日本物理学会　第23回オンライン物理講話

量子エンタングルメントから創発するホログラフィック宇宙

高柳　匡

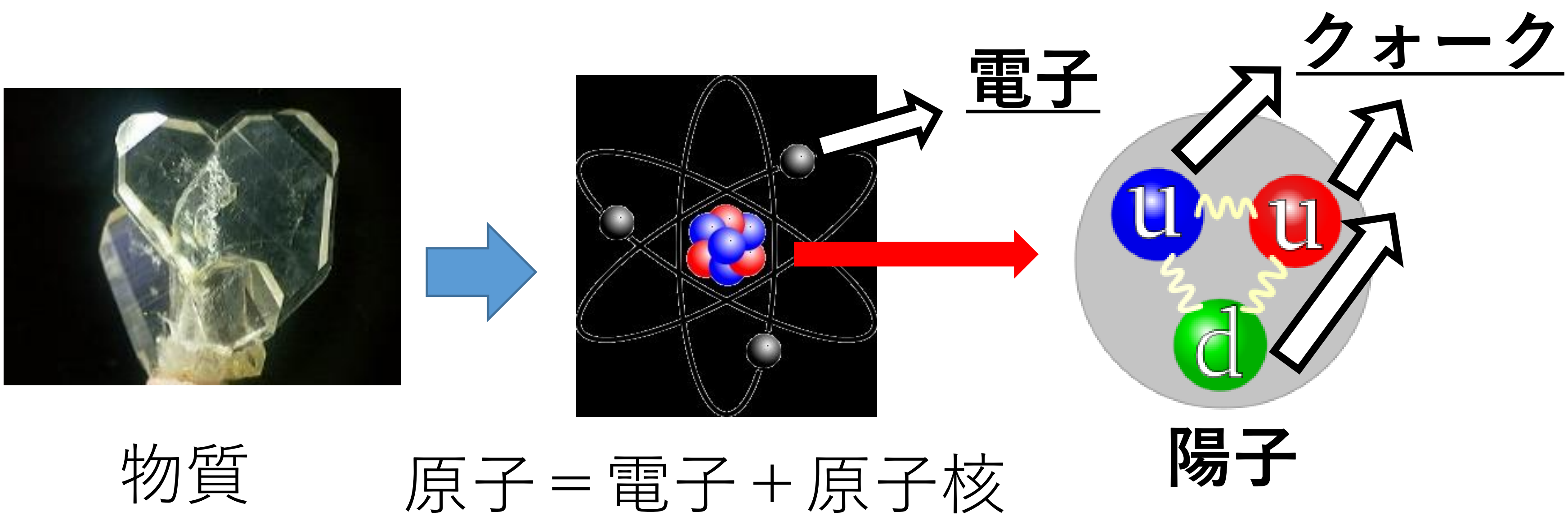
重力量子情報研究センター
京都大学基礎物理学研究所

①はじめに

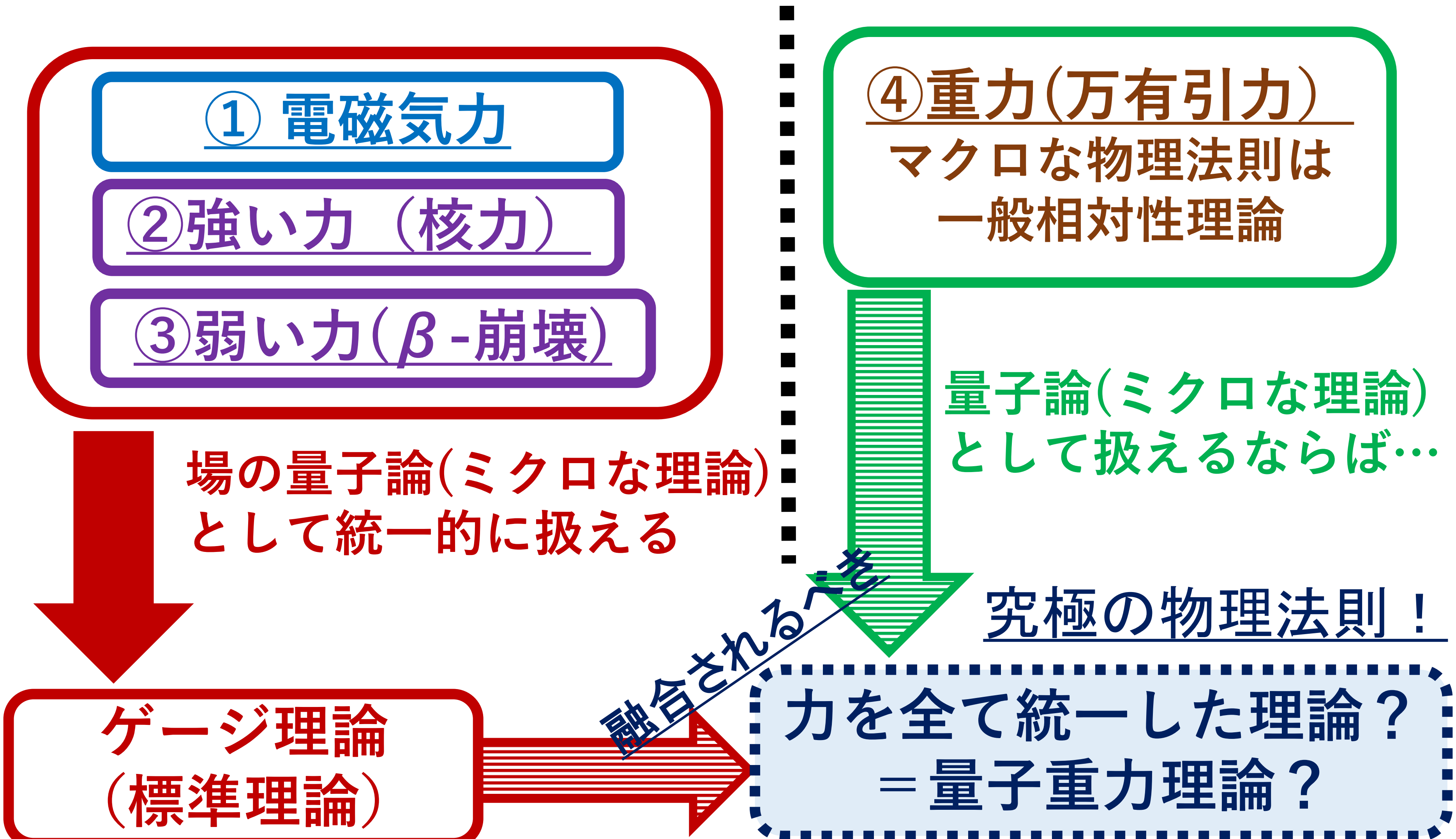
<u>素粒子論とは？</u>

物質を細かく分け、最小単位を探求する学問が、
素粒子物理。その理論が素粒子論。

⇒究極にミクロな物理法則の探求。



4つの力の統一

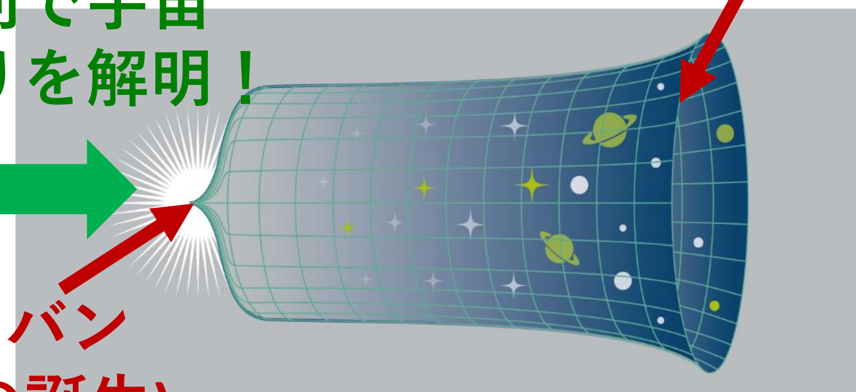

①電磁気力
②強い力（核力）
③弱い力(β-崩壊)
場の量子論(ミクロな理論)
として統一的に扱える
ゲージ理論
(標準理論)
④重力(万有引力)
マクロな物理法則は
一般相対性理論
量子論(ミクロな理論)
として扱えるならば…
融合されるべき
究極の物理法則！
力を全て統一した理論？
＝量子重力理論？

宇宙創成を解明するには、量子重力理論が必要不可欠！

量子重力理論
＝ミクロな重力理論

ミクロな宇宙の
物理法則で宇宙
の始まりを解明！

現在の宇宙



ビックバン
(宇宙の誕生)

時間

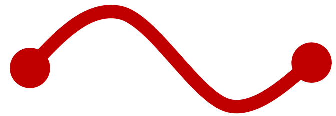
とりあえず、ミクロな宇宙を拡大したい ➡ 顕微鏡が必要！

疑問:　物質の最小単位は素粒子だが、
　　　「時空の最小単位」は何だろうか？

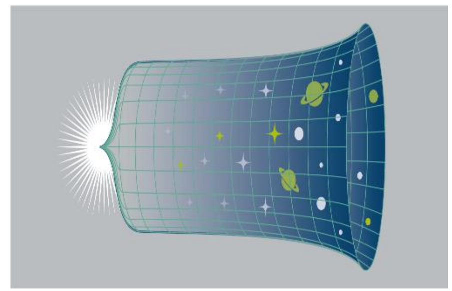
量子重力理論の最有力候補が「**超弦理論**」。
超弦理論では、万物を構成する最小単位は「ひも（弦）」。

[南部 後藤 1970,..米谷 Scherk-Schwarz 1974,..]

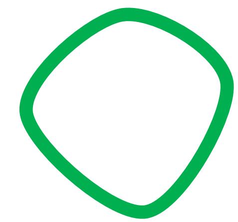
拡大 開いた弦



物質(電磁気力・強/弱い力)
ゲージ理論



拡大 閉じた弦



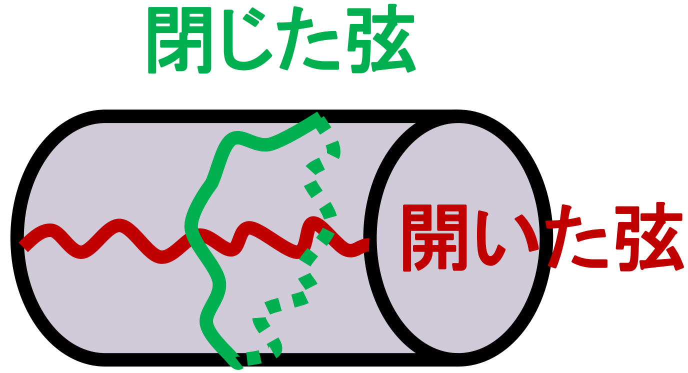
宇宙（重力）

しかし、超弦理論は高度な数学に基づいた理論で、
曲がった宇宙に対する具体的計算は容易ではない。

宇宙創成を解明するには、さらにアイデアが必要！

そこで「<u>ゲージ重力対応</u>（ホログラフィー原理）」が登場！

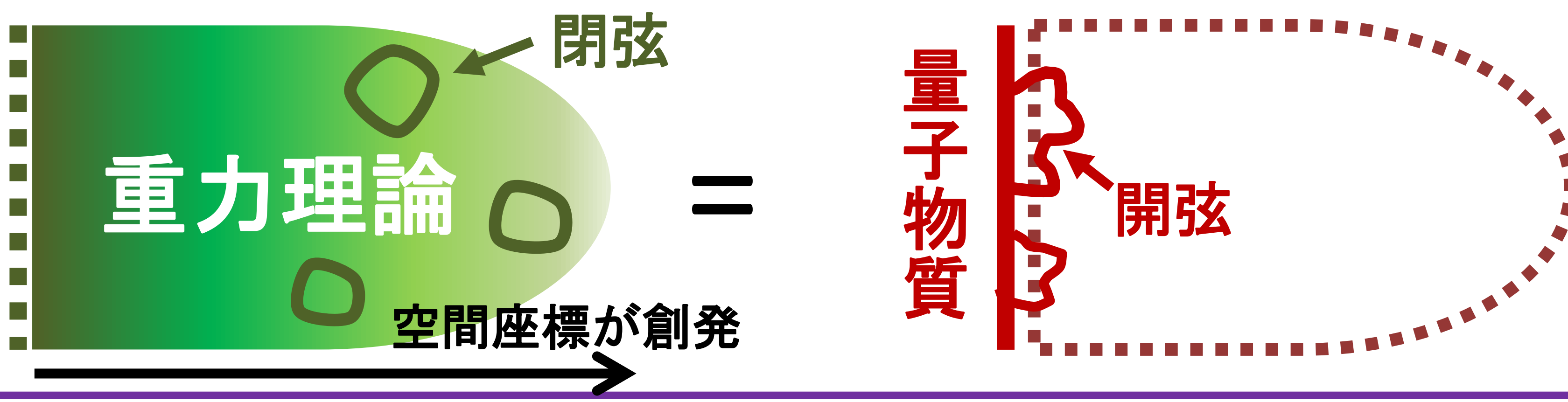
「開いた弦（物質）」も
「閉じた弦（宇宙）」も
　弦の素材は同一！



ゲージ重力対応（ホログラフィー原理）

Maldacena 1997

ある時空の重力理論　＝　境界の量子物質（ゲージ理論）



顕微鏡は自然科学の研究で非常に基礎的で重要な実験装置

→ホログラフィー原理は、いわば、<u>量子重力理論の顕微鏡</u>！

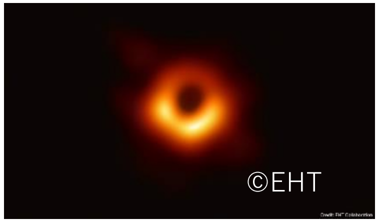
物性物理
生物・化学 → 光学顕微鏡
電子顕微鏡
など

→ 電子・スピン・
結晶構造・細胞

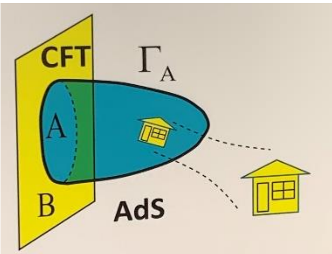
高エネルギー物理 → 加速器

→ 素粒子・原子核

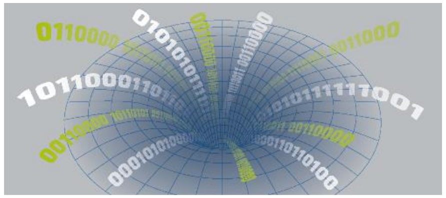
量子重力理論
（超弦理論） → ホログラフィー原理
（ゲージ重力対応） → **量子ビット**
量子エンタングルメント
～時空のミクロな幾何構造



