冷却原子系におけるBose-Einstein凝縮とHawking輻射

京都大学基礎物理学研究所 森成 隆夫
E-mail: morinari@yukawa.kyoto-u.ac.jp

ブラックホールに関連した興味深い現象に Hawking 輻射がある。ブラックホールは物を吸い込むだけではなく輻射をだしているという Hawking の指摘以来、精力的に研究がなされてきた。しかしながら、現実のブラックホールから見積もられる Hawking 輻射の温度はせいぜい数１０ nK 程度であり、観測はほとんど不可能である。この Hawking 輻射という現象を、流体のアナロジーを用いて検証しようという試みがある。特に、冷却原子系の Bose-Einstein 凝縮体を用いることで Hawking 輻射の物理を検証できる可能性がある。この稿では、そのような試みの定式化と数値シミュレーション結果について紹介する。

1 はじめに

古典的にはブラックホールは何でも物を吸い込む存在であるが、Bekenstein[1] によるブラックホールが持つ熱力学性質に関する指摘の後、Hawking が量子効果によってブラックホールが輻射を出しているという主張を 1974 年に行った [2, 3]。その後、関心が持たれ精力的な研究がなされてきた。しかしながら、この Hawking 輻射を実験的に検証しようという試みはほとんど無い。太陽程度の質量を持つ星がブラックホールになったとして、Hawking 輻射の温度を評価すると 60nK 程度である。Hawking 輻射の温度はブラックホールの質量に反比例するので、より重いブラックホールでは、Hawking 輻射の温度はさらに低くなる。宇宙背景輻射の温度が 3K 程度であるから、現実のブラックホールからの Hawking 輻射を観測することはほとんど絶望的である。

このように現実のブラックホールを用いて、Hawking 輻射の物理を検証することは非常に難しい。そこで流体とのアナロジーを用いて、その核心となる部分を検証しようという試みがある。Unruh が 1981 年に曲がった時空の場の理論と流体の方程式の間に対応関係があることを見いだした [4, 5]。最初の提案は古典流体に関してのものであったが、その後、量子流体や類似のアナロジーが提案された [6]。この稿では、近年物性分野で盛んに研究されている冷却原子系を用いて、Hawking 輻射の物理を検証する試みについて紹介する。次の節で、Bose-Einstein 凝縮と冷却原子について述べ、3 節でブラックホールと Hawking 輻射について簡単に述べる。4 節で Bose-Einstein 凝縮系とブラックホールとの対応関係を示し、5 節で数値シミュレーション結果について述べる。

2 Bose-Einstein 凝縮と冷却原子

まず Bose-Einstein 凝縮について要点をまとめる。相互作用していない粒子系を考え、一体の量子力学的なエネルギー準位が $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, ...$ と与えられているとする。この準位に N 個の粒子を詰めていくことを考える。フェルミオンの場合には、Pauli の排他原理に注意しながら詰めていくことになるが、ボソンを詰めていく場合にはひとつの準位を占める粒子数に特に制限はない。各準位をどれだけの粒子が占めているかは、次の Bose-Einstein 分布で与えられる:

$$n(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon-\mu}{k_B T}\right) - 1}, \tag{1}$$

ここで μ は化学ポテンシャルで k_B は Boltzmann 定数、T は温度である。高温のときには、ひとつの準位を多数の粒子が占めるということは起きない。しかし、温度を下げていくと、ある温度以下で最低エネルギー準位を占める粒子数が $O(N)$ になる。この現象を Bose-Einstein 凝縮と呼び、転移温度以下では $\mu = \varepsilon$ となる。[1]

