

相関基礎科学特殊講義 V @東大駒場 2020/10/6-8

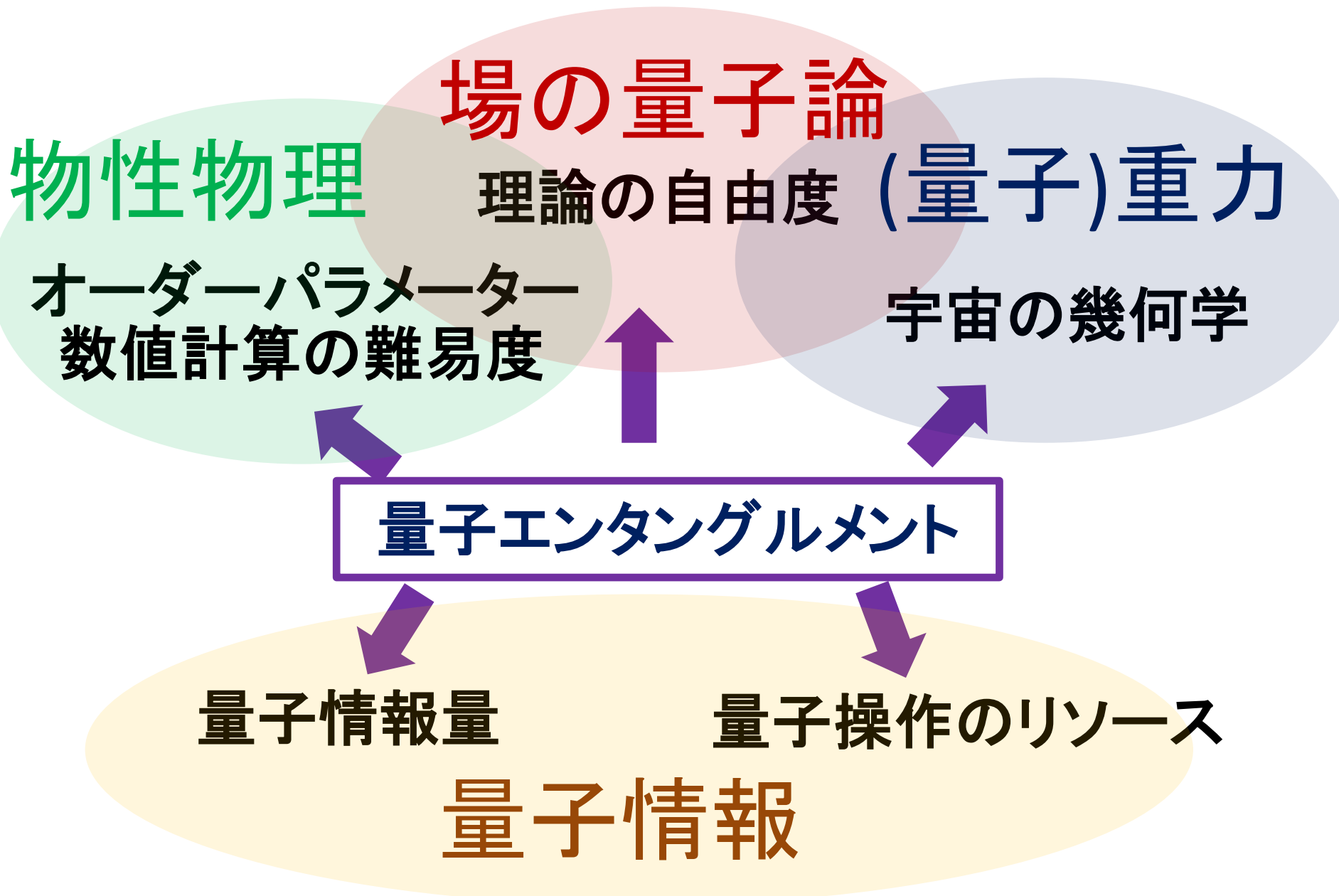
「ゲージ重力対応と量子情報」

プロローグ

Tadashi Takayanagi (YITP, Kyoto)

高柳 匡(京大基研)