→



→



ホログラフィー原理はブラックホールや初期宇宙など重力理論の時空を拡大する。

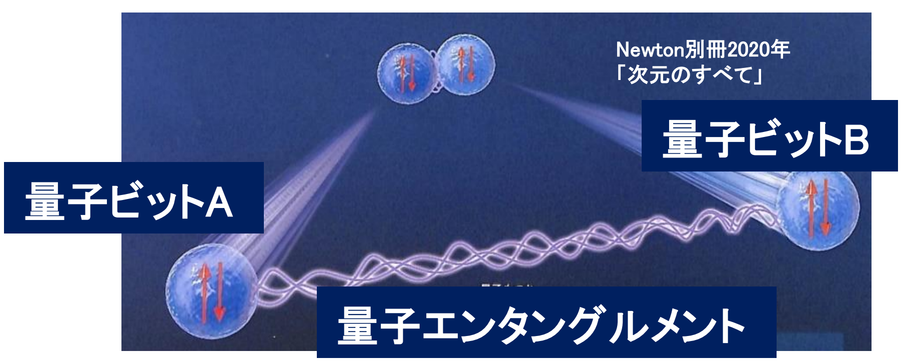
ミクロな宇宙の拡大すると見えてくるもの➡量子情報！

量子ビット＝ミクロな世界の1ビットの情報（スピン）

$a|0\rangle+b|1\rangle$

マクロな世界　　　　ミクロな世界

量子エンタングルメント（もつれ）＝量子ビット間の絡み合い(相関)



講演内容

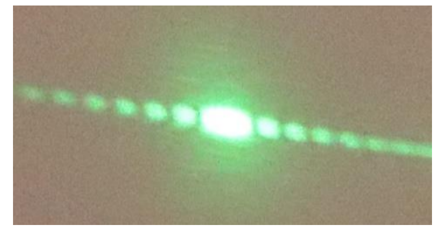
① はじめに
② 量子エンタングルメント
③ ブラックホールとエントロピー
④ ホログラフィー原理とゲージ重力対応
⑤ ホログラフィック・エンタングルメント
⑥ ブラックホールの情報問題への応用
⑦ 量子情報から創発する宇宙
⑧ ホログラフィー原理は量子計算機を超えるか？
⑨ おわりに

② 量子エンタングルメント

量子論の基本的性質：粒子と波の二重性

アインシュタインの光量子仮説　1905年

粒子 ＝ 波（波動関数）

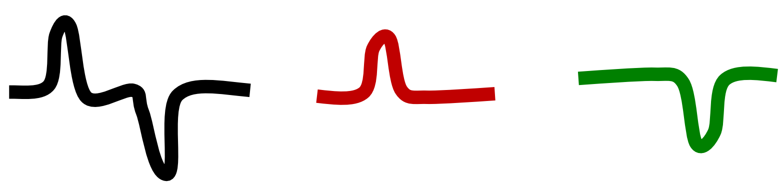


➔　波は「重ね合わせ」できる！

量子状態を表すケット

量子論の状態 $\left|\Psi\right\rangle = a\left|f\right\rangle + b\left|g\right\rangle$

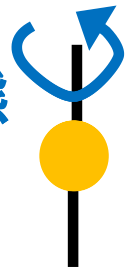
波動関数　$\Psi(x) = a\ f(x) + b\ g(x)$　関数の足し算



量子ビット

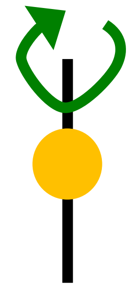
量子状態の例として、電子の持つスピン（自転）を考える。

右回転の状態
（スピン上向き）



$|0\rangle$

左回転の状態
（スピン下向き）



$|1\rangle$

スピン1つの状態 $|\Psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ → 1量子ビット

古典計算機

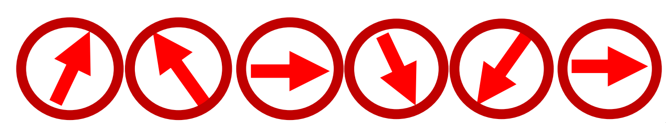
扱う情報：古典情報
情報量：ビット（二進法）

0 1 0 1 1 0

→

量子計算機

扱う情報：量子情報
情報量：量子ビット



量子エンタングルメント(量子もつれ)

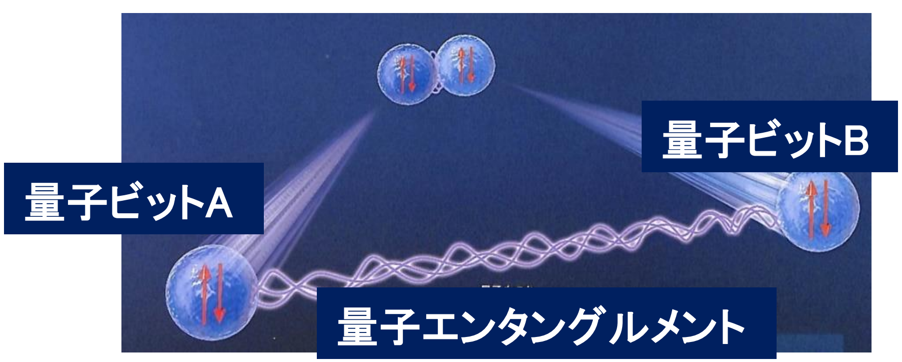
AとBの2つの量子ビットがある系を考える。

次の**ベル状態**を考える:

$$\left|\Psi_{\mathrm{Bell}}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0\right\rangle_A \left|1\right\rangle_B + \left|1\right\rangle_A \left|0\right\rangle_B\right)$$

この時、Aのスピンを測定するだけで、Bのスピンも分かってしまう!

このAB間の相関が、**量子エンタングルメント(量子もつれ)**である。



全体の状態は決まっているが、
一部に制限すると不確定!

エンタングルメント・エントロピー(EE)

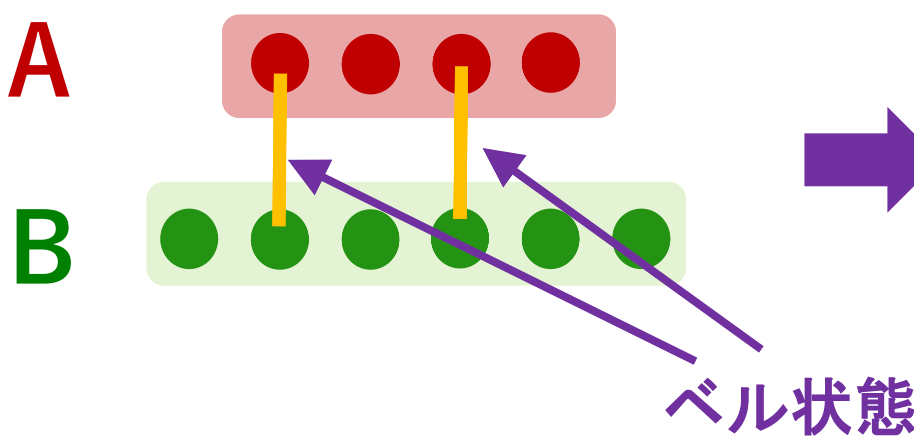
量子エンタングルメントの大きさを測る量

➡ エンタングルメント・エントロピー(EE)

AB間のエンタングルメント・エントロピー S_A

＝ AB間に存在するベル状態の数

＝ Bを観測できない場合に生じる情報の曖昧さ



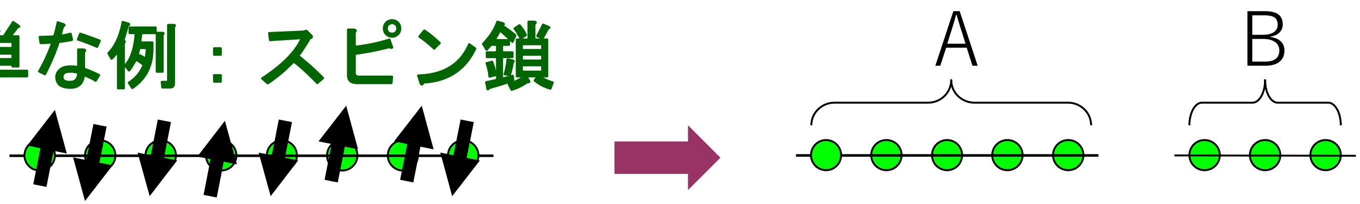
➡ $S_A = 2$

エンタングルメント・エントロピーの計算

エンタングルメントの度合＝ベル対の数≒ＥＥ

まず量子系を部分系ＡとＢに分割する:　$H_{tot} = H_A \otimes H_B$.

簡単な例：スピン鎖



Ａの縮約密度行列 ρ_A （Ｂにアクセスできない観測者）

を　$\rho_A = \mathrm{Tr}_B\left[\left|\Psi_{tot}\right\rangle\left\langle\Psi_{tot}\right|\right]$ と導入することで、

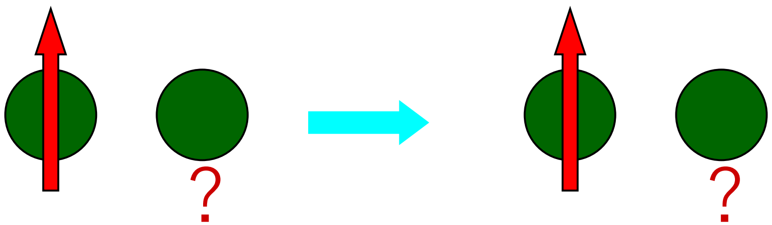
エンタングルメント・エントロピー S(ρA) が定義される:

$$\boxed{S(\rho_A) = -\mathrm{Tr}[\rho_A \log \rho_A]}$$ ≈ **ＡＢ間のベル対の数**

簡単な例：２量子ビット(＝２つスピンがある系)

(i) $$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}\left[|0\rangle_A + |1\rangle_A\right]\otimes\left[|0\rangle_B + |1\rangle_B\right]$$

$$\Rightarrow \rho_{\mathrm{A}} = \mathrm{Tr}_{\mathrm{B}}\left[|\Psi\rangle\langle\Psi|\right] = \frac{1}{2}\left[|0\rangle_A + |1\rangle_A\right]\cdot\left[\langle 0|_A + \langle 1|_A\right] \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

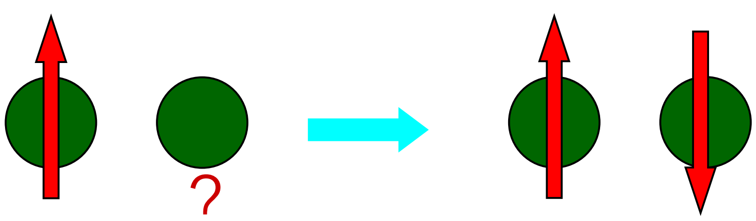


$\mathrm{S_A} = 0$

エンタングルメント無し

(ii) $$|\Psi\rangle = \left[|0\rangle_A \otimes |1\rangle_B - |1\rangle_A \otimes |0\rangle_{\mathrm{B}}\right] / \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \rho_A = \mathrm{Tr}_{\mathrm{B}}\left[|\Psi\rangle\langle\Psi|\right] = \frac{1}{2}\left[|0\rangle_A\langle 0|_A + |1\rangle_A\langle 1|_A\right] \approx \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}.$$



$\mathrm{S_A} = \log 2$

最大エンタングル状態

物性実験におけるEEの測定 [Advanced]

Ex1: Ultracold bosonic atoms in optical lattices

(冷却原子系)

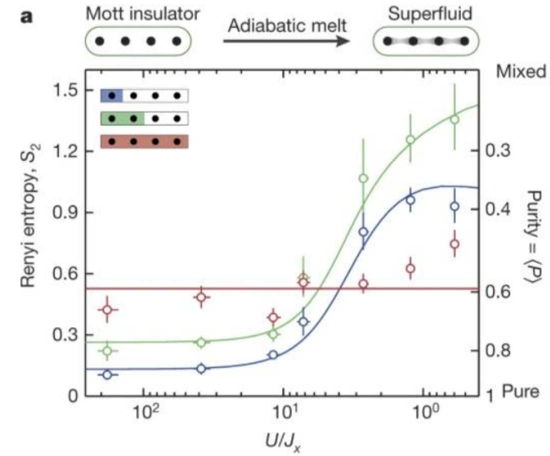
Published: 02 December 2015

Measuring entanglement entropy in a quantum many-body system

Rajibul Islam, Ruichao Ma, Philipp M. Preiss, M. Eric Tai, Alexander Lukin, Matthew Rispoli & Markus Greiner

Nature **528**, 77–83 (2015) | Cite this article

$$H = -J\sum_{\langle i,j\rangle} a_i^\dagger a_j + \frac{U}{2}\sum_i n_i(n_i-1) \qquad (4)$$



Ex2: Trapped-ion quantum simulator

(イオントラップ)

