

2023年版

# 高柳の研究室紹介

「超弦理論、ホログラフィー原理、量子情報」

高柳 匡

京都大学基礎物理学研究所



YUKAWA INSTITUTE FOR  
THEORETICAL PHYSICS

# 我々の研究グループの紹介



京大基礎物理学研究所(基研)



基研素粒子論グループ  
(元気な大学院生を毎年募集)



当研究所開催の国際会議  
It from Qubit School (2019年6月)



高柳のグループの勉強会

# 基研素粒子論の構成(2023年度)

教員: 10名 (教授3+准教授4+助教3)

特定教員: 2名 (特定准教授1+特定助教1)

格子ゲージ理論(hep-lat): 青木, 伊藤

素粒子現象論(hep-ph): 高山

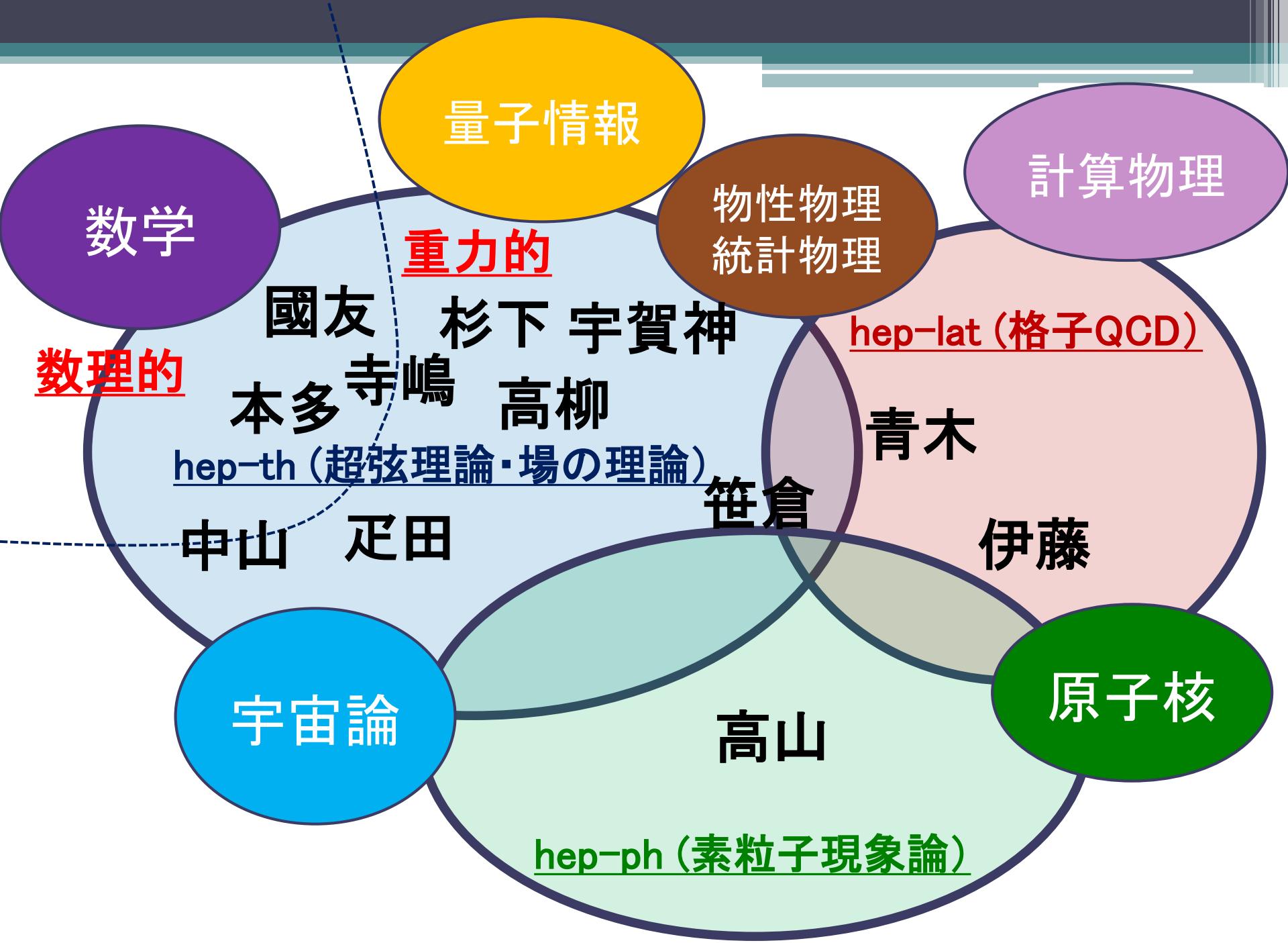
場の理論・弦理論(hep-th): 他の全員

ポスドク研究員: 7名

大学院生: 15名(博士課程9名、修士課程6名)

正式名: 京都大学大学院理学研究科物理・宇宙物理専攻

物理学第二分野 基礎物理学研究所 素粒子論グループ



# 内容

## ① はじめに

⇒我々の研究分野「超弦理論」の簡単な紹介

## ② ブラックホールの物理(1970~)

⇒ブラックホールのエントロピー

## ③ 超弦理論で探るブラックホール(1995~)

⇒超弦理論が正しい証拠、AdS/CFT対応

## ④ 量子エンタングルメントとホログラフィー

⇒最近、超弦理論で最もホットな話題の一つ

## ⑤ おわりに

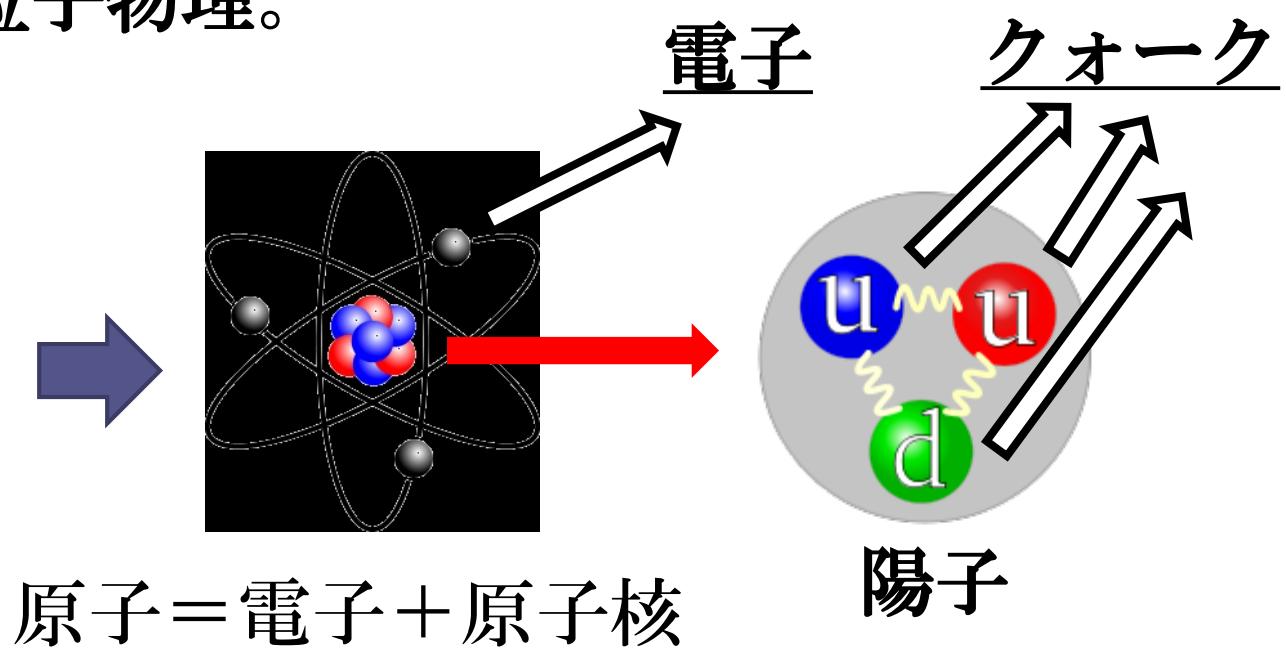
# ①はじめに

ひも理論（超弦理論, Superstring Theory）とは？

物質を細かく分けて行って、最小単位を探求する学問が、素粒子物理。



物質



原子=電子+原子核

陽子

この素粒子の考え方には、物質間に働く

- (1) 電磁気力 (静電気、磁石の力)
- (2) 強い力 (核力、QCD)
- (3) 弱い力 (ベータ崩壊、ニュートリノ)

という3種類の力を考えた場合は、うまくいく。

これらの力を統一的に説明する理論は、**標準模型**と呼ばれており、現在では、ほぼ確立している。

しかし、4つ目の力である、**重力（万有引力）**をミクロな立場で理解しようとすると問題が生じる。[非常にミクロ：プランク長 =  $10^{-35} m$ ]

