

超弦理論とタキオン¹

京都大学基礎物理学研究所／杉本茂樹²

長い間、超弦理論にはタキオンがないと思われていましたが、最近、いくつかの超弦理論はタキオン場を含むより大きな枠組みに拡張されることが分かってきました。このタキオニックな超弦理論の枠組みは、D ブレインなどの非摂動的な構造を理解する上で大変重要な役割を果たし、また弦理論の新たな定式化を与える可能性も秘めています。さらに、これらの超弦理論に基づく宇宙観も変革を迫られることとなります。

1 はじめに

タキオンという言葉はギリシャ語の $\tau\alpha\chi\upsilon\delta$ (急速な) に由来し、もともとは光速を超える速さで飛ぶ(仮想的な) 粒子に対して付けられた名前です。仮にこのような粒子が存在すると、特殊相対論で出てくるエネルギーの式

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \quad (1)$$

を考えると、速さ v が光速 c を超えるとこの式の右辺の分母が純虚数になるので、エネルギー E が実数値で観測される量であるために、質量 m が純虚数であるような粒子ということになります。もしもこのような粒子が存在すると、因果律が壊れるなど、いろいろとおかしな事が起こるので、SF や超科学の世界ではしばしば登場しますが、今のところ矛盾のない物理の理論の中に組み込むことはできないとされています。

一方、場の理論においては m^2 が負であるような質量項を持つ場の存在は $\phi = 0$ という場の値が安定な真空にならないことを意味しているだけで、特に理論の矛盾を導くわけではありません。実際、素粒子の標準模型に登場するヒッグス場はそのような場の一種で、その作用は

$$S = \int d^4x (\partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - V(\phi)), \quad (2)$$

$$V(\phi) = m^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda}{2} (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (3)$$

という形で与えられます。ここで $m^2 < 0$ であるために $\phi = 0$ がポテンシャル $V(\phi)$ の最低点にはならず、不安定な停留点になります。

以下では、この例のように不安定な停留点があるようなポテンシャルを持つスカラー場のことをタキオン場と呼び、 T で表すことにします。つまり、標準模型におけるヒッグス場やインフレーション宇宙論で出てくるある種のインフラトンなどもここで言うタキオン場の仲間です。最近、いくつかの超弦理論にはタキオン場が存在し、これが理論の非摂動的効果を考える上で大変重要な役割を果たすということが分かってきました。さらに、こうしたタキオン場の存在を一旦認めると、これらの超弦理論をもとにした宇宙観ががらりと変わってしまう可能性があるのです。今回はそうした超弦理論におけるタキオンにまつわる最近の研究からどういうことが分かってきたのか、そのエッセンスを私なりの視点で解説してみたいと思います。

¹ この文章は日本物理学会誌 vol. 58, No. 12, 2003 に掲載されたもの(の完成直前版)です。

² e-mail: sugimoto@yukawa.kyoto-u.ac.jp

2 タキオニックな超弦理論

現在では様々な種類の弦理論が知られていますが、その多くの中にはタキオン場が存在します。タキオン場の存在は上で述べたように真空の不安定性を意味し、一般に解析がとても困難になります。そのために、これまではタキオンなどの不安定モードが存在しない超弦理論が盛んに研究されてきました。そうした超弦理論は全部で5種類知られているのですが、今回はその中でもタイプ I、タイプ II A、タイプ II Bと呼ばれる3種類の超弦理論に対して成立する事柄を解説します。

どれでやってもほしい同じなので、ここでは例としてタイプ II A 超弦理論を考えましょう。タイプ II A 理論は長い間、閉弦しか含まない理論だと考えられてきました。しかし、実はこれに開弦の自由度を含めるとアノマリー等の矛盾が生じない理論になることが分かります。[1] 開弦を付け加えるという操作は、今風の言い方をすると、D9 ブレインを付け加える操作であると言いなおすことができます。Dp ブレインというのは、開弦の端点が乗ることができる $p+1$ 次元に広がった膜のことで、特に $p=9$ の時にはこの膜が時空全体を覆って、開弦が 10 次元時空のどこでも存在できる状況になります。タイプ II A 理論の場合、加えることのできる D9 ブレインは non-BPS D9 ブレインと呼ばれるもので、開弦のモードにタキオン場や $U(N)$ のゲージ場などが含まれていることが知られています。したがって、これらを含めると、タイプ II A 理論は重力場などの閉弦の自由度に加えて、タキオン場や $U(N)$ ゲージ場などを含む理論になることが分かります。ここで N は non-BPS D9 ブレインの枚数で、今は何枚でも好きなだけ加えることができるので、 $N \rightarrow \infty$ を考えます。同様にタイプ I やタイプ II B 理論にも新たな開弦の自由度を加えることができ、ゲージ群とタキオン場の表現は表 1 のようになります。これらの理論は皆、タキオン場を

