

1 序

密度や温度を変えていったときに、核物質は様々の相に変化していくと考えられています [1, 2, 3]。核物質は比較的低密度領域においても超流動や様々の中間子凝縮など多体系の物理学に興味ある課題を提供しています。また、より高温、高密度では量子色力学 (QCD) の真空構造の変化を伴う相転移、クォークやグルーオンの関わる相が興味ある課題となります。研究会では、最初に高塚さんで行ったパイ中間子凝縮 [4] の研究 (のいくつか) を紹介をし、そして次にクォーク自由度が関与する場合の核/ハドロン物質の相転移、特に、カイラル相転移やカラー超伝導相への相転移、そして量子色力学臨界点をめぐる物理について最近の我々の仕事 [5, 6, 7] の紹介をしました。この研究会は、高塚さんが岩手大学を退職されることを記念して行われたものでもあり、また紙数も限られていますので、クォーク物質に関わる部分は上記の文献か他での報告 [8] を参照していただくことにし、ここでは以前行ったパイ中間子凝縮研究とそれを巡る最近の話題にしばって報告させていただきます。²というのは、最近、比較的低温度で高密度の QCD 相が擬スカラーの秩序パラメータの関与する非一様なクォーク物質になっている可能性が盛んに議論されているからです [9, 10, 11]。これは、まさにクォーク相でのパイ中間子凝縮あるいはその「親類」とみなすことができるのであり、1970年代以降盛んに議論されたパイ中間子凝縮の研究の成果のいくつかを振り返ってみるのもむしろ現代的意義があるのではないかと考えるからです。

2 p波-中性パイ中間子凝縮とテンソル力

パイ中間子凝縮とは、核子媒質中においてパイ中間子場が平衡状態において有限の期待値 $\langle\varphi\rangle \neq 0$ を持つことです [4]。 π -N 結合だけを考えた簡単なハミルトニアンを用いて、パイ中間子凝縮を考察してみましょう。ただし、以下では中性パイ中間子凝縮に話を限ることにします。平均場近似での核子とパイ場の方程式を書き下しますと、パイ凝縮 ($\langle\varphi\rangle \neq 0$) が実現するためには核子系が構造相転移を起こし、空間座標に依存する縦波スピン・アイソスピン密度が実現していなければならないことが分かります。逆に、パイ凝縮相での核子系は古典場としてのパイ場と p-波結合しているために 1 核子の固有状態は軌道核運動量の混合が起こっています。古典パイ場が存在するとき、対応する核子系の構造は「交代的層状スピン (Alternating-LayerSpin; ALS) 構造」と呼ばれました [12]。

具体的に上記の結合方程式を解いて核子系の波動関数を具体的に求め、エネルギーを計算した分析結果によると、パイ中間子凝縮が起こる場合のエネルギー利得は OPEP のテ

¹当日は、「QCD 相転移と臨界現象」というタイトルを付けていましたが、「序」に書いた事情により、この報告はより適切なタイトルにしました。

²それに伴い、タイトルも講演のときのものとはより適切なものに変えています。

ンソル力によりほとんど与えられており、パイ中間子凝縮相は「テンソル力が支配的な相 (Tensor-force Dominating Phase)」であることが分かっています [12]。

パイ中間子凝縮の駆動力であるテンソル力についての基礎をおさらいしておきます。量子色力学 (QCD) が近似的に持つカイラル対称性の非線形表現を取ると、パイ中間子と核子の結合は次の擬ベクトル (pv-) 結合になります: $\bar{\psi}\gamma_5\gamma^\mu\tau^k\psi\partial_\mu\varphi_k$. この非相対論的極限は $\psi^\dagger\sigma\tau^k\psi\nabla\varphi_k$ となり、これから、核子間の1パイ中間子交換力のフーリエ成分は $(\sigma_1\cdot\mathbf{q})(\sigma_2\cdot\mathbf{q}) = 3S_{12}(\mathbf{q}) + \frac{1}{3}q^2\sigma_1\cdot\sigma_2$ に比例します。第1項がテンソル力を、第2項が中心力 (デルタ関数部分を含む) を与えます。場の方程式を書き下せば分かるように、パイ場は核子の作るスピン・アイソスピン密度の縦波成分に結合します。

