

特集量子力学 100 年の展開

宇宙は究極の量子コンピューター？

高柳 匡

たかやなぎ ただし

京都大学基礎物理学研究所(素粒子理論)

自然法則の究極の姿を理解することを目標に、超弦理論やその量子重力理論としての側面を研究している。最近は特にホログラフィー原理やその量子情報理論との深い関係に関心を持ち、研究を行なっている。

物質を構成する最小単位は素粒子と呼ばれ、加速器と呼ばれる大規模な顕微鏡を用いて、身の回りにある物質のミクロな構造を調べていくと、最後には電子やクォークといった素粒子が無数に集まって構成されていることがわかる。それでは、私たちが住んでいる宇宙空間自体のミクロな構造を調べるとどうなるであろうか？ ホログラフィー原理と呼ばれる、いわば思考実験における顕微鏡を用いて調べると、量子ビットの無数の集まりとして宇宙空間を解釈できることが最近わかってきた。量子コンピューターとの類似性も話題となっている。

顕微鏡と素粒子物理

私たちが目にする不思議な現象を、その根本から理解するために役立つ道具の1つが顕微鏡だろう。どんな物体でも拡大してミクロな構造を見ることができ、その成り立ちや構造を調べることができるからである。例えば、山の中で目にすることができる水晶の六角形の結晶、もしくはもっと日常的に目にすることができる食塩の立方体の結晶、このような美しい幾何学的な結晶はなぜ生まれる

のだろうか？ この謎を解くには、電子顕微鏡などで結晶の中身を大きく拡大してみればよい。すると、原子が規則正しく並ぶ結晶構造を見ることができると、ミクロに見ると中身が連続的につながっているわけではなく、原子のつぶつぶが無数に整然と並んでいて、それが美しい結晶となる理由である。また、原子がこのような規則正しい配列をする理由は、ミクロな世界の物理法則である量子力学によって説明される。

筆者が専門としている素粒子物理は、そのように物体をどんどん細かくして行って、つきつめればどうなっているのか探究する学問であり、最後に残った粒子を素粒子と呼ぶ。原子も細かく見ると、電子と陽子と中性子となる。電子はこれ以上細かく分けることができないので素粒子と考えられているが、陽子や中性子はさらに細かく見るとクォークと呼ばれる素粒子から構成されるといった具合である。素粒子物理では、加速器と呼ばれる大規模な実験施設が顕微鏡の役割を担い、非常に高い倍率で拡大して、素粒子を観察することができる。

さて、内部の構造を細かく見ることができるのは物体だけなのであるだろうか？ 私たちを含め、この世の万物が収容されている宇宙空間自体もミクロに見るとどうなっているのだろうか？ 本稿では、この疑問に対して最近の研究で徐々に解明されつつある新しい物理学の描像を解説したい。結論から言ってしまうと、宇宙空間は一見何も無い真空状態に見えるが、実はある特別な顕微鏡を用いて拡大していくと素粒子のように量子ビットというつぶつぶの存在が現われ、宇宙空間はそのつぶつぶの膨大な数の集まりだと考えることができそうなのである。しかも、その多数の量子ビットは、互いに強く結びつき合っ、全体であたかも量子コンピューターのような構造を呈しているのである。

ブラックホールからホログラフィー原理へ

自然界に働く力は4つある。それは電磁気力、

強い力、弱い力、そして重力(万有引力)である。電磁気力は静電気や磁石の力を総称したもので、強い力や弱い力は原子核を構成する陽子や中性子に働く力である。これら3つの力は物質に働き、物質を構成する力といえる。

最後の重力は、太陽と地球のような重い物体を引き付け合う力なのであるが、物質に働くだけでなく、実は宇宙空間にも働く力なのである。もっと正確に言うにはアインシュタインの一般相対性理論が必要になる。重い物体は、周りの宇宙空間の構造を歪める。ふかふかのベッドの上に大きな鉄球を乗せると、ベッドがへこんで鉄球は沈み込むだろう。その近くにピンポン玉を置くと、その周辺がへこんでいる鉄球に向かって転がっていくだろう。このベッドを宇宙空間のたとえだとすると、宇宙空間が歪んで、鉄球とピンポン玉の間に万有引力が働くことを表わしている。これが一般相対性理論による重力の描像の直観的説明である。