	タイプ I	タイプ II A	タイプ II B
ゲージ群	$O(32+N) \times O(N)$	$U(N)$	$U(N) \times U(N)$
タキオン場	(\square, \square)	adjoint	(\square, \square)

表 1: ゲージ群とタキオン場の表現

含んでおり、一般の場の配位はもちろん超対称性を保ちませんが、理論としては超対称性のある理論であると考えられています。[2] 以下ではこのようにタキオン場を含むように拡張した超弦理論の枠組みをタキオニックな超弦理論と呼ぶことにします。

さて、このように開弦の自由度を付け加えることができるとは言っても、そうするとタキオン場が生じてしまうので、せっかく不安定モードがない超弦理論だったのに、どうしてわざわざそんな余計な自由度を考えるのか? と疑問に思われる方も多いことでしょう。実際、一昔前の弦理論の研究者の間では、タキオンが生じる弦理論は不完全な理論であるとされて、考察の対象外に追いやられてしまう傾向がありました。しかし、前節で述べたように、タキオン場の存在は真空の不安定性を意味するだけで、理論の矛盾を導くわけではありません。特に、タキオン場のポテンシャルの形が定まって、正しい真空が求まれば、その周りで摂動論を考えることができます。ここで考えている超弦理論における開弦のタキオンに関しては、幸運なことにその正しい真空における理論がどんな理論かあらかじめ見当がついていました。安定な真空の周りでは不安定モードのない理論になるはずですが、もともと開弦の自由度を付け加える前の超弦理論は安定な理論だったことを思い出すと、タキオン場がポテンシャルの最低点に落ち着いて安定な真空が選ばれた暁には開弦の自由度はなくなって、もとの閉弦だけの理論に戻るだろうと考えるのが自然です。これがいわゆる「Sen の予想」で、これだけ聞くとたいしたことがないように思われるかも知れませんが、結局

この洞察がこの分野の議論を大きく発展させる鍵となったと言えます。[3] そうすると、せっかく開弦の自由度を付け加えて理論を拡張しても、安定な真空を考えるとものの閉弦だけの理論に戻るんだったら、はじめから開弦なんて導入する意味がないのではないかと思われるかも知れません。しかし、そうではないのです。確かに、その真空の周りで摂動論を考える場合には、開弦を導入しなくとも、閉弦だけで閉じた理論になっていると言えますが、この理論の非摂動的な効果を見ようとしたらタキオン場などの開弦から生じる場の配位の全体の情報が必要になります。実際、次節で見るように、このタキオニックな弦理論にはインスタントンやモノポールのようなソリトン解（古典解）が存在し、それが近年、弦理論の非摂動効果に関する理解を一新させる役割を担った D ブレインに他ならないということが分かります。

3 ソリトンとしての D ブレイン

具体的な話をする前に、タキオン場を含むゲージ理論におけるソリトンの分類に関する一般論を少し思い出しておきましょう。

一般に、ゲージ群が G のゲージ理論で、タキオン場が真空期待値を持つことによってゲージ群 G が部分群 H に破れたとき、真空は G/H で張られることとなります。つまり、タキオン場がある値 T_0 のときにポテンシャルの最小値を与えるとすると、この値 T_0 を G の元でゲージ変換した値もポテンシャルの最小値を与えることとなりますが、 G の元のうち H に属するものに関するゲージ変換は T_0 を動かさないで、結局、商空間 G/H の分だけ真空があるということとなります。さて、 d 次元空間 \mathbb{R}^d を考えて、このタキオン場が空間の無限遠の球面 S^{d-1} でポテンシャルの最低点に落ち着いている状況を考えると、そのようなタキオン場の配位は S^{d-1} から G/H への写像を与えます。従って、連続変形で移りあえるものを同一視すると、タキオン場の配位はホモトピー群 $\pi_{d-1}(G/H)$ で分類されることとなります。そして、この群 $\pi_{d-1}(G/H)$ が自明でない元を持てば、それに対応したソリトンが存在するというわけです。特にこの群 $\pi_{d-1}(G/H)$ が整数 \mathbb{Z} と同型である場合は、その整数値がソリトンのトポロジー電荷の値と解釈されます。