実際には、核子間の中間レンジではロー中間子の寄与も重要になります。ベクトル中間子と核子の結合の仕方にはベクトル結合とテンソル結合がありますが、「ベクトル中間子支配仮説 (Vector-Meson Dominance hypothesis)」に基づく核子の電磁形状因子の分析に基づけば、アイソベクターのロー中間子と核子の結合はテンソル型、 $\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\tau^k\psi(\partial^\mu\rho_k^\nu - \partial^\nu\rho_k^\mu)$ 、が支配的であることが分かっています。このロー中間子交換力が OPEP と逆符号のテンソル力を与えます (中心力は同符号)。さらに、この場合はロー中間子は核子系のスピン・アイソスピン密度の横波成分に結合します [13]。

このようにして、現実的核力においてはパイ中間子交換とロー中間子交換の競合でテンソル力の強さとレンジが定まることになります。

なお、パイ中間子凝縮相におけるシグマやオメガ中間子交換による状態に依存しない中心力の効果は私の修士論文と高塚さんにより調べられており、標準相との比較をすればほとんど差がなく、パイ中間子凝縮への駆動力はパイ中間子交換によるテンソル力であることが明らかにされています [14]。

3 短距離斥力とデルタ共鳴

さて、実は、内側のレンジでロー中間子凝縮によりテンソル力は弱められ、また、その他の核子間相互作用そして短距離相関も取り入れると、核子だけではパイ中間子を凝縮させることはできません。しかし、パイ中間子の古典場が存在すると、図.1 に示されているように、パイ-核子系と強く結合するバリオン共鳴状態 $\Delta_{33}(1232)$ が基底状態で核子と混合することになり、パイ凝縮相での重粒子系は核子 N とデルタ共鳴 Δ の線形結合 $\tilde{N} = uN - v\Delta$ で表される準バリオンのフォック状態となります [4, 15, 17]。対応して、デルタ共鳴は $\tilde{\Delta} = u\Delta + vN$ となります。 ($u^2 + v^2 = 1$.)

デルタ共鳴を考慮に入れたときの次の「極小」ハミルトニアンを考えましょう [15, 17]:

$$H = \hat{T}_B + H_{\pi B} + H_{LM}. \quad (3.1)$$

ここで、運動エネルギー演算子 $\hat{T}_B \equiv \hat{T}_N + \hat{T}_\Delta$ は N - Δ の質量差 δM も含んでいます。パイ-重粒子相互作用ハミルトニアンは以下のように表せます:

$$H_{\pi B} = - \int dr \hat{S}_\pi \cdot \nabla \varphi_\pi. \quad (3.2)$$

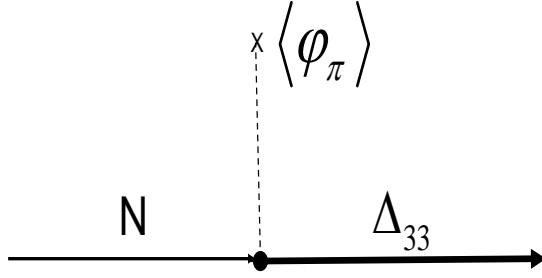


図 1: パイの古典場が存在すると、強い $\pi N \Delta$ 結合のために核子とデルタ共鳴が基底状態で結合し、重粒子は核子とデルタの線形結合で表される準重粒子になる。

ここに、

$$\hat{S}_\pi = \tilde{f}_{\pi NN} \{ \psi_N^\dagger \sigma_T \psi_N + \lambda_\pi (\psi_\Delta^\dagger \mathbf{S} \mathbf{T} \psi_N + \text{h.c.}) + \mu_\pi \psi_\Delta^\dagger \Sigma \Theta \psi_\Delta \}. \quad (3.3)$$

