = |\phi_k(r_i, \sigma; t)\rangle$, $\sigma = \pm 1/2$)。用意する波動関数の数 k は中性子と陽子についてあるエネルギーカットオフによって決めている [6]。これ等の数は粒子数の倍程度になる。格子点 r_i の数は計算空間の大きさと格子間隔で決まる。我々が用いた空間は、立法格子に分けた点のうち、ある半径の球の範囲に内包される点を用いる。本研究で用いた計算空間は $A < 70$ の原子核に対して半径 12[fm] と格子間隔 0.8[fm] の空間を、 $A > 70$ の原子核の場合、半径 15[fm] と格子間隔 1.0[fm] の空間を採用した。格子点の数は大よそ 15,000 点程度になる。

3.1 Comparison Cb-TDHFB with HFB+QRPA

Cb-TDHFB の線形応答の結果は TDHFB の微小振幅近似である HFB+QRPA との非常に良い一致が期待される。まず、最近発表された幾つかの変形 HFB + QRPA 計算の結果と比較し、Cb-TDHFB の有効性を示す。また、Cb-TDHFB の計算コストについても言及する。結果の最後に低エネルギー $E1$ 強度分布関数に対する、系統的な計算結果を示す。

Isoscalar quadrupole mode of ^{34}Mg

^{34}Mg は四重極変形 (プロレート変形) した原子核で中性子過剰核である。図 1 はこの ^{34}Mg のアイソスカラー型四重極振動モード ($Q_{2K}; K = 0, 2$) について調べたものである¹。(i),(ii) は Cb-TDHFB を用いた計算結果であり、(iii),(iv) は変形 HFB+QRPA 計算の結果が示してある。(iii),(iv) はそれぞれ参考文献 [3] と [2] による結果を表わしている。(i),(iii) は完全自己無撞着な計算であり、(ii),(iv) はスピン軌道力とクーロン力の残留相互作用を入れていない結果である。各々の図の実線 (赤) と破線 (青) は ^{34}Mg の Q_{20} モードと Q_{22} モードを表わしている。(i) と (iii)、(ii) と (iv) のどちらの結果もピークの位置はほぼ一致している。一番低いピークの高さに差が生じているが、これは Cb-TDHFB で用いている対相互作用と [2, 3] で用いられているものの違いから現われているものだと考えられる。[2, 3] では接触型で密度依存したものをしている。

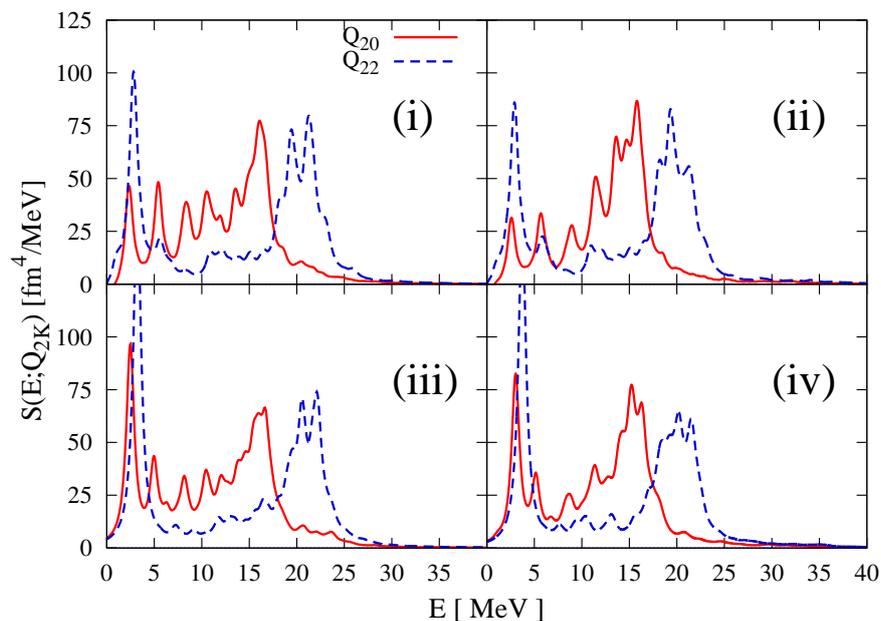


図 1: (i) 完全自己無撞着の Cb-TDHFB 計算、(ii) スピン軌道力とクーロン力の残留相互作用を除いた Cb-TDHFB による計算、(iii) 完全自己無撞着の変形 HFB+QRPA 計算 [3]、(iv) スピン軌道力とクーロン力の残留相互作用を除いた変形 HFB+QRPA 計算 [2]

