# 行列模型と不安定なDブレインの量子力学

高柳　匡　〈Jefferson Physical Laboratory, Harvard University　Cambridge, MA 02138, U.S.A.　e-mail: takayan@fas.harvard.edu〉

最近，2次元の時空を記述する弦理論と行列模型の双対性における不安定なDブレインを用いた新しい解釈が見つかり，盛んに研究がなされている．この発見は超弦理論の非摂動的な理解につながる新しい視点を与える．本稿では，その最近の進展について紹介し，その考え方を応用した2次元のタイプ0超弦理論の行列模型の構成について述べたい．

## 1. はじめに

弦理論の最も重要な目的は，量子重力の完全な記述であるが，例えば現実世界と比較する上でも最も基本的な10次元の時空*1を記述する超弦理論において，量子重力の効果を系統的に調べるのは現在のところ容易ではない．そこで，低次元の時空（2次元以下あればよいが，以下では2次元の場合を考える）を記述する，いわゆる非臨界弦理論を弦理論の簡単化された模型とみなして，例えばブラックホールのホーキング輻射のような，量子重力の性質を調べることは大変有意義であると考えられる．この理由は，この弦理論は，時空が2次元で簡単化されているおかげで，行列模型（$c=1$ 行列模型と呼ばれる）を用いて厳密に解くことができるからである．[1,2] 具体的には，散乱振幅などの物理量を，重力の結合定数に関しても，弦理論特有の補正項もすべてのオーダーで計算することが可能である．

この2次元弦理論と等価な行列模型は，サイズ $N$ のエルミート行列 $\Phi$ に対する量子力学として次のような単純な作用で定義される．

$$S=\frac{1}{2\hbar}\int dt\,\mathrm{Tr}\,[\dot{\Phi}^2-U(\Phi)]\,. \tag{1}$$

ここで，ポテンシャルは $U(\Phi)=-\Phi^2-g\Phi^3$ で与える形をしている．直感的にはこの対応を，次のように理解できる．もともと弦理論では，最も基本的な物質の単位として通常の粒子の代わりに空間的に広がりのある弦（ストリング）を考える．粒子の伝播を表すファインマン図形の代わりに，弦の伝播を表すリーマン面（世界面と呼ぶ）を考え，各トポロジーごとに足し上げて散乱振幅を定義する．一方，行列模型を摂動計算のファインマン図形で表すと，3点相互作用（式(1)参照）の頂点を二重線のプロパゲーターでつないだ図形が得られる．さらに，頂点をそれを取り囲む三角形で置き換える，つまり双対な図形を考えると，図1のように2次元面全体を三角形で分割したことになっている．これによって，それぞれのファインマン図形は，リーマン面の三角形分割による近似（離散化）とみなすことができ，その和をとると弦理論の世界面の足し上げに相当する（図1参照）．滑らかなリーマン面を得るために，最終的に行列サイズ $N$ は無限大にとる．

このように2次元の弦理論は，行列の量子力学系という簡単な物理系と等価である．これらの事実は10年以上も前から知られ数多くの研究がなされてきていたが，この弦理論と行列模型の対応は数学的な等価性として主に理解されてきた．しかしながら，最近，行列模型の物理的かつ直接的な理解が，弦理論における重要なソリトンであるDブレイン*2を用いて与えられた．[3] 一般にDブレインには開弦が付着できるが，無限個のDブレイン粒子（D0ブレイン）の系を考えて，その開弦の理論を考えると，前述の行列模型になっているという主張である．

この行列模型の新しい解釈はとても有用で，逆にこれまで議論されてきたボソン的弦理論以外の，より興味のある弦理論に対する新しい行列模型を構成するときに指導原理となりえる．実際，この考え方を用いて，タイプ0超弦理論に対する行列模型が著者らの手によって構成された．[4,5] この場合は，世界面に超対称性があるのでポテンシャルが