Science

Current Issue First release papers Archive About Subi

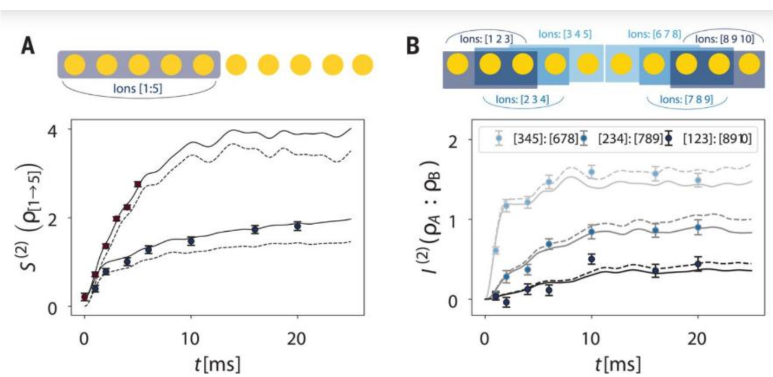
REPORT

Probing Rényi entanglement entropy via randomized measurements

TIFF BRYDGES, ANDREAS ELBEN, PETAR JURCEVIC, BENOÎT VERMERSCH, CHRISTINE MAIER, BEN P. LANYON, PETER ZOLLER, RAINER BLATT, AND CHRISTIAN F. ROOS Authors Info & Affiliations

SCIENCE • 19 Apr 2019 • Vol 364, Issue 6437 • pp. 260-26

$$H_{XY} = \hbar\sum_{i<j} J_{ij}\left(\sigma_i^+\sigma_j^- + \sigma_i^-\sigma_j^+\right) + \hbar B\sum_j \sigma_j^z$$



Ex3. Topological EE in superconducting qubits

(超伝導量子ビット)

Science

SCIENCE • 2 Dec 2021 • Vol 374, Issue 6572 • pp. 1237-1241 • DOI: 10.1126/science.abi8378

RESEARCH ARTICLE | TOPOLOGICAL MATTER

Realizing topologically ordered states on a quantum processor

K. J. SATZINGER, Y.-J LIU, A. SMITH, C. KNAPP, M. NEWMAN, C. JONES, Z. CHEN, C. QUINTANA, X. MI, [...], AND P. ROUSHAN +88 authors

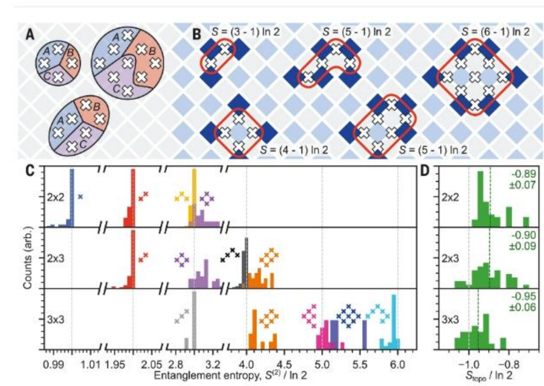


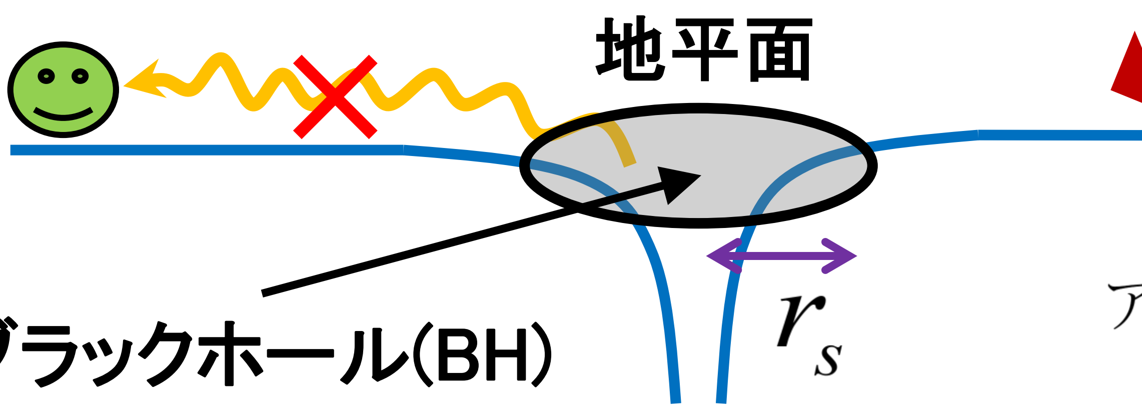
Fig. 2. Topological entanglement entropy.

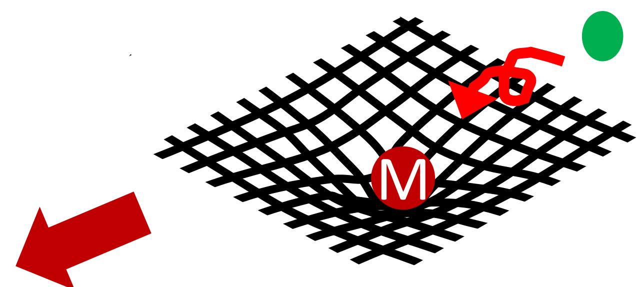
③ ブラックホール(BH)とエントロピー

ブラックホール時空

半径が小さく、非常に重い天体。強い重力で引き付けるため、
光ですら内部から出てくることができない。⇒ブラックな天体

一般相対論に特有の現象！





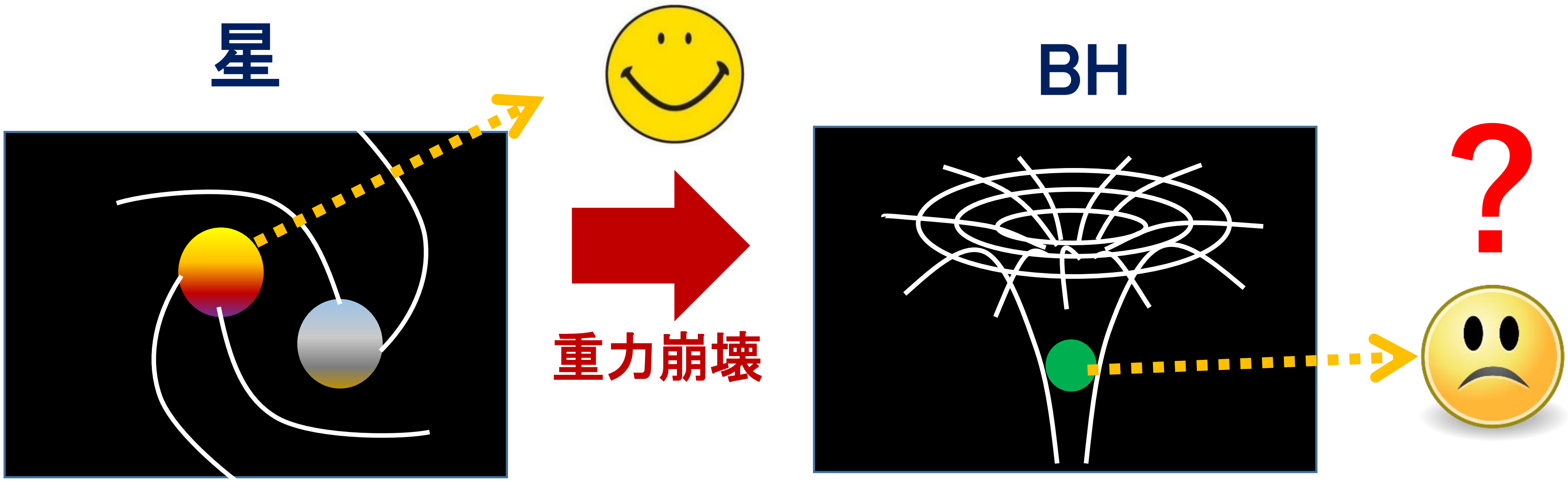
一般相対論に従い
時空が曲がる！

アインシュタイン方程式

$$R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab} = 8\pi G_N T_{ab}$$

ブラックホール・エントロピーの直観的意味

ブラックホールが星などの重力崩壊で形成されると、外部の観測者は、ブラックホール内部の情報にアクセスできなくなる。



観測者は星の情報にアクセスできる

情報はBH内部に隠れてしまう！

⬇

これがBHエントロピー

ブラックホールのエントロピー(Bekenstein-Hawking公式)

[1972-1976]

$$\boxed{S_{BH} = \frac{k_B \cdot c^3}{4G_N \cdot \hbar} \cdot A_{BH}}$$

⇒ブラックホールの熱力学

ABH=ブラックホールの面積　⇒ 幾何学

GN=重力定数　⇒ 重力

ℏ＝プランク定数　⇒ 量子力学

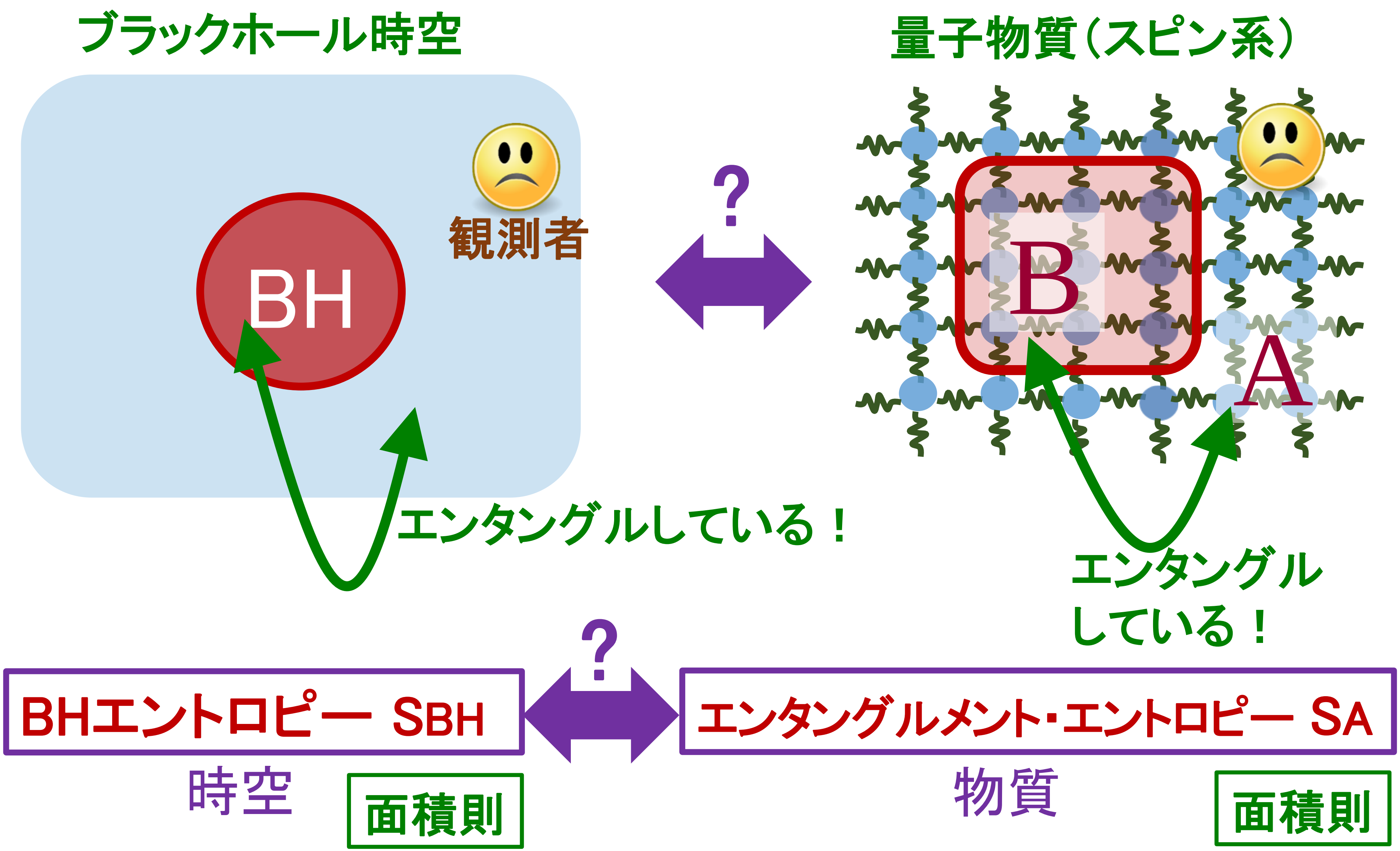
kB=ボルツマン定数 ⇒統計物理・量子情報

理解するには量子重力理論が必要！

BHエントロピーは体積ではなく面積に比例する！

➡ 重力理論の自由度は面積に比例する！

量子多体系エンタングルメントとブラックホールの類似性



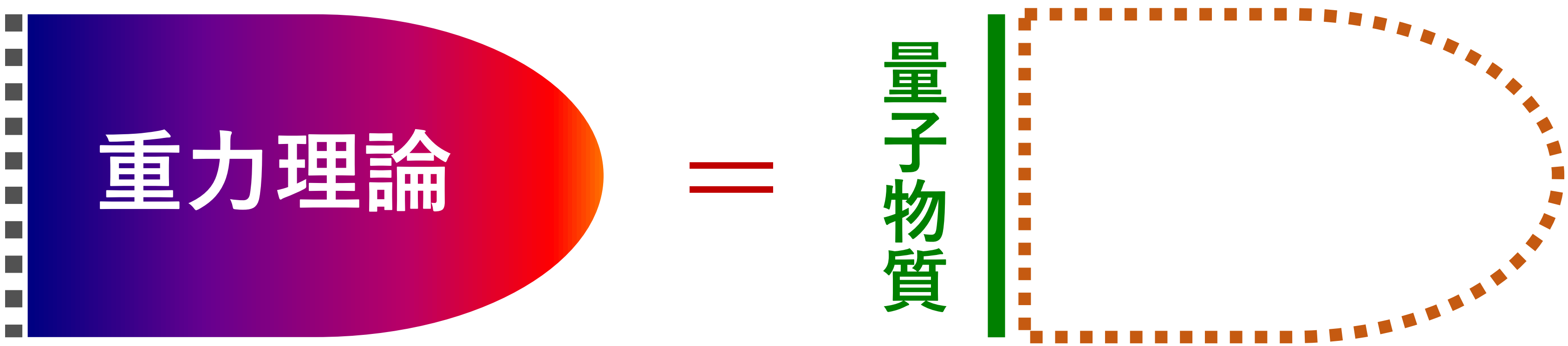
④ ホログラフィー原理とゲージ重力対応

ブラックホールのエントロピーは体積ではなく、面積に比例！

このように重力理論を通常の物質に例えると自由度が１次元低く見える。これをホログラフィー原理と呼ぶ。

ホログラフィー原理 [’t Hooft 93, Susskind 95]

