



# 測定型量子計算

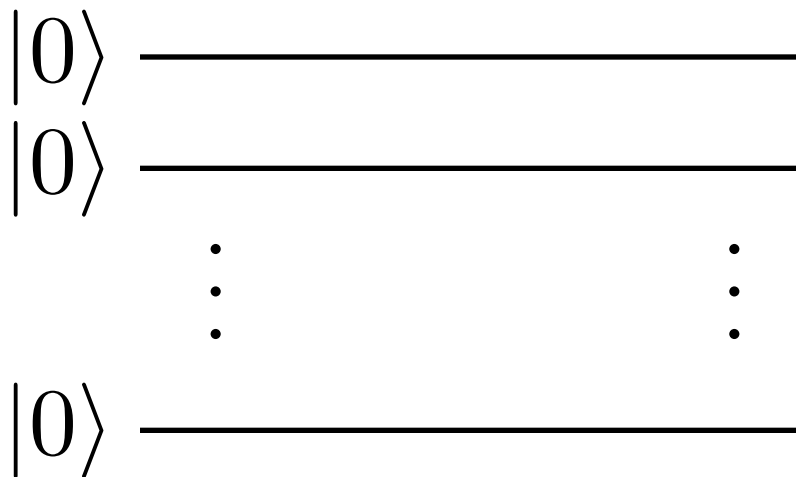
竹内勇貴

NTT コミュニケーション科学基礎研究所

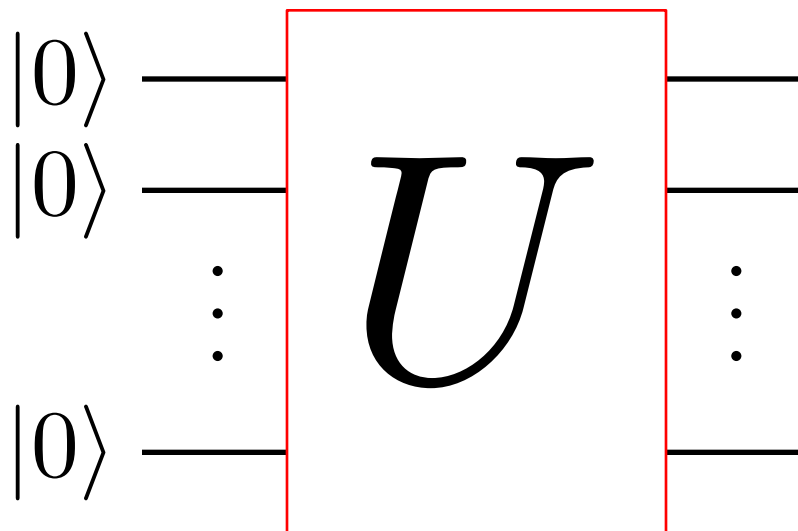
第二回基研量子情報スクール  
2/18 16:10 – 17:30

# 量子回路モデル(復習)

# 量子回路モデル(復習)



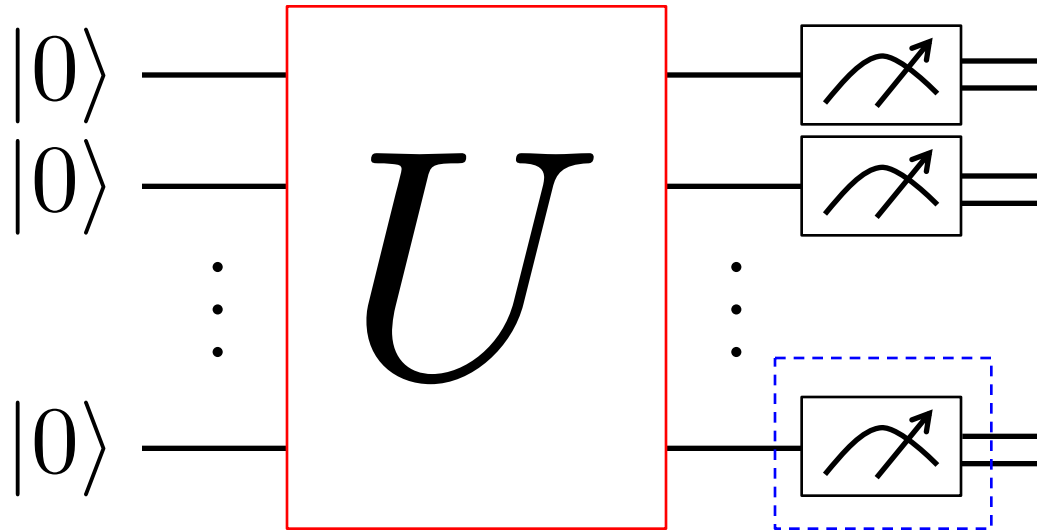
# 量子回路モデル(復習)



解きたい問題に依存した  
ユニタリオペレータ

(任意の単一量子ビットユニタリ + 1つの適切な2量子ビットユニタリ)

# 量子回路モデル(復習)



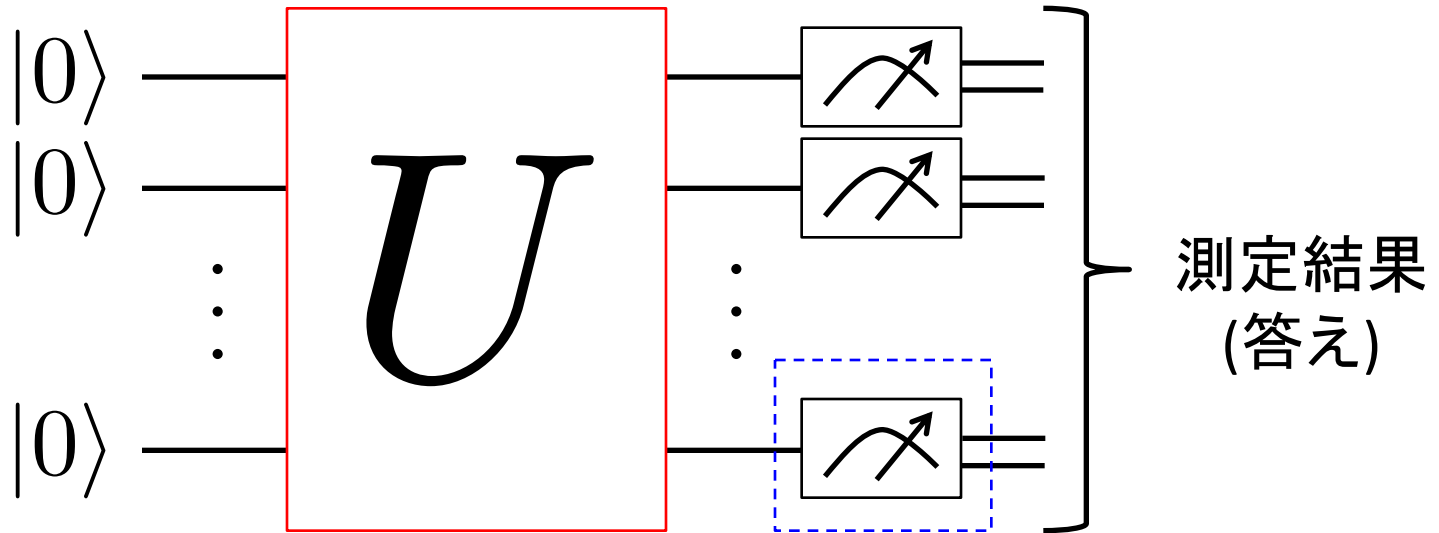
解きたい問題に依存した  
ユニタリオペレータ

計算基底での測定

$$\{|0\rangle\langle 0|, |1\rangle\langle 1|\}$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

# 量子回路モデル(復習)



解きたい問題に依存した  
ユニタリオペレータ

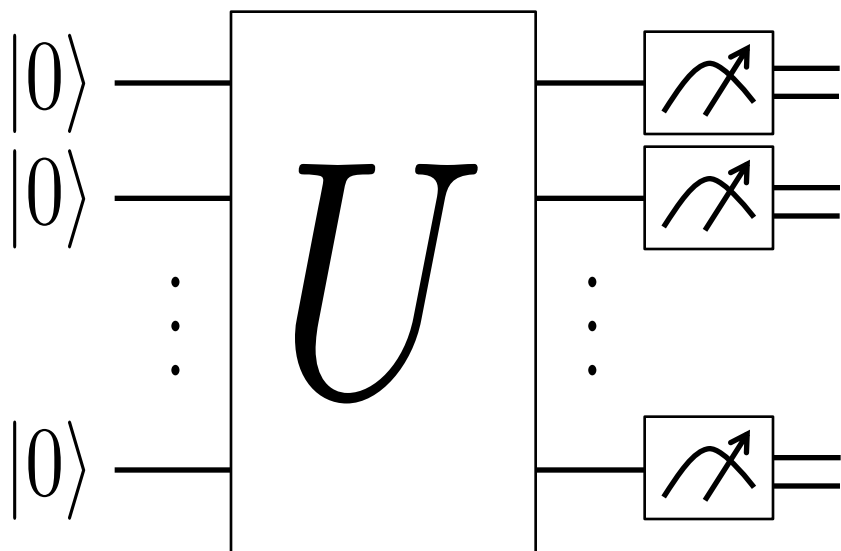
計算基底での測定

$$\{|0\rangle\langle 0|, |1\rangle\langle 1|\}$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

# 等価な万能量子計算モデル

量子回路モデル

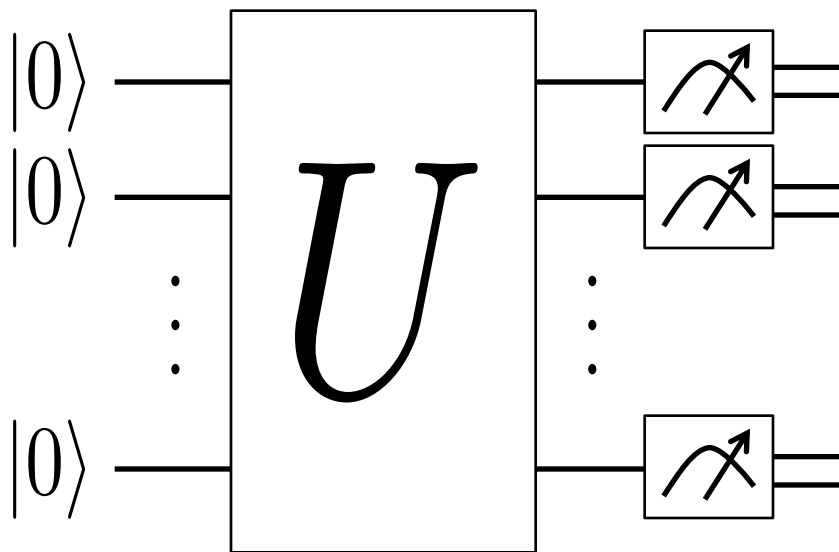


**=**

測定型量子計算

# 等価な万能量子計算モデル

量子回路モデル



測定型量子計算

**=**

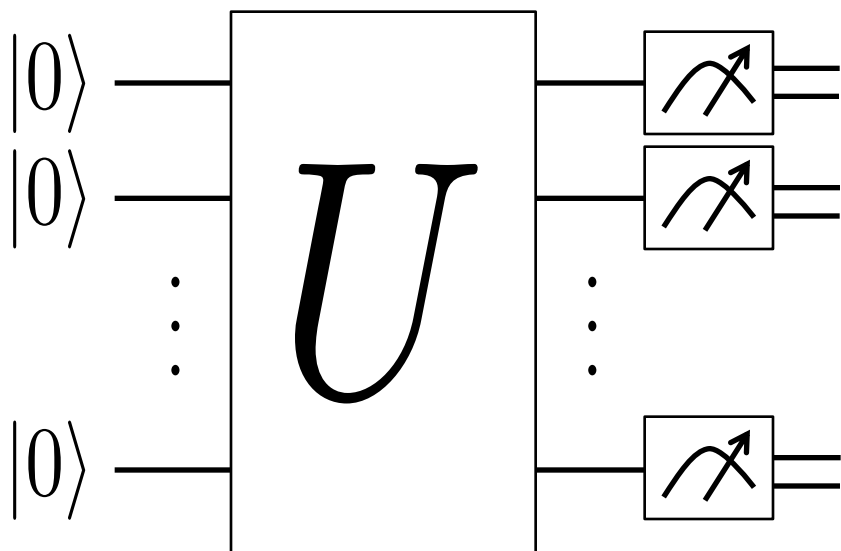


量子状態の生成



# 等価な万能量子計算モデル

## 量子回路モデル



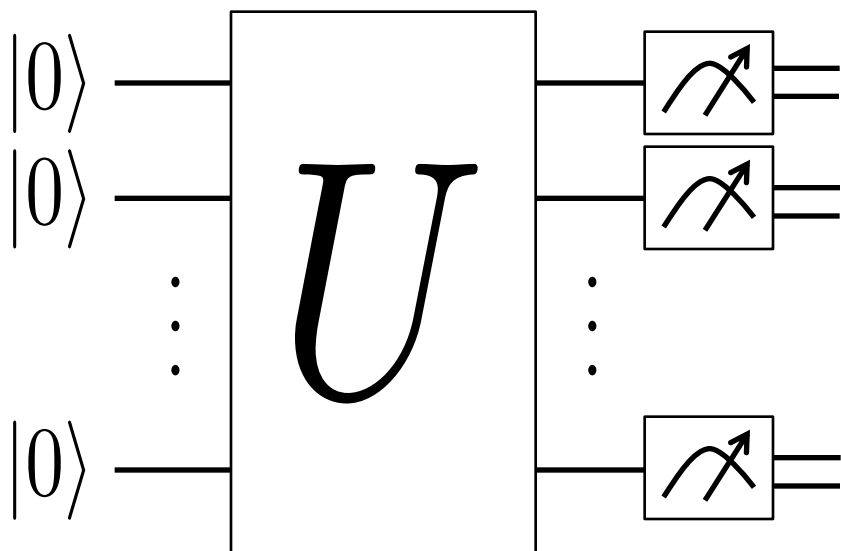
## 測定型量子計算



量子状態の生成 + 1量子ビット測定

# 等価な万能量子計算モデル

量子回路モデル



測定型量子計算

今回扱うモデル

=

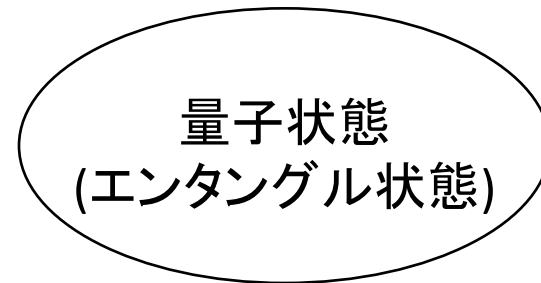


量子状態  
(エンタングル状態)

量子状態の生成 + 1量子ビット測定

# 目次

1. どんな量子状態を準備すれば良いのか？
2. どういう風に測定すれば良いのか？
3. 量子回路モデルとの等価性
4. 測定型量子計算の応用



量子状態の生成 + 1量子ビット測定

# 目次

1. どのような量子状態を準備すれば良いのか？
2. どのような風に測定すれば良いのか？
3. 量子回路モデルとの等価性
4. 測定型量子計算の応用



量子状態の生成 + 1量子ビット測定

# グラフ状態

$|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$  をCZゲートで繋げた状態

$$CZ = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes Z$$

$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

# グラフ状態

$|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$  をCZゲートで繋げた状態

$$CZ = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes Z$$

$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

$|+\rangle$                        $|+\rangle$   
 $|+\rangle$

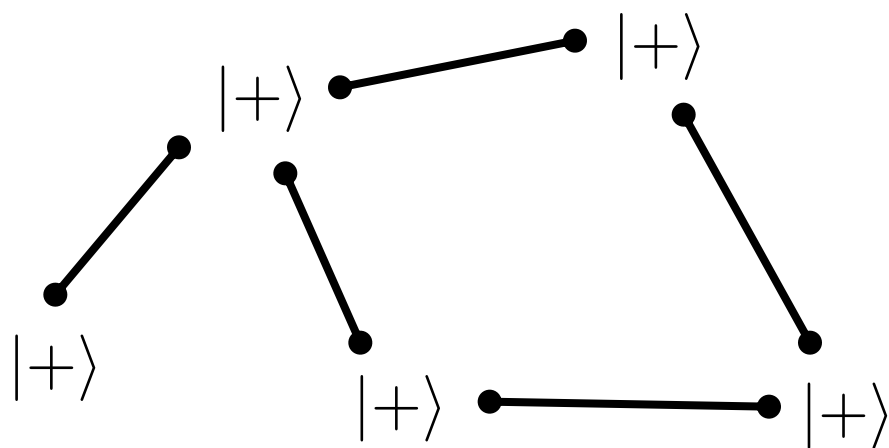
$|+\rangle$                        $|+\rangle$                        $|+\rangle$

# グラフ状態

$|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$  をCZゲートで繋げた状態

$$CZ = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes Z$$

$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

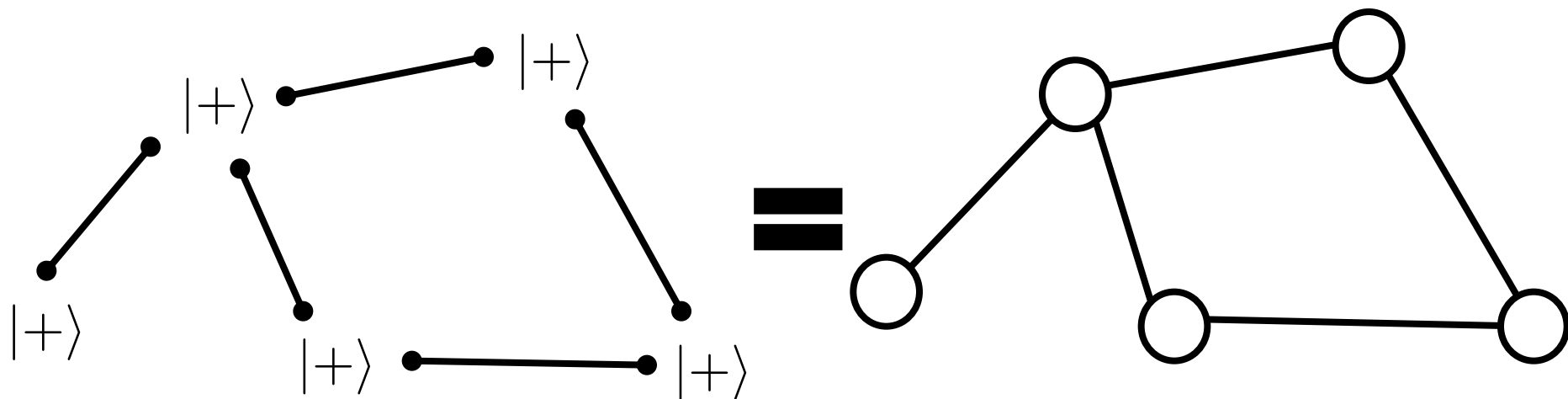


# グラフ状態

$|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$  を CZ ゲートで繋げた状態

$$CZ = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes Z$$

$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$





# グラフ状態の性質

$$X = |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1|$$

$n$ -qubitグラフ状態  $|G_n\rangle$  は  $n$  個の スタビライザー

$$\left\{ S_i \equiv X_i \prod_{j \in N_i} Z_j \right\}_{i=1}^n$$

↑  
可換

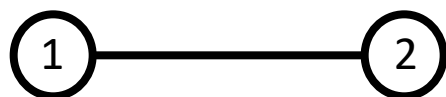
$i$  番目の頂点に  
隣接する頂点の集合

の同時+1固有状態になっている。

$$\boxed{\forall i, S_i |G_n\rangle = |G_n\rangle}$$

# グラフ状態の性質

具体例: 2-qubitグラフ状態



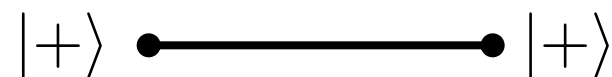
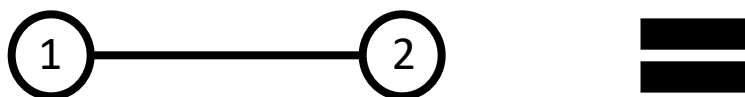
$$\begin{aligned} CZ|+\rangle|+\rangle &= \frac{|0\rangle|+\rangle + |1\rangle|-\rangle}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{|+\rangle|0\rangle + |-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$|\pm\rangle \equiv \frac{|0\rangle \pm |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

# グラフ状態の性質

具体例: 2-qubitグラフ状態

$$|\pm\rangle \equiv \frac{|0\rangle \pm |1\rangle}{\sqrt{2}}$$



スタビライザーは

$$S_1 = X_1 Z_2$$

$$S_2 = Z_1 X_2$$

$$\begin{aligned} CZ|+\rangle|+\rangle &= \frac{|0\rangle|+\rangle + |1\rangle|-\rangle}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{|+\rangle|0\rangle + |-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

# グラフ状態の性質

具体例: 2-qubitグラフ状態

$$|\pm\rangle \equiv \frac{|0\rangle \pm |1\rangle}{\sqrt{2}}$$



スタビライザーは

$$S_1 = X_1 Z_2$$

$$S_2 = Z_1 X_2$$

$$CZ|+\rangle|+\rangle$$

$$= \frac{|0\rangle|+\rangle + |1\rangle|-\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{|+\rangle|0\rangle + |-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$S_1(CZ|+\rangle|+\rangle) = X_1 Z_2 \left( \frac{|+0\rangle + |-1\rangle}{\sqrt{2}} \right) = CZ|+\rangle|+\rangle$$

# グラフ状態の性質

具体例: 2-qubitグラフ状態

$$|\pm\rangle \equiv \frac{|0\rangle \pm |1\rangle}{\sqrt{2}}$$



スタビライザーは

$$S_1 = X_1 Z_2$$

$$S_2 = Z_1 X_2$$

$$CZ|+\rangle|+\rangle$$

$$= \frac{|0\rangle|+\rangle + |1\rangle|-\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{|+\rangle|0\rangle + |-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$S_2(CZ|+\rangle|+\rangle) = Z_1 X_2 \left( \frac{|0+\rangle + |1-\rangle}{\sqrt{2}} \right) = CZ|+\rangle|+\rangle$$

# グラフ状態の性質

$$X = |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1|$$

$n$ -qubitグラフ状態  $|G_n\rangle$  は  $n$ 個の スタビライザー

$$\left\{ S_i \equiv X_i \prod_{j \in N_i} Z_j \right\}_{i=1}^n$$

↑  
可換

$i$  番目の頂点に  
隣接する頂点の集合

の同時+1固有状態になっている。

$$\forall i, S_i |G_n\rangle = |G_n\rangle$$

# グラフ状態の性質

## 一般的な証明

$$|G_n\rangle = \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} |+\rangle^{\otimes n}$$

↑  
グラフ $G_n$ の辺の集合

# グラフ状態の性質

## 一般的な証明

$$\begin{aligned} |G_n\rangle &= \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i |+\rangle^{\otimes n} \end{aligned}$$



# グラフ状態の性質

## 一般的な証明

$$\begin{aligned} |G_n\rangle &= \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i \overbrace{\left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right)}^{I^{\otimes n}} |+\rangle^{\otimes n} \end{aligned}$$

# グラフ状態の性質

## 一般的な証明

$$\begin{aligned} |G_n\rangle &= \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) \underbrace{\left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) |+\rangle^{\otimes n}}_{|G_n\rangle} \end{aligned}$$

$I^{\otimes n}$

# グラフ状態の性質

## 一般的な証明

$$\begin{aligned} |G_n\rangle &= \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i |+\rangle^{\otimes n} \quad I^{\otimes n} \\ &= \underbrace{\left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i}_{\text{スタビライザー } S_i} \underbrace{\left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) |+\rangle^{\otimes n}}_{|G_n\rangle} \end{aligned}$$

# グラフ状態の性質

## 一般的な証明

つまり、

$$\left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) = X_i \prod_{j \in N_i} Z_j$$

が示せるとOK

# グラフ状態の性質

## 一般的な証明

つまり、

$$\left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) = X_i \prod_{j \in N_i} Z_j$$

が示せるとOK

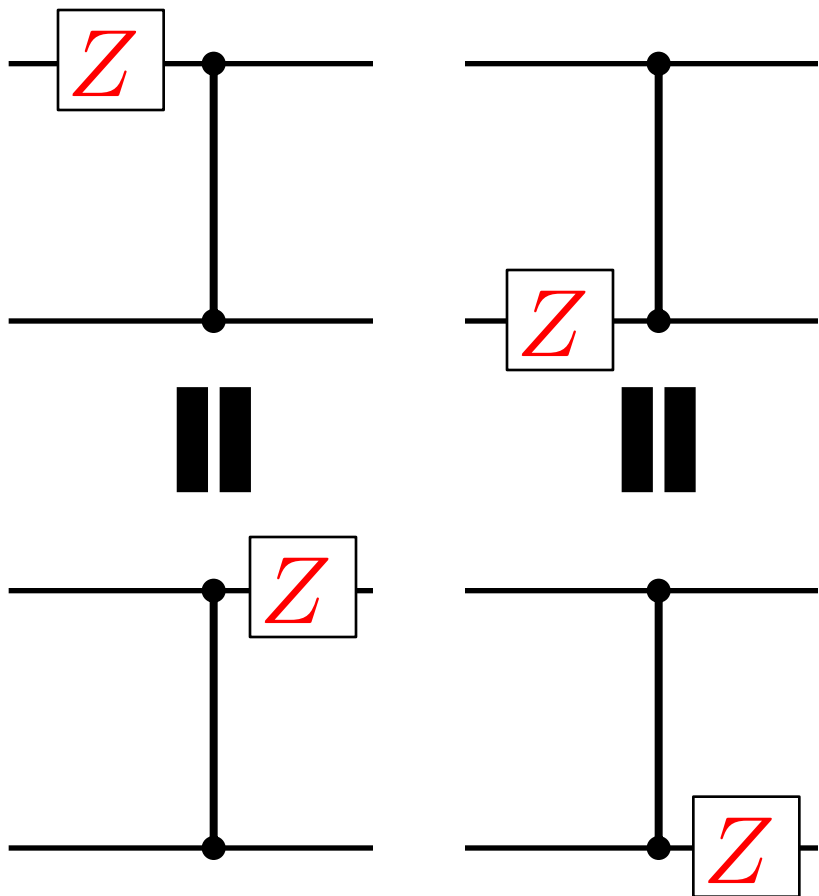
そのために、

$$\left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i = \left( X_i \prod_{j \in N_i} Z_j \right) \left( \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right)$$

を示す。

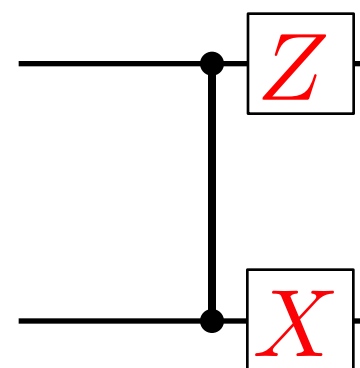
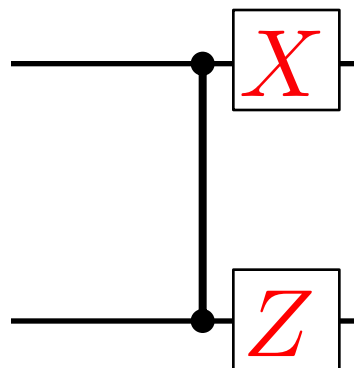
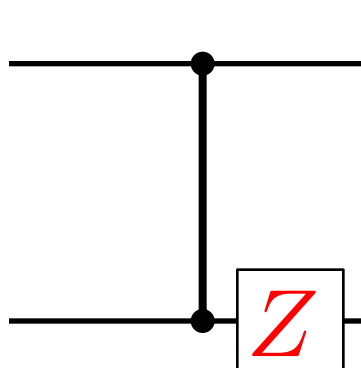
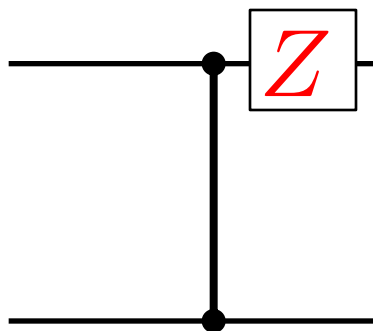
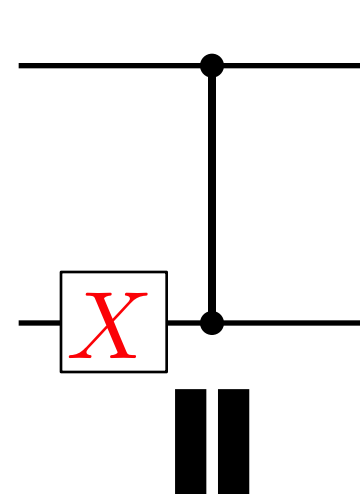
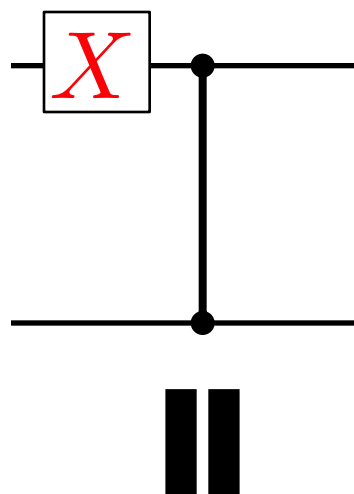
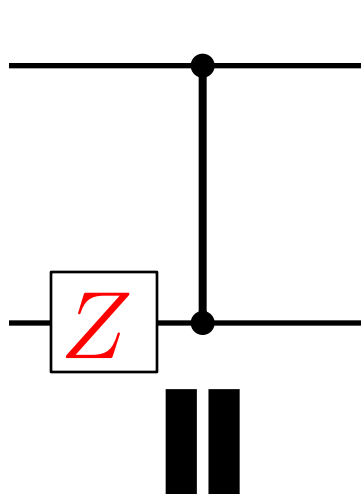
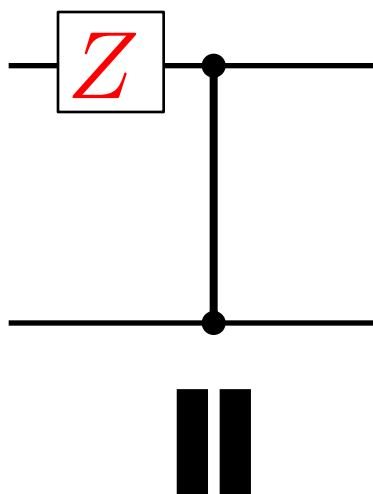
# グラフ状態の性質