この鉄球が非常に重い場合は、ベッドに穴が開いてしまうことを心配する読者もいるかもしれない。実際に一般相対性理論でも似たような現象が起こり、それがブラックホールである。このようにブラックホールは重力特有の現象で、例えば宇宙における高密度な星が崩壊して凝縮することで形成され、また銀河の中心には巨大なブラックホールが存在すると考えられている。ブラックホールと呼ばれる領域では重力が極めて強く、光ですらそこから外に抜け出すことができない。したがって、外部の観測者からは真っ黒に見えるということからブラックホールと呼ばれている。ここで重要なのは、この現象は重力が宇宙空間を歪めるという、他の3つの力にはない性質が発端となって起こっていることである。

さて、ブラックホールの中はどうなっているのだろうか？ もともと星など物体が凝縮して形成されたことを考えると、例えばどのような粒子がどのような配列でどれだけ並んでいたかといった膨大な情報が記憶されているはずである。しかし、一般相対性理論によると、ブラックホールの中も私たちの周りの宇宙空間と同様に何も無い平凡な

空間が続いているだけに見える。これはどのように考えるとつじつまが合うのだろうか？ 情報の量を情報量と呼ぶことにして、先ほどのブラックホールの例を考えると、重力が働く宇宙空間は実は単に空っぽなわけではなく、大量の情報量が隠れていると考えられる。すると宇宙空間を拡大してその隠れた情報を観察することができる「顕微鏡」が存在するはずなのである。

ブラックホールの内部に隠れている膨大な情報量は、ブラックホールのエントロピーと呼ばれる。エントロピーは物理学で重要な量で、探索することが難しい情報の量を意味する。例えば、コップに水が入っていた時に、内部の水の分子がどのように運動しているかなどの情報を私たちが知るのは大変難しい。このような情報の量が水のエントロピーである。今から約50年前に、ベッケンシュタインとホーキングは一般相対性理論から、ブラックホールのエントロピー S がブラックホールの表面積 A を重力定数 G の4倍で割ったものであることを発見した^{1,2}。これを数式で書くと $S = A/4G$ となる。重力定数 G は重力の強さを決める数である。エントロピーは物理の熱力学で重要な量であることからわかるように、ブラックホールも熱力学の法則に従うことを示すことができる。ブラックホールは温度をもち、その温度に従って熱輻射を発しているということをホーキングは発見した。ブラックホールは実は真っ黒ではなかったというわけだ。

さて、このブラックホールのエントロピーであるが、先ほどの公式に従うとブラックホールの表面積に比例している。これは、その大量の情報量がブラックホールの表面に局在していることを示唆する。この事実ヒントを得て、トフーフトとサスキンドはホログラフィー原理を、今から約30年前に提唱した^{3,4}。このホログラフィー原理とは、ある宇宙の重力理論を考えたときに、その宇宙の端に局在する何らかの物体の理論とまったく同じになるという主張である。そのホログラフィーという名前の由来は、物体は宇宙の端に置かれているため、あたかもホログラムのように、2次元の

フィルム(物体)から3次元の立体画像(宇宙)が浮かびあがってくるように見えるという比喩にもとづく。

実は、このホログラフィー原理こそが、重力の作用する宇宙空間に対して威力を発揮する顕微鏡なのである。一見、単調な宇宙空間をホログラフィー原理という顕微鏡で拡大してミクロな構造を覗くと、素粒子の集合体として物体が見えてくるように、情報の集合体として宇宙空間が見えてくるというわけである。そう考えると、ブラックホールのエントロピーの公式も、より一般の宇宙の場合、例えばブラックホールが存在しないような場合にも、拡張できるのではと期待できる。そのような一般化を可能にするのが、後述するホログラフィック・エンタングルメント・エントロピーの公式である。これによって、一般の宇宙空間に膨大な情報が集積されていることがわかるのである。

ゲージ重力対応(AdS/CFT対応)

ホログラフィー原理は非常に一般的な原理なので抽象的に聞こえ、イメージを掴みにくいかもしれない。しかし1997年にマルダセナによって、素晴らしい具体例が発見され、ホログラフィー原理の研究は一気に加速した。これは、ゲージ重力対応ないしAdS/CFT対応と呼ばれる⁵。このゲージ重力対応は、特に反ドジッター宇宙(英語でAnti de Sitter Space, 略してAdS)と呼ばれる宇宙における重力理論を対象とする。反ドジッター宇宙は、ダークエネルギーもしくは宇宙定数と呼ばれる真空のエネルギーが負の場合に生じる宇宙で、空間方向にずっと進むと壁にぶち当たり、つまり壁に囲まれた宇宙である(図1(左)参照)。一方で、私たちが現在住んでいる宇宙ではダークエネルギーはむしろ少しだけ正であることが観測から知られており、そのような宇宙はドジッター宇宙と呼ばれる。その意味で、現実の宇宙ではなさそうだが、とりあえずこの反ドジッター宇宙を考えよう。