この Bose-Einstein 凝縮という現象は Bose と Einstein による指摘によって古くから知られていたが、実際に実験的に実現したのは 1995 年のこと[2]である。Bose-Einstein 凝縮が実現したのは冷却原子系と呼ばれる系である [7]。冷却原子系では、まず原子集団を準備し、レーザー光を照射する。原子の量子力学的準位の共鳴振動数に相当するレーザー光を当てると原子はレーザー光を吸収し、レーザー光の運動量を受け取る。この性質を利用して、共鳴振動数よりわずかに小さいレーザー光を原子集団にあてる。ドップラー効果によって、レーザー光に向かって運動する原子のみがレーザー光を吸収する。励起された原子は、しばらくたって光を放射するが、放射される光は等方的であるので、全体として原子は減速される。このドップラー冷却というテクニックを用いて、原子の運動はどんどん遅くなっていく。そのままでは、原子は拡散してしまうが、磁場とレーザー光の偏向を調節することで、原子集団を保持することができる。(磁気光学トラップと呼ばれる。) そして、運動エネルギーの大きな原子を捨てていくことで (蒸発冷却)、温度をさらに下げることができる。こうして Bose-Einstein 凝縮が実現する。

この冷却原子系における Bose-Einstein 凝縮は、冷却原子系における Bose-Einstein 凝縮を達成した 3 人の実験家が 2001 年の Nobel 賞を受賞したことからもわかるように実験的には高度な技術が要求される。しかし、理論的な扱いは単純である。通常の気体との違いは、冷却原子系におけるトラップポテンシャルの存在で、このトラップポテンシャルは 3 次元調和振動子のポテンシャルで表される:

$$V(r) = \frac{1}{2} m \omega_{ho}^2 r^2,$$

ここで m は捕獲された原子の質量である。

冷却原子系が他の系と比較して有利な点がいくつかある。まず、系のパラメータを制御することが可能であり、相互作用やトラップポテンシャルを変えることができる。また、レーザー光による定在波を導入することで人工的な結晶格子を導入できる。その他、原子の内部自由度の存在によって様々なトポロジカルな性質を持つ励起状態を作ることができる。こうした特長から現在も活発な研究が展開されている。ただし、他の物性系と比較して測定手段が限られることがひとつの難点である。

3 ブラックホールと Hawking 輻射

次にブラックホールと Hawking 輻射について簡単に述べる。重力が他の力と著しく異なる点は、等価原理によって重力の影響を一般座標変換に押し込めてしまえる点である。このため、重力の効果は時空の性質に置き換えられ、重力場は次の Einstein 方程式によって記述される：

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}.$$

[1] $\mu = \varepsilon$ となるのは熱力学極限の場合で、N を有限にした場合には $\varepsilon - \mu = O(1/N)$ である。

[2] ^{4}He の超流動転移を Bose-Einstein 凝縮と関連づけることもできるが、この場合には液体の凝縮である。気体で起きるということが実験的に検証されたということに意義がある。

ここで $R_{\mu\nu}$ は Ricci テンソル、$g_{\mu\nu}$ は時空の計量、R はスカラー曲率であり左辺は時空の幾何学的性質を記述している。右辺の G は重力定数、$T_{\mu\nu}$ は物質のエネルギー運動量テンソルである。Einstein 方程式の球対称な解として Schwarzschild 解が知られている。Schwarzschild 時空での計量は次式で与えられる：

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\varphi^2$$

ここで r_g はホライズン半径であり、$r_g = 2GM/c^2$ である。太陽については $r_g = 3$ km、地球については $r_g = 1$ cm、人では r_g は原子の大きさよりもむしろ Planck 長さに近い。$v = -c\sqrt{r_g/r}$ として自由落下する観測者の時間 $\tilde{t}$ を

$$cd\tilde{t} = cdt - \frac{v/c}{1 - v^2/c^2} dr$$

で導入すると、計量は次のように書き換えられる：

$$ds^2 = c^2 d\tilde{t}^2 - \left(dr - v d\tilde{t}\right)^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \tag{2}$$

流体と直接対応する計量がこの計量であることを後の節で示す。

光が進む経路は $ds = 0$ を解くことで得られ、

$$ct = \pm\left(r + r_g \ln\left|\frac{r}{r_g} - 1\right|\right)$$

である。対数関数の部分の存在によって Schwarzschild 時空での平面波の伝播は通常と著しく異なってくる。計量 $g_{\mu\nu}$ の元での場の方程式は

