

# 超新星爆発の 物理

基礎物理学研究所  
関口雄一郎

# Table of Contents

□0: イントロダクション

□1: 恒星の進化

□1.1: 自己重力系の熱力学

□1.2: 圧力源

□2: 重力崩壊の物理

□2.1: 重力崩壊条件

□2.1.1: 重元素の光分解

□2.1.2: 電子捕獲反応

□2.2: Neutrino trapping

□2.3: コアバウンスと衝撃波生成

□3: 超新星爆発の物理

□3.1: 衝撃波の停滞

□3.2: 衝撃波の復活

□3.2.1: ニュートリノ加熱機構

□3.2.2: 復活条件

□3.2.3: 対流

□3.2.4: Standing Accretion Shock Instability (SASI)

□4: 最近の話題

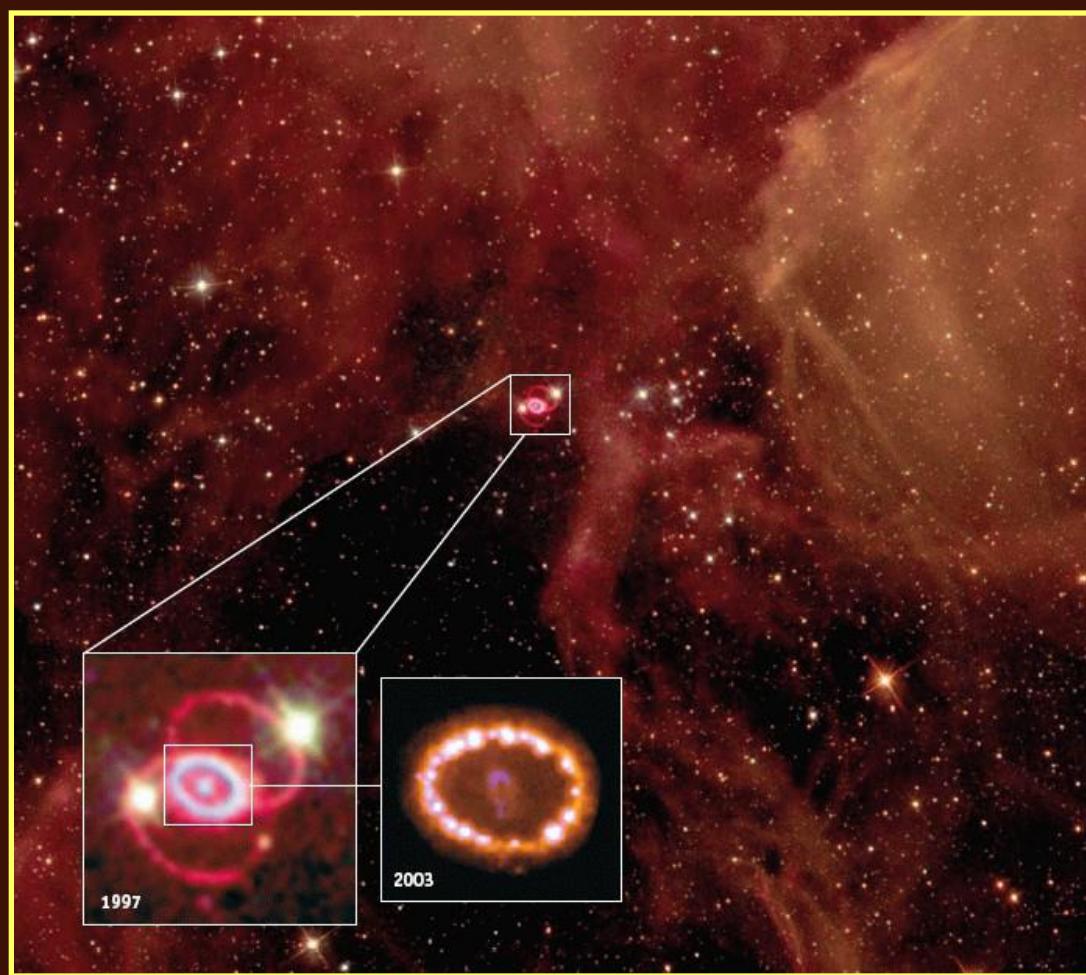
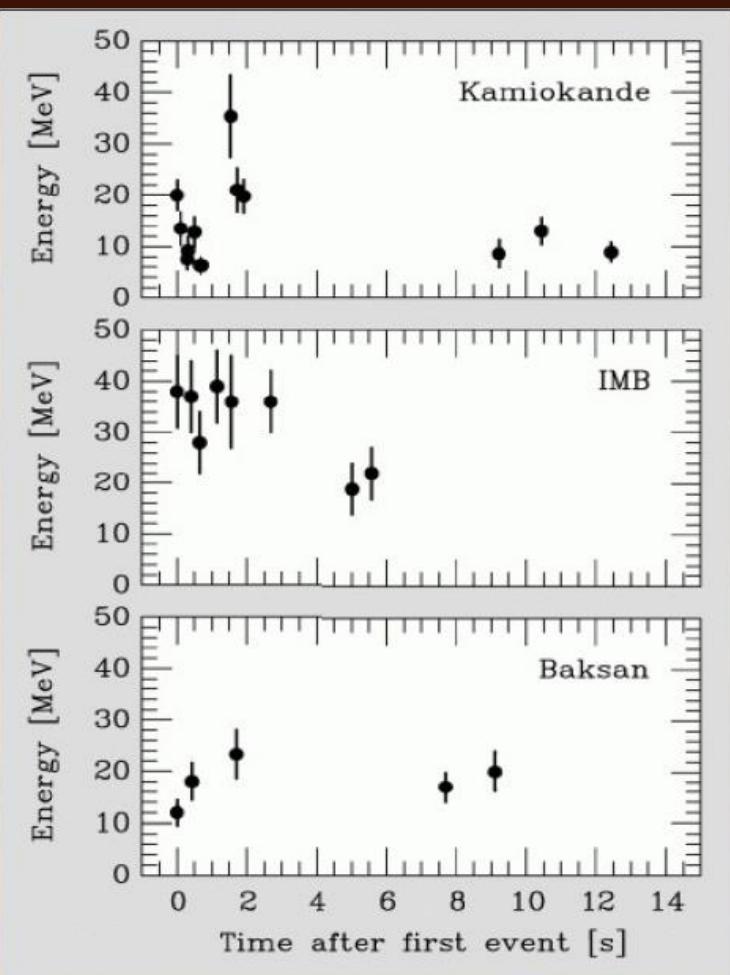
# § 0: Introduction

# 超新星爆発とは？

- 非常に明るい(超)星が、ある日突然現れる(新星)
  - 白色矮星の爆発(Type Ia)
  - 大質量星の重力崩壊(Type Ib, Ic, II : 本講義のトピック)
    - 太陽質量のおよそ8倍以上( $\pm M_{\text{Sun}}$ )の恒星がおこす
    - 上限は金属組成量などに強く依存しよくわかっていない。
- 重力崩壊型超新星爆発の発生頻度(局所銀河群)
  - Galactic rate : ~ 0.5-2.5 per century (Cappellaro et al. 1999)
  - 小マゼラン雲 : ~ 0.065/cy
  - 大マゼラン雲 : ~0.23/cy
  - アンドロメダ(M31) : ~0.21/cy
  - さんかく座銀河(M33) : ~0.16/cy (van den Bergh & Tammann 1991)
  - 局所銀河群で積分すると <~ 3/cy



SN1987A occurred in Large Magellanic Cloud at 51.4 kpc gives us the very basic picture of SN explosion (the first neutrino detection; SN~formation of PNS)  
Progenitor is a blue supergiant

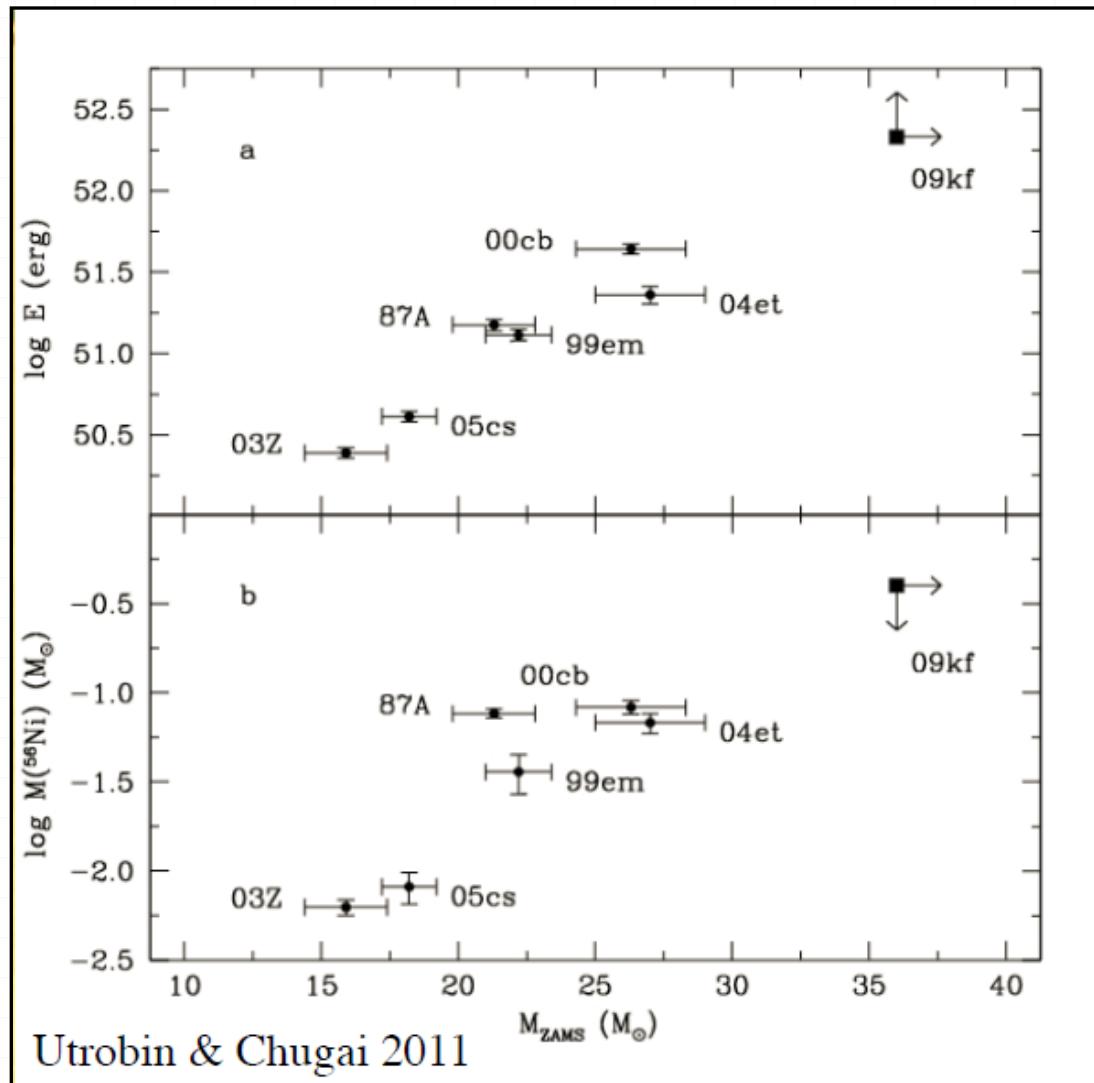


Crab nebula  
中心にパルサーを持つ超新星残骸  
藤原定家「明月記」  
にもその記載が



# 典型的エネルギー

- 超新星爆発～大質量星の中心コアが中性子星になり外層を吹き飛ばす現象
- 解放される重力エネルギー $\sim GM_{\text{NS}}^2/R_{\text{NS}} \sim 10^{53} \text{ erg}$ !
  - $M_{\text{NS}} \sim 1.4 M_{\odot}$
  - $R_{\text{NS}} \sim 10 \text{ km}$
- 重力エネルギーのほとんどすべて(99%)はニュートリノによって運び去られる(SN1987A)
- 典型的爆発エネルギーは $\sim 10^{51} \text{ erg}$
- 電磁波放射は $\sim 10^{49} \text{ erg}$



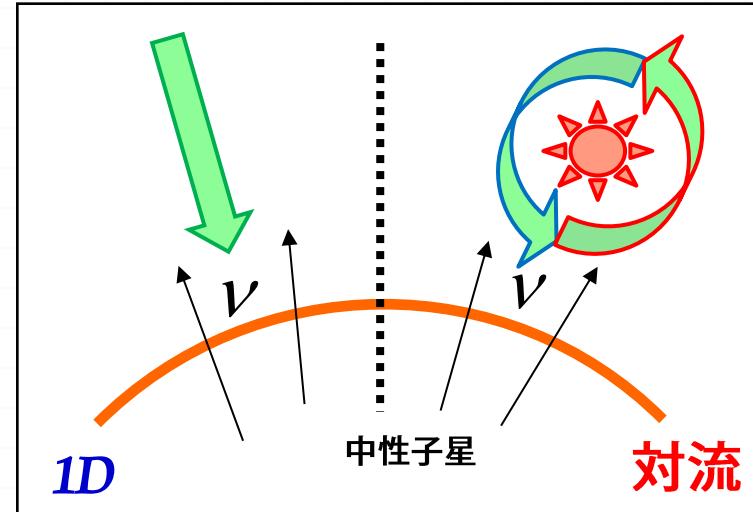
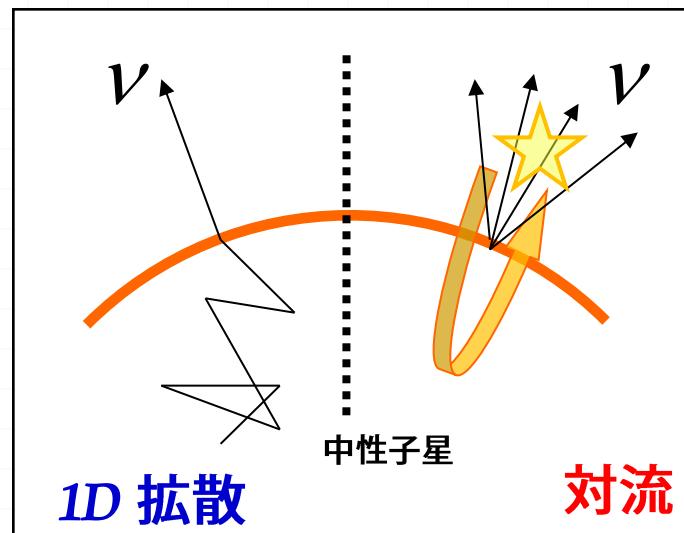
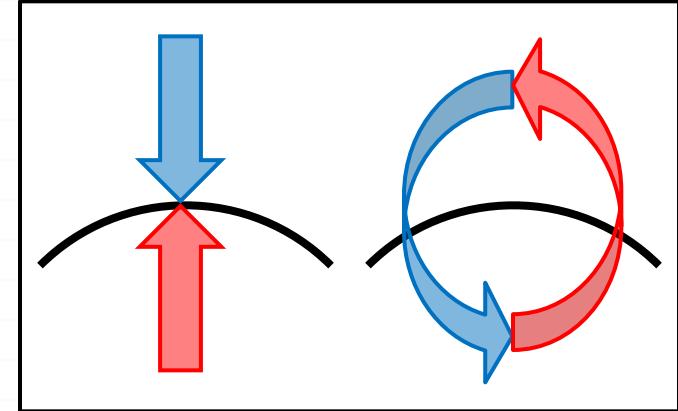
# そもそも自己重力束縛系(全エネルギーは負)