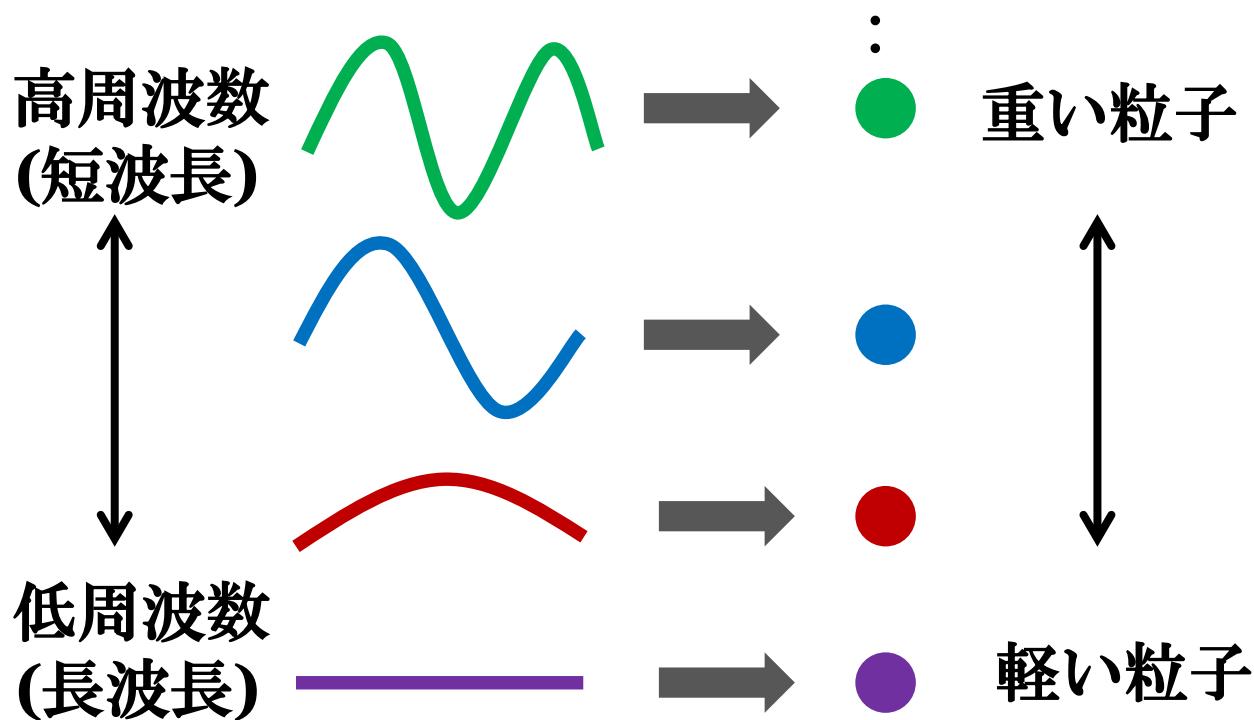
「ミクロ = 高エネルギー」の極限

⇒ 重力の相互作用だけは、急速に大きくなり物理量が発散してしまう。

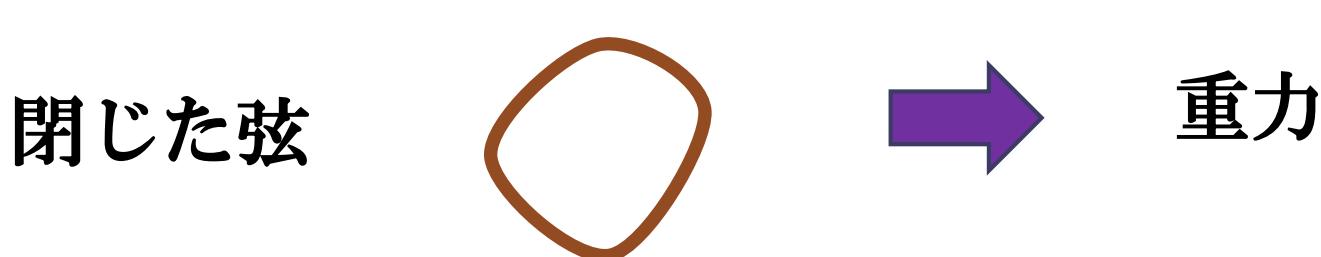
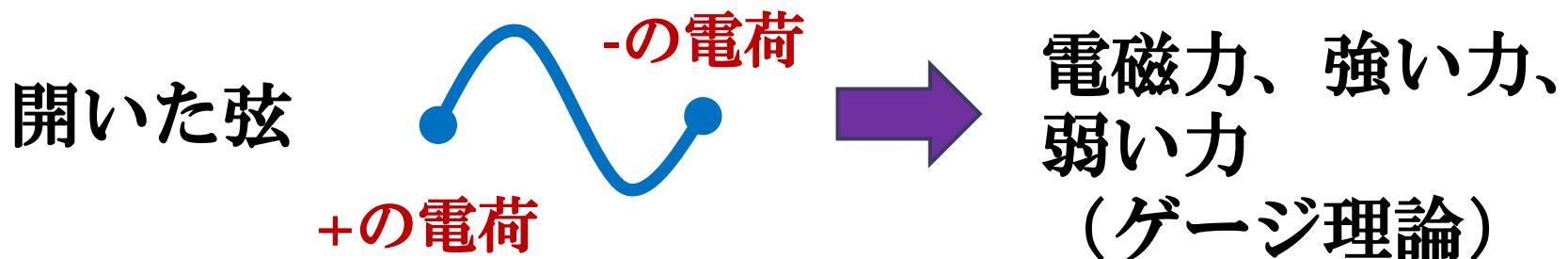
(繰り込みが不可能)

⇒ サイズがゼロの粒子ではなく、有限の大きさの物体が物質の最小単位であればよい。

この問題を解決するために、「物質の最小単位は粒子ではなく、ひも（弦）である」という大前提に立った理論が**ひも理論**である。

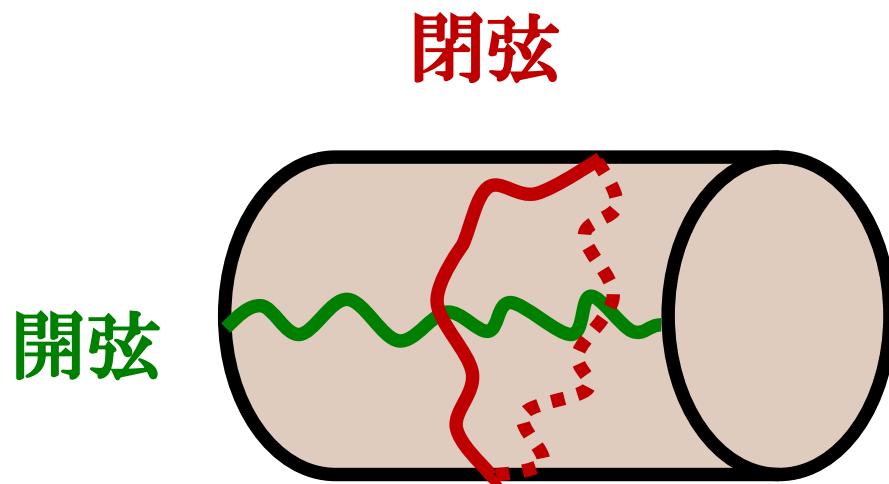


さらに驚くべきことは、ひも理論は、**4つの力が自然に統一される**、



という大変魅力的な理論である。

ひもの双対性：「閉じた弦=開いた弦」



→ ゲージ理論と重力理論は同じルーツ？

でも、ひも理論は本当に正しいのだろうか？

正しい物理理論 ⇒ 物理現象を正しく解明する

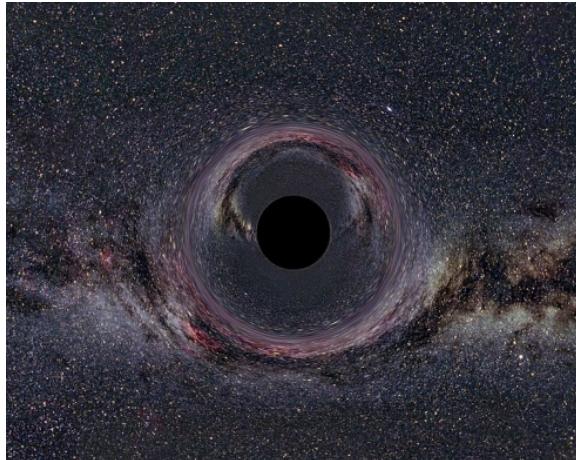
そこで、ひも理論を用いて初めて説明できるような物理現象（重力のミクロな性質）を探そう！

➡ ブラックホールの物理に着目する！  
(ひも理論の良い「(思考)実験室」)

## ②ブラックホールの物理

### (2-1) ブラックホールとは？

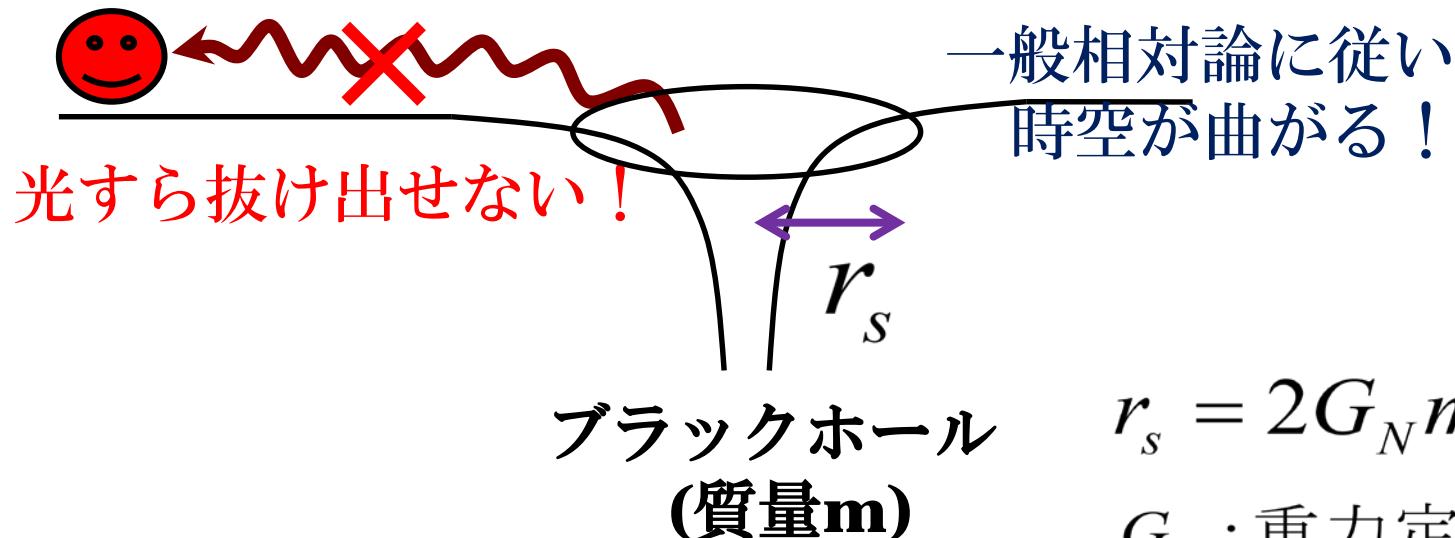
半径が小さく、非常に重い天体。強い重力で引き付けるため、光ですら出てくることができない。