## 一般的な証明



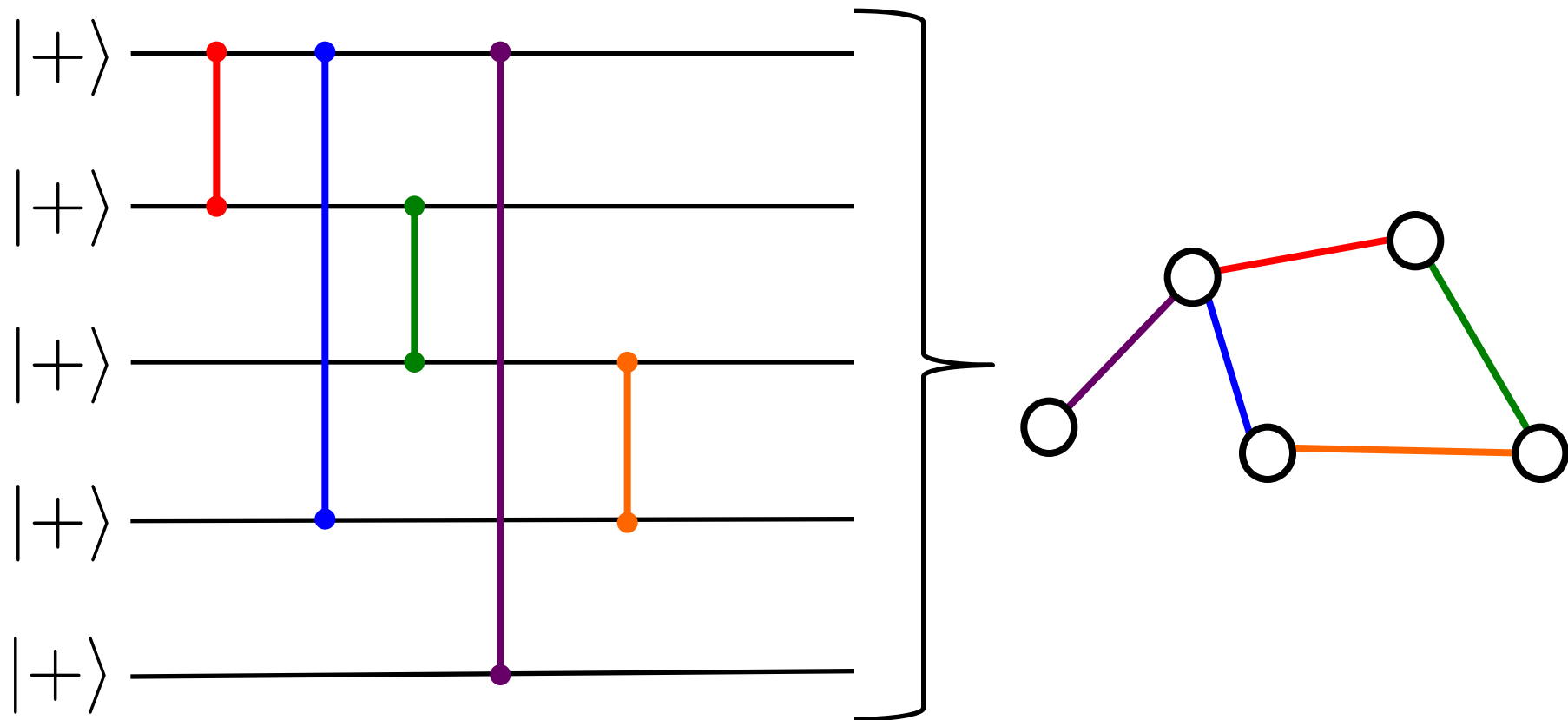
# グラフ状態の性質

## 一般的な証明



# グラフ状態の性質

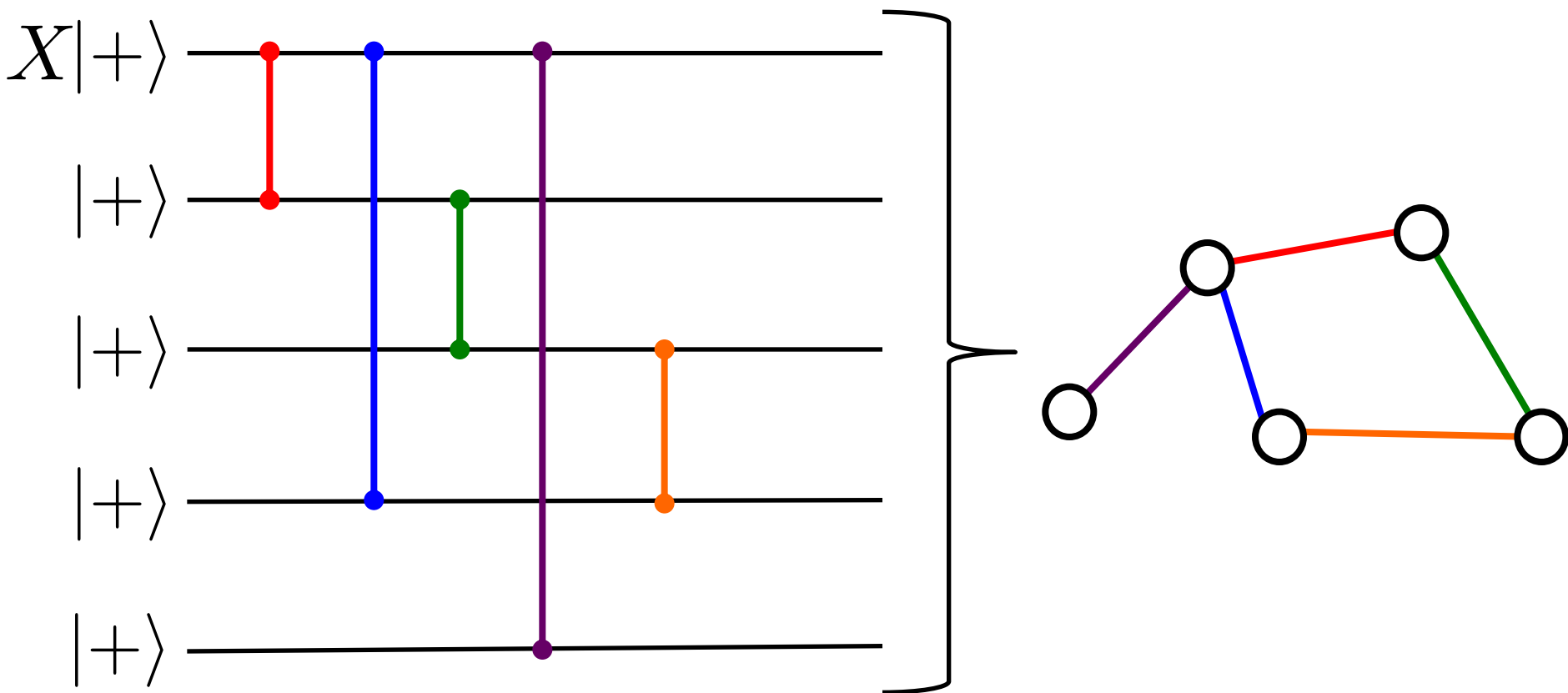
## 一般的な証明





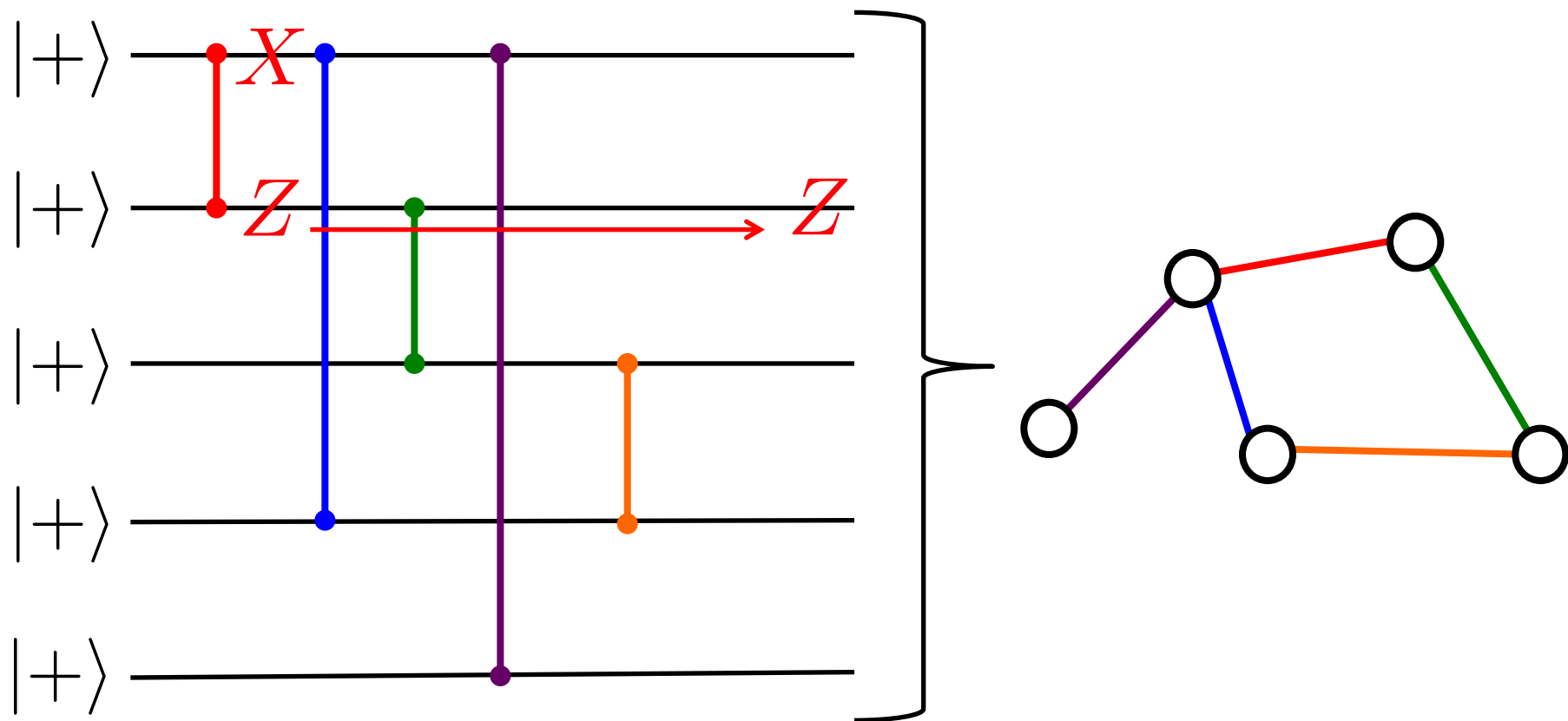
# グラフ状態の性質

## 一般的な証明



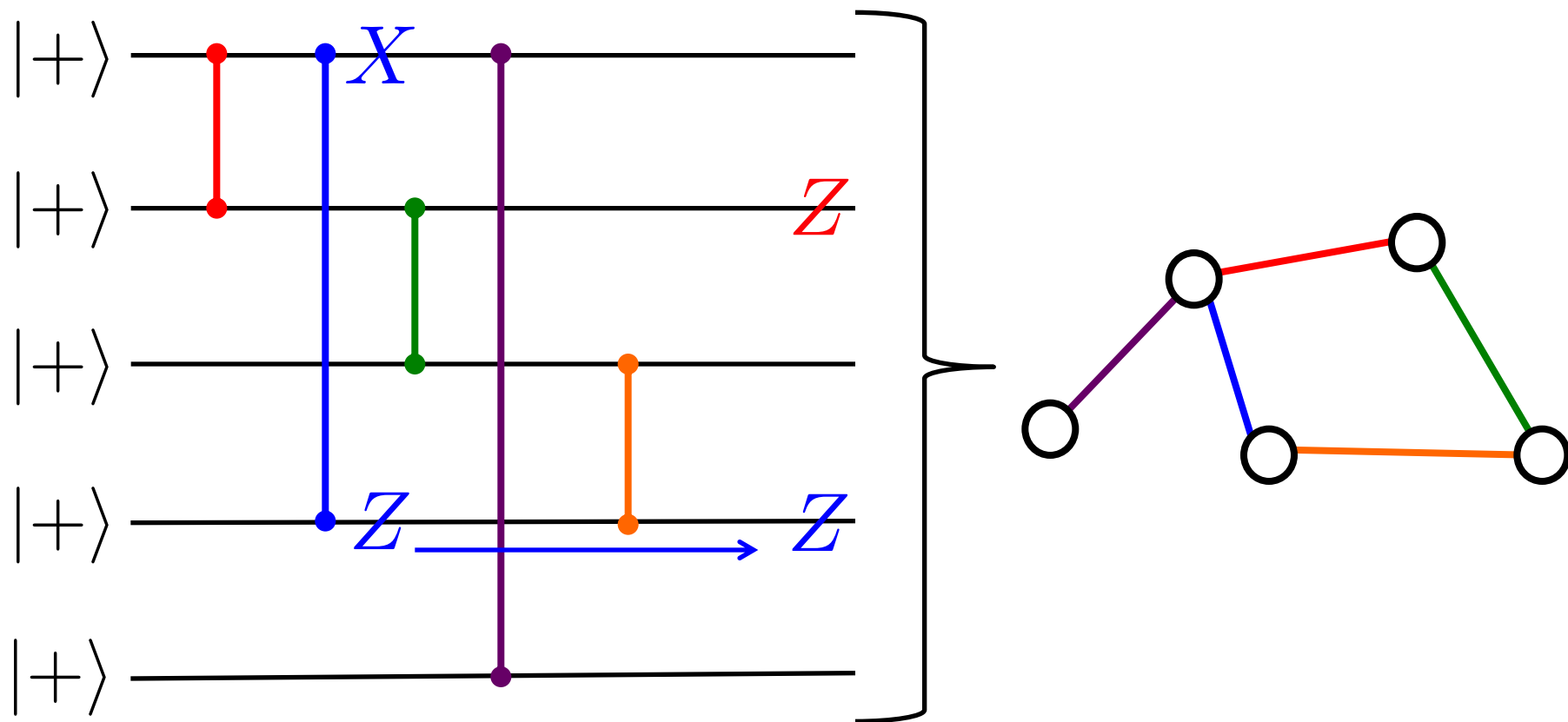
# グラフ状態の性質

## 一般的な証明



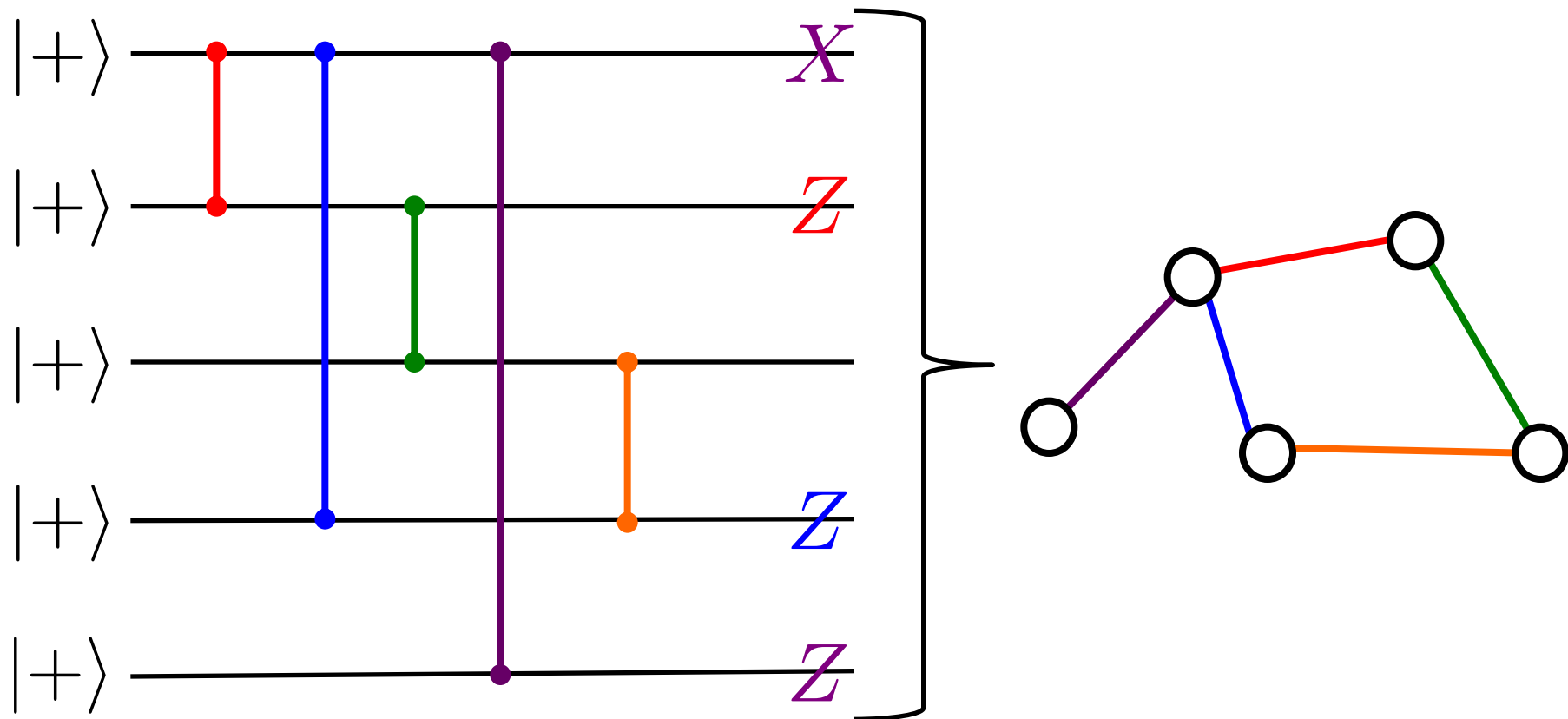
# グラフ状態の性質

## 一般的な証明



# グラフ状態の性質

## 一般的な証明



# グラフ状態の性質

$n$ -qubitグラフ状態  $|G_n\rangle$  は  $n$  個のスタビライザー

$$\left\{ S_i \equiv X_i \prod_{j \in \underline{N_i}} Z_j \right\}_{i=1}^n$$

$i$  番目の頂点に  
隣接する頂点の集合

の同時+1固有状態になっている。

# グラフ状態の性質

$n$ -qubitグラフ状態  $|G_n\rangle$  は  $n$  個のスタビライザー

$$\left\{ S_i \equiv X_i \prod_{j \in \underline{N_i}} Z_j \right\}_{i=1}^n$$

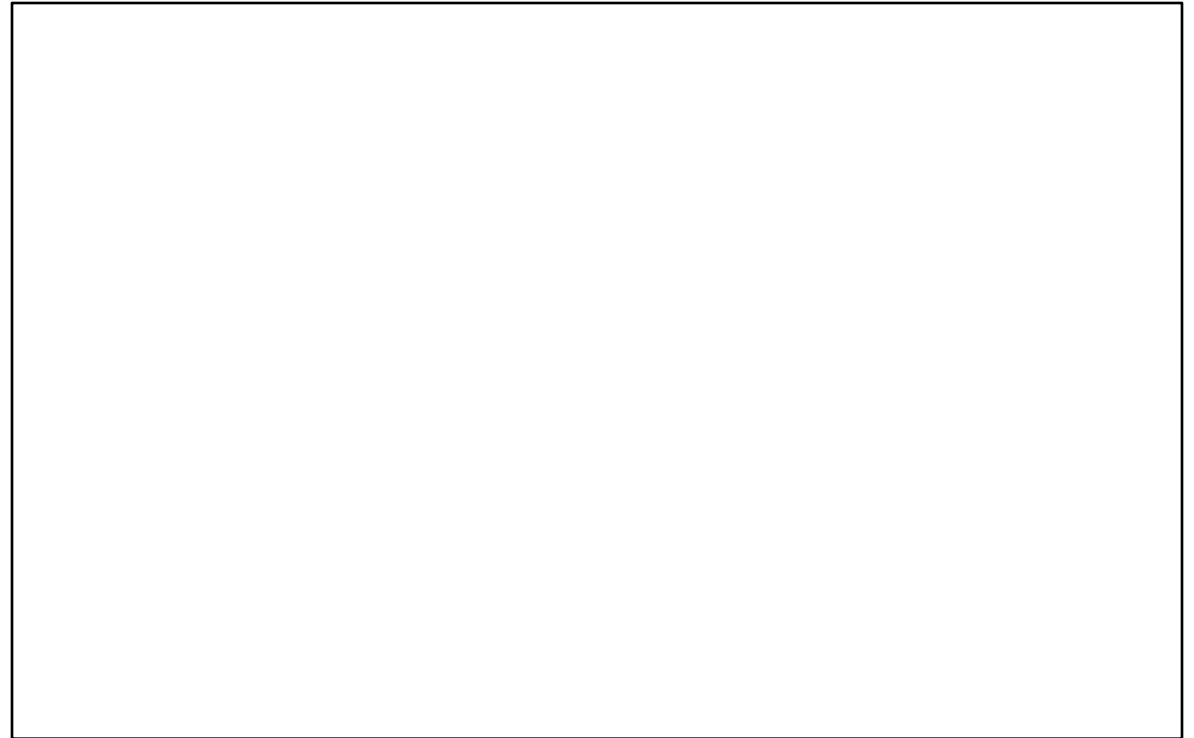
$i$  番目の頂点に  
隣接する頂点の集合

の**唯一の**同時+1固有状態になっている。

# グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$  の同時+1固有状態は  $|G_n\rangle$  だけ

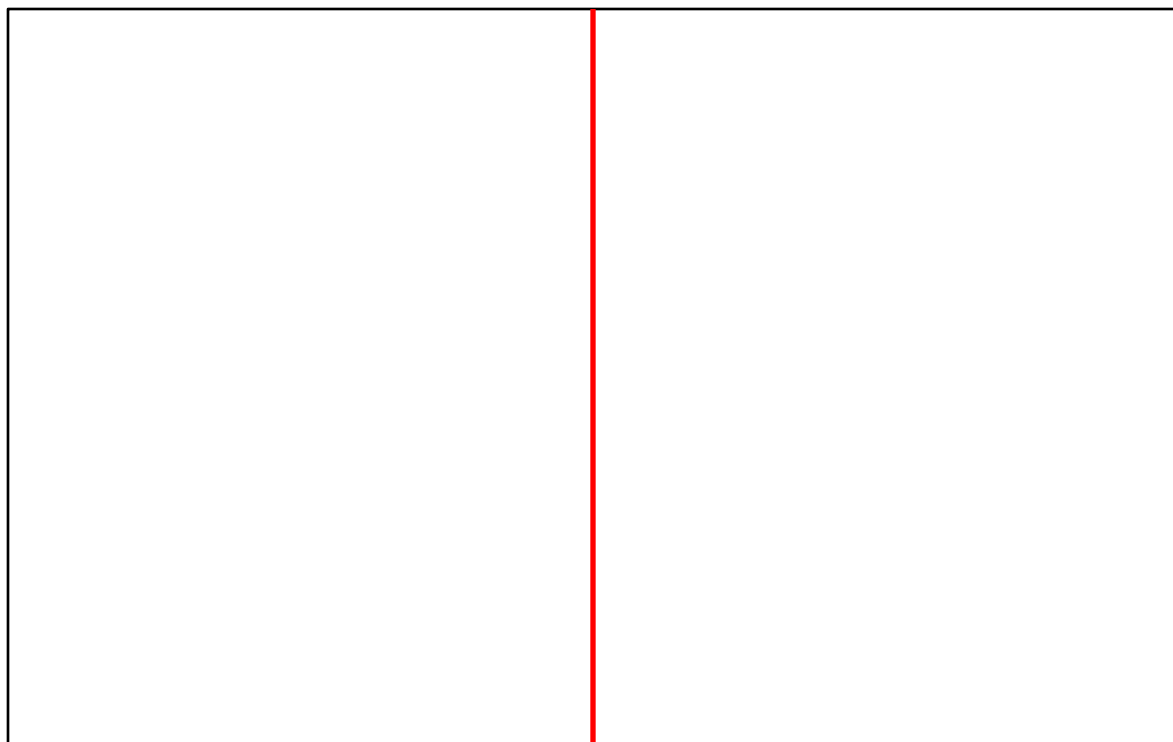
$n$ -qubitのヒルベルト空間



# グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$  の同時+1固有状態は  $|G_n\rangle$  だけ

$n$ -qubitのヒルベルト空間  $S_1$  の+1固有状態  $S_1$  の-1固有状態





# グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$  の同時+1固有状態は  $|G_n\rangle$  だけ

$n$ -qubitのヒルベルト空間  $S_1$  の+1固有状態  $S_1$  の-1固有状態

$S_2$  の+1固有状態

$S_2$  の-1固有状態


# グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$  の同時+1固有状態は  $|G_n\rangle$  だけ

$n$ -qubit のヒルベルト空間  $S_1$  の+1固有状態  $S_1$  の-1固有状態

$S_2$  の+1固有状態

$S_2$  の-1固有状態


# グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$  の同時+1固有状態は  $|G_n\rangle$  だけ

同様に、 $S_3, S_4, \dots$  とスタビライザーでヒルベルト空間を分割していくと、

$\{S_i\}_{i=1}^n$  全てに対して+1の固有状態になっているのは、ヒルベルト空間全体の

$$\frac{1}{2^n}$$

# グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$  の同時+1固有状態は  $|G_n\rangle$  だけ

同様に、 $S_3, S_4, \dots$  とスタビライザーでヒルベルト空間を分割していくと、

$\{S_i\}_{i=1}^n$  全てに対して+1の固有状態になっているのは、ヒルベルト空間全体の

$$\frac{1}{2^n}$$

一方で、 $n$ -qubitのヒルベルト空間の次元(基底の数)は $2^n$

# グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$  の同時+1固有状態は  $|G_n\rangle$  だけ

同様に、 $S_3, S_4, \dots$  とスタビライザーでヒルベルト空間を分割していくと、

$\{S_i\}_{i=1}^n$  全てに対して+1の固有状態になっているのは、ヒルベルト空間全体の

$$\frac{1}{2^n}$$

一方で、 $n$ -qubitのヒルベルト空間の次元(基底の数)は $2^n$

∴  $\{S_i\}_{i=1}^n$  の同時+1固有状態は  $\frac{1}{2^n} \times 2^n = 1$  しかない!!

# グラフ状態の性質

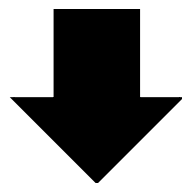
## ここまでの話のまとめ

任意のグラフ状態はスタビライザーを $n$ 個指定すれば、一意に決まる。

# グラフ状態の性質

## ここまでの話のまとめ

任意のグラフ状態はスタビライザーを $n$ 個指定すれば、一意に決まる。



言い換えると...

任意のグラフ状態は $n$ 個のパラメータで書き表わせる。

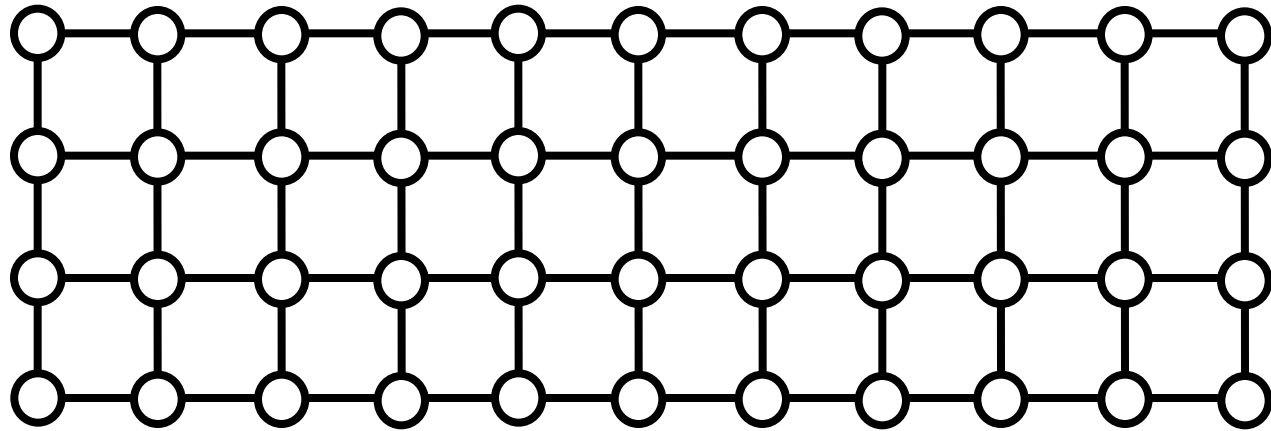
効率的な記述が可能!!

※ 一般の量子状態を表現するためには、指数個のパラメータが必要

# 測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態

= 2次元正方格子の形をしたグラフ状態



特徴:

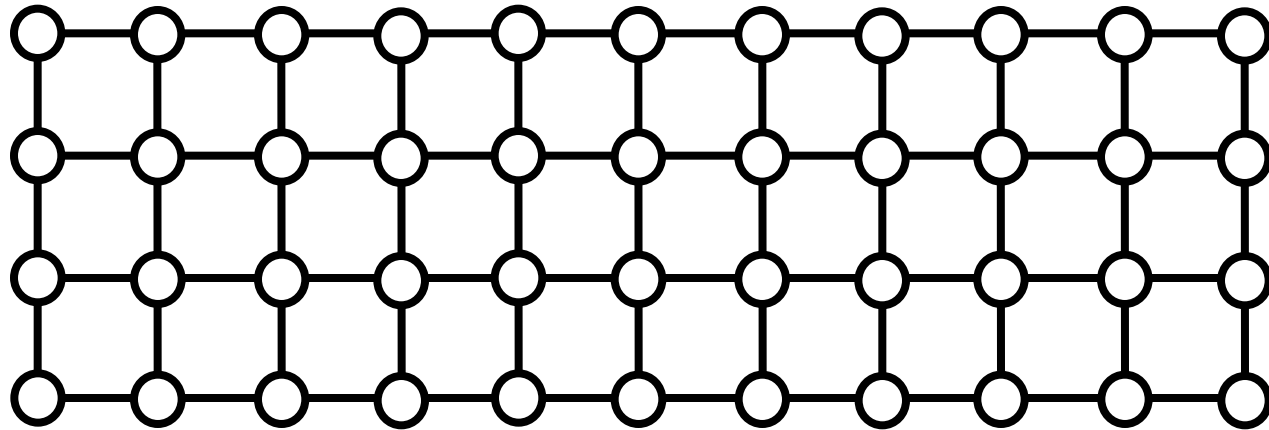
1. 後で説明するように、上手く測定すれば万能量子計算が出来る。
2. 行いたい量子計算(量子アルゴリズム)に形が無依存。
3. 定数ステップ(定数時間)で準備出来る。



# 測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態

= 2次元正方格子の形をしたグラフ状態



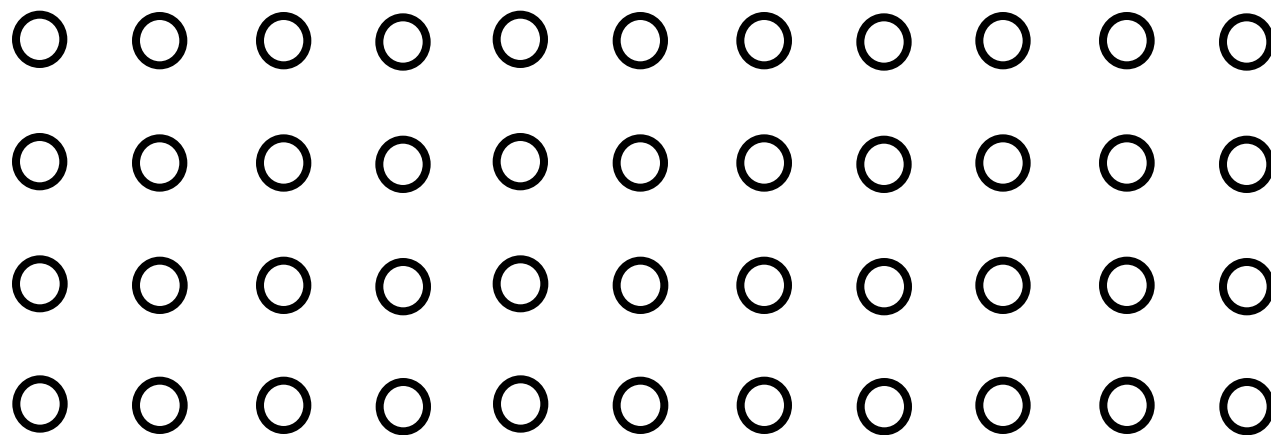
特徴:

1. 後で説明するように、上手く測定すれば万能量子計算が出来る。
2. 行いたい量子計算(量子アルゴリズム)に形が無依存。
3. 定数ステップ(定数時間)で準備出来る。

# 測定型量子計算に有用なグラフ状態

## クラスター状態の作り方

$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

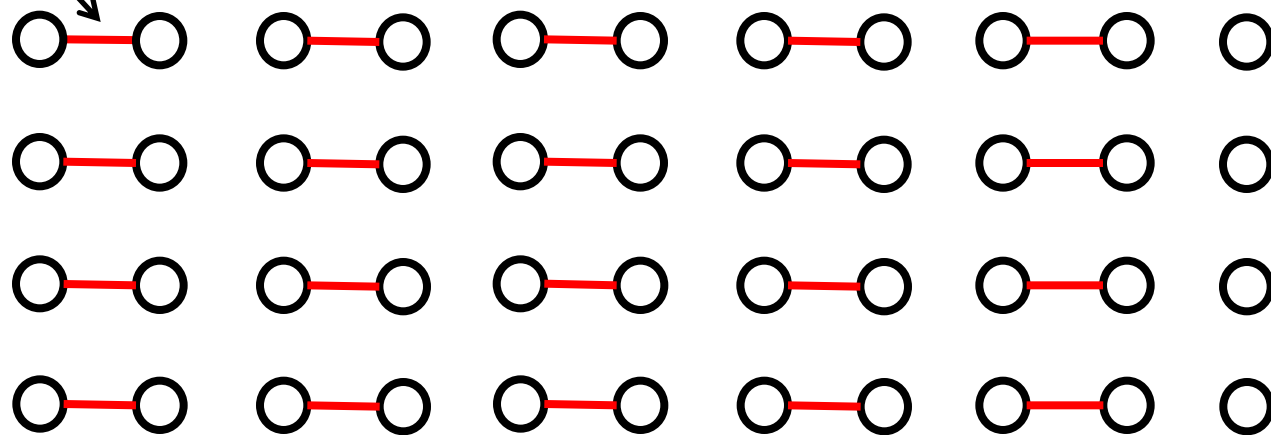


0 ステップ目

# 測定型量子計算に有用なグラフ状態

## クラスター状態の作り方

$CZ$



$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

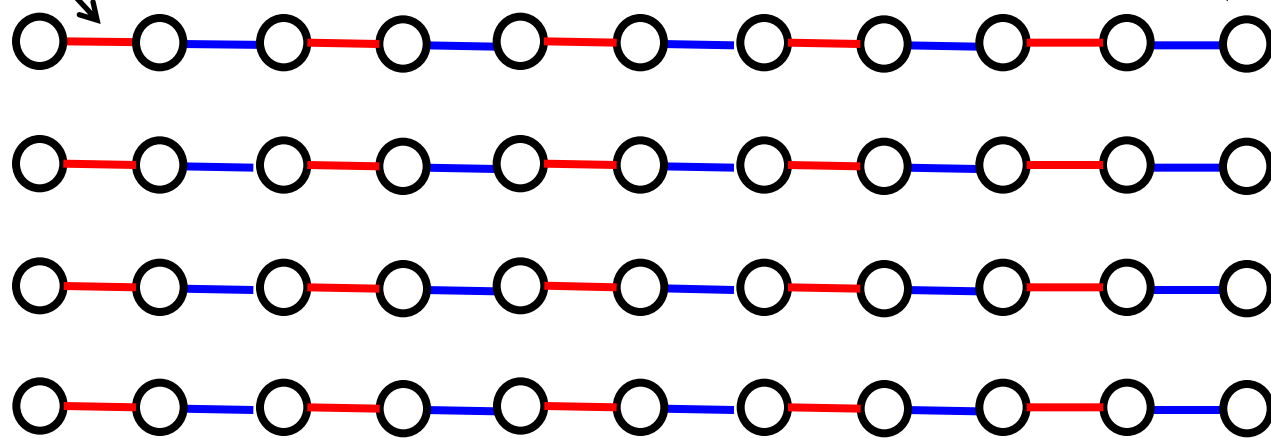


1 ステップ目

# 測定型量子計算に有用なグラフ状態

## クラスター状態の作り方

$CZ$



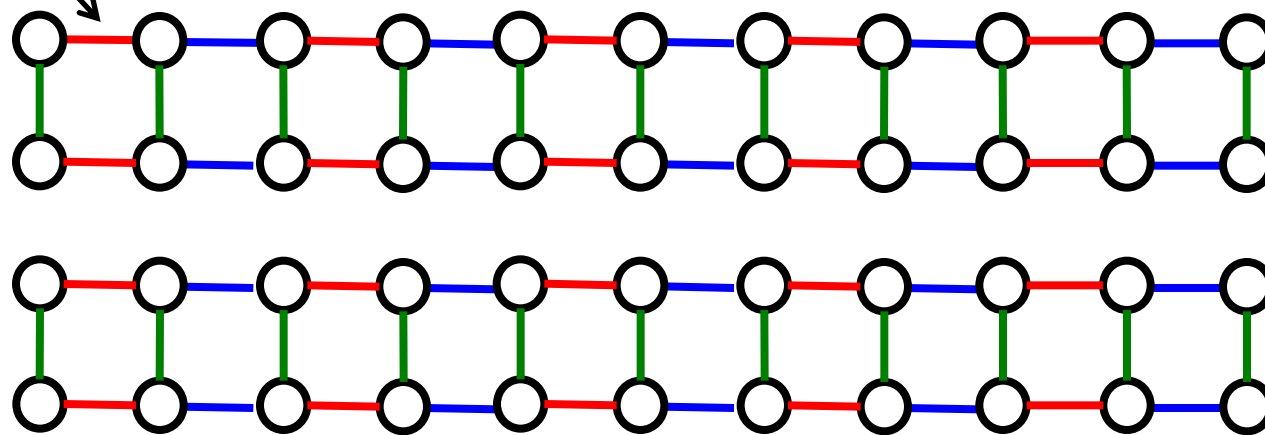
$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

2 ステップ目

# 測定型量子計算に有用なグラフ状態

## クラスター状態の作り方

$CZ$



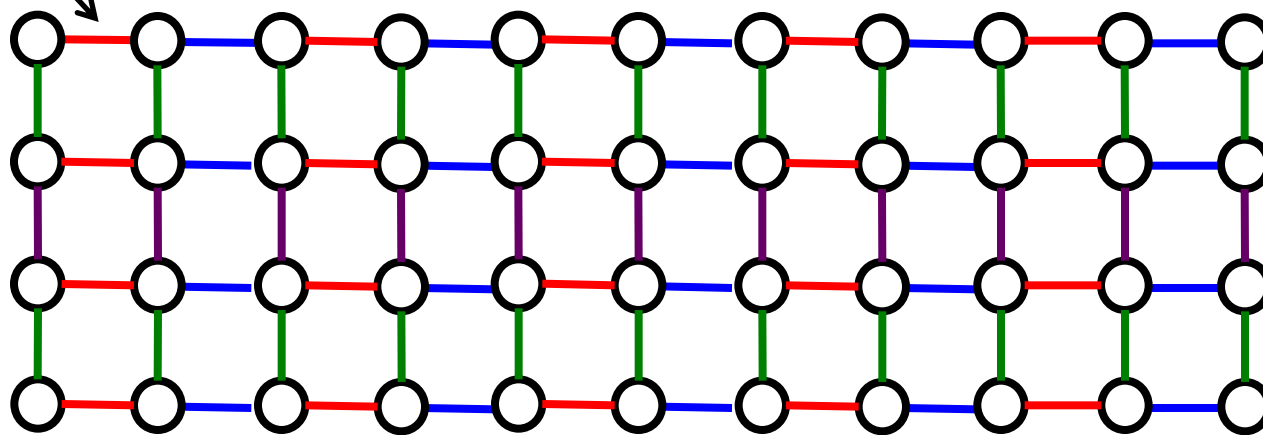
$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

3 ステップ目

# 測定型量子計算に有用なグラフ状態

## クラスター状態の作り方

$CZ$



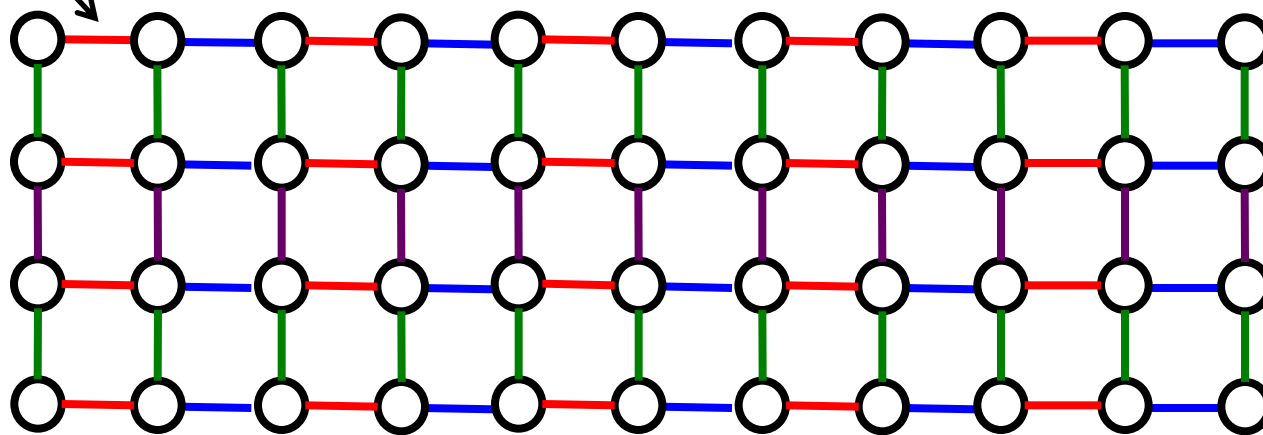
$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

4 ステップ目

# 測定型量子計算に有用なグラフ状態

## クラスター状態の作り方

$CZ$



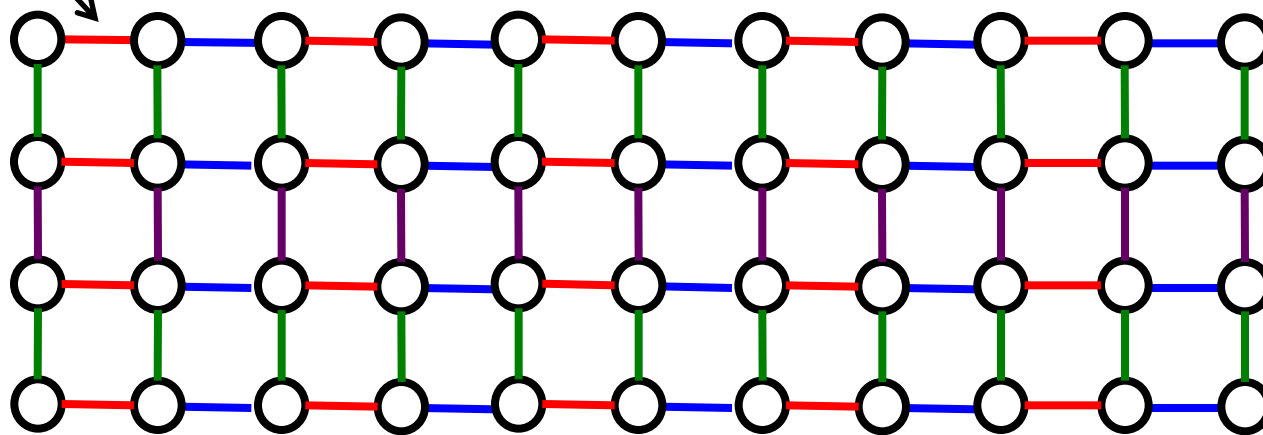
$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

4 ステップ目 ■ 辺彩色数

# 測定型量子計算に有用なグラフ状態

## クラスター状態の作り方

$CZ$



$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

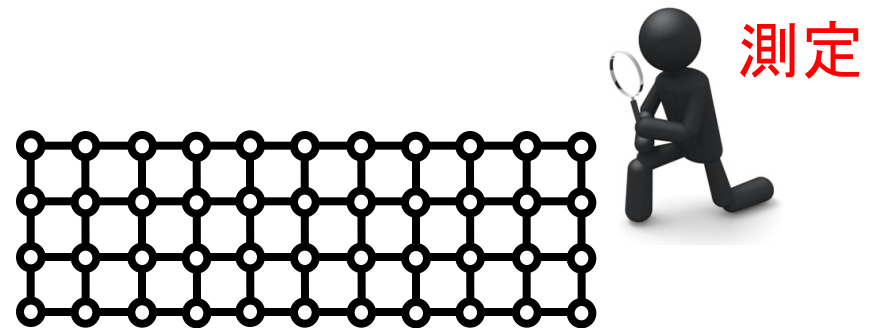
ビジングの定理

4ステップ目 ■ 辺彩色数 ■ 次数 or 次数+1



# 目次

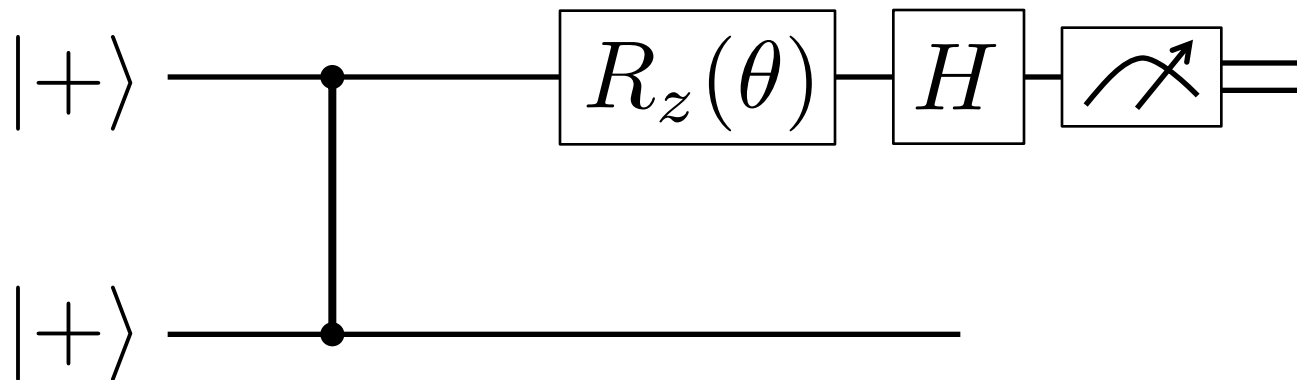
1. どんな量子状態を準備すれば良いのか？
2. どういう風に測定すれば良いのか？
3. 量子回路モデルとの等価性
4. 測定型量子計算の応用



クラスター状態の生成 + 1量子ビット測定

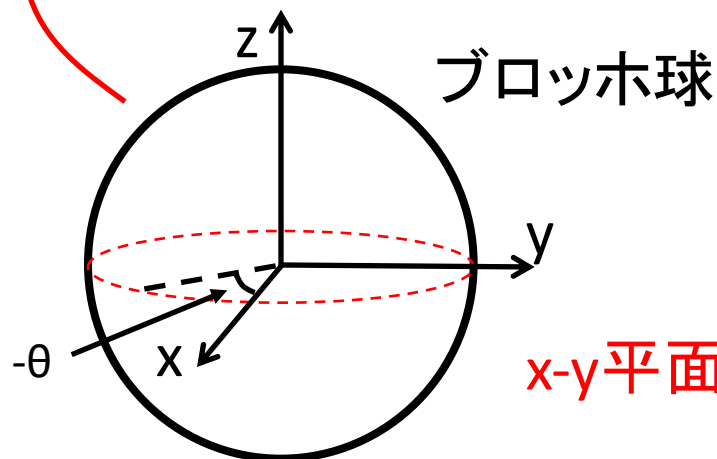
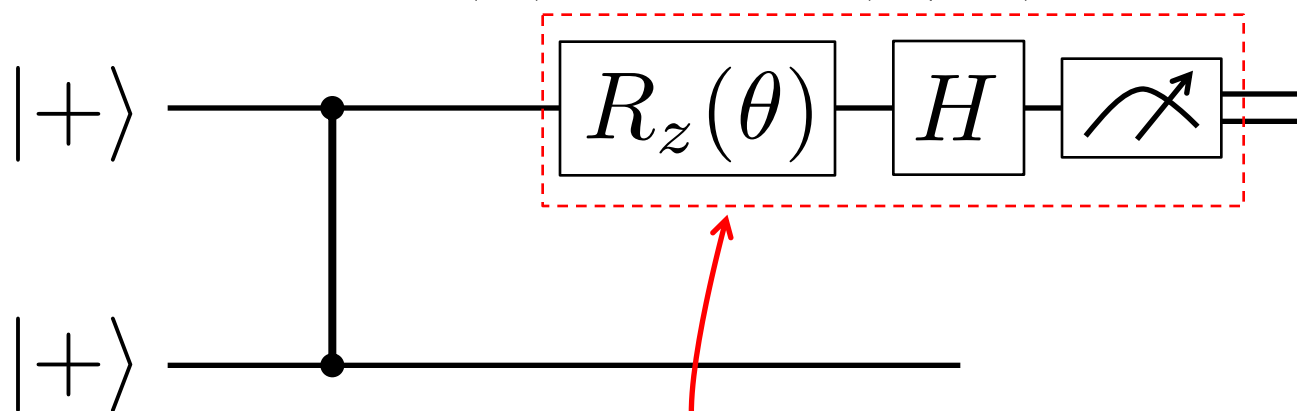
# ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



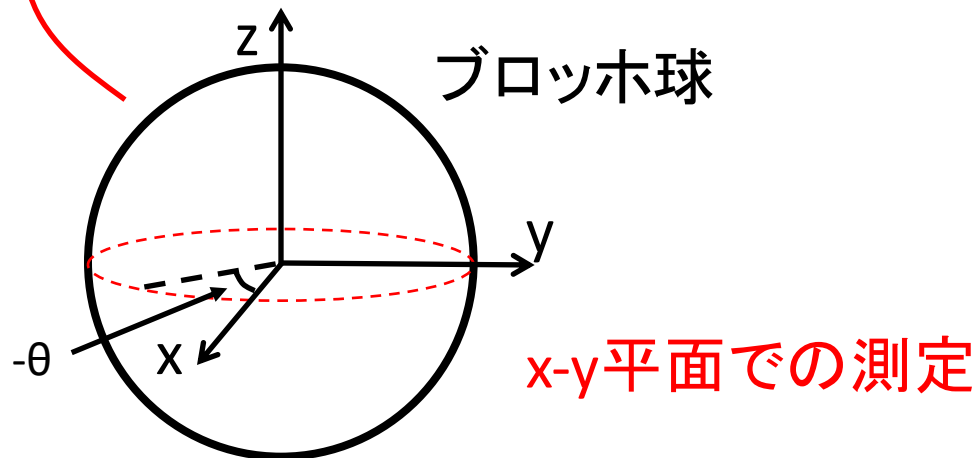
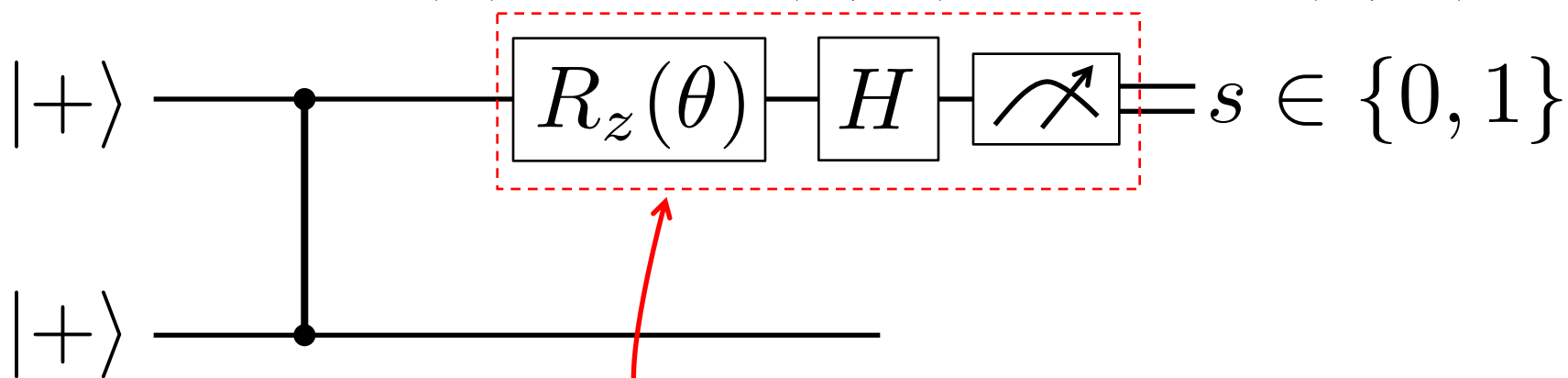
# ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