量子エンタングルメントの概念図



場の量子論

理論の自由度

(量子)重力

宇宙の幾何学

物性物理

オーダーパラメーター
数値計算の難易度

量子エンタングルメント

量子情報量

量子操作のリソース

量子情報

略語

量子エンタングルメント(量子もつれ)

Quantum Entanglement \Rightarrow QE

エンタングルメント・エントロピー

Entanglement Entropy \Rightarrow EE

ホログラフィック・エンタングルメント・エントロピー

Holographic Entanglement Entropy \Rightarrow HEE

共形場理論 Conformal field theory \Rightarrow CFT

境界を持つCFT Boundary CFT \Rightarrow BCFT

本講義のターゲット:

「超弦理論(量子重力)」と「量子情報理論」の境界領域

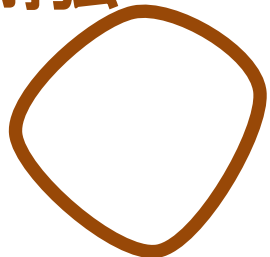
しかし、超弦理論自体の知識は“とりあえず”不要。

(場の理論の基礎や一般相対論の基礎を仮定)

(注) 超弦理論=物質の最小単位を粒子(素粒子)ではなく、ひも(弦)とみなす考え方。

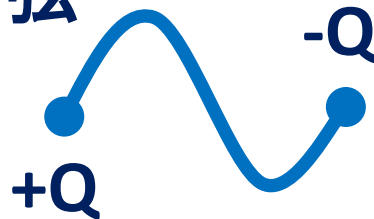
弦には2種類あり、閉弦と開弦と呼ばれる。

閉弦



重力

開弦



電磁力

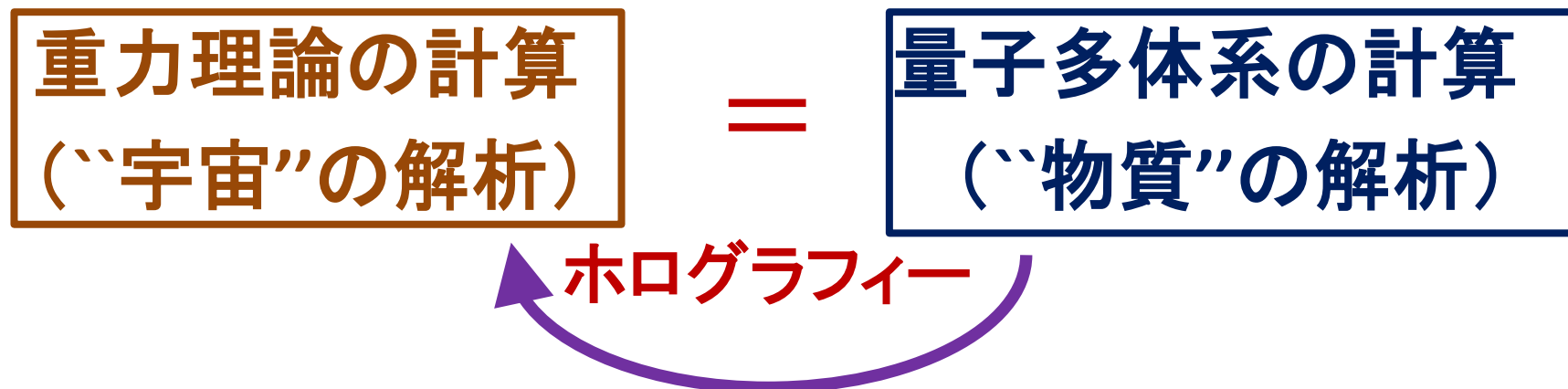
核力

(ゲージ理論)

むしろ、超弦理論から発見された「**ホログラフィー原理**」や「**AdS/CFT対応**」という考え方が重要である。

この考え方を一言で言うと、「**重力理論(超弦理論)**」と「**量子多体系(場の理論)**」の理論として等価性。

重力理論(一般相対論)は、最速量子コンピューター？



重力理論の時空は量子ビットの集合体？

ブラックホールのエントロピー(Bekenstein-Hawking公式)

$$S_{BH} = \frac{k_B c^3}{4\hbar} \times \frac{A}{4G_N}$$

A : ブラックホールの面積 (→ 幾何学)