アインシュタインの一般相対論に従うと、  
ブラックホールの半径  $r_s$  の中では、すべて  
物質が内部に吸い込まれる。

ブラックホールの中は見えない！

$$R_{ab} - \frac{1}{2} R g_{ab} = T_{ab}$$



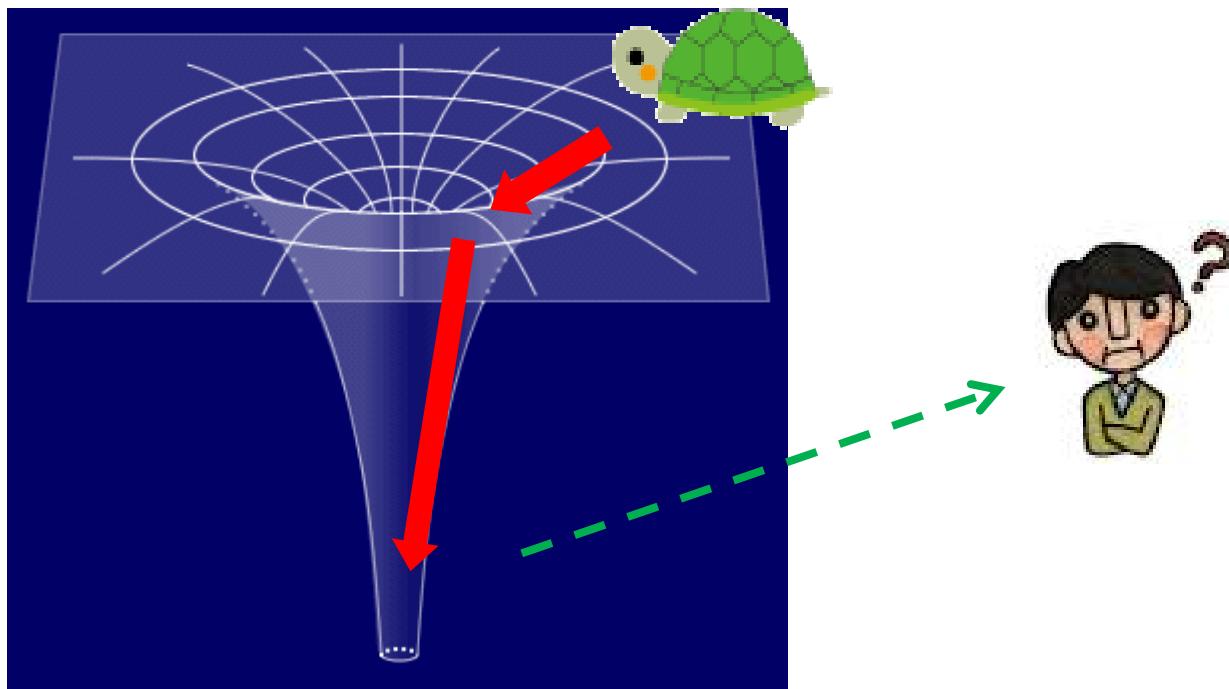
$$r_s = 2G_N m / c^2$$

$G_N$  : 重力定数

(ニュートン定数)

## (2-2) ブラックホールのエントロピーと熱力学

ブラックホールに、いったん物体が入ってしまうと、その物体の情報（粒子数、スピンなど）は分からなくなってしまう。



統計物理では、そのような「見えなくなった情報」の量をエントロピー(**S**と書く)と呼ぶ：

$$S = \log W.$$

$W$ =識別できない(量子)状態の数

密度行列 $\rho$ を用いると、

$$S = -\text{Tr}[\rho \log \rho].$$

とフォンノイマン・エントロピーの形にかける。

# ブラックホールのエントロピー (Bekenstein-Hawking公式)

[1972–1976]

$$S_{BH} = \frac{k_B \cdot c^3}{4G_N \cdot \hbar} \cdot A_{BH}$$

⇒ ブラックホールの熱力学

$A_{BH}$ =ブラックホールの面積 ⇒ 幾何学

$G_N$ =重力定数 ⇒ 重力

$\hbar$ =プランク定数 ⇒ 量子力学

$k_B$ =ボルツマン定数 ⇒ 統計物理・量子情報

量子重力  
の理論が  
必要！

BHエントロピーは体積ではなく面積に比例する！

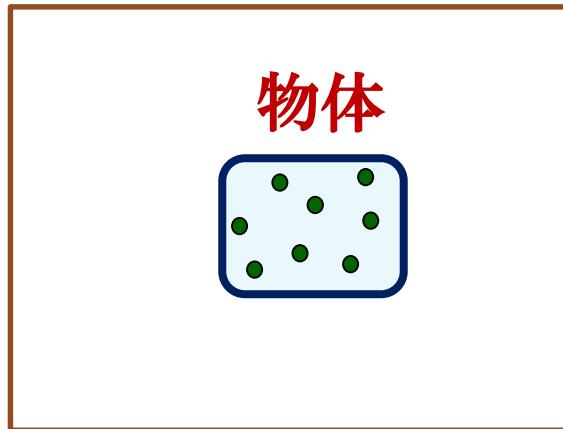
→ 重力理論の自由度は面積に比例する！

つまりブラックホールのエントロピーは、  
体積ではなく、面積に比例する！

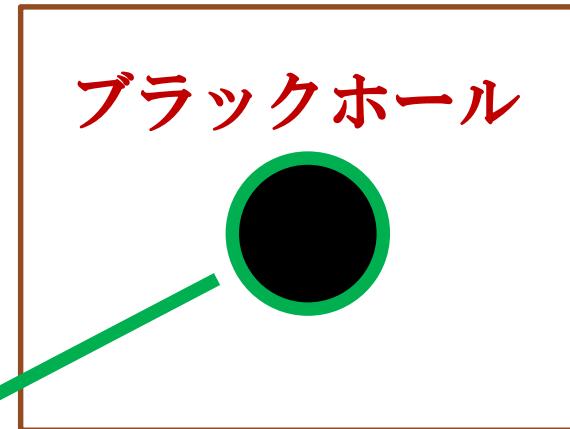
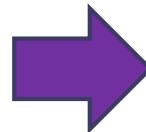
通常の物質の熱力学では、エントロピーや  
エネルギーは、常に体積に比例するので、  
とても不思議である！