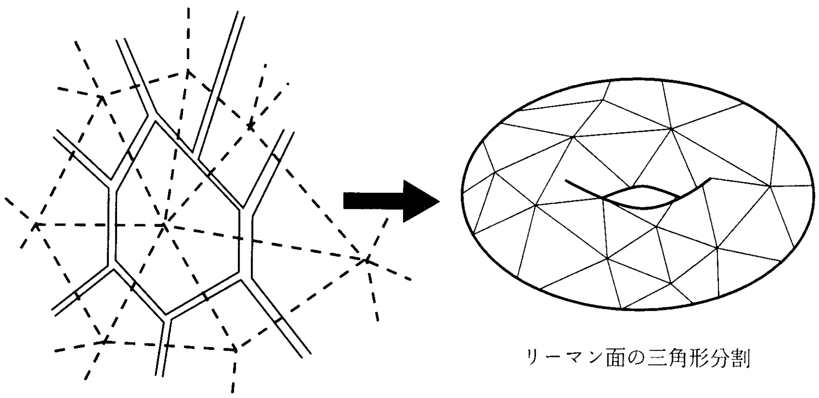


図1　行列模型のファインマン図形と世界面の離散化（三角形分割）．

*1 標準的な超弦理論の解釈では，時空を現実の4次元ミンコフスキー空間と6次元の内部空間の直積と考え，全体で10次元と考える．これは通常の超弦理論では，理論の無矛盾性から，時空が10次元であることが要求されるからである．同様にボゾン的弦理論は全体で26次元となる．

*2 Dブレインとは，膜のように広がった構造をもつ弦理論におけるソリトンで，開弦が付着することのできる物体である．特に，D$p$ ブレインというと，空間 $p$ 次元に広がったものを指す．

左右対称になる．そのおかげで，ボソン的弦理論には存在していたトンネル効果による不安定性がなくなり，完全に安定な理論になる．これにより，非摂動効果を含めて厳密に解くことができる安定な2次元量子重力の模型が構成されたことになる．

## 2. 行列模型と不安定なDブレイン

最も基本的なボソン的弦理論は26次元の時空を記述するが，タキオン場が存在し不安定である．しかし，重力の結合定数の空間座標への依存性を許容して定義する2次元時空のボソン的弦理論では，タキオン場は無質量のスカラー場に変わり，摂動的に安定である．物理的自由度は重力場と結合するこのスカラー場のみで，通常の弦理論に出てくる無限個の有質量の場はこの場合存在しない．この弦理論は，既述のように$c=1$行列模型(1)と等価であることがよく知られている.[1] この関係を理解するために，まず行列模型の性質を少し詳しく見てみる．

行列模型を解くとき，$U(N)$の対称性群に関して不変な状態(一重項)のみを取り出す，つまり，エルミート行列$\Phi$を対角化してその$N$個の固有値$\phi_i$ $(i=1, 2, \cdots, N)$を力学変数とする量子力学を考える．その結果，行列模型は，ポテンシャルが$U(\phi)$で与えられる量子力学系における$N$個の自由粒子で記述される．このとき，行列の経路積分の測度部分から，有効的に固有値が相互に反発する力が生じてしまう．これによって，$N$個の固有値はフェルミオンに変わる．つまり，この行列模型はポテンシャル$U(\phi)$の中を動く，$N$個の自由フェルミオンという非常に簡単な系と等価である．したがって基底状態は，図2の左図のようにフェルミオンがポテンシャルのくぼみに集まったものとなる．

行列模型は，弦理論の世界面の離散化を実現するが，実際の弦理論に対応する滑らかな世界面を得るには，$N$を無限大にする極限をとる必要がある．これは，ダブルスケーリング極限と呼ばれていて，プランク定数$\hbar$や，ポテンシャルの頂上とフェルミ面とのエネルギー差$\Delta E$を$\hbar \cdot N=1$, $\Delta E \cdot N=\mu$のようにスケールさせる．$\mu$が極限後の新しいフェルミエネルギーであり，以下で重要である．このダブルスケーリング極限は，ポテンシャルの頂上付近を無限に拡大し，もともと有限の大きさであったフェルミ面は図2の右図のように無限に左側に広がる．同時に，ポテンシャルの3次の項は2次の項に比べて無視できるようになり，調和振動子の逆の形となり厳密に解ける模型となる．