Computational cost (Isovector dipole mode of ^{172}Yb)

^{172}Yb は比較的重い核であり、変形核である。図 2 は ^{172}Yb のアイソベクター双極子振動 ($E1$) モード¹を示したもので、(A) は変形 HFB+QRPA 計算の結果であり [4]、(B) は Cb-TDHFB の線形応答計算により得られた結果である。 ^{172}Yb はプロレート変形核で長軸方向 ($K = 0$) と短軸方向 ($K = 1$) の二つの振動が現われる。各々の図の 12[MeV] 付近の破線 (緑) は長軸方向の双極子振動で 17[MeV] 付近の破線は短軸方向の振動を表わしている。実線 (赤) は二つのピークのを表わしている。ピークの幅は狭いが Cb-TDHFB の計算結果のピーク位置は QRPA の計算結果とよく一致している。計算コストについて言及すると、(A) では約 10^5 CPU hour であり、10,000CPU の並列計算機が必要である。(B) の計算コストは約 300CPU hour 程度で 1CPU で

¹具体的な演算子の形は

$$Q_{2K} \equiv \frac{1}{\sqrt{2(1+\delta_{K0})}} \{r^2 Y_{2K}(\hat{r}) + r^2 Y_{2-K}(\hat{r})\}, \quad F_{E1} = \begin{cases} (Ne/A)r_i & \text{for protons} \\ -(Ze/A)r_i & \text{for neutrons} \end{cases}$$

計算が可能である。Cb-TDHFBは少ない計算コストで重い変形核の性質を調べる事が出来る。

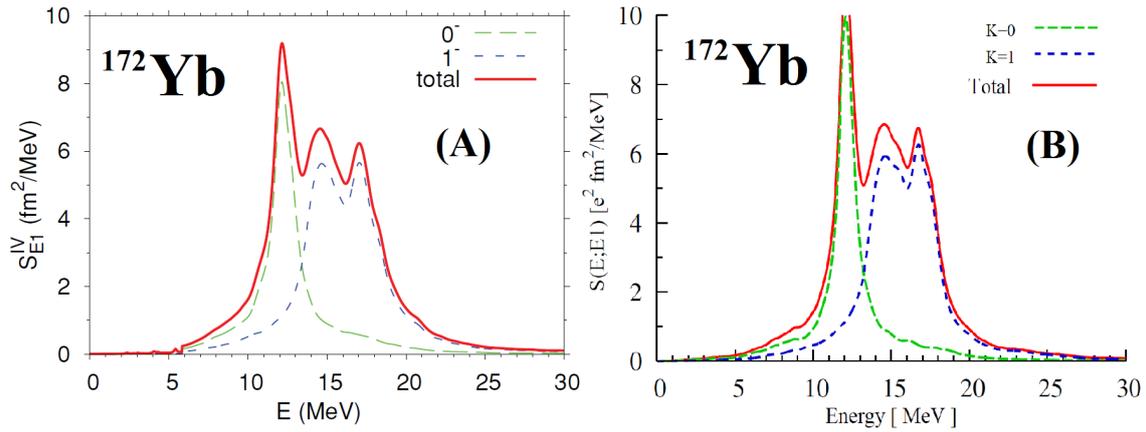


図 2: (A) 変形 HFB+QRPA 計算 [4] (B) Cb-TDHFB による線形応答計算。破線は $K = 0$ と $K = 1$ のアイソクター双極子振動モードを表わし、実線は二つの和を表わす。

3.2 Appearance of low-energy $E1$ strength

Cb-TDHFB を用いて系統的に低エネルギーの $E1$ モードについて調べた。調べた核種は Ne, Mg, Si, S, Ar のアイソトープである。 $E1$ モードの強度分布関数の 10[MeV] 以下のピークの全体に対する割合² を中性子数の関数にして調べた。図 3 は Ne と Mg のアイソトープの結果を示し、図 4 は Si, S, Ar の結果を示しており、実線は Cb-TDHFB による結果で、破線は HF+RPA の結果 [7] である。縦軸は割合を横軸は中性子数を表わしている。