G_N : ニュートン定数(→ 重力、相対論)

k_B : ボルツマン定数 (→ 統計力学)

\hbar : プランク定数(→ 量子力学)

様々な分野
を融合する
理論を示唆！

ベッケンシュタイン・ホーキング公式 1971-75]

⇒40年以上経過する現在でも、ひも理論の最先端。
未だに完全な理解はなく、逆に最新の研究成果の源！

⇒ 物理学の「オーパーツ(時代錯誤遺物)」的存在！



ナスカの地上絵
(ペルー)



アンティキティラ島
の機械 (ギリシャ)



与那国島海底遺跡？

何故、古典重力(一般相対論)の知識からエントロピーが出るのか？

ブラックホールのエントロピー公式の驚き

(1) エントロピーが体積ではなく、面積に比例！

⇒ホログラフィー原理の動機

(2) 古典重力理論(一般相対性理論)

なのに、エントロピーを持っている！

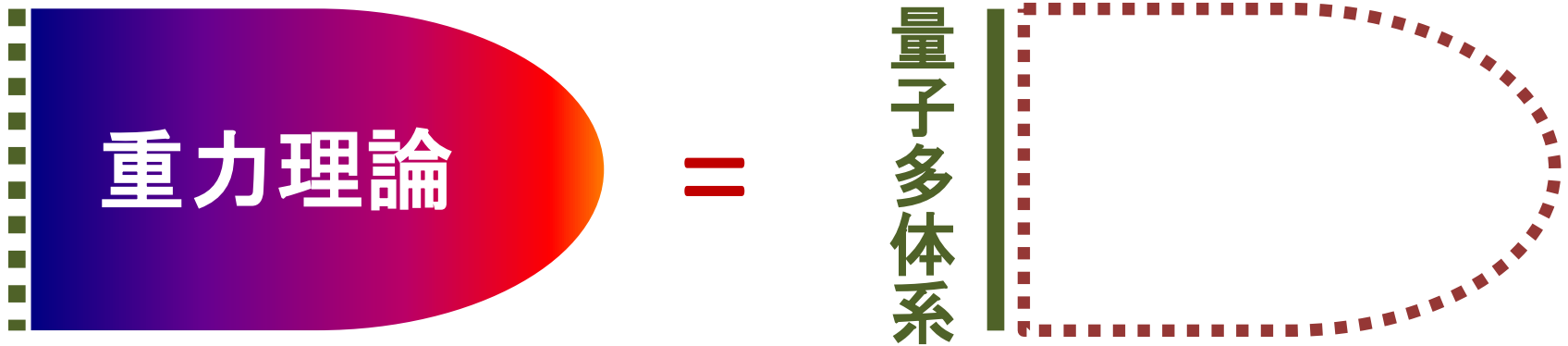
スカラー場やフェルミオン場の古典論を考えてもエントロピーはゼロ。エントロピーは量子化して初めて現れる！ ⇒ Einstein-Hilbert 作用の“topological”な寄与

[エッジモードの寄与？ ⇒ 現在も未解決]