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial \varphi}{\partial x^\nu}\right) = 0 \tag{3}$$

で与えられる。ここで $g = det(g_{\mu\nu})$ である。この方程式を極座標系で解くと、外向き球面波と内向き球面波の解が得られる。（以下では s 波の場合のみを考える。）どちらの解も無限遠で Minkowskii 空間での平面波に漸近する。平面波が無限遠からブラックホールへ向けて進行し、ホライズン近傍を通って無限遠に伝播していく場合を考える。ホライズン近傍での内向き球面波と外向き球面波の接続条件から、位相のずれが

$$\delta = 2r_g + 2r_g \log \frac{r_{\min}}{r_g}$$

で与えられることがわかる。ここで $r_{\min}$ は波がホライズンに最も近づいたときのブラックホールの中心からの距離である。散乱波を平面波に分解すると、この位相のずれの存在により温度 $k_B T_H = c^3\hbar/(8\pi GM)$ の Planck 分布に従うことがわかる。ブラックホールを散乱体とみなすと、平面波を Planck 分布の波に変換する役割をもつ。外からの平面波を仮定しなくても、ホライズン近傍で粒子・反粒子対生成が起きていて粒子が無限遠方に飛んでいく外向き球面波の波動関数と重なりを持てば、ブラックホールから輻射が出ることになる。

4 Bose-Einstein 凝縮系とブラックホールの対応関係

次に Bose-Einstein 凝縮系とブラックホールとの対応関係を示す。ボソン系の Bose-Einstein 凝縮は Gross-Pitaevskii 方程式によって記述される。凝縮体の流れの場が凝縮体における音速を超える領域が存在すれば、ブラックホールに対応する状況が実現される。凝縮体の流れの場が曲がった時空の計量と対応することを以下に示す。曲がった時空における量子場に対応するのは、凝縮体におけるゆらぎである。凝縮体におけるゆらぎは、Bogoliubov-de Genne 方程式によって記述される。以下、Bose-Einstein 凝縮系の基本的定式化を述べた後、位相の自由度を用いた定式化を用いて曲がった時空での場の理論との対応関係を示す。

4.1 Bose-Einstein 凝縮系の定式化

冷却原子系としてボソンの系を考える。実験的には ^{87}Rb などが用いられる。2 節で述べたように、調和振動子ポテンシャル中のボソンの問題を考えることになる。Bose-Einstein 凝縮は、系の粒子数を N で表すと $N_0 = O(N)$ 個の粒子が最低エネルギー状態を占める状態である。このような状態を $|\Phi\rangle$ で表し、最低エネルギーの生成・消滅演算子を a_0 および $a_0^\dagger$ で表すと

$$a_0 |\Phi\rangle = \sqrt{N_0}\,|\Phi\rangle\,,$$
$$a_0^\dagger |\Phi\rangle = \sqrt{N_0+1}\,|\Phi\rangle\,.$$

である。$N_0 = O(N)$ であるから、$\sqrt{N_0+1} \simeq \sqrt{N_0}$ である。したがって最低エネルギー状態については、熱力学極限で生成・消滅演算子を区別する必要がない。言葉を換えて言えば、Bose 凝縮している場は古典的な場として記述され、量子力学の経路積分による定式化での鞍点解で与えられる。そこでコヒーレント表示の実時間形式の経路積分 [8] を用いる。ボソン場を $\phi = \phi(\mathbf{r}, \mathbf{t})$ と表すと作用積分は次式で与えられる：