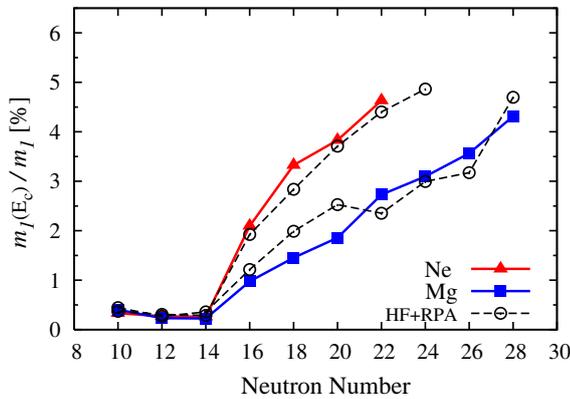


図 3: 低エネルギー (10[MeV]) の $E1$ 分布の全体に対する割合を中性子数で表わしている。実線は Cb-TDHFB の結果を表わし、破線は HF+RPA の結果を表わしている。核種は Ne, Mg のアイソトープ。

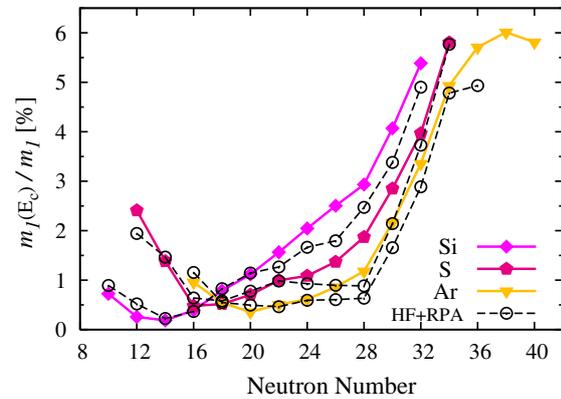


図 4: 低エネルギー (10[MeV]) の $E1$ 分布の全体に対する割合を中性子数で表わしている。実線は Cb-TDHFB の結果を表わし、破線は HF+RPA の結果を表わしている。核種は Si, S, Ar のアイソトープ。

Ne, Mg アイソトープの結果では $N = 16$ から割合が大きく上昇している事が確認出来る。Cb-TDHFB の結果も HF+RPA の結果もどちらでも上昇している。これ等の示す事は、 $s_{1/2}$ 軌道の

²本研究で調べた低エネルギー部分の全体に対する割合の定義

$$\frac{m_1(E_c = 10)}{m_1} = \frac{\int_0^{10} dE S(E; E1) E}{\int_0^{\infty} dE S(E; E1) E} \quad (29)$$

占有が低エネルギーの強度分布の増加に重要である事が理解出来る。対相関の効果に注目すると、Cb-TDHFBの結果における $N = 20$ と $N = 22$ の間に小さな跳びが見える。HF+RPAではこの跳びはハッキリと確認できない。HF+BCS基底状態は $N = 16 - 20$ のNe,Mgアイソトープは全て球形核であるが、HF基底状態は多少の変形度を持っている。対相関に効果は基底状態の形を通して $E1$ モードに反映されている。図4では、HF+RPAの結果より $N = 30$ から割合の増加が確認出来る。これは $p_{3/2}$ 軌道を占有した為と考えられる。対相関の効果は割合の滑らかな上昇に現われている。HF+RPAの結果では $N = 30$ から著しく上昇しているが、Cb-TDHFBでは割合は上昇しているが滑らかである。これは低エネルギー分布に重要な軌道の占有が対相関により連続的になっている為、現われると考えられる。

4 Conclusion

我々は対相関を含み、変形の自由度も取り入れ原子核のダイナミクスを調べる為に、Cb-TDHFBという方法を開発した。Cb-TDHFBはTDHFBの正準基底表示にし、対相関の汎関数にBCS型を採用する事で導出される。Cb-TDHFBは方法が膨大な計算コストを必要としない為、三次元座標空間での実行が比較的容易であり、任意の変形自由度を取り入れられる。

