

日本物理学会大阪支部「ホーキングの夢を追う」
公開シンポジウム 2018年12月23日@大阪府立大学 I-siteなんば

ブラックホールから生まれた ホログラフィー原理

高柳 匡

京都大学基礎物理学研究所



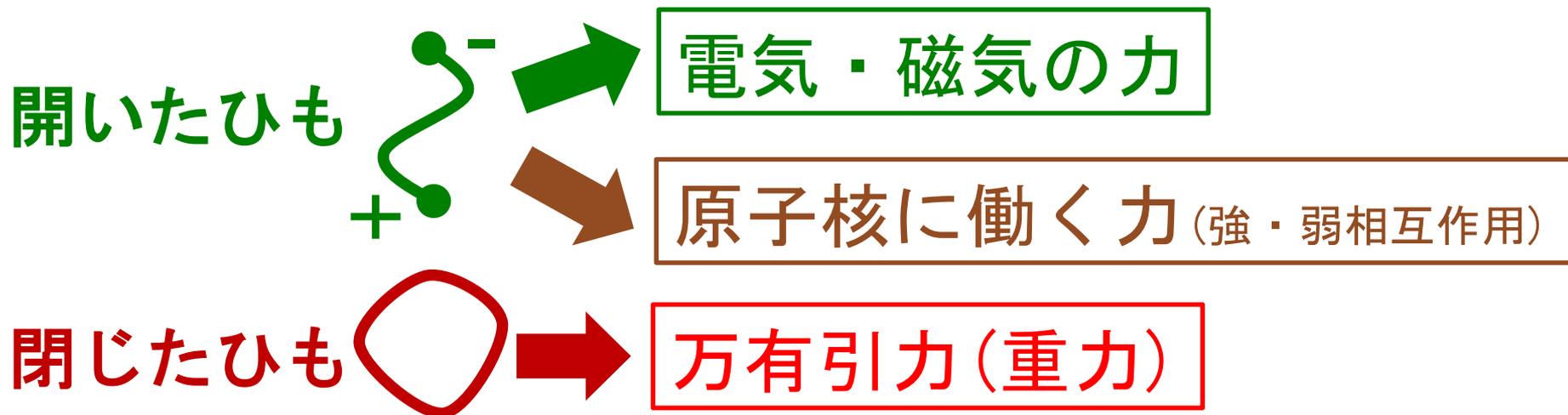
内容

- ①はじめに
- ②ブラックホールに隠れた情報
- ③ホログラフィー原理
- ④量子もつれとは？
- ⑤量子ビットから宇宙が生まれる？
- ⑥おわりに

① はじめに

自然界の力や素粒子(物質を構成する最小単位)を、一つの自然法則にまとめたい!

このような理論の代表例が「ひも理論」:
物質の最小単位は粒子ではなく「ひも(弦)」



でも、ひも理論は本当に正しいのだろうか？

正しい物理理論 ⇒ 物理現象を正しく説明する

しかし、現状では実験施設(加速器など)によるひも理論の検証は現実的とは思えない。



そこで、ひも理論を用いて初めて説明できるような物理現象を探そう！

➡ **ブラックホールの物理に着目する！**
(ひも理論の良い「(思考)実験室」)



ホーキング博士の多大な研究業績が基礎となる！



例えば、ブラックホールのエントロピー公式
[ベッケンシュタイン・ホーキング公式 1971-75]

⇒40年以上経過する現在でも、ひも理論の最先端。
未だに完全な理解はなく、逆に最新の研究成果の源！

⇒ 物理学の「オーパーツ(時代錯誤遺物)」的存在！



ナスカの地上絵
(ペルー)



アンティキティラ島の機械 (ギリシャ)