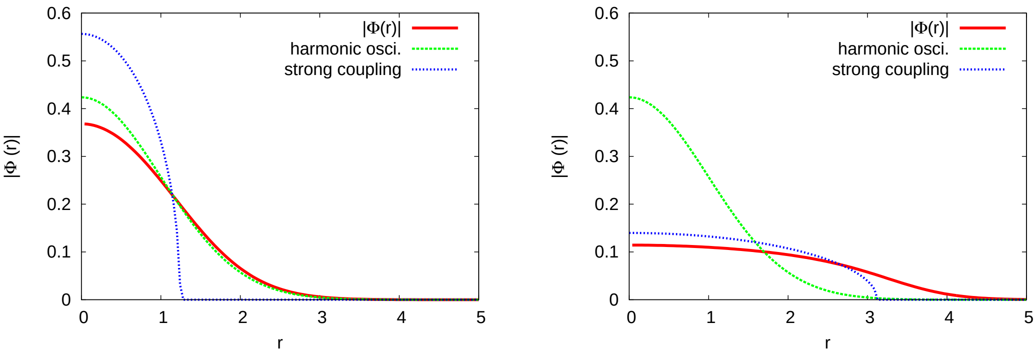
$$S = \int dt \int d^3\mathbf{r} \left[i\hbar\overline{\phi}\partial_t\phi - \overline{\phi}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{1}{2}m\omega_{ho}^2 r^2\right)\phi - \frac{1}{2}U\overline{\phi\phi}\phi\phi \right]$$

U は s 波の相互作用の強さを表す。この作用積分の変分から、鞍点で $\phi = \Phi$ として次の Gross-Pitaevskii 方程式が得られる：

$$i\hbar\partial_t\Phi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{1}{2}m\omega_{ho}^2 r^2\right)\Phi + U\Phi^*\Phi\Phi. \tag{4}$$

この方程式を解くことで、凝縮体を記述する波動関数が得られる。

ブラックホールとの対応をみるためには、以下に示すように超音速の流れを伴う凝縮体を考える必要がある。しかし、その考察を行う前に基底状態を見ておこう。基底状態の波動関数は、最速急降下法などを用いて数値的に Gross-Pitaevskii 方程式を解くことで得られる [9]。長さスケールとして $\ell = \sqrt{\hbar/(m\omega_{ho})}$、無次元の相互作用定数として $u = NU/(\hbar\omega_{\rm ho}\ell^3)$ を導入する。なお、実際の実験では ℓ は $O(\mu\mathrm{m})$ でありエネルギーの単位となるトラップポテンシャルの強さは $\hbar\omega_{ho} = O(n\mathrm{K})$ である。$u = 5$ と $u = 500$ の場合の結果を図 1 に示す。相互作用を無視した場合には 3 次元調和振動子の問題になるので波動関数は厳密に得られる。また、運動エネルギーを無視した場合にも方程式は厳密に解ける。これらの波動関数も比較のために示してある。



(a) (b)

図 1: 凝縮体の波動関数。(a) $u = 5$ の場合と (b)$u = 500$ の場合を示す。

次にゆらぎを記述する。φ を凝縮体を記述する Φ からのゆらぎとする。φ の運動方程式は

$$i\hbar\partial_t\varphi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2 + 2U\Phi^*\Phi\right)\varphi + U\Phi^2\varphi^\dagger. \tag{5}$$

Φ は古典的な場であったが、φ は場の演算子で $\left[\varphi(\mathbf{r},t), \varphi^\dagger(\mathbf{r}',t)\right] = \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ である。式 (5) において次の Bogoliubov 変換変換を行うと、励起状態の基準モードを求めることができる：

$$\varphi(\mathbf{r},t) = \sum_\alpha \left[A_\alpha(\mathbf{r},t)\, b_\alpha + B_\alpha^*(\mathbf{r},t)\, b_\alpha^\dagger\right] \tag{6}$$

係数 $A_\alpha(\mathbf{r},t)$ および $B_\alpha(\mathbf{r},t)$ が満たす方程式は

$$i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} A_\alpha(\mathbf{r},t) \\ B_\alpha(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K & U\Phi^2 \\ -U\Phi^{*2} & -K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\alpha(\mathbf{r},t) \\ B_\alpha(\mathbf{r},t) \end{pmatrix}, \tag{7}$$