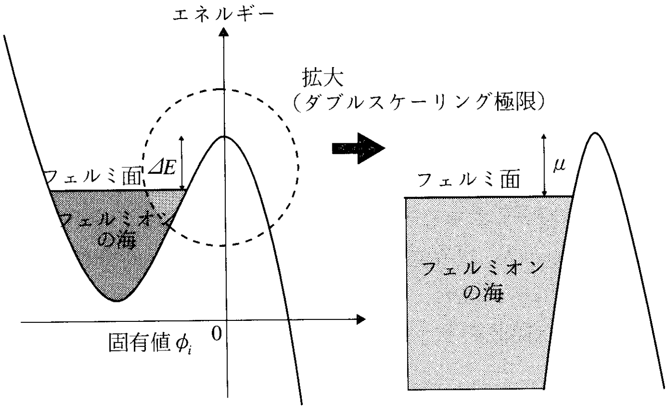


図2 行列模型のポテンシャル中の無限個のフェルミオン(左図)と，そのダブルスケーリング極限(右図)．

それでは，弦理論によって記述される2次元時空が，行列模型ではどのように表されるか考えよう．当然，2次元時空の時間は行列模型の時間に対応するが，弦理論の空間方向が，空間方向の存在しない行列模型の立場でどのように実現されるかは非自明である．実際，後者が無限個の粒子の系であるのが重要で，それによって無限に広がったフェルミ面が，無限に長い空間方向を表すことが分かる．弦理論側の唯一の物理的な場は，質量ゼロのスカラー場であるが，行列模型において，これはフェルミ面上の波状の励起に対応する．具体的には，散乱振幅を弦理論と行列模型で独立に計算して比較すると両者が一致することで対応が確かめられる．一般にそのような物理量を求めると，$\mu^{-2}$のべき級数の形で表すことができるが，これは弦理論側では重力の結合定数$(g_s)^2$に関する展開に対応する．

このようにして，弦理論の記述する2次元の時空が，1次元の理論である行列模型から力学的に等価に構成されることが分かる．これは，重力理論は1次元低いゲージ理論のような非重力理論と等価に記述できるとする，いわゆるホログラフィーの好例になっていると考えられる．このホログラフィーという考え方はもともとブラックホールのエントロピーが，体積ではなく(地平線の)面積に比例することから見出されたが,[6] 弦理論では，AdS/CFT対応[7]としてよく知られているように，Dブレイン上の開弦の理論とそれが源として作り出す曲がった背景における閉弦との双対性とみなされる．

前述のように，閉弦の場は，フェルミ面上の波，つまりフェルミオンとそのホールの組み合わせとみなせるが，それではフェルミオンそれ自体はいったい弦理論側では何に対応するのだろうか？ これに対する答えは最近，マックグリービー(Mcgreevy)とフェアリンデ(Verlinde)によって提唱された.[3] 前述のホログラフィーの考え方からすると，行列模型をDブレインの理論と同一視するのが自然である．一般に$N$個のDブレイン上の開弦の場は，Chan-Paton因子の自由度によってサイズ$N$の行列になる．また，ポテンシャル(図2)の頂上が不安定点であることから，タキオン場が存在するはずで，Dブレインは不安定と考えられる．言い換えると，行列のそれぞれの固有値つまりフェルミオンは，不安定なDブレインと解釈されるのである．

実際，この2次元弦理論において空間方向に局在するDブレイン粒子（ZZブレイン[8]と呼ばれる）を考えると，存在する物理的場はタキオン場とゲージ場のみであることが分かる．ポテンシャル$U(\phi)$はDブレイン上のタキオンポテンシャルとみなされる．また$U(N)$ゲージ場は，積分すると$U(N)$で不変な状態のみを取り出すことになり，前述の一重項の仮定が自然に説明できる．まとめると，行列模型(1)は多数の不安定なDブレイン粒子の力学を記述し，その系自体が，2次元時空を構成しているのである．