重力理論　＝　境界上の量子物質



本当であれば、難しい量子重力の問題を、量子物質の問題に帰着できる！

ホログラフィー原理で最もよく知られた例：

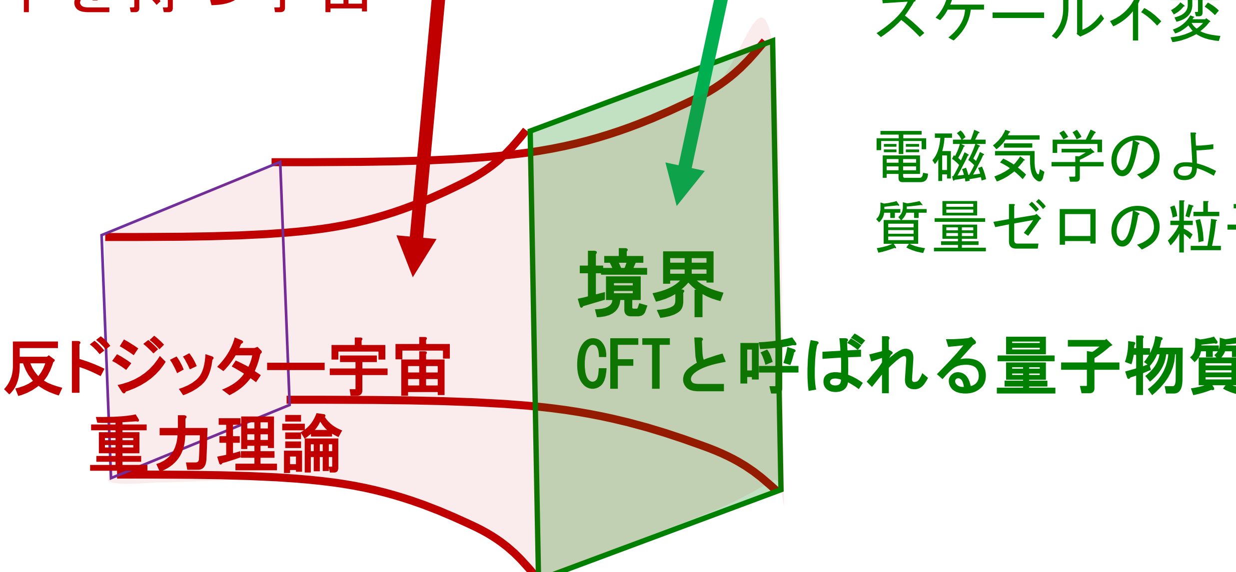
ゲージ重力対応(AdS/CFT対応) ― [Maldacena 1997]

D+1次元反ドジッター宇宙 (AdS時空)における重力理論 ＝ **Ｄ次元時空における ゲージ理論(共形場理論)**

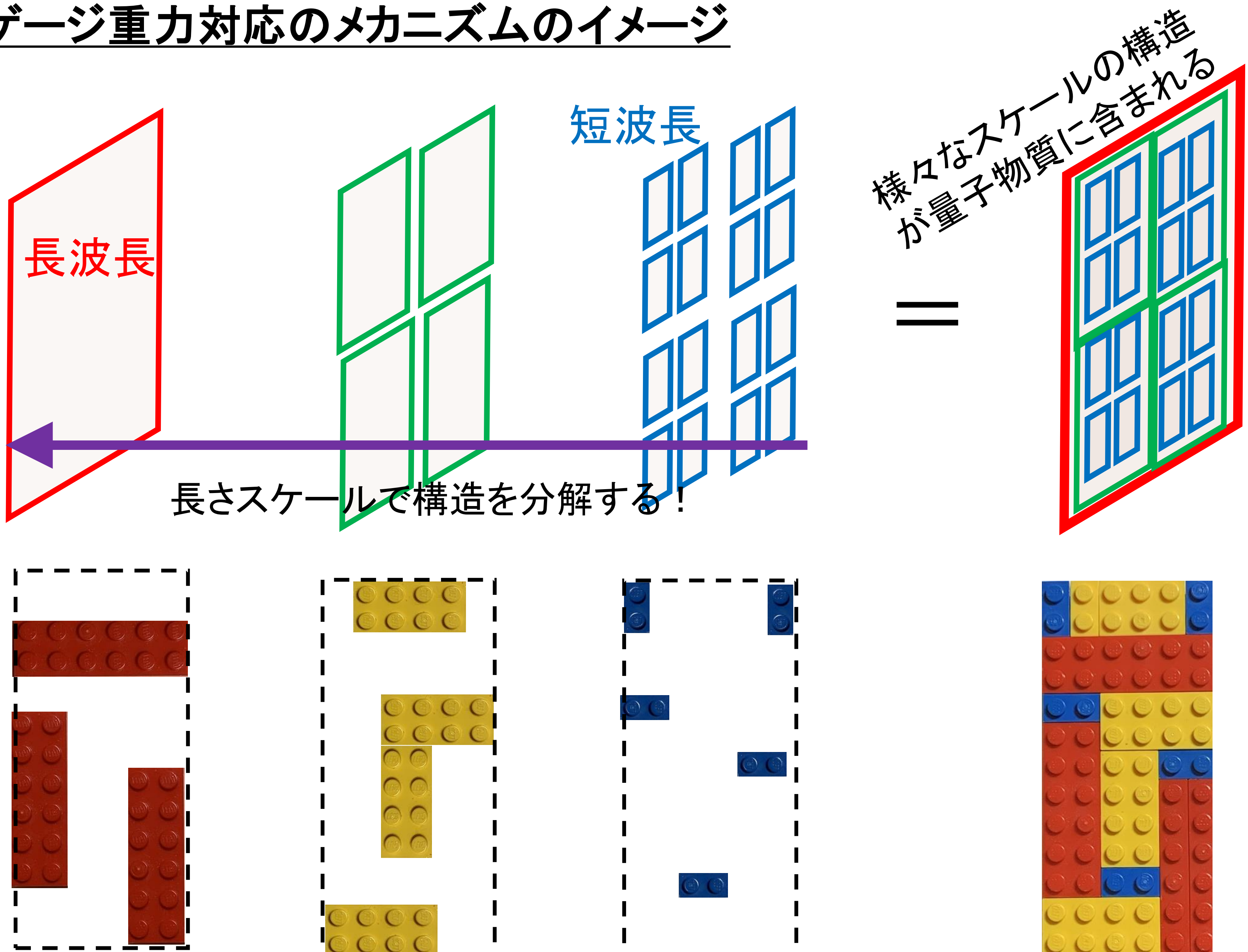
反ドジッター(AdS)宇宙
➔負の曲率を持つ宇宙

共形場理論(CFT)
➔量子臨界点の物質
スケール不変(自己相似)

電磁気学のように
質量ゼロの粒子の理論

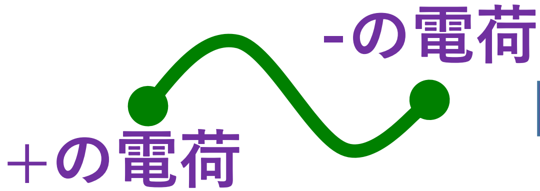


ゲージ重力対応のメカニズムのイメージ



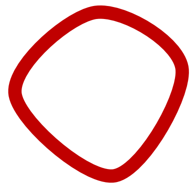
超弦理論の視点　物質の最小構成要素は弦である

開いた弦



物質の力（電磁力、強い力、弱い力）

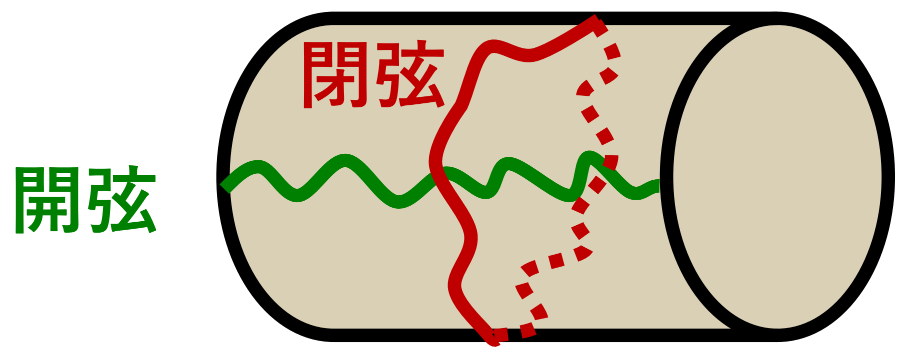
閉じた弦



万有引力（重力）

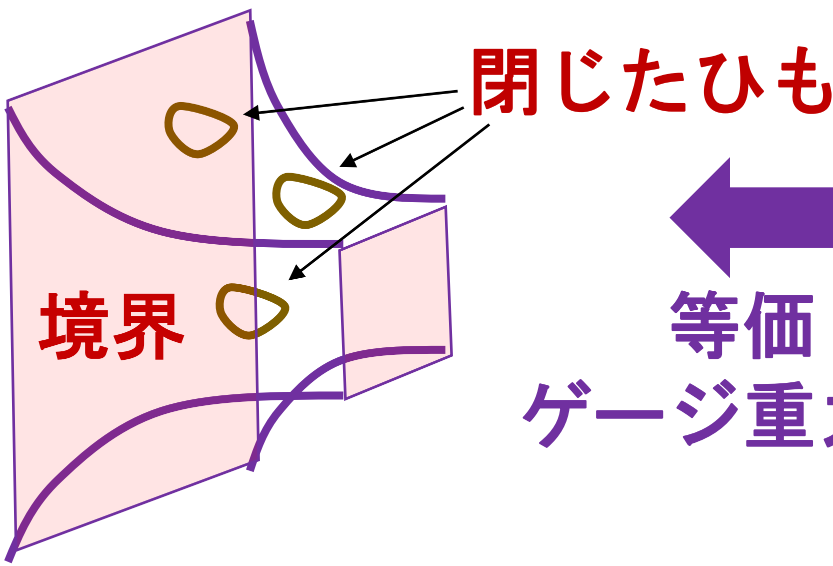
ひもの双対性　「閉じた弦＝開いた弦」

「電磁気力」と「重力」は実は同じものを別の見方で見ただけ！

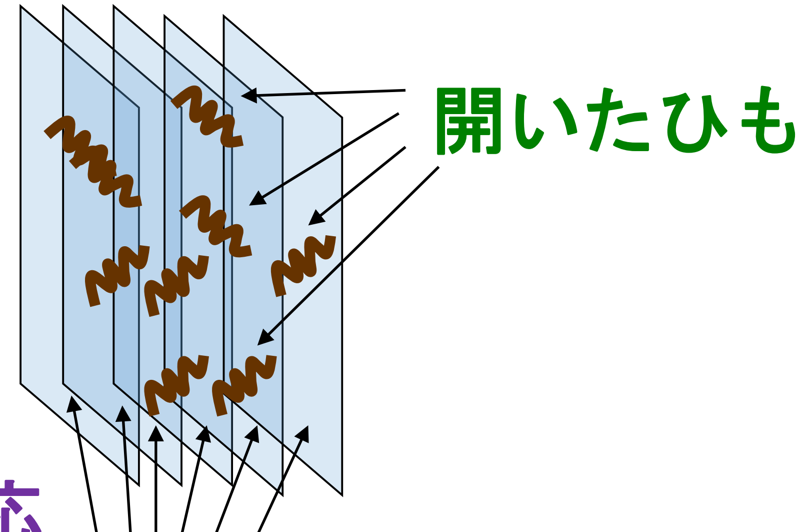


弦理論からのゲージ重力対応の理解

反ドジッター宇宙(AdS)の重力理論



共形場理論(CFT)



等価
ゲージ重力対応

多数のDブレーン
(ゲージ理論、CFT)

ブラックホールの熱力学
[マクロな幾何学]

等価

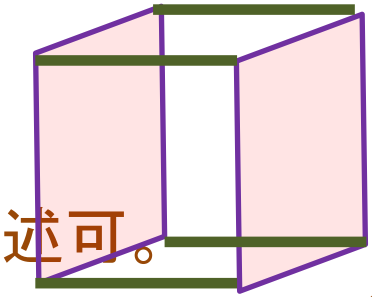
物質の熱力学
[ミクロな物理]

宇宙の3つのタイプ

[1] 宇宙定数＝０（曲率=0)

➔ 平坦な宇宙 (ミンコフスキー時空）

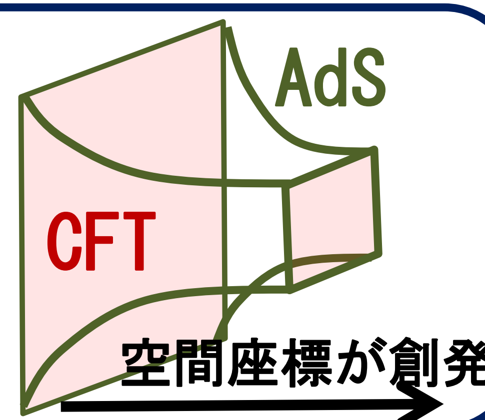
現在の宇宙は、ほぼ平坦。超弦理論で量子重力を記述可。



[2] 宇宙定数＜０（曲率<0）

➔ 反ドジッター宇宙(Anti de-Sitter Space)