ここで

$$K = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2 + 2U\Phi^*\Phi$$

である。この方程式を Bogoliubov-de Gennes 方程式とよぶ。式 (7) の右辺の行列を対角化すれば、基準モードが求まると早合点しそうだがそうではない。式 (7) は $A_\alpha(\mathbf{r},t) = \Phi(\mathbf{r},t)$, $B_\alpha(\mathbf{r},t) = -\Phi^*(\mathbf{r},t)$ を解に持つことが Gross-Pitaevskii 方程式を用いると示せる。φ がゆらぎを記述する場であるためには、このモードがエネルギーゼロのモードに対応する必要がある。エネルギーゼロのモードに対応するエネルギー E_0 を用いると

$$i\hbar\partial_t \begin{pmatrix} A_\alpha(\mathbf{r},t) \\ B_\alpha(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K - E_0 & U\Phi^2 \\ -U\Phi^{*2} & -K - E_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\alpha(\mathbf{r},t) \\ B_\alpha(\mathbf{r},t) \end{pmatrix}$$

となる。この式の右辺に現れる行列を対角化して得られるモードがゆらぎのモードである。

さて、Gross-Pitaevskii 方程式で記述される Φ が時空の計量に対応し、ゆらぎを記述する場がその時空での量子場に対応することを次に示す。Φ を振幅と位相の自由度を用いて

$$\Phi = {\rho_0}^{1/2} \exp\left(i\theta_0\right)$$

と書く。Gross-Pitaevskii 方程式 (4) に代入すると振幅と位相についての運動方程式が得られる。波長が $1/\sqrt{u\ell|\Phi|^2}$ よりも短い短波長のゆらぎを無視すると

$$\partial_t \theta_0 \simeq -\frac{1}{2}\left(\nabla\theta_0\right)^2 - \frac{1}{2}r^2 - g\rho_0$$
$$\partial_t \rho_0 + \nabla\cdot\left(\rho_0 \nabla\theta_0\right) = 0$$

さらに位相のゆらぎ θ と振幅のゆらぎを導入して振幅のゆらぎを消去すると次の方程式が得られる。

$$\left(\partial_t + \nabla\cdot\mathbf{v}_0\right)\left(\partial_t + \mathbf{v}_0\cdot\nabla\right)\theta \simeq \nabla\cdot\left(c_s^2\nabla\theta\right)$$

ここで $\mathbf{v}_0 = \nabla\theta_0$ は凝縮体の流速であり $c_s = \sqrt{U\Phi^*\Phi/m}$ は密度揺らぎの伝播速度、すなわち音速である。この方程式は次式で定義される $g_{\mu\nu}$ を用いて式 (3) の形に書き換えることができる：

$$g_{\mu\nu} = c_s \begin{pmatrix} c_s^2 - v_0^2 & v_0^x & v_0^y & v_0^z \\ v_0^x & -1 & 0 & 0 \\ v_0^y & 0 & -1 & 0 \\ v_0^z & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_{\mu\nu}$$

こうして曲がった時空の場の方程式と対応させることができた。特に計量は極座標表示では 2) に対応している。凝縮体の流速 v_0 が音速 c_s を超える領域が存在すればブラックホールが存在する状況に対応する。

この節の締め括りとして θ の表式と交換関係を示す。位相ゆらぎについて線形の範囲では、

$$\theta = \frac{1}{2i\rho_0}\left(\Phi_0^*\varphi - \Phi_0\varphi^\dagger\right)$$

および

$$\rho = \Phi_0^*\varphi + \Phi_0\varphi^\dagger$$

であることがわかる。Bogoliubov 変換で導入した生成・消滅演算子 b_α,$b_\alpha^\dagger$ を用いて

$$\theta = \sum_\alpha \left(f_\alpha b_\alpha + f_\alpha^* b_\alpha^\dagger\right)$$
$$\rho = \sum_\alpha \left(g_\alpha b_\alpha + g_\alpha^* b_\alpha^\dagger\right)$$