フェルミ面より上にさらにフェルミオンを付け加えるのは，励起状態に対応する．例えば，ポテンシャルの頂上に1つフェルミオンを置くと，不安定ではあるが静的な状態が得られる．これは，Dブレインを，2次元時空に1つ加えた状態に対応する（図3参照）．また，フェルミオンを頂上とフェルミ面の間に置くこともできるが，この場合はポテンシャルによる力によって，固有値は，古典的軌道$\phi(t)=\sqrt{2\mu}\,\sin(\pi\lambda)\cosh(t)$に沿って動く（図3参照）．$\lambda$は軌道を指定するパラメーターである．前述の静的なDブレインは$\lambda=0$に対応する．固有値$\phi$は，Dブレイン上のタキオン場とみなされるので，一般に$\lambda\neq0$のときは，不安定なDブレインがタキオン凝縮を起こして崩壊したり生成されたりする過程とみなされる．[9] 結果だけを書くと，1つの不安定なDブレイン上に時間に依存するタキオン場$T(t)=\lambda\cosh(t)$が存在する状態が，前述の古典軌道に対応する．[10] この対応関係は，具体的に両者の持つエネルギーを比較することで確かめられる．

不安定なDブレインの崩壊で重要な物理現象は閉弦の放出である．行列模型において，これは2次元での無質量のフェルミ場$\Psi$とボソン場$S$の等価性を用いて，$\Psi=e^{iS}$と表すことができる．[10] このとき左辺のフェルミ場は，1つの崩壊するDブレインを表し，右辺のスカラー場$S$はフェルミ面のゆらぎ，つまりDブレインの崩壊によって放出された閉弦の場を表す．またこの式は，Dブレインは閉弦のソリトンであることを明白に示している．一方，弦理論側では，同様の計算は，摂動論が破綻するので困難である．このように行列模型による記述は，結合定数が小さくない場合にも適用できるので，Dブレインの崩壊といった非摂動的な現象をうまく議論できるという利点がある．

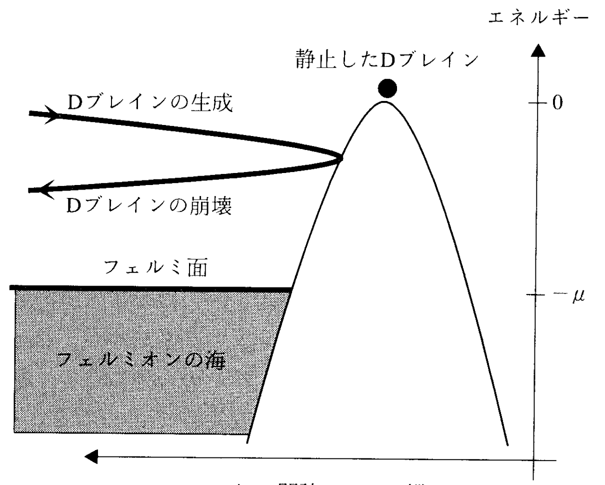


図3 固有値（フェルミオン）の古典軌道と不安定なDブレインの崩壊．

## 3. タイプ0理論の行列模型の構成

今まで議論したように，2次元を時空とするボゾン的弦理論は，摂動展開の各項を行列模型から比較的容易に求めることができる．弦理論の立場で高い次数を計算するのはとても大変なので，この事実は非常に便利である．しかし，例えば自由エネルギーを各次数で求めて足し上げると発散してしまう（つまり漸近級数にすぎない）ことが分かる．こうなるのは，場の理論でよくあるように，非摂動的効果を無視しているからである．具体的には非摂動項を摂動項の振舞から見積もると$\sim e^{-\mu}$となる．$\mu$は弦理論の結合定数の逆数$g_s^{-1}$に対応するが，これはちょうど時間を含むすべての方向に局在したDブレイン，つまりDインスタントンの作用とみなせる．よって，非摂動項はDインスタントンの寄与によるものと考えられる．実際，Dブレインが発見された際に，この事実はDブレインが弦理論に存在する証拠として重要な役割を果たしている．[11] この非摂動効果は行列模型側では前述の等価なフェルミオンの量子力学におけるトンネル効果とみなされる．逆調和振動子において左側にいるフェルミオン1つが右側にトンネル効果で移動する．今まで議論した行列模型は左側にのみフェルミオンが存在するのでトンネル効果で不安定である（図3）．つまり2次元ボソン的弦理論はDインスタントンの効果によって非摂動に不安定なのである．