超弦理論も表 1 にあるようなゲージ対称性やタキオン場を持つ理論なので、同じ調子でさまざまなソリトンが存在することが分かります。例としてタイプ II B でやりましょう。このとき、表 1 のようにゲージ群は $G = U(N) \times U(N)$ で、タキオン場がポテンシャルの最低点に落ち着くとゲージ群は半分破れて $H = U(N)$ になるので、真空は $G/H \simeq U(N)$ で張られることとなります。10 次元の時空のうち、 $p+1$ 次元方向には一様な配位を考え、残った $d = 9 - p$ 次元空間 \mathbb{R}^{9-p} に関する無限遠の球面 S^{8-p} でタキオン場がポテンシャルの最低点に落ち着いている状況を考えてみましょう。このとき、上の議論を当てはめるとタキオン場の配位は $\pi_{8-p}(U(N))$ で分類されることとなります。この群 $\pi_{8-p}(U(N))$ は N を十分大きく取れば、 N の値によらず一定で、 p が奇数の時には整数 \mathbb{Z} になり、 p が偶数の時には 0 になることが知られています。つまり、 p が奇数の時には $p+1$ 次元方向に広がったソリトンが存在することとなります。これが Dp ブレインと解釈されるわけです。D ブレインは 2 節で触れたように、タキオニックな超弦理論が考えられるようになる以前に、開弦の端が乗れる空間として導入されていました。当初から、超弦理論の双対性との整合性から D ブレインは超弦理論のソリトンであると思われてはいましたが、実際には、新たな自由度として手で付け加えることで実現されていました。これに対して、タキオニックな超弦理論の枠組みで考えると、D ブレインはソリトンとしてこの理論の中に自然に含まれているというわけです。

また、上のゲージ理論の場合の類推から Dp ブレインのチャージがホモトピー群 $\pi_{8-p}(U(N))$ で表されることとなりますが、実はこの群は $K(\mathbb{R}^{9-p})$ と書かれる K 群と同型であることが知られています。より

一般には X という多様体の中に局所化された D ブレインのチャージは $K(X)$ という群で表されることになります。[4] この K 群の詳しい解説は割愛しますが、面白いことに、 K 群の定義そのものに対して D ブレイン上のゲージ場やタキオン場を用いた物理的解釈を与えることができ、それを用いると K 群に関する数学的な結果をそのまま物理に焼き直すことができるようになります。ここで出てきた K 群などを扱う数学理論である K 理論は、まだ超弦理論も生まれていない 1960 年代に数学者によって導入されたものですが、そういう目で改めて K 理論の教科書を見てみると、 D ブレインに関する事柄がたくさん書かれていることが分かります。このようにタキオニックな超弦理論に K 理論のような美しい数学的構造が自然に備わっているということは、この理論を一層魅力的なものにしています。

4 弦理論の新しい定式化へ向けて

前節ではタキオニックな超弦理論を考えれば、 D ブレインがソリトンとして導入されるということを説明しました。したがって、 D ブレインなどの非摂動論的な効果を取り込んだ弦理論の定式化を目指すなら、このようなタキオニックな超弦理論を出発点に考えるのが自然でしょう。そうすると、かつては閉弦だけから構成されると思われていたタイプ II 超弦理論も、閉弦と開弦が共存する系として定式化されると考えられます。ところで、閉弦と開弦の間にはある種の双対性があることが昔から知られており、開弦の場の理論を量子論的にきちんと定式化できたなら、その開弦の自由度だけで閉弦の自由度をも記述できるという可能性があります。[5] もし、そうだとすると、タイプ II の超弦理論も開弦のみの自由度を使った新しい定式化ができると期待されます。残念ながら、超弦理論の弦の場の理論はまだ完全にはうまく定式化できていないので、はっきりしたことはまだ言えませんが、今後の研究の方向性としてはとても面白い可能性だと思います。