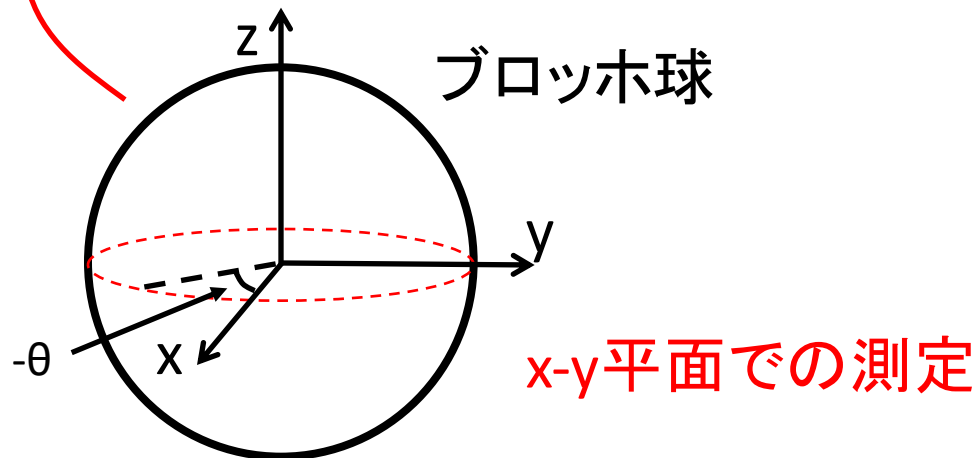
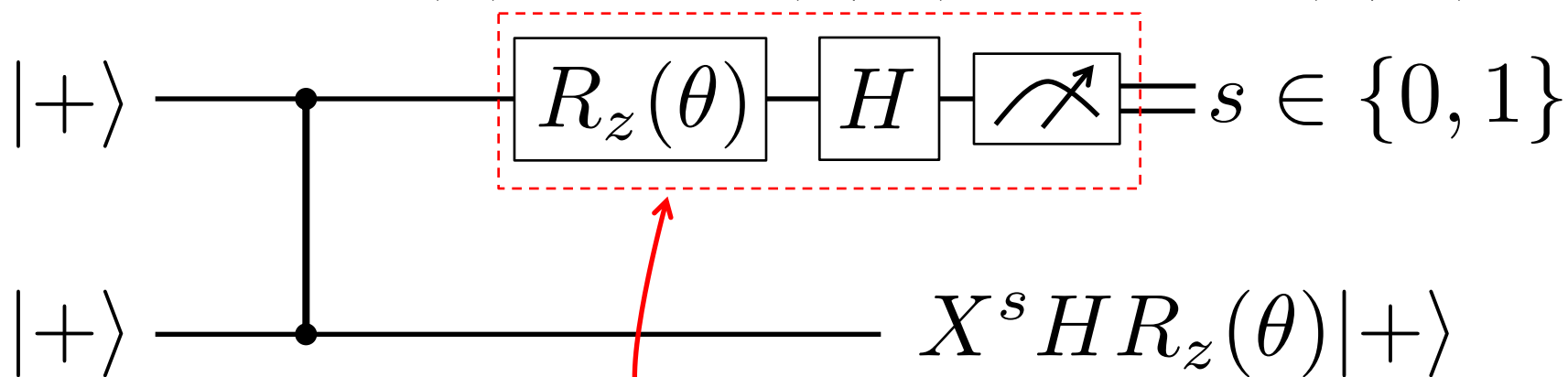
# ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



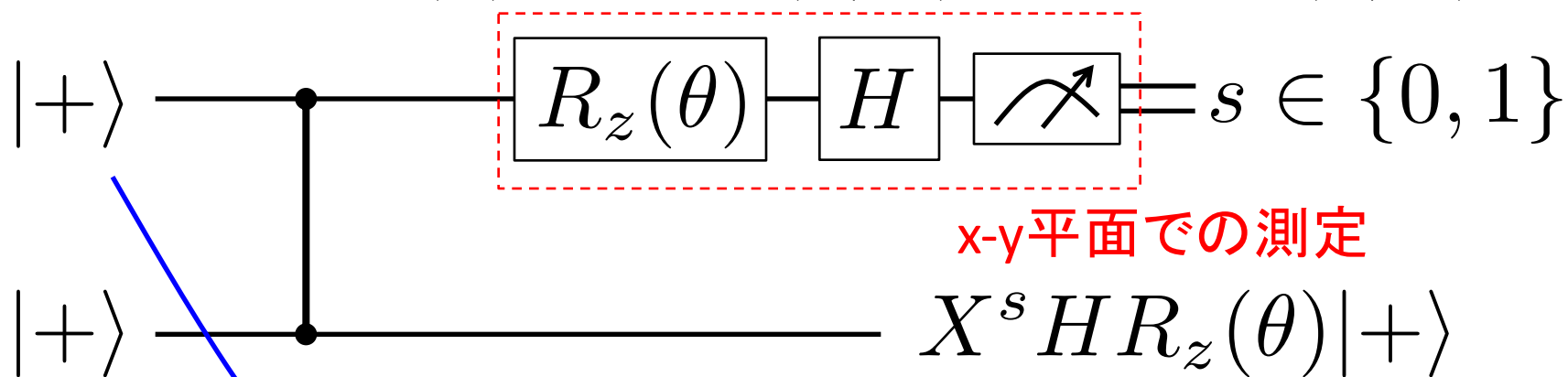
# ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



# ゲートテレポーション

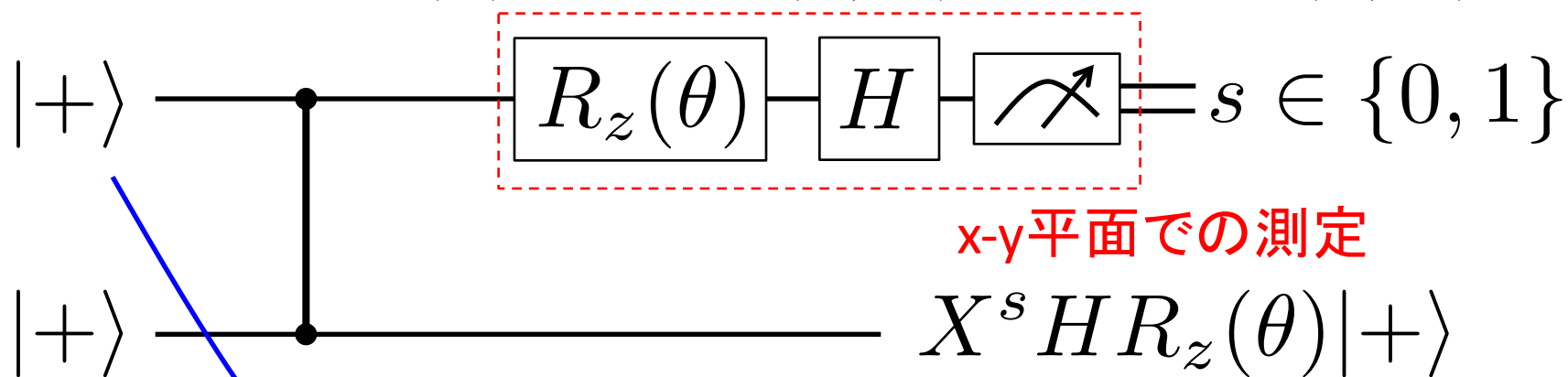
$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



量子ゲートがかかりながらテレポート

# ゲートテレポーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$

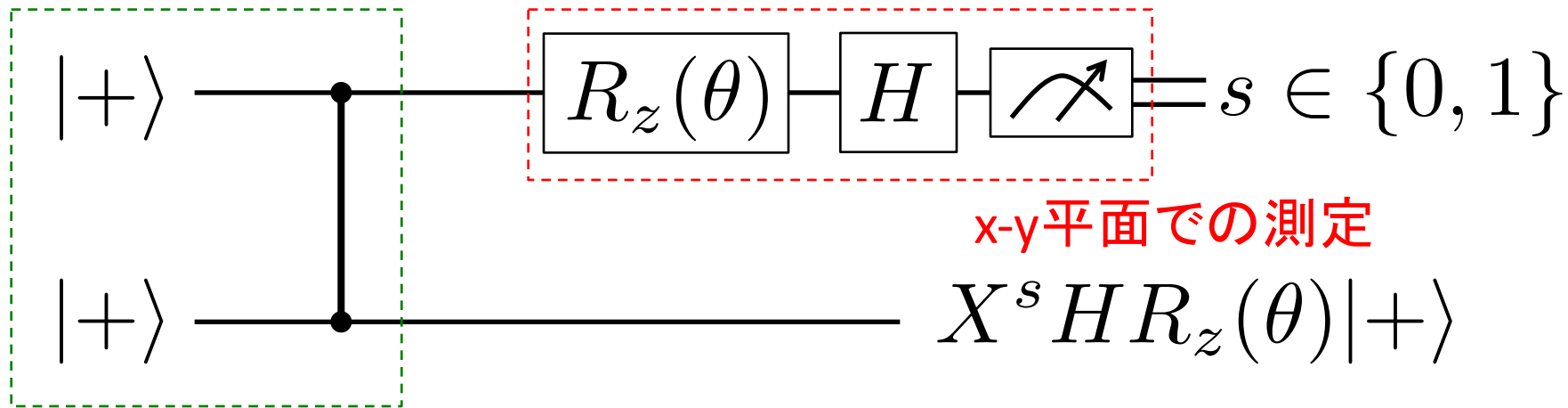


量子ゲートがかかりながらテレポート

■ 量子計算

# ゲートテレポーテーション

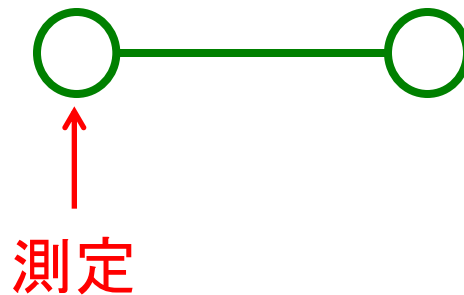
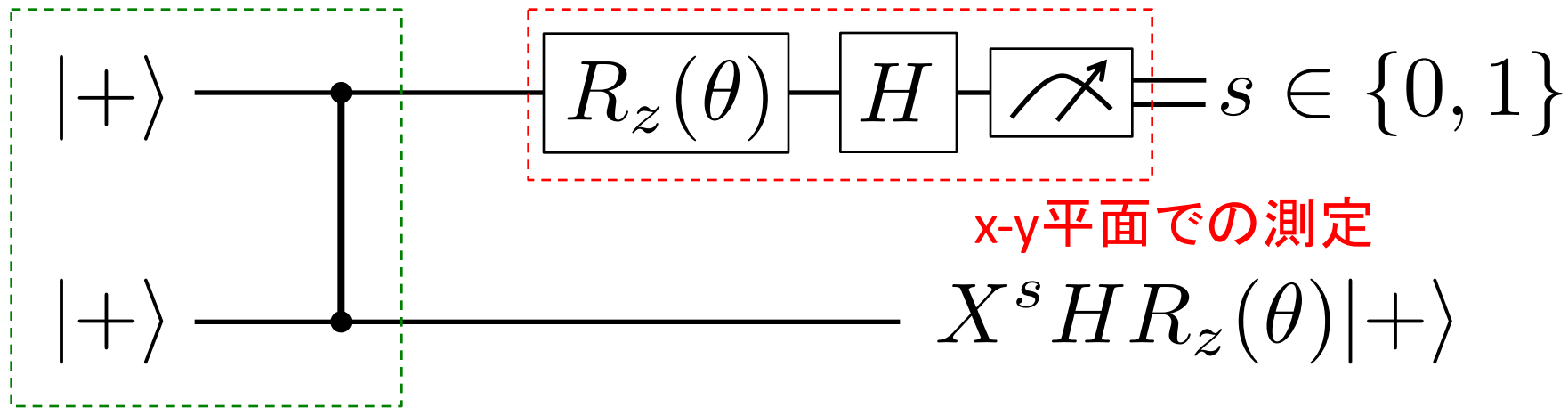
$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$





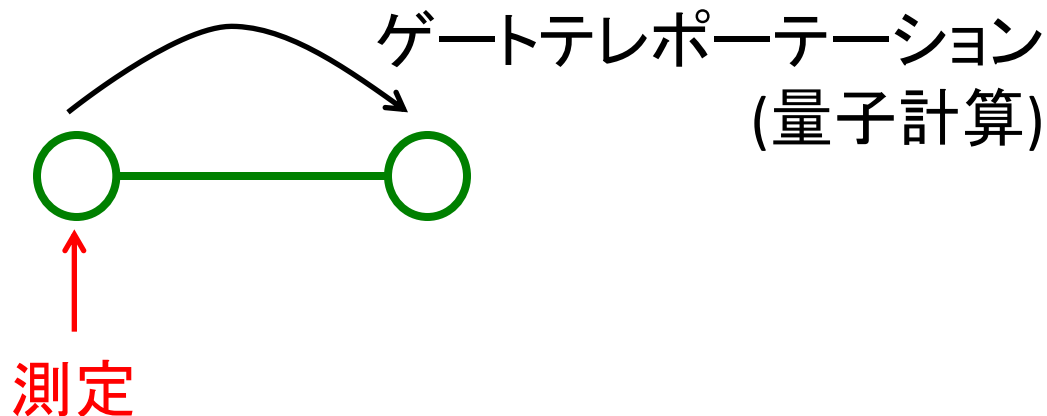
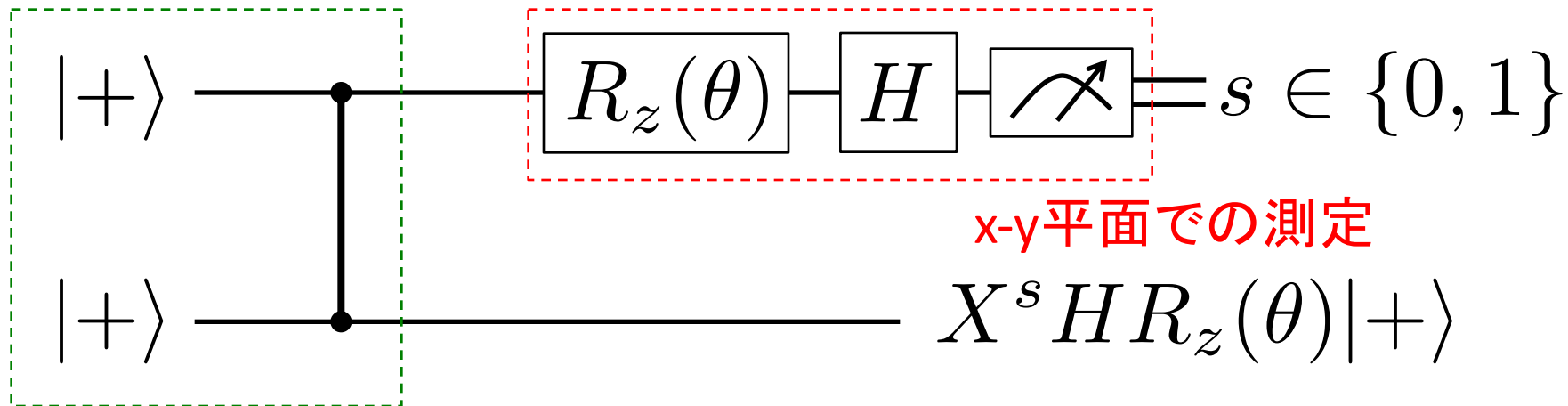
# ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



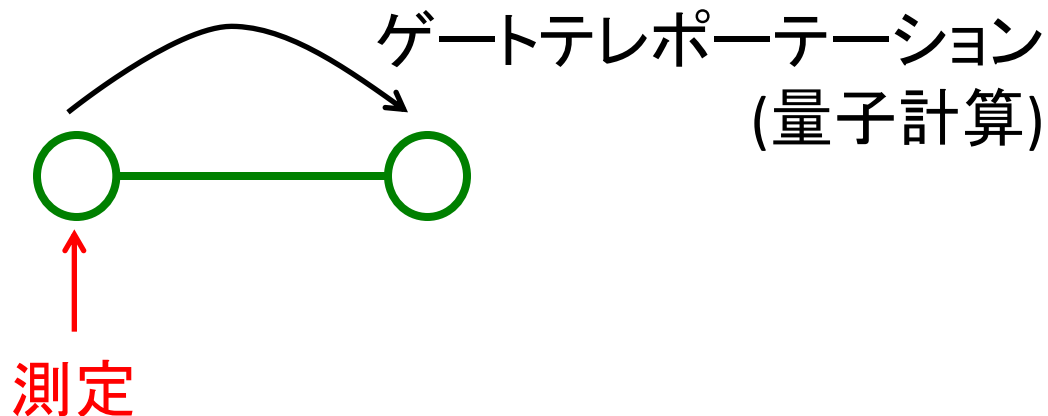
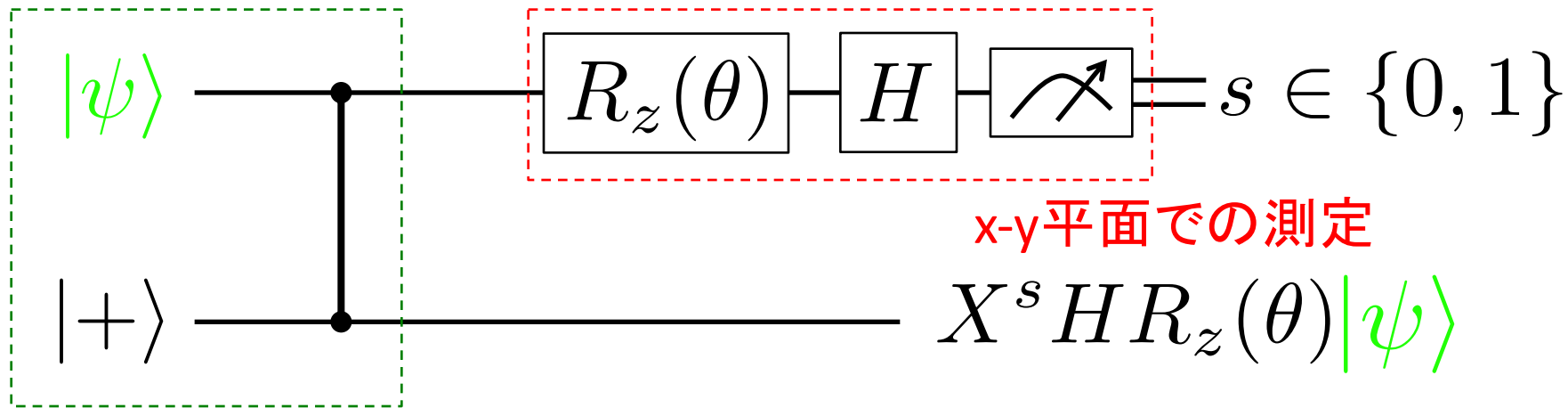
# ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



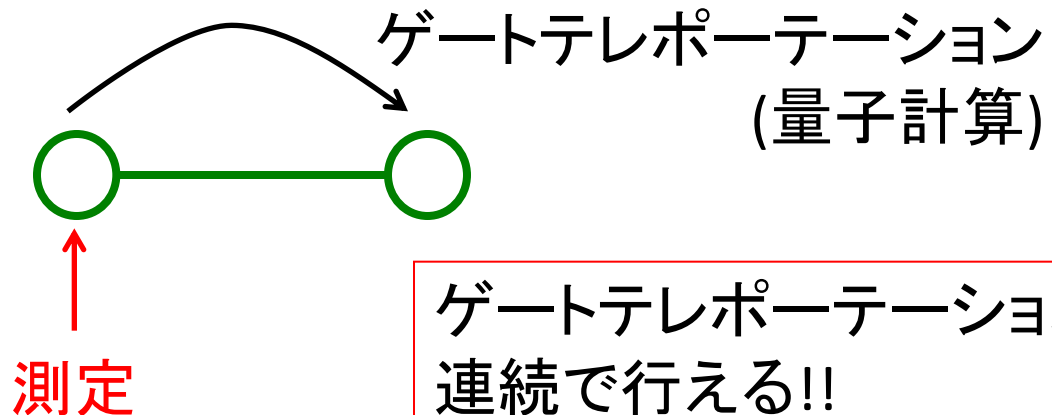
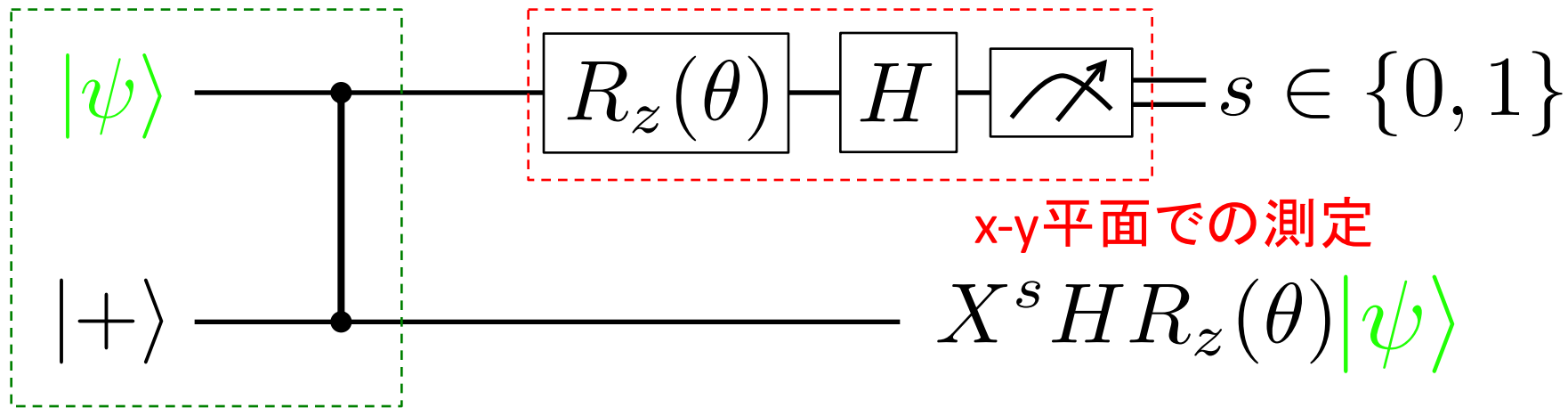
# ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



# ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$

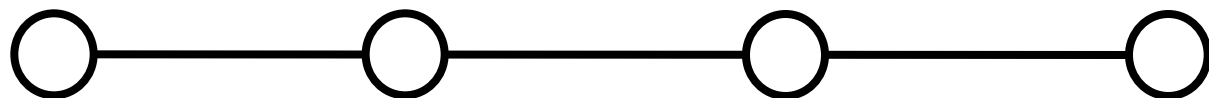


ゲートテレポーテーションを  
連続で行える!!

# ゲートテレポーテーション

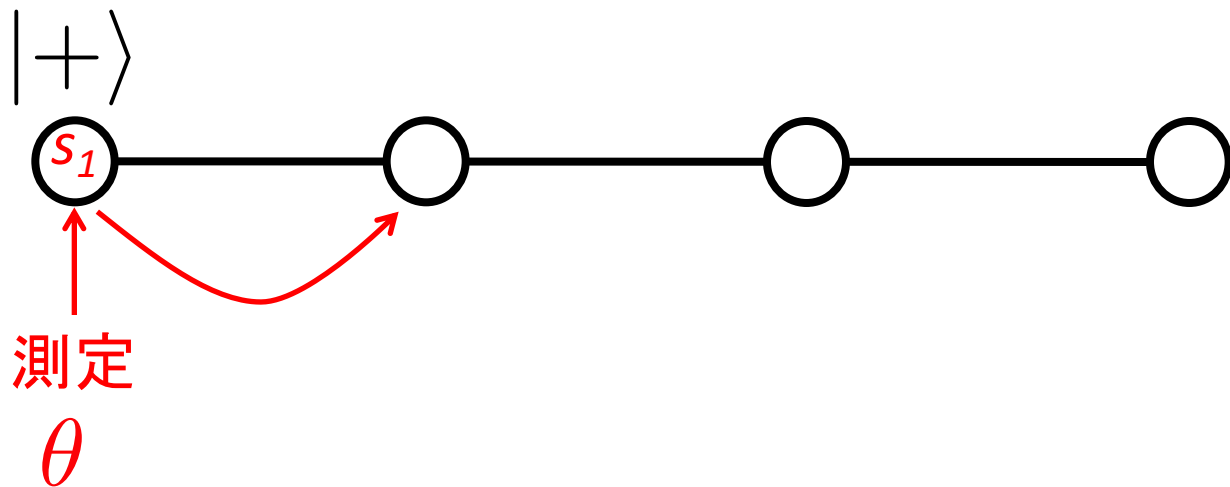
任意の1-qubit量子ゲート

$|+\rangle$



# ゲートテレポーテーション

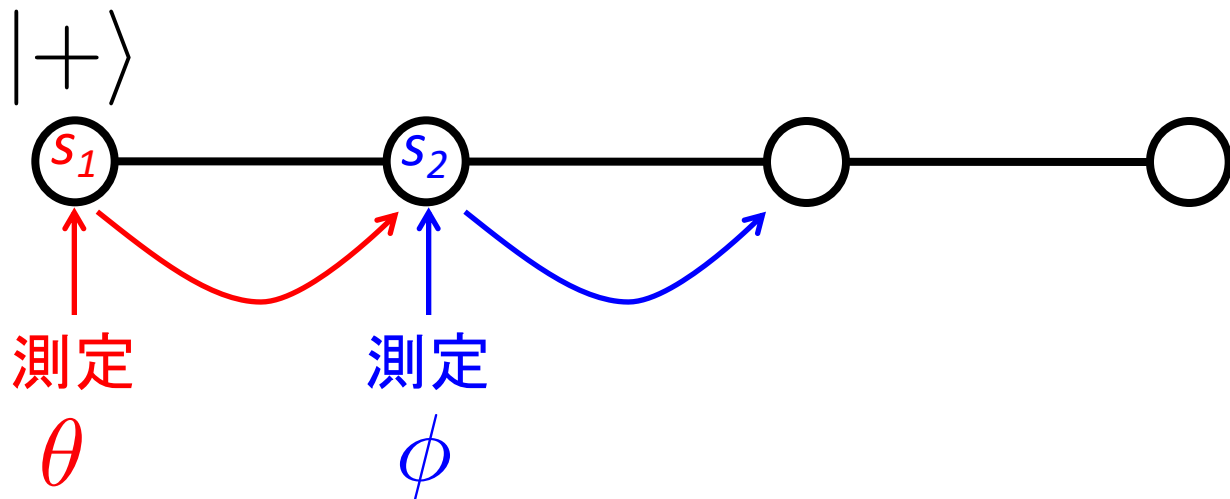
任意の1-qubit量子ゲート



$$X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

# ゲートテレポーテーション

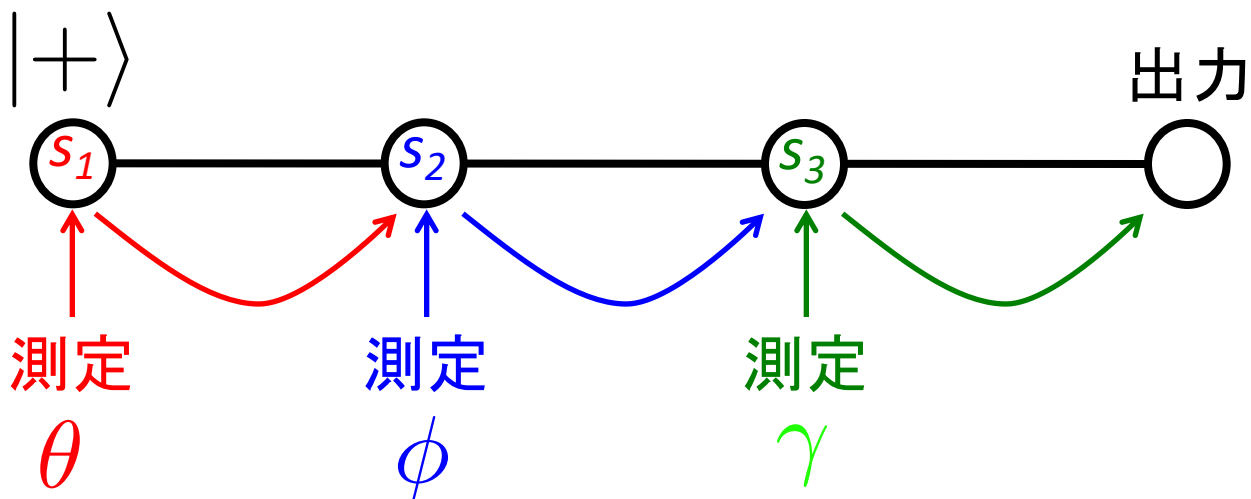
任意の1-qubit量子ゲート



$$X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

# ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート

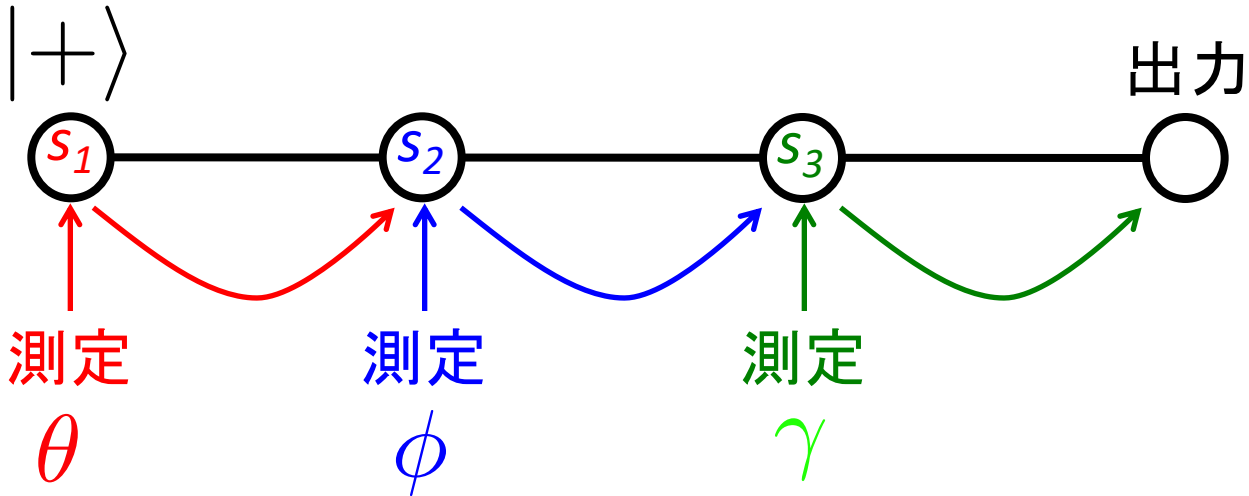


$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$



# ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート

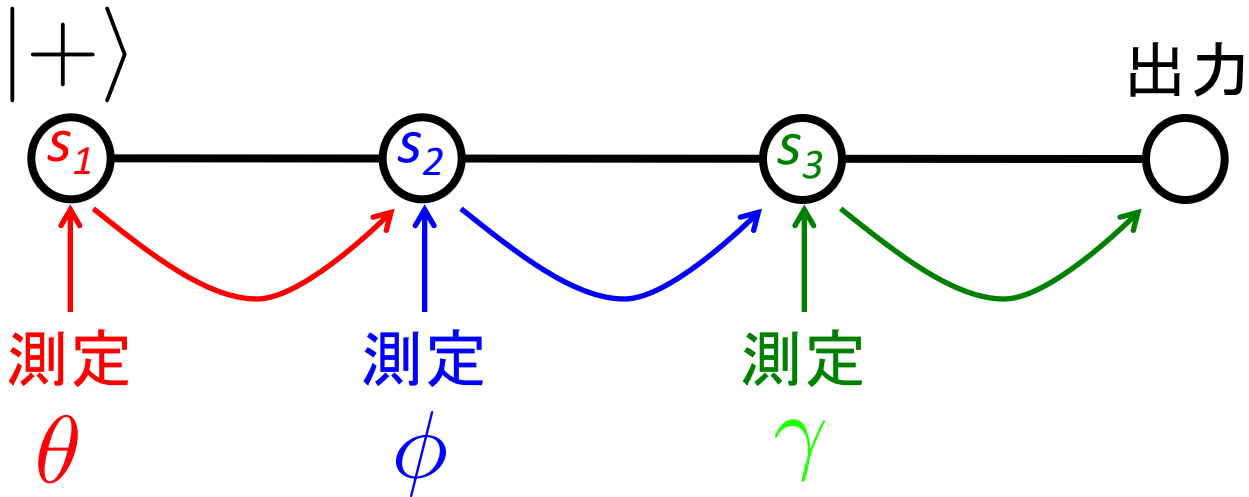


$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} H R_z((-1)^{s_2} \gamma) H R_z((-1)^{s_1} \phi) H R_z(\theta) |+\rangle$$

# ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート



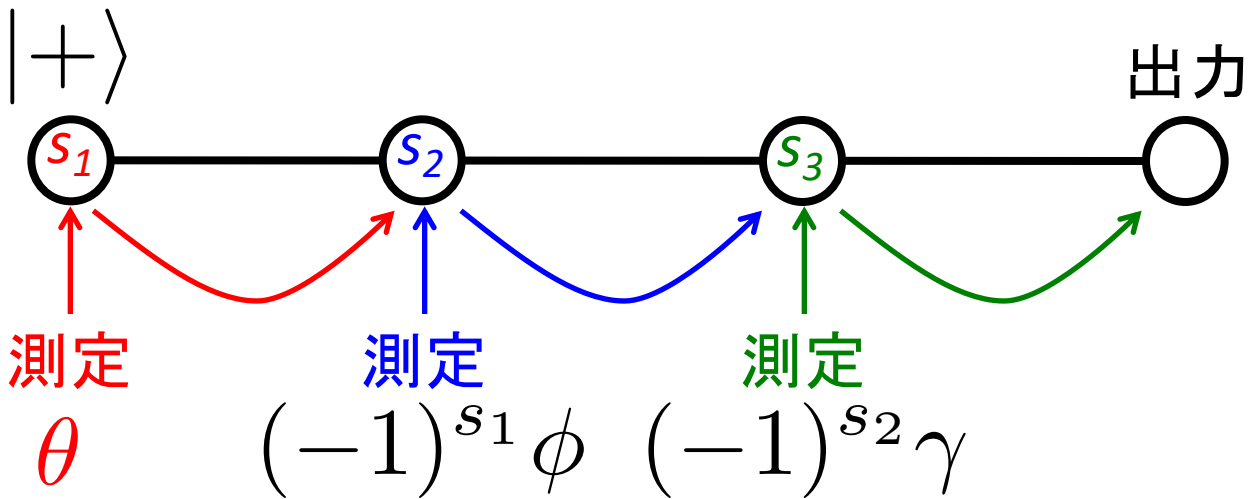
$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} H R_z(\underline{(-1)^{s_2} \gamma}) H R_z(\underline{(-1)^{s_1} \phi}) H R_z(\theta) |+\rangle$$

測定結果に依存して異なったゲートになっている☹

# ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート

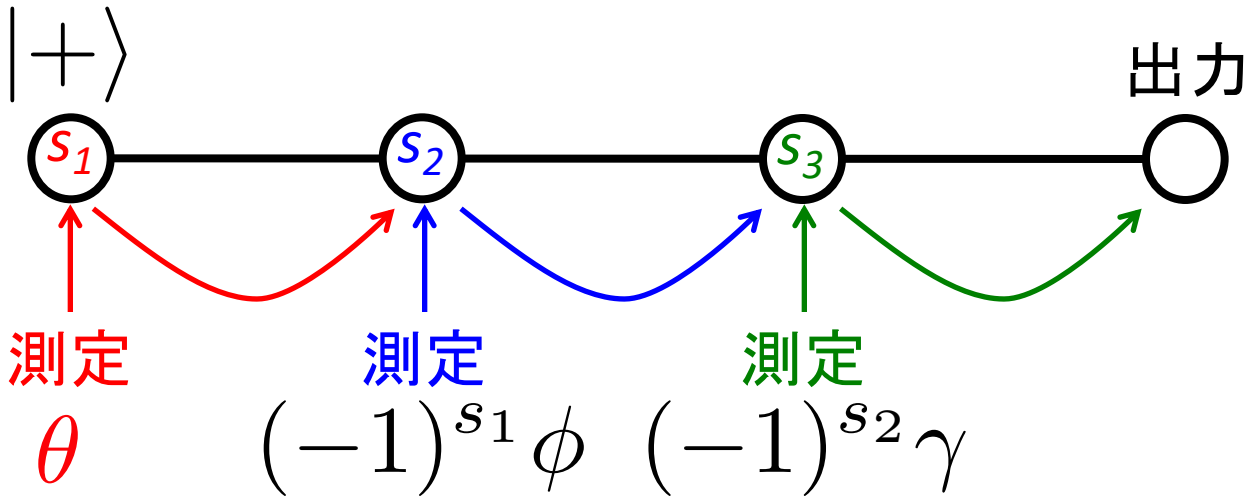


$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta) |+\rangle$$

# ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート



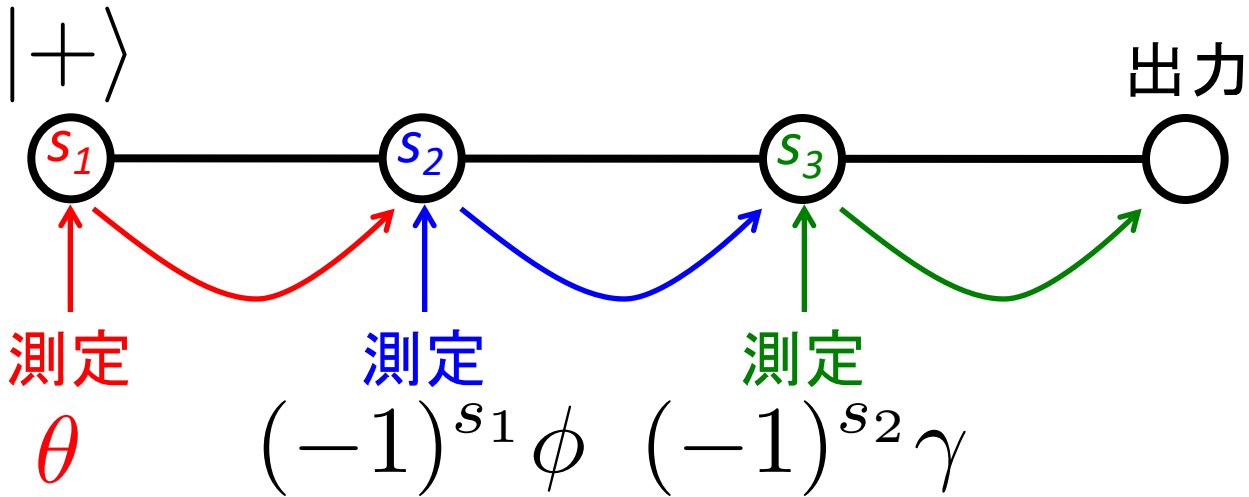
$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$R_x(\phi) = \cos(\phi/2)I - i \sin(\phi/2)X$$

# ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート



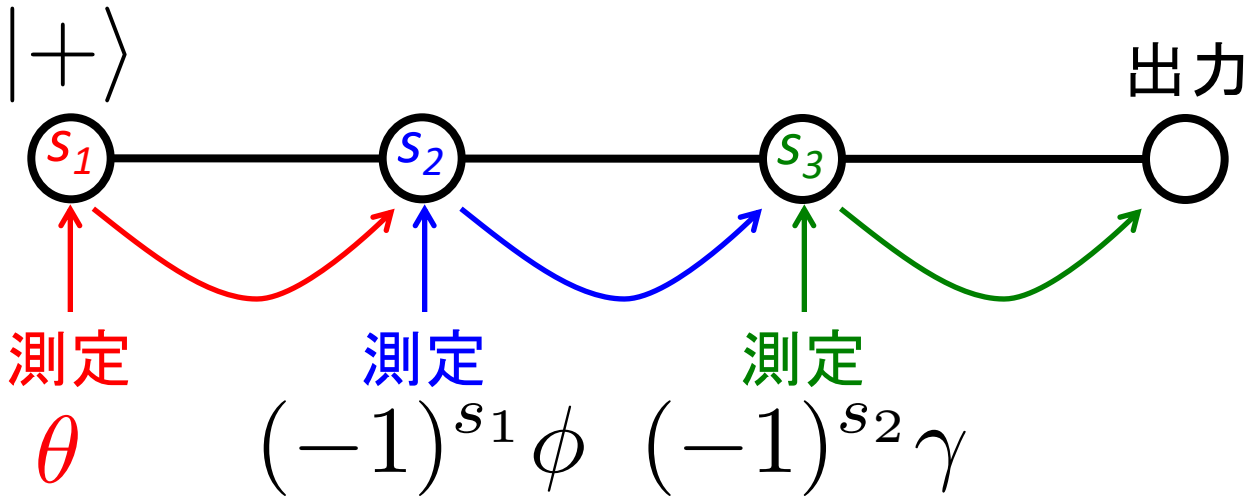
$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} \underbrace{H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta)}_{\text{任意の1-qubit量子ゲート}} |+\rangle$$

任意の1-qubit量子ゲート☺

# ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート



$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

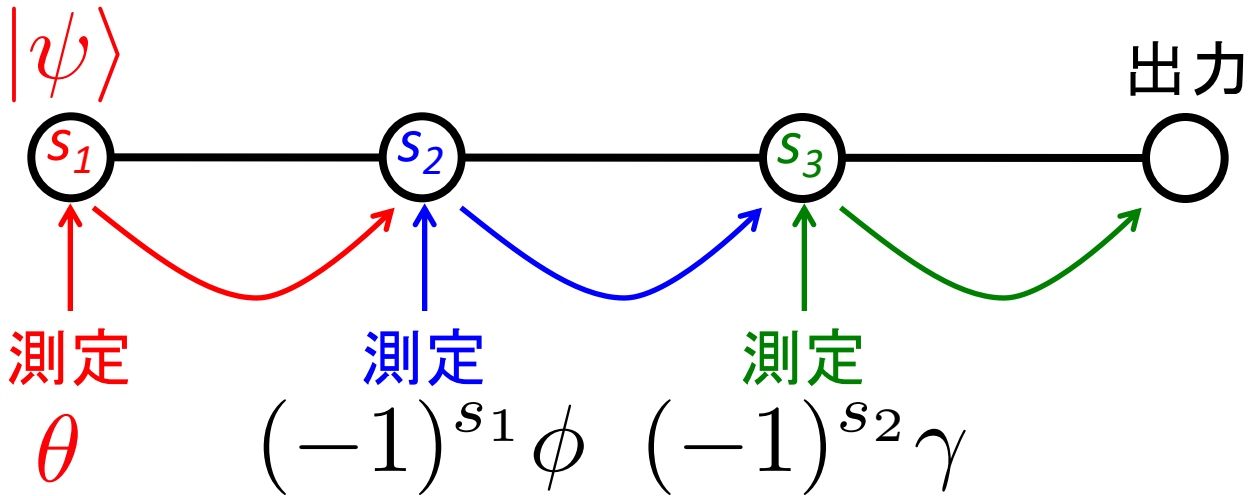
$$= \underbrace{X^{s_1 + s_3} Z^{s_2}}_{\text{バイプロダクト}} \underbrace{H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta)}_{\text{任意の1-qubit量子ゲート}} |+\rangle$$

バイプロダクト

任意の1-qubit量子ゲート☺

# ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート



$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |\psi\rangle$$

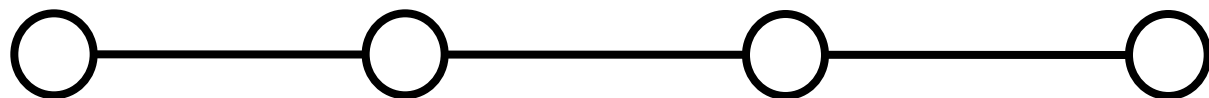
$$= \underbrace{X^{s_1 + s_3} Z^{s_2}}_{\text{バイプロダクト}} \underbrace{H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta)}_{\text{任意の1-qubit量子ゲート}} |\psi\rangle$$

バイプロダクト

任意の1-qubit量子ゲート☺

# ゲートテレポーテーション

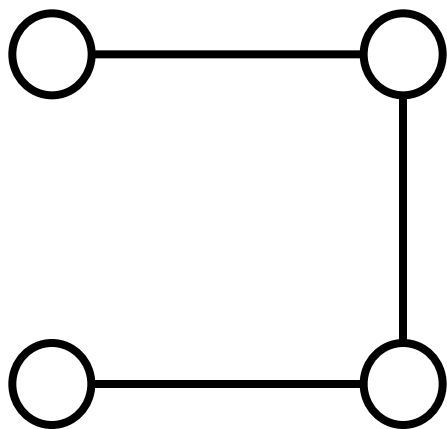
2-qubit量子ゲート





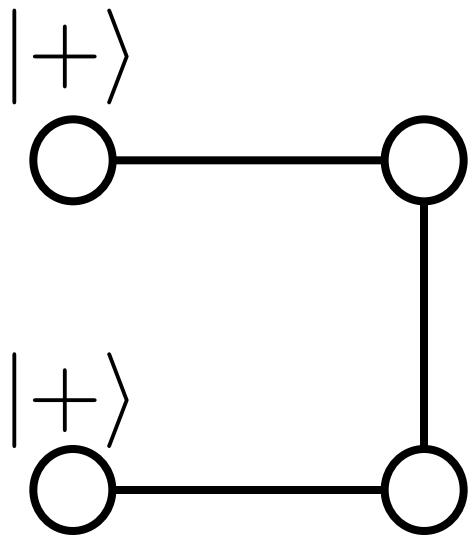
# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



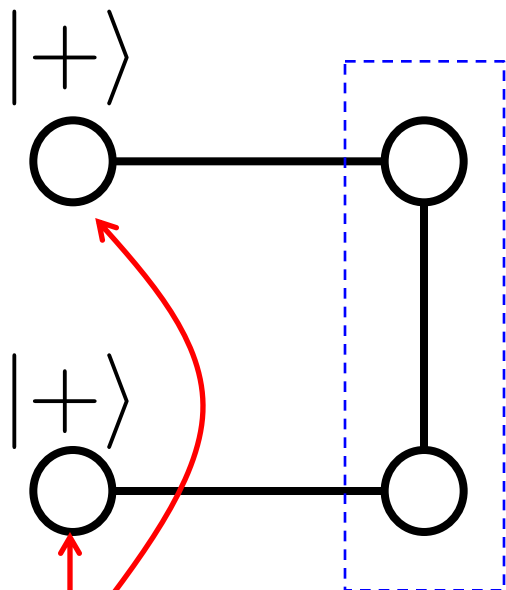
# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート

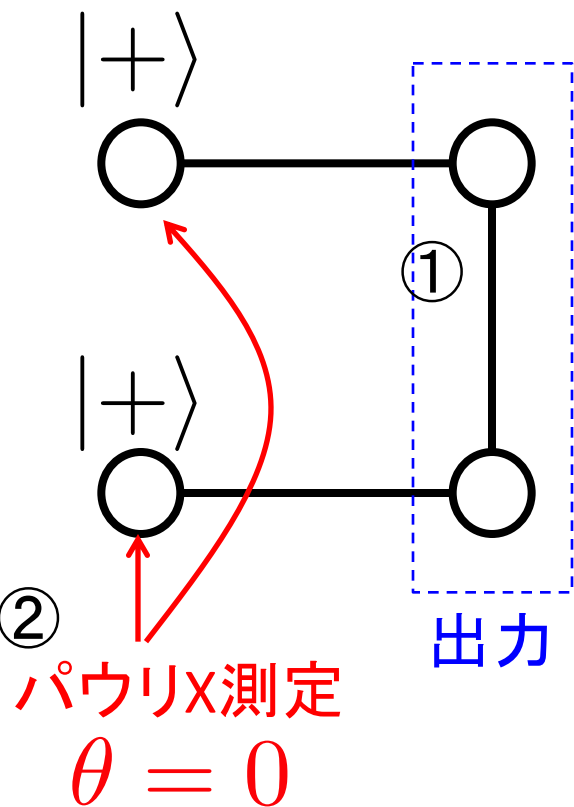


パウリX測定  
 $\theta = 0$

出力

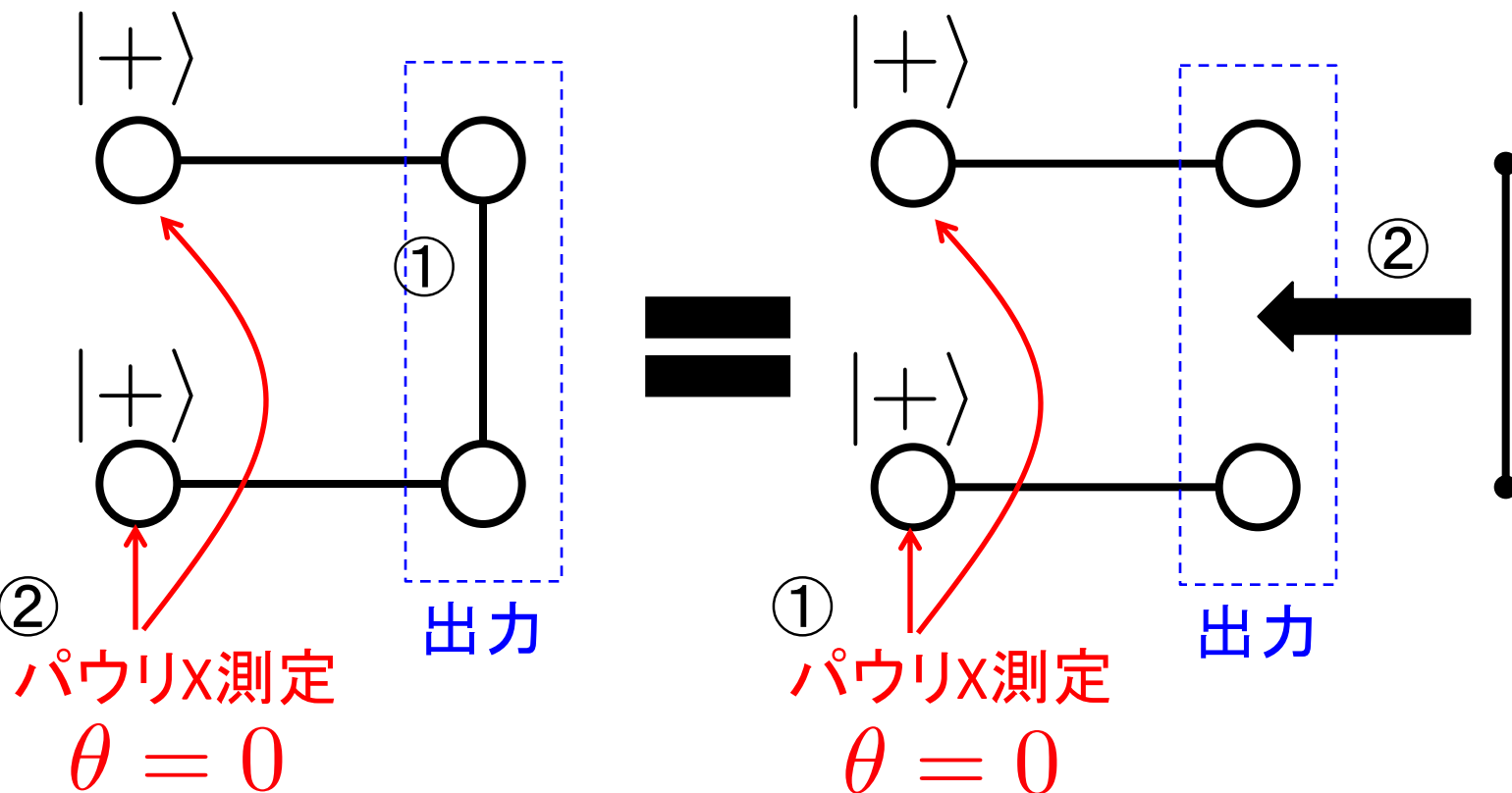
# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



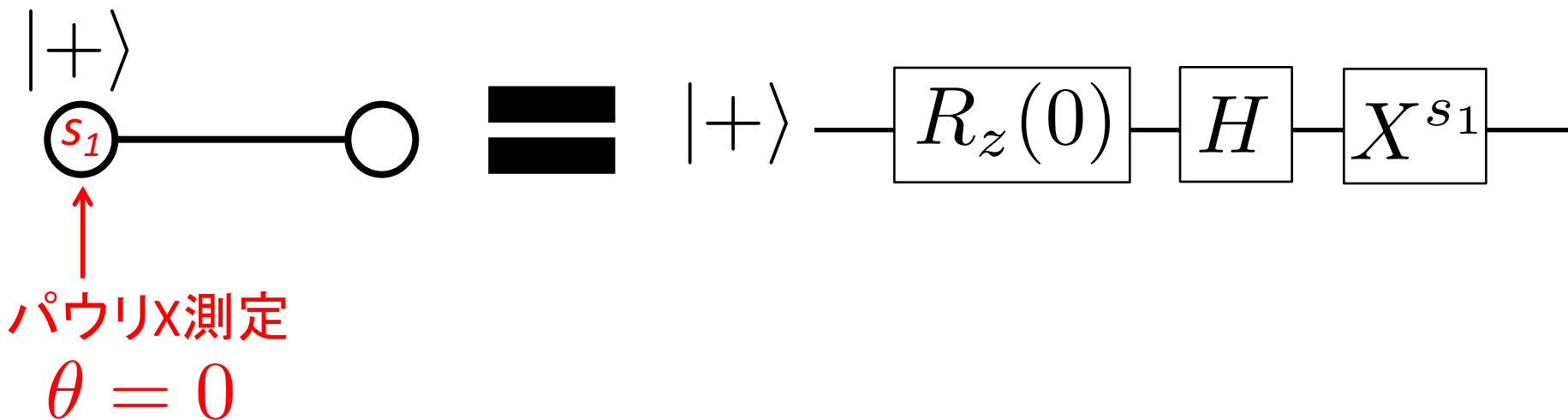
# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート

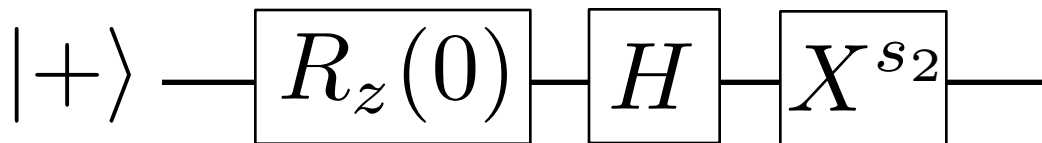
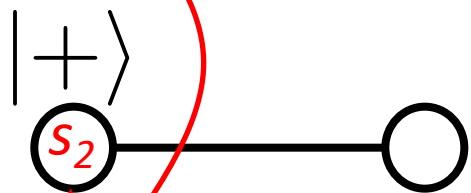
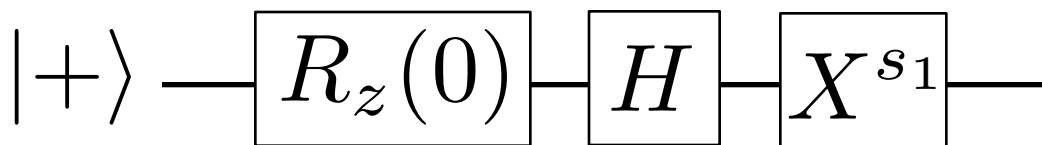


# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



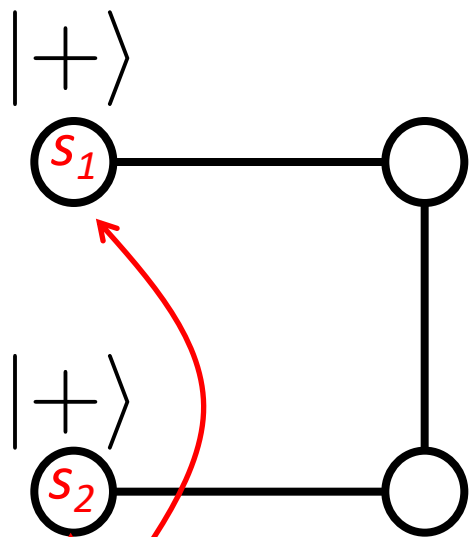
=



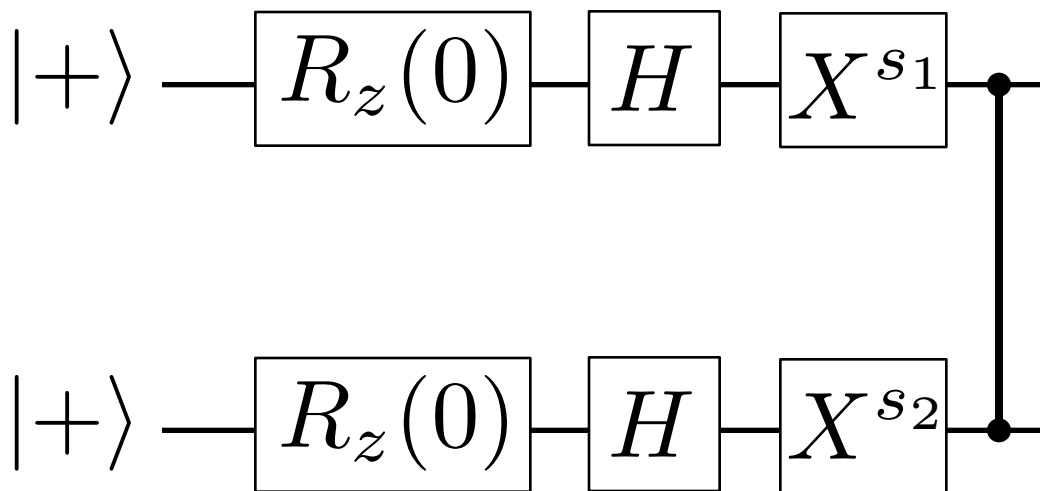
パウリX測定  
 $\theta = 0$

# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



=

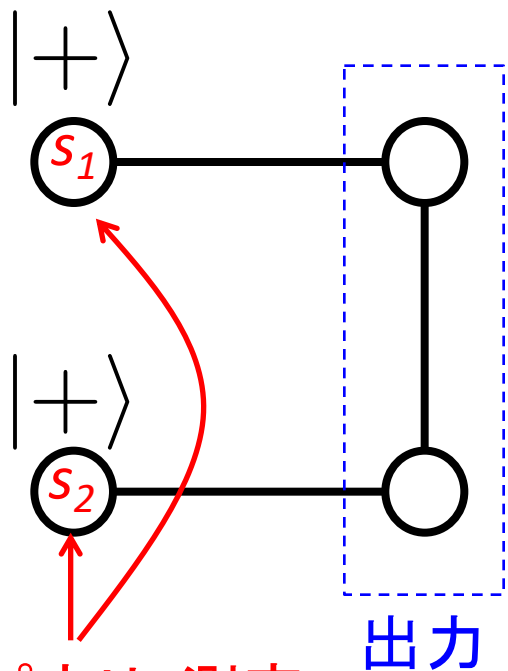


パウリX測定  
 $\theta = 0$

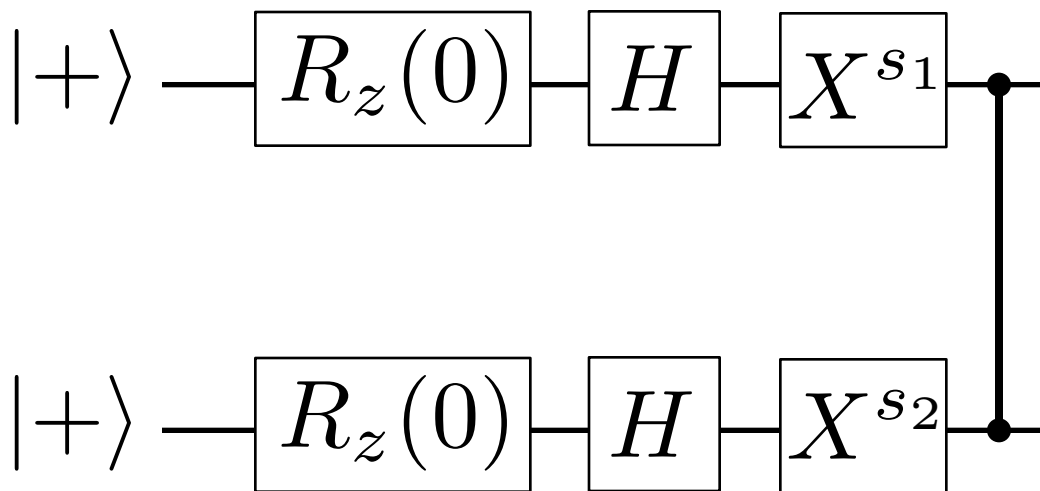


# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



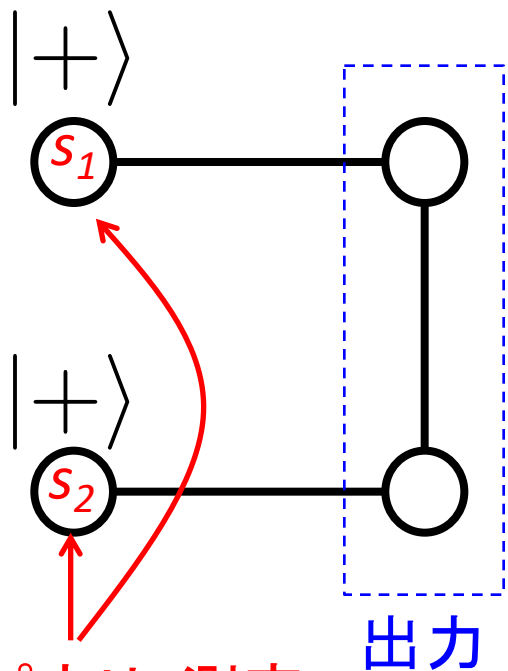
=



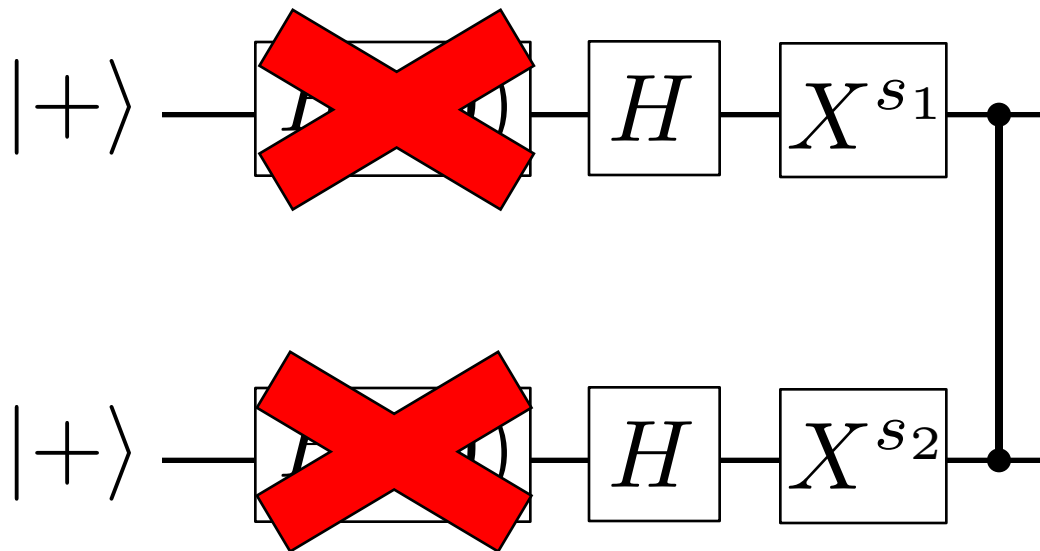
パウリX測定  
 $\theta = 0$

# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



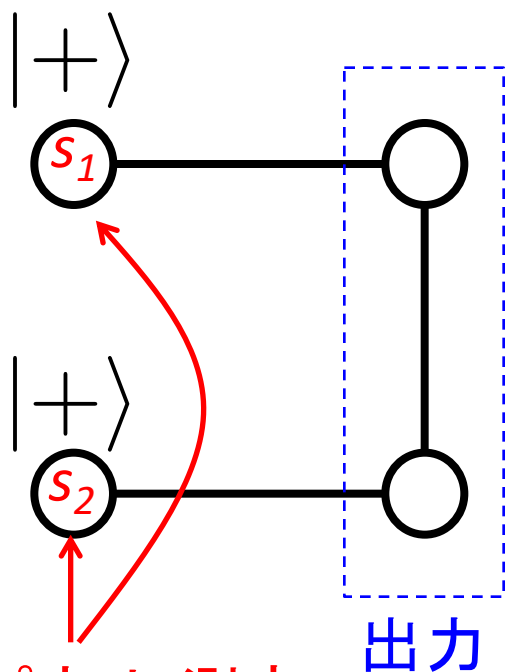
=



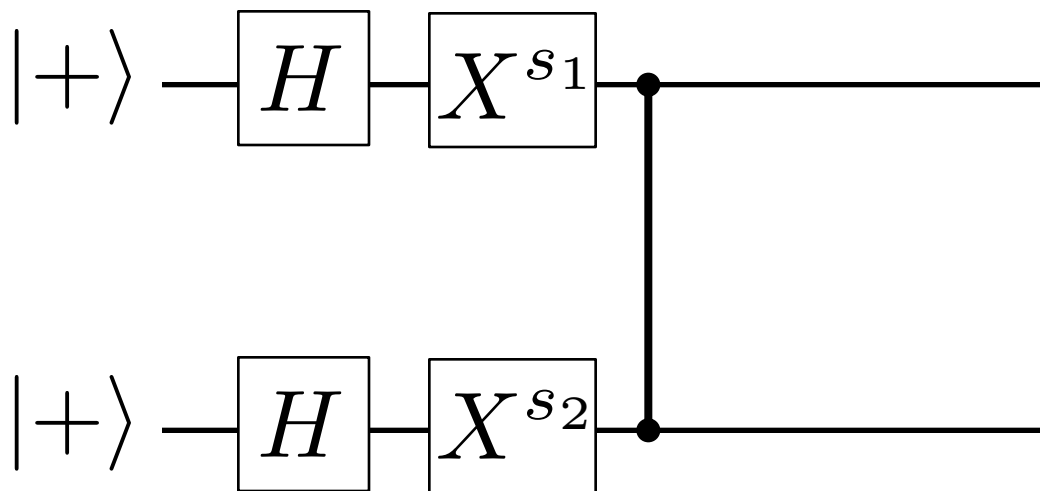
パウリX測定  
 $\theta = 0$

# ゲートテレポーション

## 2-qubit量子ゲート



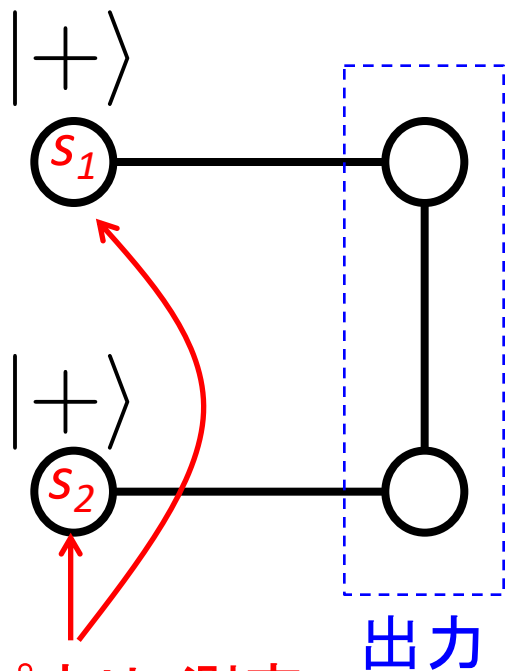
=



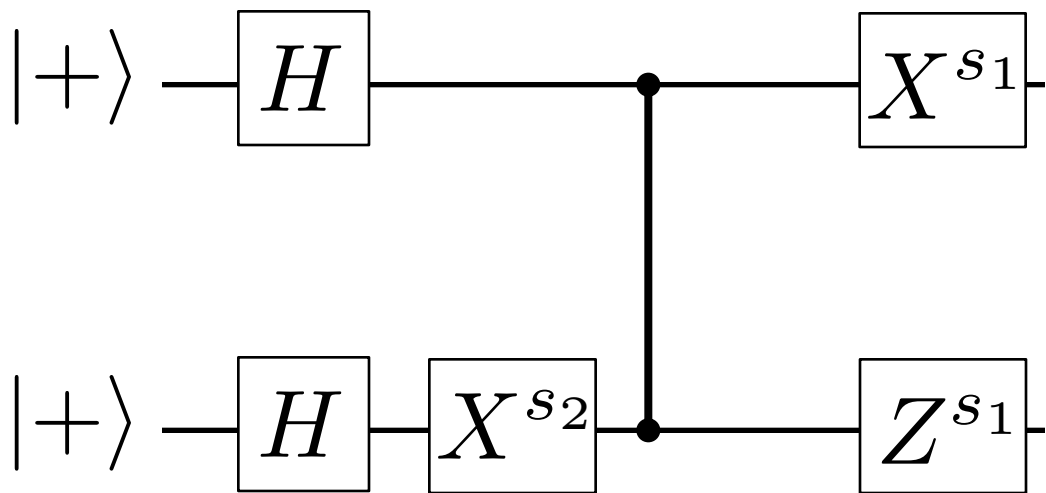
パウリX測定  
 $\theta = 0$

# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート

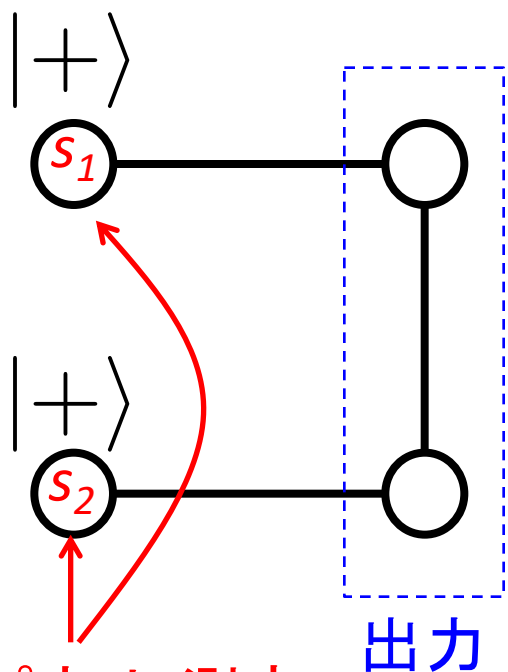


=

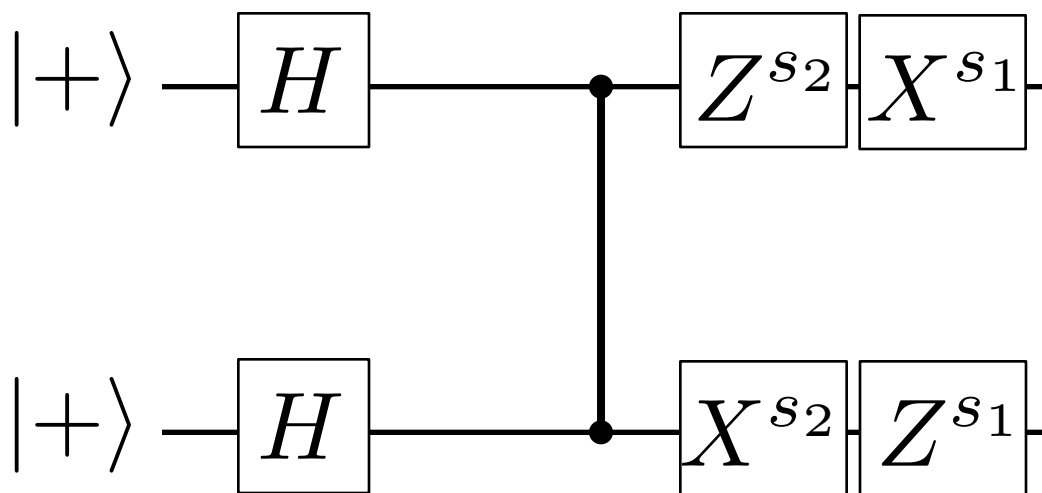


# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



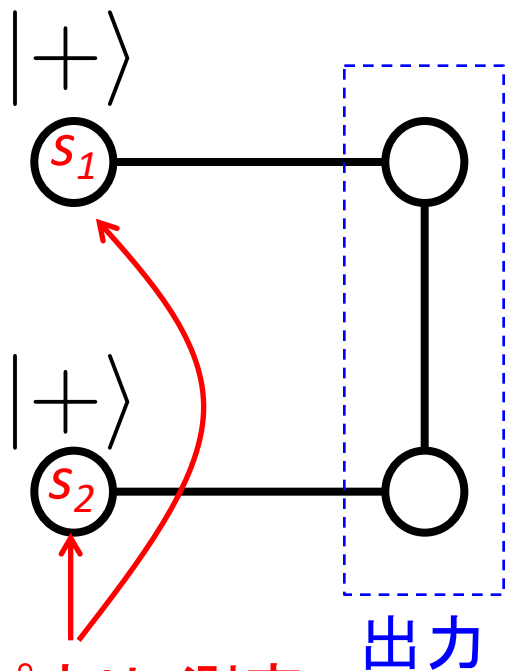
=



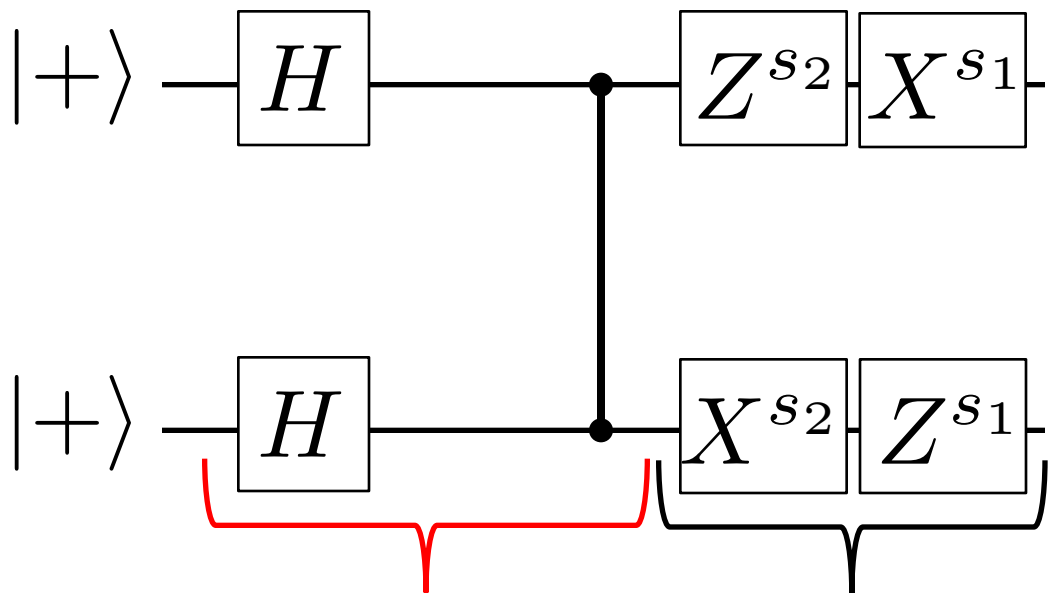
パウリX測定  
 $\theta = 0$

# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート



=



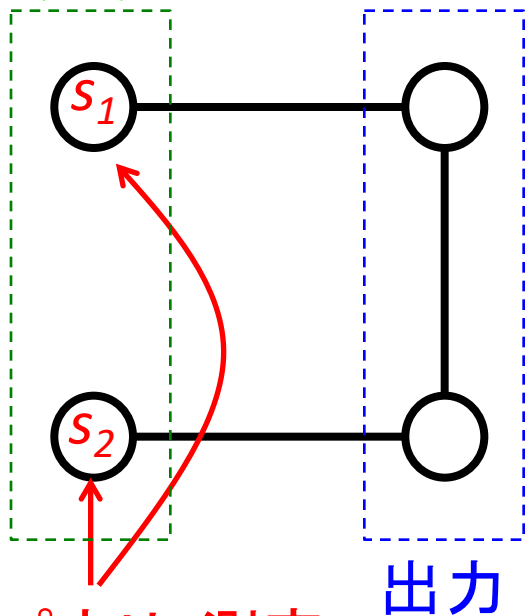
2-qubit量子ゲート バイプロダクト

パウリX測定  
 $\theta = 0$

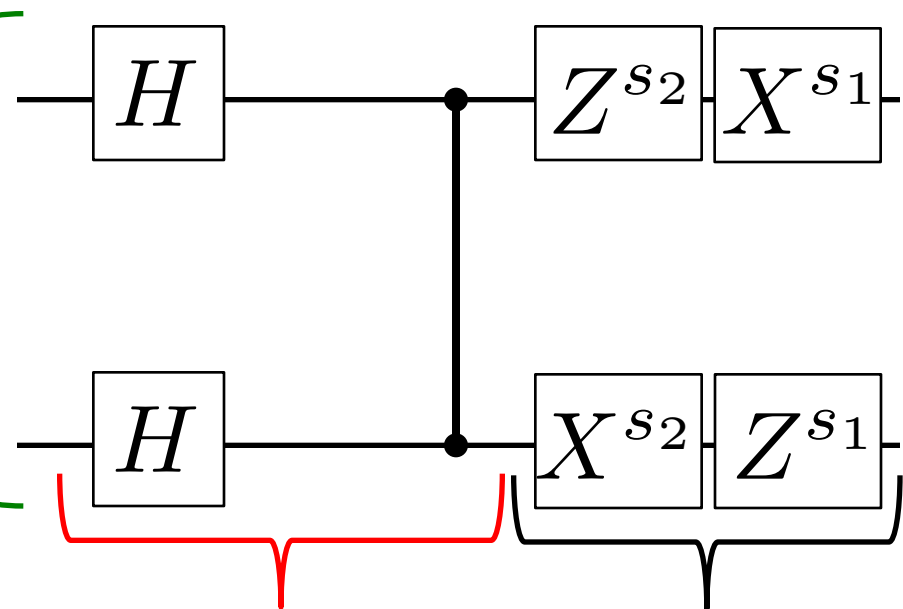
# ゲートテレポーテーション

## 2-qubit量子ゲート

$|\phi\rangle$



$|\phi\rangle$



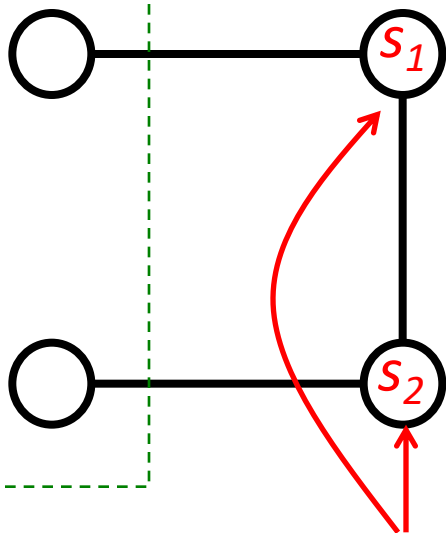
2-qubit量子ゲート バイプロダクト

パウリX測定  
 $\theta = 0$

# ゲートテレポーテーション

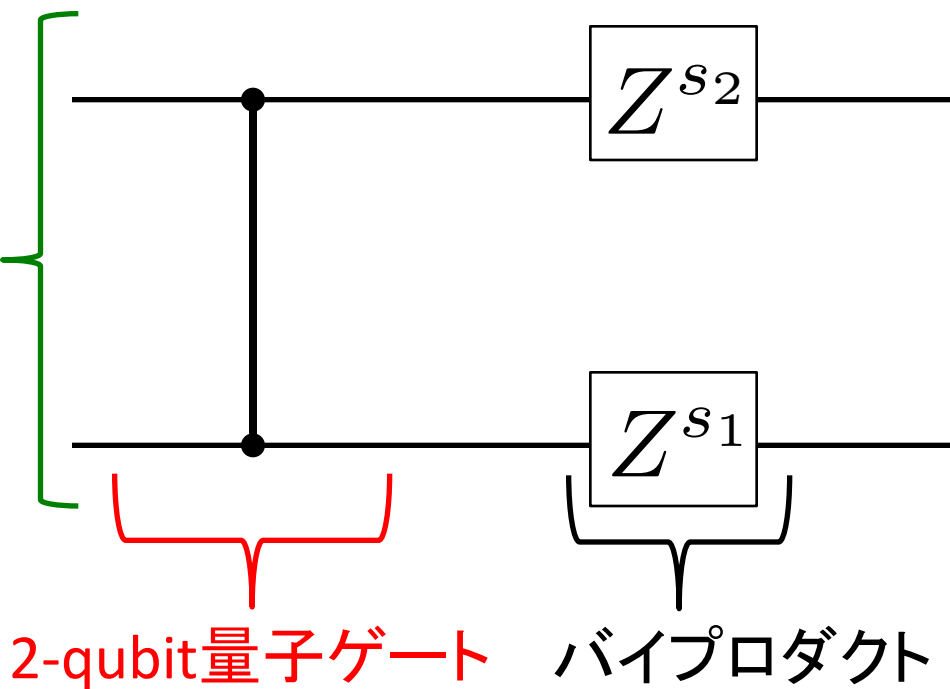
## 2-qubit量子ゲート

$|\phi\rangle$



パウリX測定  
 $\theta = 0$

$|\phi\rangle$



2-qubit量子ゲート

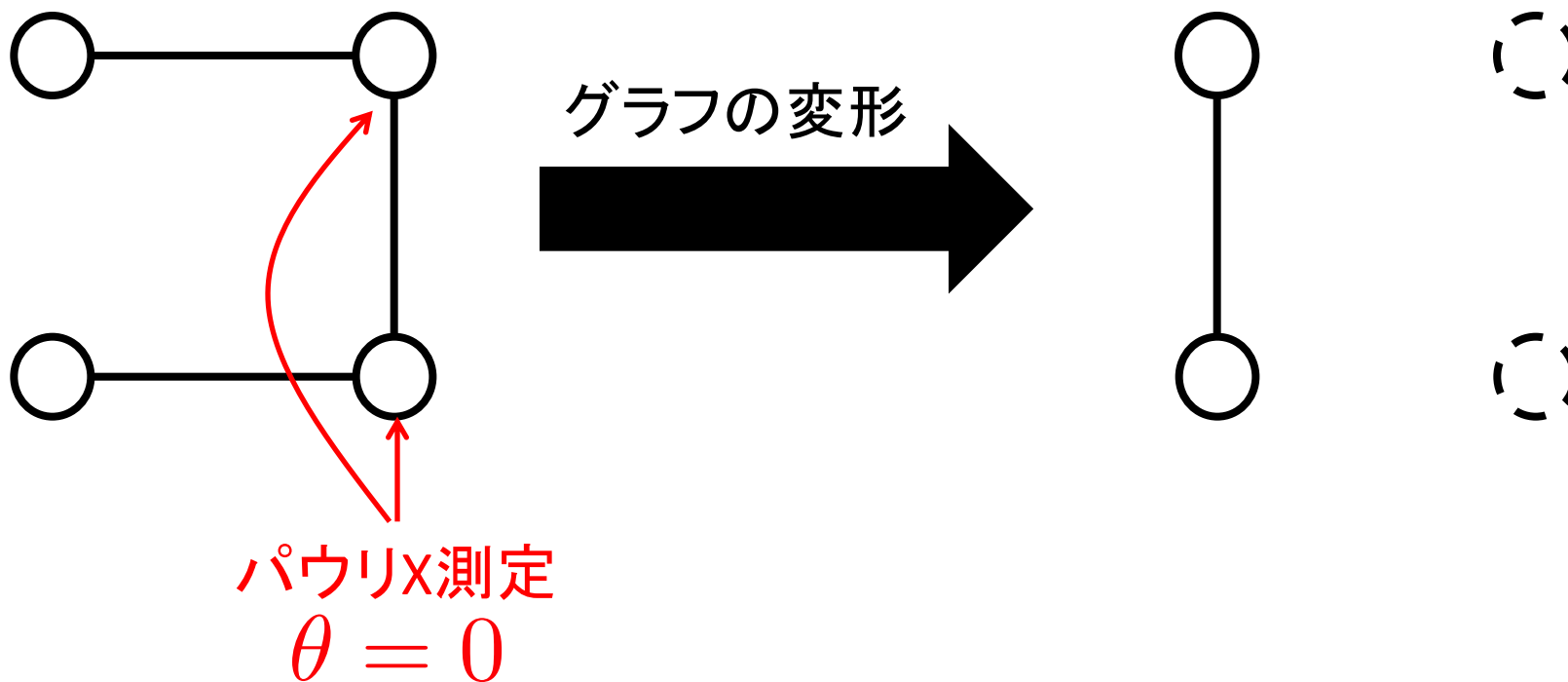
バイプロダクト



# ゲートテレポーテーション

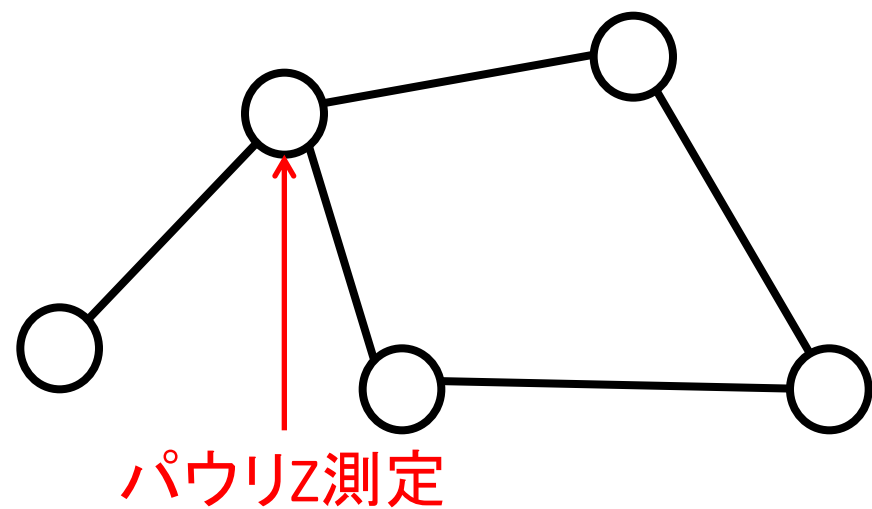
2-qubit量子ゲート

$|\phi\rangle = |++\rangle$  の時



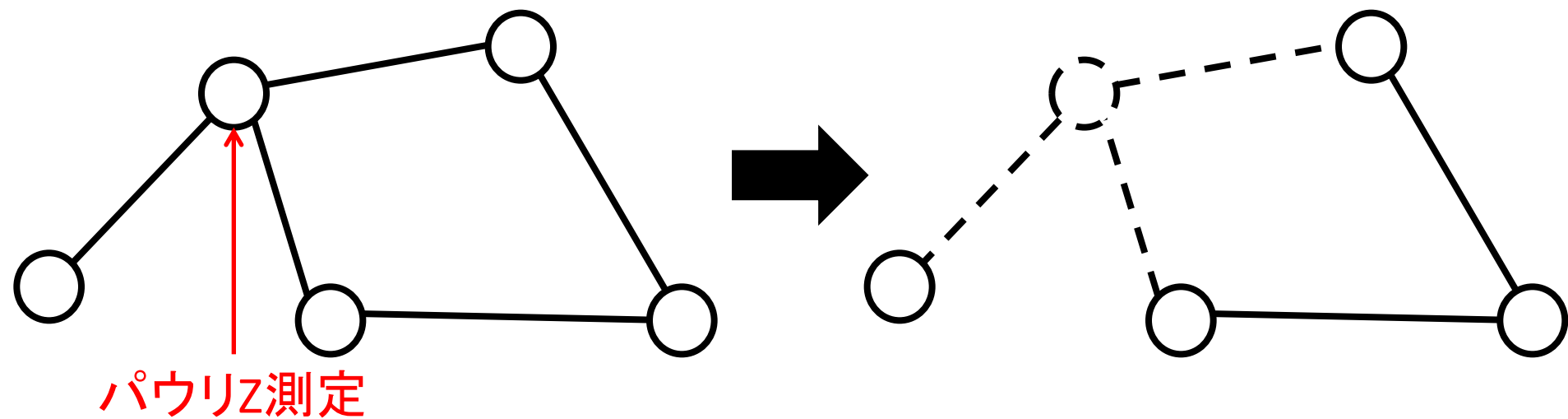
# ゲートテレポーション

Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)



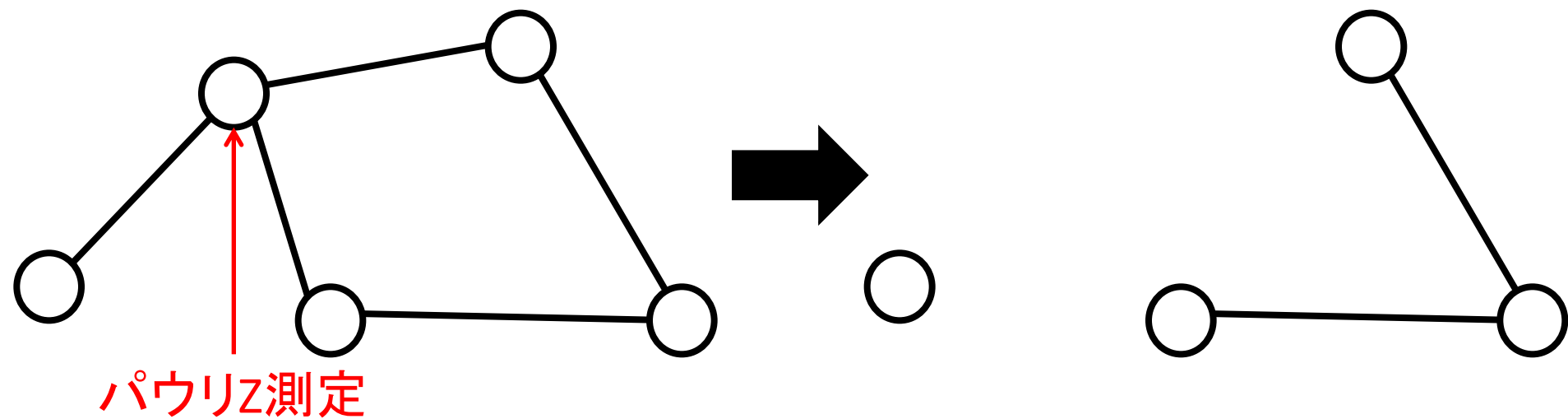
# ゲートテレポーターション

Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)



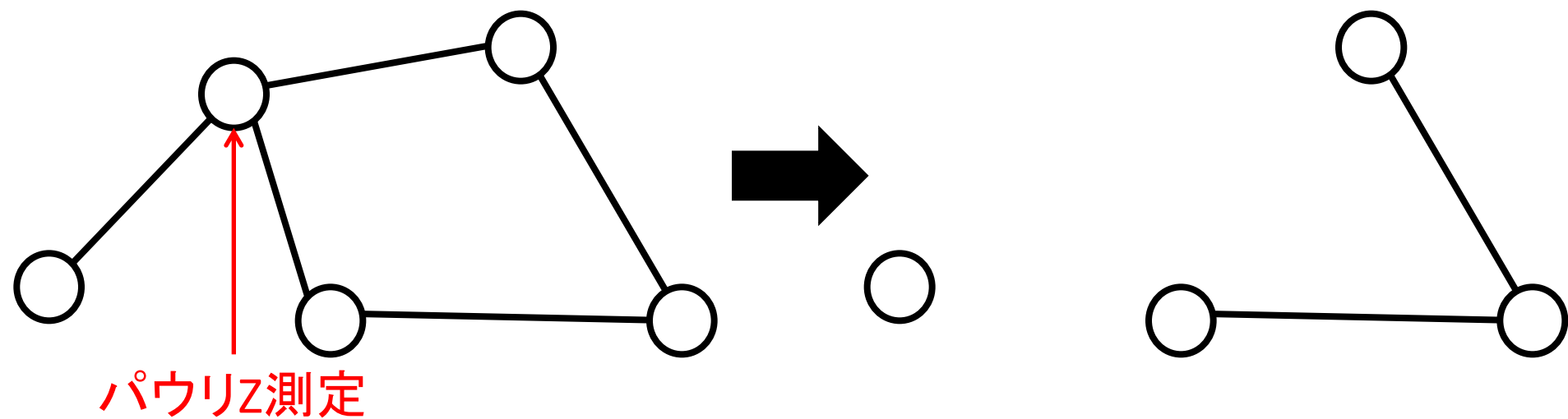
# ゲートテレポーション

Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)



# ゲートテレポーション

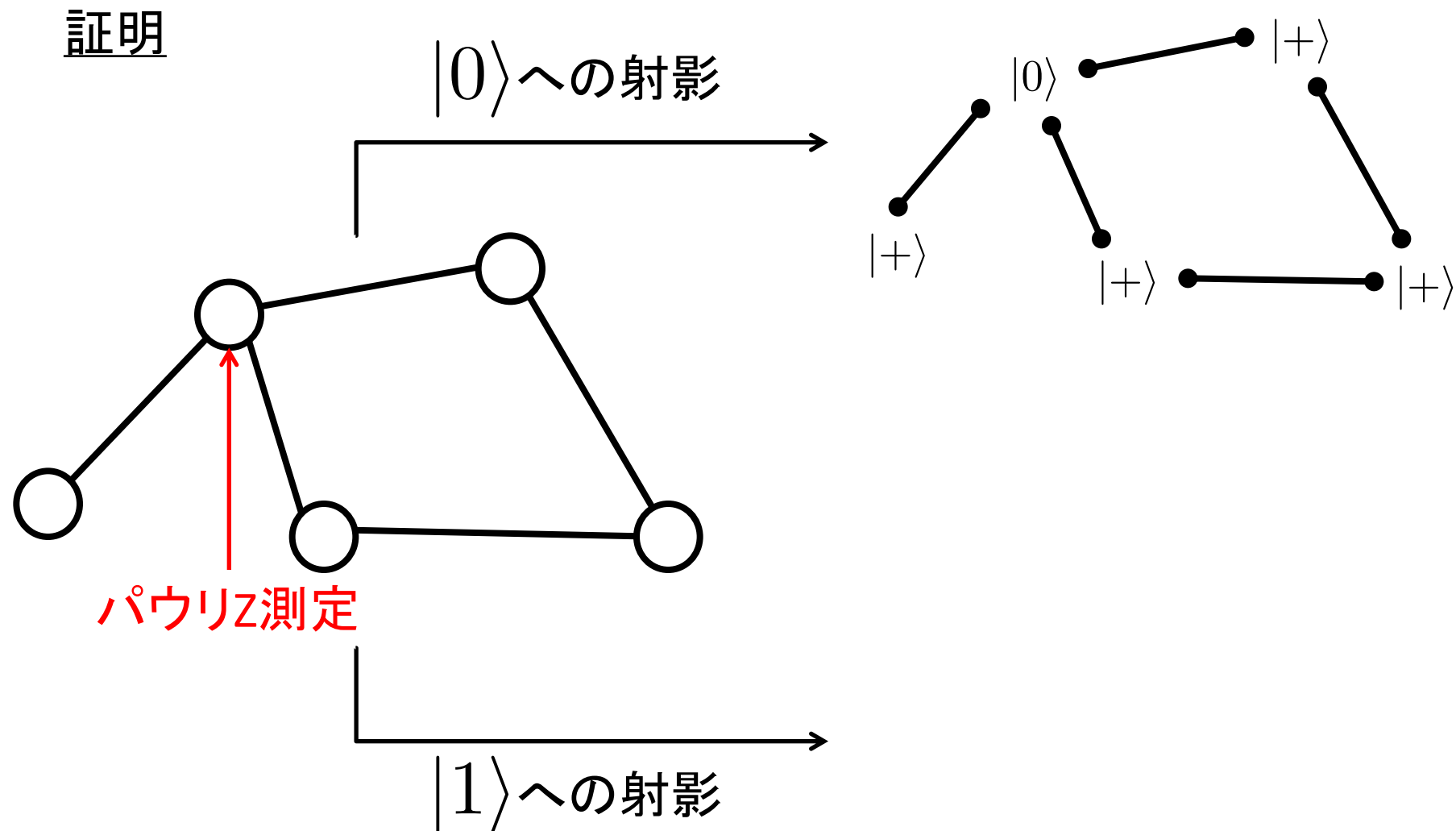
Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)



任意のグラフ状態の任意の頂点に対して成り立つ

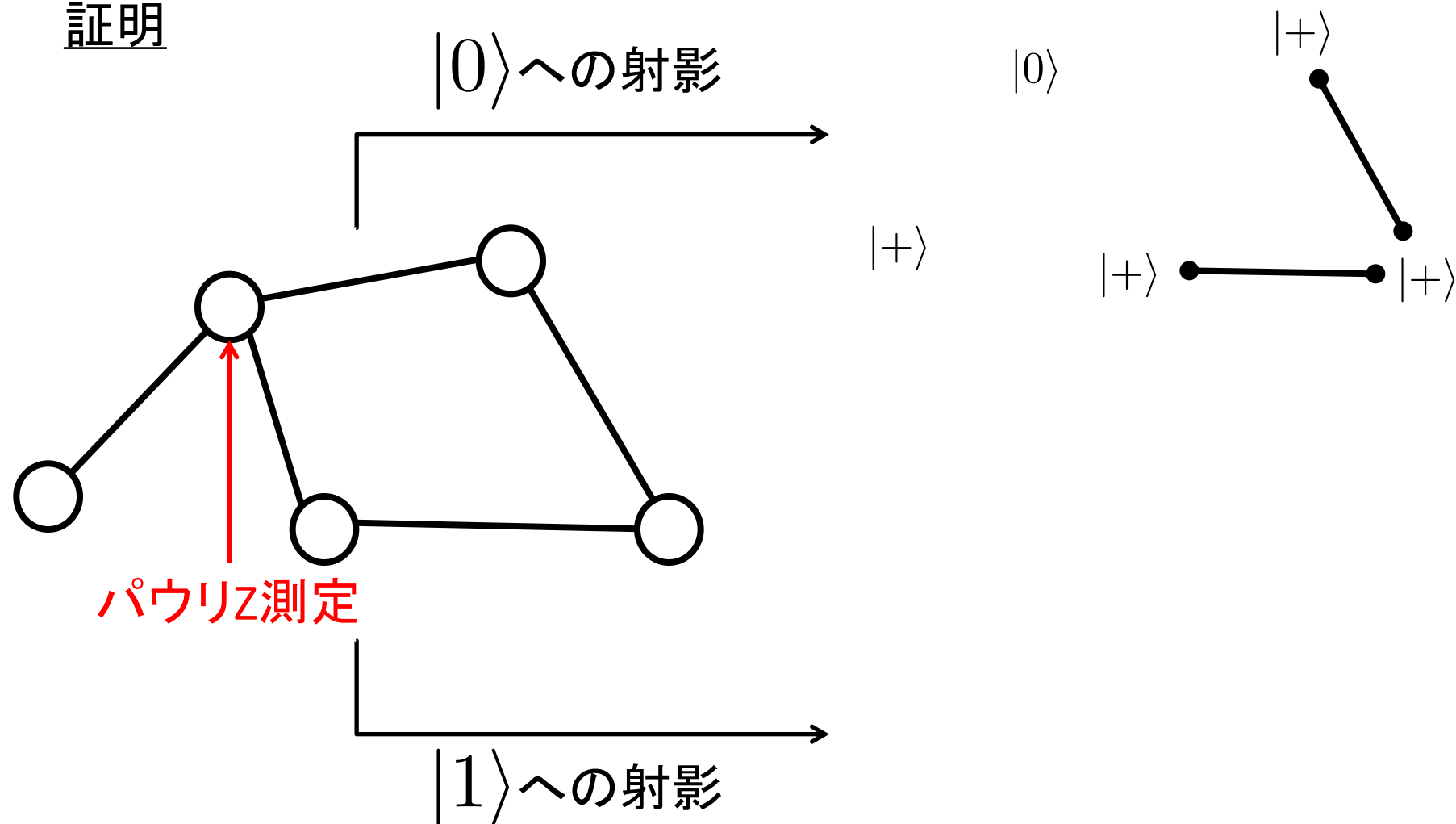
# ゲートテレポーターション

証明



# ゲートテレポーターション

証明



# ゲートテレポーターション

証明

$|0\rangle$ への射影

$|0\rangle$

$|+\rangle$

$|+\rangle$

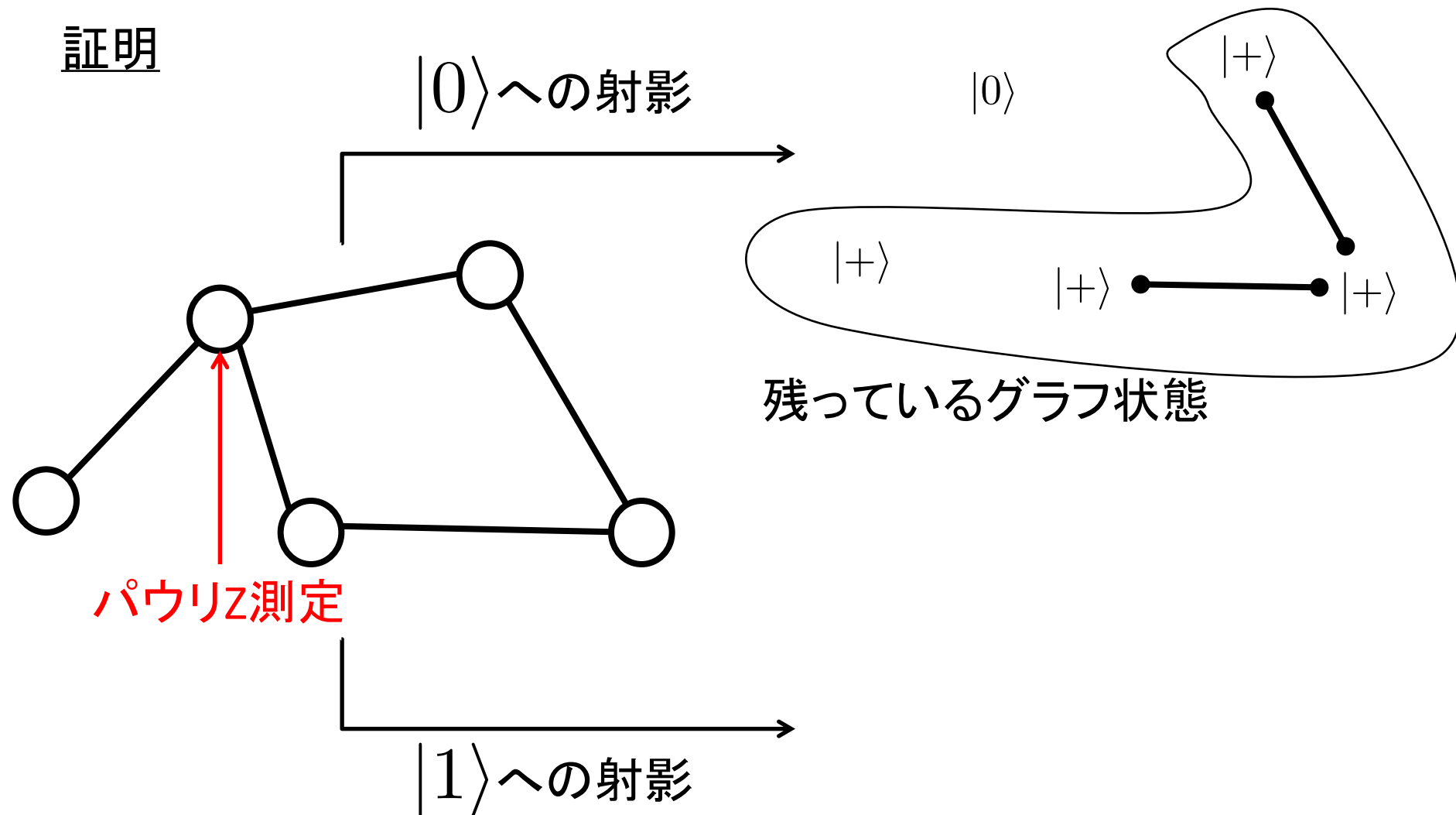
$|+\rangle$

$|+\rangle$

残っているグラフ状態

パウリZ測定

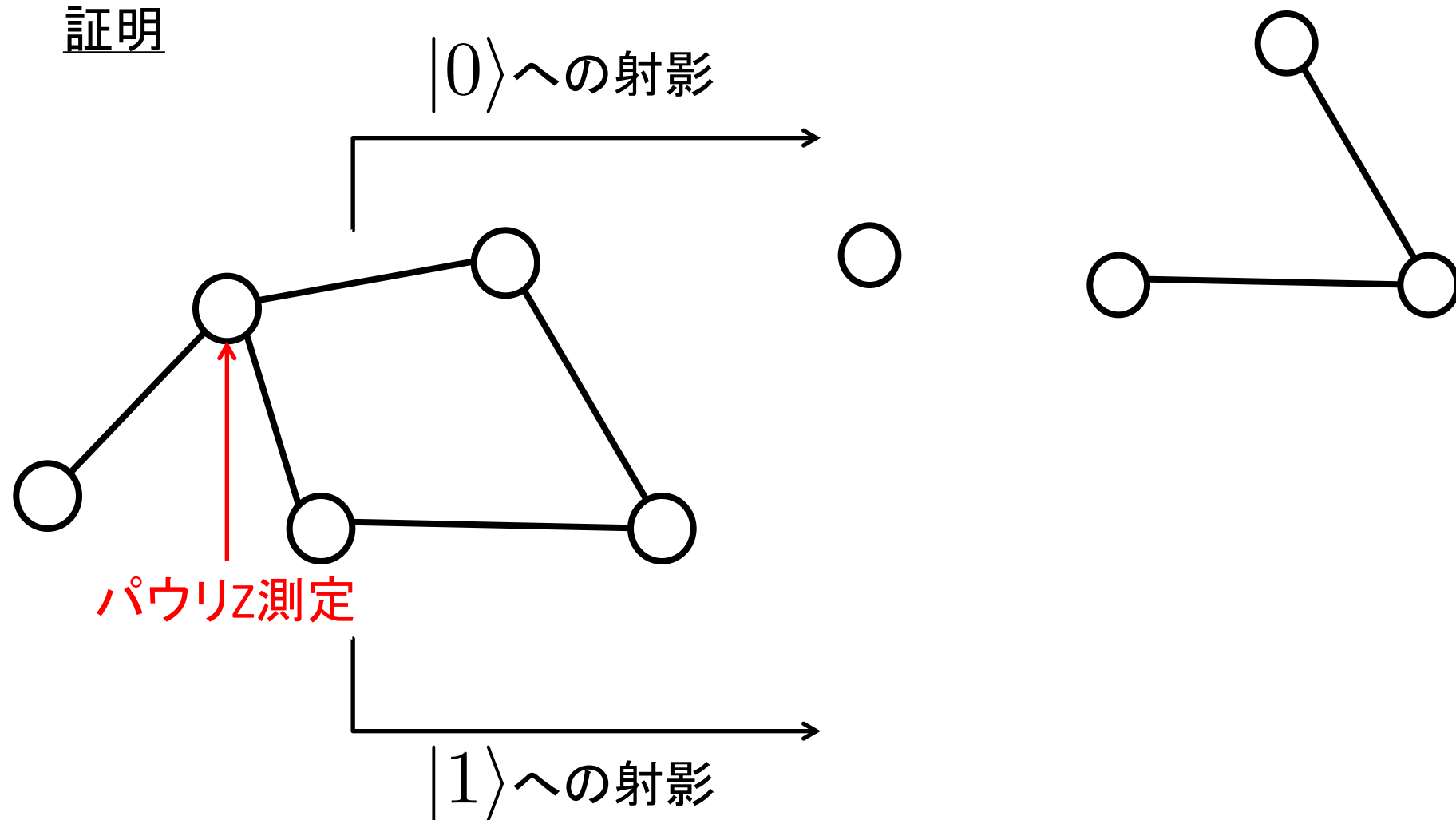
$|1\rangle$ への射影





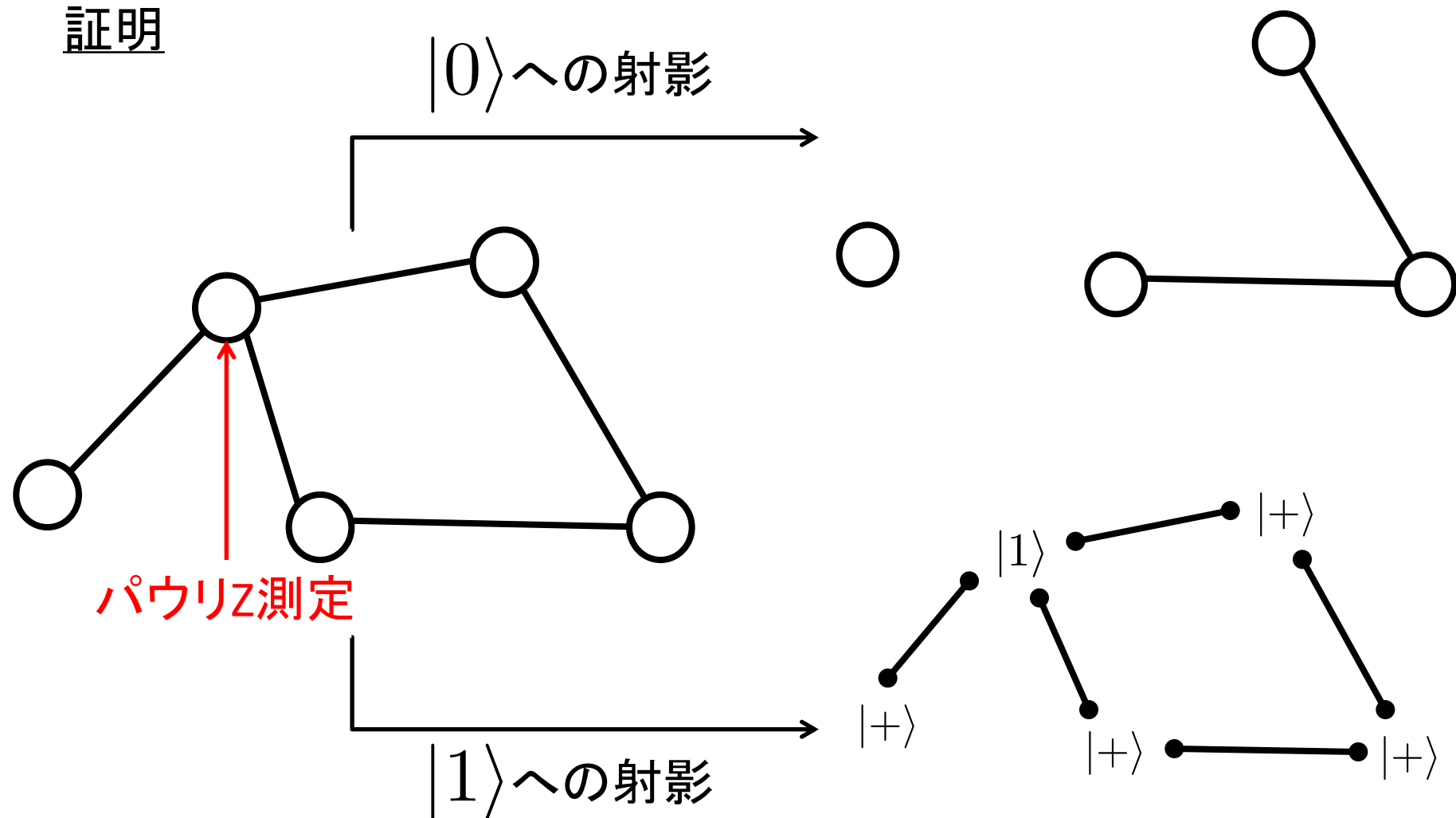
# ゲートテレポーターション

証明



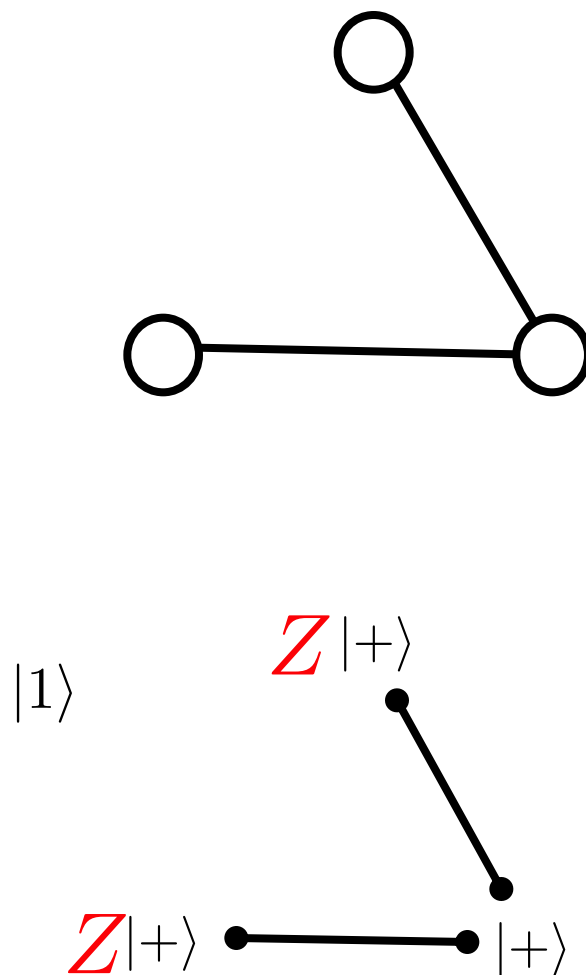
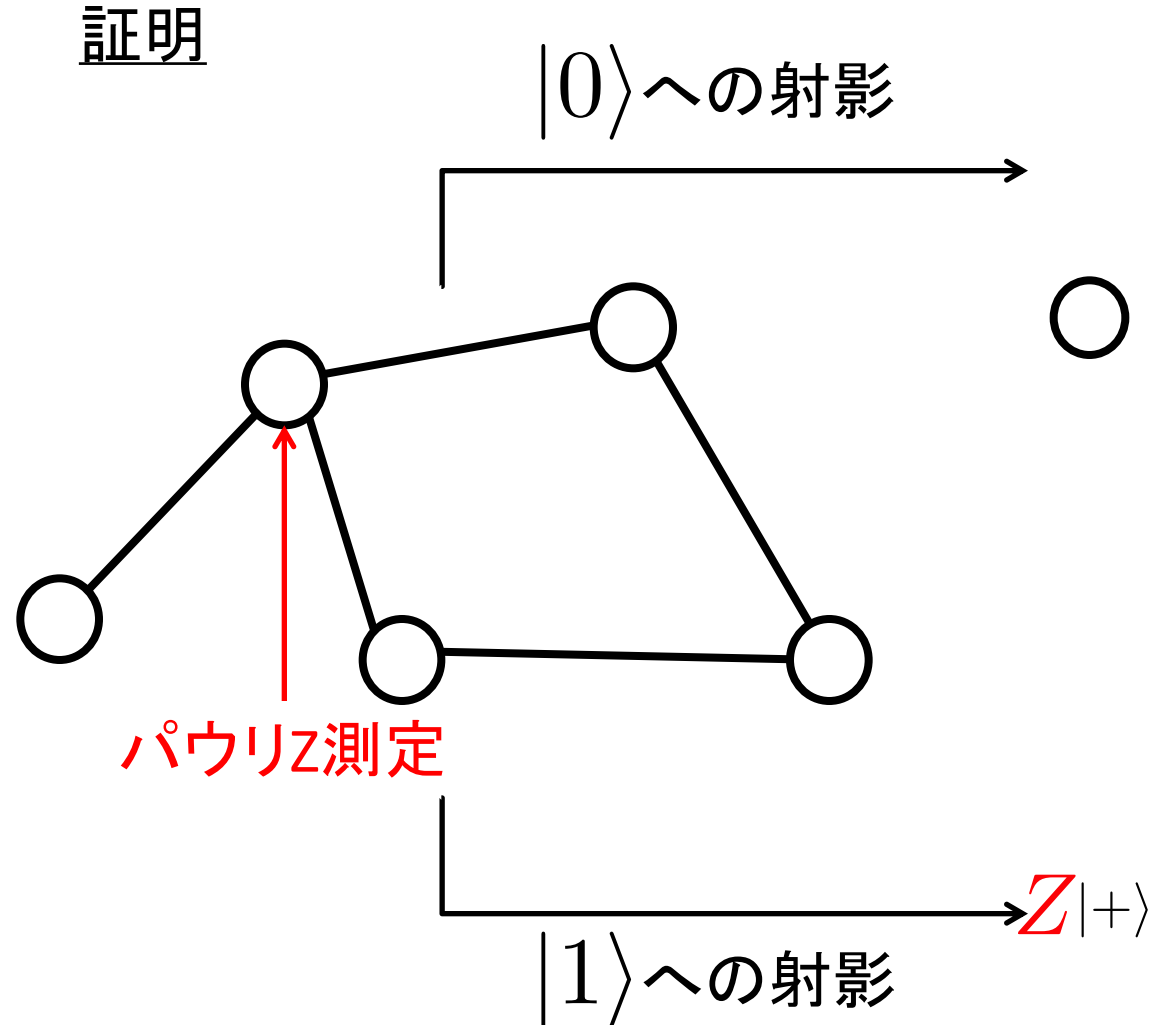
# ゲートテレポーターション

証明



# ゲートテレポーターション

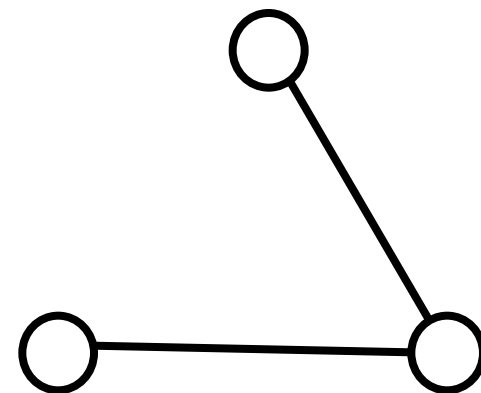
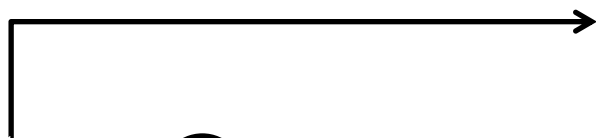
証明



# ゲートテレポーターション

証明

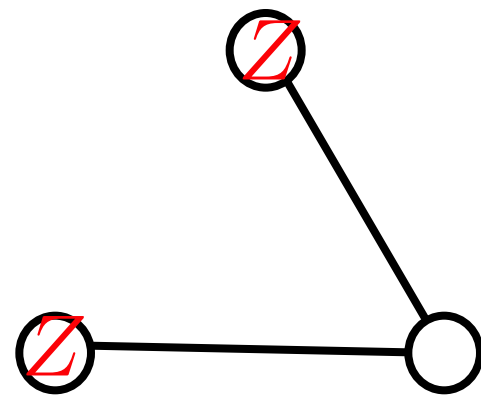
$|0\rangle$ への射影



パウリZ測定



$|1\rangle$ への射影



# ゲートテレポーテーション

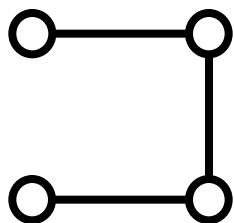
## まとめ

- 任意の1-qubit量子ゲート



x-y平面の(適応的な)1qubit測定

- 2-qubit量子ゲート



パウリX測定

- Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)