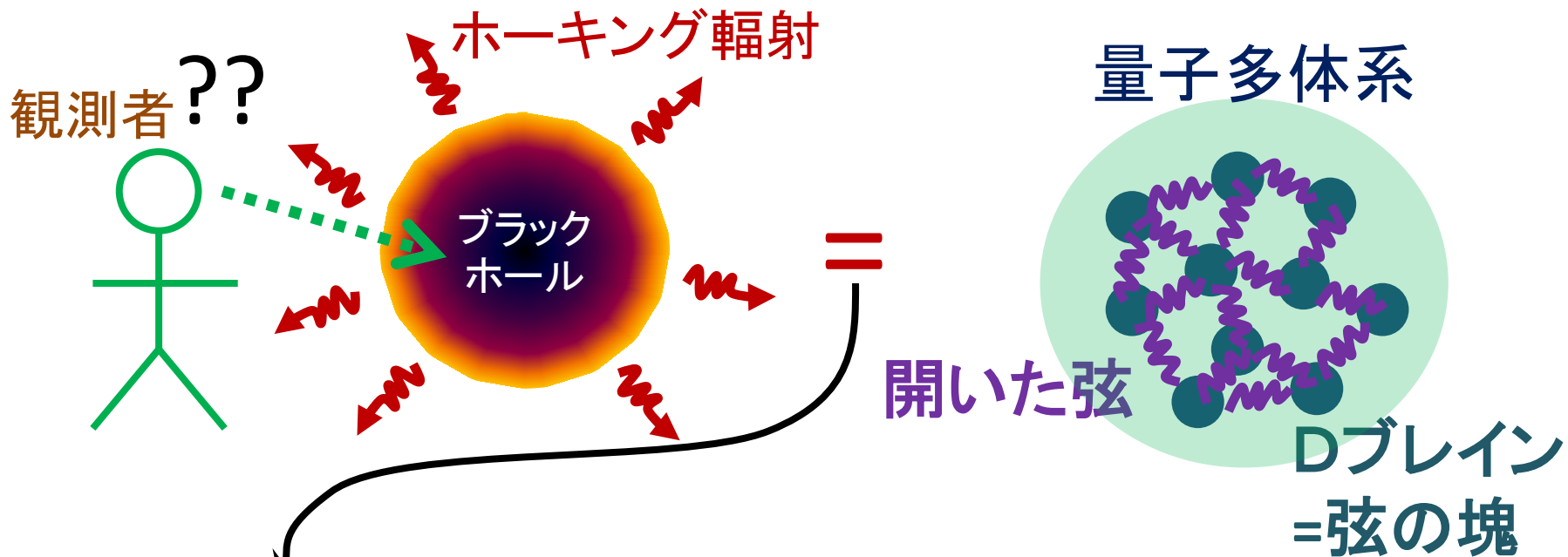
(1)のように重力理論では、自由度が1次元低く見える。
この現象を重力の本質と捉えて、原理とみなしたものを
ホログラフィー原理と呼ぶ。[’t Hooft 93, Susskind 95]

ホログラフィー原理

重力理論 = 境界上の量子多体系



ホログラフィー原理の応用: BHエントロピー



超弦理論は、
BHを拡大する顕微鏡の
役割を果たしている。

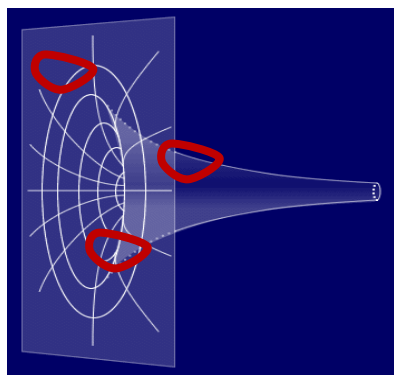
ひもの状態数は、予想される
BHエントロピーと一致する！

[1996 Strominger, Vafa,]

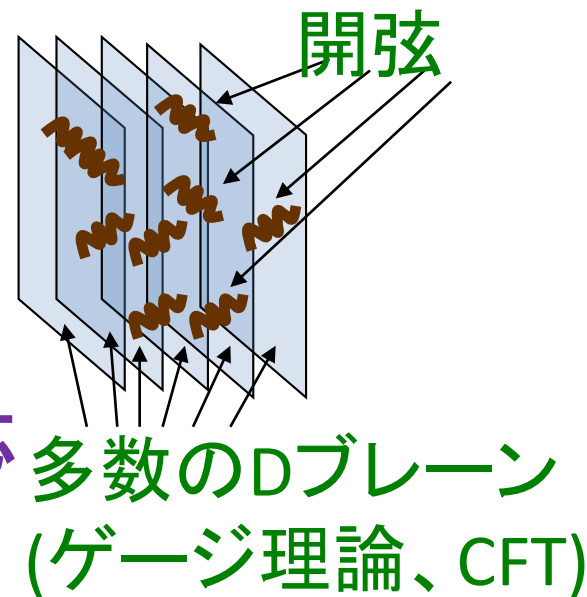
ホログラフィー原理の代表例: AdS/CFT対応

前述のBHの考察の一般化は**AdS/CFT対応**と呼ばれ、ホログラフィー原理の代表例。[1997 Maldacena]