反ドジッター宇宙にホログラフィー原理を適用

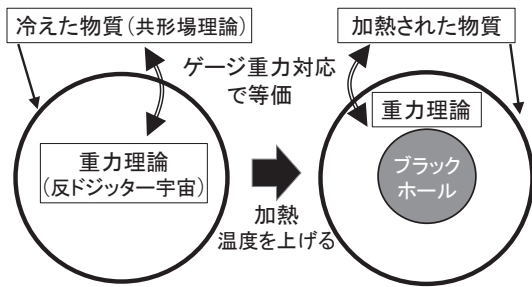


図1—ゲージ重力対応の概念図

(左)反ドジッター宇宙の重力理論が、それを取り囲む壁(境界)における共形場理論と等価になる様子を描いている。(右)加熱して、温度を上げていくと、反ドジッター宇宙の中心付近に同じ温度をもつブラックホールが生成され、そのブラックホールのエントロピーが、共形場理論の熱力学的エントロピーと等しくなる。

すると、その内部の重力理論は、その外側にある壁に沿って配置された物体の理論と同じになると予想される。これがゲージ重力対応である。壁に置かれた物体をミクロに見ると共形場理論(Conformal Field Theory, 略してCFT)と呼ばれる素粒子の理論になることがわかる。これは、質量ゼロの無数の素粒子の間に強い力が作用する理論である。反ドジッター宇宙と共形場理論の対応なのでAdS/CFT対応とも呼ばれ、また素粒子間の力はゲージ粒子という素粒子が媒介して生じるので、ゲージ重力対応とも呼ぶ。

ゲージ重力対応の物理的な描像のイメージを掴むために、壁に局在する共形場理論を加熱して温度を上げていく過程を考えてみよう(図1(右)参照)。共形場理論の温度は、内部の反ドジッター宇宙の温度と等しい。温度を上げていくと、反ドジッター宇宙の中心部分にブラックホールが形成されて、このブラックホールの温度に等しくなる。このブラックホールがもつエントロピーが、共形場理論を構成する素粒子の集合体がもつエントロピーに等しいということになる。このようにゲージ重力対応は、重力理論の物理量と共形場理論の物理量が等しいことを予言し、実際に非常に多くの例に対して両者が一致することが確かめられてきており、広く受け入れられている対応関係である。

ゲージ重力対応や、より一般にホログラフィー原理は、重力が働く宇宙と、重力が働かない物体

が物理学的に等価になるという意味で大変不思議な現象である。しかし、これが正しいことを認めると、現在でも難問である重力の量子論を、物質の理論として解き明かすことができると期待され、その意義は極めて大きい(重力の量子論に関しては本特集の大栗氏の記事を参照されたい)。しかし、これまで非常に多くの検証がゲージ重力対応に対してなされてきたが、その証明自体は未だになされていない。その意味でも、ゲージ重力対応の基礎的なメカニズムを解明することは重要で、世界中で活発に研究されているテーマである。特に、量子情報理論と呼ばれる、量子力学にもとづくミクロな情報理論を利用した研究が最近大きく進展してきており、次に紹介したい。

ホログラフィック・エンタングルメント・エントロピー

ゲージ重力対応を理解する上で、共形場理論のある領域が反ドジッター宇宙のどの部分に対応するかという問題は重要である。そこで、ある時刻において、共形場理論が置かれている壁を領域Aと領域Bに二分割しよう。領域Aの取り方は好きにとってよい。この時に観測者が領域Aにおいて、領域Bを観測することができないと仮定しよう。つまり、観測者にとって、領域Bに隠れた情報があることになる。この領域Bに含まれる情報量は、正確には「エンタングルメント・エントロピー」と呼ばれる量となる。このエントロピーは量子力学特有の性質である量子エンタングルメント(量子もつれ)の量を測るものであり、以下で少し説明したい(量子もつれの詳細に関しては井元氏の記事を参照されたい)。