もともと行列模型を考える大きな動機は弦理論を非摂動的に定義することであったので，この事実はうれしくないことである．そこで，違う弦理論を考えることで状況を改善できないだろうか．安定な背景を構成するために，一番先に思いつくことは，頻繁に用いられる10次元のタイプII超弦理論のように，時空の超対称性[*3]のある背景を考えることであるが，残念ながら2次元では時空に超対称性が存在する超弦理論を構成することは難しい．そこで，もう1つの超弦理論であるタイプ0理論を考えてみる．[4,5] この理論では，世界面には超対称性があるが，時空には超対称性がない．また，最も基本的な10次元におけるタイプ0理論には閉弦のタキオン場が生じてしまい不安定になり，

[*3] 超対称性とはボソンとフェルミオンを入れ替える対称性のことで，この対称性があると，一般に零点エネルギーが相殺し，量子論的に安定な理論となる．

これが現在に至るまでタイプ0理論があまり議論されてこなかった理由である．しかし，2次元時空のタイプ0理論ではタキオン場は質量ゼロのスカラー場に変わるので安定である．細かく言うと，タイプ0理論には，T双対性で移りあうタイプ0Bとタイプ0Aという2種類の理論が存在する．0B理論における物理的な場は，前述の（NSNSセクターの）スカラー場と（RRセクターの）アクシオン場である．つまり2つの無質量スカラー場が存在する．また0A理論では，スカラー場と2種のRRゲージ場が存在する．

さて，それでは行列模型によるこれらの理論の記述を考える．ボソン的弦理論においてしたように，ホログラフィーの考え方を用いて，まず0Bの場合のDブレイン上の理論を調べる．空間方向に局在したDブレイン[12]を考えると，ボソン的弦理論のときと同様，開弦の場としてタキオン場が生じる．これは，一般的に超弦理論で非BPSなDブレインと呼ばれているものである．この不安定なDブレイン粒子を$N$個考えたものが行列模型とみなすと，前と同じ形の作用(1)が得られる．しかしながら，1つ重要な違いがある．今の場合は世界面に超対称性があるので，世界面上にフェルミオンが存在するが，そのとき，フェルミオンの符号を変える変換で理論が不変になる．これをDブレイン上の場の立場で見ると，$\phi$を$-\phi$に変える変換である．したがって，タキオンポテンシャル$U(\phi)$が左右対称$U(\phi)=U(-\phi)$となる．この場合，基底状態ではフェルミ面も図4のように左右対称になるはずである．したがって，トンネル効果による不安定性はこの場合なくなる．つまり2次元タイプ0B理論は左右対称のポテンシャルを持つ行列量子力学で記述され，非摂動効果で安定である．

2つのフェルミ面には，左右対称なものと反対称な波の励起が存在し，それぞれ弦理論側のNSNSとRRセクターのスカラー場にちょうど対応する．左右のフェルミエネルギーをずらすことはRR場を凝縮させた背景に対応する．RR場の背景を弦理論の立場で計算するのは現在でもほとんどの場合技術的に困難である．しかしながら，行列模型の立場では散乱振幅などを簡単に厳密に求めることができる．またRR場がない背景では，散乱振幅の計算を，弦理論と行列模型で行って比較することができ，両者は一致することが確かめられる．[4,5]