➤ エネルギーを外に輸送する機構が必要不可欠

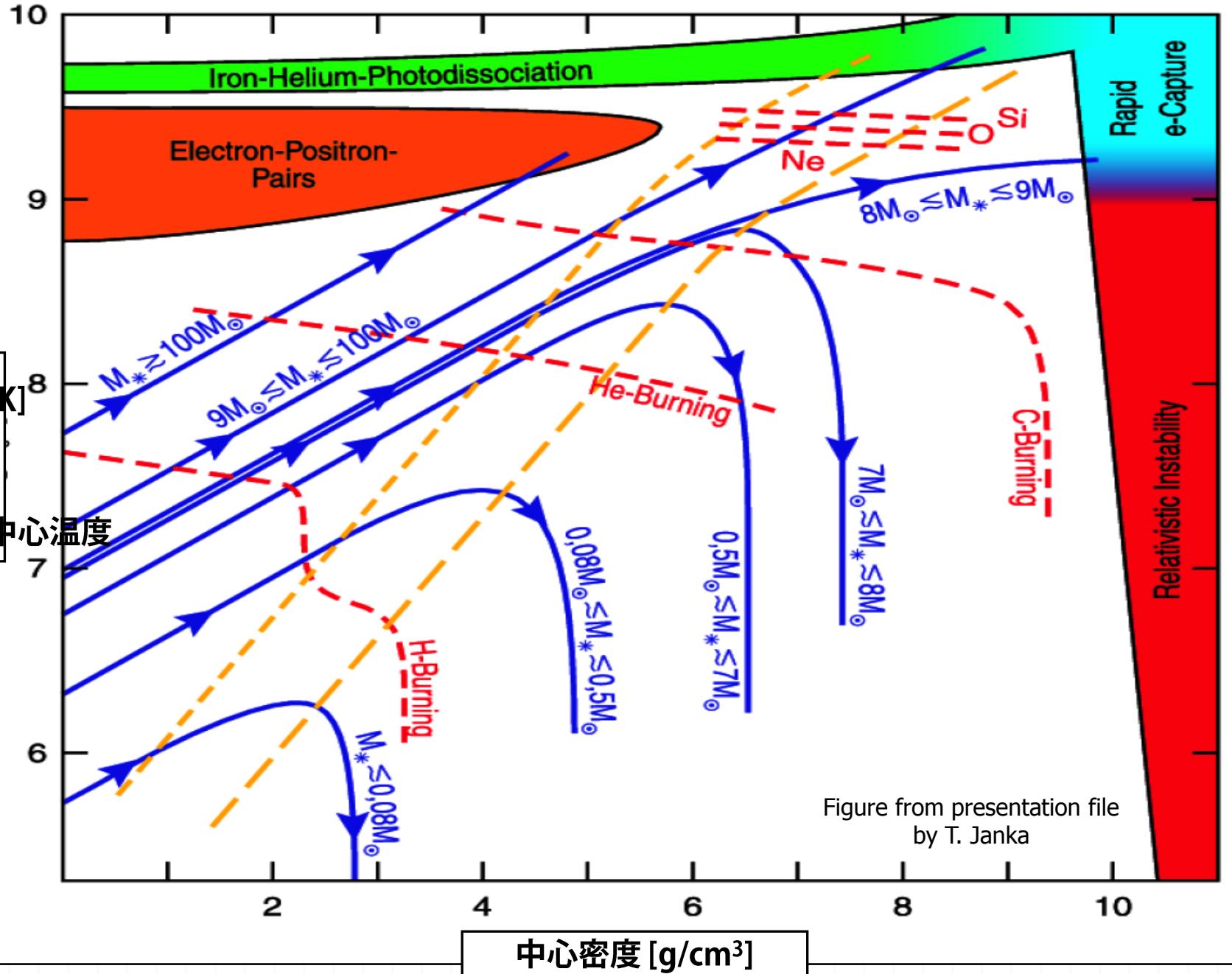
- 対流 / 乱流 (重力; 流体; 磁場)
- 音波 / 衝撃波 (流体; 状態方程式 課題)
- ニュートリノ輻射輸送 (弱い相互作用)

➤ 輸送における次元の問題

- 球対称(空間1次元)では爆発しない



# § 1: 恒星の進化



# 密度温度平面における進化

➤ 静水圧平衡と質量保存の式

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2} \Rightarrow \frac{P}{\rho} \sim \frac{GM}{R} \quad \frac{dM}{dr} = 4\pi\rho r^2 \Rightarrow \rho \sim \frac{M}{R^3}$$

➤ エントロピー, 温度, 密度, 質量, 半径の関係 :

$$T = \frac{\mu m_u}{k_B} \frac{P}{\rho} \sim \frac{\mu m_u}{k_B} \frac{GM}{R} \\ \sim \frac{\mu m_u}{k_B} \frac{GM}{(M/\rho)^{1/3}} \sim \frac{\mu m_u}{k_B} \frac{GM^{2/3}}{\rho^{1/3}}$$

$$s \sim \frac{T^3}{\rho} \sim \frac{P^3}{\rho^4} \sim \left( \frac{\mu m_u}{k_B} \right) G^3 M^2$$

$$P = \frac{\rho}{\mu m_u} k_B T$$

➤ 質量一定(実際には輻射圧による星風で質量を失う):  $T \sim R^{-1}$ ,  $s \sim \text{const}$

➤ 重い恒星ほど高いエントロピーを持ち、相対的に高温・低密度領域を進化する

➤ 同じ中心密度で比べると:  $T \sim M^{2/3}$  (重い恒星ほど温度が高い)

# 自己重力系の熱力学

▶全エネルギー :  $E_{\text{total}} = E_{\text{int}} + E_{\text{grav}}$

$$(\gamma - 1)E_{\text{int}} = \int_0^M \frac{P}{\rho} dM = \int_0^R P 4\pi r^2 dr$$

$$= \left[ \frac{4\pi r^3 P}{3} \right]_0^R - \int_0^R \frac{4\pi r^3}{3} \frac{dP}{dr} dr = \frac{1}{3} \int_0^M \frac{GM}{r} dM = -\frac{1}{3} E_{\text{grav}}$$

$$E_{\text{grav}} = - \int_0^M \frac{GM}{r} dM$$

$$E_{\text{int}} = \int_0^M u dM = \int_0^M \frac{P}{(\gamma - 1)\rho} dM$$

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM\rho}{r^2}$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi\rho r^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_{\text{total}} = \cancel{(3\gamma - 4)} \Delta E_{\text{int}} = \frac{3\gamma - 4}{3\gamma - 3} \Delta E_{\text{grav}}$$

▶ $\gamma > 4/3$ の場合、全エネルギーの【正の変化】に対し、内部エネルギーは【負の方向に変化】する。

▶自己重力系は実効的に【負の比熱】を持つ。

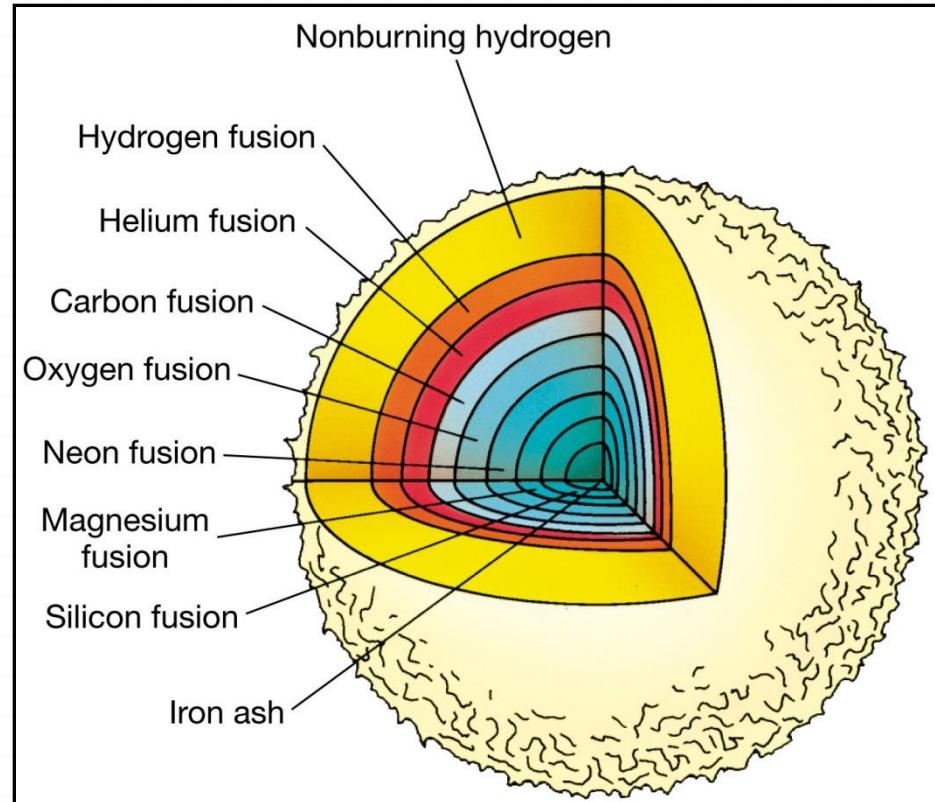
▶熱の出入りに伴う重力に対する仕事のため。

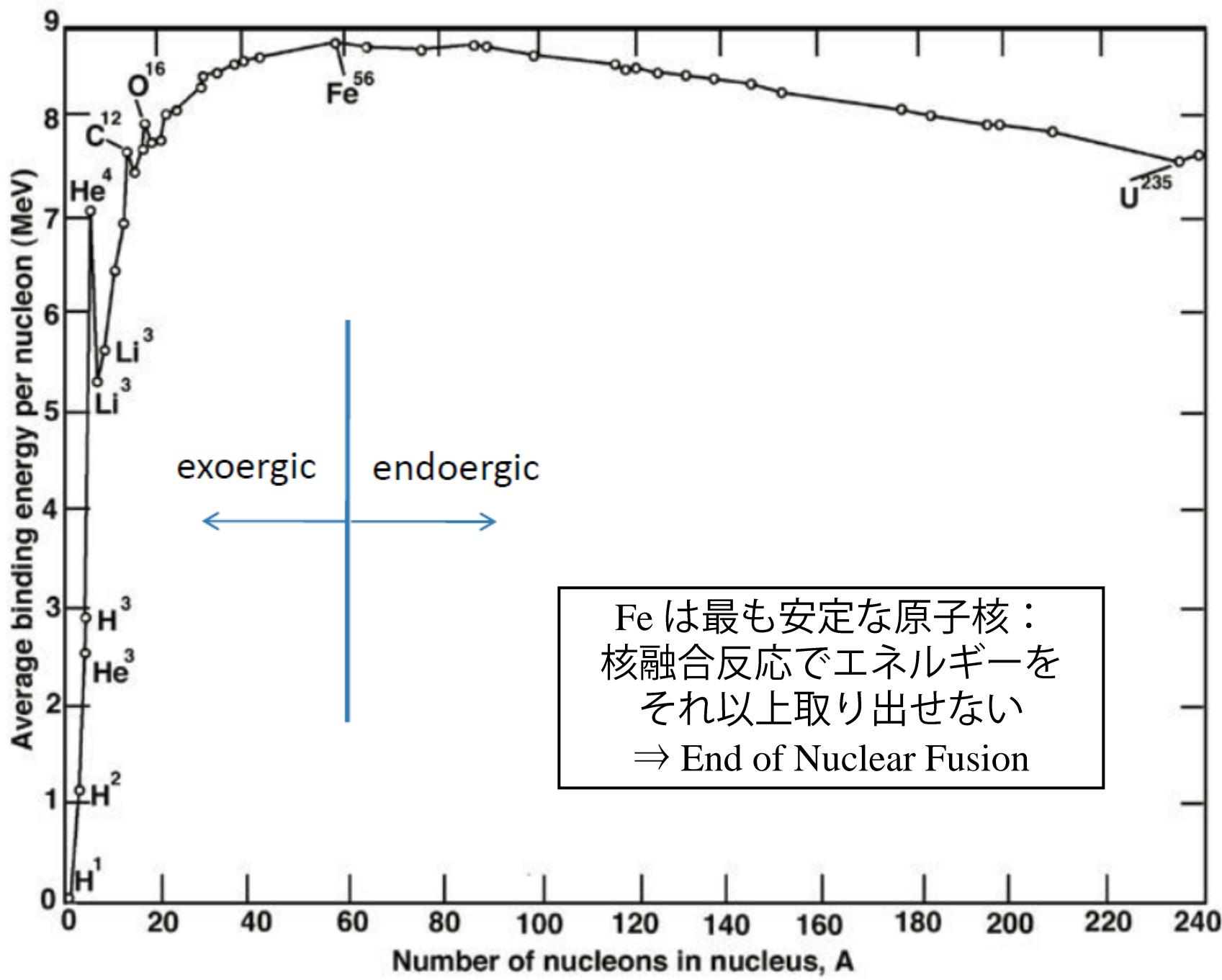
# 負の比熱と恒星進化

- $\gamma > 4/3$  の場合、全エネルギーの【正の変化】に対し、内部エネルギーは【負の方向に変化】する。
- 自己重力系は実効的に【負の比熱】を持つ。
- 負の比熱のおかげで、恒星は【自己調整的に】進化する。
  - 恒星は表面からの輻射冷却でエネルギーを失っている。
  - 核融合反応によるエネルギー注入が輻射冷却を上回り、全エネルギーが増えると温度が下降。
  - 核融合反応が抑えられ平衡状態に戻る。
- もし  $\gamma < 4/3$  となり恒星の比熱が正になると、positive feedback 的に核融合が進み、星は爆発してしまう場合もある。  
(Pair Instability Supernova: 本講義では考えない)