パウリZ測定

# 目次

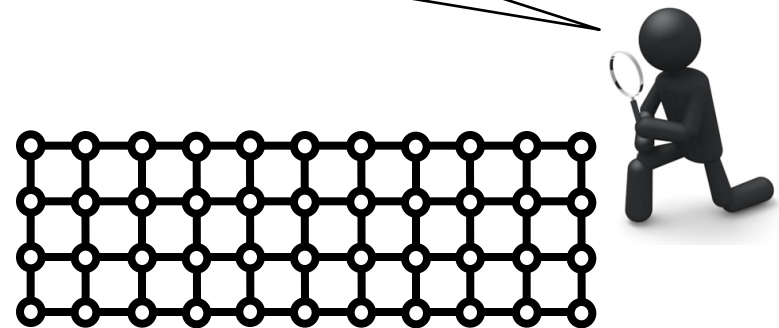
1. どんな量子状態を準備すれば良いのか？

2. どういう風に測定すれば良いのか？

3. 量子回路モデルとの等価性

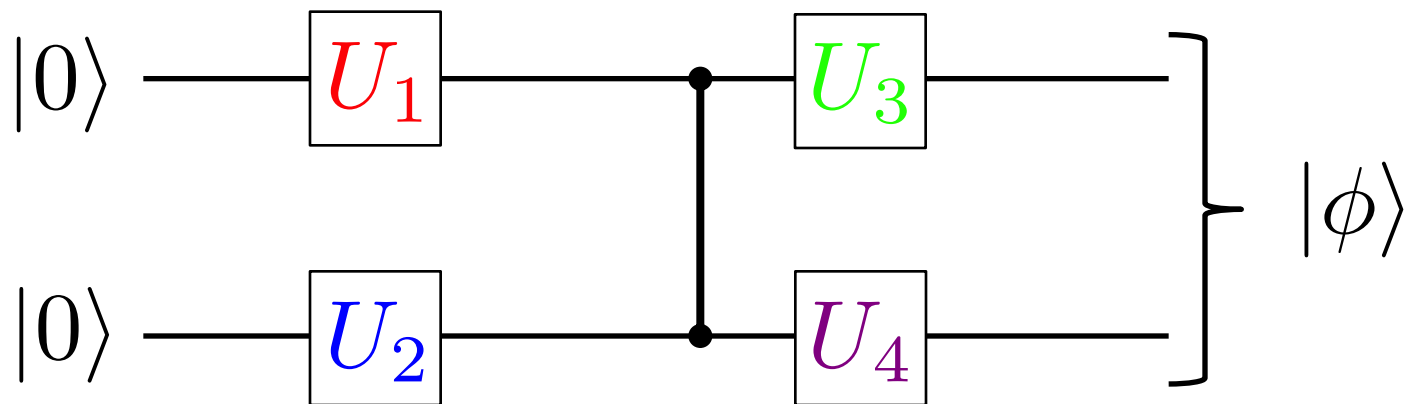
4. 測定型量子計算の応用

- x-y平面の(適応的な)測定
  - パウリZ測定

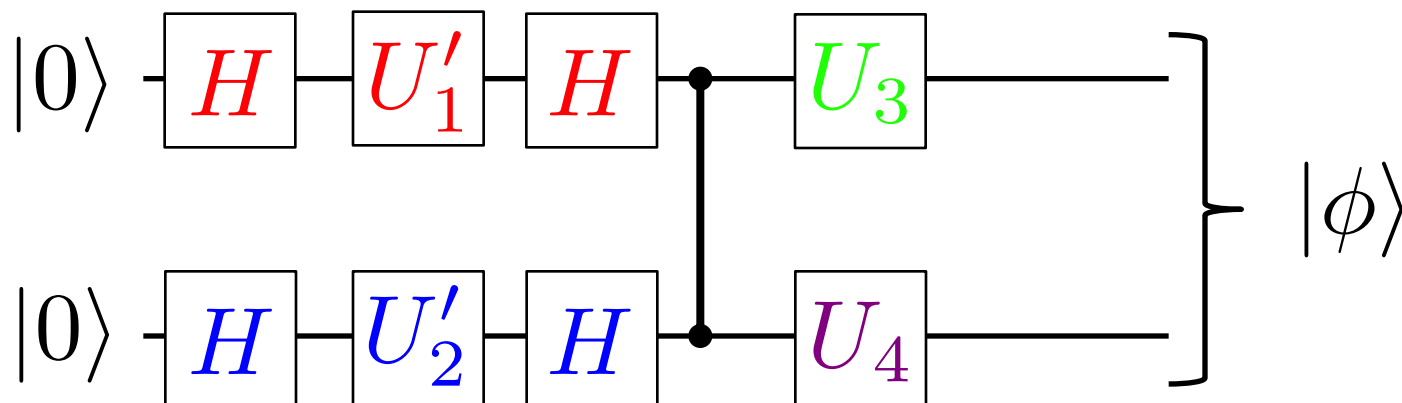


クラスター状態の生成 + x-y平面の測定、パウリZ測定

# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル

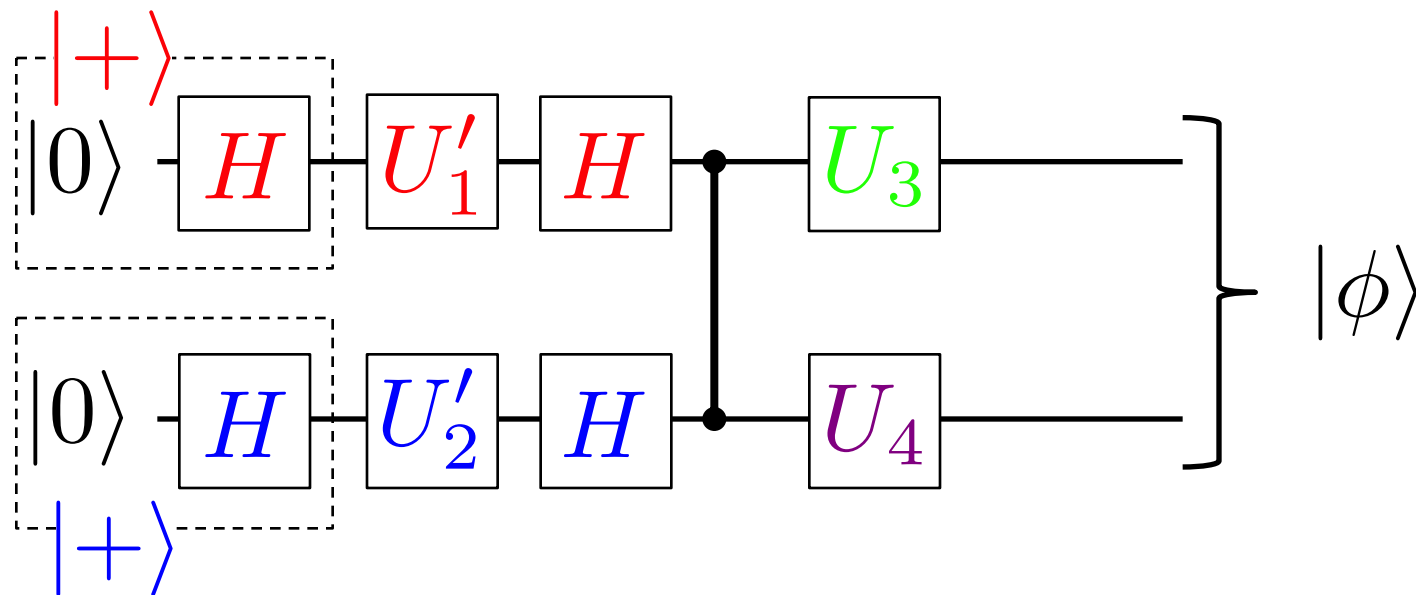


# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル

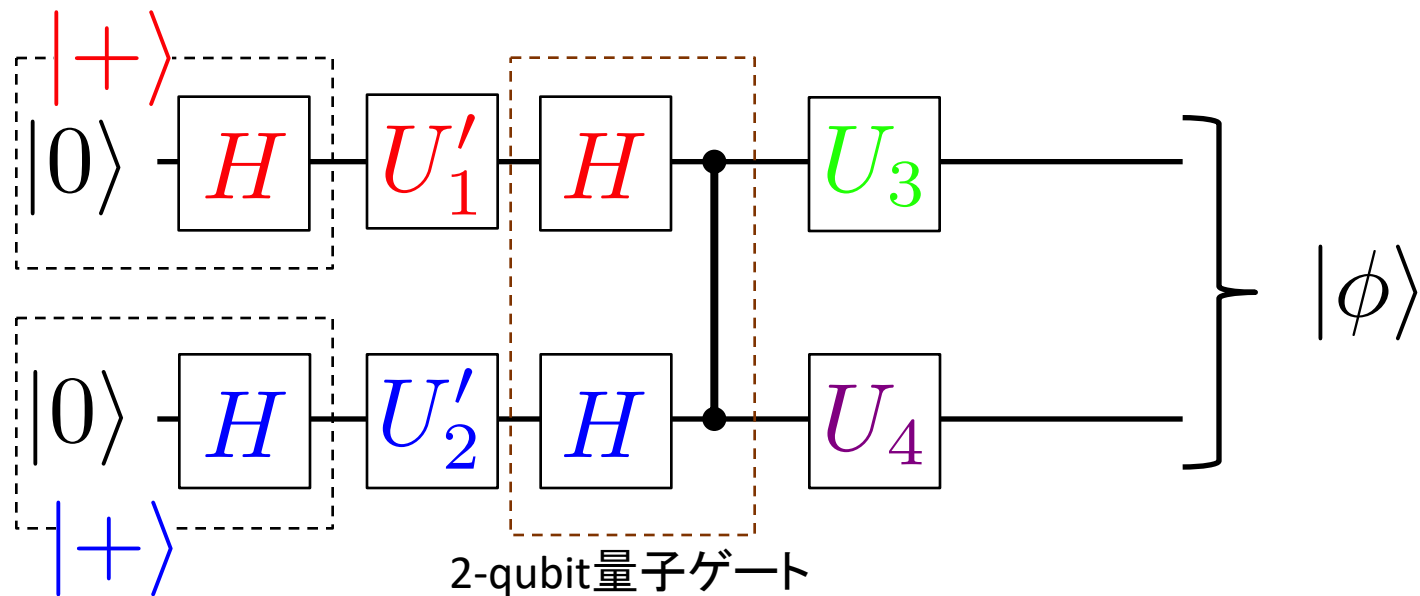




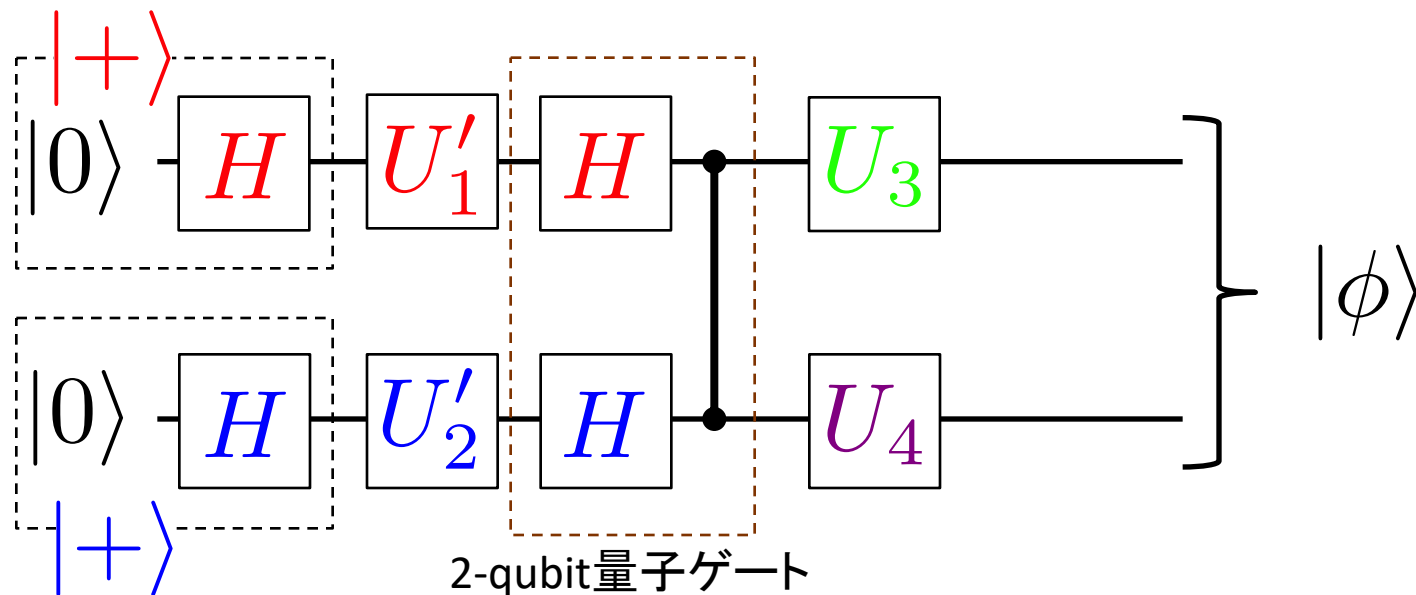
# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル



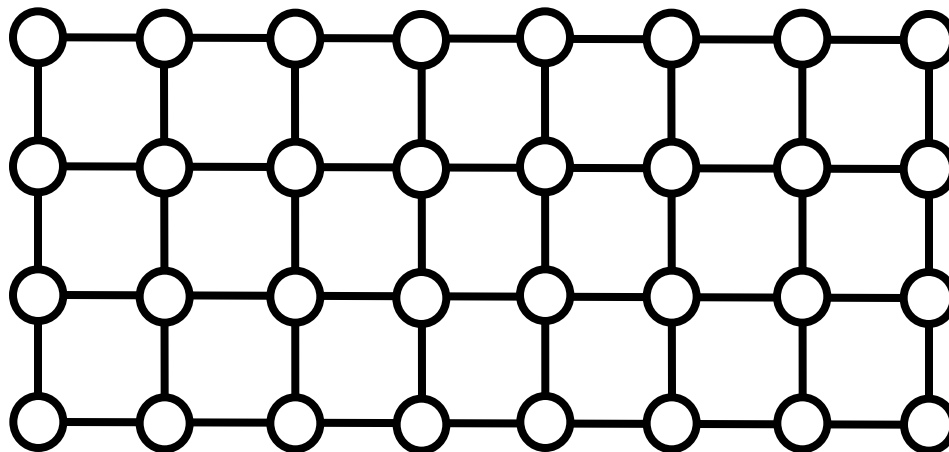
# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル



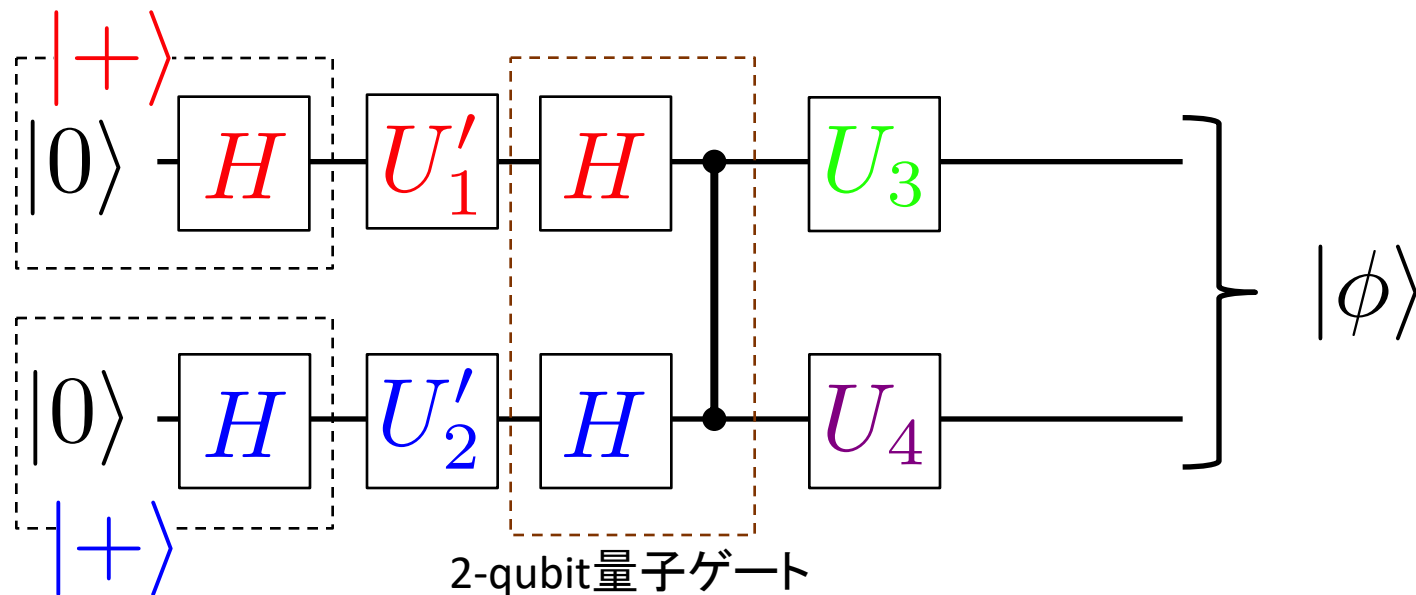
# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル



測定型量子計算  
に変換

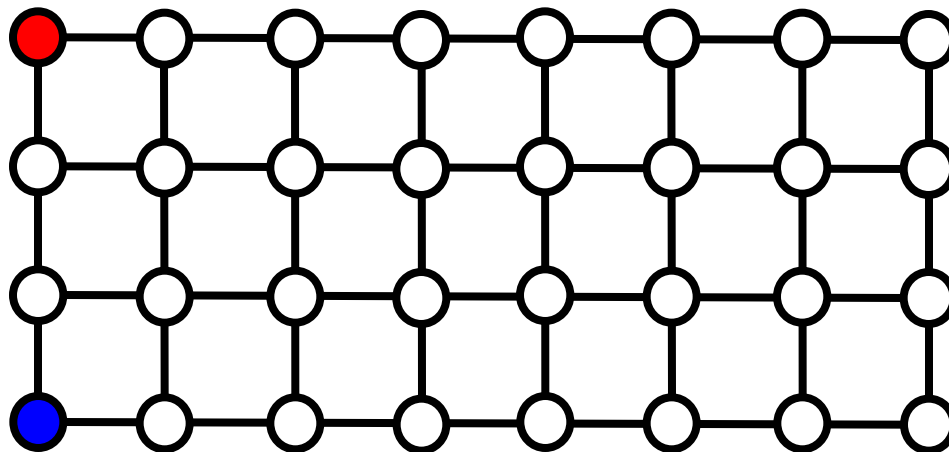


# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル

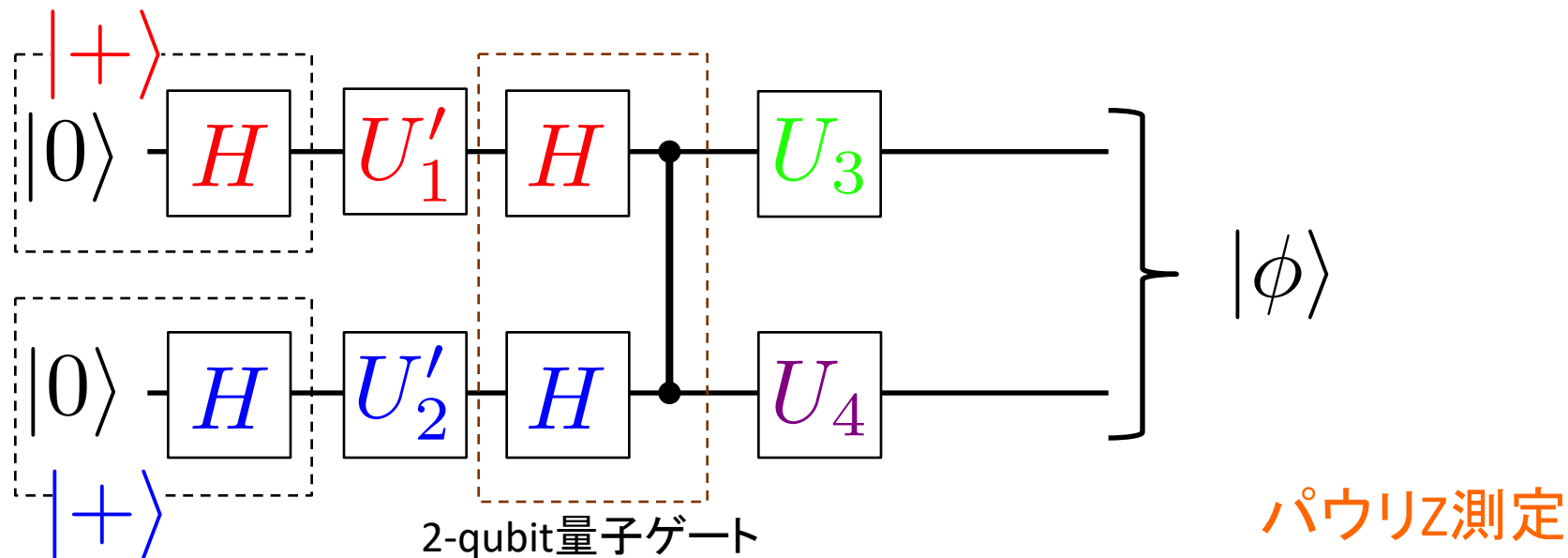


2-qubit量子ゲート

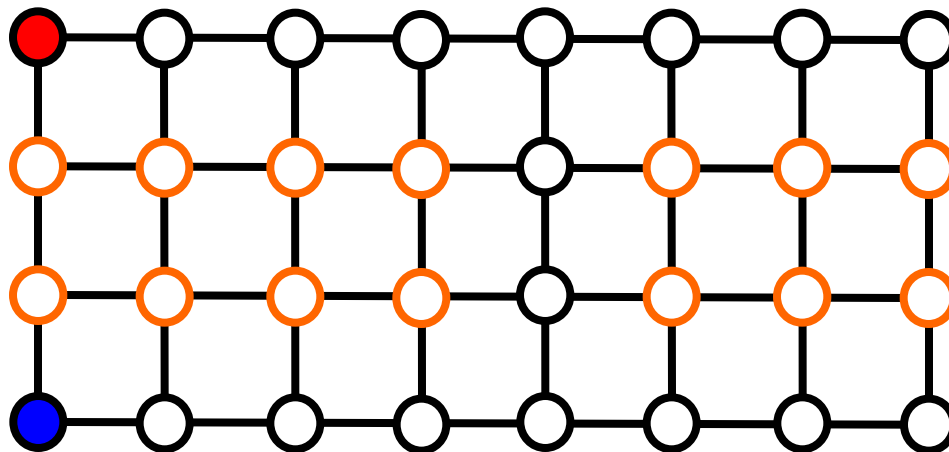
測定型量子計算  
に変換



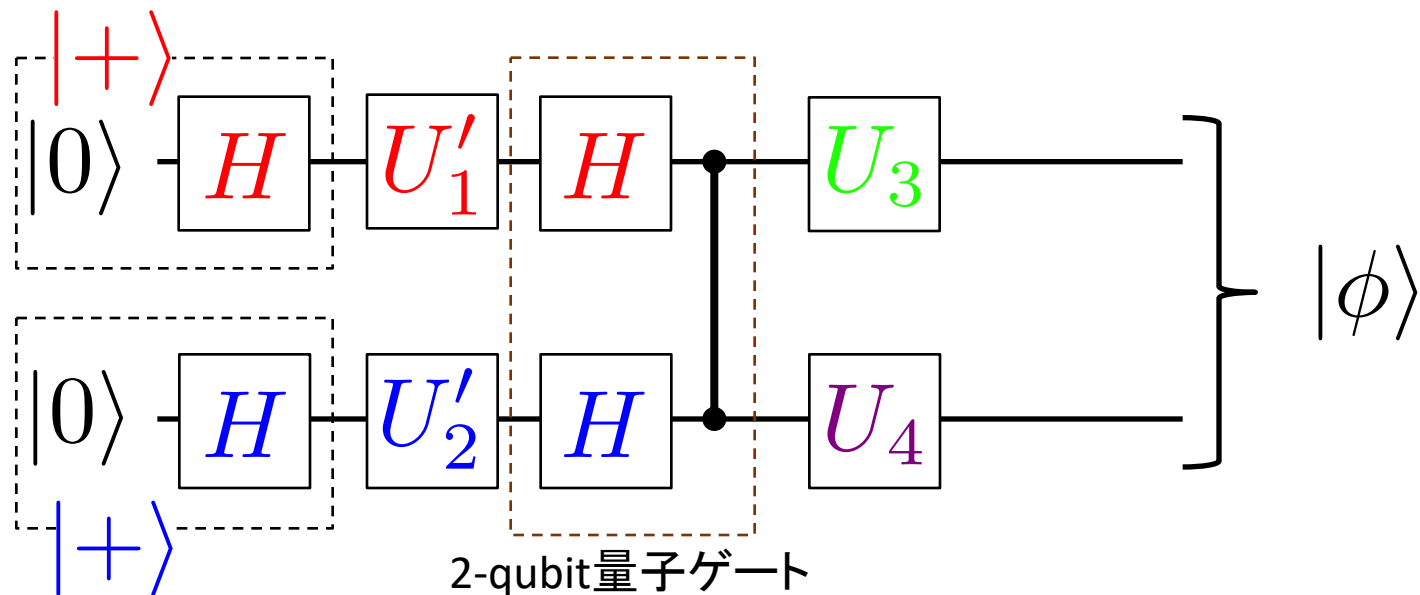
# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル



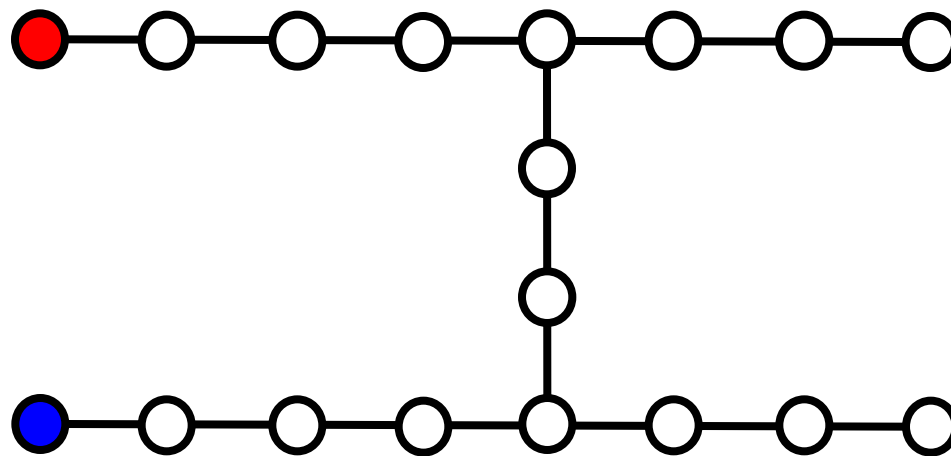
測定型量子計算  
に変換



# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル

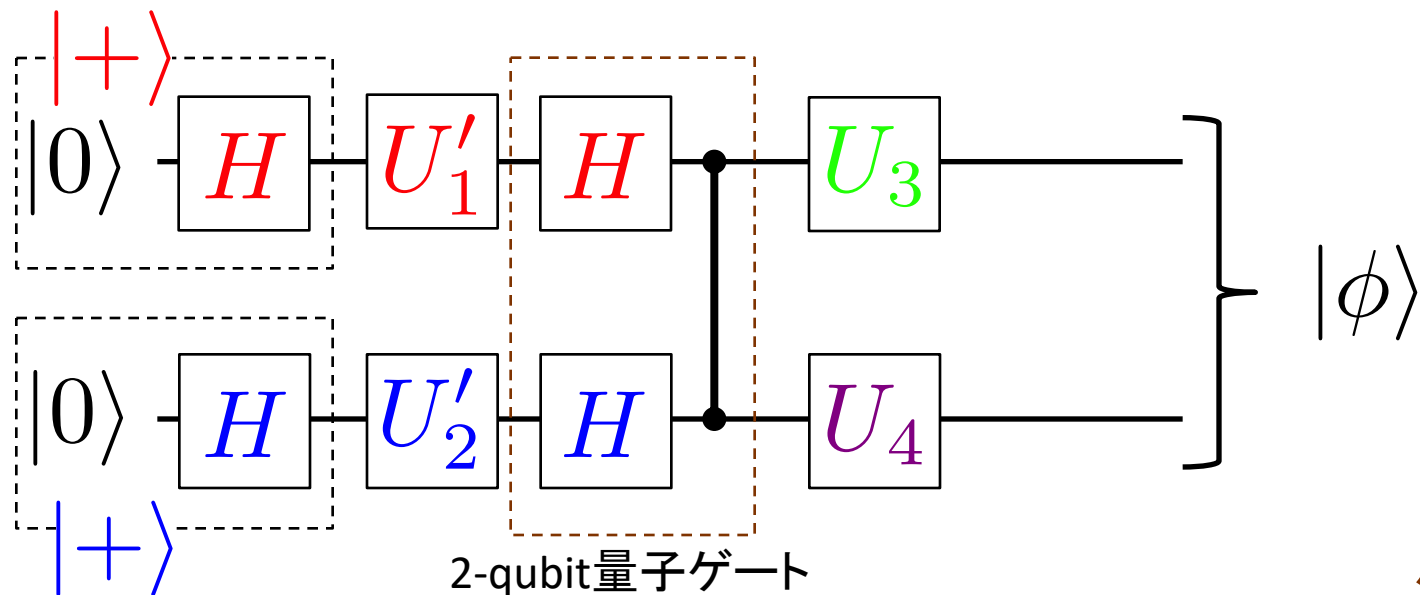


2-qubit量子ゲート

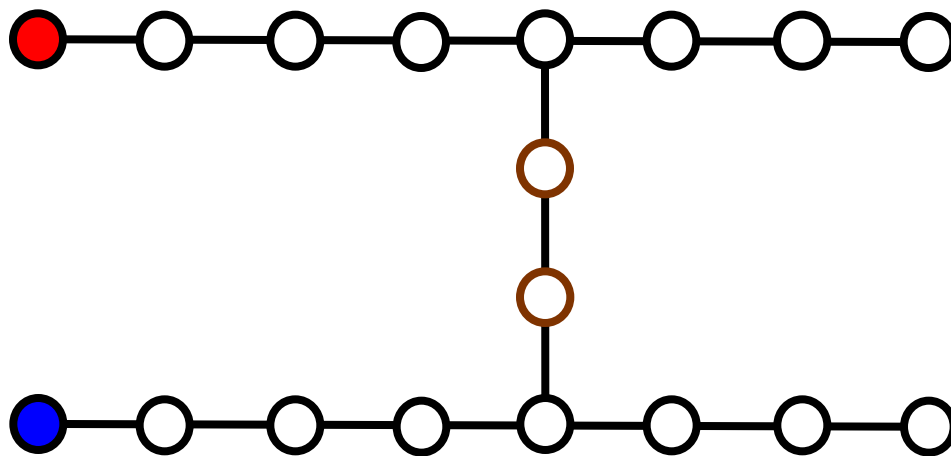


測定型量子計算  
に変換

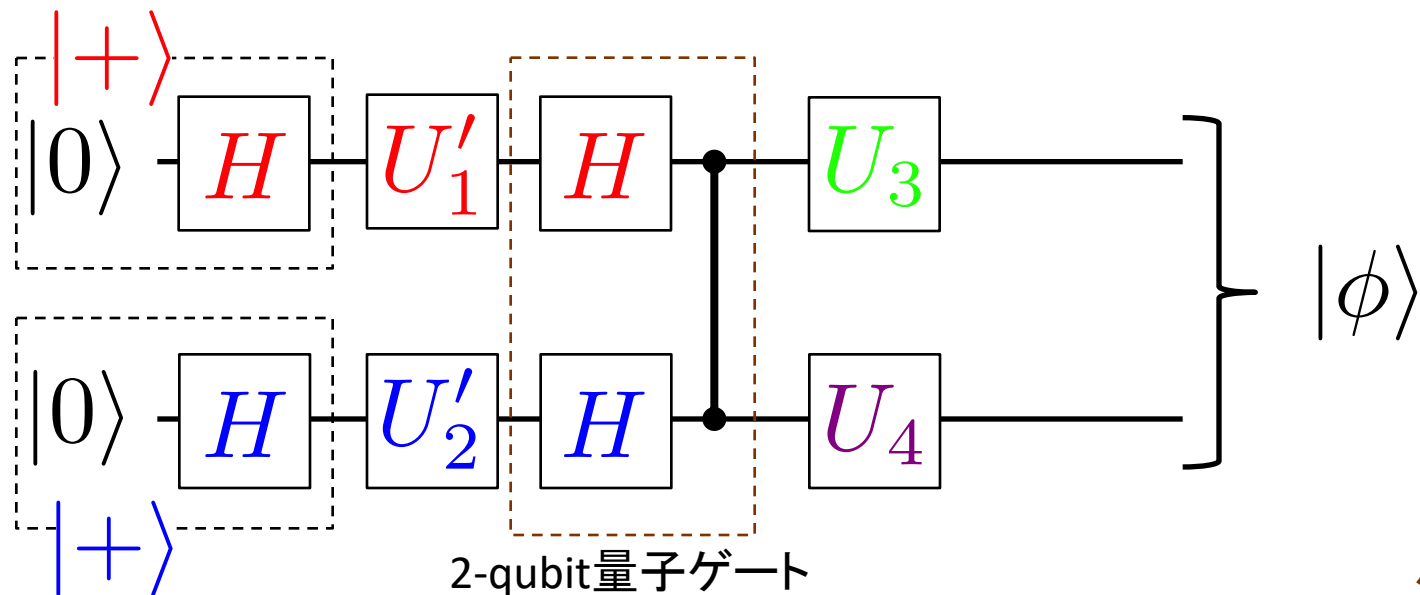
# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル