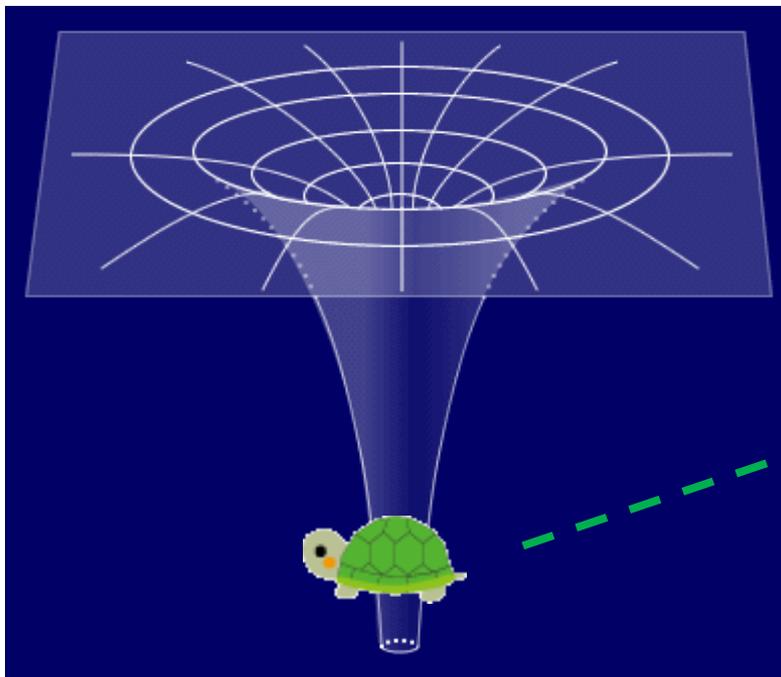


与那国島海底遺跡？

②ブラックホールに隠れた情報

(2-1) ブラックホールのエントロピー

星が重力崩壊してブラックホールが形成される過程で、もとの星の情報は外から見えなくなる。



物理では、そのような「隠れて見えない情報」の量をエントロピー（ S と書く）と呼ぶ：

$$S = \log W.$$

W =識別できないミクロな状態の数

例：コインが2枚ある場合、それぞれ裏か表の状態があるので、 $W=2 \times 2=4$ となり、 $S=\log 4$ である。

このような動機で、
ベッケンシュタインやホーキングは、
ブラックホールはエントロピーを持つと予想し
次の有名な公式が発見された[1971-75]：

$$S_{BH} = \frac{c^3}{\hbar} \times \frac{A}{4G_N}$$

A : ブラックホールの面積 (→ 幾何学)

G_N : ニュートン定数(→ 重力、一般相対性理論)

\hbar : プランク定数(→ 量子力学)

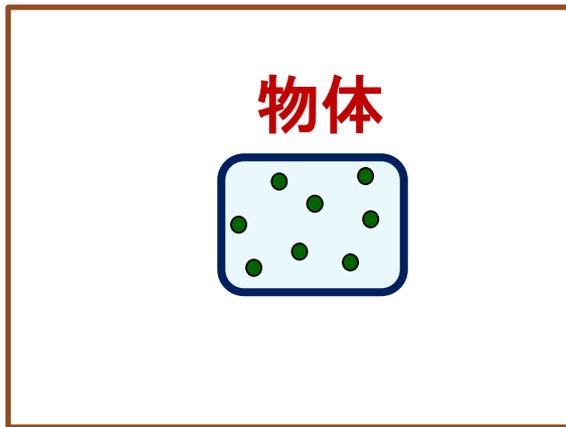
つまりブラックホールのエントロピーは、
体積ではなく、面積に比例する！

通常物質の熱力学では、エントロピーや
エネルギーは、常に体積に比例するので、
とても不思議である！

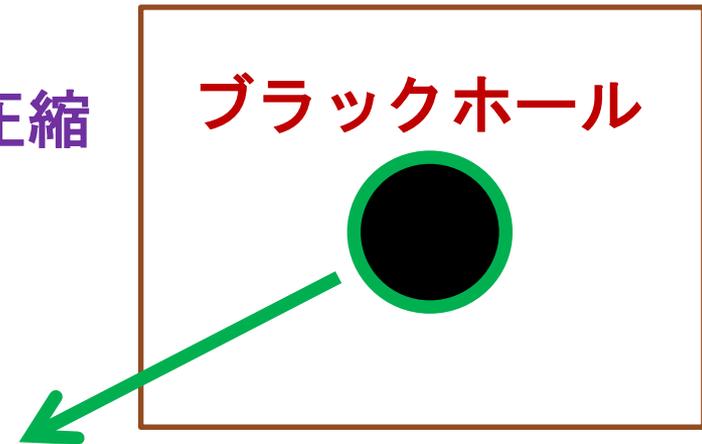
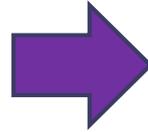
➡ ブラックホールの持っている自由度は、
見た目よりも一次元低い！

「ホログラフィー原理」へと発展する。

[トフーフト 1993, サスキンド 1994]



サイズを圧縮



ブラックホールの情報は、
すべて表面蓄えられている。

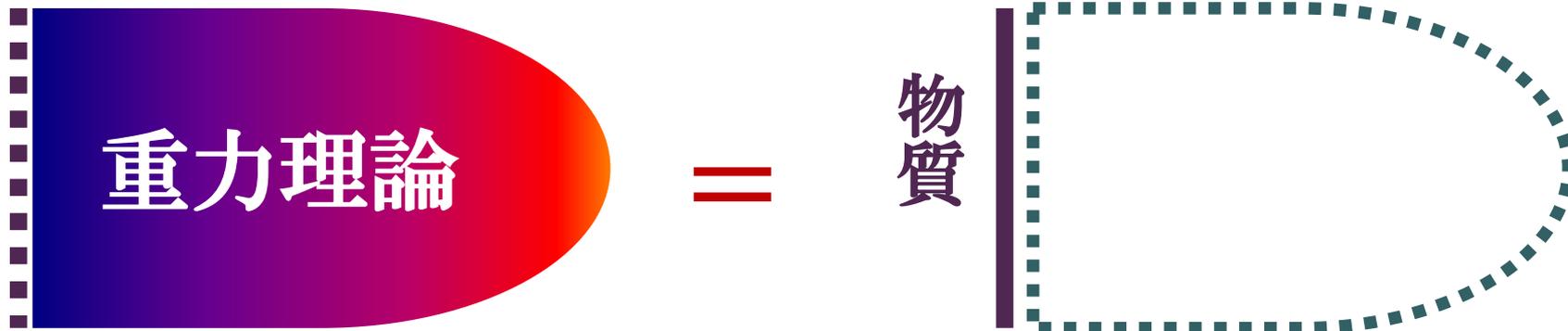
2次元面から、3次元立体画像
を再現する「ホログラム」と
似ている（しかし原理は異なる）