➡ ブラックホールの持っている自由度は、  
見た目よりも一次元低い！

「ホログラフィー原理」へと発展する。



サイズを圧縮



ブラックホールの情報は、  
すべて表面蓄えられている。

2次元面から、3次元立体画像  
を再現する「ホログラム」と  
似ている（しかし原理は異なる）



このように重力理論では、自由度が1次元低く見える。この現象を重力の本質と捉えて、原理とみなしたものをお<sup>ホロ</sup>グラフィー原理と呼ぶ。

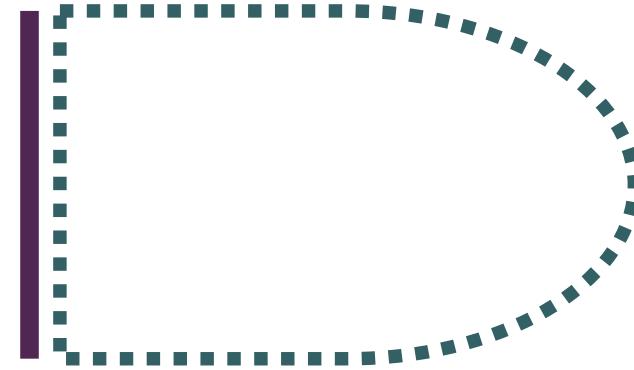
## ホログラフィー原理

重力理論 = 境界上の量子多体系

重力理論

=

量子多体系



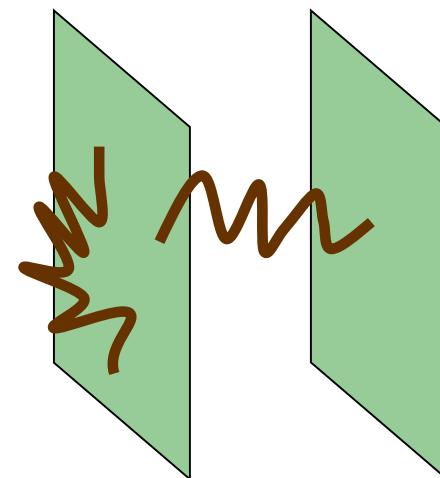
### ③超弦理論で探るブラックホール

#### (3-1) ブラックホールエントロピーのミクロな解釈

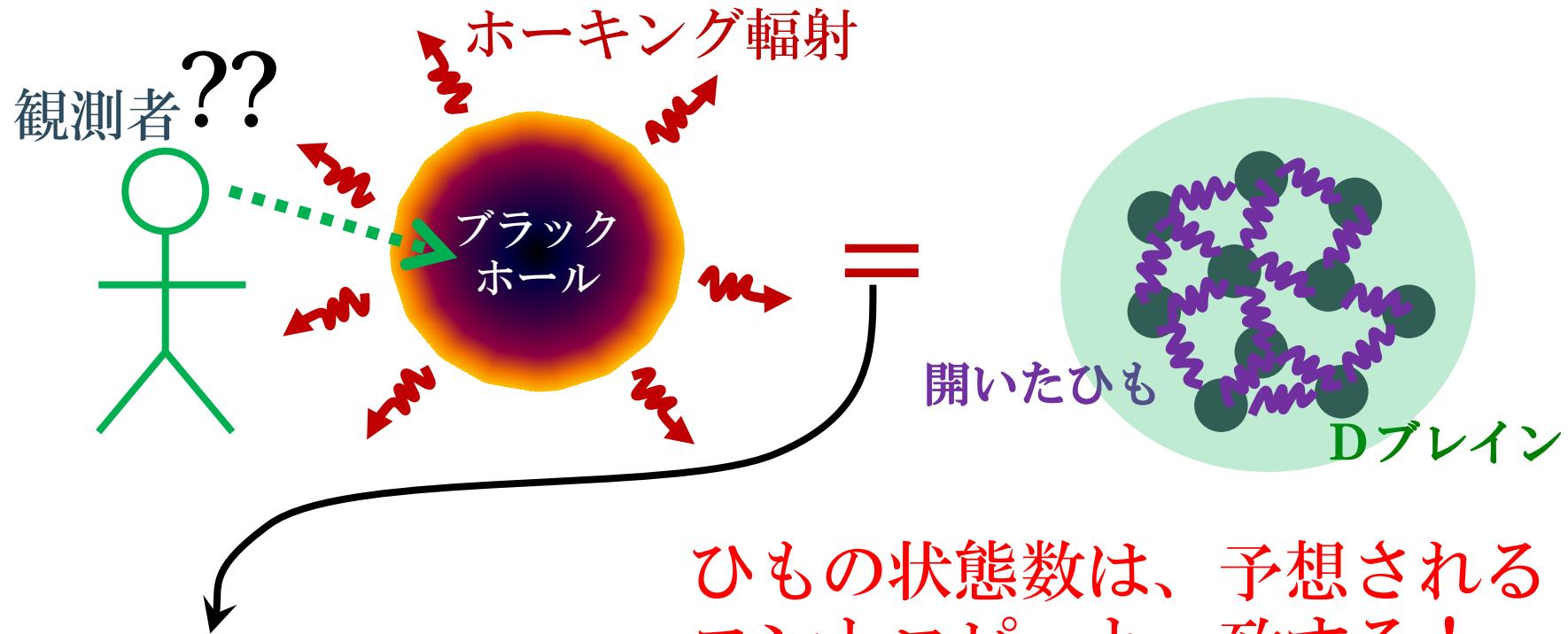
ブラックホールを生成するには、とても重い物質が必要になるが、ひも理論においてそのような物質の良い候補が「Dブレイン」と呼ばれるものである。

##### Dブレイン

- =開いたひもが張り付く物体
- ≠閉じたひもの凝縮したもの



# ブラックホール = Dブレイン+ひもの集合体



ひも理論は、  
ブラックホールを  
拡大する顕微鏡の  
役割を果たしている。

ひもの状態数は、予想される  
エントロピーと一致する！

1996 ストロミンジャー、ヴァッファ  
+その後の多数の研究成果

### (3-2)超弦理論のホログラフィー原理

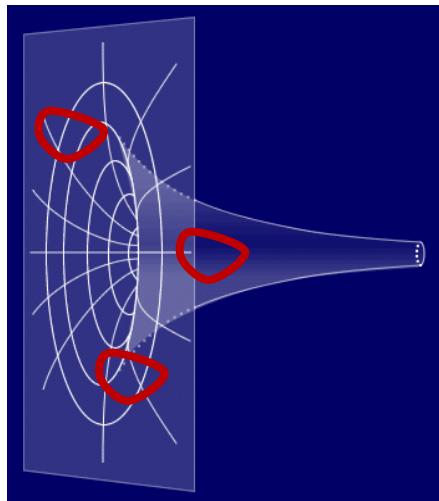
Dブレインの考察から超弦理論のホログラフィー原理が理解できる。これをAdS/CFT対応と呼ぶ。

(1997 マルダセナ)

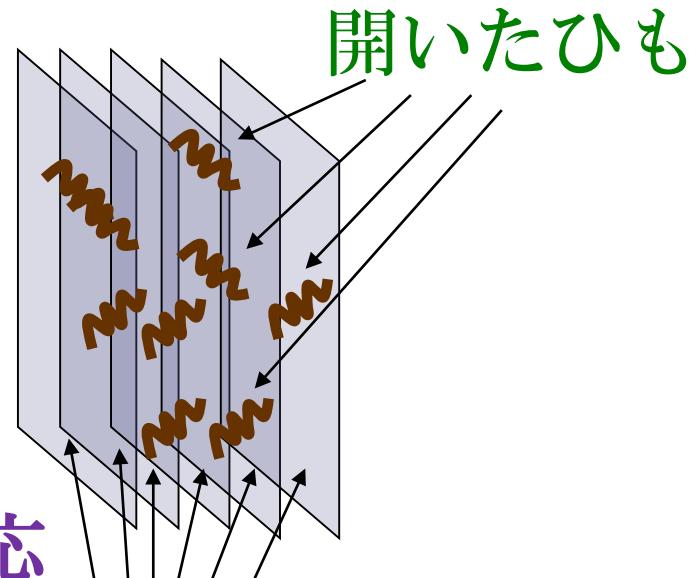
曲がった時空の重力理論 = 物質(Dブレイン)を記述  
[(d+1) 次元] するミクロな理論  
[d 次元]

# 閉じたひもの理論 = 開いたひもの理論

閉じたひもの理論  
=AdS空間の重力理論



↔  
等価  
AdS/CFT対応



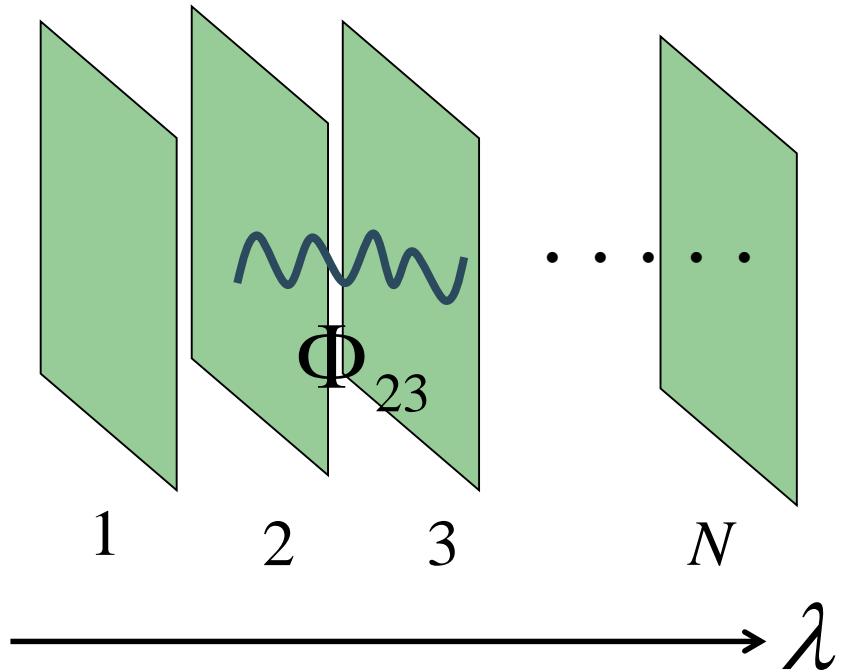
多数のDブレーン  
(ゲージ理論、CFT)

↓  
ブラックホールの熱力学  
[幾何学的]

↔  
等価

↓  
物質の熱力学  
[量子論的]

N枚のDブレイン



N×N 行列

$$\Phi_{ab}$$

$$\Phi \approx \begin{bmatrix} \lambda^{(1)} & & & \\ & \ddots & & \\ & & \lambda^{(2)} & \\ & & & \ddots \\ & & & & \lambda^{(N)} \end{bmatrix}$$

Dブレインの理論

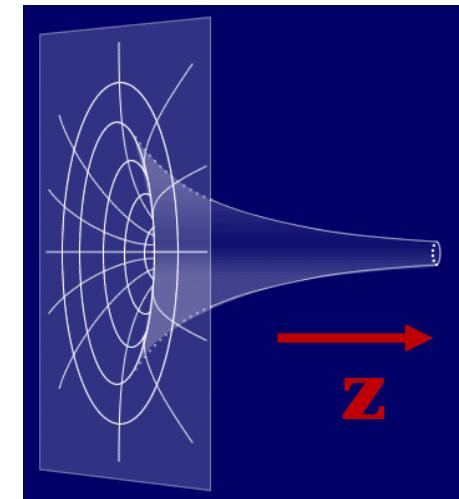
⇒ 行列場  $\Phi_{ab}(x)$  の理論 (ゲージ理論)