また、タキオン場を含む開弦の自由度を non-BPS $D0$ ブレインなどの低次元の不安定な D ブレインを考えることで導入し、それを用いて弦理論を記述しようという試みもなされています。[6] 例えば、タイプ IIB 理論で non-BPS $D0$ ブレインが N 個ある状況を出発点に考えると、開弦の場は N 行 N 列の行列になります。この $D0$ ブレインは空間方向には広がりを持っていないため、空間方向の依存性を持たない行列の理論になります。そうすると、9 次元分の空間依存性がなくなるわけなので、見かけ上、理論を記述する自由度は著しく簡略化されることとなりますが、実はその空間依存性の自由度は行列の成分の中に隠れていて、 $N \rightarrow \infty$ を考えることで、10 次元の理論と同じだけの自由度を再現するようになっています。特に、この行列理論を用いて、あらゆる D ブレインを non-BPS $D0$ ブレインのある種の結合状態として記述することができ、さらにそうした配位を分類すると K 理論的な構造が現われることも示されます。ここでも、行列の中にタキオニックな成分が存在することが本質的な役割を果たします。

このような可能性はボソニック弦理論に対しても言えることで、特に最近、2次元の閉弦理論が non-BPS $D0$ ブレインの上のタキオン場からなる行列の理論で定式化されるという主張がなされ、活発に議論されています。[7] より正確に言うと、2次元の閉弦理論が行列理論で定式化できるという主張はもうかれこれ 10 年以上も前になされていたのですが、この行列が non-BPS $D0$ ブレインの上のタキオン場であるという新たな解釈が与えられ、再び脚光を浴びています。こうした議論が 10次元の超弦理論にも拡張できるかどうかは今後の課題でしょう。

5 宇宙観の変革

さて、これまで考えてきた超弦理論におけるタキオン場の存在を一旦認めると、この超弦理論的な宇宙観がガラリと変わる可能性があります。ただし、これまでの話は、タイプ I、タイプ II の超弦理論に当てはまる話なので、現象論的に最も有望視されているヘテロティック弦理論に対して適用できるかどうかは良く分かりません。一方、最近、我々の住む 4 次元時空が D ブレインの上に実現されているというシナリオが盛んに研究されていますが、そのような可能性を考える場合にはタイプ I、タイプ II の超弦理論を考えることになるので、そのときにはタキオン場が大変重要な役割を演じる可能性があります。ということかという、かつてはタイプ I、タイプ II の超弦理論というのはタキオン場がポテンシャルの最低点に落ちている状況が研究の対象とされてきましたが、宇宙の初期の様子などを考えようとする時、宇宙が始まったときから空間のあらゆる点でずっとタキオン場がポテンシャルの最低点に落ちていると考えるのはとても不自然な状況設定でしょう。むしろ、タキオン場がどこかポテンシャルの中腹あたりから最低点に向かって転がり落ちていく状況を考える方が自然だと思われれます。そうすると、タキオン場の存在は現実的なシナリオを考える上でも本質的に重要になってきます。

少し様子を見るために、次のような作用で与えられるモデルを考えてみましょう。

$$S = - \int d^{p+1}x V(T) \sqrt{-\det(\eta_{\mu\nu} + \partial_\mu T \partial_\nu T)}. \quad (4)$$

ここでタキオンのポテンシャル $V(T)$ は、例えば $V(T) = 1/\cosh(T)$ のように $T \rightarrow \infty$ で指数関数的に $V(T) \rightarrow 0$ となるようなものを考えます。実は、このような簡単な作用で超弦理論におけるタキオン場のダイナミクスをかなりうまく記述できることがいろいろな解析から知られています。[8]

さて、この作用を用いて、タキオン場がポテンシャルの山を転がり落ちる様子を調べてみましょう。(図 1) 簡単のため、タキオン場 T は空間的に一様であるとして、作用 (4) からエネルギー運動量テンソルを

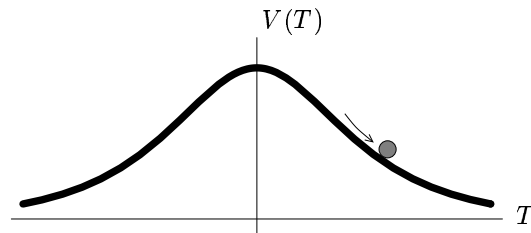


図 1: 転がり落ちるタキオン場

求めると、ゼロでない成分は

$$\rho \equiv T_{00} = V(T) / \sqrt{1 - \dot{T}^2}, \quad (5)$$

$$p_i \equiv T_{ii} = -V(T) \sqrt{1 - \dot{T}^2}, \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (6)$$