このように重力理論では、自由度が1次元低く見える。この現象を重力の本質と捉えて、原理とみなしたものを**ホログラフィー原理**と呼ぶ。

ホログラフィー原理

重力理論 = 境界上の**物質**の理論



(2-2) ブラックホールは蒸発する？

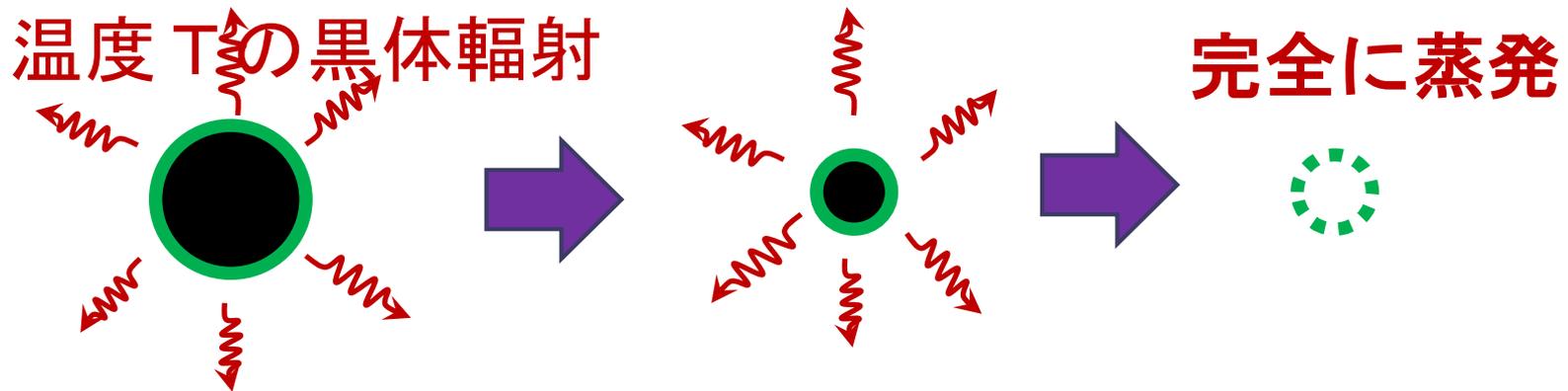
ブラックホールには、エントロピーがあることから予想されるように、熱力学と類似した性質がある。これを**ブラックホールの熱力学**と呼ぶ。

温度	T	↔	表面の重力の強さ
エネルギー	E	↔	ブラックホールの質量
エントロピー	S	↔	ブラックホールの表面積

熱力学で知られる法則もブラックホールに対して成り立つ。（例えば第一法則： $T \Delta S (=Q) = \Delta E$ ）

ブラックホールは、温度を持っているので、
実は電磁波 (=光) を放射する (ホーキング放射) 。

注) 一般相対論 (古典論) では、ブラックホールからは光すら抜け出せないが、この放射は量子効果で起こる。



では、ブラックホール中の情報はどこに行ったのだろうか？ (量子力学のユニタリー性と矛盾)

➡ ブラックホールの情報損失のパラドクス!