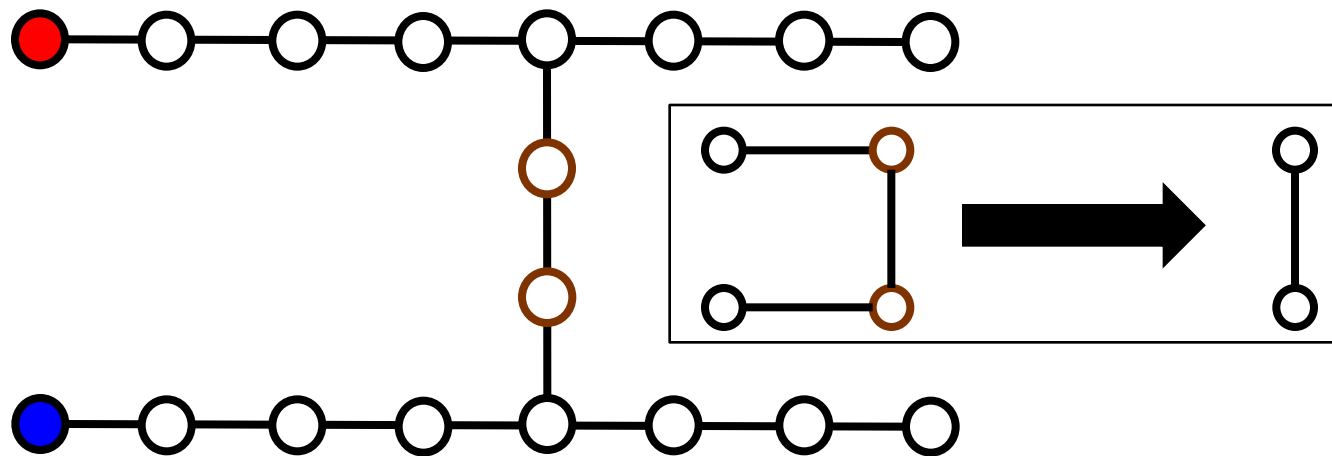
測定型量子計算  
に変換



# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル

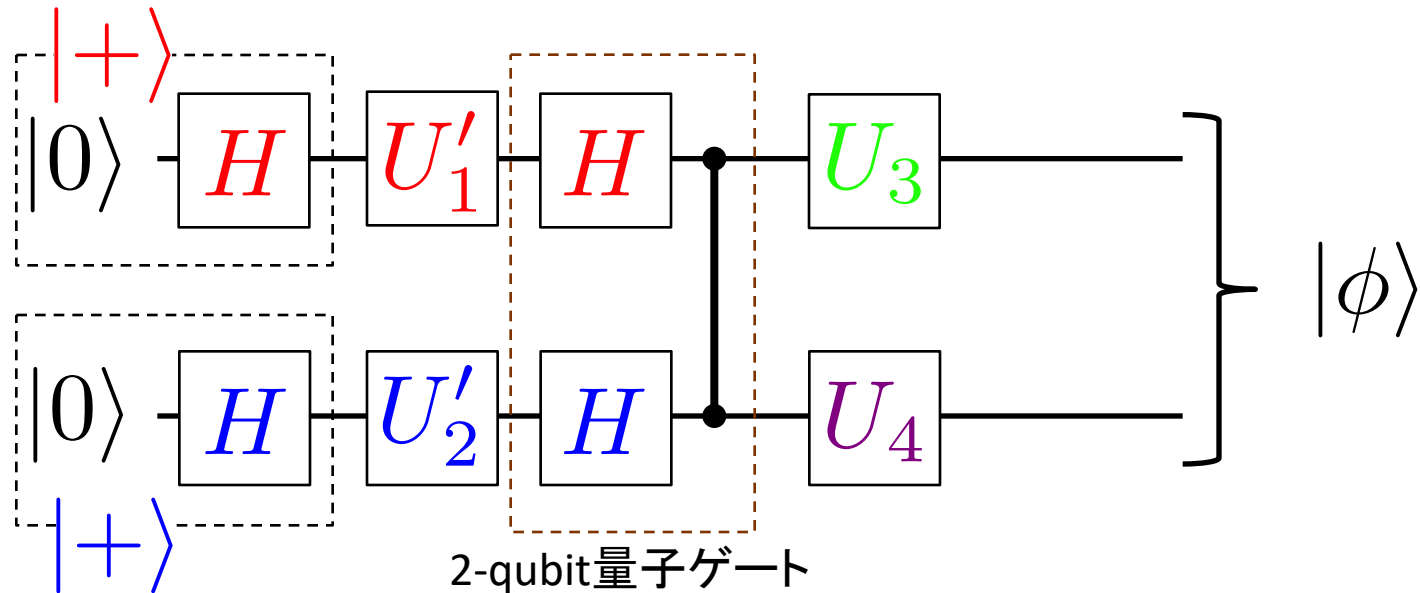


測定型量子計算  
に変換

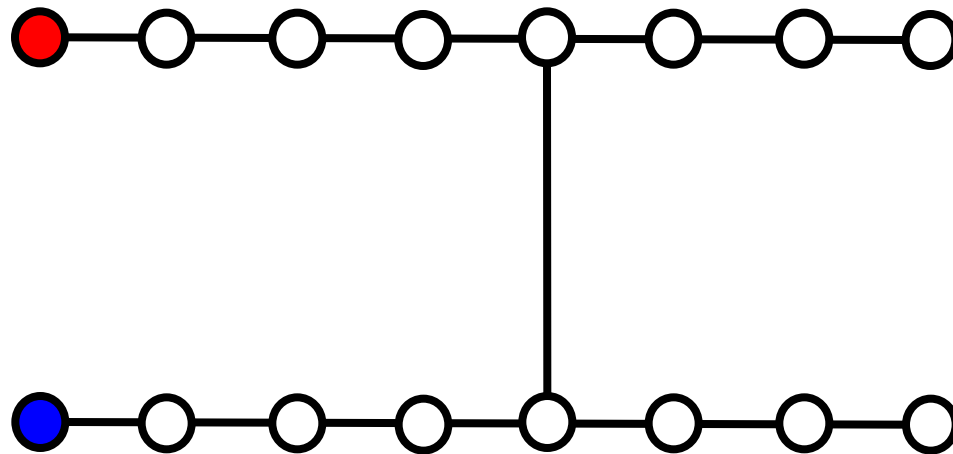




# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル

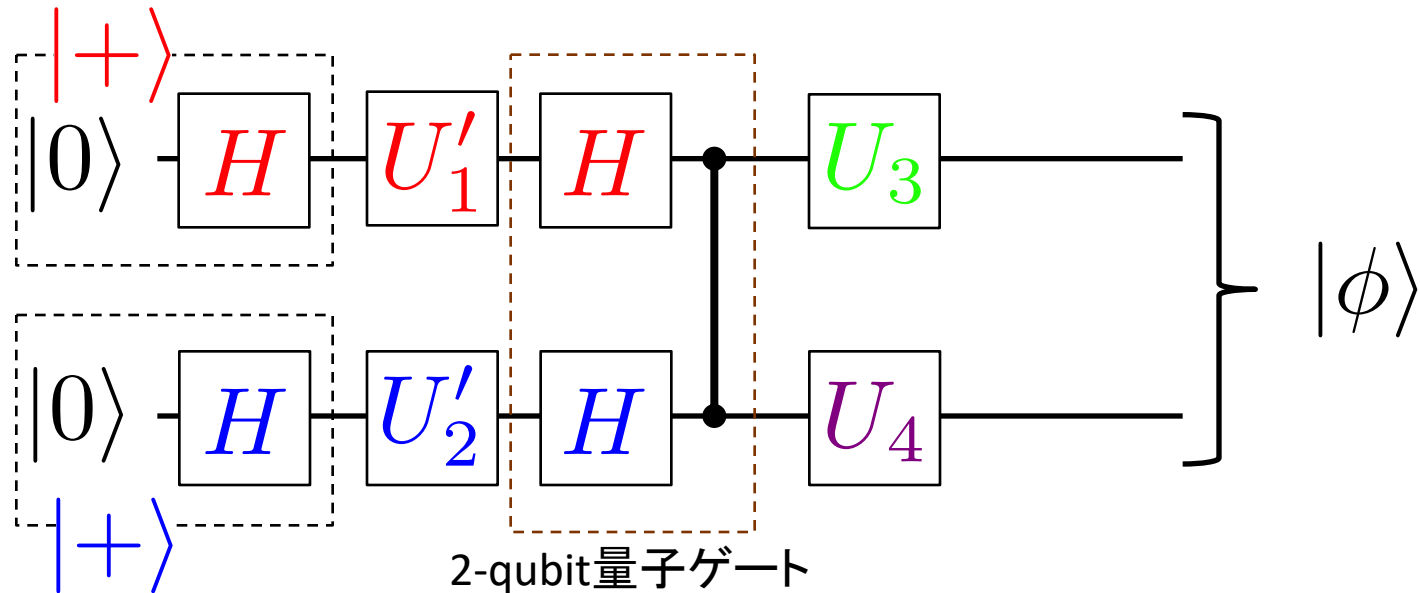


2-qubit量子ゲート

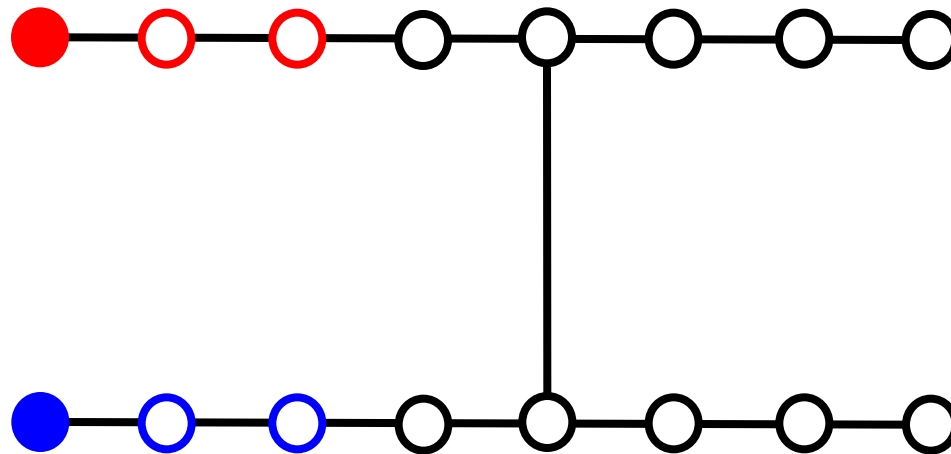


測定型量子計算  
に変換

# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル



2-qubit量子ゲート

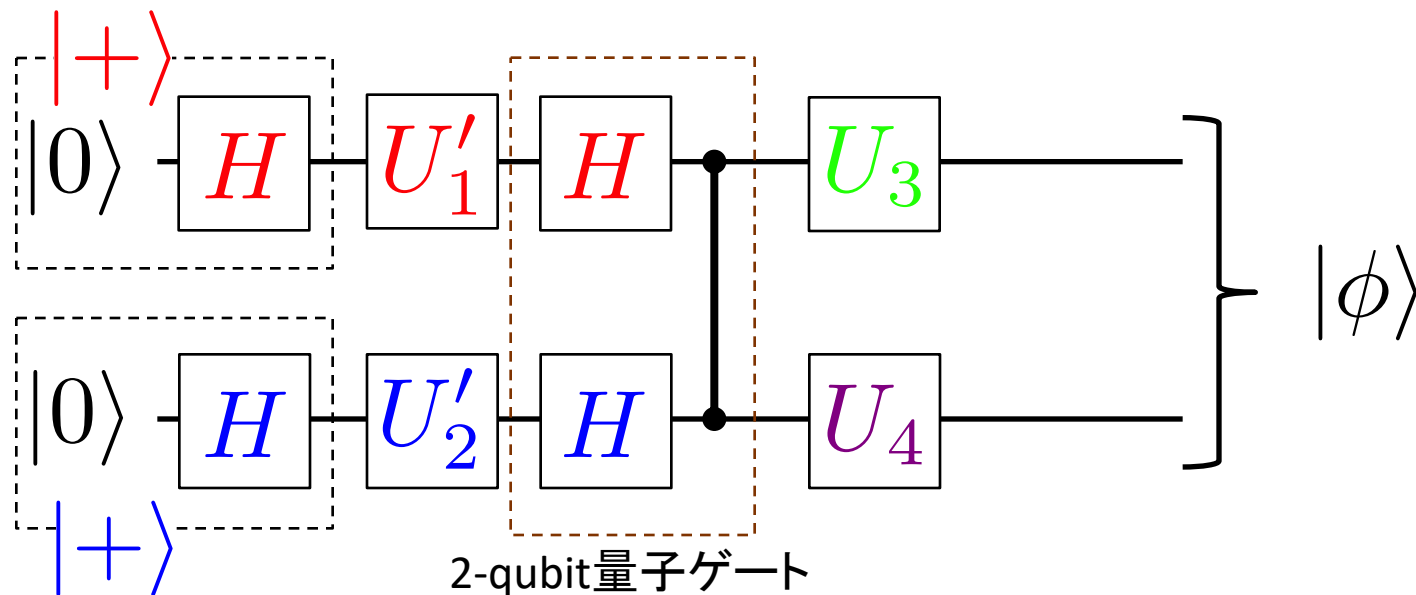


測定型量子計算  
に変換

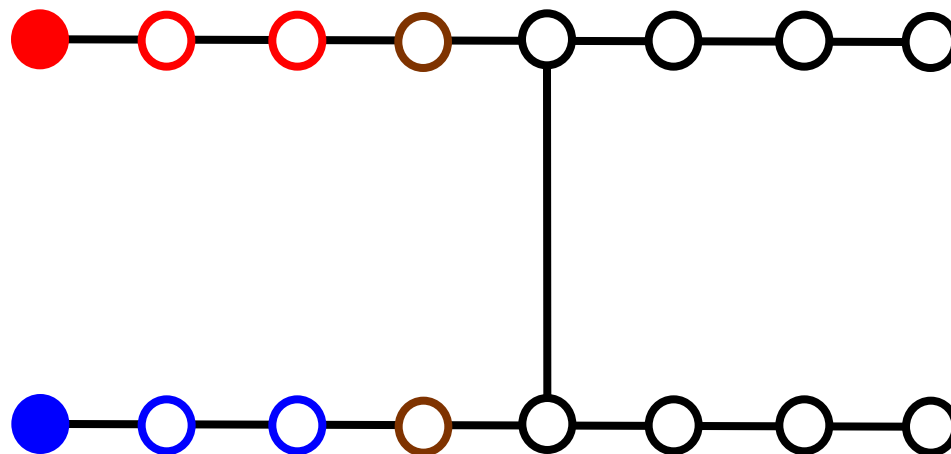
時間



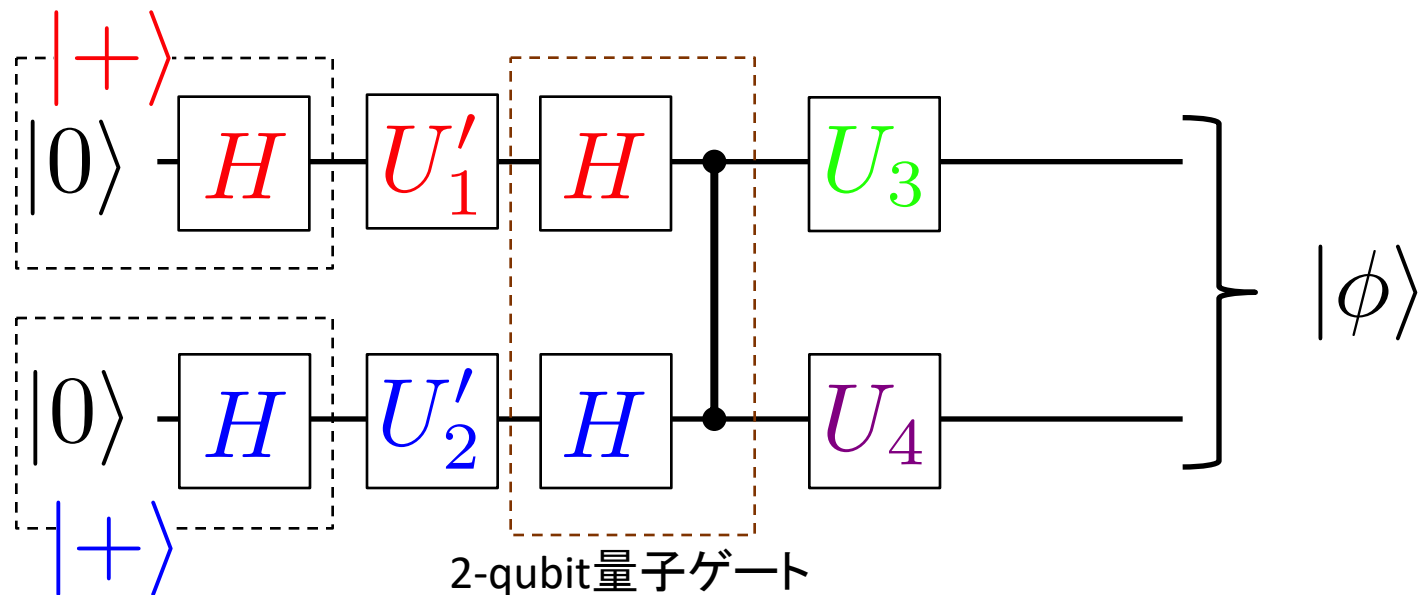
# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル



測定型量子計算  
に変換

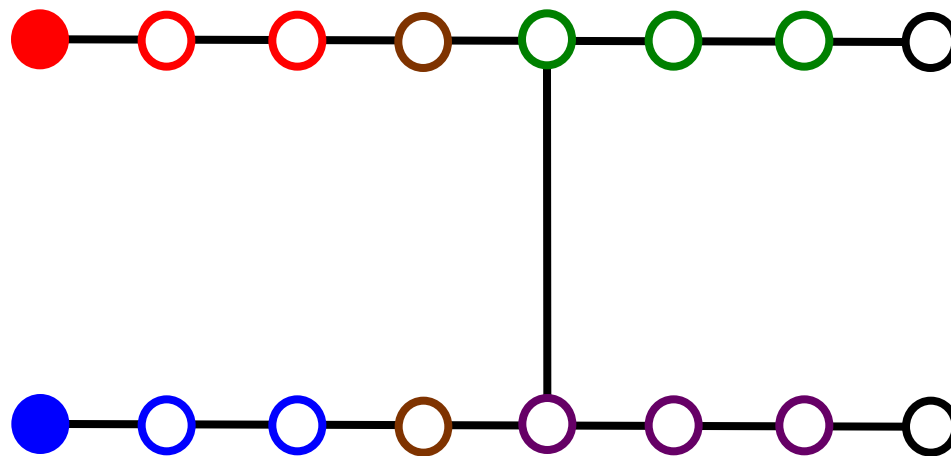


# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル



2-qubit量子ゲート

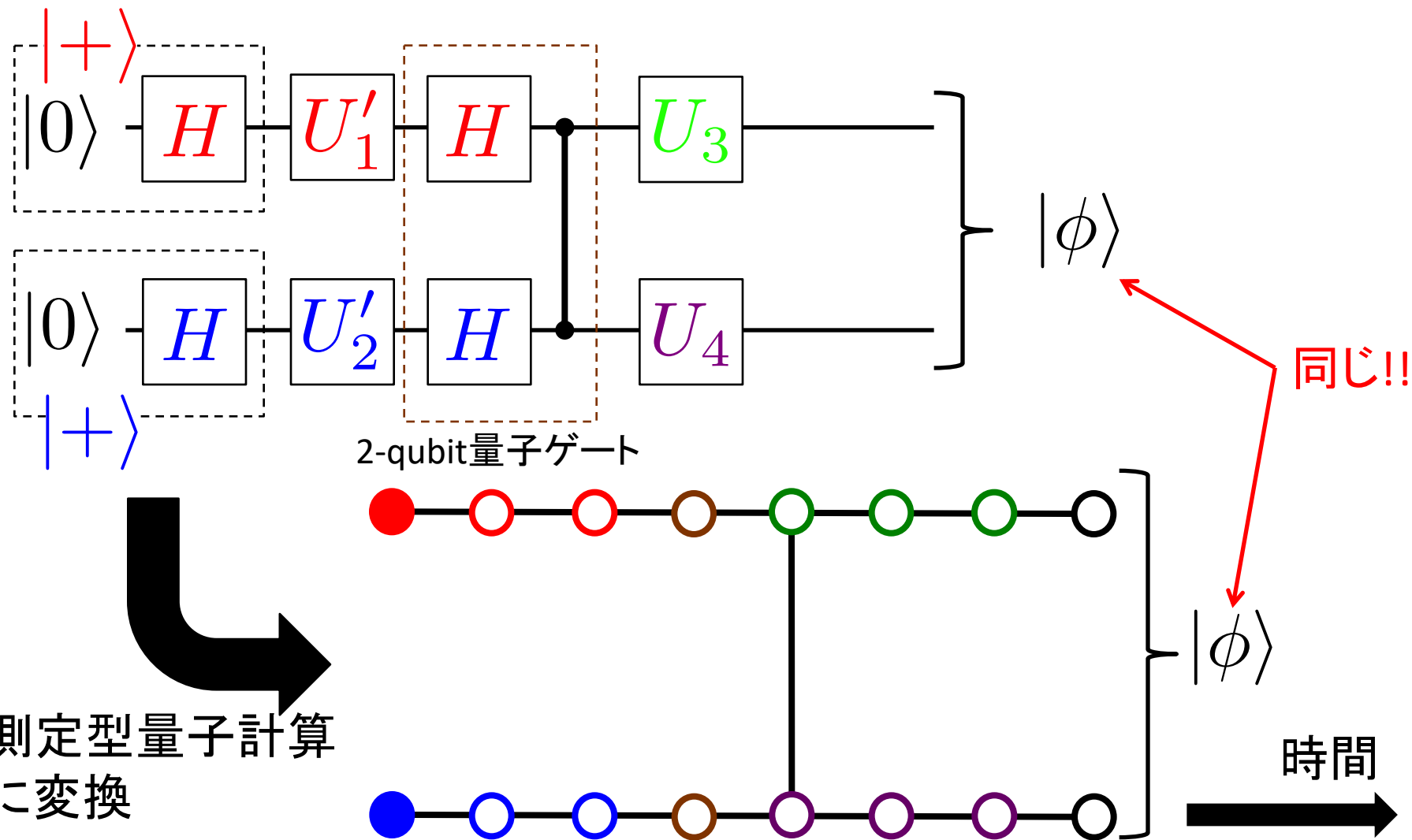
測定型量子計算  
に変換



時間

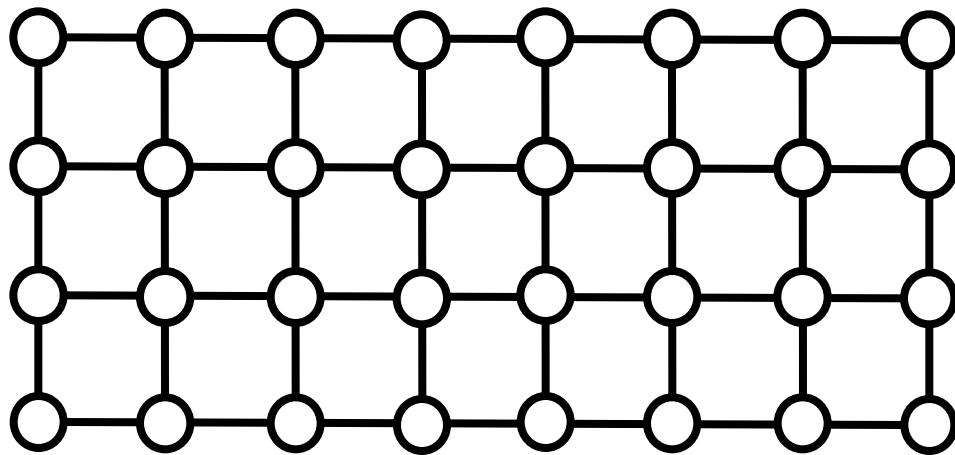


# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル



# 測定型量子計算 $\supset$ 量子回路モデル

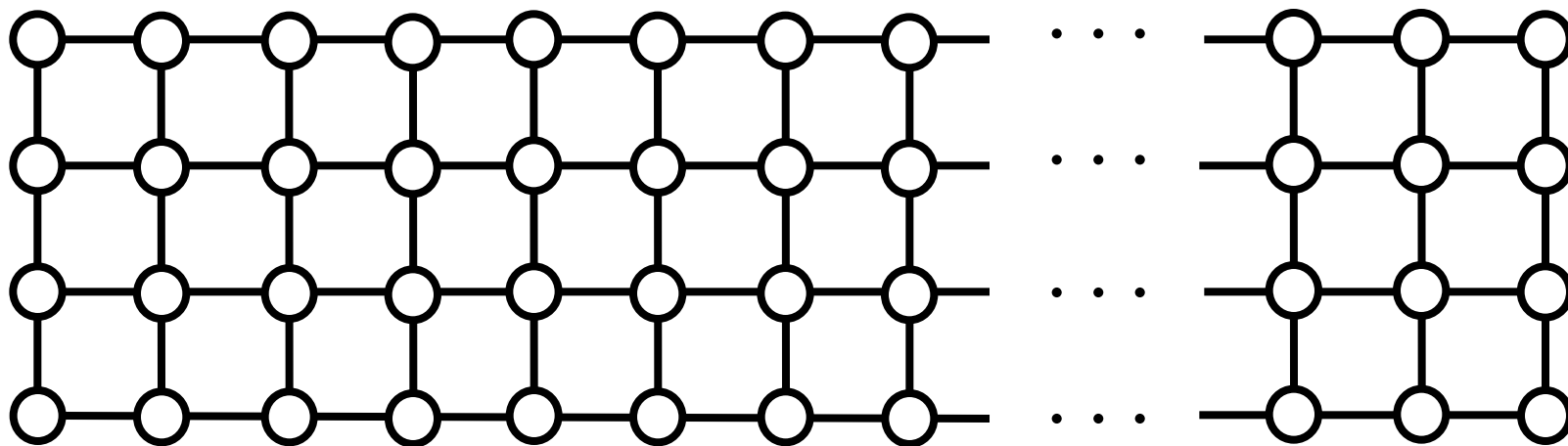
もっと多入力で長い測定型量子計算をするために...



# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル

もっと多入力で長い測定型量子計算をするために...

計算のステップ数を増やす

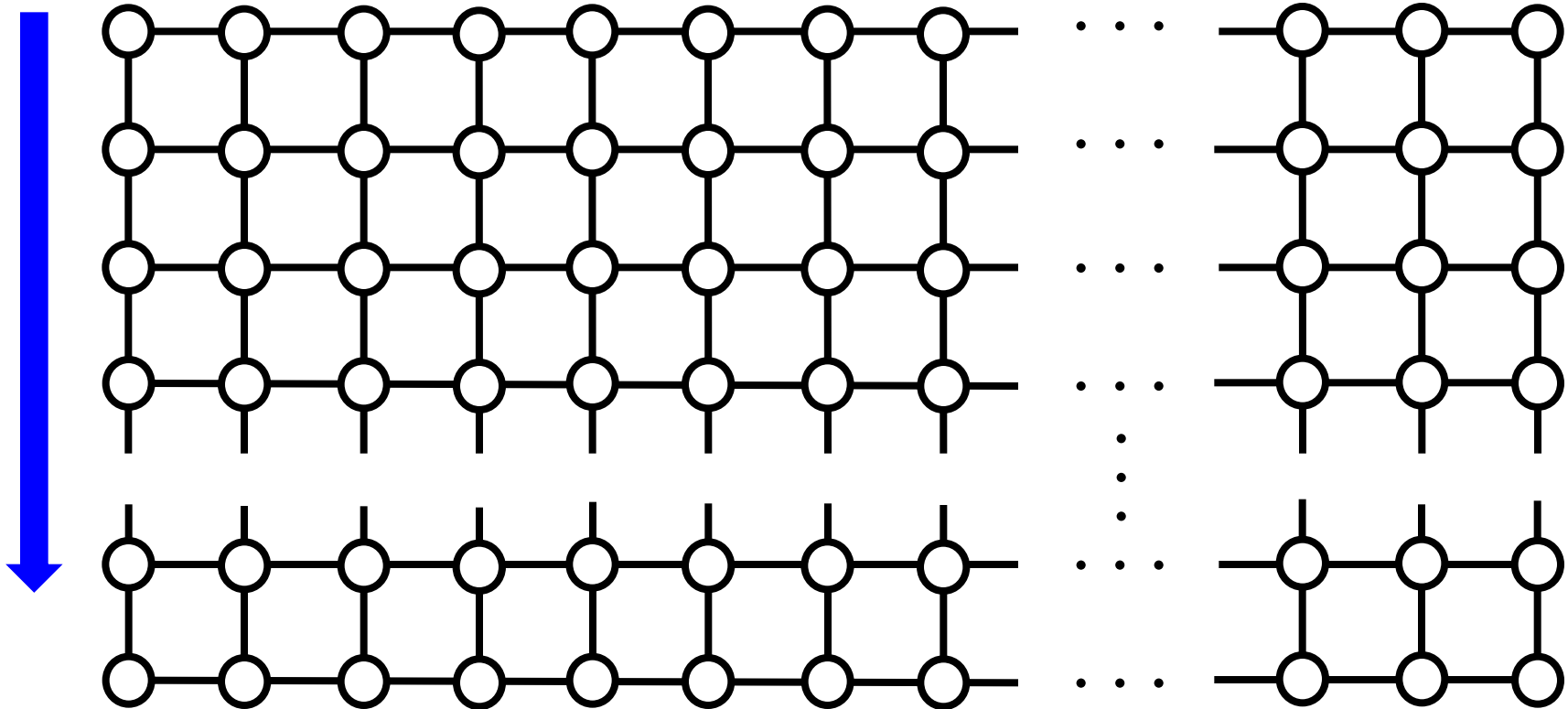


# 測定型量子計算 $\supseteq$ 量子回路モデル

もっと多入力で長い測定型量子計算をするために...

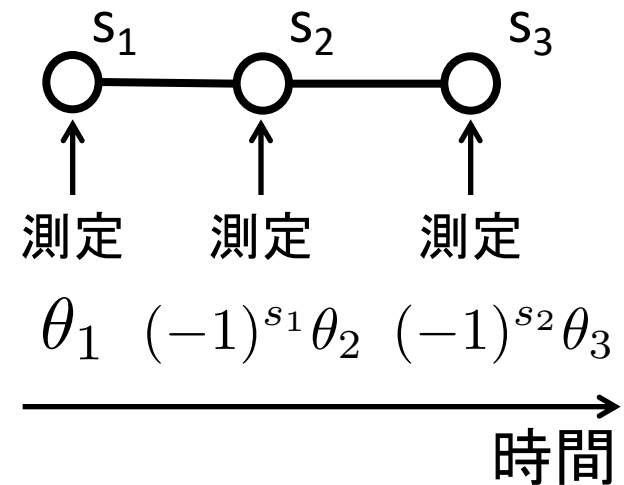
入力qubit数を  
増やす

計算のステップ数を増やす

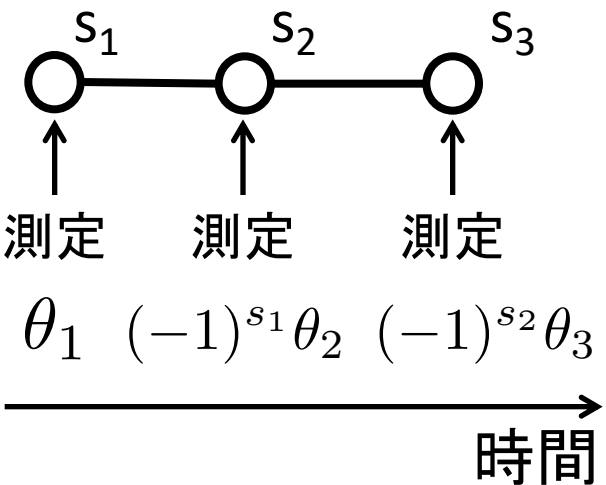




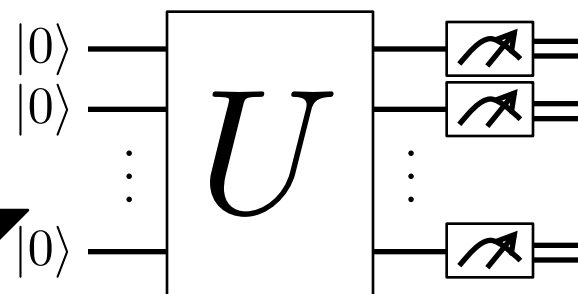
# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル



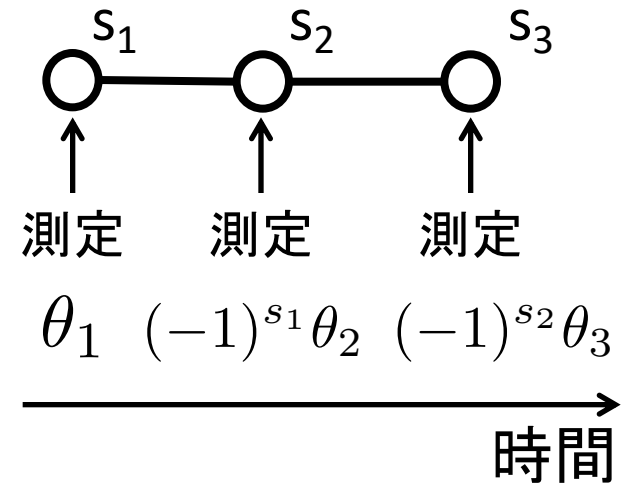
# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル



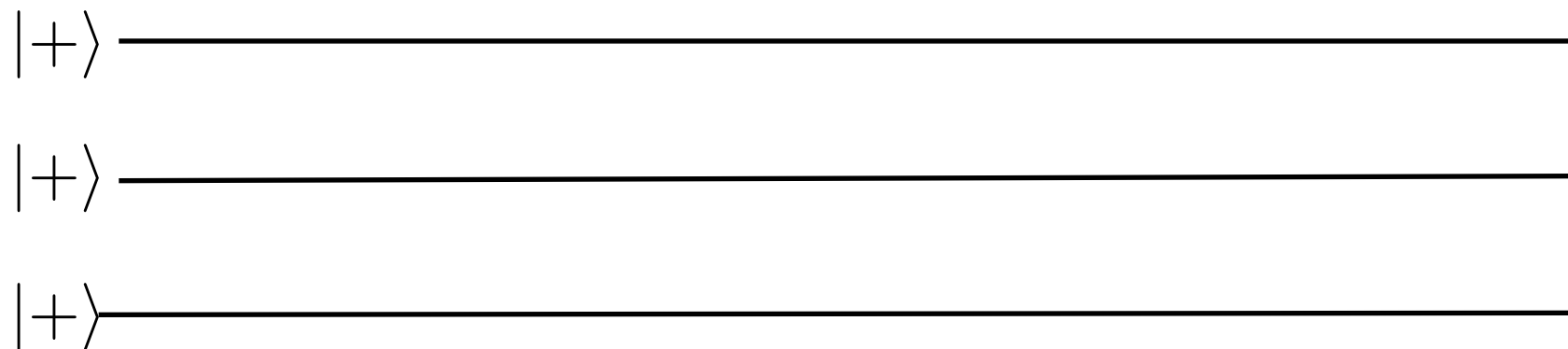
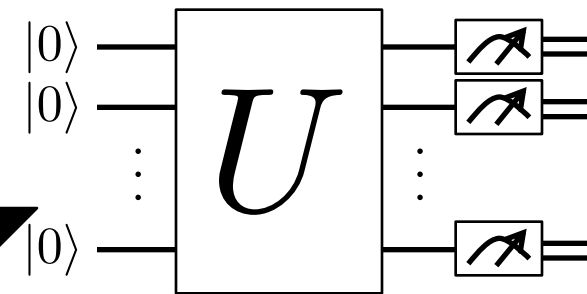
量子回路モデル  
に変換



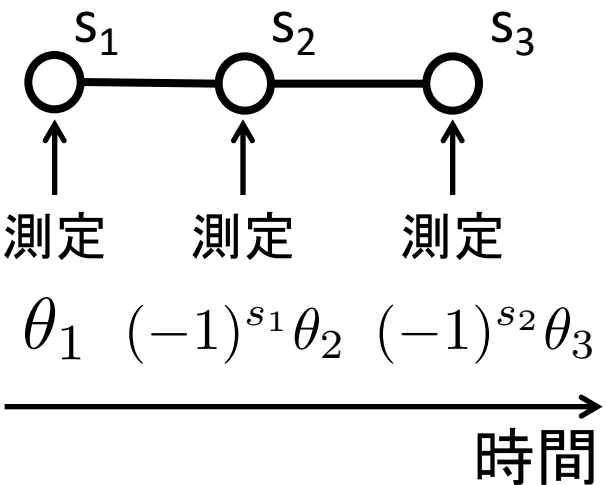
# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル



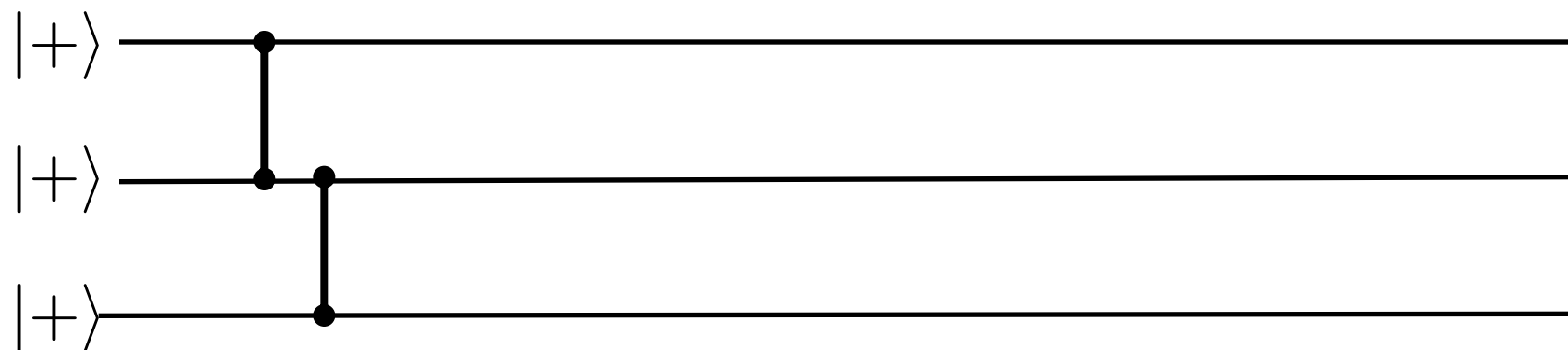
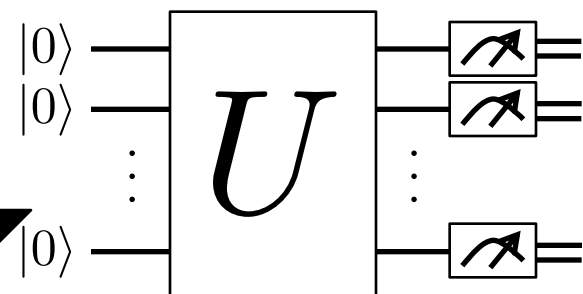
量子回路モデル  
に変換



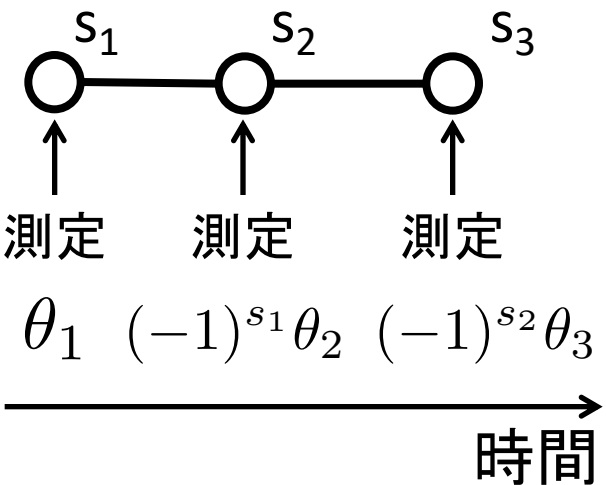
# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル



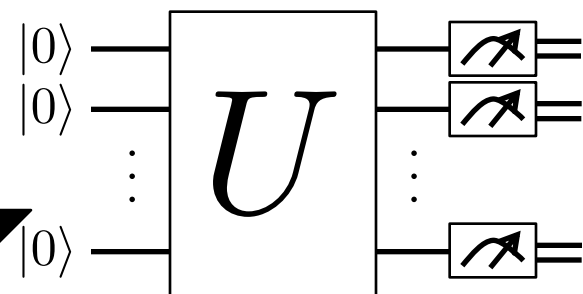
量子回路モデル  
に変換



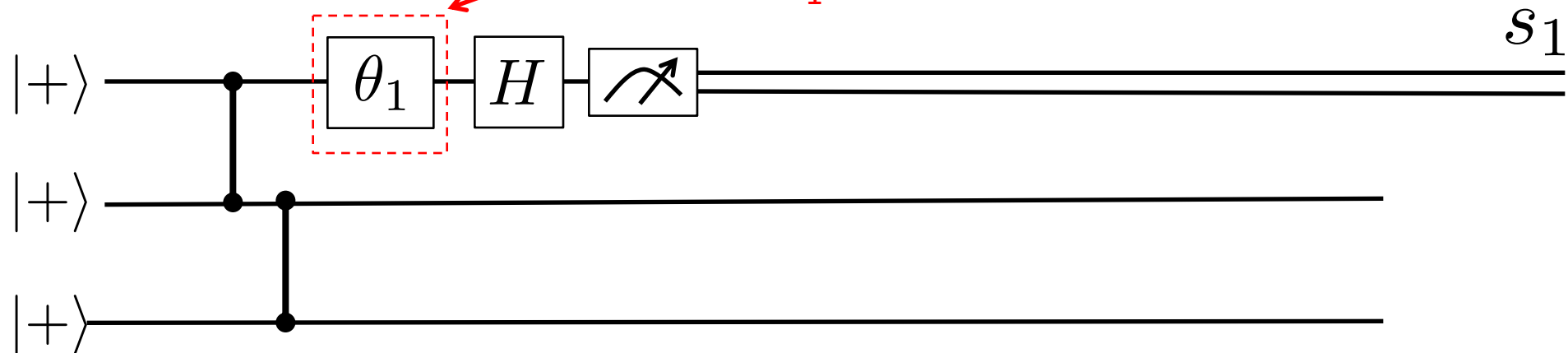
# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル



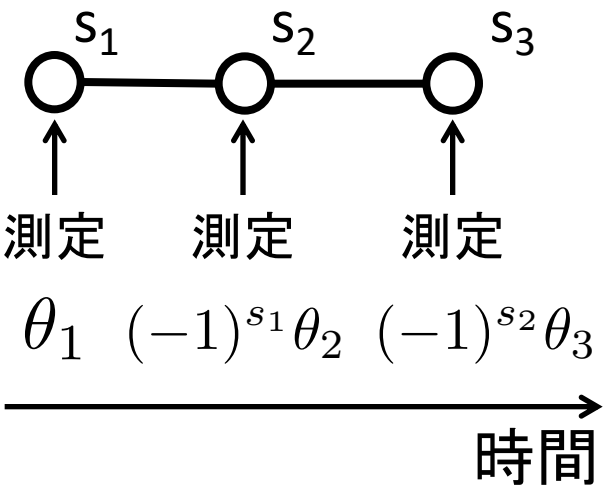
量子回路モデル  
に変換



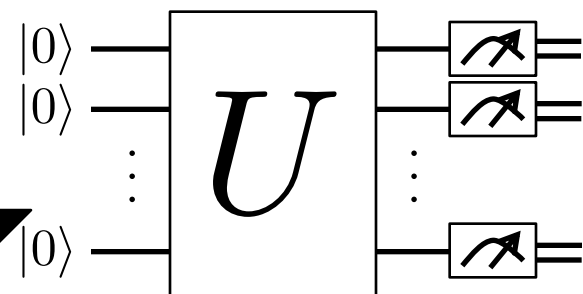
$z$ 軸周りの $\theta_1$ 回転



# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル

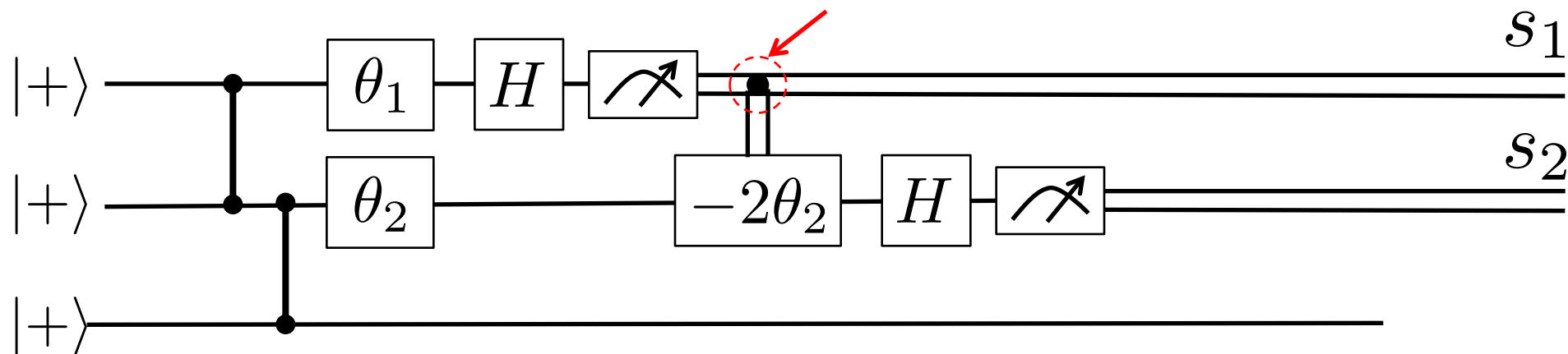


量子回路モデル  
に変換

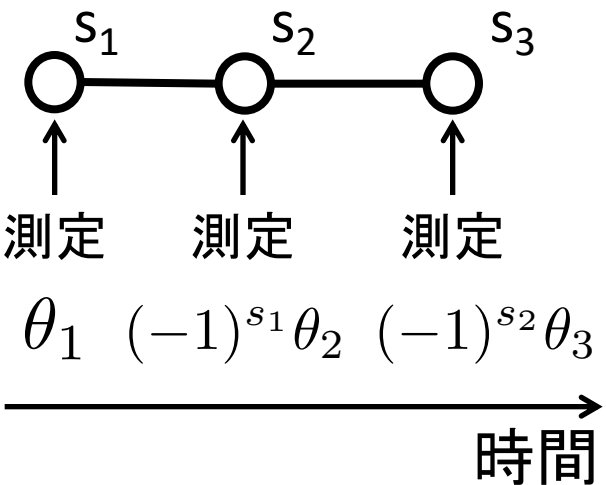


古典制御

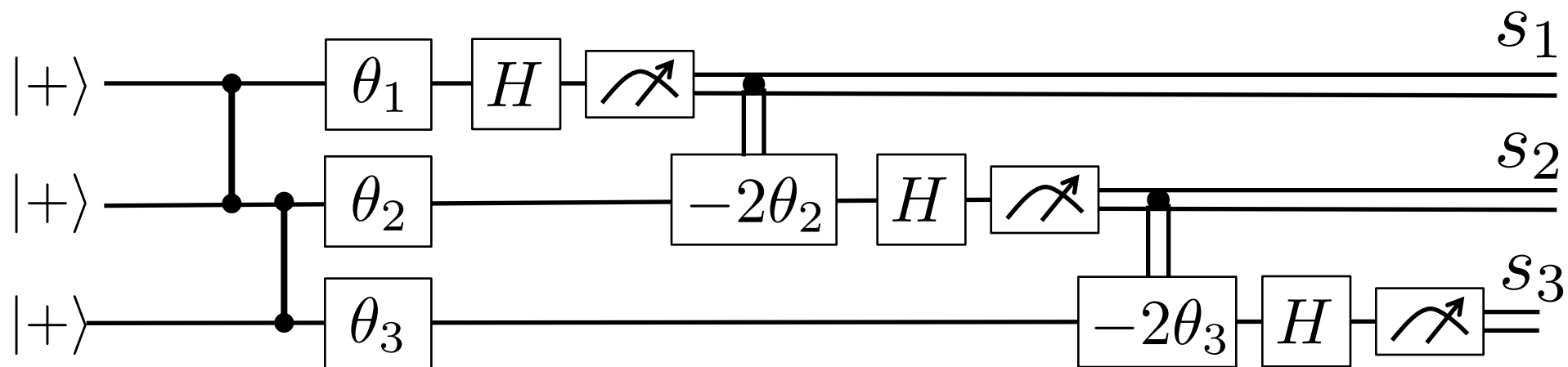
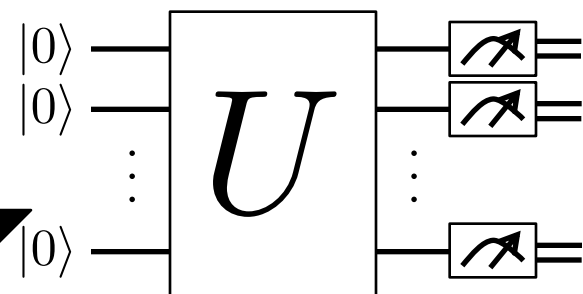
( $s_1=1$ の時だけz軸周りに $-2\theta_2$ 回す)



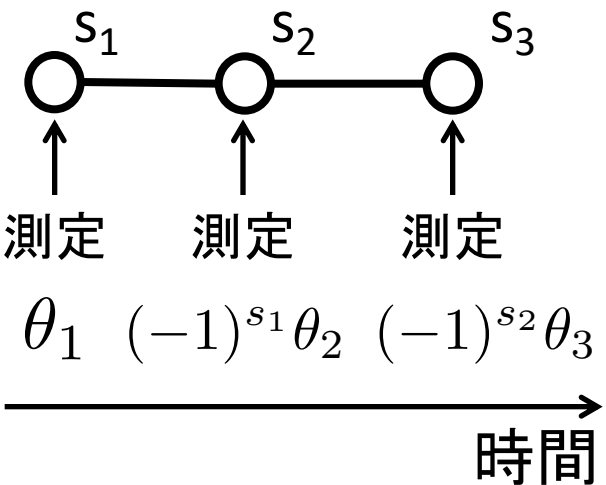
# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル



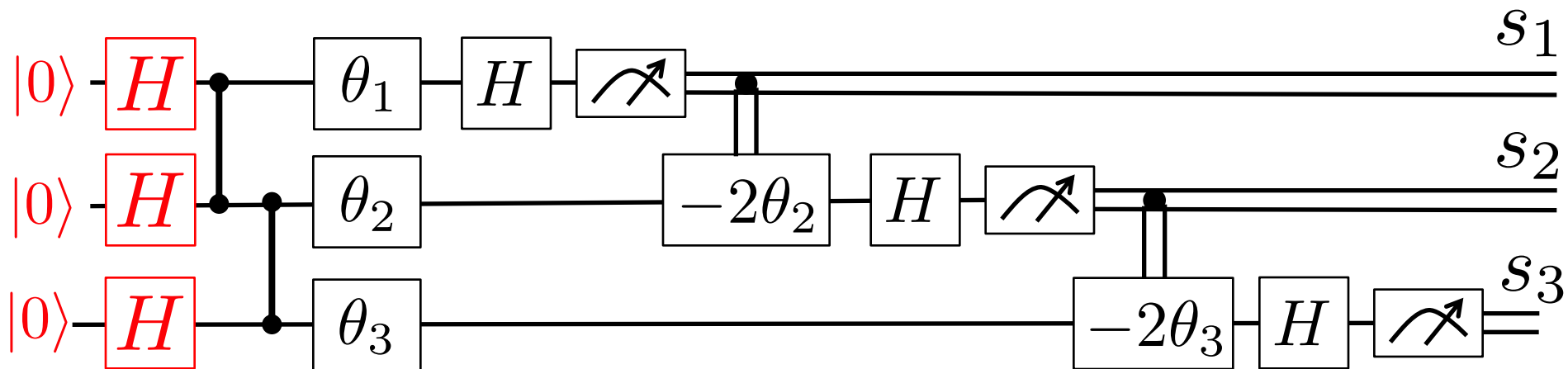
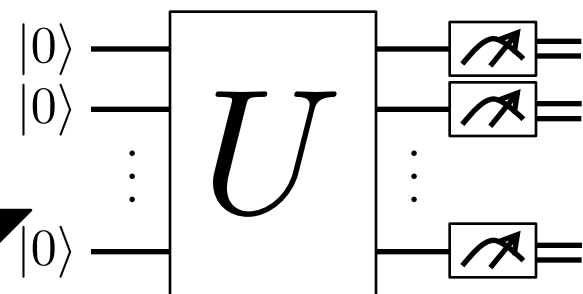
量子回路モデル  
に変換



# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル

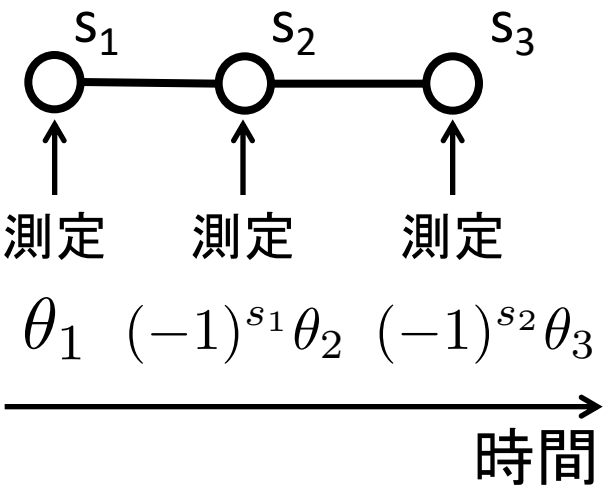


量子回路モデル  
に変換

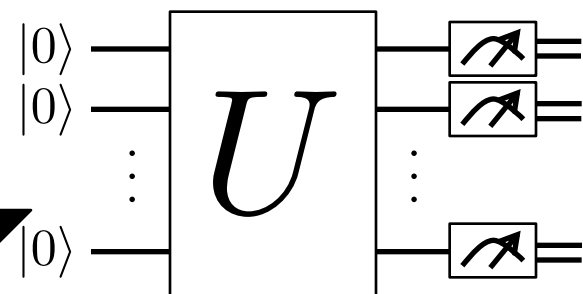




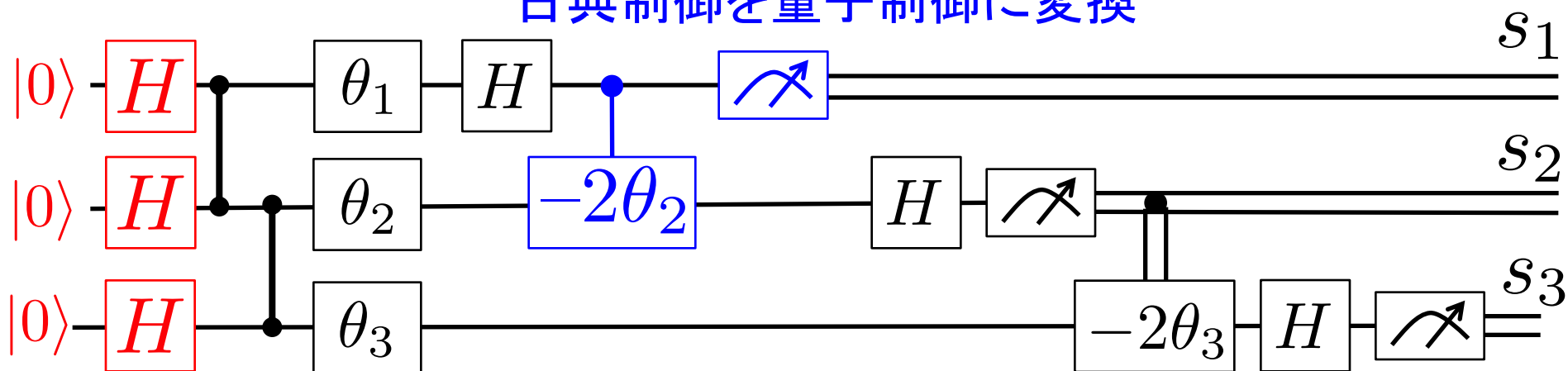
# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル



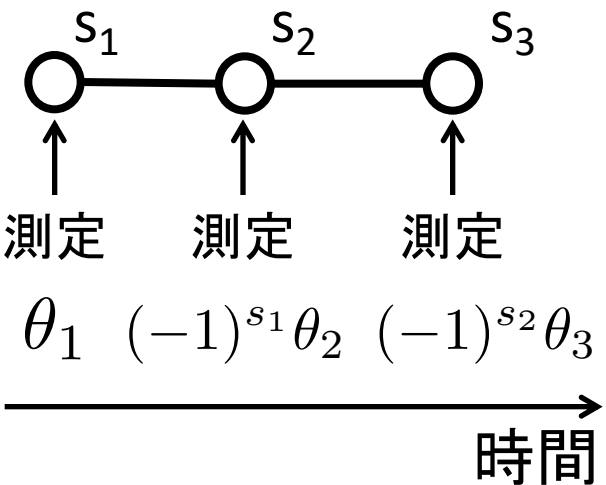
量子回路モデル  
に変換



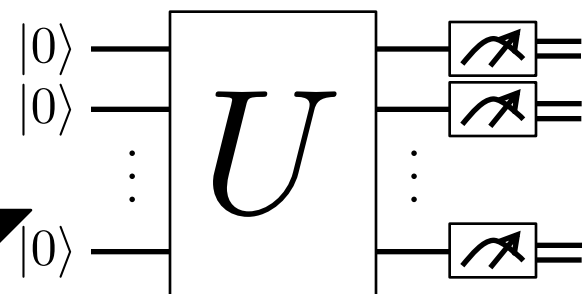
古典制御を量子制御に変換



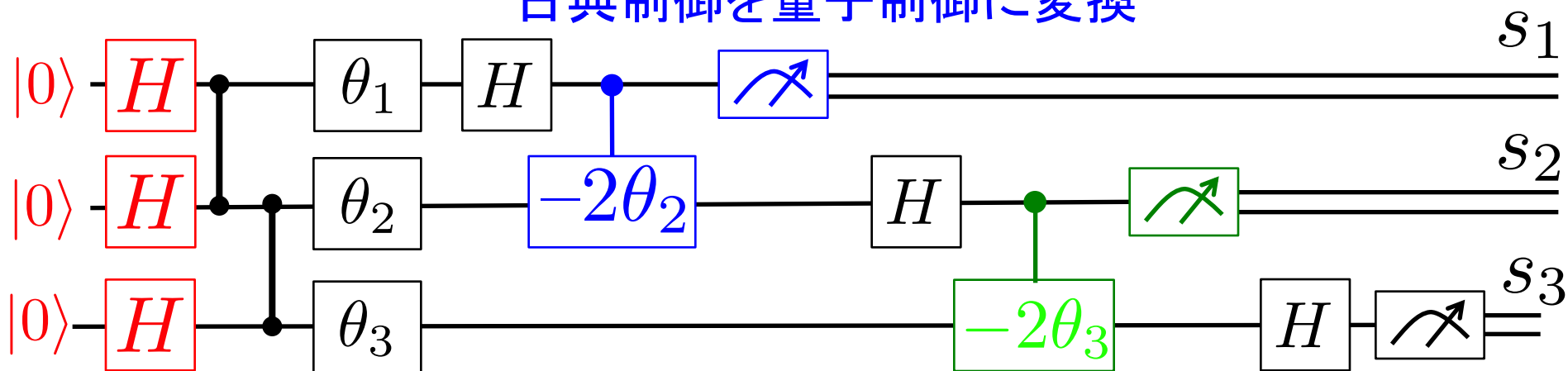
# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル



量子回路モデル  
に変換



古典制御を量子制御に変換



# 測定型量子計算 $\subseteq$ 量子回路モデル

同様の変換は、任意の測定型量子計算、つまり

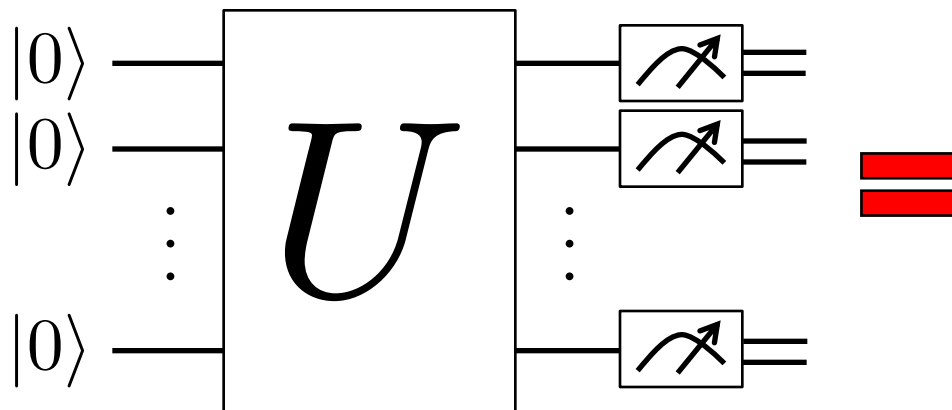
- 任意のグラフ状態
  - 任意の1-qubit(適応的)測定のパターン
- に対して行える。

# 測定型量子計算 = 量子回路モデル

同様の変換は、任意の測定型量子計算、つまり

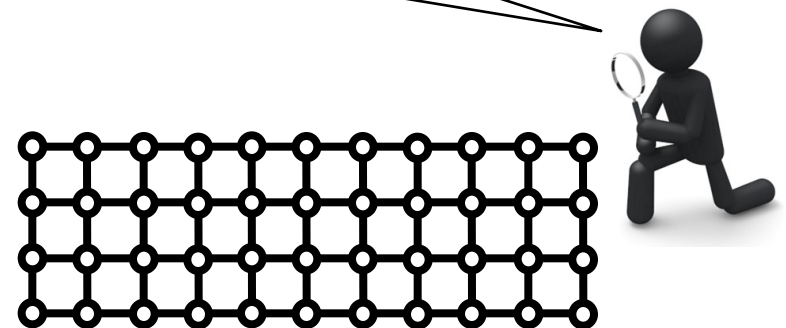
- 任意のグラフ状態
  - 任意の1-qubit(適応的)測定のパターン
- に対して行える。

## 量子回路モデル



## 測定型量子計算

- x-y平面の(適応的な)測定
- パウリZ測定



# 参考文献

ここまでの内容は、主に以下の論文の結果:

- [1] H. J. Briegel and R. Raussendorf, Phys. Rev. Lett. **86**, 910 (2001).
- [2] R. Raussendorf and H. J. Briegel, Phys. Rev. Lett. **86**, 5188 (2001).
- [3] R. Raussendorf, D. E. Browne, and H. J. Briegel, Phys. Rev. A **68**, 022312 (2003).
- [4] D. Gottesman and I. L. Chuang, Nature (London) **402**, 390 (1999).
- [5] D. Gottesman, arXiv:quant-ph/9705052 (1997).

# 測定型量子計算 = 量子回路モデル

同様の変換は、任意の測定型量子計算、つまり

- 任意のグラフ状態
  - 任意の1-qubit(適応的)測定のパターン
- に対して行える。

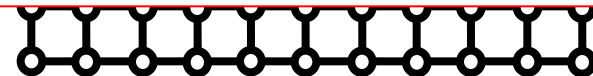
量子回路モデル



測定型量子計算

- x-y平面の(適応的な)測定
- パウリZ測定

同じ計算能力なのに、  
何故、異なるモデルを考えるのか？



# 目次

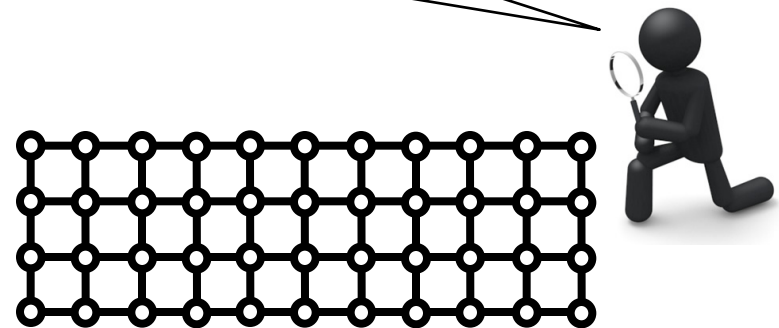
1. どんな量子状態を準備すれば良いのか？

2. どういう風に測定すれば良いのか？

3. 量子回路モデルとの等価性

4. 測定型量子計算の応用

- x-y平面の(適応的な)測定
  - パウリZ測定

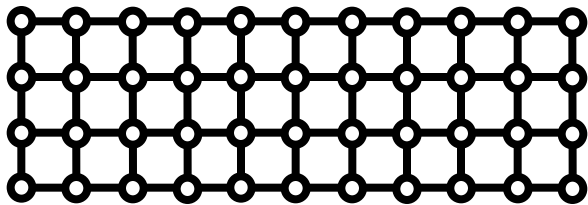


クラスター状態の生成 + x-y平面の測定、パウリZ測定

# 測定型量子計算の応用

## 測定型量子計算の手順

ステップ1: 量子状態の準備 → ステップ2: 状態の1-qubit測定

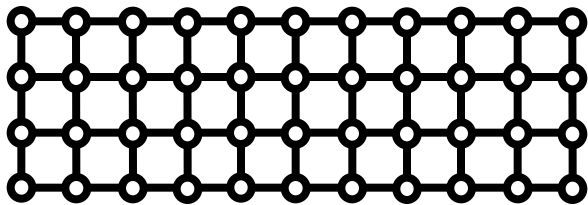




# 測定型量子計算の応用

## 測定型量子計算の手順

ステップ1: 量子状態の準備 → ステップ2: 状態の1-qubit測定



- 2量子ビット操作が必要
- 計算内容に無依存

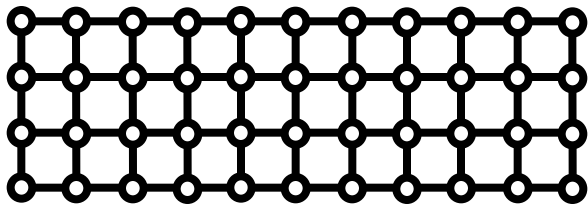


- 1量子ビット操作のみ
- 計算内容に依存

# 測定型量子計算の応用

## 測定型量子計算の手順

ステップ1: 量子状態の準備 → ステップ2: 状態の1-qubit測定



- 2量子ビット操作が必要
- 計算内容に無依存



- 1量子ビット操作のみ
- 計算内容に依存

量子回路モデルでは、

- 1, 2量子ビット操作の順序はごちゃ混ぜ
- 計算内容に無依存な場所が(一般的に)無い

# 測定型量子計算の応用

測定型量子計算は、様々な新しい視点を我々に与えてくれる。  
例えば、以下のような研究に応用されている。

- ブラインド量子計算(安全なクラウド量子計算)
  - 物性物理(e.g., 分配関数)と量子計算の関連
  - 量子スプレマシー(量子計算の古典計算に対する優位性)
  - リソース理論(量子計算に有用な量子状態は何か?)
  - 量子エラー訂正
  - 量子計算量理論
  - 量子計算の検証
  - 量子計算の物理実装
- etc...

# 測定型量子計算の応用

測定型量子計算は、様々な新しい視点を我々に与えてくれる。  
例えば、以下のような研究に応用されている。

- ブラインド量子計算(安全なクラウド量子計算)
  - 物性物理(e.g., 分配関数)と量子計算の関連
  - 量子スプレマシー(量子計算の古典計算に対する優位性)
  - **リソース理論(量子計算に有用な量子状態は何か?)**
  - 量子エラー訂正
  - 量子計算量理論
  - 量子計算の検証
  - 量子計算の物理実装
- etc...

# リソース理論

リソース理論・・・どれだけのリソースがあれば良いのか？

フリーな操作 + リソースの消費 = 行いたい情報処理

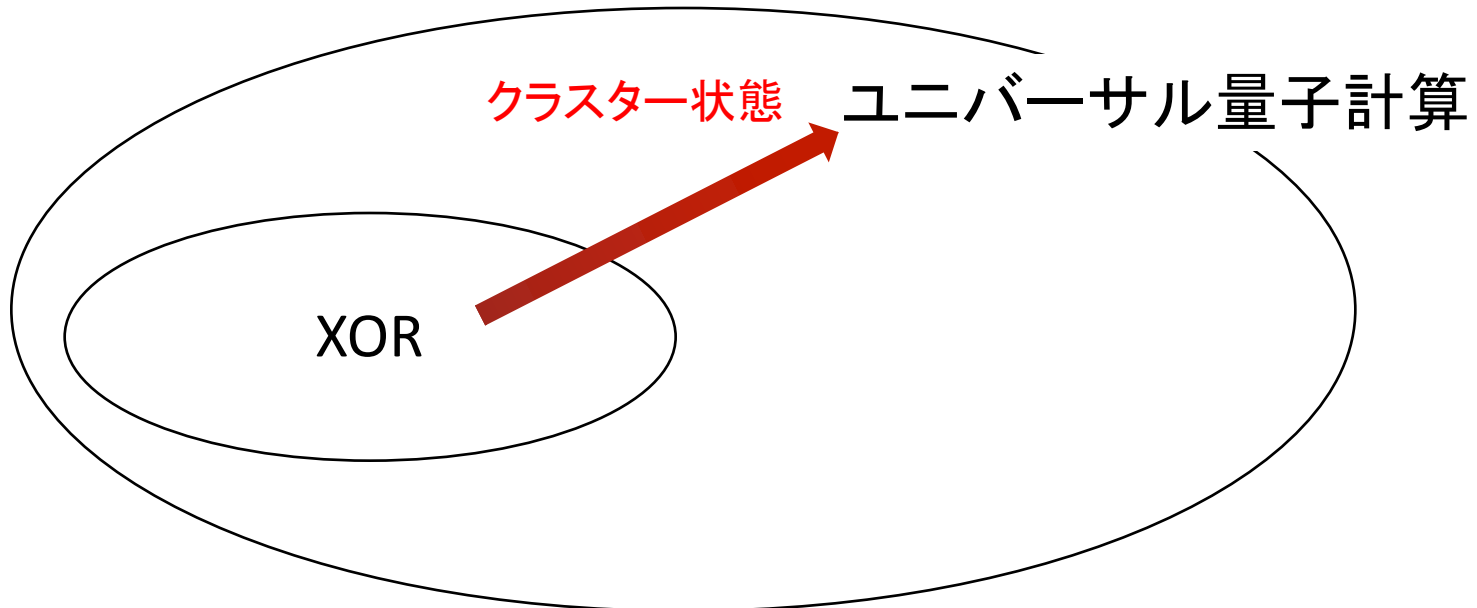
# リソース理論

リソース理論・・・どれだけのリソースがあれば良いのか？

フリーな操作 + リソースの消費 = 行いたい情報処理

例) 測定型量子計算の場合

古典計算(XORで充分) + クラスタ状態 = ユニバーサル量子計算



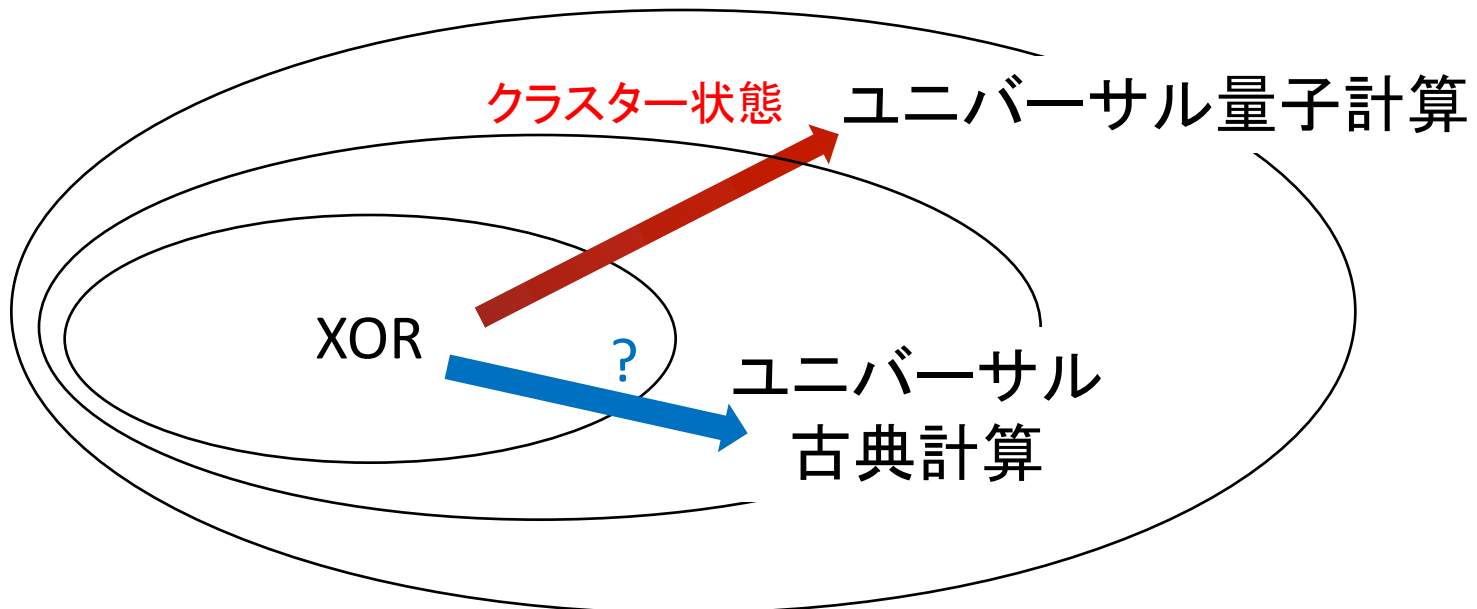
# リソース理論

リソース理論・・・どれだけのリソースがあれば良いのか？

フリーな操作 + リソースの消費 = 行いたい情報処理

例) 測定型量子計算の場合

古典計算(XORで充分) + クラスタ状態 = ユニバーサル量子計算



# 測定型古典計算

## ユニバーサル古典計算

XOR + AND

AND

input $(a, b)$	output $(a \wedge b)$
$(0, 0)$	0
$(0, 1)$	0
$(1, 0)$	0
$(1, 1)$	1



# 測定型古典計算

## ユニバーサル古典計算

XOR + AND

これを作りたい!!

AND	input $(a, b)$	output $(a \wedge b)$
	$(0, 0)$	0
	$(0, 1)$	0
	$(1, 0)$	0
	$(1, 1)$	1

# 測定型古典計算

ユニバーサル古典計算

XOR + AND

これを作りたい!!

GHZ(Greenberger-Horne-Zeillinger)状態

AND

input $(a, b)$	output $(a \wedge b)$
$(0, 0)$	0
$(0, 1)$	0
$(1, 0)$	0
$(1, 1)$	1



# 測定型古典計算

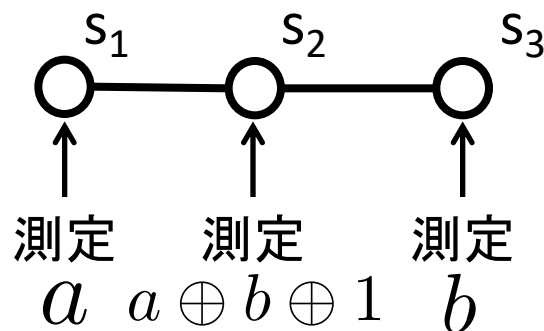
## ユニバーサル古典計算

XOR + AND

これを作りたい!!

AND	input $(a, b)$	output $(a \wedge b)$
	$(0, 0)$	0
	$(0, 1)$	0
	$(1, 0)$	0
	$(1, 1)$	1

## GHZ(Greenberger-Horne-Zeillinger)状態



$0 \rightarrow$  Z測定  
 $1 \rightarrow$  X測定( $\theta=0$ )

# 測定型古典計算

## ユニバーサル古典計算

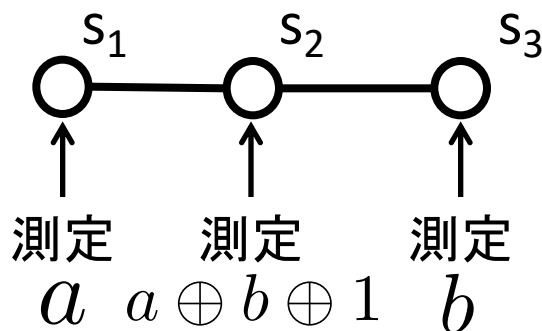
XOR + AND

これを作りたい!!

AND

input $(a, b)$	output $(a \wedge b)$
$(0, 0)$	0
$(0, 1)$	0
$(1, 0)$	0
$(1, 1)$	1

## GHZ(Greenberger-Horne-Zeillinger)状態



0 → Z測定

1 → X測定( $\theta=0$ )

$$s_1 \oplus s_2 \oplus s_3 = a \wedge b$$

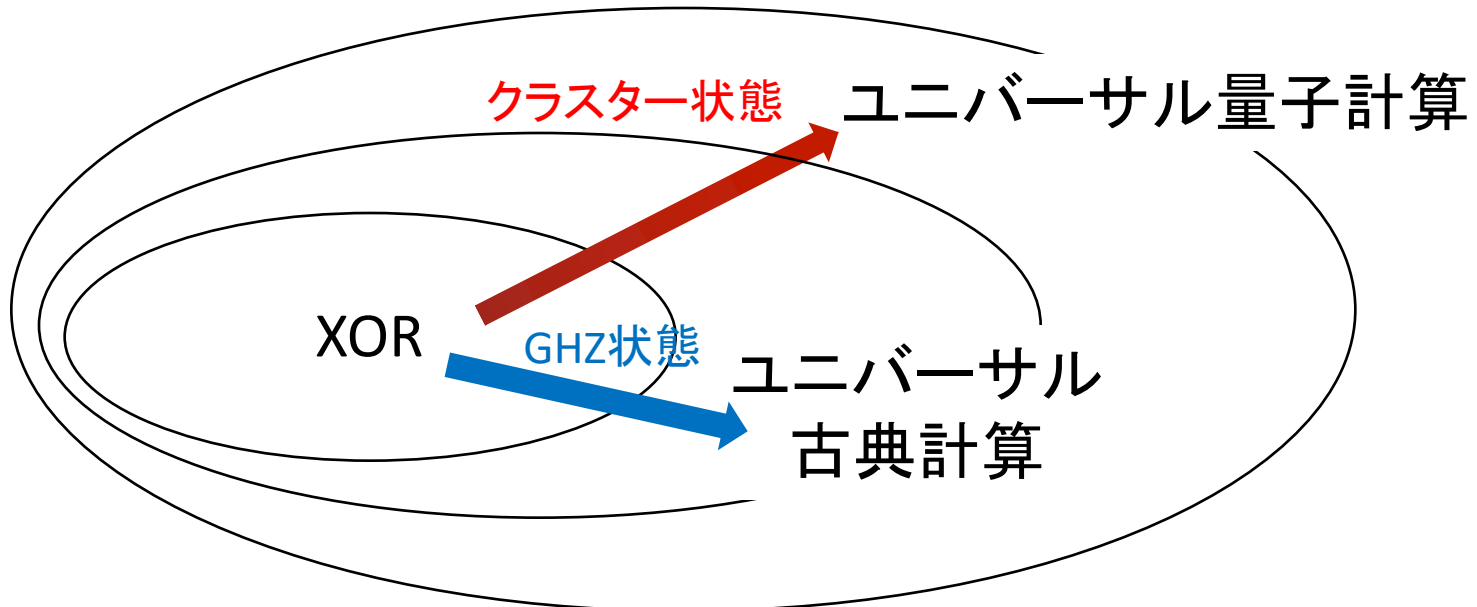
# リソース理論

リソース理論・・・どれだけのリソースがあれば良いのか？

フリーな操作 + リソースの消費 = 行いたい情報処理

例) 測定型量子計算の場合

古典計算(XORで充分) + クラスタ状態 = ユニバーサル量子計算



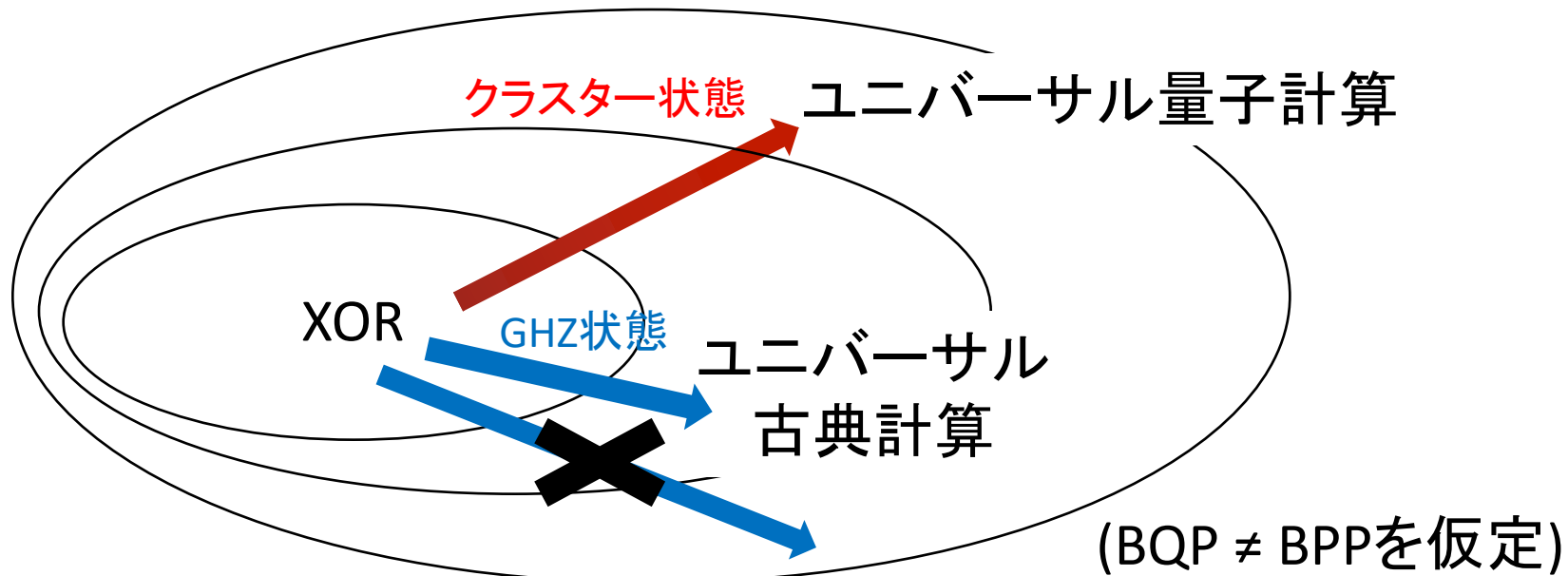
# リソース理論

リソース理論・・・どれだけのリソースがあれば良いのか？

フリーな操作 + リソースの消費 = 行いたい情報処理

例) 測定型量子計算の場合

古典計算(XORで充分) + クラスタ状態 = ユニバーサル量子計算



# 測定型量子計算の応用

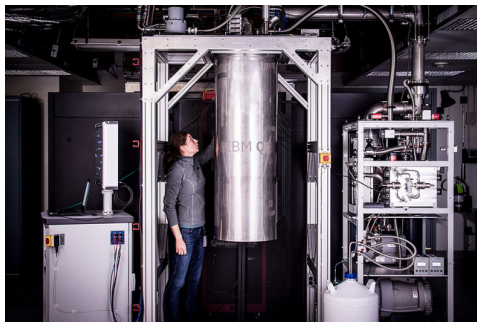
測定型量子計算は、様々な新しい視点を我々に与えてくれる。  
例えば、以下のような研究に応用されている。

- **ブラインド量子計算(安全なクラウド量子計算)**
  - 物性物理(e.g., 分配関数)と量子計算の関連
  - 量子スプレマシー(量子計算の古典計算に対する優位性)
  - リソース理論(量子計算に有用な量子状態は何か?)
  - 量子エラー訂正
  - 量子計算量理論
  - 量子計算の検証
  - 量子計算の物理実装
- etc...

# ブラインド量子計算

計算内容を漏洩することなく、量子計算を委託したい  
(クラウドコンピューティング)

量子サーバ



[IBM]

量子計算を遠隔地の  
サーバに委託する



答えを送る



クライアント  
(顧客)

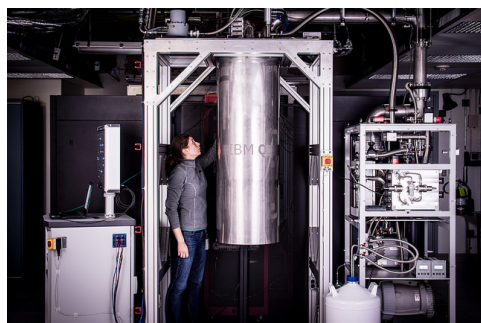




# ブラインド量子計算

計算内容を漏洩することなく、量子計算を委託したい  
(クラウドコンピューティング)

量子サーバ



[IBM]

量子計算を遠隔地の  
サーバに委託する



答えを送る



クライアント  
(顧客)



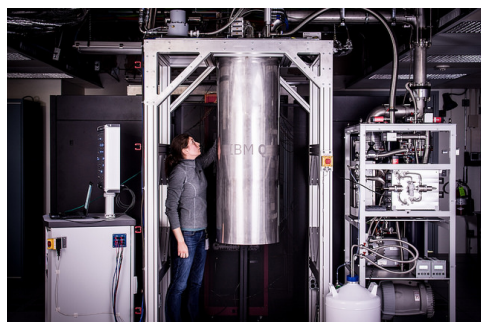
どの量子アルゴリズムを  
使うかは秘密にしたい

# ブラインド量子計算

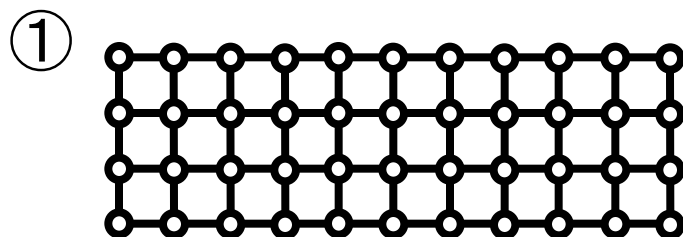
[T. Morimae and K. Fujii, Phys. Rev. A **87**, 050301(R) (2013).]

計算内容を漏洩することなく、量子計算を委託したい  
(クラウドコンピューティング)

量子サーバ



[IBM]



クラスタ状態の形は  
量子アルゴリズムに**無依存!!**

クライアント  
(顧客)

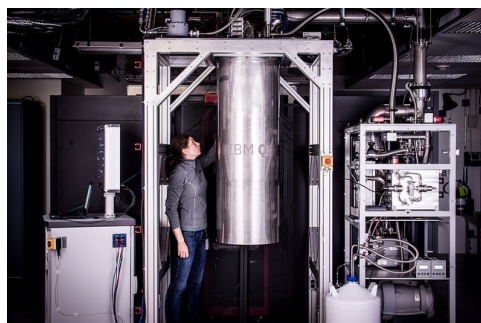


# ブラインド量子計算

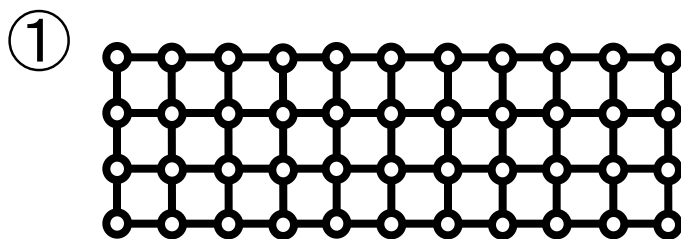
[T. Morimae and K. Fujii, Phys. Rev. A **87**, 050301(R) (2013).]

計算内容を漏洩することなく、量子計算を委託したい  
(クラウドコンピューティング)

量子サーバ



[IBM]



クラスター状態の形は  
量子アルゴリズムに**無依存!!**

クライアント  
(顧客)



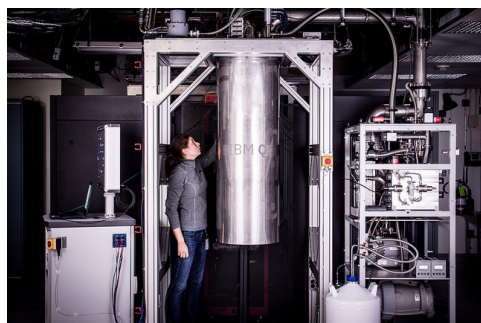
②測定する

# ブラインド量子計算

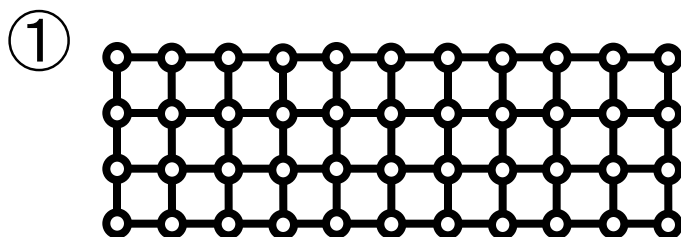
[T. Morimae and K. Fujii, Phys. Rev. A **87**, 050301(R) (2013).]

計算内容を漏洩することなく、量子計算を委託したい  
(クラウドコンピューティング)

量子サーバ



[IBM]



クラスタ状態の形は  
量子アルゴリズムに**無依存!!**

クライアント  
(顧客)



②測定する

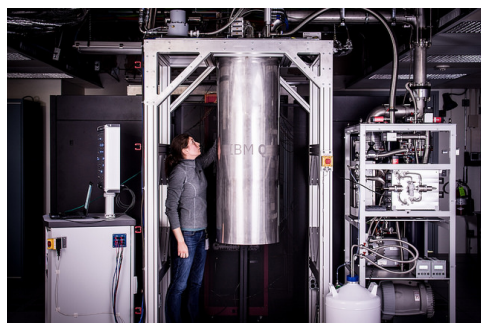
クライアントは単一qubitの測定だけで量子計算が出来る

# ブラインド古典計算

[V. Dunjko, T. Kapourniotis, and E. Kashefi, Quantum Inf. Comput. 16, 61 (2016).]

計算内容を漏洩することなく、古典計算を委託したい  
(クラウドコンピューティング)

量子サーバ



[IBM]

①



クライアント  
(顧客)



②測定する

# 測定型量子計算の応用

測定型量子計算は、様々な新しい視点を我々に与えてくれる。  
例えば、以下のような研究に応用されている。

- ブラインド量子計算(安全なクラウド量子計算)
  - 物性物理(e.g., 分配関数)と量子計算の関連
  - 量子スプレマシー(量子計算の古典計算に対する優位性)
  - リソース理論(量子計算に有用な量子状態は何か?)
  - 量子エラー訂正
  - 量子計算量理論
  - 量子計算の検証
  - 量子計算の物理実装
- etc...