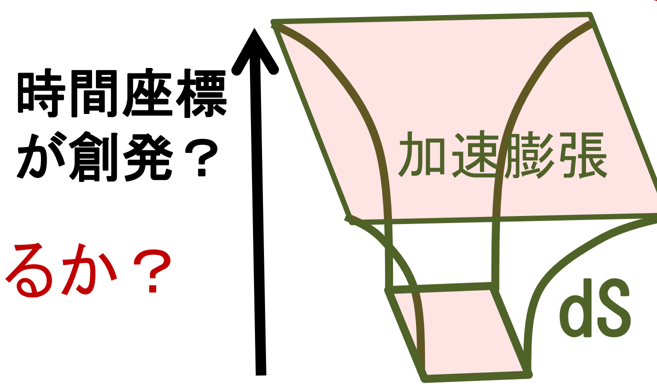
今紹介したゲージ重力対応が適用される！



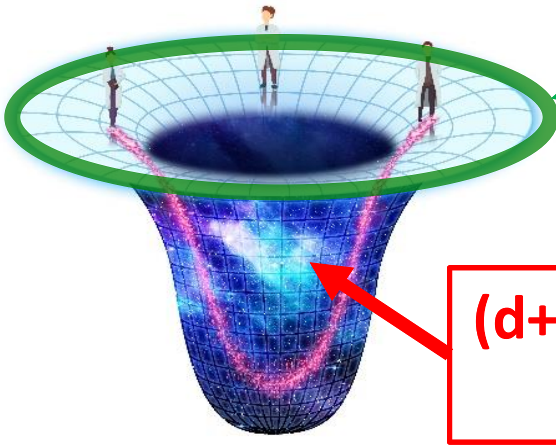
[3] 宇宙定数＞０（曲率>0)

➔ ドジッター宇宙(de-Sitter Space)

宇宙創成を記述。ホログラフィーが成立するか？



ドジッター宇宙のホログラフィー：dS/CFT対応 [Strominger 2001]



境界(d次元球面 ）上のCFT

dS/CFTで等価！

(d+1)次元ドジッター宇宙
の重力理論

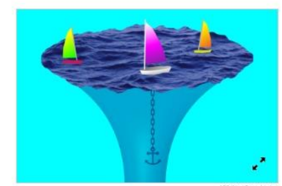

Physics ABOUT BROWSE PRESS COLLECTIONS Search articles

VIEWPOINT

Steps toward Quantum Gravity in a Realistic Cosmos

Jordan Cotler
Society of Fellows, Harvard University, Cambridge, MA, USA
July 18, 2022 • *Physics* 15, 107

Theorists have modeled an expanding spacetime—akin to our Universe—by taking inspiration from a string theory framework in which spacetime is emergent.



今までdS/CFTの具体例がほとんどなかった。

➡ 我々の最近の成果：

3次元dS宇宙に対応するCFTの具体例を発見。

[西岡−疋田−瀧−高柳 (Phys.Rev.Lett. 129 (2022) 4, 041601)]

左記論文をViewpointとして
紹介した米国物理学会の雑誌
Physicsの記事(2022年7月）

対応するCFTは非ユニタリーとなる：

SU(2)カレント代数でレベルが $k \approx -2 + \dfrac{4iG_N}{L_{dS}}$.

→中心電荷は $c = \dfrac{3k}{k+2} \approx i\dfrac{3L_{dS}}{2G_N}$.

[Advanced]

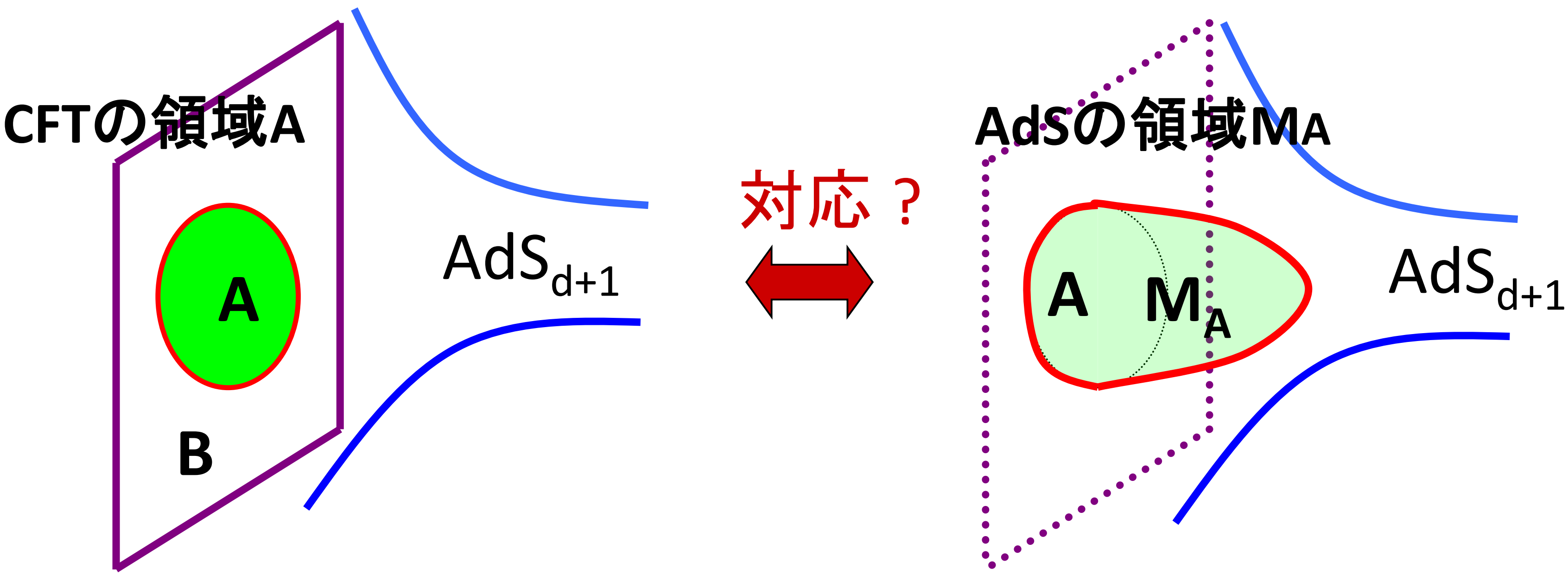
ドシッター・エントロピー

$$\boxed{Z_{CFT} \approx e^{\frac{\pi L_{ds}}{2G_N}\sqrt{1-8G_N E}}}$$

CFT分配関数

⑤ホログラフィック・エンタングルメント

素朴な疑問: CFTのある空間領域Aに含まれる情報は、AdSのどの領域に蓄積されているのか？



エンタングルメント・エントロピーが
量子情報量なので、その計算法を考えよう。

ホログラフィック・エンタングルメント・エントロピー(HEE)

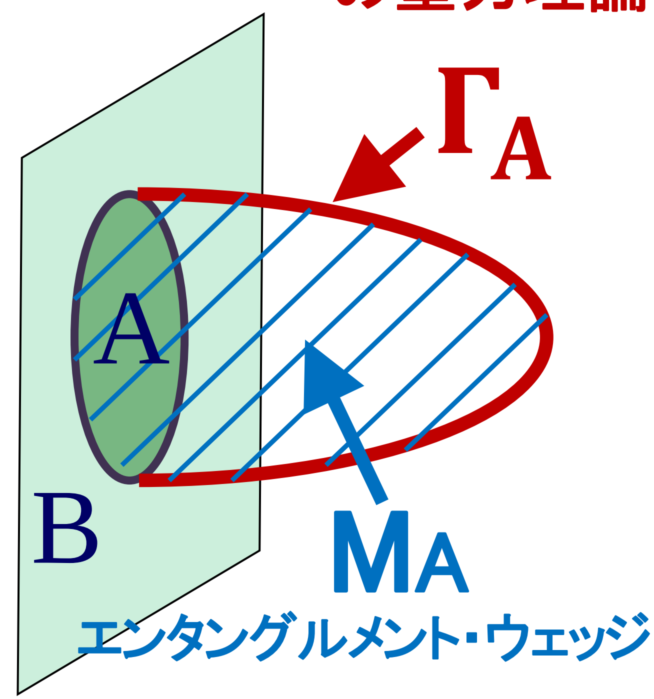
◆時間に依存しない背景では、EEは、AdS/CFT対応において極小曲面(Minimal surface) Γ_A の面積から計算される：

(i) HEE公式 (RT公式) [笠-高柳 06]

$$S_A = \min_{\Gamma_A}\left[\frac{\mathrm{Area}(\Gamma_A)}{4G_N}\right]$$

AdS/CFT対応

境界のCFT ＝ バルク(AdS)の重力理論



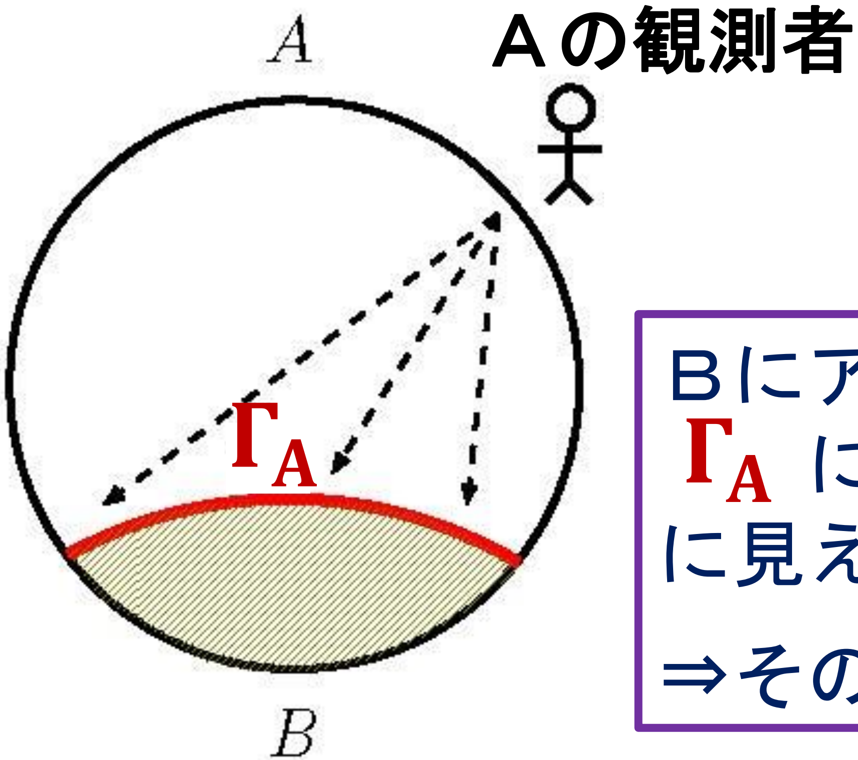
◆時間に依存する背景では、極小曲面の代わりに極値曲面(Extreme surface)を使う：

(ii) 共変的HEE公式 (HRT公式)

$$S_A = \min_{\Gamma_A}\ \mathrm{Ext}_{\Gamma_A}\left[\frac{\mathrm{Area}(\Gamma_A)}{4G_N}\right]$$

[Hubeny−Rangamani−高柳 07]

どのようにこの公式を見出したか？

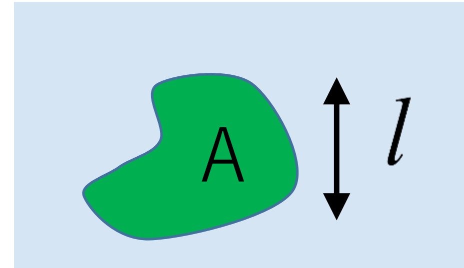


Ｂにアクセスできない観測者は
Γ_A にブラックホールがあるよう
に見え、斜線の領域が隠される。

⇒そのBHのエントロピーがEE！

HEEの一般的振る舞い(AdSd+1/CFTd) [笠−高柳 06,…]

$$S_A = \frac{\pi^{(d-1)/2} R^{d-1}}{2G_N^{(d+1)}\Gamma(d/2-1/2)} \left[\underline{p_1 \left(\frac{l}{\varepsilon}\right)}^{d-2} + p_3 \left(\frac{l}{\varepsilon}\right)^{d-4} + \cdots + \begin{cases} p_{d-2}\left(\frac{l}{\varepsilon}\right) + \underline{F} & (\text{if } d=\text{odd}) \\ p_{d-3}\left(\frac{l}{\varepsilon}\right)^2 + \underline{C}\cdot\log\left(\frac{l}{\varepsilon}\right) & (\text{if } d=\text{even}) \end{cases} \right].$$



面積則の発散

奇数次元のCFTでは
定数項(F関数)が普遍的

偶数次元のCFTではlog発散の
係数が普遍的➔Central charge

一般に、発散項 p_k は、

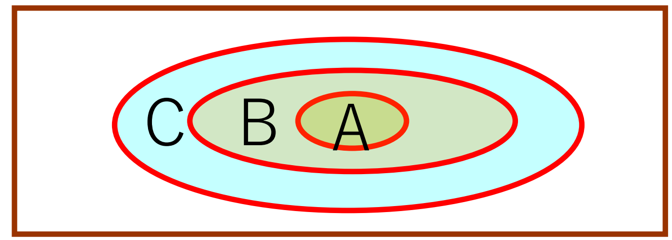
$$p_k \cdot l^{d-1-k} = \int d^{d-2}x \sqrt{h}\, P(R,K)$$