③ホログラフィー原理

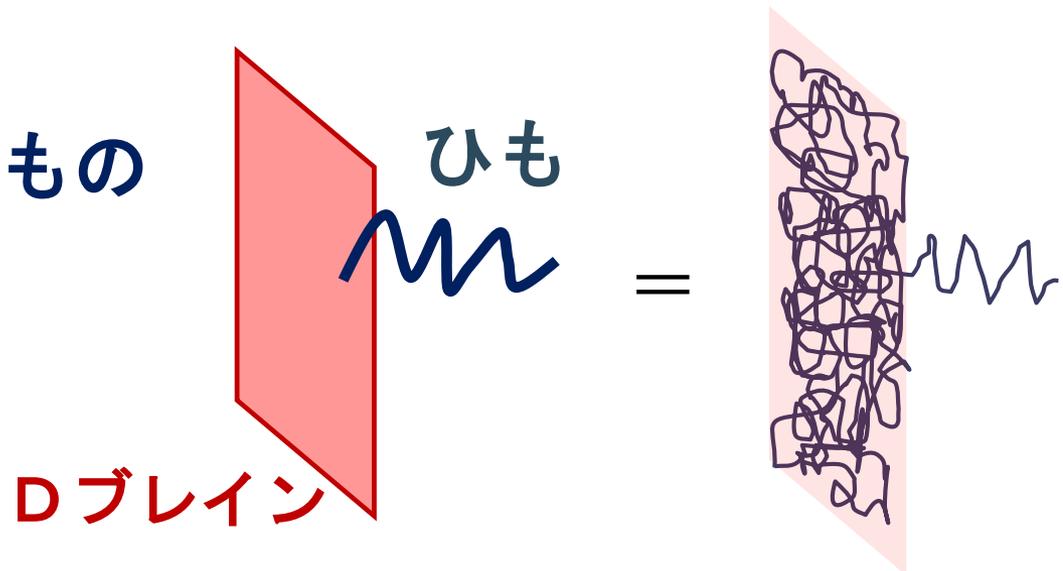
(3-1) ブラックホールのエントロピーとひも理論

ブラックホールを作るために非常に重い物質が必要。
⇒ひも理論では「**Dブレーン**」が良い候補。

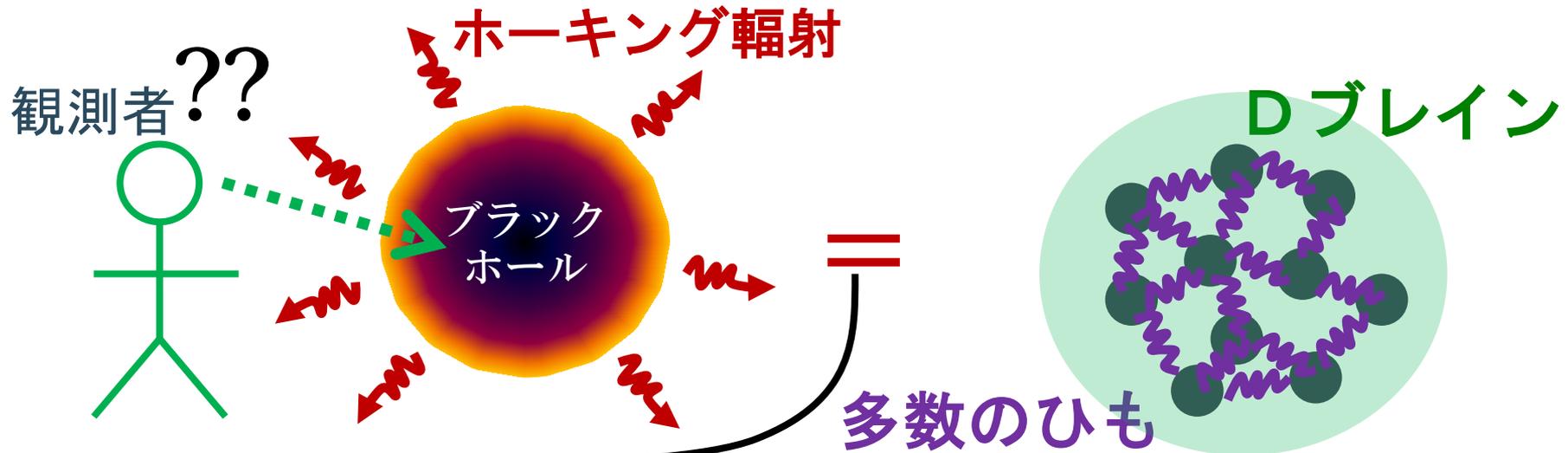
Dブレーン

=ひもの凝縮したもの

⇒ひもが張り付く



ブラックホール = Dブレーン+ひもの集合体



ひもの状態数は、予想される
エントロピーと一致する！

ひも理論は、
ブラックホールを
拡大する顕微鏡の
役割を果たしている。

$$S_{BH} = 2\pi\sqrt{Q_1 Q_5 N} = \frac{A}{4G_N}$$

[ストロミンジャー、ヴァッフア 1995]

(3-2) ひも理論のホログラフィー原理

この考察を一般化して、ひも理論に対するホログラフィー原理が発見された。

[AdS/CFT対応, 1997 マルダセナ]

曲がった時空の重力理論
[空間 (d+1) 次元 + 時間]

=

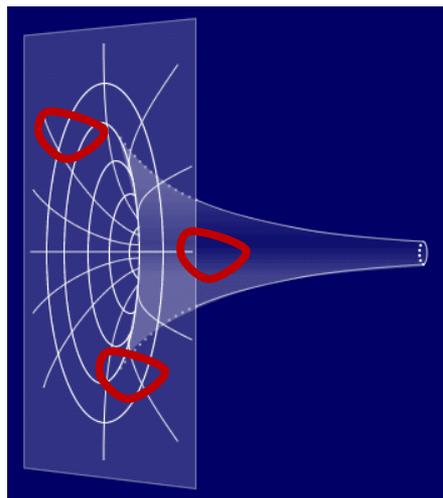
物質 (Dブレーン) を
記述するミクロな理論
[空間 d 次元 + 時間]

重力理論

=

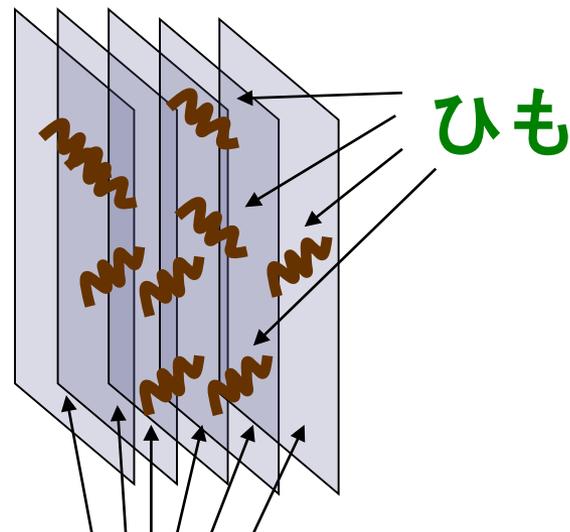
物質

反ドジッター宇宙 (AdS) の重力理論



等価
AdS/CFT対応

“物質” のミクロナ理論



多数のDブレーン
(ゲージ理論、CFT)