ただし、 $\tilde{f}_{\pi NN} \equiv f_{\pi NN}/m_\pi$, $\lambda_\pi \equiv f_{\pi N \Delta}/f_{\pi NN}$ and $\mu_\pi \equiv f_{\pi \Delta \Delta}/f_{\pi NN}$. $\mathbf{S}(\mathbf{T})$ はいわゆる遷移スピン (アイソスピン) 演算子であり、 $\Sigma(\Theta)$ はデルタ共鳴のスピン (アイソスピン) 演算子です: $(S_\mu)_{Mm} = (1\mu \frac{1}{2} m | \frac{3}{2} M) = (T_\mu)_{Mm}$. 最後の項 H_{LM} はパイ中間子交換力以外の斥力を「真似る」いわゆるランダウ-ミグダル項です。以下のように、一般化されたスピン-アイソスピン演算子

$$\mathcal{S}_\pi \equiv \left(\begin{array}{c|c} \sigma_T & \lambda_\pi \mathbf{S}^\dagger \mathbf{T}^\dagger \\ \hline \lambda_\pi \mathbf{S} \mathbf{T} & \mu_\pi \Sigma \Theta \end{array} \right). \quad (3.4)$$

すると、 \hat{S}_π は次のようにコンパクトに書けます。

$$\hat{S}_\pi = \tilde{f} \psi_B^\dagger \mathcal{S}_\pi \psi_B, \quad (3.5)$$

さて、核子とデルタ共鳴演算子との線形結合 $\tilde{N} = uN - v\Delta$ がよい準粒子描像となるために、パイ中間子凝縮の駆動力のパイ-N 結合定数が実効的に

$$f_{\pi NN} \rightarrow f_{\pi NN} \cdot F_{\sigma_T}, \quad F_{\sigma_T} \equiv (u^2 + \frac{4}{3} \lambda_\pi uv + \frac{1}{4} \mu_\pi v^2), \quad (3.6)$$

と増大します。実際、 $v^2 = 0.1$ でも $F_{\sigma_T}^2 \simeq 2.5$ であり、デルタの混入によりパイ中間子交換ポテンシャルが2倍になります。このことが凝縮実現に必要なエネルギー利得を供給しパイ中間子凝縮が実現します。

以下で説明する対称核物質の場合、比較的低い密度 $\rho_c \simeq 2\rho_0$ あたりでパイ中間子凝縮が起こることになります。

4 有効核力 G-0 力を用いた分析

中性パイ凝縮が重粒子系のスピン・アイソスピン秩序を伴う構造相転移であることが分かれば、この相転移の研究にパイ場を頭に用いたハミルトニアンを用いる必要はありません。媒質中での重粒子間相互作用は短距離相関のために有効相互作用になっています。有効相互作用の構成を伝統的な手法であるブリュックナー理論に基づくものを採用しましょう。有効相互作用のスピン依存部分、特に、テンソル力の部分まで導き出した初期の仕事に Sprung と Sprung-Banerjee のものがあります [19]。導かれた有効核力は G-0 力と呼ばれています。G-0 力が有用なのは、パイ中間子凝縮の駆動力であるテンソル力の有効相互作用も与えられているからです。標準相で構成された有効相互作用を中性パイ中間子凝縮に用いることを始めたのは高塚さんでした。

G-0 力は密度依存であり 5 レンジのガウス関数の重ね合わせで表現されており、Reid 軟芯ポテンシャルによる反応行列をよく再現し、有限核の研究に使われてきました：

$$V_C(r; \beta) = \sum_{i=1}^5 W_{Ci}(\beta; p_F) \exp(-r^2/\lambda_i^2), \quad (4.1)$$

$$V_T(r; \beta) = \sum_{i=1}^5 W_{Ti}(\beta; p_F) r^2/\lambda_i^2 \cdot \exp(-r^2/\lambda_i^2). \quad (4.2)$$