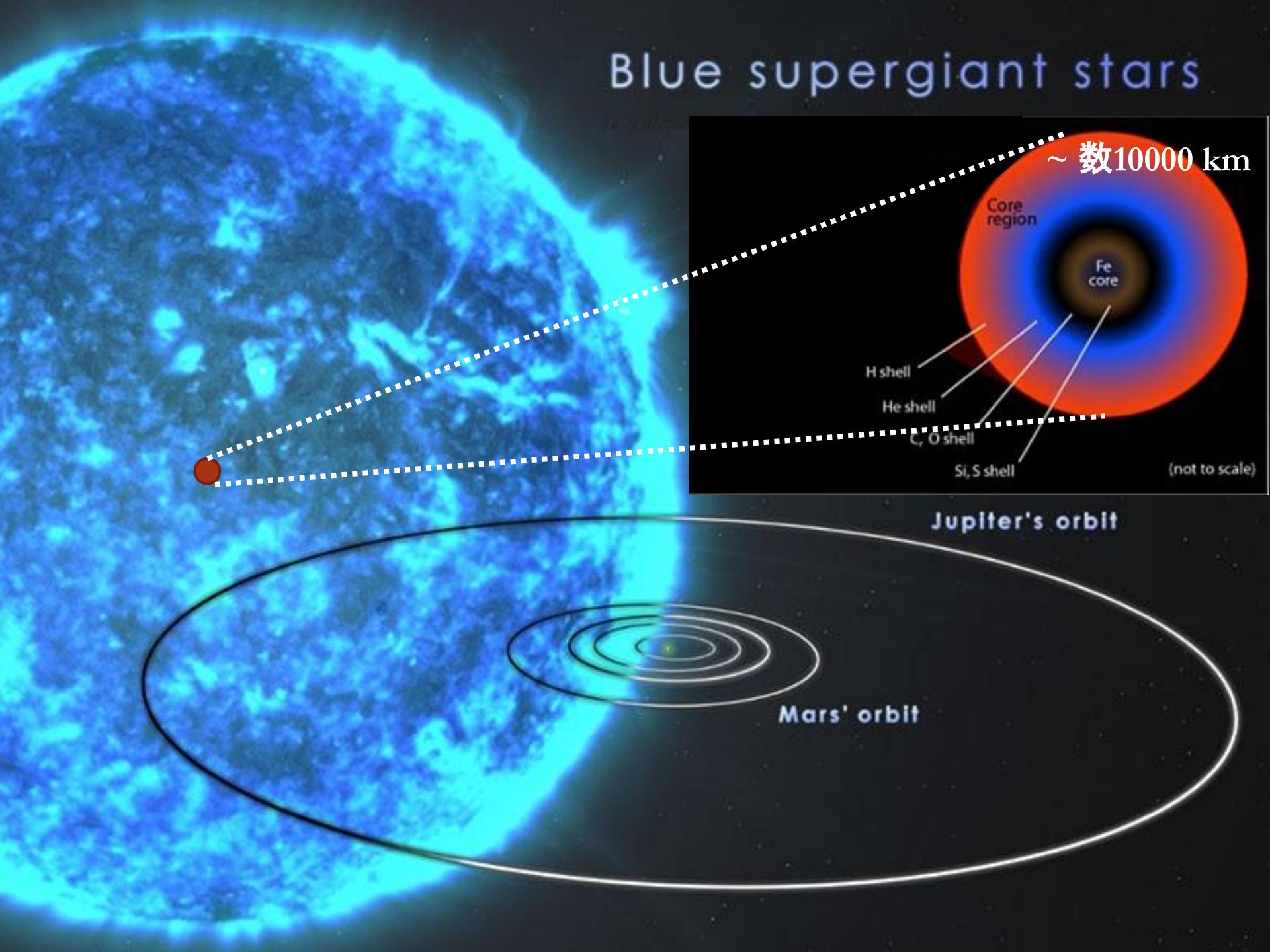
# 最終進化段階の構造

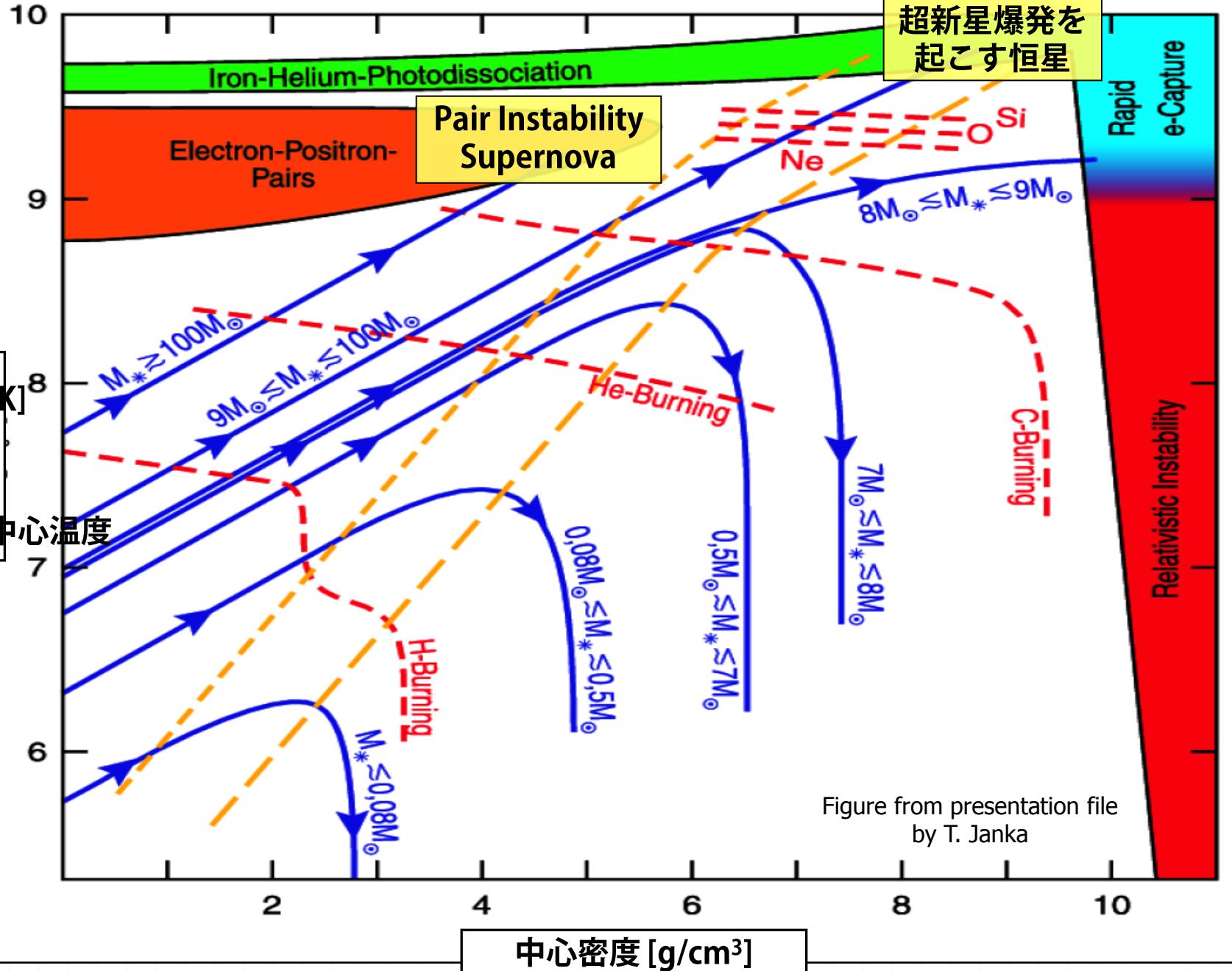
- 核融合反応では、原子核間のクーロン障壁を乗り越える必要があり、高温を要する(Maxwell-Boltzmann 分布の上端の速度を持つ原子核だけが反応に寄与)。
  - クーロン障壁の小さい水素核反応からスタート
  - $\text{He} \Rightarrow \text{C}/\text{O} \Rightarrow \text{O}/\text{Ne}/\text{Mg} \Rightarrow \text{Si} \Rightarrow \text{Fe}$  と進む。
- 高温になるためには強い重力が必要。
  - 重い恒星ほど高温が達成
  - 太陽のおよそ10倍の質量を持つ恒星の場合、鉄コアを中心を持つ玉ねぎ型の構造となる(本講義の対象)





# Blue supergiant stars





# 圧力源(1)：電子の縮退圧

- パウリの排他原理：phase space における体積要素には高々2個の電子しか入れない。
- 低温or高密度化では low momentum states は埋められる(縮退)。
- 最上層の運動量：  
Fermi momentum ( $p_F$ )
- 最上層：フェルミ面

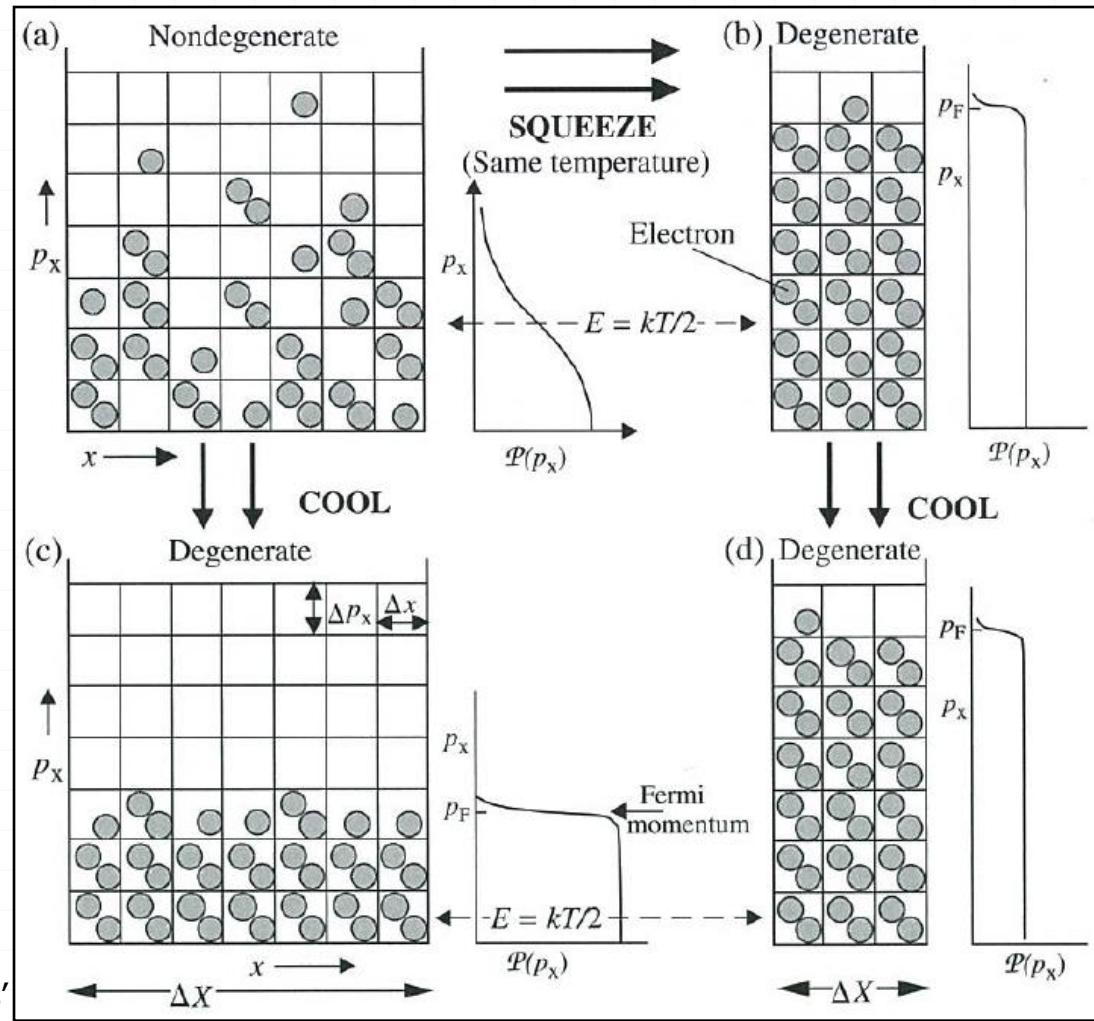


Figure from Brandt  
'Astrophysical processes'

# 完全縮退の場合

► Phase space number density と distribution function ( $f$ :無次元)

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{dN}{d^3xd^3p} = \frac{g}{h^3} f \quad g: \text{統計的重み因子 (電子の場合1つの体積要素にはスピン}\uparrow\downarrow\text{の状態が入れるので2。陽子などの複合粒子の場合には複雑。)}$$

$$dxdp \sim h \Rightarrow d\Omega = d^3xd^3p \sim h^3$$

► Fermi-Dirac 統計 :  $f_{FD}(E) = \frac{1}{\exp((E - \mu)/k_B T) + 1}$

► 完全縮退の場合 :  $f(E) = \begin{cases} 1 & (E \leq E_F) \\ 0 & (E > E_F) \end{cases} \quad E = \sqrt{p^2c^2 + m_e^2c^4}$

► 密度 :  $n_e = \int \frac{dN}{d\Omega} dp^3 = \frac{g}{h^3} \int_0^\infty f d^3p = \frac{2}{h^3} \int_0^{p_F} 4\pi p^2 dp = \frac{8\pi}{3h^3} p_F^3$

► 壓力 :  $P_e = \frac{1}{3} \int p^v \frac{dN}{d\Omega} dp^3 = \frac{1}{3} \frac{2}{h^3} \int_0^{p_F} \frac{p^2 c^2}{\sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4}} 4\pi p^2 dp$

# 電子の縮退圧

➤ 非相対論的極限 :  $p_F c \ll m_e c^2 \Leftrightarrow hc \left( \frac{3}{8\pi} n_e \right)^{1/3} \ll m_e c^2 \Rightarrow n_e \ll 5.865 \times 10^{29} \text{ cm}^{-3}$

$$n_e = \frac{\rho Y_e}{m_B} \Rightarrow \rho \ll 1.948 \times 10^6 \left( \frac{Y_e}{0.5} \right) \text{ g/cm}^3$$
$$P_e = \frac{1}{3} \frac{2}{h^3} \int_0^{p_F} \frac{p^2}{m_e} 4\pi p^2 dp$$

$$= \frac{8\pi}{15h^3 m_e} p_F^5 = \frac{8\pi}{15h^3 m_e} h^5 \left( \frac{3}{8\pi} n_e \right)^{5/3} = \frac{1}{20} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m_e} n_e^{5/3}$$

➤ 相対論的極限 :  $\rho \ll 1.948 \times 10^6 \left( \frac{Y_e}{0.5} \right) \text{ g/cm}^3$

$$P_e = \frac{1}{3} \frac{2}{h^3} \int_0^{p_F} pc 4\pi p^2 dp$$
$$= \frac{2\pi c}{3h^3} p_F^4 = \frac{2\pi c}{3h^3} h^4 \left( \frac{3}{8\pi} n_e \right)^{4/3} = \frac{1}{8} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} hc n_e^{4/3}$$

$Ye$  (electron fraction) :  
バリオン当たりの電子数

# 縮退の条件

- Fermi-Dirac 分布においてフェルミ面の温度による広がりが無視できるほど小さい場合：

$$E_F = \sqrt{p_F^2 c^2 + m_e^2 c^4} \gg k_B T$$

$$h^2 c^2 \left( \frac{3}{8\pi} n_e \right)^{2/3} + m_e^2 c^4 \gg (k_B T)^2$$

$$\rho Y_e \gg 1.6 \times 10^9 \text{ g/cm}^3 \quad (\text{for } k_B T = 1 \text{ MeV})$$

- その逆に、温度の広がりが大きい場合には Maxwell-Boltzmann 分布に近づく

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right) + 1} = \frac{\exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right)} \Rightarrow \exp\left(-\frac{E-\mu}{k_B T}\right) = f_{MB}(E)$$

# 圧力源(2): 非縮退ガス, 光子ガス

► 非縮退理想(ideal)ガス

$$P_{\text{gas}} = \sum_i n_i k_B T = \sum_i \frac{X_i \rho}{m_i} k_B T = \frac{\rho}{m_{\text{ave}}} k_B T$$

► 光子ガス

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} E_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4$$

$$E_{\text{rad}} = \frac{2}{h^3} \int_0^\infty (h\nu) f dp^3 = \frac{2}{h^3} \int_0^\infty (h\nu) f 4\pi p^2 dp = \frac{2}{h^3} \int_0^\infty (h\nu) f 4\pi \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 d\left(\frac{h\nu}{c}\right)$$

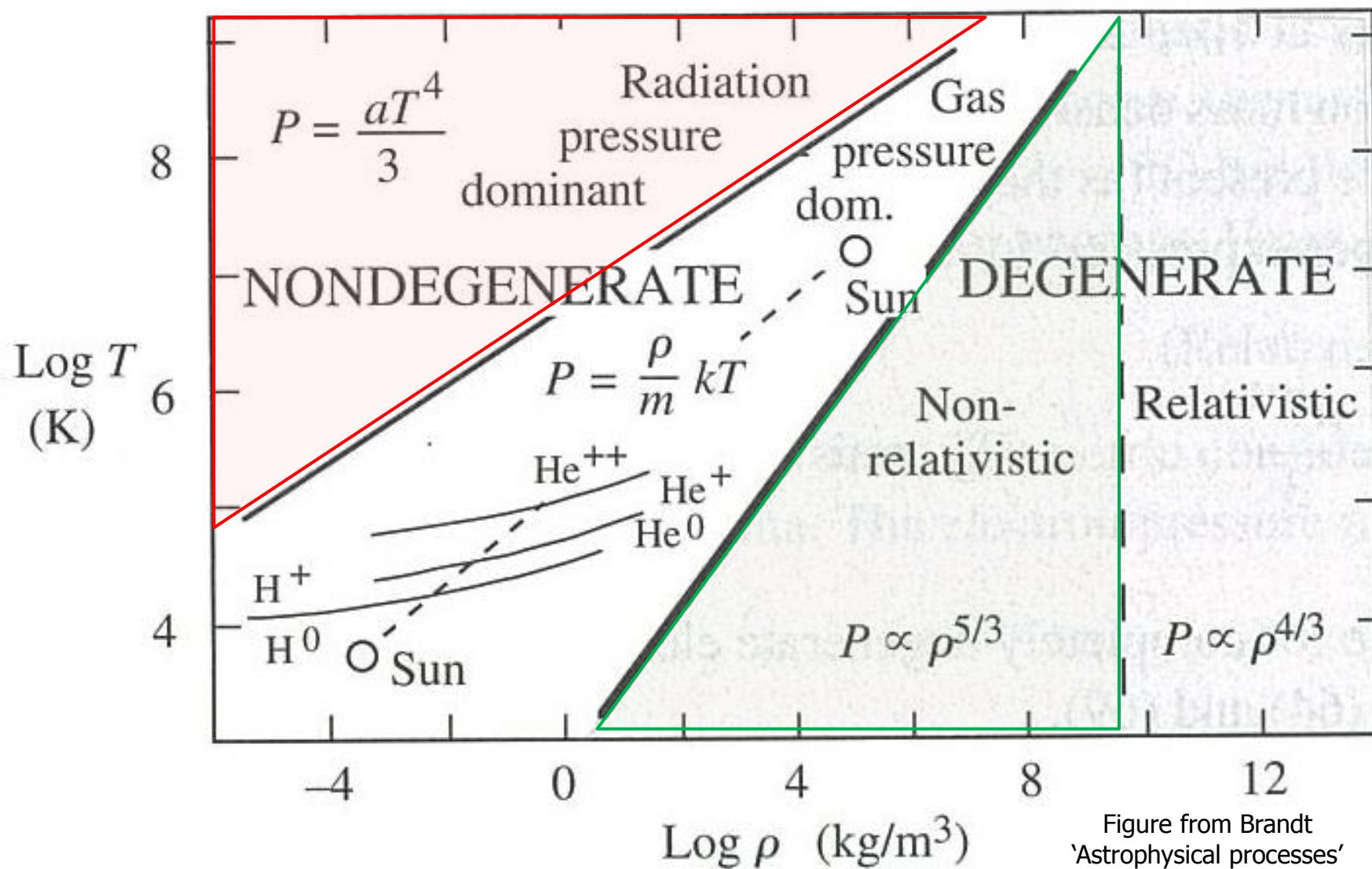
$$= \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \nu^3 \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} d\nu = \frac{8\pi^5}{15c^3 h^3} (k_B T)^4 \equiv a T^4$$