閉弦の理論
= AdS空間の重力理論



等価
AdS/CFT対応



ブラックホールの熱力学
[幾何学的]

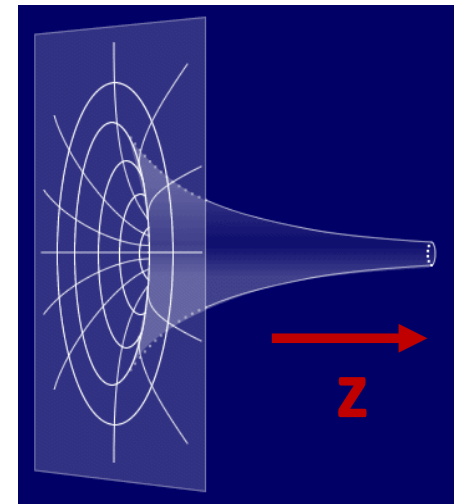
等価

物質の熱力学
[量子論的]

AdS空間(反ドジッター空間)

負の宇宙定数(曲率)を持ち最大対称性を持つ空間=双曲面(Hyperbolic space)

$$ds^2 = R^2 \left(\frac{dz^2 - dt^2 + d\vec{x}^2}{z^2} \right)$$



CFT(共形場理論)

長さのスケールに依存しない理論。質量がゼロの粒子の量子論。簡単な例を挙げると、4次元の電磁気場(マックスウェル理論)。より一般にゲージ理論。

AdS/CFT対応:

$$Z_{AdS \text{ 重力}} = Z_{CFT}$$

分配関数の一致

しかし、AdS/CFT対応はブラックボックス！
(基礎原理の証明は現在でも未解決)

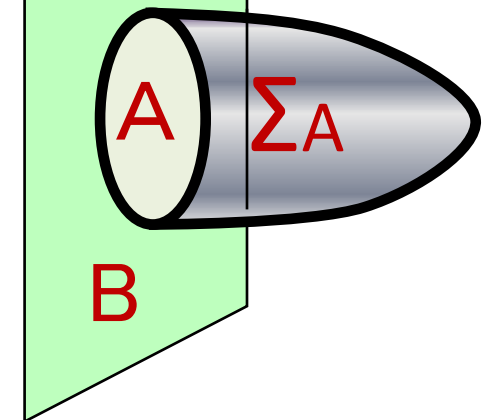
そこで、対応原理の基礎的理解を目指したい。

⇒ 双方の情報がどう対応しているのか？



「情報量」の定量化のために
量子情報理論の知識が本質的。
⇒ エンタングルメント・エントロピー
(フォンノイマン・エントロピー)に着目。

量子多体系 = 重力理論
(CFT) (AdS)