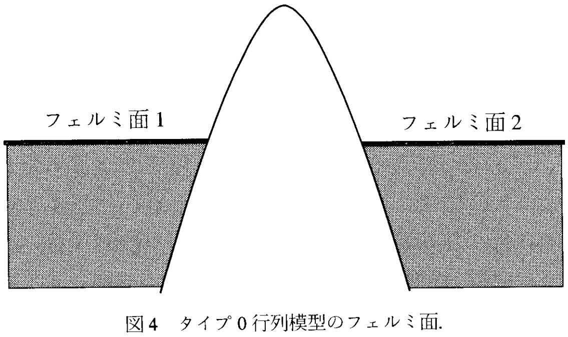

図4　タイプ0行列模型のフェルミ面．

一方，タイプ0Aの場合は，Dブレイン粒子にタキオンが存在しないので，行列模型を作るには，Dブレインとそれと逆のRR電荷を持つ反ブレインの両方を含む系を考える必要がある．[4,5] この場合はタキオン場が複素行列になるので，複素行列模型が得られる．RR場はブレインと反ブレインの数の差として表され，[5] 行列模型自体はジェビキ(Jevicki)–米谷模型[13]と等価になり，厳密に解ける．[14] 一方，タイプ0Aの低エネルギー重力理論の基底状態は，RR場が存在するときは2次元時空における電荷を帯びたブラックホールになることが著者らの研究によって分かった．[15,16] したがって量子論的なブラックホールを記述する行列模型が得られたことになり大変興味深い．

## 4. おわりに

本稿では，2次元弦理論と双対な$c=1$行列模型の不安定なDブレインを用いた最近の解釈について説明し，その考え方を用いて新しい行列模型を2次元のタイプ0超弦理論に対して構成する，という我々の研究を紹介した．タイプ0行列模型の従来の行列模型にない新しい特徴として，(1)非摂動的安定性，(2) RR場の背景の記述が可能，などが挙げられる．2次元の超弦理論は次元が低いため，単純化された模型の域を脱しえないが，非摂動的に量子重力の計算が可能であり，かつ力学的な自由度が存在するとても貴重な例である．実際，ブラックホールのように興味深い重力現象も2次元に存在する．[17] また，崩壊するDブレインのように時間に依存した過程も，行列模型を使うことで非摂動的に記述できる．これらのさらなる解析は，超弦理論を現実世界に適用する際の宇宙論的考察や，ブラックホールなどの量子重力的現象の弦理論的理解に役立つものと期待される．

### 参考文献

1) D. J. Gross and N. Miljkovic: Phys. Lett. B **238** (1990) 217. E. Brezin, V. A. Kazakov and A. B. Zamolodchikov: Nucl. Phys. B **338** (1990) 763. P. Ginsparg and J. Zinn-Justin: Phys. Lett. B **240** (1990) 333.
2) $c=1$行列模型の詳しい教訓的な解説としては，例えば，I. R. Klebanov: hep-th/9108019や，J. Polchinski: hep-th/9411028などがある．
3) J. Mcgreevy and H. Verlinde: J. High Energy Phys. **0312** (2003) 054.
4) T. Takayanagi and N. Toumbas: J. High Energy Phys. **0307** (2003) 064.
5) M. Douglas, I. R. Klebanov, D. Kutasov, J. Maldacena, E. Martinec and N. Seiberg: hep-th/ 0307195.
6) G. T. 't Hooft: gr-qc/9310026. L. Susskind: J. Math. Phys. **36** (1995) 6377.
7) AdS/CFT対応のレビューとしては，O. Aharony, S. Gubser, J. Maldacena, H. Ooguri and Y. Oz: Phys. Rep. **323** (2000) 183や，今村洋介:「重力でゲージ論を調べる」日本物理学会誌 **55** (2000) 188. 江口徹:「ゲージ理論と重力理論の双対性」数理科学 No. 466 (2002) 4月号などを参照．

8) A. B. Zamolodchikov and A. B. Zamolodchikov: hep-th/0101152.
9) 不安定なDブレイン上のタキオン凝縮に関するレビューとしては，A. Sen: hep-th/9904207や，杉本茂樹：「超弦理論とタキオン」日本物理学会誌 **58** (2001) 903などを参照.
10) I. R. Klebanov, J. Maldacena and N. Seiberg: J. High Energy Phys. **0307** (2003) 045.
11) J. Polchinski: Phys. Rev. D **50** (1994) 6041.
12) T. Fukuda and K. Hosomichi: Nucl. Phys. B **635** (2002) 215. C. Ahn, C. Rim and M. Stanishkov: *ibid*. **636** (2002) 497. レビューとして，細道和夫：「境界のあるリウビル場の理論」日本物理学会誌 **57** (2002) 900参照.
13) A. Jevicki and T. Yoneya: Nucl. Phys. B **411** (1994) 64.
14) A. Kapustin: J. High Energy Phys. **0406** (2004) 024.
15) U. H. Danielsson: J. High Energy Phys. **0402** (2004) 067.
16) S. Gukov, T. Takayanagi and N. Toumbas: J. High Energy Phys. **0403** (2004) 017.
17) E. Witten: Phys. Rev. D **44** (1991) 314.