# AdS/CFT対応(ゲージ重力対応)

## AdS空間（反ドジッター空間）

負の宇宙定数を持ち、最大の対称性を持つ空間  
=双曲面(Hyperbolic space)の一方方向を  
時間にしたもの

$$ds^2 = R^2 \left( \frac{dz^2 - dt^2 + d\vec{x}^2}{z^2} \right)$$



## CFT(共形場理論)

長さのスケールに依存しない理論。質量がゼロの粒子の量子論。

簡単な例を挙げると、4次元の電磁気場(マックスウェル理論)など。

AdS/CFT対応では、いわゆる(非可換)ゲージ理論であることが多い。

# AdS/CFT対応の原理[GKPW関係式]

$$Z_{\text{重力}} = Z_{CFT}$$



重力理論の分配関数

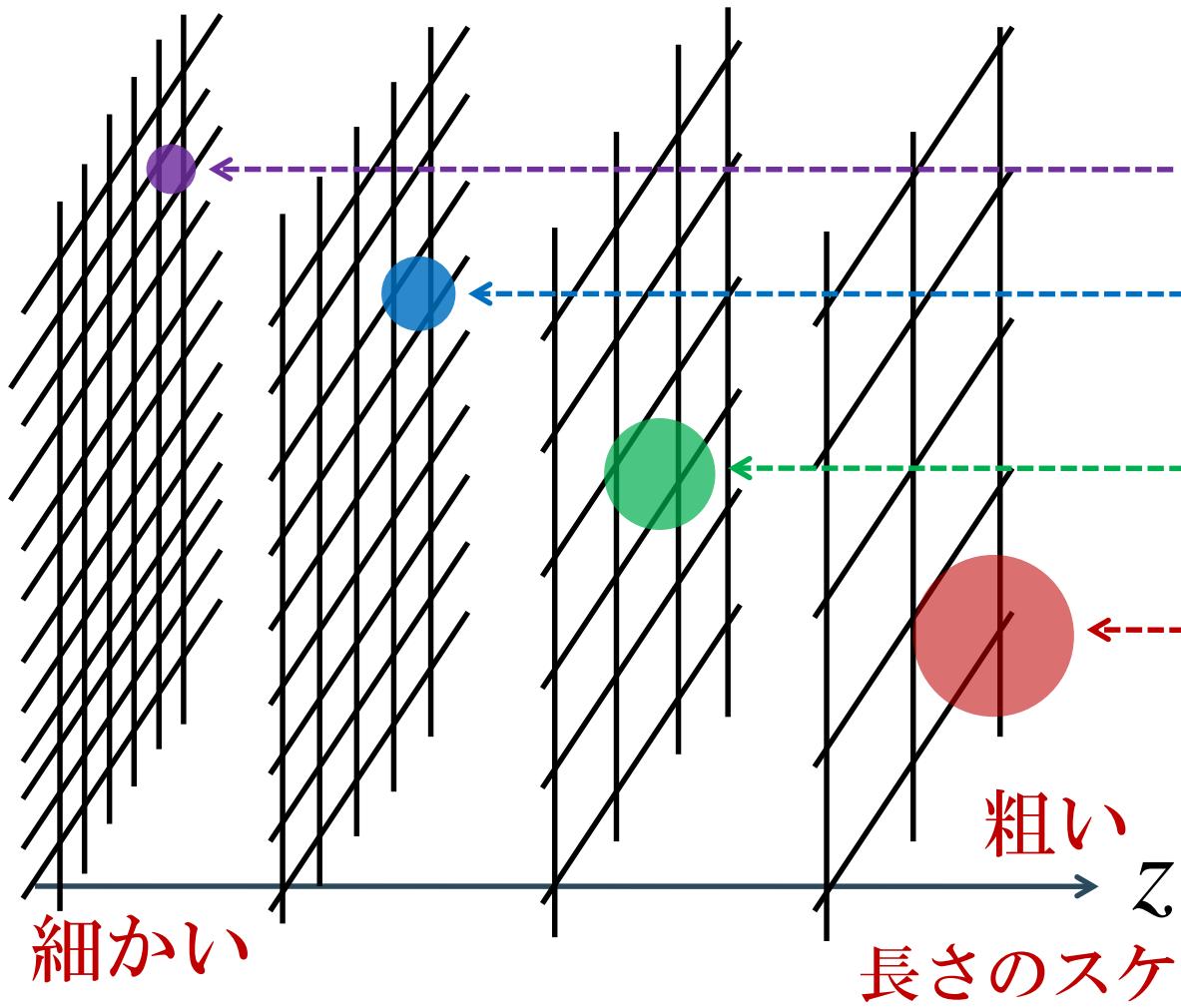


ゲージ理論(CFT)  
の分配関数

$$Z_{BH} = e^{-F_{BH}/T}$$

$$Z_{CFT} = e^{-F_{CFT}/T}$$

# ホログラフィーの本質の1つ：ふるいの仕掛け



## ④量子エンタングルメントとホログラフィー

量子エンタングルメントとは？

ミクロな物理  $\Rightarrow$  量子力学

量子力学の基本的なアイデア：

粒子 = 波

例：電磁波=光子

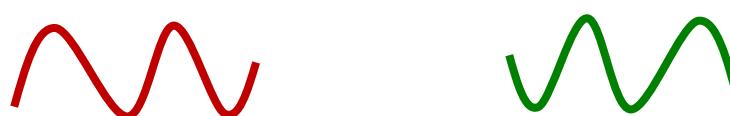


→ 量子状態=ヒルベルト空間におけるベクトル

波は「重ね合わせ」できる。

$$\text{ある状態 } |\Psi\rangle = |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$$

スピノンが上      スピノンが下



このような状態では、スピノンが上である確率も下である確率も50パーセントずつで、どちらかとは断言できない。

一方、古典力学（ニュートン力学）では、どちらかの状態しか許さない。

## 量子エンタングルメント（量子もつれ合い）

2つのスピノン(AとBとする)があると、次のように様々な状態を考えることができる。

[例 1] 古典的な状態(直積状態)

$$|\Psi\rangle = |\uparrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B$$

Aは必ず上向きで、Bは必ず下向きであり、両者に相関なし。(量子エンタングルメントなし。)

## [例 2] 量子論的状態(エンタングルした状態)

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\uparrow\rangle_A \otimes |\downarrow\rangle_B \pm |\downarrow\rangle_A \otimes |\uparrow\rangle_B \right)$$

二つの反対の状態が半々の確率で混じっている。

この時、Aスピンを観測して上向であれば、Bスピンは必ず下向であることになる(逆も成り立つ)。

このようなAとBの相関が量子エンタングルメント。  
AとBの対を1ビットのエンタングルメント対と言う。

(EPR対)

## エンタングルメント・エントロピー

この量子エンタングルメントという考え方には、とても抽象的。物理学で利用するには、定量的にあらわすことが必要。

⇒ 量子エンタングルメントの強さを測る量が  
エンタングルメント・エントロピー。

エンタングルメント・エントロピー

= AとBの間のエンタングルメント対の数

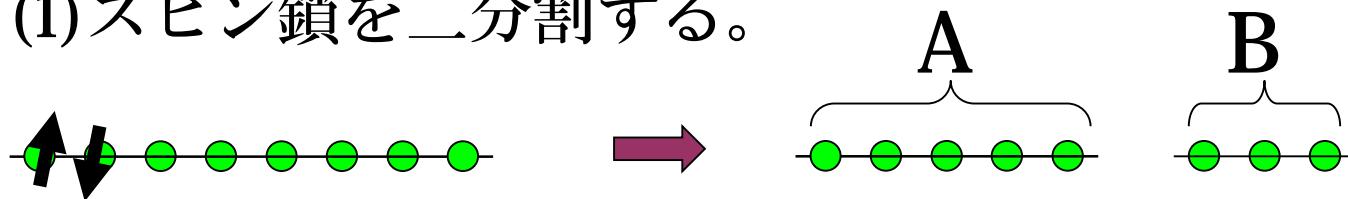
= Bを観測しない時に識別不可なAの状態の数

## エンタングルメント・エントロピーの定義

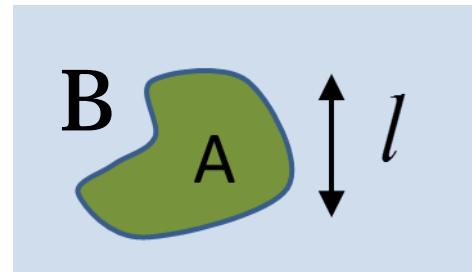
多体系の量子力学において、**全体系を部分系AとBに二分割する**。それに応じて、ヒルベルト空間は、二つの直積に分かれる。

$$H_{tot} = H_A \otimes H_B$$

具体例： (1)スピン鎖を二分割する。



(2)場の理論の空間を二分割する。



このときAに制限された密度行列をBに関してトレースをとることで、次のように定義する：

$$\rho_A = \text{Tr}_B[\rho_{tot}].$$

(例：純粋状態では、 $\rho_{tot} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$  と波動関数で書ける。)

エンタングルメント・エントロピーは、 $\rho_A$ に関するフォンノイマン・エントロピーとして

$$S_A = -\text{Tr}[\rho_A \log \rho_A] \quad \text{と定義される。}$$

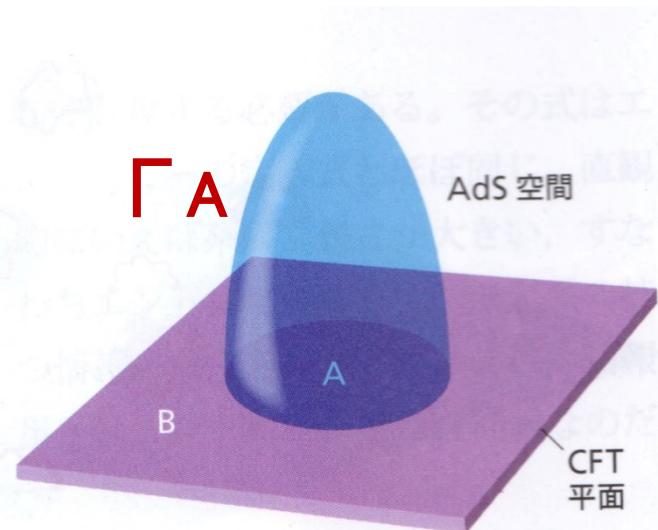
# エンタングルメント・エントロピーの計算公式 [笠-高柳 2006]

我々の研究で、ミクロな情報量に相当するエンタングルメント・エントロピーが、ホログラフィー原理(AdS/CFT対応)を用い

$$S(\rho_A) = \min \left[ \frac{\text{Area}(\Gamma_A)}{4G_N} \right]$$

と幾何学的に計算できることが分かった!