Riemann zeta function

$$\zeta(n) = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^\infty \frac{x^{n-1}}{e^x - 1} dx$$

$$\zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}$$

# 圧力源と密度・温度平面



# 重力崩壊前の鉄コア

➤ Ion (ideal gas):  $^{56}\text{Fe}$  を仮定

$$P_{\text{gas}} = \frac{\rho}{m_{\text{Fe}}} k_B T \approx 2 \times 10^{26} \text{ dyn/cm}^2 \left( \frac{\rho}{10^{10} \text{ g/cm}^3} \right) \left( \frac{k_B T}{1 \text{ MeV}} \right)$$

➤ 輻射圧(光子ガス)

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4 \approx 3 \times 10^{25} \text{ dyn/cm}^2 \left( \frac{k_B T}{1 \text{ MeV}} \right)^4$$

➤ 縮退圧(相対論的電子)

$$P_e = \frac{1}{8} \left( \frac{3}{\pi} \right)^{1/3} h c n^{4/3} \approx 10^{28} \text{ dyn/cm}^2 \left( \frac{\rho}{10^{10} \text{ g/cm}^3} \right)^{4/3} \left( \frac{Y_e}{0.5} \right)^{4/3}$$

$$P_e >> P_{\text{gas}} >> P_{\text{rad}}$$

# チャンドラセカール限界(1)

- $P = K\rho^{1+\frac{1}{n}}$  の形の状態方程式をポリトロープ状態方程式と呼ぶ
- ポリトロープ状態方程式を用いて静水圧平衡の方程式を解くと(Shapiro & Teukolsky の教科書3.3節参照)星の半径と質量が中心密度の関数として得られる(Lane-Emden解)。
- 主要な圧力源が相対論的電子の縮退圧である場合( $n=3$ )、驚くべきことに質量が中心密度によらなくなる。これを Chandrasekhar limit と呼ぶ。
  - $M \approx 5.83Y_e^2 M_{\text{sun}}$
  - 半径は中心密度による :  $R \approx 2.11 \times 10^4 \left(\frac{\rho_c}{10^6 \text{ g/cm}^3}\right)^{-1/3} Y_e^{2/3} \text{ km}$
  - 中心密度が無限大の極限ですら Chandrasekhar limit を超える質量を支えることはできない(もっとも、この場合半径は0に漸近するが。)

# チャンドラセカール限界(2)

▶ 定性的な説明 : From a macroscopic viewpoint

▶ 恒星の全エネルギーを考える(オーダー評価)。

$$E = E_{\text{int}} + E_{\text{grav}} \sim \langle u \rangle M - \frac{GM^2}{R} \sim \frac{K\rho^{\gamma-1}}{\gamma-1} M - \frac{GM^2}{(M/\rho)^{1/3}} = c_{\text{int}} KM\rho^{\gamma-1} - c_{\text{grav}} GM^{5/3} \rho^{1/3}$$

▶ はじめ電子は相対論的( $\gamma = 4/3$ )で  $E > 0$  であったとする。

▶ この場合、密度を下げるによって  $E$  を減少させることができる。

▶ ある時点で電子は非相対論的( $\gamma = 5/3$ )になる。密度の依存性の変化に注意

▶ よって、さらに密度を下げていくといずれは重力が卓越し  $E$  は負になる。

▶ さらに密度を減少させていくと  $E$  は極小値を取りその後上昇し0に漸近する。

▶  $E$  の極小値のところで星は平衡形状を持つことができる

▶  $E > 0$  の条件はある臨界質量で破れる : 質量の依存性の違いのため。

▶ **臨界質量以上で  $E < 0$** 。この場合、密度を上昇させると際限なく  $E$  は減少していき平衡状態は存在しない。

▶ ランダウの議論 : 半径  $R$  の星には  $N$  個の fermion が詰まっているとする

$$E_F \sim \hbar n^{1/3} c \sim \hbar c N^{1/3} / R$$

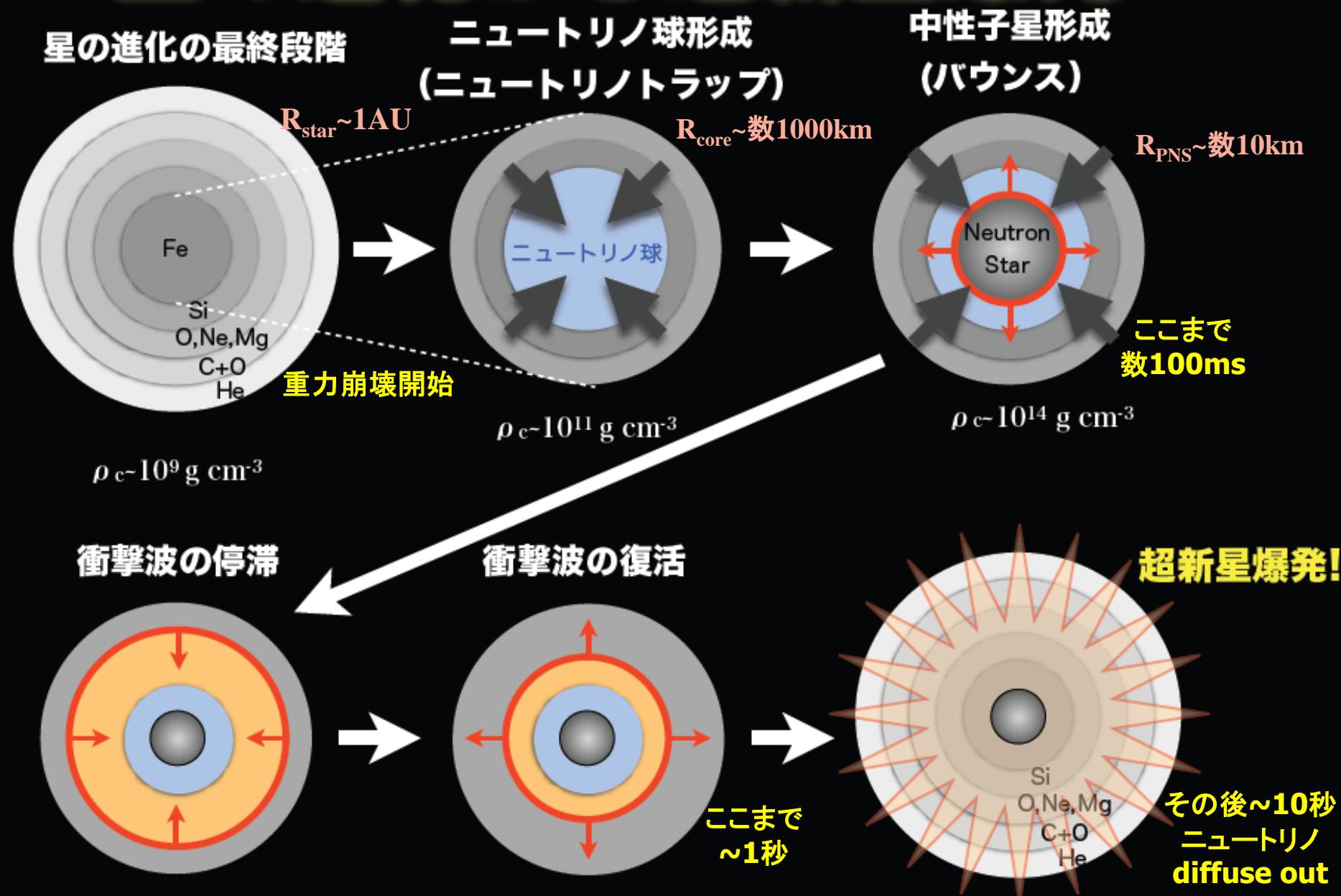
$$E_G \sim -G(Nm_B)m_B / R$$

$$E = E_F + E_G \Rightarrow N_{\text{max}} \sim \left( \frac{\hbar c}{G m_B^2} \right)^{3/2} \sim 2 \times 10^{57} \Rightarrow M_{\text{max}} \sim 1.5 M_{\text{sun}}$$

# § 2: 重力崩壊の物理

# Overview

Cartoon by Iwakami and Suwa



# 重力崩壊条件

- Mass shell の運動方程式

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GMm}{r^2} + 4\pi r^2 P$$

- 静水圧平衡( $r_0, P_0$ )  $\frac{GMm}{r_0^2} = 4\pi r_0^2 P_0$  からの擾動( $r \rightarrow r_0 + \Delta r, P_0 + \Delta P$ )。
- 線形レベルでは

$$m \frac{d^2(\Delta r)}{dt^2} = -\frac{GMm}{r^2} \left( 1 - 2 \frac{\Delta r}{r_0} \right) + 4\pi r_0^2 P_0 + 8\pi P_0 (\Delta r) + 4\pi r_0^2 (\Delta P)$$

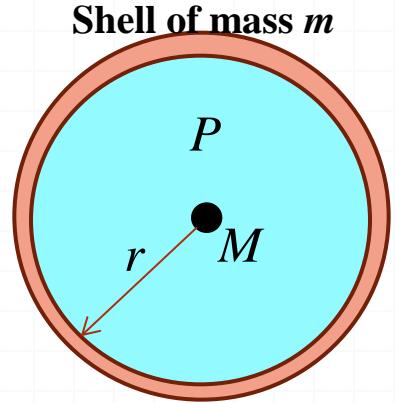
- 断熱の場合

$$PV^\gamma = \text{const} \Rightarrow P \propto r^{-3\gamma} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P_0} = -3\gamma \frac{\Delta r}{r_0}$$

- よって

$$\frac{d^2(\Delta r)}{dt^2} = \frac{GM}{r^3} (4 - 3\gamma) \Delta r$$

$\Delta r$  は  $\gamma > 4/3$  の場合には振動するが、 $\gamma < 4/3$  の場合に指数関数的に増大または減衰する。より一般的な議論についてはShapiro & Teukolsky の 6.8節参照。



# $\gamma < 4/3$ をもたらす機構

- もともと  $\gamma = 4/3$  (相対論的電子の縮退圧)なので、何らかの“冷却(非断熱)”機構があればよい

$TdS$  or  $\mu dN$  term

## ➤ 鉄の光分解：

吸熱反応により断熱指数が実効的に下がる

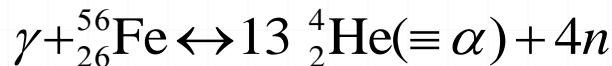
## ➤ 電子捕獲反応：

フェルミ面の電子が陽子と結合し中性子となり、電子の縮退圧が実効的に減少

# 鉄の光分解

➤ Saha equation :

➤ 重力崩壊前の高温・高密度では、強い相互作用および電磁相互作用の時間スケールは動的時間スケールに比べて十分に短く、平衡にあるとみなしてよい



$$\mu_{\text{Fe}} = 13\mu_\alpha + 4\mu_n$$

➤ 粒子は Maxwell-Boltzmann 統計に従うとすると

$$n = \frac{g}{h^3} (2\pi m k_B T)^{3/2} \exp\left(\frac{\mu - mc^2}{k_B T}\right)$$
$$n = \frac{g_i}{h^3} \int_0^\infty f d^3 p = \frac{g}{h^3} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{E - \mu}{k_B T}\right) d^3 p = \frac{g}{h^3} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{(p^2/2m + mc^2) - \mu}{k_B T}\right) 4\pi p^2 dp$$
$$= \frac{4\pi g}{h^3} \exp\left(\frac{\mu - mc^2}{k_B T}\right) \int_0^\infty \exp\left(-\frac{p^2}{2mk_B T}\right) p^2 dp$$

➤  $\mu$ について解いて平衡の式に代入すると、

$$\frac{n_\alpha^{13} n_n^4}{n_{\text{Fe}}} = \frac{g_\alpha^{13} g_n^4}{g_{\text{Fe}}} \left( \frac{2\pi k_B T}{h^2} \right)^{24} \left( \frac{m_\alpha^{13} m_n^4}{m_{\text{Fe}}} \right)^{3/2} e^{-Q_{\text{Fe}}/k_B T}$$

$$Q_{\text{Fe}} = (13m_\alpha + 4m_n - m_{\text{Fe}})c^2 = 124.4 \text{ MeV}$$

**Saha equation**

➤ 鉄の光分解が効く指標として、半分の鉄が壊されたとすると、

$$\log \rho = 11.6 + 1.5 \log T_9 - \frac{39.2}{T_9}$$

$$\sum n_i A_i = \rho / m_B,$$

密度依存性は低い

$$\sum n_i Z_i = \rho Y_e / m_B = \rho (Z_{\text{Fe}} / A_{\text{Fe}}) / m_B$$

# 電子捕獲反応

▶ 電子の Fermi 面が高くなると、陽子と結合して中性子になったほうがエネルギー的に得になる

▶ 電子のフェルミエネルギー :

$$E_F \sim \mu_e = 8.82 \text{ MeV} \left( \frac{\rho}{10^{10} \text{ g/cm}^3} \right)^{1/3} \left( \frac{Y_e}{0.5} \right)^{1/3}$$

▶ 電子捕獲反応が進む条件

▶ 自由陽子への捕獲反応(  $p + e \rightarrow n + \nu_e$  )の場合

$$\mu_p + \mu_e > \mu_n + \mu_{\nu_e} (=0) \Rightarrow \mu_e > \mu_n - \mu_p \approx 1.293 \text{ MeV} \Rightarrow \rho > 3.2 \times 10^7 \text{ g/cm}^3 (Y_e = 0.5)$$

▶ 実際には原子核への電子捕獲が重要(  $X_p \ll 1$ ,  $X_A \approx 1$  )

▶ Bethe-Weizsäcker mass formula:

$$E(N, Z) = (Nm_n + Zm_p)c^2 - E_B(N, Z)$$

$$= m_u c^2 \left[ b_1 A + b_2 A^{2/3} - b_3 Z + b_4 \left( \frac{1}{2} - \frac{Z}{A} \right)^2 + b_5 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right]$$

An example of parameter set (Green 1955)