話を簡単にするために、コインが2枚あるとして、それぞれAとBと呼ぼう。コインが表となる状態を0、裏となる状態を1と呼ぶことにする。このように1枚のコインの状態は2進法の0と1で表わすことができるし、コインが2枚あれば00, 01, 10, 11のように2進法の2桁の数で表わされる。コンピューターの用語では、0ない

し1という情報をビットと呼ぶが、コインが N 枚あると N ビットの情報があることになる。

しかし、ミクロな世界に行くと量子力学の基本的な原理である粒子と波の二重性に従って、状態は波のように重ね合わせることができる。つまり、1つの状態を選ぶときに、0の状態と1の状態の線形結合をとることができる。量子力学ではこれを、 $a|0\rangle + b|1\rangle$ のように式を使って表わす。 a と b は複素数値を好きにとることができるが、その絶対値の和 $|a|^2 + |b|^2$ が1という条件を満たすものとする。量子力学におけるコインの自由度を量子ビットと呼ぶ。コインはマクロな物体での比喩なので、実際にはミクロなものとして素粒子の自転(スピン)の自由度を考えるべきであるが、ここでは気にしないことにする。さて、同じようにコインが2枚ある場合を量子力学で考えると、 $a|00\rangle + b|11\rangle + c|01\rangle + d|10\rangle$ という状態をとることができる。

簡単な例として、 $\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle$ という状態を考えよう。これはベル状態と呼ばれ、AとBがともに表という状態と、ともに裏である状態が均等に重ね合わされている。このベル状態では、もしAが表(ないし裏)であることがわかると、Bも表(ないし裏)であるとわかってしまう。このようにAの情報とBの情報が強く相関していることがわかる。このような相関が起こるのは量子力学ならではの現象であり、量子エンタングルメント(量子もつれ)と呼ばれている。一般に、AとBがそれぞれ多数のコイン(量子ビット)で構成されている場合に、ベル状態にあるコインの対(ベル対と呼ぶ)が何個あるかが、量子エンタングルメントの強さの指標となり、その数をエンタングルメント・エントロピーと呼ぶ。これを逆に見ると、もし観測者がBの情報にまったくアクセスできないとすると、Aのコインは表と裏の両方の可能性が生じてしまい、情報があいまいになってしまう。したがって、このエンタングルメント・エントロピーこそが、前述したBに隠れた情報量と解釈できるのである。

さてここでゲージ重力対応に戻ろう。共形場理

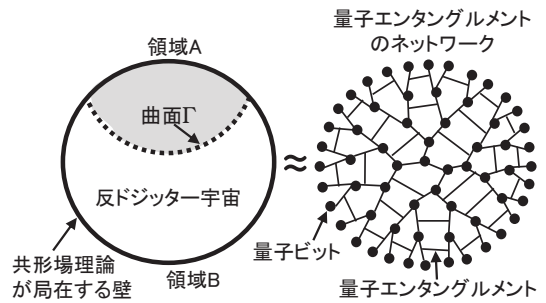


図2—ゲージ重力対応におけるエンタングルメント・エントロピー

(左)ゲージ重力対応においてエンタングルメント・エントロピーは面積を最小にする曲面(極小曲面と呼ばれる) Γ から計算できる。(右)ゲージ重力対応は量子エンタングルメントのネットワーク(テンソルネットワーク、次節参照)として解釈できる。

論はミクロに見ると素粒子が多数飛び交う理論であるが、この素粒子をミクロなコイン、すなわち量子ビットと思うことにしよう。共形場理論の位置する反ドジッター宇宙の壁の領域をAとBに分けると、Aに含まれたコインとBに含まれたコインの間で量子エンタングルメントが生じる。このエンタングルメント・エントロピーは、反ドジッター宇宙で見るとどのようになるであろうか? 物性物理の理論家である笠と素粒子物理の理論家である筆者は、二人の共同研究で、この問いに対する以下のようなシンプルな答えを見出した⁶。図2(左)のように領域Aと領域Bの境界を反ドジッター宇宙に拡張した曲面を考え、その面積を最小にするような曲面 Γ を特に選ぼう。 Γ の面積を $A(\Gamma)$ と書くと、ブラックホールのエントロピーと同じように、 $S = A(\Gamma)/4G$ によって、エンタングルメント・エントロピー S を計算できるのである。特に、ブラックホールが存在する場合は、曲面 Γ がブラックホールの表面に巻き付くので、実際にこの公式は、ブラックホールのエントロピーの公式の一般化とみなすこともできる。それでは、共形場理論のある領域が反ドジッター宇宙のどの部分に対応するか、という問題に戻ると、答えはもうおわかりであろう。領域Aに対応する情報は、反ドジッター宇宙の中で、壁と Γ で囲まれた領域に対応するのである。