ここで $\Gamma_A$ は、領域Aの境界 $\partial A$ に端を持つ、面積最小曲面(極小曲面)。



量子もつれで立ち上がる空間 CFT 平面  
(紫色) を領域 A と B に分け、両者を量子もつれ状態にするとエンタングルメント・エントロピーが生じる。笠・高柳公式を踏まえてこの状況を領域 A から見ると、領域 A から AdS 空間にエンタングルメント・ウェッジと呼ぶ領域(青色)が形成されたと解釈できる。

日経サイエンス2021年6月号

コメント: この公式はBHエントロピー公式の一般化と思える。

# hep-th論文(超弦理論・ 場の理論) の1年間 被引用数ランキング(2019年)

AdS/CFTの原著論文⇒

[Maldacena 1997]

AdS/CFTの対応原理⇒

[Witten 1998]

AdS/CFTの対応原理⇒  
[Gubser-Klebanov-Polyakov 1998]

ホログラフィック  
エンタングルメント⇒

[笠-高柳 2006]

## Top Cited Articles during 2019 in hep-th

The 100 most highly cited papers during 2019 in the hep-th archive

1. [1144](#) citations in 2019

**The Large N limit of superconformal field theories and supergravity**

Juan Martin Maldacena (Harvard U.). Nov 1997. 21 pp.

Published in *Int.J.Theor.Phys.* 38 (1999) 1113-1133, *Adv.Theor.Math.Phys.* 2 (1998) 231-252

HUTP-97-A097, HUTP-98-A097

DOI: [10.1023/A:1026654312961](https://doi.org/10.1023/A:1026654312961), [10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a1](https://arxiv.org/abs/10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a1)

e-Print: [hep-th/9711200](https://arxiv.org/abs/hep-th/9711200) | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[ADS Abstract Service](#); [AMS MathSciNet](#); [OSTI.gov Server](#); [Link to citations by year and arXiv category](#).

2. [679](#) citations in 2019

**Anti-de Sitter space and holography**

Edward Witten (Princeton, Inst. Advanced Study). Feb 1998. 39 pp.

Published in *Adv.Theor.Math.Phys.* 2 (1998) 253-291

IASSNS-HEP-98-15

DOI: [10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a2](https://doi.org/10.4310/ATMP.1998.v2.n2.a2)

e-Print: [hep-th/9802150](https://arxiv.org/abs/hep-th/9802150) | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[ADS Abstract Service](#); [AMS MathSciNet](#); [ATMP Server](#)

3. [531](#) citations in 2019

**Gauge theory correlators from noncritical string theory**

S.S. Gubser, Igor R. Klebanov, Alexander M. Polyakov (Princeton U.). Feb 1998. 14 pp.

Published in *Phys.Lett.* B428 (1998) 105-114

PUPT-1767

DOI: [10.1016/S0370-2693\(98\)00377-3](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(98)00377-3)

e-Print: [hep-th/9802109](https://arxiv.org/abs/hep-th/9802109) | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

[ADS Abstract Service](#); [AMS MathSciNet](#)

4. [472](#) citations in 2019

**Holographic derivation of entanglement entropy from AdS/CFT**

Shinsei Ryu, Tadashi Takayanagi (Santa Barbara, KITP). Mar 2006. 5 pp.

Published in *Phys.Rev.Lett.* 96 (2006) 181602

NSF-KITP-06-11

DOI: [10.1103/PhysRevLett.96.181602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.181602)

e-Print: [hep-th/0603001](https://arxiv.org/abs/hep-th/0603001) | [PDF](#)

[References](#) | [BibTeX](#) | [LaTeX\(US\)](#) | [LaTeX\(EU\)](#) | [Harvmac](#) | [EndNote](#)

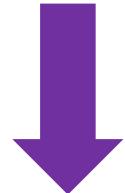
[ADS Abstract Service](#); [AMS MathSciNet](#)

# AINSHU-TAIN 方程式とエンタングルメント

$$\Delta S_A \approx \Delta H_A$$

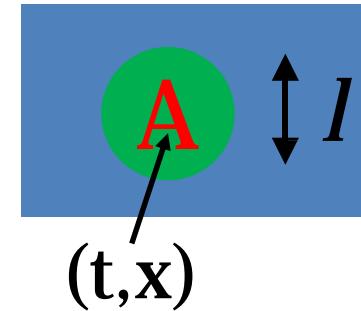
エンタングルメント・エントロピーの第一法則

$H_A = -\log \rho_A$ : モジュラー・ハミルトニアン



[Blanco-Casini-Hung-Myers 2013,  
Prudenziani-沼澤-野崎-高柳 2013]

$$\left( \partial_t^2 - \partial_l^2 - \partial_x^2 - \frac{3}{l^2} \right) \Delta S_A(t, x, l) = \langle O \rangle \langle O \rangle$$

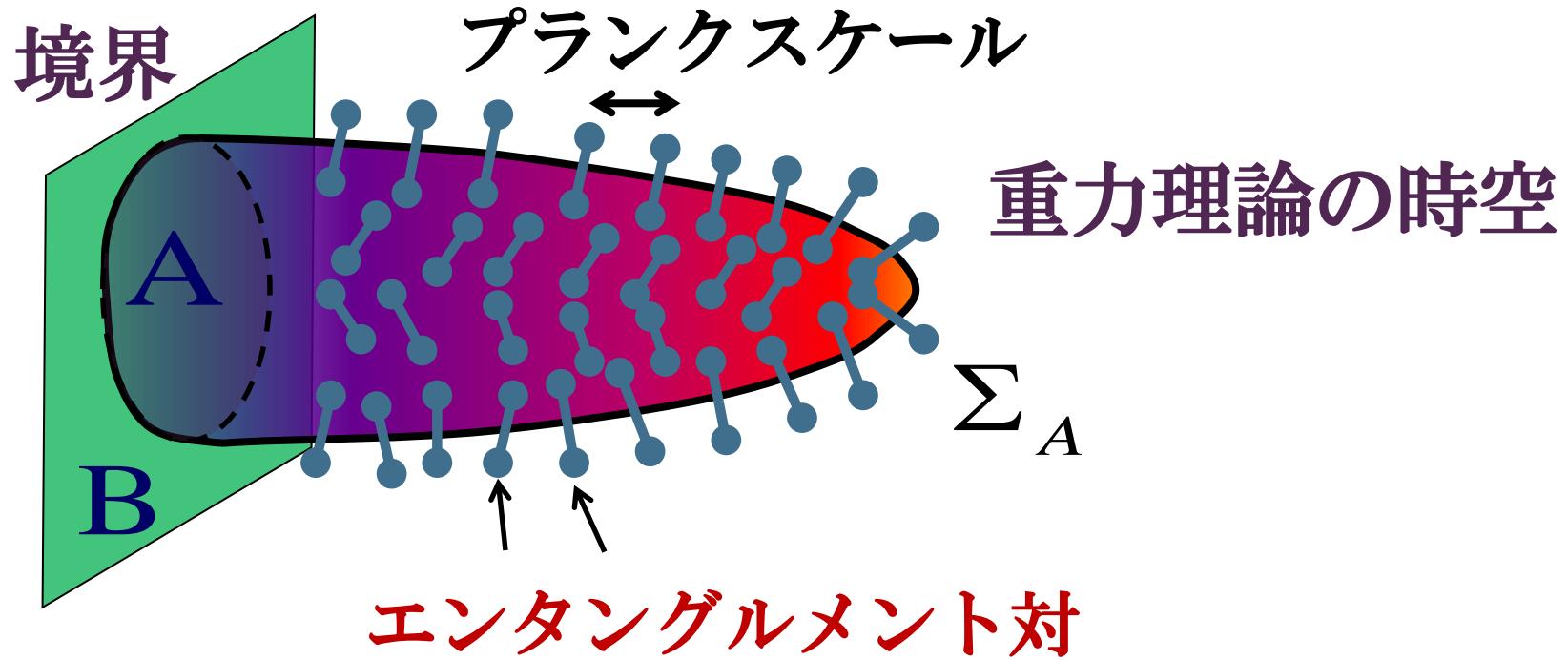


$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

→ 第一法則はAINSHU-TAIN 方程式の一次摂動と一致！

[Lashkar i-McDermott-Raamsdonk 2013, …, Sarosi-宇賀神 2017, …]

⇒重力理論の時空に「エンタングルメント対」が満ちているという描像を示唆している。



$$S_A = \frac{\Sigma_A \text{の面積}}{[\text{プランク長}]^2}$$

$= [\Sigma_A \text{と交差するエンタングルメント対の数}]$ .

さらに発展させると以下の予想に到達する：

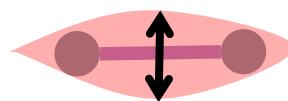
[2009~現在、複数の研究者]

## 重力理論の「宇宙」

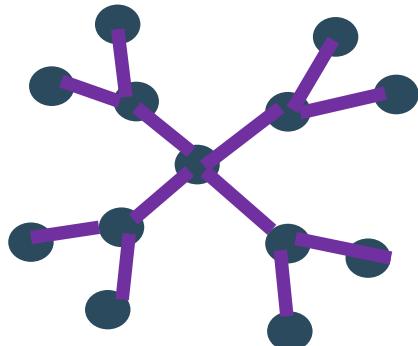
= 量子エンタングルメントのネットワーク



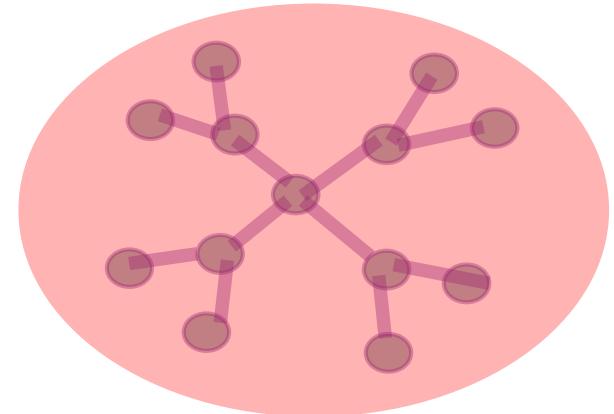
ミクロな宇宙



プランクスケール



マクロな宇宙



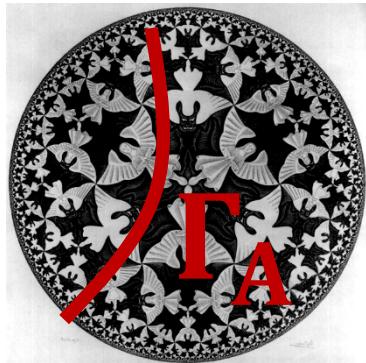
いわば、時空の「素粒子」 = 量子エンタングルメント。

# AdS/CFTとテンソルネットワーク

テンソルネットワーク = 量子状態を幾何学的に記述する手法

量子多体系の数値計算で、変分法のansatzとして考案された。

双曲面のタイル張り  
(エッシャー「天使と悪魔」)



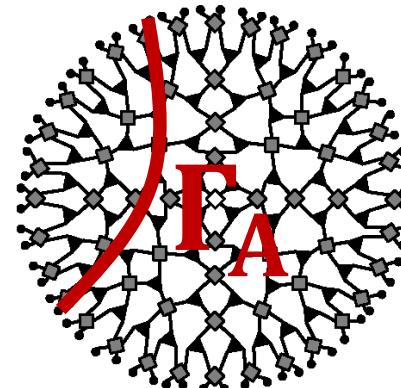
AdS空間の重力理論

?