(2004年7月20日原稿受付)


**Matrix Models and Quantum Mechanics of Unstable D-Branes**


**Tadashi Takayanagi**



abstract: Recently, a novel interpretation on the duality between two dimensional string theory and the matrix model was obtained from the dynamics of unstable D-branes. This will give us a very intriguing viewpoint on non-perturbative aspects of string theory. Here, after we review these progresses, we would like to explain our construction of a matrix model dual of type 0 string in two dimension.


最近の研究から

# 電子線によるラムダハイパー核分光実験のはじまり


藤井　優　〈東北大学大学院理学研究科物理学専攻　980-8578 仙台市青葉区荒巻字青葉　e-mail: fujii@lambda.phys.tohoku.ac.jp〉
三好敏喜　〈東北大学大学院理学研究科物理学専攻　980-8578 仙台市青葉区荒巻字青葉　e-mail: miyoshi@lambda.phys.tohoku.ac.jp〉
橋本　治　〈東北大学大学院理学研究科物理学専攻　980-8578 仙台市青葉区荒巻字青葉　e-mail: hashimot@lambda.phys.tohoku.ac.jp〉



電子線によるストレンジネス生成反応はラムダハイパー核分光研究において優れた特徴を持つ．我々は米国ジェファーソン研究所において，高エネルギー大強度連続電子線を用いた初めてのラムダハイパー核分光実験に成功した．本稿ではその実験の概要と今後の展望について紹介する．


## 1. ラムダハイパー核分光の意義

陽子と中性子に加えて，ストレンジネス量子数を持つ重粒子であるハイペロン（ラムダ，シグマ等）が束縛された原子核をハイパー核と呼ぶ．ハイペロンをプローブとすると，u, dクォークだけでなくsクォークまでも含む新しい原子核構造，ハドロン多体系としての物質形態を研究することが可能となる．また，拡張された核力としての重粒子間相互作用の解明に重要なデータも得られる．

最近のハイパー核研究の進展はめざましいものがあるが，その中でも大きな進歩を遂げているものにラムダハイパー核分光研究がある．反応により生成されるラムダハイパー核の励起エネルギーは，多くの場合，核子放出の閾値エネルギーより大きい．そのため，ラムダハイパー核状態は強い相互作用を通じて大きな崩壊幅を持ち，分光学的研究は困難と思われるかもしれない．ところが，核子にとって異種のフェルミ粒子であるラムダ粒子の束縛系は，ラムダと核子の間の相互作用が核子同士間に比べ弱く，また核子との反対称化が必要とされないことに起因して，その崩壊幅はたかだか数百keVであると理論的に予想されている．同程度の励起エネルギーを持つ原子核深部空孔状態が数MeV以上の崩壊幅を持つこととは対照的である．このように幅の狭いラムダハイパー核状態が存在することは，その分光学的研究が有効であることと同時に，質量分解能数百keVの分光研究が重要であることを示している．

ハイパー核分光実験は，過去30年にわたって，主として高エネルギー陽子シンクロトロン(PS)で得られるπ中間子やK中間子ビームを用いて行われてきた．近年では，高エネルギー加速器研究機構(KEK) 12 GeV PSに建設された超伝導K中間子スペクトロメータ(SKS)を駆使して，$(\pi^+, K^+)$反応によるラムダハイパー核研究が進められてきた．その中で，広い質量数領域において1.5–2 MeV (FWHM)の高分解能で質量スペクトルが観測され，軽いハイパー核の構造やラムダ粒子が原子核内で感じる平均場を引き出すことに成功している.[1] さらに，ゲルマニウム