と書くと、密度ゆらぎと位相ゆらぎがカノニカル共役であることから

$$\left(f_\alpha, f_\beta\right) = \delta_{\alpha\beta}$$

であることが示せる。ここで

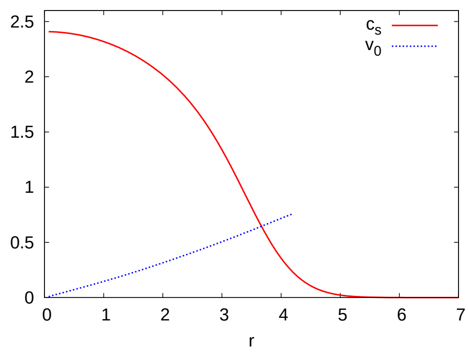
$$(p,q) = \frac{4\pi i}{u}\int_0^\infty drr^2\left[p^*\left(r\right)\left(\partial_t + \mathbf{v}_0\cdot\nabla\right)q\left(r\right) - \left[\left(\partial_t + \mathbf{v}_0\cdot\nabla\right)p^*\left(r\right)\right]q\left(r\right)\right]$$

である。この式で定義される内積は、曲がった時空での Klein-Gordon 場に対する内積に対応する [10]。

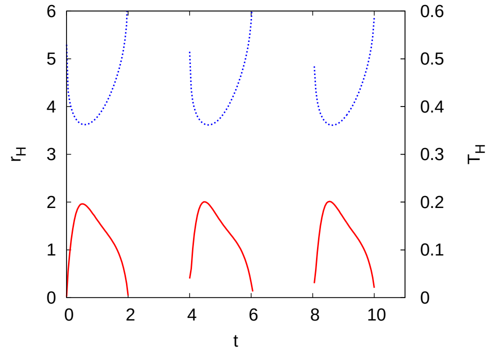
5 Bose-Einstein 凝縮系における Hawking 輻射

前節で示した Bose-Einstein 凝縮系と曲がった時空の場の理論との対応から Bose-Einstein 凝縮系における Hawking 輻射を検証するためにはまず $v_0 > c_s$ の流れを作り出す必要がある。このような超音速の流れを生む機構として Laval 管 [11] やトラップポテンシャルをリング状にする提案 [12] などがある。ここでは、おそらく最も簡単なトラップポテンシャルの強さを変化させる方法 [13] で解析を行う。(相互作用ポテンシャルを Feshbach 共鳴を用いて変えることでも同様の結果が得られる [14]。)

$u = 500$ として Gross-Pitaevskii 方程式を解き、基底状態を求める。この状態を初期状態として、トラップポテンシャルを $\omega_{ho} \to \omega_{ho}/2$ と変化させて時間発展を追う。図 2(a) は、$t = 0.4$ での c_s および v_0 である。(以降、時間の単位は ω_{ho}^{-1} とする。) $r > r_h (r_h \simeq 3.67)$ で $v_0 > c_s$ となっていることがわかる。$r > r_h$ がホライズンの" 内側" で、$r < r_h$ がホライズンの" 外側" である。



(a)



(b)

図 2: (a)$t = 0.4$ における c_s および v_0 の座標依存性。(b) ホライズン位置 r_H（点線）と $k_B T_H = \frac{\hbar}{2\pi} \partial_r (v - c)|_{r=r_H}$ から計算した Hawking 温度（実線）。

ホライズン半径の時間発展を図 2(b) に示す。凝縮体の運動が周期的であるため、ホライズンの振る舞いも周期的である。また、ブラックホールに対応する運動は凝縮体が外向きに運動している場合である。そのため内向きに運動している場合にはホライズンは存在しない。backreaction の効果を取り入れると周期的でなくなると予想されるが backreaction の効果は無視できるほど小さい。図**??**には WKB 近似によって得られる Hawking 温度の近似式による評価も一緒に示してある。単位は $\hbar\omega_{ho}$ であるから $O(n\mathrm{K})$ の Hawking 温度が期待できる。