=

[Swingle 2009,...]

量子エンタングルメントのネットワーク  
テンソルネットワーク



量子多体系

宇宙は、量子エンタングルメントの  
ブロックで作られている！

“It from Qubit”



# 経路積分の効率化

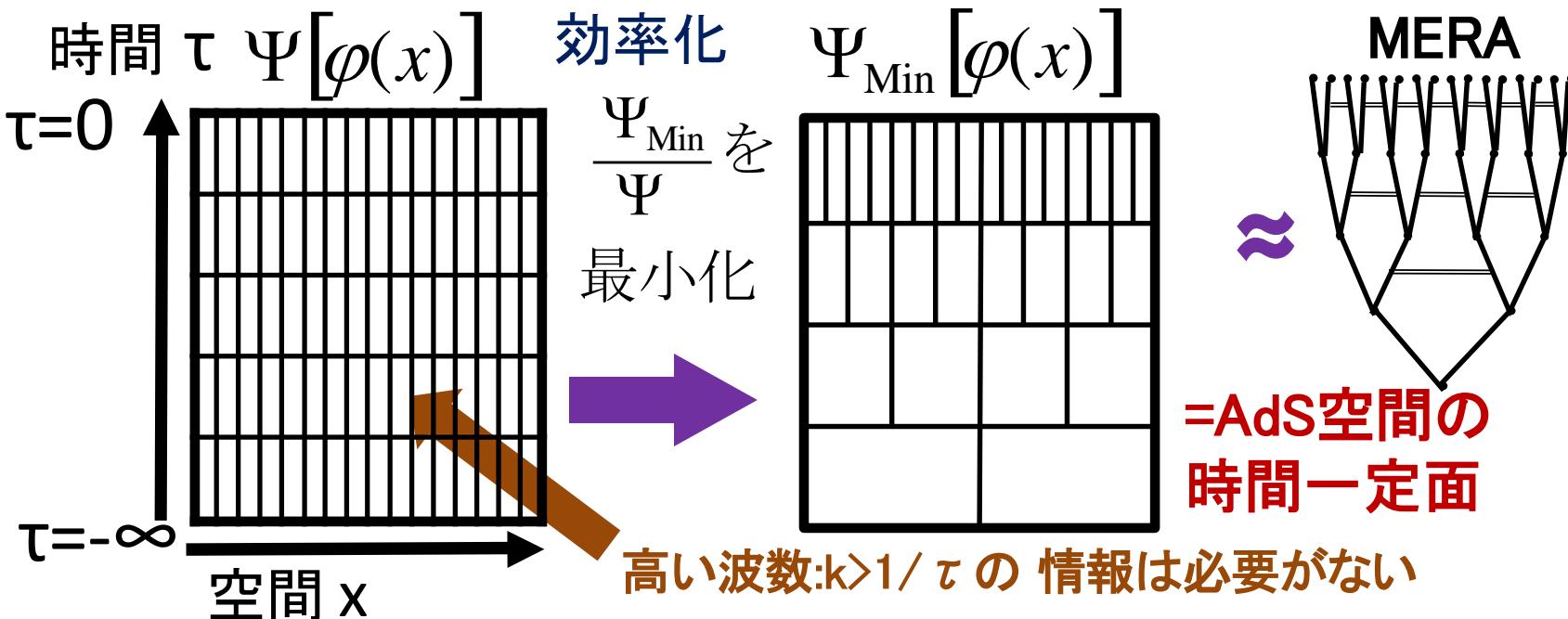
[Caputa-Kundu-宮地-渡邊-高柳 2017,...]

テンソルネットワーク → 量子多体系の基底状態を変分法で求める。  
(これだと実際の連続的な場の理論を記述するのが難しい)

基底状態を求める方法 ⇒ 経路積分 : 虚時間経路積分

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} e^{-\beta H} |\psi\rangle = |\psi_0\rangle$$

$$\Psi[\varphi(x)] = \int \prod D\phi(x, \tau) e^{-S_{CFT}(\phi)} \cdot \delta(\varphi(x) - \phi(x, \tau=0))$$



## 経路積分の効率化を具体的にどうやるか？

離散化の格子間隔の局所的な変化を計量で表す：

$$ds^2 = e^{2\omega(x,z)}(dx^2 + dz^2).$$

CFTの性質より波動関数は次の性質を持つ：

$$\Psi[\phi, \omega] = e^{N[\omega]} \cdot \Psi[\phi, \omega = 0]$$

N[ $\omega$ ]を最小とする計量が最も効率的な経路積分。

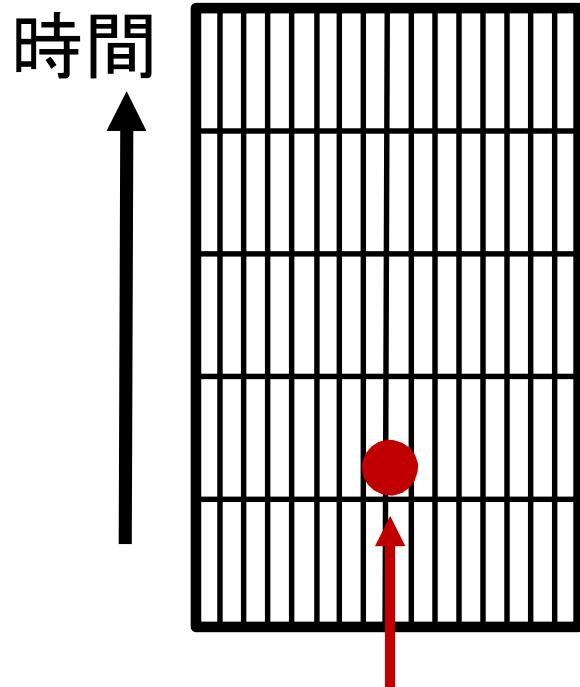
(N=「量子計算の複雑性」の一種 [Cf. Susskind 2014-] )

2次元CFTでは、N[ $\omega$ ]はリュービル作用と等しい。

$$N_{2D}[\omega] = \frac{c}{24\pi} \int dx dz \left[ (\partial_x \omega)^2 + (\partial_z \omega)^2 + e^{2\omega} \right]$$

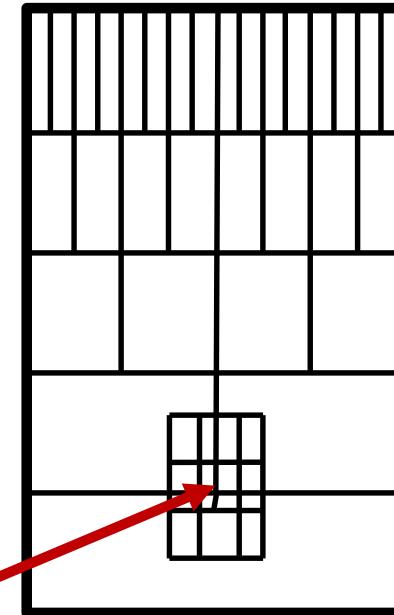
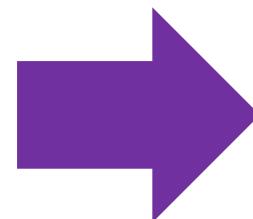
→ Nが最小となるのは、 $e^{2\omega(z)} = z^{-2}$ つまりAdSの計量の時！

経路積分の途中で演算子を挿入して励起すると：



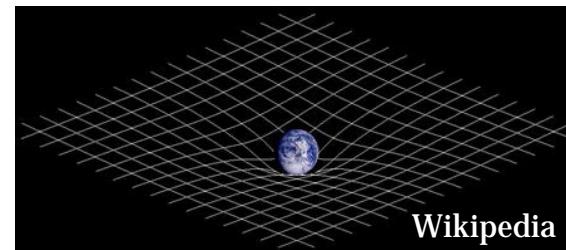
局所的励起  
(エネルギー源)

効率化



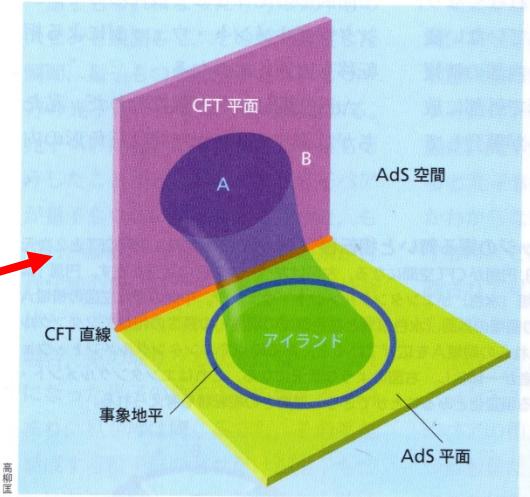
離散化を細かくする必要がある  
= 計量が大きくなる

まさに一般相対性理論！  
CFTの量子情報から  
重力理論の時空が創発！



## 最近の研究

- 余次元2のゲージ重力対応の発見
- AdS/BCFT対応の研究
- Moving Mirror模型によるBHの蒸発とページ曲線の導出
- 擬エントロピーの様々な量子多体系における解析
- ドジッタ一宇宙のホログラフィー