ブラックホールの熱力学
[マクロな幾何学]

等価

物質の熱力学
[ミクロナ物理]

注意



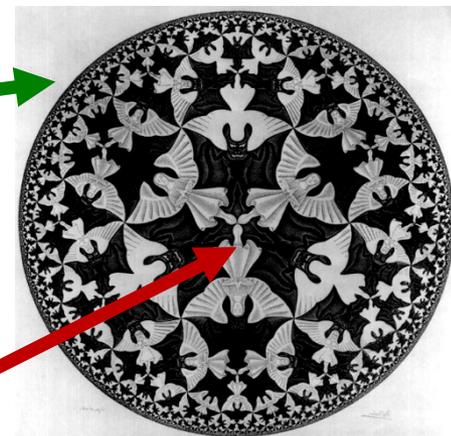
(1) 反ドジッター宇宙⇒負の宇宙定数 Λ を持つ宇宙
ダークエネルギー

現実の宇宙に近いのは
ドジッター宇宙 ($\Lambda > 0$) だが、
そのホログラフィー原理は
未だ解明されていない。

反ドジッター空間の幾何

境界
(物質)

バルク
(重力)



$$\underbrace{R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab}}_{\text{曲率}} + \Lambda g_{ab} = 8\pi G_N \underbrace{T_{ab}}_{\text{質量}}$$

$\Lambda < 0$
宇宙定数

注意



(2) “物質” ⇒相互作用が非常に強い物質

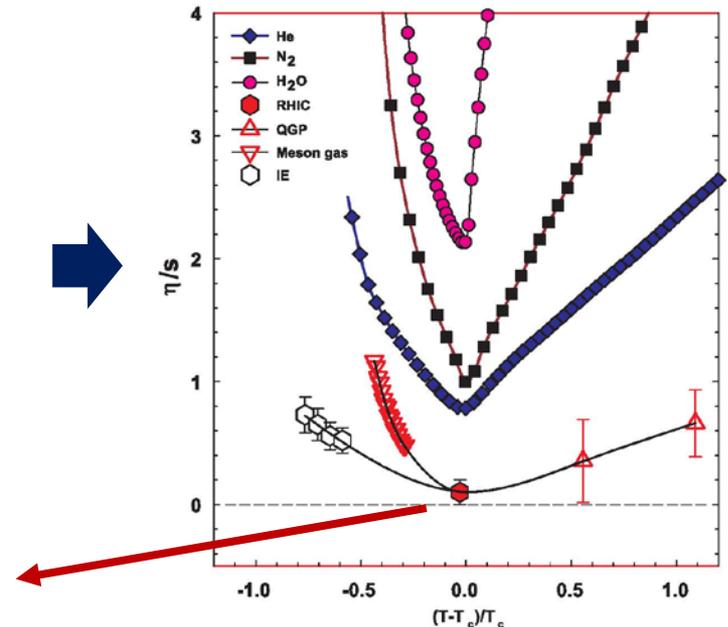
類似例：クォーク・グルーオンプラズマ
高温超伝導体
冷却原子系

金の原子核衝突実験で生じた
クォーク・グルーオンプラズマ
の粘性 η の測定結果

[Lacey et. al. 2006]

最小値はホログラフィー原理の
予言： $\eta/s=1/4\pi$ に近い！

[Kovtun-Son-Starinets 2004]



さて、ブラックホールの情報損失パラドクスに戻る。
ホログラフィー原理から、ブラックホールの蒸発も、通常物質に起こるような「液体が気体に蒸発する現象」と同じになる。



従って、情報の損失は、実際には起こらないはず！

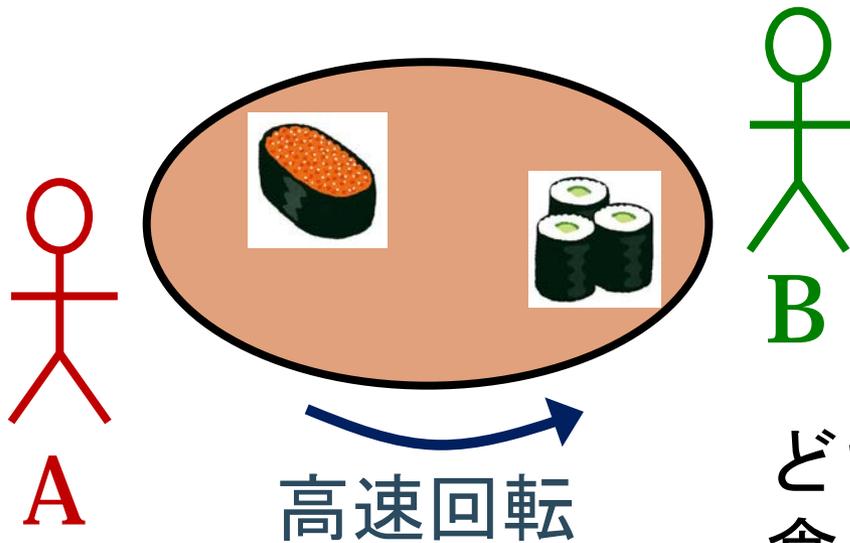
[しかし、重力理論の立場で具体的にどのように情報を再現するのは現在でも解決されていない。