中性子過剰核の ^{34}Mg のアイソスカラー四重極振動モードについてTDHFBの微小振幅近似であるHFB+QRPAによる結果とCb-TDHFBの線形応答の結果を比較したところ非常に良い一致を得た。一番低いエネルギーにおけるピークの高さが異なるが、これは対相関の汎関数の差によるものと考えられる。また、Cb-TDHFBは重く変形した原子核にも適用出来て、例として ^{172}Yb のアイソベクター双極子振動について実行した。ピークの幅は狭いがこの結果もまたHFB+QRPAと良い一致を得た。計算コストについて言及すると[4]の結果は約 10^5 CPU hourが必要であり、我々の結果は約300CPU hour程度で得られたものである。Cb-TDHFBが非常に小さい計算コストで同等の結果を得る事を示した。

系統的な計算の例としてピグミー共鳴と呼ばれる低エネルギーの $E1$ 強度分布について調べた。その結果、低エネルギーの $E1$ 強度分布は s や p 軌道等の低軌道角運動量を持つ軌道の占有が重要だと考えられる。対相関の効果は基底状態の変形度に影響を与えその結果、 $E1$ 強度分布に反映される。また、対相関により連続的に軌道が占有される効果が、 $E1$ 強度分布の増加の滑らかさに現われる。

以上の結果と比較からCb-TDHFBが対相関を含むダイナミクスを調べる方法として正しく動作しており、計算コストも非常に小さく系統的な研究にも適切である。今後は広範囲の原子核を対象に系統的な研究をすすめ、反応計算(核融合や核分裂)に適用する事を計画している。

参考文献

- [1] Y.Hashimoto and K.Nodeki, arXiv:0707.3083
- [2] K.Yoshida, and N.Van Giai, Phys. Rev. C**78**, 064316 (2008).
- [3] C.Losa, A.Pastore, T.Døssing, E.Vigezzi, and R.A.Brogli, Phys. Rev. C**81**, 064307 (2010).
- [4] J.Terasaki and J.Engel, Phys. Rev. C**82**, 034326 (2010).
- [5] J.Łocki and H.Flocard, Nucl. Phys. A**273**, 45 (1976).
- [6] S.Ebata, T.Nakatsukasa, T.Inakura, K.Yoshida, Y.Hashimoto and K.Yabana, Phys. Rev. C**82**, 034306 (2010).
- [7] T.Inakura, T.Nakatsukasa and K.Yoshida Phys. Rev. C**80**, 044301 (2009).

Gogny-TDHFB による 原子核の非線形振動と緩和

筑波大学数理物質科学研究科物理学専攻 橋本幸男

Email: hashi@nucl.ph.tsukuba.ac.jp

1 TDHFB

時間依存 Hartree-Fock (TDHF) の方法は、1970年代から実際的な系へ応用されるようになった。[1] その後、計算機の発達に伴って大規模な計算が可能になってきた。TDHF は、巨大共鳴のように線形応答で記述される微小振幅領域から融合・分裂を含む原子核反応のような大振幅領域まで、幅の広いエネルギー領域における原子核の平均場ダイナミクスを記述する有用な理論的枠組みである。

TDHF には、原子核において重要な相関である対相関は含まれていない。対相関を考慮して TDHF を拡張した枠組みが、時間依存 Hartree-Fock-Bogoliubov (TDHFB) である。TDHFB 方程式は以前から乱雑位相近似 (QRPA) の導出などに用いられてきたが、Skyrme 力や Gogny 力などの密度依存有効相互作用を用いた TDHFB の実際的な計算は最近になって行われるようになった。[2, 3, 4]

大振幅集団運動の経路 (collective path) を多粒子系の多自由度空間の中に見出そうとする試みは、TDHF(B) の枠組みを用いて行われてきた。特に、断熱的な集団運動の過程を前提とする方法がよく研究されている。[5, 6, 7, 8] 最近の日野原らの方法によると、変形共存状態間の遷移における集団運動経路や遷移確率を自己無撞着に決めることができる。[9]