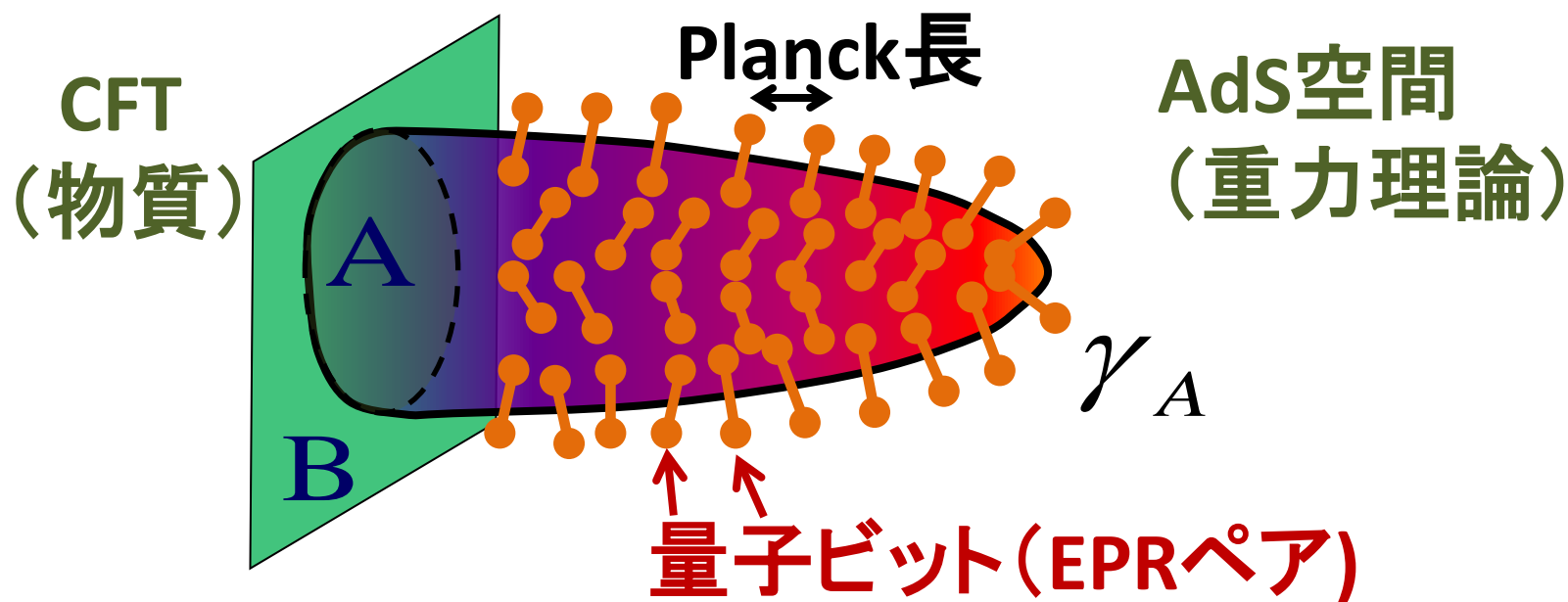


Aの情報 = ΣA の情報？

エンタングルメントウェッジ

ホログラフィックなEE \Rightarrow 重力理論の宇宙が**量子ビット (Qubit)**の集合体とみなせることを示唆している。

$$S_A = \frac{\text{極小曲面 } \gamma_A \text{ の面積}}{[\text{Planck長}]^2} \approx [\gamma_A \text{ 上の量子ビットの数}].$$



\Rightarrow テンソルネットワークの描像へ

“エンタングルメント分野”の歩み

Bekenstein, Hawking (1973~) ⇒ **ブラックホールのエントロピー公式**

⋮

Bombelli et.al. (1986) ⇒ **エンタングルメント・エントロピー(EE)**
Srednicki (1993) ⇒ **の面積則(⇔BH エントロピー?)**

⋮

‘t Hooft (1993), Susskind (1994) ⇒ **ホログラフィー原理**

⋮

この頃、BH entropyをEEとして解釈する試みが盛ん

⋮

Strominger-Vafa (1996) ⇒ **(超対称)ブラックホールのエントロピー**
⇒ **を超弦理論の立場でミクロに説明**

⋮

⋮

↓ ブラックブレインへ一般化

Maldacena (1997) ⇒ **AdS/CFT対応(ゲージ重力対応)**

超弦理論

Maldacena (1997) ⇒ AdS/CFT対応

- : AdS/CFT対応の検証
- : が多数行われる

Son et.al. (2001) ⇒ AdS/CFTの

- : QGPへの応用
- : AdS/CFTのQCDへの応用
- : が盛ん(AdS/QCD)

笠・高柳(2006) ⇒ HEE(RT)公式

Hubeny-Rangamani-高柳 (2007)

- : HRT公式

Hartnoll-Herzog-Horowitz (2008)

- : ⇒ホログラフィック超伝導
- : AdS/CFTの物性物理への
- : 応用が盛ん(AdS/CMP)

量子多体系・量子情報

Einstein-Podolsky-Rosen(1935)

- : ⇒EPRパラドクス

Bennett (1993)

- : ⇒量子テレポーテーション

Nielsen-Osborne (2001)

- : ⇒量子系の数値計算
- : の難易度とEEの関係

Vidal-Latorre-Rico-Kitaev(2003)

- : ⇒臨界スピン鎖でEEを計算

Vidal (2005) ⇒ MERAの構成

- : (テンソルネットワーク
- : とエンタングルメント)

- : 様々な量子多体系に対し
- : EEの計算が行われた
- : [Calabrese-Cardy, Casini,..]