⇒ BHのエントロピーの重力理論としての起源が謎！]

④ 「量子もつれ」とは？

「もつれ」とは？

例：“速すぎる回転寿司” に行ったAさんとBさん



どちらかがイクラを
食べると、もう一方は
必ずかっぱ巻を食べる

つまり、次の2つの状態が半々の確率で実現する。

「Aさん=イクラ、Bさん=かっぱ巻き」

+

「Aさん=かっぱ巻き、Bさん=イクラ」

この時、AさんとBさんが食べるものが強く相関している。⇒AとBは「もつれ」ている。

ミクロな理論である量子論に従うと、この「もつれた」状態が基本的な状態として現れる。

これを「量子もつれ」と呼ぶ。

量子論(ミクロな物理法則)に基づく説明

量子論の基本的なアイデア：

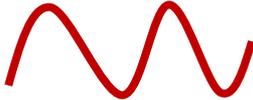
粒子 = 波

例：電磁波 = 光子



波は「重ね合わせ」できるので、次の状態も作れる。

$$\text{ある状態 } |\Psi\rangle_A = |0\rangle_A + |1\rangle_A$$

 イクラ
⇒ 右回転
する電子

 かつぱ巻き
⇒ 左回転
する電子

量子もつれの例

AとBの2つの電子がいる状況を考える：

スピン上向き
(右回転) $|0\rangle = |\uparrow\rangle$

A diagram showing a vertical line representing a quantum state. Inside the line is an upward-pointing arrow. A red curved arrow surrounds the line, indicating clockwise rotation.

スピン下向き
(右回転) $|1\rangle = |\downarrow\rangle$

A diagram showing a vertical line representing a quantum state. Inside the line is a downward-pointing arrow. A green curved arrow surrounds the line, indicating clockwise rotation.

[例 1] 直積状態

$$|\Psi\rangle = |0\rangle_A \times |1\rangle_B$$

AとBの状態は独立に決まっており、
両者に相関なし。(量子もつれなし。)

[例 2] もつれた状態 (EPR状態)

[アインシュタイン-ポドスキー-ローゼン 1935]

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|0\rangle_A \times |1\rangle_B + |1\rangle_A \times |0\rangle_B \right)$$

二つの反対の状態が半々の確率で混じっている。

Aが0であれば、Bは必ず1であり、逆も成り立つ。

このようなAとBの相関が量子もつれ。

AとBの対をEPR対と呼び、量子もつれの単位
(量子1ビット)となる。

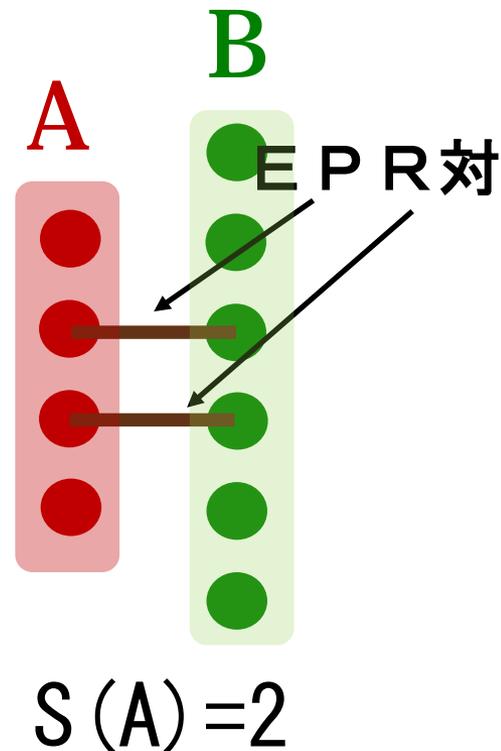
**ポイント：全体 (A+B) の状態は決まっているが、
部分 (A or B) に制限すると不確定!**

もつれのエントロピー (エンタングルメント・エントロピー)