Hawking 輻射を検証するためには、励起状態の波動関数の時間発展も追う必要がある。Gross-Pitaevskii 方程式による凝縮体の波動関数の時間発展と共に Bogoliubov-de Gennes 方程式によって励起状態の波動関数の時間発展を数値的に計算する。時刻 t での時空は $\Phi(\mathbf{r}, t)$ から計算される。この時空での励起スペクトルは、$\Phi(\mathbf{r}, t)$ を元に計算できる。こうして得られる励起スペクトルの波動関数と Φ と共に時間発展してきた励起状態の波動関数を用いて粒子生成スペクトルが

$$B^*_{\beta\alpha} = \left(f^{(2)*}_{\beta}, f^{(1)}_{\alpha} \right)$$

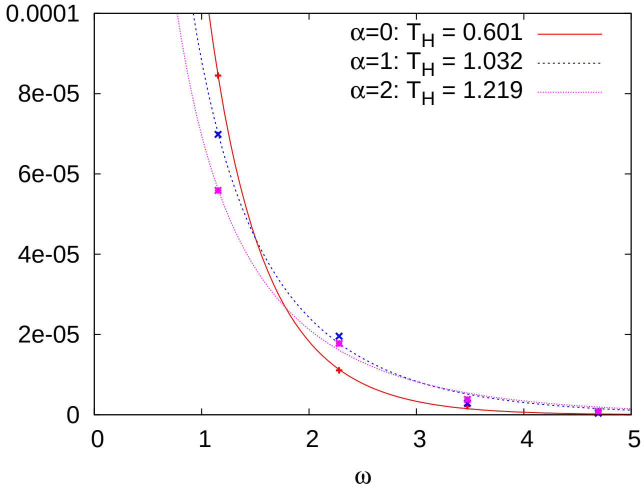
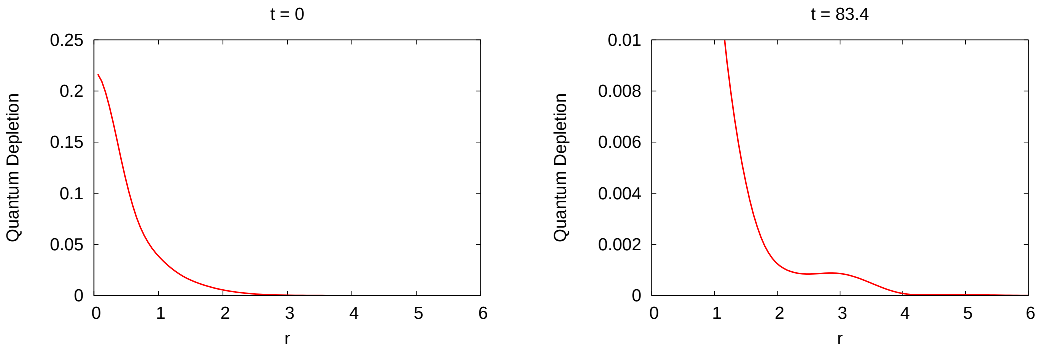


図 3: $t = 1.44$ で計算した粒子生成スペクトルと Planck 分布によるフィッティング。

から求められる。$t = 1.44$ で得られた粒子生成スペクトルが図 3 である。Planck 分布でフィッティングした結果も一緒に示してある。図から、Planck 分布に従う粒子生成スペクトルが得られていることがわかる。フィッティングから得られた Hawking 温度は、近似的に計算した温度と比較すると数倍高い。この不一致は、トラップポテンシャルのために粒子分布が非一様になっているためと考えられる。また、ポテンシャルが調和振動子型ポテンシャルのためスペクトルは離散的である。