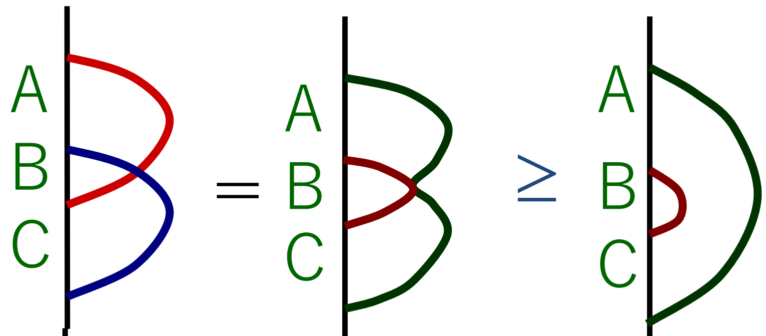
運動量次元 k−1

と曲率の局所積分で書ける。

適用例：強劣加法性の証明

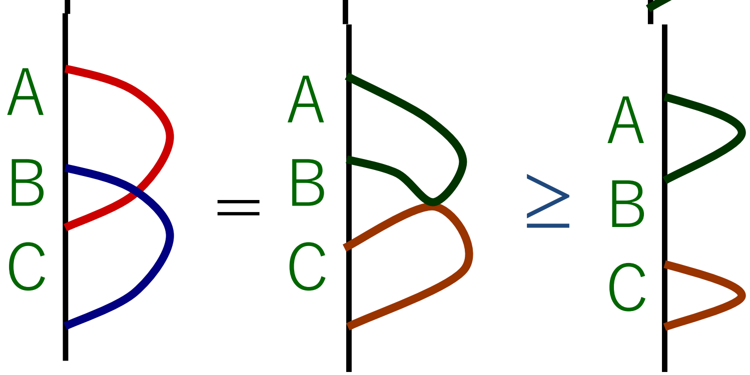
量子情報の基本となる不等式の強劣加法性 [Lieb-Ruskai 73]
が幾何学的に証明できる！





$$\Rightarrow\quad S_{A\cup B}+S_{B\cup C}\geq S_{A\cup B\cup C}+S_{B}$$

[Headrick-高柳 2007]



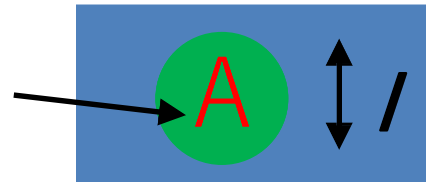
$$\Rightarrow\quad S_{A\cup B}+S_{B\cup C}\geq S_{A}+S_{C}$$

「量子情報の不等式＝幾何学の三角不等式」となる！

量子エンタングルメントとアインシュタイン方程式 [Advanced]

疑問：HEE公式を用いるとEEから計量が再構成できるはず。その時、重力のダイナミクスは？

(t,x)



EEの第一法則

$$\boxed{\Delta S_A \cong \Delta H_A}$$

[Casini-Huerta-Myers 13, Bhattacharrya-野崎-宇賀神-高柳 13]

$$\boxed{\left(\partial_l^2 - \partial_l - \partial_x^2 - \frac{3}{l^2}\right)\Delta S_A(t,\vec{x},l) = \langle O\rangle\langle O\rangle}$$

[野崎-沼澤-Prudenziati-高柳 13]

$$\boxed{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}}$$

➡ EEの第一法則は、摂動的アインシュタイン方程式と等価

[Raamsdonk et.al. 13, 非線形レベルの議論: Faulkner et.al 17, 宇賀神-Sarosi 17]

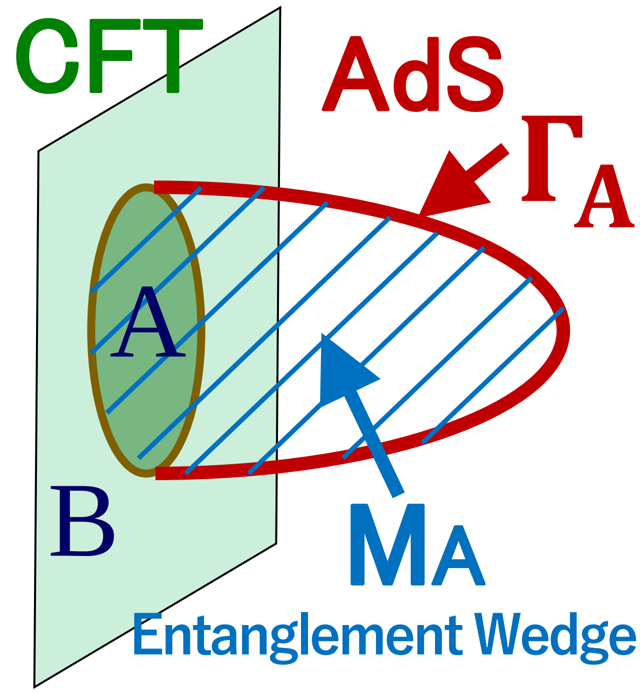
HEEに対する量子補正(量子重力効果)

[Advanced]

古典重力におけるHEE公式

[笠-高柳 2006, Hubeny-Rangamani-高柳 2007]

$$S_A = \underset{\Gamma_A}{\text{Min Ext}}\left[\frac{\text{Area}(\Gamma_A)}{4G_N}\right]$$



ループ補正 1/GN+1+GN+・・・

↔ CFTの1/N 補正

量子補正を取り入れたHEE公式

$$S_A = \underset{\Gamma_A}{\text{Min Ext}}\left[\frac{\text{Area}(\Gamma_A)}{4G_N} + \underbrace{S_{Bulk}(M_A)}_{\text{Bulk EE}}\right]$$

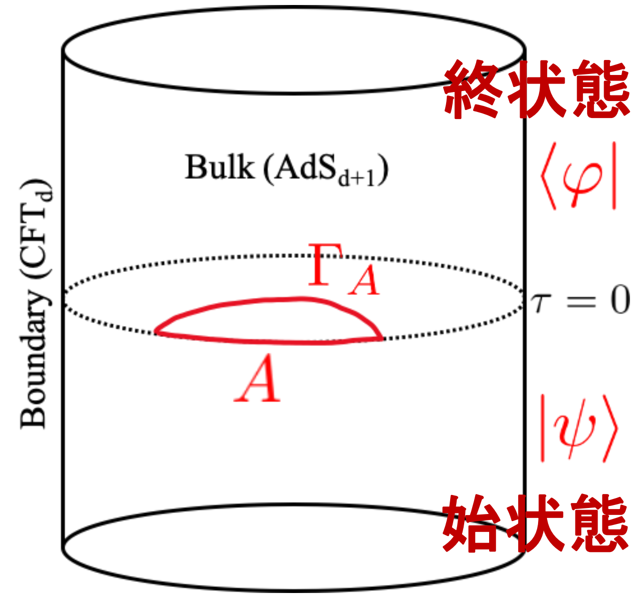
Quantum Extremal Surface

[Faulkner-Lewkowycz-Maldacena 2013, Engelhardt-Wall 2014]

擬エントロピーとゲージ重力対応 [中田-瀧-玉岡-魏-高柳, 2020]

虚時間で時間発展している重力理論の空間で、極小曲面の面積は、CFTの何を計算するのか？

答え：
$$\boxed{S(\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi}) = \min_{\Gamma_A} \frac{\mathrm{Area}(\Gamma_A)}{4G_N}}$$



擬エントロピー (Pseudo Entropy)

$$S(\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi}) = -\mathrm{Tr}\left[\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi} \log \mathcal{T}_A^{\psi|\varphi}\right]$$

始状態　終状態

$$\mathcal{T}^{\psi|\varphi} := \frac{|\psi\rangle\langle\varphi|}{\langle\varphi|\psi\rangle}$$

遷移行列

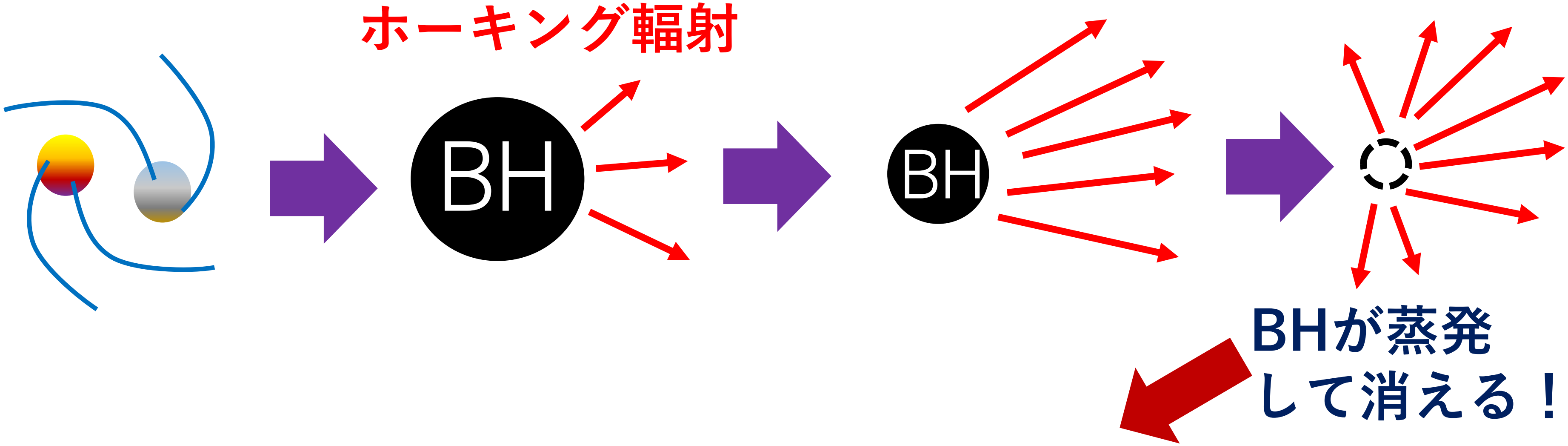
$$\left(\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi} := \mathrm{Tr}_{\bar{A}}\mathcal{T}^{\psi|\varphi}\right)$$

縮約した遷移行列
（一般にエルミートではない）

⑥ ブラックホールの情報問題への応用

ブラックホール(BH)の情報損失問題

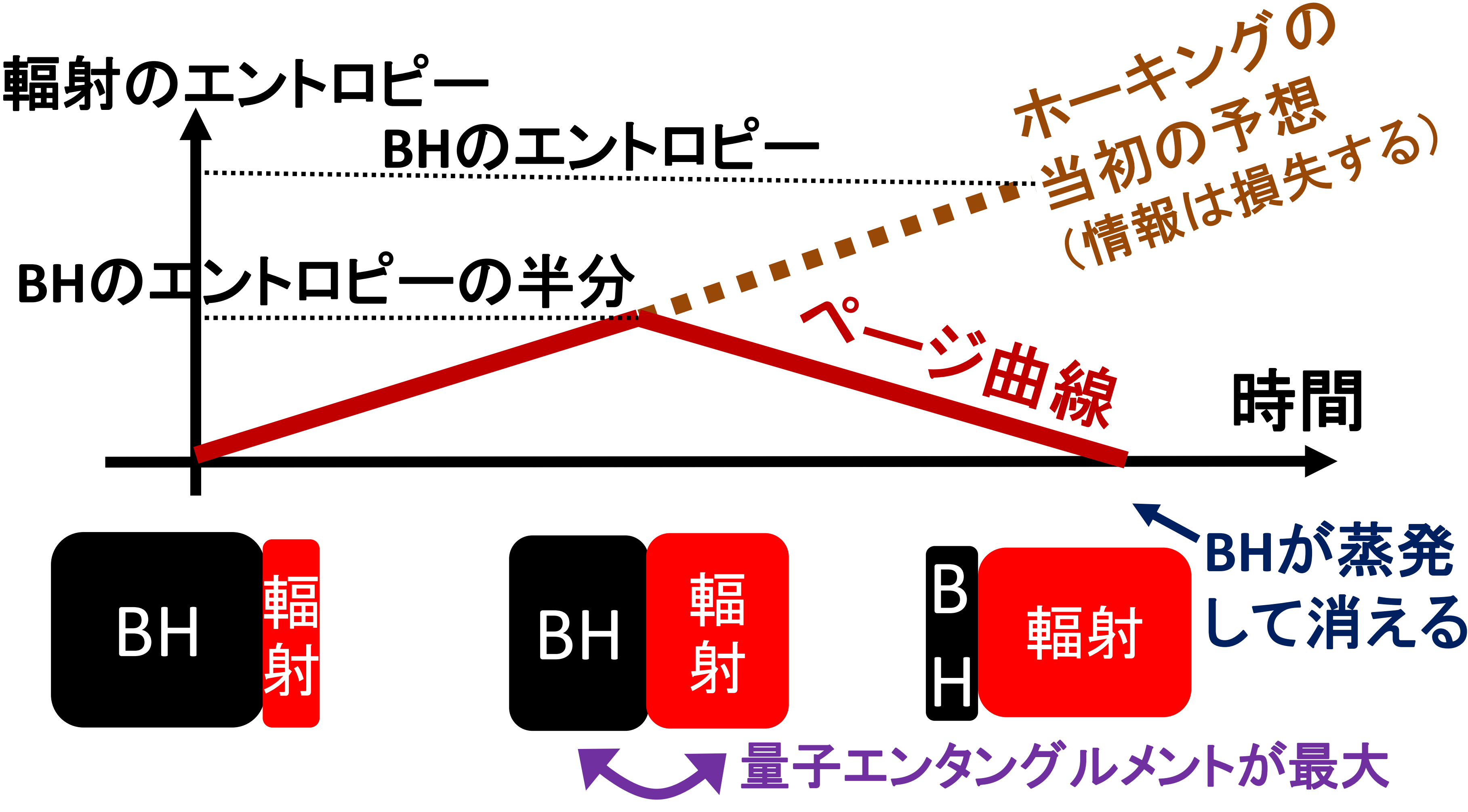
ホーキングが発見したように、実はブラックホールは温度を持ち、黒体輻射（ホーキング輻射）を行う。この輻射で次第にエネルギーを失い、最終的には消えてしまう（蒸発する）と考えられる。