のようになります。ここで ρ はエネルギー密度、 p_i は x^i 方向の圧力を表します。タキオン場がポテンシャルの最低点に向かって転がっていくと $V(T)$ がゼロに近づいていくことになります。そのとき、エネルギー保存則より、式 (5) で与えられるエネルギー密度 ρ が一定であることを思い出すと、時間がたつに従って \dot{T}^2 が 1 に近づいていくことが分かります。そうすると、式 (6) によって圧力はゼロになり、ダストとして振舞うことが分かります。こうしてできたダストはタキオンマターと呼ばれています。[8]

この系に重力場を結合させて時空の時間発展を考えると、タキオン場がポテンシャルの頂上付近から転がり始めるころ ($\dot{T} \simeq 0$ のとき) には正の宇宙項がある状況になるのでインフレーションが起こり、そして、十分に時間が経つと上で見たようにダストがある状況になって減速膨張に転じることが分かります。このようにして (4) の作用を用いて現実的なインフレーションを引き起こすことができるかどうかや、ここで出てきたタキオンマターがダークマターの候補になりうるかどうかなどの議論がなされました。[9] 今のところ、結論はやや否定的であるようですが、まだこの世界がどのような形で弦理論の中に実現されているのかも良く分からない状況なので、このアイデアが完全に放棄されたものとするのは早計でしょう。むしろ、超弦理論がインフレーションの種となり得る仕組みを自然に含んでいたことは、何か深遠なことを物語っていると考えるべきではないでしょうか。

6 おわりに

タイプ I やタイプ II の超弦理論は、かつてはタキオンが存在しない弦理論であると思われていましたが、実はタキオン場を含む開弦の自由度を加えることができ、むしろそうした自由度を取り入れたより大きな枠組みで捉えるべきであるということを説明してきました。

このタキオニックな枠組みを出発点に考えると、これらの超弦理論でこれまで見えなかった様々な可能性が見えてきます。ただし、こうした理論を場の理論としてきちんと定式化することすらもまだ完全にはできておらず、D ブレインの生成消滅などを扱える超弦理論の大まかな枠組みがようやく見えてきた段階であると言えるでしょう。特に、これまでの解析の多くはまだ古典的な解析にとどまっており、今後は量子論的な効果に関する研究が必要になってくると思われれます。例えば、タキオニックな超弦理論における双対性、M 理論との関係などまだまだ理解されていないことはいろいろあります。

また、超弦理論を用いて宇宙初期に迫ろうと考えるなら、背後に隠れていたタキオニックな超弦理論の枠組みが本質的に重要になってくる可能性もあり、こうした問題への理解を深めることが重要であることは明らかだと思います。今後の発展がとても楽しみです。

参考文献

- [1] P. Horava: Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1999) 1373.
- [2] 例えば、T. Yoneya: hep-th/0109058 とそこに挙げられた参考文献を見よ。
- [3] 提唱者自身による講義録は A. Sen: hep-th/9904207.
- [4] E. Witten: JHEP **0005** (2000) 032.
- [5] この話題に関する最近の議論として、京都で行われた国際会議 Strings 2003 における A. Sen のトークが面白い。
<http://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~str2003/talks/sen.pdf>
- [6] T. Asakawa, S. Sugimoto and S. Terashima: JHEP **0203** (2002) 034; JHEP **0302** (2003) 011; hep-th/0305006.

- [7] J. McGreevy and H. Verlinde: hep-th/0304224;
I. R. Klebanov, J. Maldacena and N. Seiberg: hep-th/0305159.
- [8] A. Sen: JHEP **0204** (2002) 048; JHEP **0207** (2002) 065; Mod. Phys. Lett. **A17** (2002) 1797.
- [9] レビューとして例えば G. W. Gibbons: Class. Quant. Grav. **20** (2003) S321.

Superstring and Tachyon

Shigeki Sugimoto

abstract: Recent study of unstable D-brane systems in superstring theory suggests that we can enlarge the formulation of the superstring theory to include open string tachyon fields. In this tachyonic superstring theory, D-branes naturally appear as solitonic solutions and stable D-branes are classified by homotopy group (or K-group) whose elements are represented as tachyon configurations. We also make some comments about a tachyonic matrix theory which is supposed to be equivalent to the ten dimensional tachyonic superstring theory. Finally, we summarize some of the features of a dynamical solution of the system in which the tachyon field rolls down the potential hill. It could play an important role in the early universe.