「もつれのエントロピー」は量子もつれの強さを表し、抽出できるEPR対の数として定義される。

もつれのエントロピー $S(A)$
= AとBの間のEPR対の数
= Bを観測しないと
識別不可なAの情報量

➡ $S(A) =$ 「Bに隠れた情報量」
量子ビット



⑤量子ビットから宇宙が生まれる？

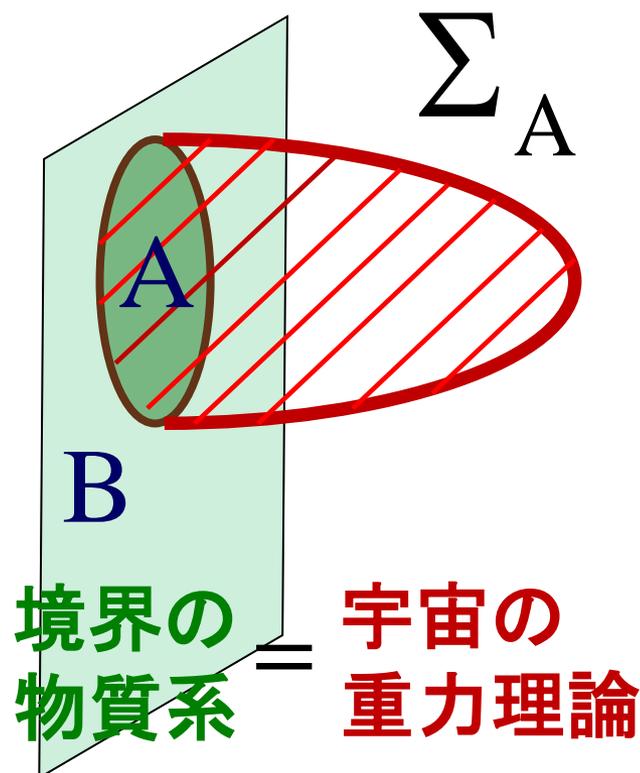
「もつれのエントロピー」のホログラフィー公式

[笠-高柳 2006]

Σ_A をAを取り囲む曲面の中で、
面積が最小となるものとする。

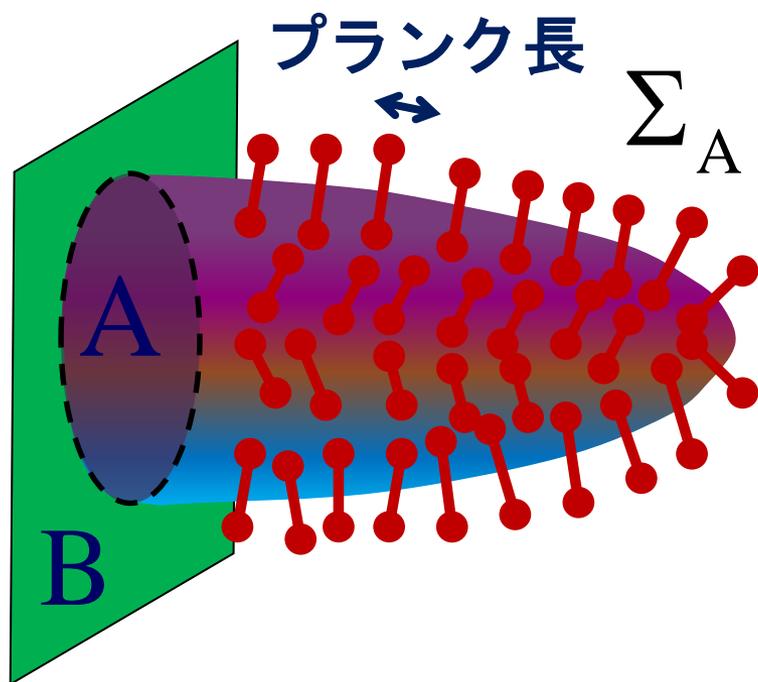
$$S(A) = \frac{\Sigma_A \text{の面積}}{4G_N}$$

↑
物質の情報量 ↑
宇宙の面積



➡ ベッケンシュタイン・ホーキング公式の大幅な拡張

さて、量子もつれの立場でこの公式を解釈すると、**プランク面積あたり1ビットの量子もつれが存在**することを意味する。



$$S(A) = \frac{\text{面積}[\Sigma_A]}{4G_N} = \frac{\text{面積}[\Sigma_A]}{4l_P^2}.$$

$$\text{プランク長: } l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$$

$$= 1.6 \times 10^{-35} \text{ m}$$

$\Rightarrow 1 \text{ cm}^2$ の面積で 10^{65} 量子ビット

➡ 領域 A のサイズや位置を自由に変えられるので、量子ビットは時空全体に満ちている！

もつれのエントロピーの熱力学と重力ダイナミクス

もつれのエントロピーも熱力学第一法則を満たす：

$$\Delta S(A) = \Delta H(A) \quad [H(A) = \text{モジュラーエネルギー}]$$

➡
$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial^2}{\partial \vec{x}^2} - \frac{3}{r^2} \right] \Delta S(A) = 0. \quad \begin{array}{l} (r = \text{領域} A \text{のサイズ}) \\ (x = A \text{の重心位置}) \end{array}$$

➡ アインシュタイン方程式 $R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab} + \Lambda g_{ab} = 0$
の摂動方程式（重力波の方程式）