今回の報告では、上記のような集団運動理論の前提である "集団運動の断熱的な振舞い" の可能性について、TDHFB 方程式を基本的な近似無しで解くという立場からの例を示したい。

基本的な TDHFB 方程式は、

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} U(t) \\ V(t) \end{pmatrix} = \mathcal{H} \begin{pmatrix} U(t) \\ V(t) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

で与えられる。ここで、行列 U と V は、核子の生成・消滅演算子 C_α^\dagger および C_α から準粒子 β_k^\dagger および β_k へのボゴリョボフ変換

$$\beta_k^\dagger = \sum_\alpha (U_{\alpha k} C_\alpha^\dagger + V_{\alpha k} C_\alpha), \quad (2)$$

$$\beta_k = \sum_\alpha (U_{\alpha k}^* C_\alpha + V_{\alpha k}^* C_\alpha^\dagger), \quad (3)$$

の変換行列である。また、 \mathcal{H} は、ハミルトニアン行列

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} h & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* \end{pmatrix}, \quad (4)$$

であり、 h と Δ は、それぞれ平均場ハミルトニアン（行列）と対ポテンシャル（行列）である。[10]

方程式 (1) は、指数関数をべき級数に展開する TDHF 方程式の場合と同じやり方で積分できる。以下、 $c = \hbar = 1$ とする。

2 TDHFB 軌道と状態の占有確率

方程式 (1) は、初期条件を与えれば TDHFB 軌道を計算できる。以下では、有効相互作用に Gogny 力を用い、cpu 時間の短縮のためにクーロン力を落として計算する。原子核は ^{52}Ti の場合について考える。拘束条件付 HFB によって計算したエネルギーと四重極モーメント $Q_{20} = \text{Tr}(\rho \hat{Q}_{20})$ の関係を図 1 に示す ($\rho_{\alpha\beta} = \sum_k V_{\alpha k}^* V_{\beta k}$ は密度行列)。図 1 中で a ~ f とラベルされた点がそれぞれ初期条件に対応する。特に、点 d と点 e は中性子側の対エネルギーが非常に小さいという特徴がある。

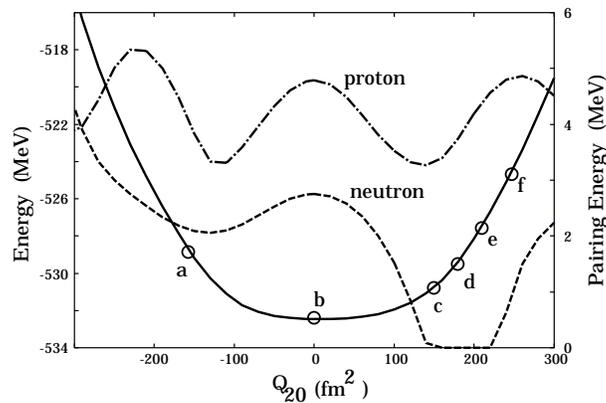


図 1: 軸対称四重極モーメントに対する CHF 励起エネルギー（実線）と陽子対エネルギー（一点鎖線）、中性子対エネルギー（破線）。a ~ f は初期条件に用いる状態に対応する。

2.1 HF 局所安定近傍の場合

最初に、点 d と点 e から出発した TDHFB 軌道による四重極モーメントの時間変化を図 2 に示す。この場合の四重極モーメントの時間変化は約 50 fm^2 から約 110 fm^2 の間の領域に閉じ込められている。初期条件の点 d と点 e においては対エネルギーが十分に小さいので中性子側はハートレーフォック (HF) 状態になっている。そこから出発した TDHFB

方程式の解は、(少なくとも図中の時間 $t \leq 2000$ fm の範囲では) 中性子側は TDHF の解と同等である。この状況は、初期条件近傍に局所的に安定な HF 解が存在し、点 d と点 e から出発した TDHFB 軌道はその局所的安定点のまわりで振動すると考えられる。