BHの内部に隠れていた情報も消えてしまう！
➔量子力学のユニタリティー(情報の保存則)に反する！

エンタングルメント・エントロピーのページ曲線

BHの蒸発で、情報が損失しない（全系が純粋状態）とすると、
エンタングルメント・エントロピーはページ曲線に従うべき。



ブラックホール情報問題の解明の糸口

ホログラフィックなエンタングルメント・エントロピー(EE)を、
共形場理論と重力理論が隣接する系に一般化する。

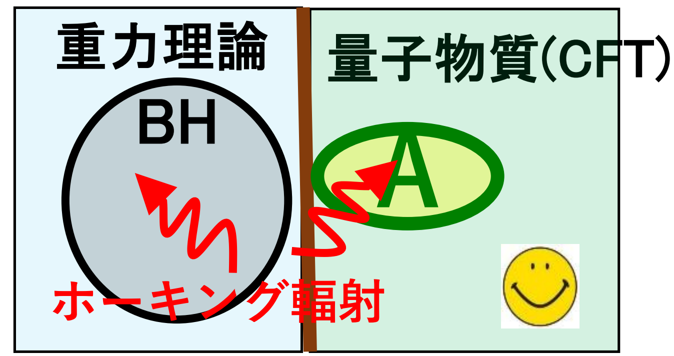
アイランド公式 [Penington, Almheiriら 2019]

$$S_A = \text{Min Ext}\left[\frac{\text{Area}(\Sigma)}{4G_N} + S_{A\cup\Sigma}\right]$$

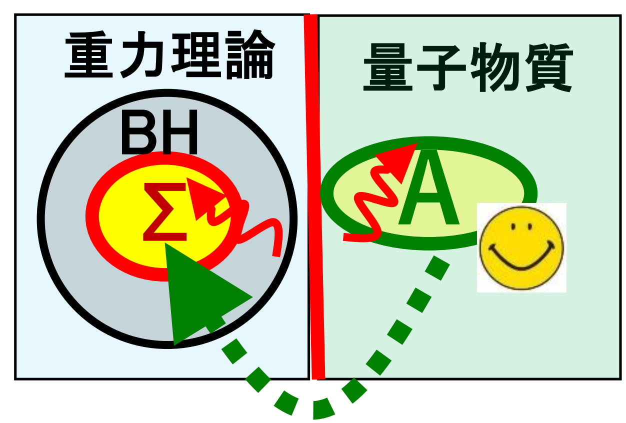
輻射のEE

重力エントロピー

量子物質(CFT)のEE



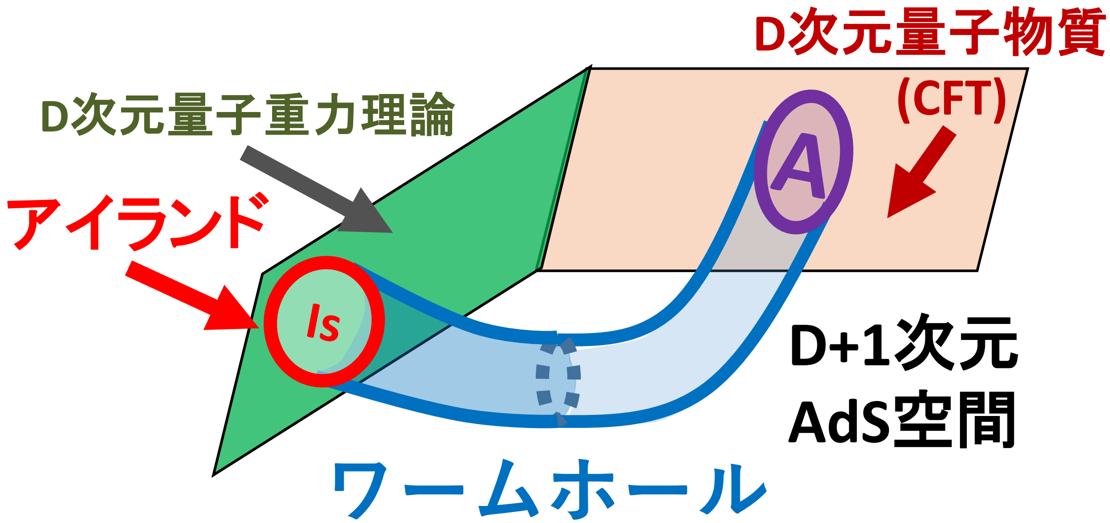
蒸発が進むと輻射のEEを下げるために、アイランドを生成



アイランドΣを観測できる！

蒸発が進むとBH内部に
抜け穴(アイランド)が開いて、
中の情報をホーキング輻射から
取り出せるようになる。
➔ページ曲線を再現。

補足１　アイランド公式を高次元で直感的に説明する方法



[AdS/BCFT対応: 高柳 2011,
Island/BCFT対応 鈴木-高柳 2022,
泉-白水-鈴木-棚橋-高柳 2022]

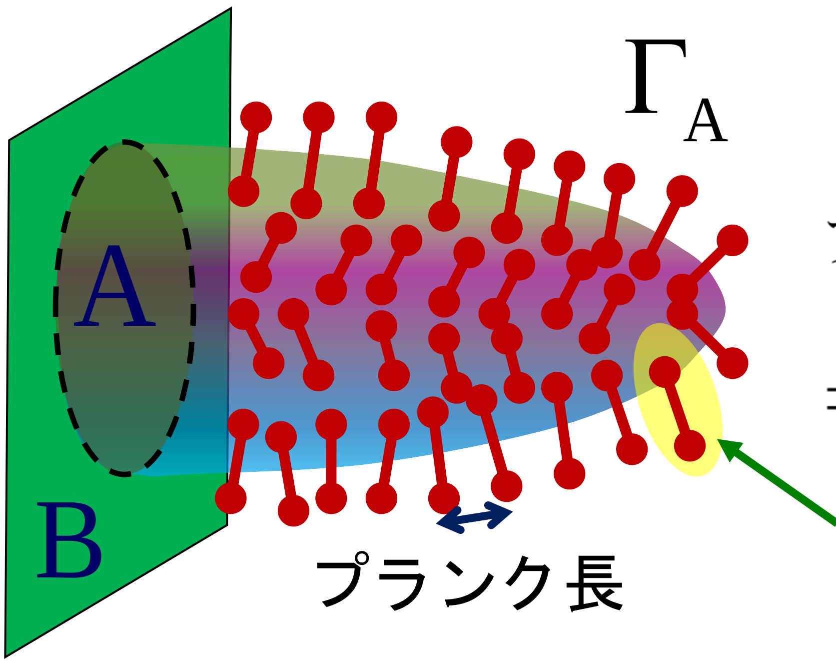
補足２　BH内部の情報は輻射から簡単に再現できるのか？

♦アイランド公式によるページ曲線の導出は、BH内部の情報が原理的に、ホーキング輻射から再構成できることを意味する。

♦しかし、実際に再構成するプロセスは非常に複雑であることが予想され、パラドクスに見えるという直観と無矛盾。
➔計算複雑性が指数関数的に大きく、量子計算機でも実行困難。

⑦ 量子ビットから創発する宇宙

前述のエントロピー公式は、プランク面積あたり
1量子ビットのエンタングルメントの存在を意味する。



$$S_A = \frac{\Gamma_A\text{の面積}}{4\,l_P^2}$$

プランク長: $l_P = \sqrt{\dfrac{\hbar G}{c^3}} = 1.6\times10^{-35}\,m$

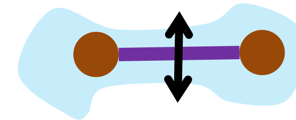
$\Rightarrow 1\,cm^2$の面積で10^{65}量子ビット

量子ビットは時空全体に満ちているのでは？
➔量子ビットから宇宙は創発する？

このように、重力理論の時空が、量子ビットの集合体と解釈できることが示唆される。

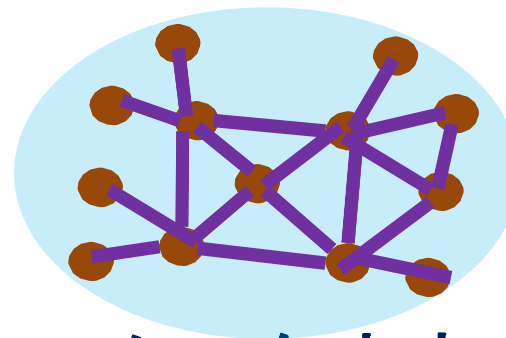
ミクロな宇宙

１量子ビットのエンタングルメント



プランク
スケール

多数の量子ビット



マクロな宇宙

これを実現する模型が**テンソルネットワーク！**

[Swingle 2009]

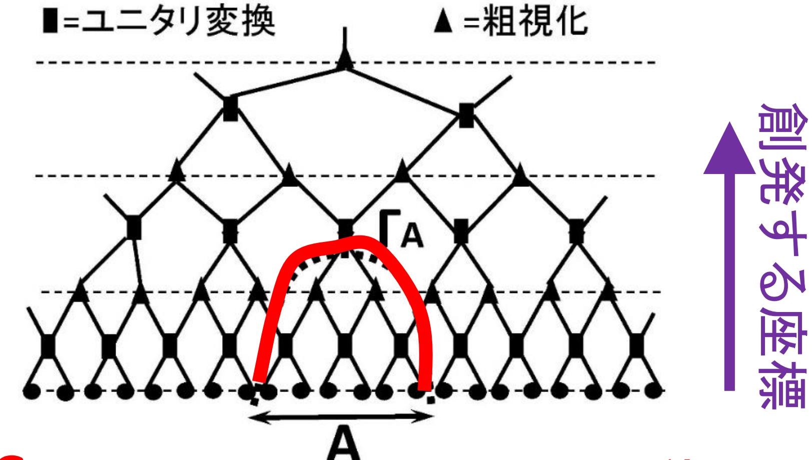
テンソルネットワーク（TN） [DMRG: White 92,.. CTM: 西野−奥西 96, PEPS: Verstraete−Cirac 04, ･･･.]

量子多体系の状態を精度よく表す波動関数の幾何学的記述法

ミクロな状態 = 量子エンタングルメントのネットワーク

[例1] MERA TN [Vidal 2005]

➔量子臨界点の基底状態を実現

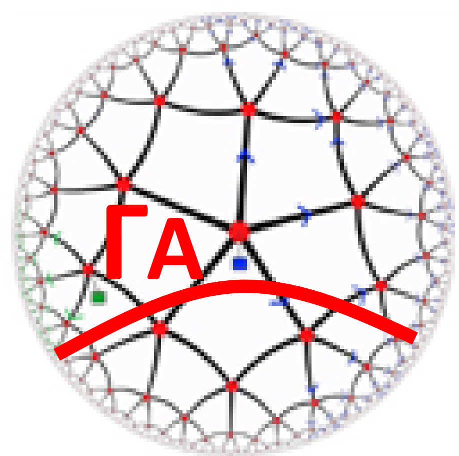


S_Aはネットワークの最小断面積！

[例2] HaPPY模型

[Patawski−吉田−Harlow−Preskill 2015]

➔量子誤り訂正符号を利用



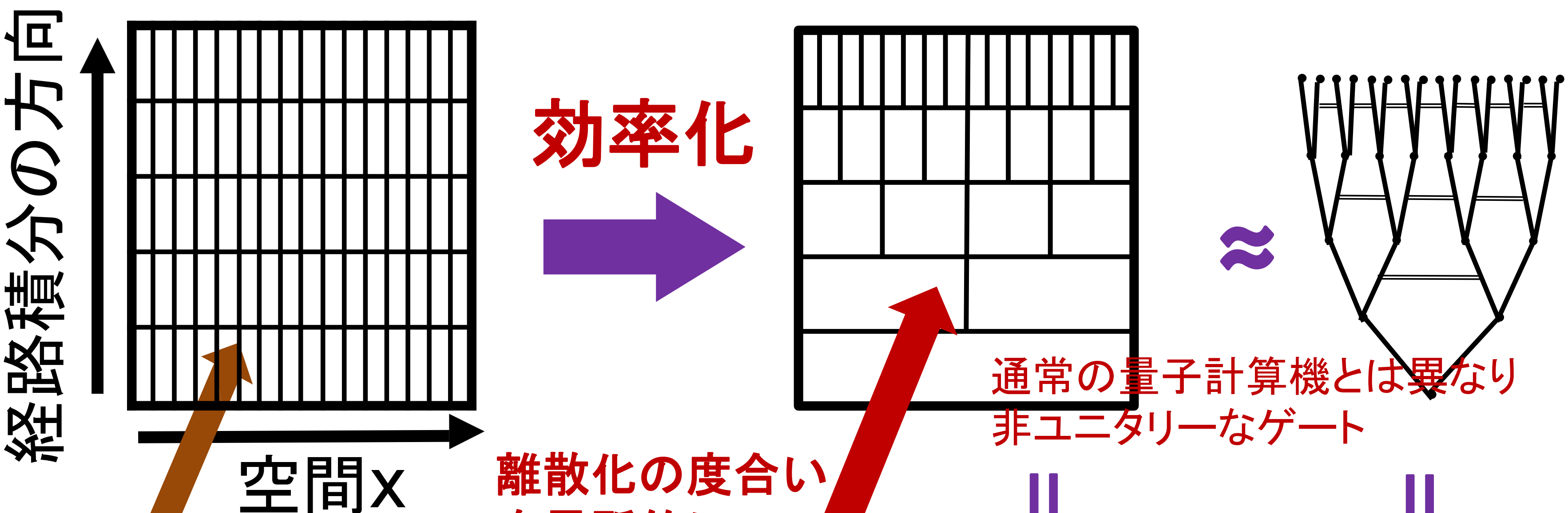
量子ビットの幾何学構造 = 反ドジッター空間

テンソルネットワークの連続極限をとって場の理論を考えたい！

例3：経路積分の効率化

[Caputa-Kundu-宮地-渡邊-高柳 2017]