Swingle (2009) ⇒ AdS/CFT対応がテンソルネットワーク(MERA)
と解釈できることを提案

Casini-Huerta-Myers (2011) ⇒ HEE公式の特別な場合の導出

⇒ AdS/CFTと量子情報の境界領域研究が盛んになる
[アスペンで量子情報,物性,超弦理論の研究会を初開催]

高柳 (2011) ⇒ AdS/BCFT (AdS/CFTのBCFTへの拡張)

Bhattacharya-野崎-宇賀神-高柳 (2012) ⇒ EEの第一法則

Lashkari-Mcdermott-Raamsdonk (2013) ⇒ EEの第一法則から
宇賀神-Sarosi (2017) 摂動Einstein方程式

Lewkowcz-Maldacena (2013) ⇒ HEE公式の一般的導出

Faulkner-Lewkowcz-Maldacena (2013) ⇒ HEEの量子補正 (FLM公式)

西岡-Yaakov (2013) ⇒ 超対称性レンニエントロピー

Czech-Karczmarek-Nogueira-Raamsdonk 2012, Wall 2012,
Headrick-Hubeny-Lawrence-Rangamani 2014

⇒ Entanglement Wedgeの考え方

:

Almheiri-Dong-Harlow (2014) ⇒ AdS/CFTと量子誤り訂正符号

Susskind et.al. (2014) ⇒ Holographic Complexity

:

→ It from Qubit Simons 共同研究がスタート(2015-)

:

梅本-高柳, Swingle et.al. (2017) ⇒ Holographic Entanglement
of Purification (→Mixed States)

:

:

Penington, Almheriri-Engelhardt-Marolf-Maxfield (2019)

⇒アイランド公式、ページ曲線の導出

:

参考文献(1) Quantum Entanglement

(1-1) 石坂 智・小川 朋宏・河内 亮周・木村 元・林 正人
「量子情報科学入門」(共立出版)

(1-2) M. Nielsen and I. Chuang
“Quantum Computation and Quantum Information” (Cambridge)

(1-3) M. Wilde
“Quantum Information Theory” (Cambridge)

(1-4) Horodecki⁴, [quant-ph/0702225](#)

(1-5) I. Bengtsson and K. Życzkowski
“Geometry of Quantum States” (Cambridge)

参考文献(2) Holographic Entanglement Entropy

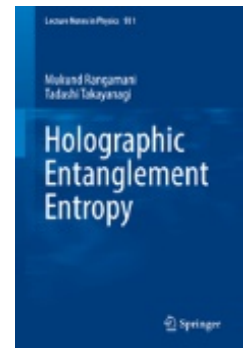
(2-1) 拙著 「ホログラフィー原理と量子エンタングルメント」
臨時別冊・数理科学 SGC106 (SDB Digital Books 25)
サイエンス社 2014年4月



(2-2) 拙著 「量子エンタングルメントから創発する宇宙」
(基本法則から読み解く物理学最前線 23)
共立出版 2020年8月



(2-3) M. Rangamani and T. Takayanagi,
"Holographic Entanglement Entropy"
Lecture Notes in Physics, Springer, 2017 (arXiv:1609.04645)



(2-4) 西岡-笠-高柳, arXiv:0905.0932 [レビュー論文]

集中講義の内容

- ① 量子エンタングルメントの基礎
- ② エンタングルメント・エントロピー(EE)
- ③ 場の理論(QFT)のEE
- ④ 共形場理論(CFT)のEE
- ⑤ AdS/CFT対応
- ⑥ ホログラフィック・エンタングルメント・エントロピー(HEE)
- ⑦ エンタングルメントウェッジ(EW) from CFTs
- ⑧ AdS/BCFT
- ⑨ アイランド公式とBHの情報問題