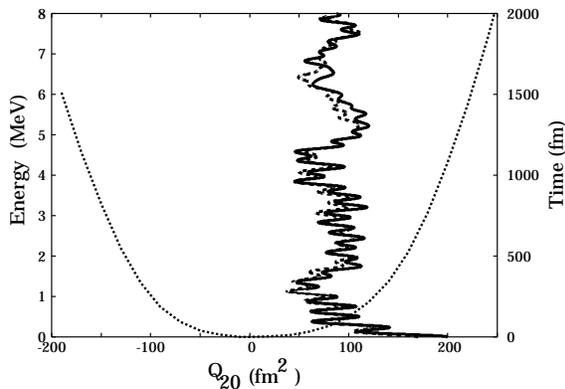


図 2: 初期条件 d と e から出発した TDHFB 軌道による四重極モーメント Q_{20} の時間変化。時間は右軸。エネルギー曲線を比較のために示す (左軸)。

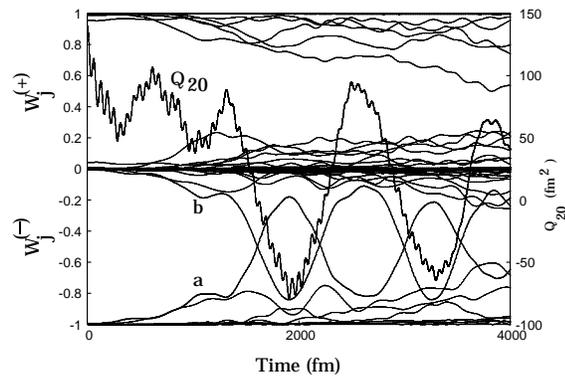


図 3: 初期条件 c から出発した TDHFB 軌道における各準粒子状態の占有確率 $W_j^{(+)}$ および $W_j^{(-)}$ の時間変化。(+)((-)) は、状態のパリティを表し、上(下)のパネルが正(負)の状態の占有確率を表す。下(負パリティ)のパネルの a と b はそれぞれ注目する TDHFB 準粒子状態を表す。四重極モーメント Q_{20} の変化については右軸。

2.2 対相関がある場合

次に陽子・中性子ともに対相関のある場合の例として図 1 中の点 c を初期条件とする TDHFB 軌道について図 3 および図 4 に示す。図 3 では、TDHFB 軌道におけるそれぞれの準粒子状態の占有確率 $W_j^{(+)}$ および $W_j^{(-)}$ の時間変化を示す。占有確率は、TDHFB 方程式を解いて得られる各時刻の行列 $V_{\alpha j}$ を用いて

$$W_j^{(\pi)} = \pi \sum_{\alpha} V_{\alpha j}^{(\pi)*} V_{\alpha j}^{(\pi)}, \quad (\pi = +, -), \quad (5)$$

のように定義する。(+)((-)) は、状態のパリティを表す。

図 3 では、四重極モーメントの変化は 2 段階であることが分かる。最初の段階 (時刻 $t \sim 1500$ fm 付近まで) では、四重極モーメントの時間変化は図 2 の "対エネルギーが無い場合" の四重極モーメントの時間変化に良く似ている。初期状態での対エネルギーは -0.07 MeV で、小さいがゼロではない。占有確率は 1 または 0 に極めて近いものばかりであるので、振動パターンは図 2 の TDHF 軌道の場合に似たものになると考えられる。その間、占有確率は徐々に 1 または 0 から変化している。

次に、時刻 t が 1500 fm を越えた付近から、四重極モーメントは原点のまわりのゆっくりした振動に急に变化する。この四重極モーメントの振動に周期をあわせて、負パリティ状態の中の 2 本の状態の占有確率が振動しているのが分かる。図 4 に、この 2 本の負パリティ状態の占有確率の変化を抜き出して示した。

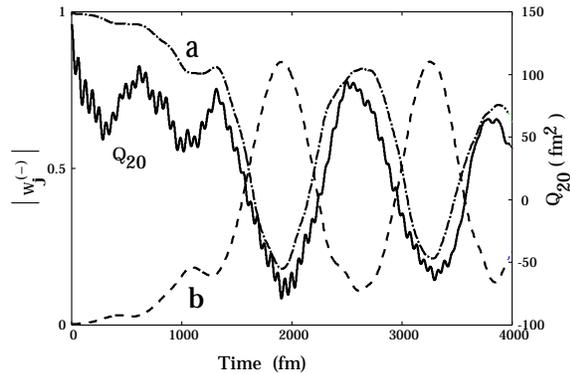


図 4: 図 3 中の負パリティのパネルにおいて a と b とラベルされた主要な準粒子状態 2 本の占有確率 (絶対値) の拡大。四重極モーメントの時間変化は右軸。