ここに、 β は 3E , $1O$ 等、2 核子の状態を指定するパラメータであり、 $W_i(\beta; p_F) \equiv a_i(\beta) + b_i(\beta)\sqrt{p_F}$ 。 (a_i, b_i, λ_i) の数値は [19] に与えられています。第 2 項はフェルミ運動量に依存していることに注意してください。G-0 力の中心力部分は 3O -成分を例外としてかなり強い密度依存性があります。一方、テンソル力部分の密度依存性はあまり大きくありません。

この相互作用のスピン・アイソスピン部分は次のように書きなおすことができます [16, 17]：

$$\begin{aligned} V_{\text{ph}}(1, 2) &= \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 [V_{\sigma\tau}(r) \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 + V_{T\tau} S_{12}(\hat{\mathbf{r}})], \quad (4.3) \\ &= \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2 \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} [(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \hat{\mathbf{k}})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \hat{\mathbf{k}})L(k^2) + (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \hat{\mathbf{k}})(\boldsymbol{\sigma}_2 \times \hat{\mathbf{k}})T(k^2)] e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \end{aligned} \quad (4.4)$$

ここで縦波成分 $L(k^2)$ と横波成分 $T(k^2)$ は中心力 $V_{\sigma\tau}(r)$ とテンソル力 $V_{T\tau}(r)$ のそれぞれのフーリエ成分 $K_{\sigma\tau}(k^2)$ 、 $K_{T\tau}(k^2)$ を用いて、 $L(k^2) = 2K_{T\tau}(k^2) + K_{\sigma\tau}(k^2)$ 、 $T(k^2) = -K_{T\tau}(k^2) + K_{\sigma\tau}(k^2)$ 。標準核密度 ($p_F = 1.36 \text{ fm}^{-1}$) では $K_{\sigma\tau}(0) = 244 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^3$ です。これは G-0 力の直接項はランダウ-ミグダルパラメータ $g' = 0.62 \tilde{f}^2$ を与えることを意味しています。もちろん、より現実的には交換項も考慮すると、標準核密度では $g' = 0.46 \tilde{f}^2$ となります。数値計算を行うと、 g' は密度依存性が大きく、密度が小さい方がその値は大きいことが分かります³： $p_F = 1.36 \rightarrow 0.8 \text{ fm}^{-1}$ と密度が減少するとき、 $g' = 0.46 \tilde{f}^2 \rightarrow 0.61 \tilde{f}^2$ と増大します。低い密度で $g' \sim .6$ と大きくなることはガモフ-テラー-巨大共鳴 [20] のエネルギーからの知見 [21] と整合的です；巨大共鳴は密度の低い核表面での現象であることに注意しましょう。それだけでなく、 $g'_{NN} = 0.5 \sim 0.6$ という値自体も驚くほどよく一致していることを強調したいと思います。

³参考文献 [17] の Fig.6-2 を参照のこと。

4.1 (N, Δ) セクターに拡張された G-0 力

有効核力におけるスピン・アイソスピン相互作用の縦波部分 $L(k^2)$ と横波部分 $T(k^2)$ の振る舞いを見てみましょう。それぞれ、パイ中間子およびロー中間子交換力に対応します。波数 $k = (2 \sim 3) \text{fm}^{-1}$ あたりでの $L(k^2)$ の符号および値がパイ中間子凝縮の実現の有無に関係します。 $k \geq 1.2 \text{fm}^{-1}$ では $L(k^2)$ は引力ですが、 $T(k^2)$ はすべての波数に対して斥力的（正）であることが分かります。 $L(k^2)$ の引力の起源は、もちろん、テンソル力 $K_{T\tau}(k^2)$ です。