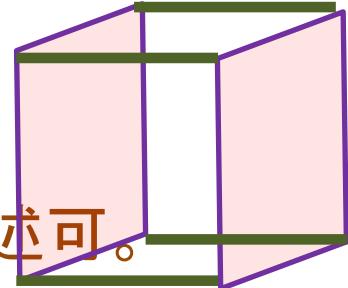
:

# 宇宙の3つのタイプ

## [1] 宇宙定数=0 (曲率=0)

→ 平坦な宇宙 (ミンコフスキ一時空)

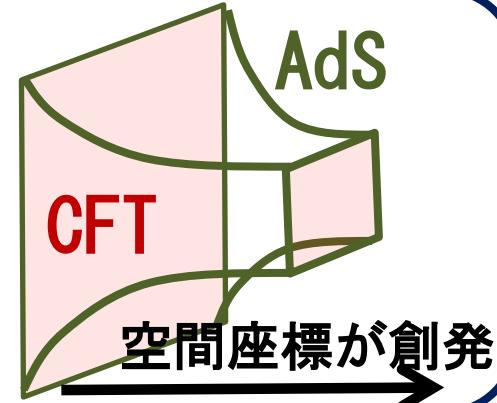
現在の宇宙は、ほぼ平坦。超弦理論で量子重力を記述可。



## [2] 宇宙定数<0 (曲率<0)

→ 反ドジッター宇宙(Anti de-Sitter Space)

今紹介したゲージ重力対応が適用される！



## [3] 宇宙定数>0 (曲率>0)

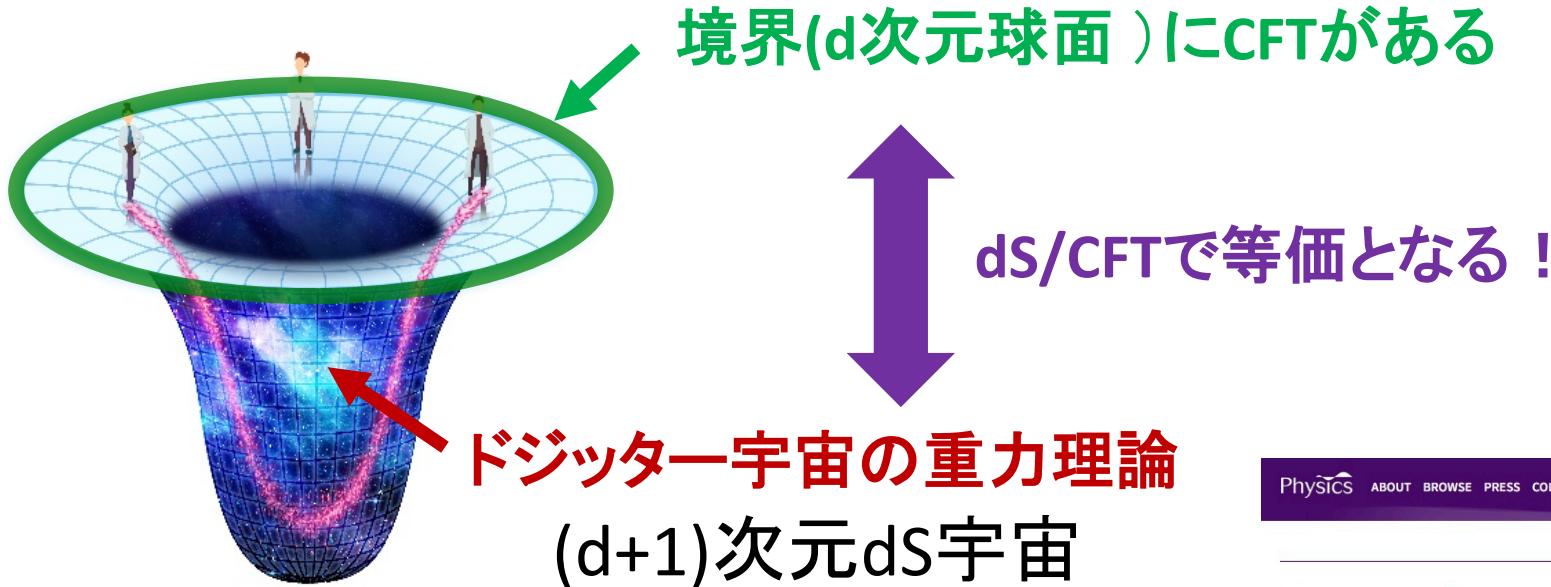
→ ドジッター宇宙(de-Sitter Space)

宇宙創成を記述。ホログラフィーが成立するか？

時間座標  
が創発？



# ドジッタ宇宙のホログラフィー:dS/CFT対応 [Strominger 2001]



しかし、これまでdS宇宙に対応する  
CFTの具体例に関して理解が乏しかった。  
一般相対論のdSに対応するCFTも未知だった。

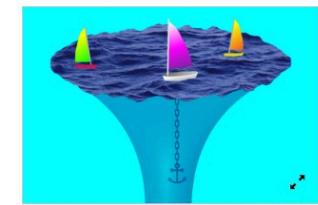
→ 我々の最新成果：  
3次元dS宇宙に対応するCFTの具体例を発見！  
[西岡-疋田-瀧-高柳 (Phys.Rev.Lett. 129 (2022) 4, 041601)]



## Steps toward Quantum Gravity in a Realistic Cosmos

Jordan Cotler  
Society of Fellows, Harvard University, Cambridge, MA, USA  
July 18, 2022 • Physics 15, 107

Theorists have modeled an expanding spacetime—akin to our Universe—by taking inspiration from a string theory framework in which spacetime is emergent.

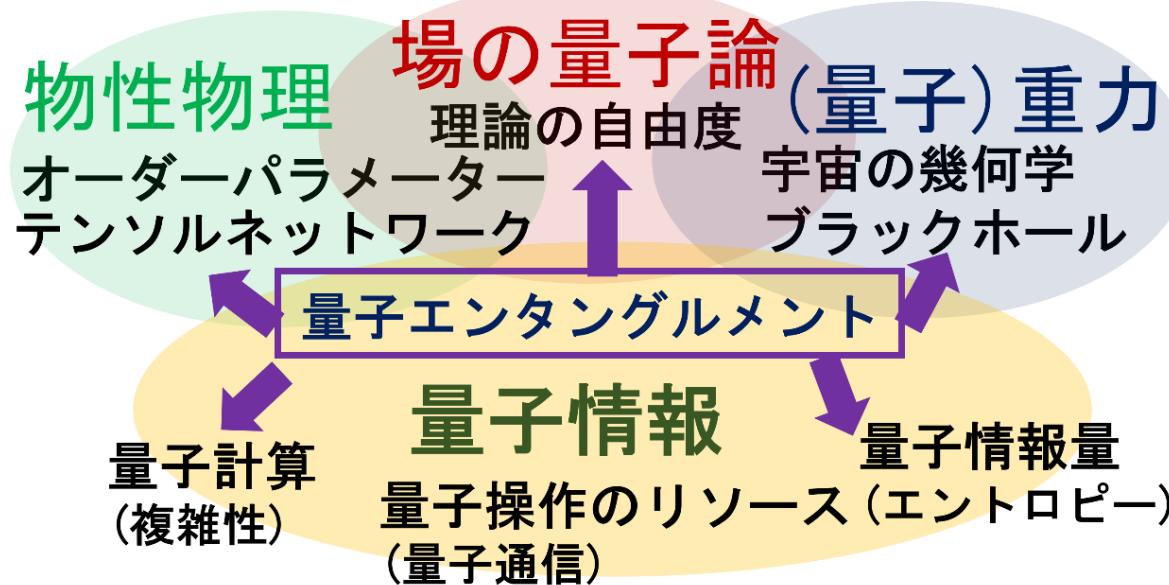


左記論文をViewpointとして  
紹介した米国物理学会の雑誌  
Physicsの記事(2022年7月)

## ⑤おわりに

量子多体系や場の量子論 → 幾何 → (量子)重力理論  
経路積分 ホログラフィー原理

この背後にあるのは、  
「量子系のエンタングルメント」=「量子系の幾何学」



# 物理学の発展における位置づけ



# 重力理論(一般相対論)は、最速の“量子コンピューター”？



重力理論の時空は量子ビットの集合体？

しかし、ホログラフィー原理は、現在のところ「宇宙」が宇宙定数が負である反ドジッター時空の場合しか扱えない。

現実の宇宙ではむしろ宇宙定数は非負であると考えられており、従来のゲージ重力対応を、例えばドジッター宇宙やビックバン宇宙などへ大きく拡張することが求められる。

その際、「重力理論を量子ビットの幾何学」という新しいアプローチは重要な鍵となるだろう。

# 参考文献

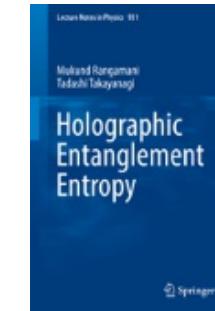
(2-1) 拙著 「ホログラフィー原理と量子エンタングルメント」  
臨時別冊・数理科学 SGC106 (SDB Digital Books 25)  
サイエンス社 2014年



(2-2) 拙著 「量子エンタングルメントから創発する宇宙」  
(基本法則から読み解く物理学最前線 23)  
共立出版 2020年



(2-3) M. Rangamani and T. Takayanagi,  
``Holographic Entanglement Entropy''  
Lecture Notes in Physics, Springer, 2017 (arXiv:1609.04645)



以上が高柳の研究室紹介です。  
ご清聴ありがとうございました。