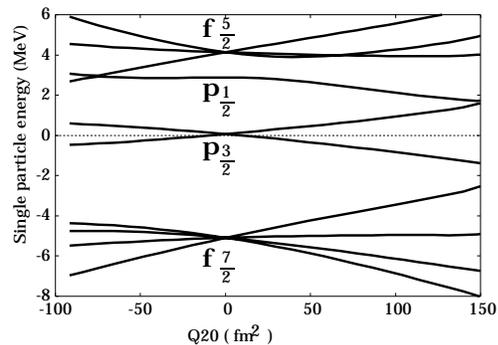


図 5: 中性子の一粒子エネルギー準位。エネルギーはケミカルポテンシャル λ_n を基準として示す。

図 5 の中性子の一粒子エネルギーから、初期条件 (図 1 の c 点) において占有確率が 1 (0) に近い方の状態が $p_{3/2}$ 軌道の $\Omega = \pm \frac{1}{2}(\frac{3}{2})$ につながる状態であることがわかる。図 4 によれば、四重極モーメントの変化につれて振動する占有確率は、 $Q_{20} > 0$ では $|\Omega| = \frac{1}{2}$ の状態が、また、 $Q_{20} < 0$ では $|\Omega| = \frac{3}{2}$ の状態が大きくなることがわかる。

この状況を、図 5 の中性子の一粒子エネルギーの図で見てみる。拘束条件付 HFB で求めたこの一粒子エネルギー分布は $Q_{20} = 0 \text{ fm}^2$ で準位交差をしている。図 4 の 2 本の状態の占有確率の時間変化は、図 5 においては、ケミカルポテンシャルより下の準位をより大きな占有確率で詰めていることになる。この状況から、準位交差点を四重極振動によって通過するたびに中性子の占有確率が "断熱的に" 変化しているとみなすことができる。

次に、オプレート側の初期条件 (図 1 の点 a) から出発した軌道についての四重極モーメントと占有確率の時間変化を図 6 に示す。中性子側の対エネルギーは約 -2 MeV である。この場合にも、ゆっくりとした周期の四重極モーメントの変化につれて図 4 の場合と同じ 2 本の状態の占有確率が四重極モーメントの動きにあわせて変化している。そして、 $Q_{20} > 0$ では $|\Omega| = \frac{1}{2}$ の状態が、また、 $Q_{20} < 0$ では $|\Omega| = \frac{3}{2}$ の状態が大きくなる、という状況も同じである。ただし、この TDHFB 軌道の場合是对エネルギーが図 4 の場合よりも大きく、注目する 2 本の状態以外にも有限の大きさの占有確率を持って "背景" を構成する状態が多数あるために、四重極モーメントと注目する 2 本の状態の占有確率は、両者とも振動の様子は単純ではなくなっている。

図 7 は、初期条件として図 1 の f 点を用いたときの TDHFB 軌道による四重極モーメントの変化および占有確率の変化である。この f 点の状態は、中性子側にも対エネルギーがある (約 -0.9 MeV)。この場合も前述の図 6 と同じく "背景" となる多数の準粒子状態の占有確率が大きく変化している。四重極モーメントの長い周期の振動はその中心がゆっ

くりと $t = 4000 \text{ fm}$ 程の時間をかけて原点まわりの振動運動に緩和していく。

多数の占有確率の時間変化の傾向には四重極モーメントの周期にほぼ一致しているものと約2倍の周期のものがみられる。このTDHFB軌道のように励起エネルギーの比較的高い場合(約7 MeV)にも長周期の低いエネルギーによる振動成分が平均場の運動に大きく寄与している点は特徴的である。また、図7中の四重極モーメントが原点に向かって緩和していく途中には、図2で見たような、中性子側の対エネルギーが十分小さくHF状態と見なせる領域(“HF領域”)が存在する。しかしながら、この図の四重極モーメントは図2の軌道のようにHF領域に引っかかること無しになめらかに原点に向かって緩和している点も特徴である。