量子もつれの熱力学 = 重力のダイナミクス

このように、ホログラフィー原理は宇宙全体が、量子ビットの集合体と解釈できることを示唆する。

具体的にこのアイデアを実現するのがテンソルネットワークである。

テンソルネットワークは量子的な状態を幾何学的に記述する手法で、複雑な量子系を数値的に解析する強力な道具である。

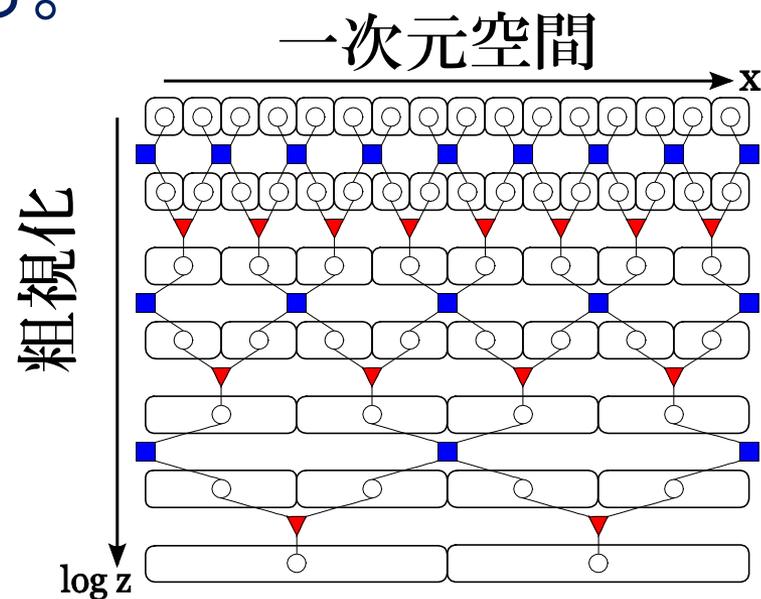


FIG. 2: Curved lines figure a primitive “coarse-graining” of the dimensional bulk geometry.

[MERA, Vidal 2005
, Swingle 2009]

重力理論の「宇宙」

= 量子もつれのネットワーク

ER=EPR : 「AとBがもつれている」

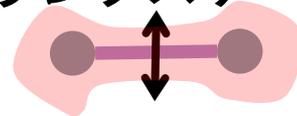
⇔ 「AとBはワームホールで宇宙内でつながる」

1ビットの量子もつれ

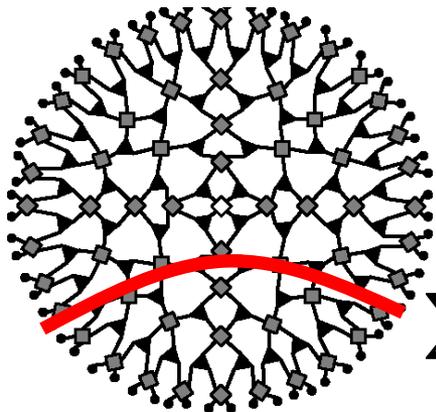


ミクロな宇宙

プランクスケール



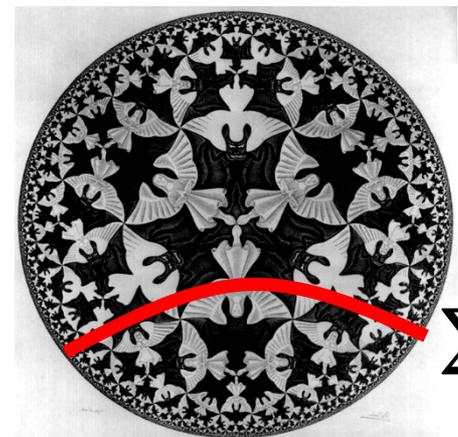
多数の量子もつれ[テンソルネットワーク]



Σ_A



反ドジッター宇宙



Σ_A

⑥まとめと今後の展望

ベッケンシュタイン-ホーキング公式 1971-75
ブラックホール内部の情報量＝表面積！



講演者らの研究成果(笠-高柳公式) 2006
**「情報＝面積」はブラックホールだけに
限らず、実は一般の宇宙空間($\Lambda < 0$)で成立！**

⇒宇宙は量子ビットから創られる？という予想

ブロックを組み合わせ
て宇宙を創るイメージ



国際的な大きな潮流
“It from Qubit”

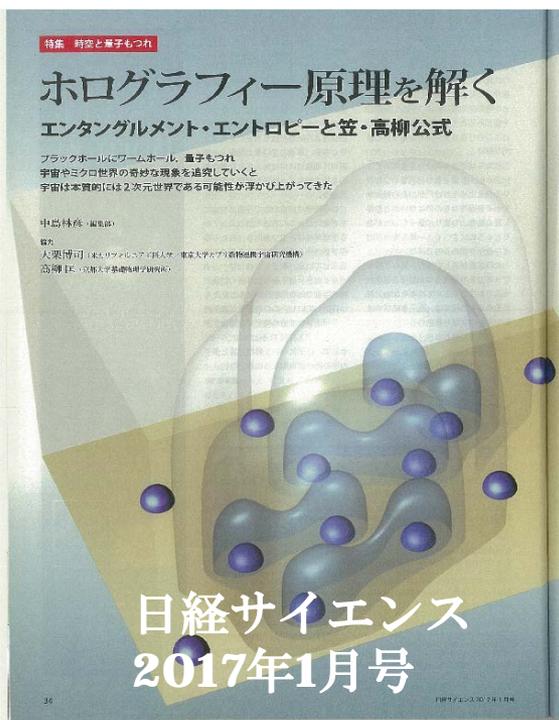
今後の展望

では、「我々の宇宙がどのように創られたのか？」

この問いに答えるには、従来のホログラフィー原理で仮定されている負の宇宙定数（負のダークエネルギー、反ドジッター宇宙）を超えて、より大きな枠組みを構築する必要がある。

⇒量子もつれが鍵となるはず！

参考になる雑誌記事



ご清聴ありがとうございました！