$b_1 = 0.991749$ :  $\neq 1.0$  by volume binding energy

$b_2 = 0.01911$  : surface energy

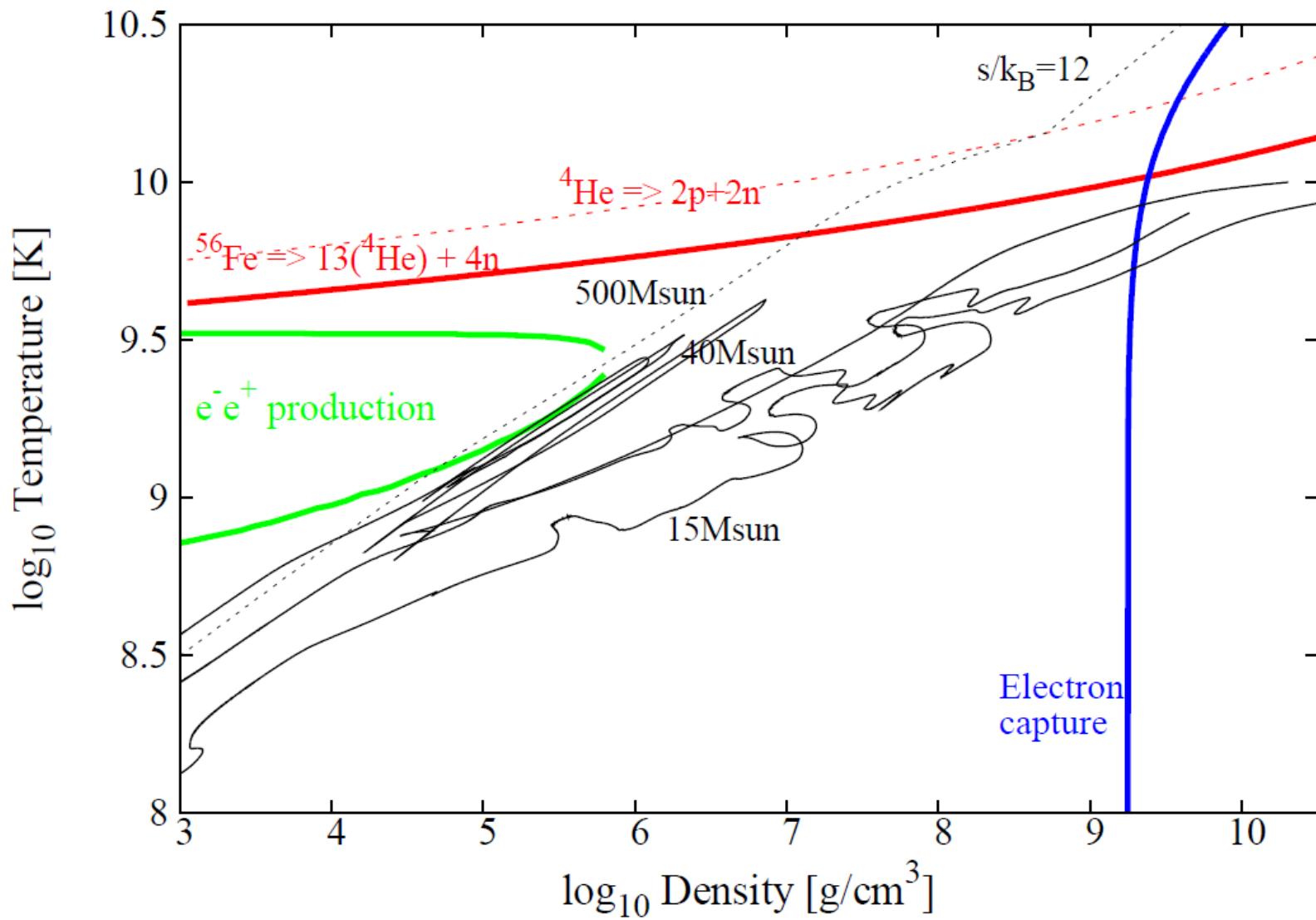
$b_3 = 0.000840$ :  $(m_n - m_p - m_e)/m_u$

$b_4 = 0.10175$  : symmetry energy

$b_5 = 0.000763$ : Coulomb energy

$$\mu_e > \mu_n - \mu_p = \frac{\partial E}{\partial N} - \frac{\partial E}{\partial Z} \sim 4 - 8 \text{ MeV} \Rightarrow \rho > 10^{9-10} \text{ g/cm}^3$$

# 温度・密度平面でみると



# Neutrino Trapping (1)

- 崩壊中のコアでは光子や電子の平均自由行程は非常に短く、コアのエネルギー及び化学進化を駆動するのはニュートリノである。
- ニュートリノは散乱を繰り返しながらコア内部から出てくる。その diffusion timescale が dynamical timescale よりも長くなつた場合、ニュートリノは実効的にコア内部から出てこれず、閉じ込められることになる。これが neutrino trapping。
- neutrino opacity は原子核との coherent scattering が主である。

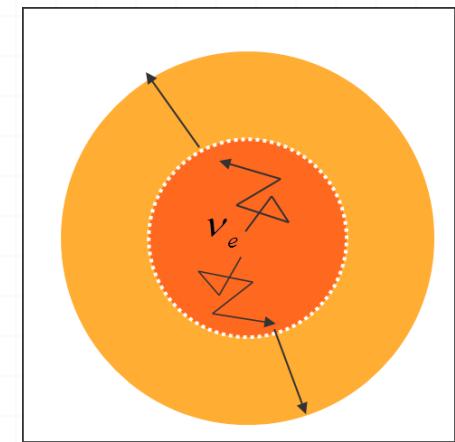
$$\sigma_A^{\text{scatt}} \approx \frac{\sigma_0}{16} \left( \frac{E_\nu}{m_e c^2} \right)^2 A^2 \left[ 1 - \frac{Z}{A} + (4 \sin^2 \theta_w - 1) \frac{Z}{A} \right]^2 \approx \frac{\sigma_0}{16} \left( \frac{E_\nu}{m_e c^2} \right)^2 A (A - Z)$$

- Mean free pass

$$\begin{aligned}\lambda_\nu &= \frac{1}{n_A \sigma_A^{\text{scatt}}} = \frac{1}{(X_A \rho / A m_u) \sigma_A^{\text{scatt}}} \\ &\approx 0.7 \times 10^7 \rho_{11}^{-5/3} Y_e^{-2/3} N \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\sigma_0 = 1.76 \times 10^{-44} \text{ cm}^2$$

$$E_\nu \sim \mu_e = 24(Y_e \rho_{11})^{1/3} \text{ MeV}$$



# Neutrino Trapping (2)

➤ Diffusion time:

$$t_{\text{diff}} \sim \frac{\lambda_\nu N_{\text{scatt}}}{c} \sim \frac{M^{2/3} \rho^{-2/3}}{c \lambda_\nu} \sim 0.2 \text{ ms} \left( \frac{M}{1.4 M_{\text{sun}}} \right)^{2/3} \left( \frac{Y_e}{0.45} \right)^{2/3} \left( \frac{N}{30} \right)^{-1} \rho_{11}$$

➤ Dynamical time:

$$R_{\text{core}} \sim \lambda_\nu \sqrt{N_{\text{scatt}}} \sim M^{1/3} \rho^{-1/3} \Rightarrow N_{\text{scatt}} \sim \frac{M^{2/3} \rho^{-1/3}}{\lambda_\nu^2}$$

$$t_{\text{dyn}} \sim 1/\sqrt{G\rho} \sim 4\rho_{12}^{-1/2} \text{ ms}$$

➤  $t_{\text{dyn}} \approx t_{\text{diff}} \Rightarrow \rho \sim 3 \times 10^{11} \text{ g/cm}^3$

➤ 密度が several  $\times 10^{11} \text{ g/cm}^3$  を超えると neutrino trapping が起こる

➤ Neutrino trapping の帰結

➤ Neutrino が縮退し ( $\mu_\nu > 0$ ) deleptonization が止まる :  $Y_{\text{lepton}} = Y_e + Y_\nu \approx \text{const}$

➤  $\gamma - 4/3 < 0 \Rightarrow \gamma - 4/3 \approx 0$

➤  $\beta$ -平衡に近づく :  $\mu_e + \mu_p = \mu_n + \mu_\nu$

➤ Note: ニュートリノは冷却源として重要

# In fact, more interactions play a role

- Note again that neutrino-matter cross sections are very low
  - Thomson electron scattering cross-section:  $\sim 10^{-24} \text{ cm}^2$
  - Weak interaction cross sections:  $\sim 10^{-42} \text{ cm}^2$  from supernova neutrino energies

## ➤ 重要となる反応

Reaction	Neutrino Type	Cross-Section $\sigma$ [ $\times 10^{-42} \text{ cm}^2$ ]
$\nu_e + n \leftrightarrow e^- + p$	Electron	$\sim 8 \left( \frac{\epsilon_\nu}{10\text{MeV}} \right)^2$
$\bar{\nu}_e + p \leftrightarrow e^+ + n$	Anti-Electron	$\sim 7 \left( \frac{\epsilon_\nu}{10\text{MeV}} \right)^2$
$\nu_i + p \rightarrow \nu_i + p$	All Species	$\sim 1.7 \left( \frac{\epsilon_\nu}{10\text{MeV}} \right)^2$
$\nu_i + n \rightarrow \nu_i + n$	All Species	$\sim 2.0 \left( \frac{\epsilon_\nu}{10\text{MeV}} \right)^2$
$\nu_i + A \rightarrow \nu_i + A$	All Species	$\sim 1.2 \left( \frac{\epsilon_\nu}{10\text{MeV}} \right)^2$
$\nu_i + e^- \rightarrow \nu_i + e^-$	All Species	$\nu_e: \sim 5 \left( \frac{\epsilon_\nu}{10\text{MeV}} \right) \left( \frac{T + \mu_e/4}{10\text{MeV}} \right)$ other species: $\sim 1 \left( \frac{\epsilon_\nu}{10\text{MeV}} \right) \left( \frac{T + \mu_e/4}{10\text{MeV}} \right)$

Burrows and Thompson (2002)

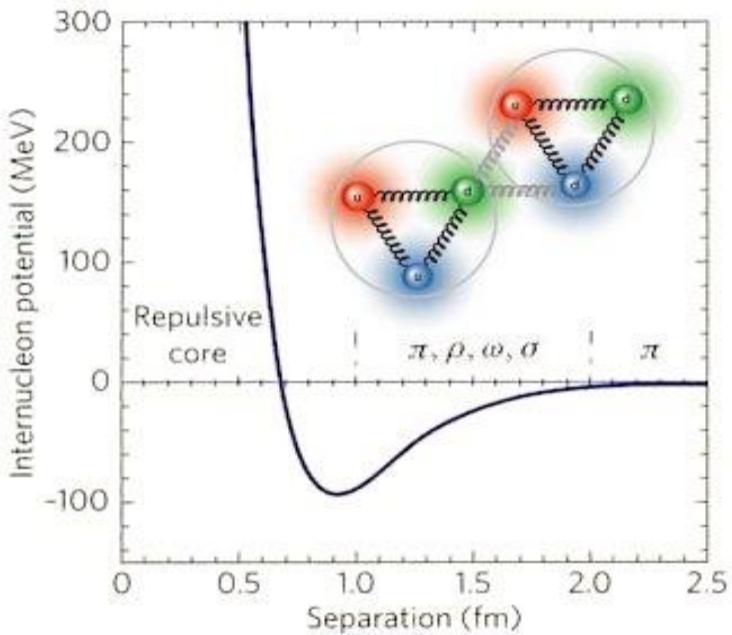
# コアバウンス(1)

➤ 原子核の飽和性

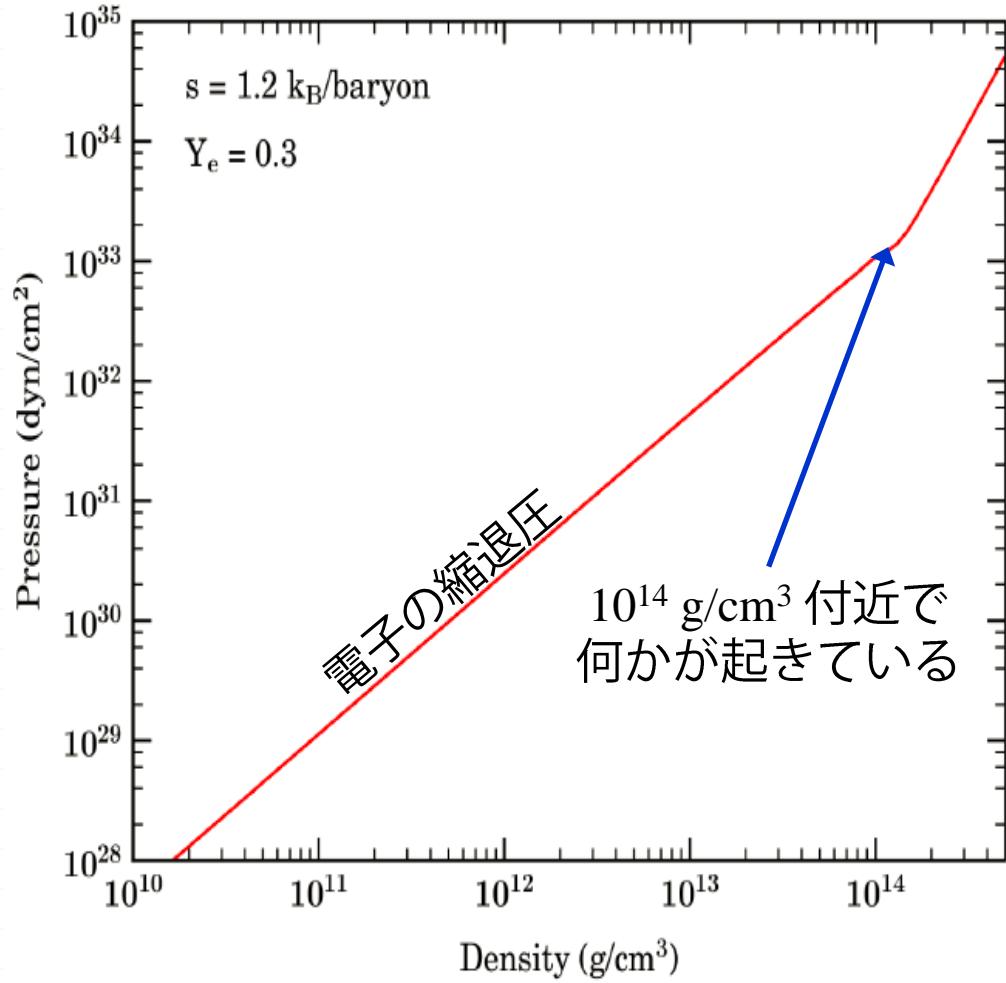
$$R_{\text{nuc}} = A^{1/3} r_0 \quad , r_0 = 1.25 \text{ fm}$$

$$\rho_{\text{nuc}} = \frac{A m_B}{4\pi/3 R_{\text{nuc}}^3} \approx 2 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

➤  $\rho > \rho_{\text{nuc}}$  : 核力の斥力芯による強い斥力が働く

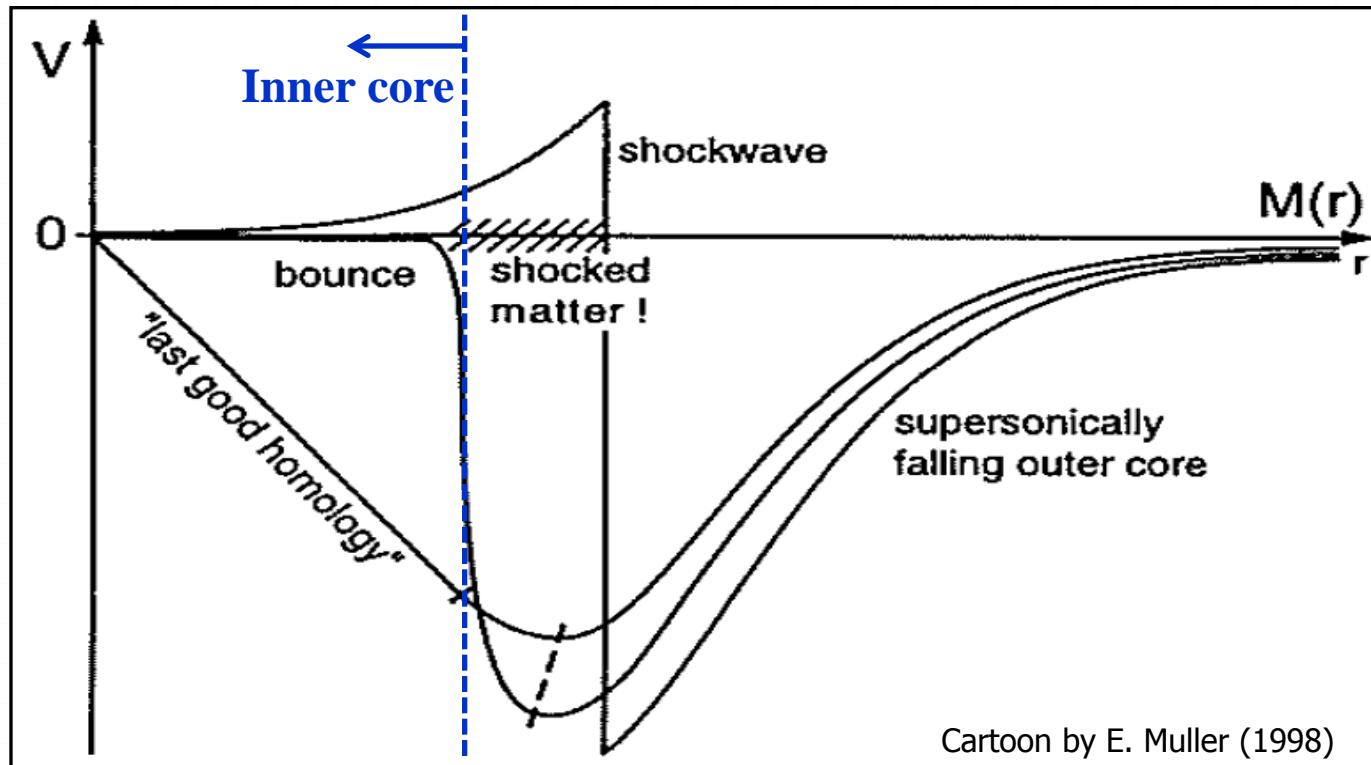


**Nuclear equation of state**



# コアバウンス(2)

- 中心密度が核密度を超えると重力崩壊はとまり、中心コア(inner core)は**バウンス**する(跳ね返る)
- 崩壊の慣性により inner core は平衡状態を overshoot する
- そのエネルギーが音波となり外部へと伝わり、超音速で落下している外層物質のところで**衝撃波を形成**する。