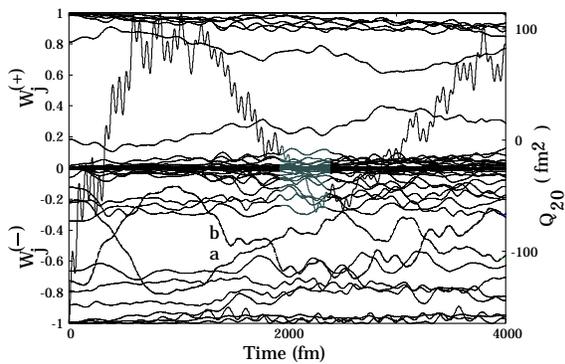


図6: 初期条件として図1のa点をとった場合。その他は図3と同じ。

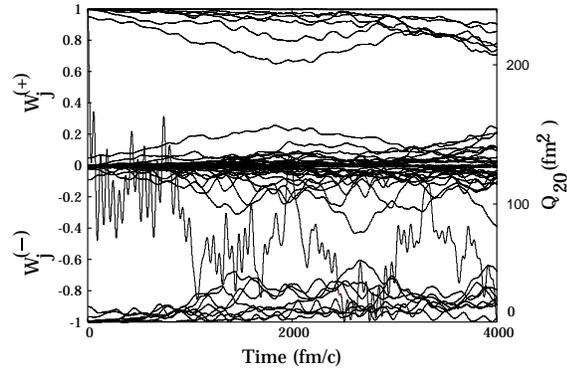


図7: 初期条件として図1のf点をとった場合。その他は図3と同じ。

3 まとめ

今回の報告ではGogny力を用いたTDHFB方程式を数値的に積分する方法の応用例として、線形領域を越えたエネルギー領域(非線形領域)においてTDHFB軌道の準位交差点での振舞いを調べた。以下の点が興味深い。1) HF領域の初期条件を持つTDHFB軌道はHF領域内のHF安定状態のまわりの有限な領域に閉じ込められる。2) 四重極モーメントの長周期・低エネルギー振動のさなかにあるケミカルポテンシャル近傍の準位交差点では占有確率の変化は断熱的になる。3) 対エネルギーを持った、より大振幅のTDHFB軌道はその振動・緩和の過程において途中にあるHF領域には影響されない。

以上の振舞いは ^{52}Ti の場合で、限られた領域の初期条件から出発したTDHFB軌道についてである。他の原子核・多重極の場合にどのような点が一般化できるかを、今後検討する必要がある。

今回の報告は、笹倉啓介氏(筑波大学数理物質科学研究科物理学専攻修士課程平成21年度修了)との共同研究に基づく。

また、日常の議論やアドバイスは、筑波大学数理物質科学研究科物理学専攻原子核理論研究室の矢花一浩教授、江幡修一郎氏ならびに研究室のメンバー、さらに理化学研究所中務研究室の中務孝准主任研究員とメンバーの方々に負うところが大きい。

参考文献

- [1] P. Bonche, S. Koonin, and J. W. Negele, Phys. Rev. C**13**, 1226(1976).
- [2] Y. Hashimoto and K. Nodeki, arXiv:0707.3083[nucl-th](2007).
- [3] B. Avez, C. Simenel, and Ph. Chomaz, Phys. Rev. C**78**, 044318(2008).
- [4] S. Ebata, T. Nakatsukasa, T. Inakura, K. Yoshida, Y. Hashimoto, and K. Yabana, Phys. Rev. C**82**, 034306(2010).
- [5] M. Baranger and M. Veneroni, Ann. Phys. **114**, 123(1978).
- [6] F. Villars, Nucl. Phys. **A285**, 269(1977)
- [7] K. Goeke and P. -G. Reinhard, Ann. Phys. **112**, 328(1978).
- [8] T. Marumori, T. Maskawa, F. Sakata, and A. Kuriyama, Prog. Theor. Phys. **64**, 1294(1980).
- [9] N. Hinohara, T. Nakatsukasa, M. Matsuo, and K. Matsuyanagi, Phys. Rev. C**80**, 014305(2009).
- [10] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, New York, 1980).