さて、こうして得られた粒子生成スペクトルが意味することは何であろうか。ここで示した定式化と計算では backreaction が入っていない。したがって、粒子生成が起きてブラックホールの質量が減るということにはなっていない。しかし、粒子生成がどこで起きるかということは quantum depletion を考察することでわかる。Gross-Pitaevskii 方程式で得られる凝縮体の波動関数は、粒子が全て Bose-Einstein 凝縮した状況に対応する。しかし、相互作用効果によって粒子全てが凝縮することはない。この凝縮していない粒子は quantum depletion, $\sum_{\alpha} B_{\alpha}^{*}(\mathbf{r}, t) B_{\alpha}(\mathbf{r}, t)$ を計算することで評価できる。初期状態を用いて quantum depletion を計算すると、中心付近にピークを持つ。(図 4(a)) しかし時間発展をみていくと図 4(b) に示したように、ホライズン近傍で quantum depletion が成長していく振る舞いがみられる。これはホライズン近傍で粒子生成が起きていることを示唆する。凝縮体では、位相差が生じると Josephson 流が流れて系のコヒーレンスが保たれる。しかし、超音速の領域が生じると、凝縮体と超音速領域にある粒子との間で位相のコヒーレンスが保てなくなる。こうして超音速領域にある粒子が凝縮体から disentangle するため凝縮成分から非凝縮成分への粒子の移行が起きる。



(a)

(b)

図 4: Quantum depletion の空間依存性。(a) $t = 0$ と (b)$t = 83.4$ の場合を示す。

6 まとめ

以上の結果をまとめると、定式化における対応、粒子生成スペクトルが Planck 分布に従うこと、およびホライズン近傍での粒子生成の兆候によって冷却原子系の Bose-Einstein 凝縮体で Hawking 輻射に対応する現象が数値的にシミュレーションできることが示せた。ホライズン近傍の粒子生成の様子については更なる検討が必要だが、Hawking 輻射の物理を検討する上で冷却原子系は有用な系である。Hawking 温度は $O(n\mathrm{K})$ であり、現在実現されている温度より一桁程度低い温度である。近い将来、到達可能になる温度と期待される。実験的に生成粒子を直接観測することは、冷却原子系でも困難であろう。しかし quantum depletion を観測することで粒子生成の証拠を見つけることは十分可能であると考えられる。

発展的話題としてフェルミオン系や回転している系などが考えられる。また、内部自由度を持つ原子を用いることで多彩な現象が期待される。

謝辞

東京大学大学院総合文化研究科の小林未知数氏には、数値計算に関する有益なコメントを頂きました。ここに感謝いたします。

参考文献

[1] J. D. Bekenstein: Phys. Rev. D **7** (1973) 2333.

[2] S. Hawking: Nature **248** (1974) 30.

[3] S. W. Hawking: Commun. Math. Phys. **43** (1975) 199.

[4] W. G. Unruh: Phys. Rev. Lett. **46** (1981) 1351.

[5] 坂上雅昭、大橋憲: 物性研究 **76** (2001) 328.

[6] M. Novello, M. Visser, and G. Volovik: Artificial black holes (World Scientific, Singapore, 2002).

[7] C. Pethick and H. Smith: Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases (Cambridge University Press, Cambridge, 2001).

[8] J. W. Negele and H. Orland, Quantum Many-Particle Systems (Westview Press, Boulder, 1998).

[9] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari: Rev. Mod. Phys. **71** (1999) 463.

[10] N. Birrell and P.C.W. Davies, Quantum Fields in Curved Space (Cambridge University Press, Cambridge, 1982).

[11] M. Sakagami and A. Ohashi: Prog. Theor. Phys. **107** (2002) 1267.

[12] L. J. Garay, J. R. Anglin, J. I. Cirac, and P. Zoller: Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 4643.

[13] Y. Kurita, M. Kobayashi, T. Morinari, M. Tsubota, and H. Ishihara: Phys. Rev. A **79** (2009) 043616.

[14] Y. Kurita and T. Morinari: Phys. Rev. A **76** (2007) 053603.