# Inner core mass ( $M_{\text{ic}}$ )

$$M_{\text{ic}} \approx \left( \frac{Y_{\text{lep, bounce}}}{Y_{\text{lep, init}}} \right) M_{\text{core}} \sim 0.5 - 0.7 M_{\text{sun}}$$

Goldreich & Weber (1980) ApJ. 238, 991;  
Yahil (1983) ApJ. 265, 1047

## ➤ Mic の重要性 :

➤ 初期に衝撃波に与えられるエネルギーを決める

$$E_{\text{shock init}} \approx \frac{1}{2} M_{\text{ic}} v^2 \sim 5 \times 10^{51} \text{ erg} \frac{M_{\text{ic}}}{0.6 M_{\text{sun}}} \left( \frac{v}{0.1c} \right)^2$$

➤ 衝撃波が掃くべき外層物質の質量を決める

➤ 重元素の光分解 :  $\sim 1.5 \times 10^{51}$  erg per  $0.1 M_{\text{sun}}$  Fe

➤ Inner core の角運動量を決める

➤ (典型的とされる)  $1.4 M_{\text{sun}}$  の中性子星を作るために必要な外層物質の降着量を決める

# Importance of GR

- Stability of spherical polytrope against radial mode

$$P = K\rho^\gamma$$

- In Newtonian gravity stable if

- In general relativity

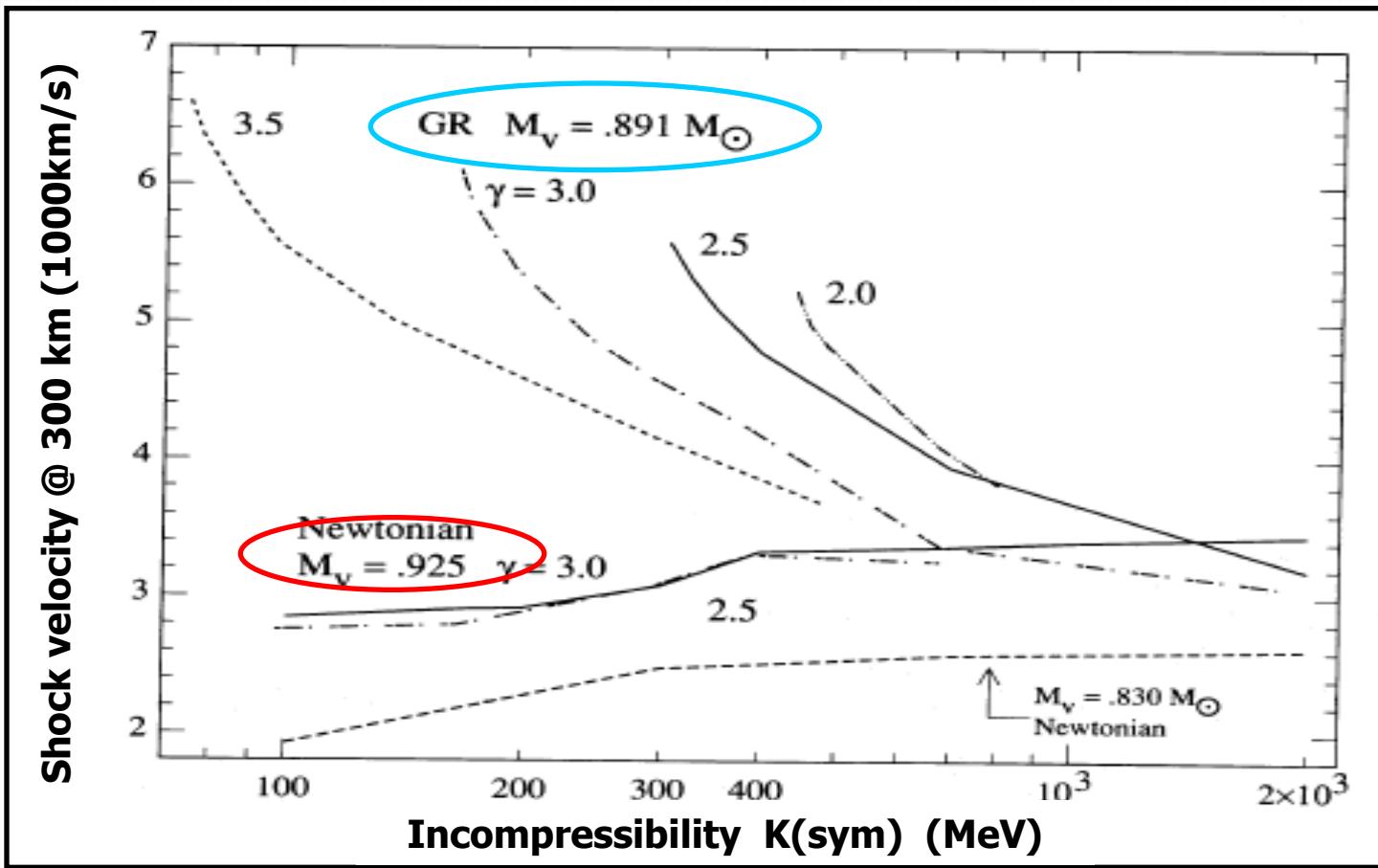
$$\gamma > \gamma_{\text{crit, N}} = \frac{4}{3}$$

$$\gamma_{\text{crit, GR}} = \frac{4}{3} + 2.78 \frac{P}{\rho c^2} \sim \frac{4}{3} + 2.78 \frac{GM}{Rc^2}$$

- Effects of stronger gravity in GR

# Strong Interaction and GR

van Riper (1988) ApJ 326, 235

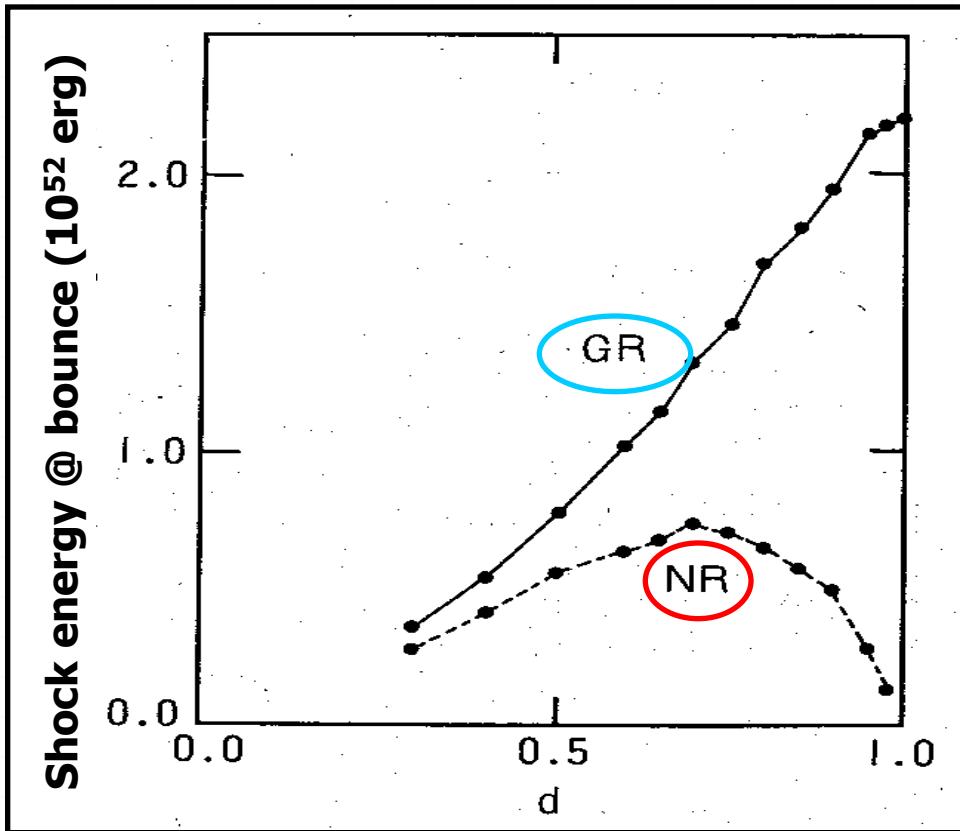


Curvature of  $P=P(\rho, Y_e, T)$  at nuclear matter density.  
Larger incompressibility  $\Rightarrow$  stiffer EOS

$$P_n = K\rho_0[(\rho/\rho_0)^\gamma - 1]/9\gamma \text{ MeV fm}^{-3}$$

# Weak Interaction and GR

Takahara & Sato (1984) PTP 72, 978



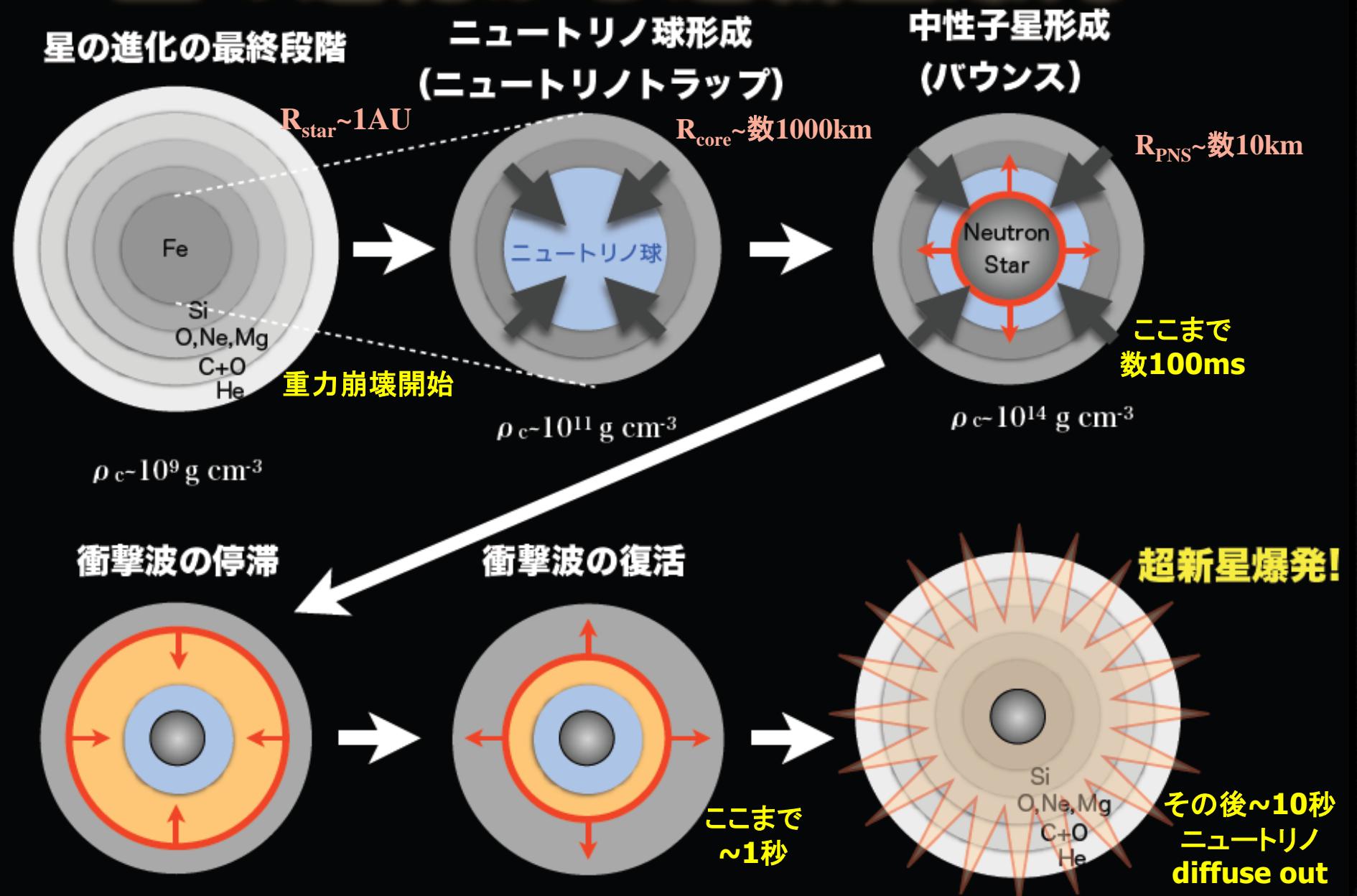
- Qualitative difference !
- parameter  $d$ 
  - Includes degree of electron capture and neutrino trapping
  - $d \sim$  ratio of pressure at initial and at the bounce
  - $d \sim 1$  : less electron capture and/or strong neutrino trapping
    - ⇒ almost stable in Newton
    - ⇒ unstable in GR

$$d \sim \left( \frac{Y_{\text{leptonbounce}}}{Y_{\text{leptoninit}}} \right)^2 : \text{depends on weak rates}$$

# § 2: 超新星爆発の物理

# Overview

Cartoon by Iwakami and Suwa



# 衝撃波は停滞してしまう

➤ 衝撃波の energetics  $\Rightarrow$  several  $\times 10^{51}$  additional energy required

➤ 初期衝撃波エネルギー :

$$E_{\text{shock init}} \approx \frac{1}{2} M_{\text{ic}} v^2 \sim 5 \times 10^{51} \text{ erg} \frac{M_{\text{ic}}}{0.6 M_{\text{sun}}} \left( \frac{v}{0.1c} \right)^2$$

➤ 降着エネルギー : shock が外に進むにつれて減少 ( $\propto v^3 \sim R^{-3/2}$ )

$$L_{\text{accretion}} \sim \frac{1}{2} \rho v^2 4\pi r^2 v \sim 1.7 \times 10^{52} \text{ erg/s} \left( \frac{R_{\text{shock}}}{100 \text{ km}} \right)^2 \left( \frac{\rho}{10^9 \text{ g/cm}^3} \right) \left( \frac{v}{0.1c} \right)^3$$

➤ 光分解による loss :  $\sim 10^{52} \text{ erg}$  for  $0.6 M_{\text{sun}}$  Fe

$$\dot{M} \sim \rho 4\pi r^2 v \sim 1.9 M_{\text{sun}} \text{s}^{-1} \left( \frac{R_{\text{shock}}}{100 \text{ km}} \right)^2 \left( \frac{\rho}{10^9 \text{ g/cm}^3} \right) \left( \frac{v}{0.1c} \right) \Rightarrow L_{\text{diss}} \sim -2.8 \times 10^{52} \text{ erg/s}$$

➤ ニュートリノによる loss (first O(10ms)  $\Rightarrow$  (100ms)) :

$$L_{\nu} \sim -10^{53} \text{ erg/s} \left( \frac{T_{\nu}}{10 \text{ MeV}} \right)^4 \left( \frac{R_{\nu}}{70 \text{ km}} \right)^2 \rightarrow -10^{52} \text{ erg/s} \left( \frac{T_{\nu}}{7 \text{ MeV}} \right)^4 \left( \frac{R_{\nu}}{50 \text{ km}} \right)^2$$