宇宙は量子コンピューター？

このエンタングルメント・エントロピーの公式から、反ドジッター宇宙における面積 A の曲面には、 $A/4G$ 個のベル対が付随していることが予想される。これは 1 cm^2 あたりだと、 10 の 65 乗程度ベル対があるという、膨大な数になる。つまりこの新しい考え方を推し進めると、宇宙はこのような無数の量子ビットが互いに量子エンタングルメントによってネットワークのようにつながっている状態と解釈できるのである。一方、量子エンタングルメントのネットワークは、テンソルネットワークと呼ばれており⁷、物性物理学では強力な数値計算手法として知られる。また、量子コンピューターは多数の量子ビットに様々な量子的な演算を行ない、最終的に正しい答えを得る装置であるが(量子コンピューターに関しては中村氏の記事を参照されたい)、このプロセスも量子エンタングルメントのネットワークとみなすことができる(図2(右)参照)。このような理由で、反ドジッター宇宙は、それ自体がある種の量子コンピューターとみなすことができ、それをを用いて計算を行なう手法がゲージ重力対応なのではないか？という予想が生まれる。エントロピーが宇宙における曲面の面積で与えられるという公式は、反ドジッター宇宙を超えて、より一般の宇宙でも成り立つと期待されることから、もしかすると私たちが住んでいる宇宙も量子コンピューターとみなせるかもしれない。

こういった新しい宇宙空間の見方は、現在、世界中で盛んに研究されており、物理学の研究者のみならず、量子コンピューターなどの計算機科学の研究者も巻き込みながら日々進展している状況である。例えば、計算機科学の複数の著名研究者が、このように考えるとゲージ重力対応は、量子コンピューターを超える能力をもってしまうことになり、計算機科学の常識に反してしまうという論文を書いて話題になっている^{8,9}。1つの例で概略を説明すると、次のような議論である。 N 個の

量子ビットからなる系を A と B に分けて、そのエンタングルメント・エントロピーを計算したいとしよう。これを量子コンピューターで計算しようとすると、 N の多項式程度の時間では一般に計算することができない、ということを経験的に示すことができる。しかし、前に説明した通り、ゲージ重力対応を使うと、対応する宇宙における曲面の面積を計算するだけでよく、比較的短時間で計算できるように見えるのである。このパラドックスについては最近も議論が続いており、例えば今年3月にカリフォルニア大学バークレー校の計算機科学の研究所で国際集會が開催され、筆者も講演に招待された。筆者の意見では、ゲージ重力対応の計算は、計算機科学で想定されている量子コンピューターよりも拡大された能力、例えば特別な状態を選び出す機能などを有しているので、ずっと強力になっているのだらうと考えているが、より正確なことは今後の研究で解明されてくるだろう。

本稿で説明してきたように、宇宙をゲージ重力対応という顕微鏡を用いて拡大すると、互いにもつれあった無数の量子ビットからなるネットワークが見えてくる。このネットワークの幾何学的構造が、宇宙の構造に直結する。私たちの宇宙がどのように生まれたか？という深遠な問題に答えるためにも、この量子ビットのネットワークのダイナミクスを今後、より精密に、そして一般的に解明していくことが望まれる。

文献

- 1—J. D. Bekenstein: Phys. Rev. D, **7**, 2333(1973)
- 2—S. W. Hawking: Commun. Math. Phys., **43**, 199(1975)
- 3—G. 't Hooft: Conf. Proc. C, **930308**, 284(1993)
- 4—L. Susskind: J. Math. Phys., **36**, 6377(1995)
- 5—J. M. Maldacena: Adv. Theor. Math. Phys., **2**, 231(1998)
- 6—S. Ryu & T. Takayanagi: Phys. Rev. Lett., **96**, 181602(2006)
- 7—B. Swingle: Phys. Rev. D, **86**, 065007(2012)
- 8—A. Bouland et al.: arXiv:1910.14646
- 9—S. Aaronson et al.: Leibniz Int. Proc. Inf., **287**, 2:1-2:21(2024)