1E や 3O など各部分波ごとに与えられている核子間中心力とテンソル力は次のようにして現象論的に (N, Δ) セクターに拡張できます [18]。たとえば、 1E への射影演算子は $(1 - \sigma_1 \cdot \sigma_2)(3 + \tau_1 \cdot \tau_2)/16$ と書けることを思い出しましょう。すると、中心力とテンソル力はすべて $\sigma_1 \cdot \sigma_2$ あるいは $\tau_1 \cdot \tau_2$ 等の掛け算の一次結合で書き表すことができます。それらは、(3.4) のような拡張により (N, Δ) セクターに拡張できます。ただし、 $\lambda_{\sigma\tau}$ や $\mu_{\sigma\tau}$ などの相対強度比を決めないといけません、それは裸のポテンシャルによるものと同じとしてクォーク模型によるもの（たとえば、 $\lambda_{\sigma\tau} = \sqrt{72/25}$ ）やチュー・ロー模型のもの（ $\lambda_{\sigma\tau} = 2$ ）を使うことができます。それはポテンシャルの空間依存性が (N, Δ) のチャンネルに依存しないことを仮定していることになります。これは、短距離相関は裸のポテンシャルに状態に依存しない相関関数を掛けたものを有効相互作用と同定することに対応するでしょう。

このように半現象論的に構成された N - Δ あるいは Δ - Δ 相互作用がどのように現実的か、ということはもちろんチェックしておくべきことです：(i) パイ中間子吸収に用いられ成功している N - Δ 遷移ポテンシャルと短距離相関の効果も含めるとよく一致しています [18]。(ii) パイ-核散乱で用いられる Δ の 1 粒子ポテンシャルそよく再現します [22]；たとえば、 $U_{\Delta}(q=0) = -40 \text{ MeV}$ 。(iii) N - Δ 遷移ランダウ-ミグダルパラメータ $g'_{N\Delta}$ 。大きな密度依存性を持ち、密度とともに増大します⁴： $p_F = (0.8 \rightarrow 2.4) \text{ fm}$ に対して、

$$g'_{N\Delta} = 0.24 \rightarrow 0.50 \quad (4.5)$$

です [18, 17]。この低密度での小さな値は酒井らの実験データに基く理論解析から得られた値 [21] と驚くほどよく一致していることは強調に値します。

4.2 標準核物質の場合の結果

このように構成された相互作用を用いた標準核物質でのエネルギー計算によると [18]、温度 0 では $\rho_c \simeq 2.5\rho_0$ でパイ中間子凝縮相の方がノーマル相よりもエネルギーが低くなります。しかし、この密度が臨界密度ではありません。実際はエネルギー利得が大きいので、相転移は 1 次相転移になります。これはマクスウェルの二重接線法で分析を行うと分かります。したがって、パイ中間子凝縮相とノーマル相の混合相になっている密度-温度領域が存在することになります： $1.8\rho_0 \equiv \rho_{t1}(\pi^0) \rightarrow \sim 3.6\rho_0 \equiv \rho_{t2}(\pi^0)$ 。

ここでも主なエネルギー利得は Δ との混合によって増大したテンソル力の直接項によっ

⁴参考文献 [17] の Fig.6-2 を参照のこと。

て与えられます。このエネルギー利得が局在化による運動エネルギーの増大を凌駕するのです。

4.3 有限温度の場合

有限温度の効果を頭に考慮した計算も行われました [23]。そして、相対論的流体の衝撃波の連続方程式 (Taub 方程式) を解き、重イオン衝突の入射エネルギーによる相図内の軌跡も求められました。それによると、理想的な場合混合相を通り得ることが分かります。これらの考察も (Δ を含まない場合ですが) 高塚さんが先鞭をつけました [24]。

5 まとめ

パイ中間子凝縮に関して高塚さんで行ってきた研究を紹介してきました。こうして振り返ると、有効作用の使用や有限温度での考察など、高塚さんにリードされて行った研究が多いことに気づきます。学恩をあらためて感ずるところです。