$R_{\nu}$  : radius of neutrino sphere     $T_{\nu}$  : neutrino temperature

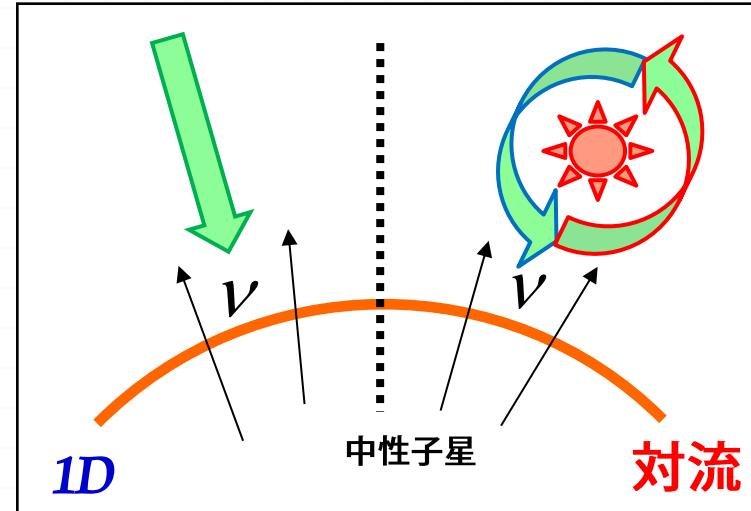
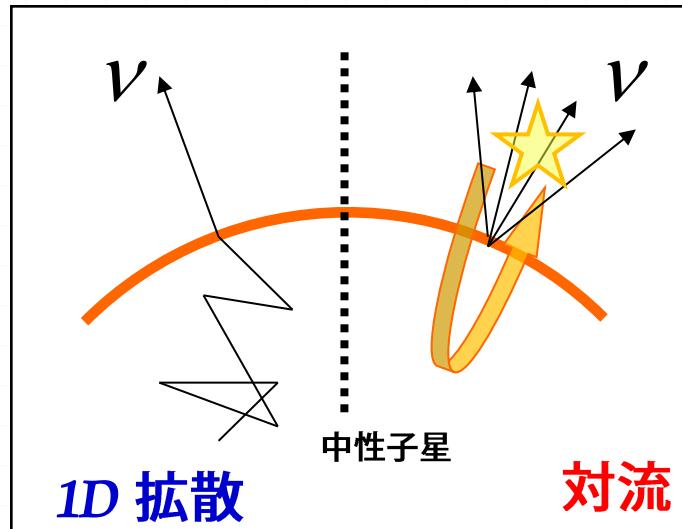
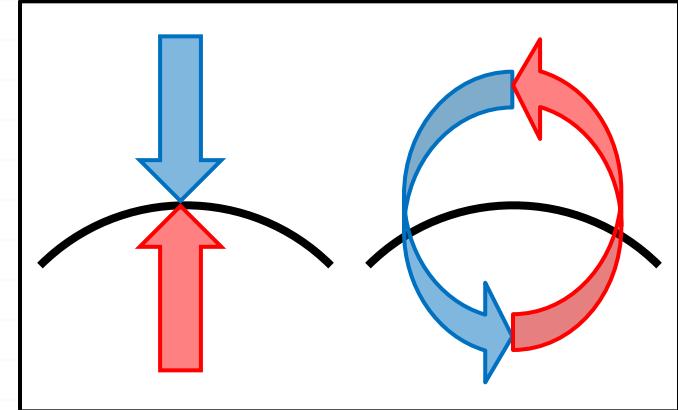
# そもそも自己重力束縛系(全エネルギーは負)

➤ エネルギーを外に輸送する機構が必要不可欠

- 対流 / 乱流 (重力; 流体; 磁場)
- 音波 / 衝撃波 (流体; 状態方程式 課題)
- ニュートリノ輻射輸送 (弱い相互作用)

➤ 輸送における次元の問題

- 球対称(空間1次元)では爆発しない



# 衝撃波を復活させるには？

- 解放される重力エネルギーは十分(に見える)
  - 鉄コア(数1000km)から原始中性子星(数10km)に崩壊
    - $\sim 3 \times 10^{53} \text{ erg}$
  - 観測される超新星爆発の典型的運動エネルギー
    - $\sim 10^{51} \text{ erg}$  (解放される重力エネルギーの1/100)
- 解放される重力エネルギーのほとんどすべて(99%)はニュートリノによって運び去られる
  - ニュートリノの運ぶエネルギーをなんとかして外層に与える(Neutrino-heating mechanism)
- 鉄コアが高速回転している場合には重力エネルギーを回転エネルギーとして蓄え、磁場を介して外層に運ぶことができるかもしれない(Magneto-rotational explosion: 本講義では触れない)

# Neutrino heating mechanism (1)

## ➤ Gain radius (cooling vs. heating)

➤ 電子捕獲反応( $p + e \rightarrow n + \nu_e$ )に伴う冷却率  $\propto T^6 \propto r^{-6}$

➤ Neutrino sphere からの照射( $n + \nu_e \rightarrow p + e$   
 $p + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^+$ )による加熱率  $\propto L_\nu r^{-2} \propto r^{-2}$

➤ 加熱と冷却が釣り合う gain radius が存在

### Fermi's Golden rule

$$T_{fi} = \frac{1}{h} \left( \frac{1}{2} \langle f | H_{\text{int}} | i \rangle^2 \right) \delta(E_f - E_i)$$

Integration with final state density gives capture rate per single proton state

$$d\Gamma = \frac{1}{h} \left( \frac{1}{2} \langle f | H_{\text{int}} | i \rangle^2 \right) (1 - f_\nu) \rho_\nu dE_\nu \delta(E_\nu + Q - E_\nu)$$

$$Q = \mu_n - \mu_p$$

$$\Gamma_N = \frac{1}{h} \left( \frac{1}{2} \langle f | H_{\text{int}} | i \rangle^2 \right) \int dE_\nu dE_e (1 - f_\nu) \rho_\nu f_e \rho_e dE_\nu \delta(E_\nu + Q - E_\nu)$$

Number rate

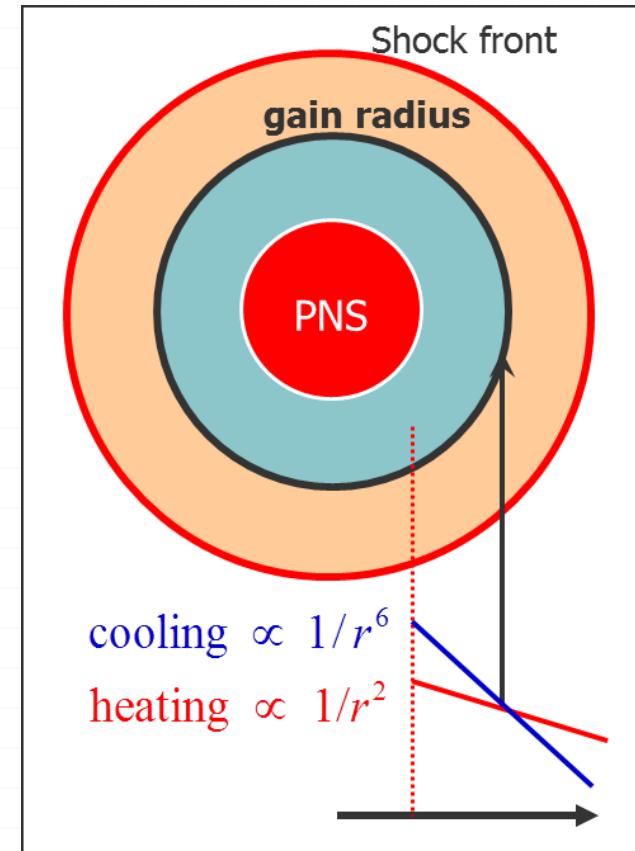
$$\Gamma_E = \frac{1}{h} \left( \frac{1}{2} \langle f | H_{\text{int}} | i \rangle^2 \right) \int dE_\nu dE_e (1 - f_\nu) \rho_e E_e f_e \rho_e dE_\nu \delta(E_\nu + Q - E_\nu)$$

Energy rate

$$\sim \frac{1}{h} \left( \frac{1}{2} \langle f | H_{\text{int}} | i \rangle^2 \right) C \int dE_e (E_e - Q)^2 E_e^3 f_e (1 - f_\nu) \propto E_e^6 \propto T^6$$

$$\rho_e dE_e = \frac{d^3 p}{h^3} = \frac{4\pi p_e E_e}{c^2 h^3} dE_e \sim \frac{4\pi E_e^2}{c^2 h^3} dE_e$$

$$\rho_\nu dE_\nu = \frac{d^3 p}{h^3} = \frac{4\pi E_\nu^2}{c^2 h^3} dE_\nu$$



# Neutrino heating mechanism (2)

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} \approx \frac{GM}{r^2}$$

- 衝撃波の後方は近似的に静水圧平衡
- 後述するように対流によりよくかき混ぜられており、エントロピー( $s$  or  $\eta$ )が一様になっている

$$\rho Y_e \propto T^3 \eta (1 + \eta^2 / \pi^2) \propto T^3$$

$$P \propto T^4 (c_1 + c_2 \eta(s) Y_e^{-1} + \dots) \propto T^4$$

$$s/k_B = \pi^2 \frac{\eta}{Y_e} \frac{11\pi^2/15 + \eta^2}{\pi^2 + \eta^2}$$

- 静水圧平衡の式に代入して

$$-\frac{dT}{dr} \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow T \propto r^{-1}$$

# Neutrino heating mechanism (3)

- 爆発成功の可否を握る重要なパラメータと復活条件
  - Neutrino heating timescale (重力的束縛を打ち破るために必要な加熱時間)

$$t_{\nu\text{-heat}} \sim \frac{GM_{\text{core}}m_{\text{B}}}{\dot{q}_{\text{heat}}r} \sim 100 \text{ ms} \left( \frac{M_{\text{core}}}{M_{\text{sun}}} \right) \left( \frac{L_{\nu}}{10^{52} \text{ erg/s}} \right)^{-1} \left( \frac{T_{\nu}}{4 \text{ MeV}} \right)^{-2} \left( \frac{r}{100 \text{ km}} \right)$$
$$\dot{q}_{\text{heat}} \sim 1.5 \times 10^{20} \frac{\text{erg}}{\text{g s}} \left( \frac{L_{\nu}}{10^{52} \text{ erg/s}} \right) \left( \frac{T_{\nu}}{4 \text{ MeV}} \right)^2 \left( \frac{100 \text{ km}}{r} \right)^2$$

- Gain region 滞在時間 :  $t_{\text{res}}$  : residence time
- Gain region 全体として  $t_{\text{res}} / t_{\nu\text{-heat}} > 1$  であれば爆発に転じる
- $L_{\nu} - M$  relation

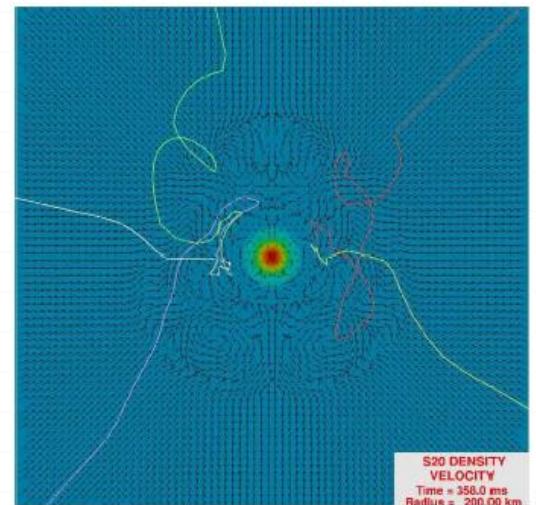
- $t_{\text{res}} \propto \nu^{-1} \sim M_{\text{gain}} / \dot{M}$

- $t_{\nu\text{-heat}} \propto L_{\nu}^{-1}$

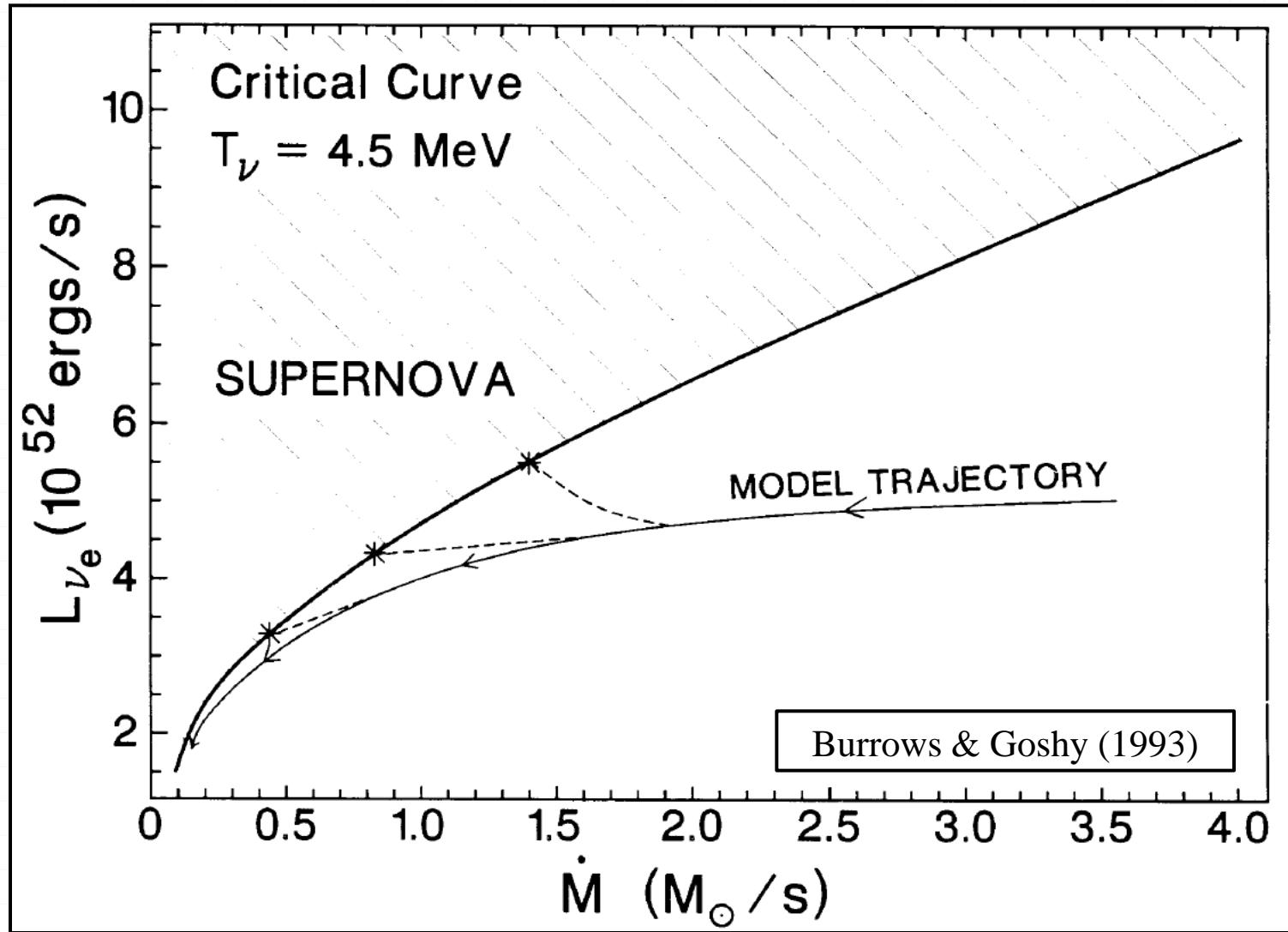
- $t_{\text{res}} / t_{\nu\text{-heat}} \propto L_{\nu} / \dot{M}$