量子状態を経路積分と呼ばれる手法で表す際に、その中で計算コストが最小なものを選ぶ！



初期の経路積分では高い波数の情報は必要ない！

離散化の度合いを局所的に変化させる！

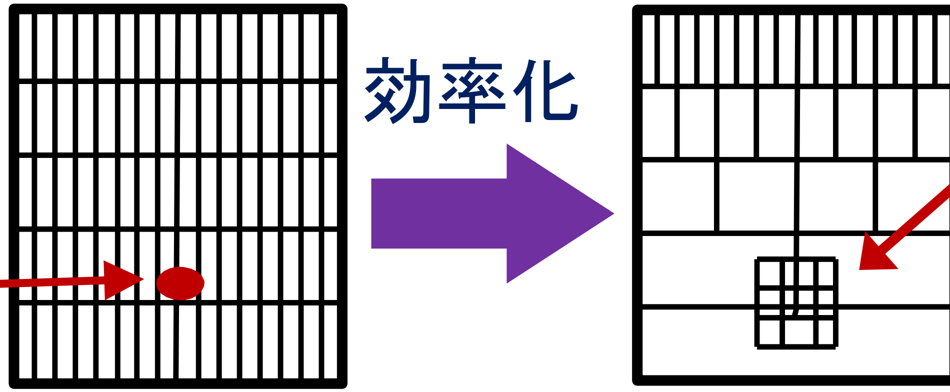
AdS宇宙が創発！

[具体的数値計算例：Jahn-Gluza-Pastawski-Eisert 2017,…]

興味深い事実：計算効率を最大にすると重力理論が得られる！

経路積分

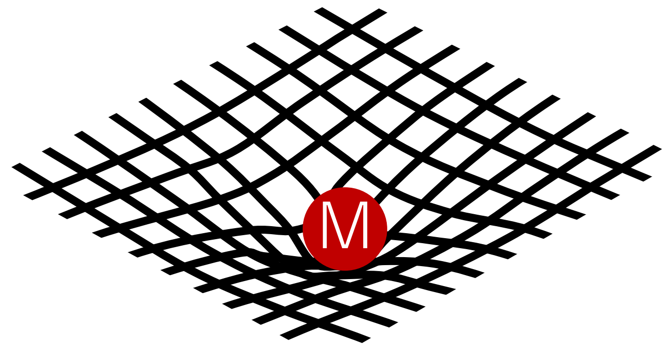
物体を置く（エネルギー源）



効率化

離散化を細かくする必要がある

エネルギー源（＝情報源）が背景の時空を曲げる
⇒一般相対論の本質！



ゲージ重力対応との関係 [Boruch-Caputa-Ge-高柳 2021]

経路積分の効率化= 宇宙の波動関数(Hartle-Hawking波動関数)の最大化 ！

重力理論は、最速の“量子コンピューター”？

経路積分の効率化を具体的にどうやるか？ [Advanced]

離散化の格子間隔の局所的な変化を計量で表す：

$$\boxed{ds^2 = e^{2\omega(x,z)}(dx^2 + dz^2).}$$

CFTの性質より波動関数は次の性質を持つ：

$$\Psi[\phi,\omega] = e^{C[\omega]} \cdot \Psi[\phi,\omega = 0]$$

C[ω]を最小とする計量が最も効率的な経路積分。
(C=「量子計算の複雑性」の一種 [Cf. Susskind 2014-] ）

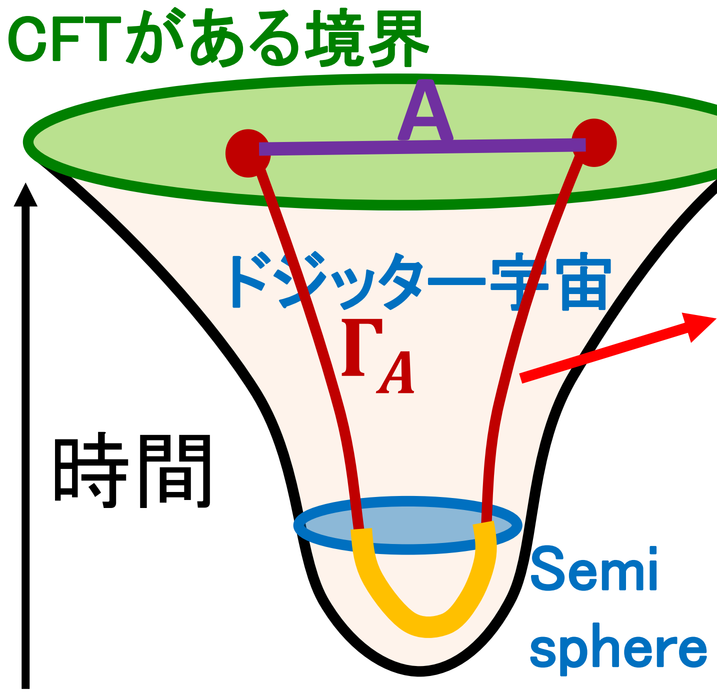
2次元CFTでは、N[ω]はリュービル作用と等しい。

$$\boxed{C_{2D}[\omega] = \frac{c}{24\pi}\int dxdz\left[(\partial_x\omega)^2 + (\partial_z\omega)^2 + e^{2\omega}\right].} \Rightarrow \boxed{e^{2\omega} = \frac{1}{z^2}}$$

最小化で、AdS計量を再現！

dS/CFTでホログラフィーで「時間」はどのように創発するか？

[土井-Harper-Mollabashi-瀧-高柳 2022]



エンタングルメント・エントロピーS_A

を与える「Aが、時間的測地線になる！

➔S_Aの値に虚数部分が現れる！

（正しくは擬エントロピーと呼ぶ）

➔これはCFTの非ユニタリー性に起因

エントロピーの実部分 ➔ 空間座標の創発(AdS/CFT)

エントロピー虚数部分 ➔ 時間座標の創発(dS/CFT)

⑧ホログラフィー原理は量子計算機を超えるか？

量子版の拡張チャーチ＝チューリングのテーゼ(qECT)

➔どんな(量子的)物理現象でも、量子計算機で効率的に
シミュレーションできるという予想。
量子計算の分野では正しいと期待されている。

系のサイズに対して、
多項式の時間内に
実行可能（BQPと呼ぶ）

しかし、ホログラフィー原理(特にAdS/CFT対応）を正しいと認めると、qECTが破れているように見える！

[Bouland-Fefferman-Vazirani 2019, ……]

どうしてqECTが破れるのか？

重要な事実

AdS/CFT を用いるとエンタングルメント・エントロピー(EE=面積)や量子計算複雑性(CP=体積)[Susskind 2014,..]が多項式時間で計算できる.

[議論1：擬ランダム状態におけるEEや計算複雑性]

◆**完全にランダムな状態**(Haar random states)

➔多項式時間で量子計算機で実現できない。

◆**擬ランダム状態**(Pseudo random states)

擬ランダム状態は量子暗号の文脈で頻繁に利用される。

➔多項式時間で量子計算機で実現できるが、完全にランダムな状態と識別することは多項式時間では不可能。

しかし、AdS/CFTを使えば、擬ランダム状態をCPやEEで識別できる！

➔AdS/CFTは量子計算機にできないことができてしまう？！

[Bouland-Fefferman-Vazirani 2019, Aaronson etal. 2022]

[議論2：EEの測定]

♦量子多体系のエンタングルメント・エントロピーの測定
➔系のサイズが大きいと、量子計算機では多項式時間の測定は不可能だろう。（←多数の繰り返し測定が必要なため）

しかし、AdS/CFTを使えば、EEで簡単に計算できる！
➔AdS/CFTは量子計算機にできないことができてしまう？！
[Gheorghiu-Hoban 2020]

[議論3: 基底状態のエネルギーの計算]

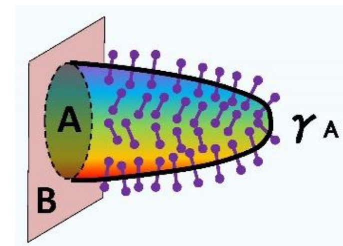
♦量子多体系において局所的ハミルトニアンに対する基底状態
➔系のサイズが大きいと、基底状態のエネルギーを求めるのは多項式時間の量子計算機では一般に不可能であろう（QMA困難）

しかし、AdS/CFTを使えば、エネルギーも簡単に計算できる！

⑨ おわりに

講演者らの研究成果
とその最近の発展

「情報量＝面積」の式
はBHに限らず、実は
一般の宇宙で成立！



従来の物理学の考え方

顕微鏡・加速器

物質　＝　素粒子の集まり

創発

本講演で紹介した新しい方向性

ホログラフィー原理

重力理論は、"最速の量子コンピューター"？
➔量子物質の解析、量子計算・暗号へ新しい知見

宇宙　＝　量子情報（量子ビット）の集まり？

重力理論の時空は量子ビットの集合体？
➔量子重力理論を解明するための鍵

創発

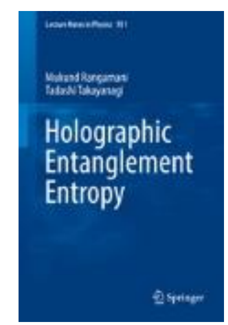
もっと知りたい方のために(大学生・大学院生向け)

(2-1) 拙著 「ホログラフィー原理と量子エンタングルメント」
臨時別冊・数理科学 SGC106 (SDB Digital Books 25)
サイエンス社 2014年

(2-2) 拙著 「量子エンタングルメントから創発する宇宙」
(基本法則から読み解く物理学最前線 23)
共立出版 2020年

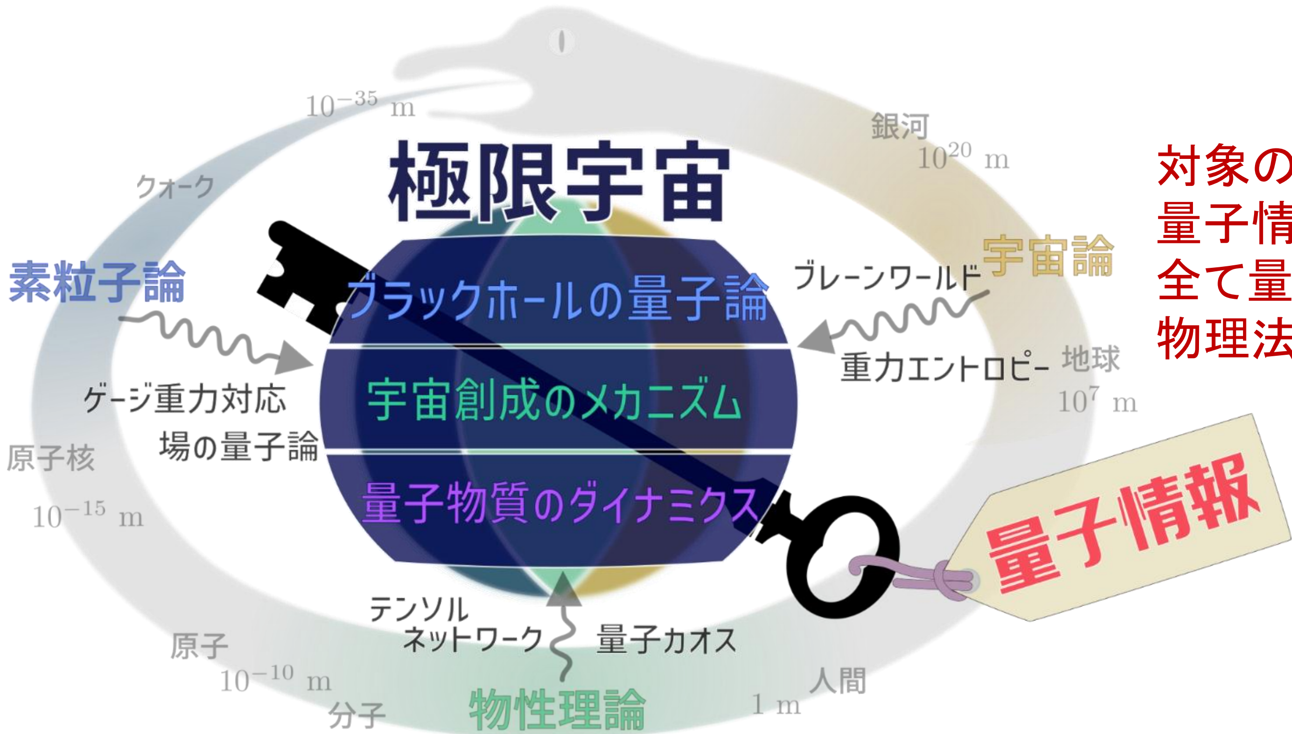
(2-3) T. Nishioka,
"Entanglement entropy: holography and renormalization group"
Rev.Mod.Phys. 90 (2018) 3, 035007 [arXiv:1801.10352]

(2-4) M. Rangamani and T. Takayanagi,
``Holographic Entanglement Entropy"
Lecture Notes in Physics, Springer, 2017 [arXiv:1609.04645]



(2-5) T. Nishioka, S. Ryu and T. Takayanagi
"Holographic Entanglement Entropy: An Overview"
J.Phys.A 42 (2009) 504008 [arXiv: 0905.0932]

ご清聴ありがとうございました！



対象のスケールは大きく異なるが、
量子情報の視点に立つと
全て量子ビットの集合体として
物理法則が統一的に理解できる！

こういったトピックにご関心の皆様は、学術変革領域研究A「極限宇宙」のHPや
公開コロキウムをご覧ください：https://www2.yukawa.kyoto-u.ac.jp/~extremeuniverse/