さて、核物質 (バリオン物質) 中でのパイ中間子凝縮は核子系 (バリオン系) のスピン・アイソスピン秩序を伴う構造相転移であり、その相転移にはテンソル力が支配的な役割を果たします。パイ中間子の実現にはデルタ共鳴の混合が決定的な役割を果たします。ここで紹介した (N , Δ) に拡張した有効相互作用は、本研究の後に得られたガモフ・テラー巨大共鳴のデータとの整合性をはじめ、核物質の基本的な性質を再現する十分な現実性を持ったものなので、臨界密度が標準核密度の 2 倍程度である、という結論は十分信頼できるものであると強調したいと思います。この研究は科研費 (No.20540265) の補助を受けています。

参考文献

- [1] R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. Suppl. **112** (1993) 1.
- [2] T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rept. **247** (1994) 221
- [3] K. Rajagopal and F. Wilczek, arXiv:hep-ph/0011333.
- [4] A. B. Migdal, Rev. Mod. Phys. **50** (1978) 107.
- [5] M. Kitazawa, T. Koide, T. Kunihiro and Y. Nemoto, Prog. Theor. Phys. **108** (2002) 929
- [6] Z. Zhang, K. Fukushima and T. Kunihiro, Phys. Rev. D **79** (2009) 014004; Z. Zhang and T. Kunihiro, Phys. Rev. D **80** (2009) 014015; arXiv:1102.3263 [hep-ph].
- [7] Y. Minami and T. Kunihiro, Prog. Theor. Phys. **122** (2010) 881

- [8] T. Kunihiro, Y. Minami and Z. Zhang, Prog. Theor. Phys. Suppl. **186** (2010) 447; T. Kunihiro and Y. Minami, PoS C **POD2009** (2009) 014 [arXiv:0908.2710 [nucl-th]].
- [9] E. Nakano and T. Tatsumi, Phys. Rev. D **71** (2005) 114006
- [10] D. Nickel, Phys. Rev. Lett. **103** (2009) 072301; Phys. Rev. D **80** (2009) 074025; S. Carignano, D. Nickel and M. Buballa, Phys. Rev. D **82** (2010) 054009
- [11] T. Kojo, Y. Hidaka, L. McLerran and R. D. Pisarski, Nucl. Phys. A **843** (2010) 37
- [12] R. Tamagaki and T. Takatsuka, Prog. Theor. Phys. **56** (1976) 1340; T. Takatsuka, K. Tamiya, T. Tatsumi and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **59** (1978) 1933; T. Takatsuka, R. Tamagaki and T. Tatsumi, Prog. Theor. Phys. Suppl. **112** (1993) 67.
- [13] T. Kunihiro, Prog. Theor. Phys. **60** (1978) 1229.
- [14] T. Takatsuka, T. Kunihiro and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **60** (1978) 1223.
- [15] T. Kunihiro and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **61** (1979) 1107 [Erratum-ibid. **62** (1979) 1182].
- [16] T. Kunihiro, The Ryukoku Journal of Humanities and Sciences **5** (1983) 5.
- [17] T. Kunihiro, T. Takatsuka, R. Tamagaki and T. Tatsumi, Prog. Theor. Phys. Suppl. **112** (1993) 123.
- [18] T. Kunihiro, T. Takatsuka and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **73** (1985) 683.
- [19] D.W.L. Sprung and P.K. Banerjee, Nucl. Phys. **A 168** (1971), 273; D.W.L. Sprung, Nucl. Phys. **A 182** (1972), 97.
- [20] K. Ikeda, S.Fujii and J.I. Fujita, Phys.Lett.**3**(1963), 271.
- [21] T.Suzuki and H. Sakai, Phys. Lett. **B455** (1999), 25; M. Ichimura, H. Sakai and T. Wakasa, Prog. Part. Nucl. Phys. **56** (2006) 446.
- [22] T. Takatsuka, T. Kunihiro and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **74** (1985) 633.
- [23] T. Kunihiro, T. Takatsuka and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **79** (1988) 120.
- [24] T. Takatsuka and R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. **77** (1987) 362.