- $L_{\nu}$  が高く質量降着率が小さいほうが良い

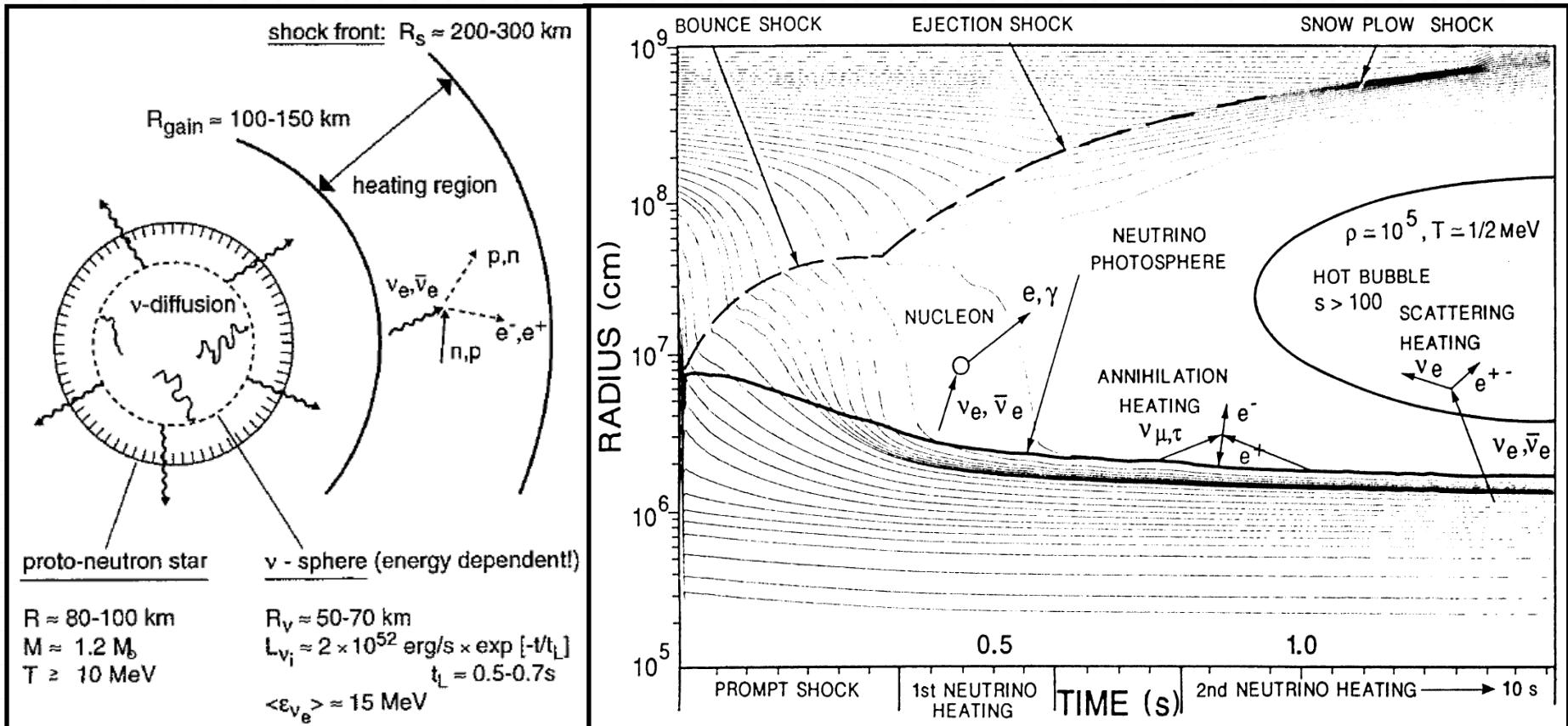
- また、重力束縛エネルギーの観点からコアがコンパクトでないほうが良い



# Critical curve for explosion



# Neutrino heating mechanism (4)

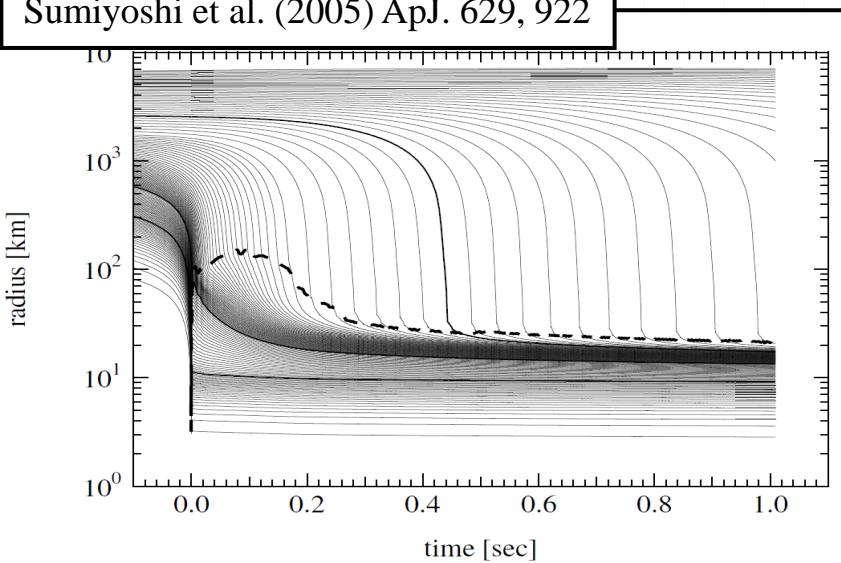


Cartoon by E. Muller (1998)

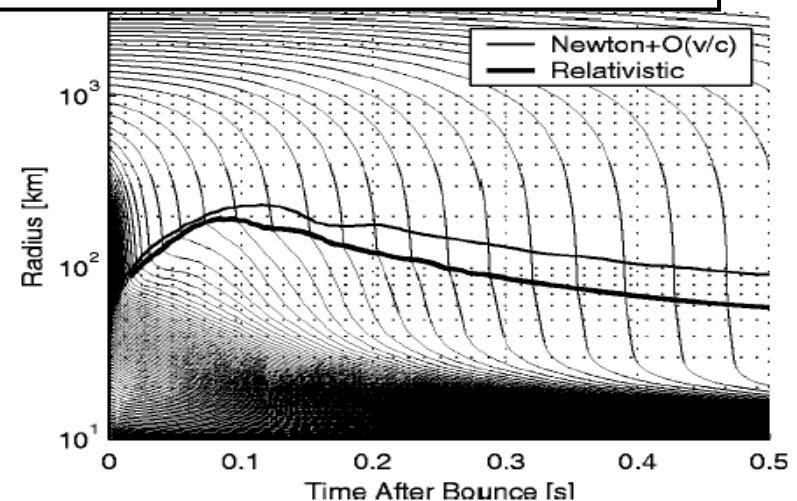
Colgate (1989)

# Neutrino heating mechanism (5)

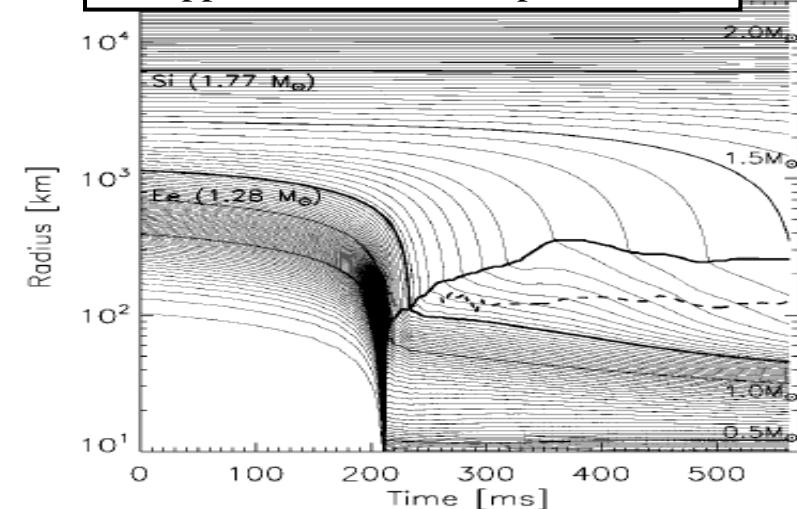
Sumiyoshi et al. (2005) ApJ. 629, 922



Liebendorfer et al. (2001) PRD 63, 103004



Rampp & Janka (2000) ApJL. 539, 33

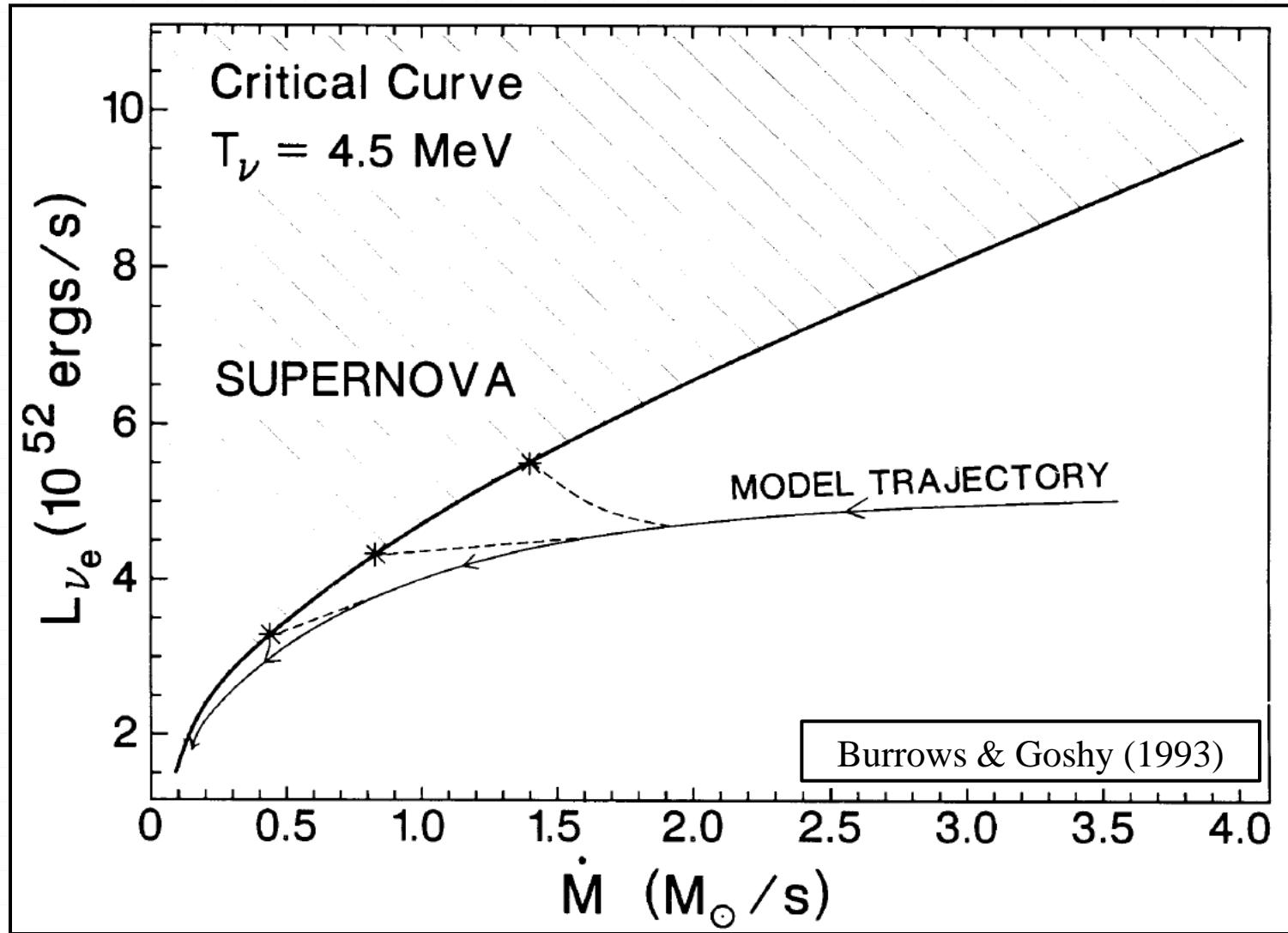


➤ Current status in spherically symmetric simulations

➤ **NO EXPLOSION IN 1D !!**

➤ Except for very low-mass progenitor case

# Critical curve for explosion



# Multi-dimensional effects

➤観測の示唆：

➤コアでのmixing：

- Unexpected early appearance of Co lines (e.g., Nomoto et al. (1994))
- 球対称 ⇒ Co は外層により～1 yr 経つまで見えないはず

➤コアの回転：

- SN remnant の軸対称変形  
(Wang et al. (2002) ApJ. 579, 671)
- Linear polarization of about 1%
- 軸比～2  
(Wang et al. (2001) ApJ. 550, 1030;  
Leonard et al. (2001) ApJ. 553, 86)

HST image of SN1987A



# Multi-dimensional effects

➤観測の示唆：

➤コアでのmixing：

- Unexpected early appearance of Co lines (e.g., Nomoto et al. (1994))
- 球対称 ⇒ Co は外層により～1 yr 経つまで見えないはず

➤コアの回転：

➤SN remnant の軸対称変形

(Wang et al. (2002) ApJ. 579, 671)

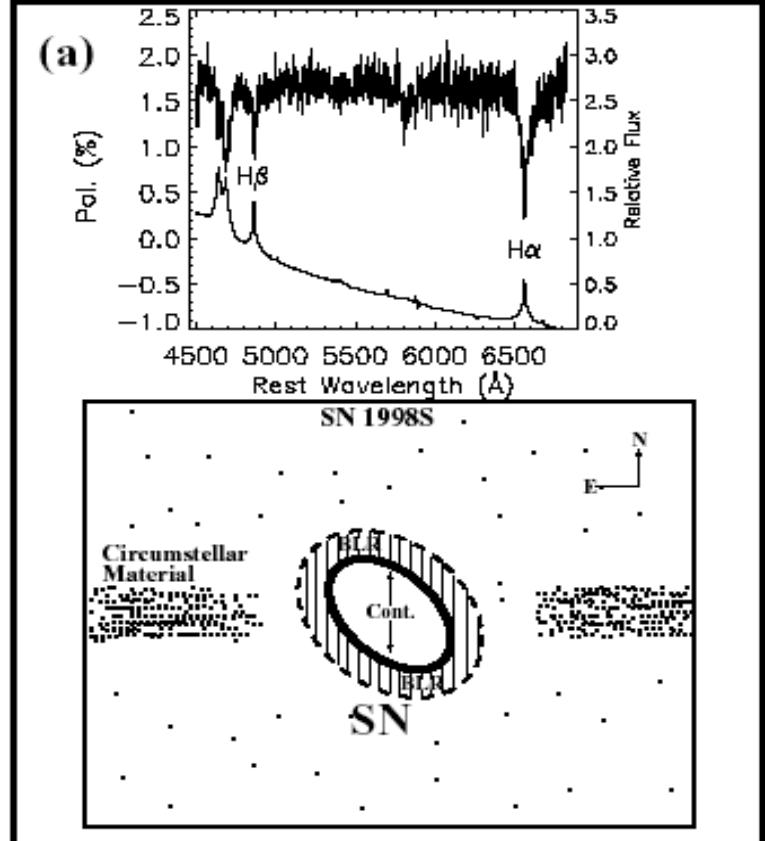
➤Linear polarization of about 1%

➤軸比～2

(Wang et al. (2001) ApJ. 550, 1030;  
Leonard et al. (2001) ApJ. 553, 86)

Filippenko et al. astro-ph/0312500

SN 1998S: Large Implied Asphericity



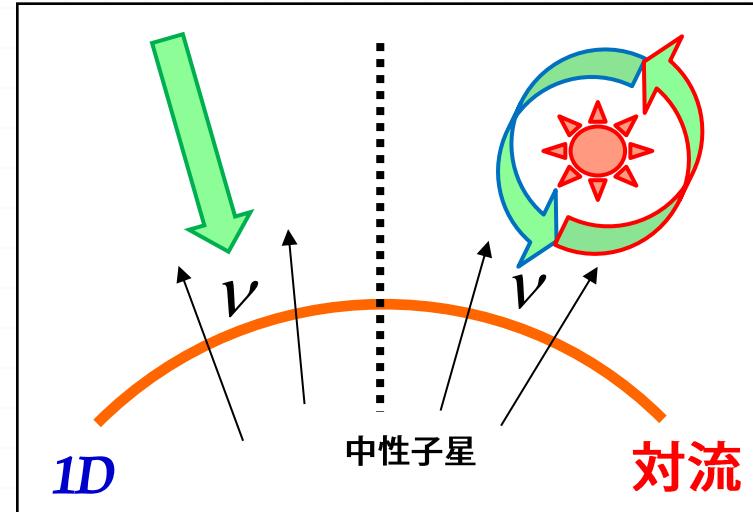
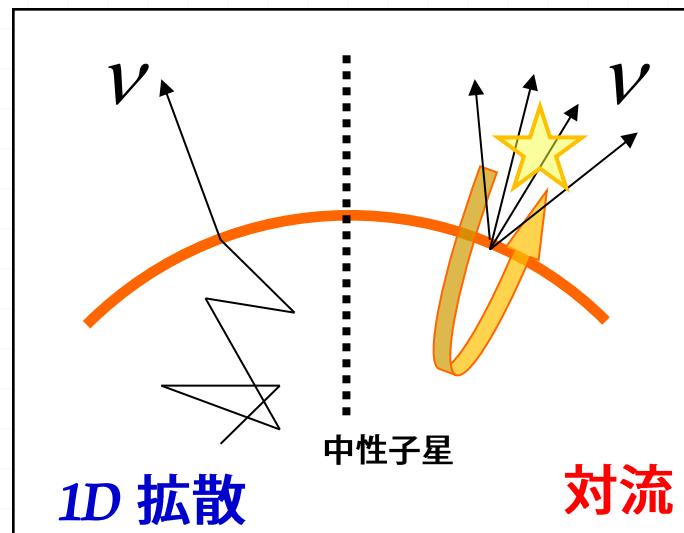
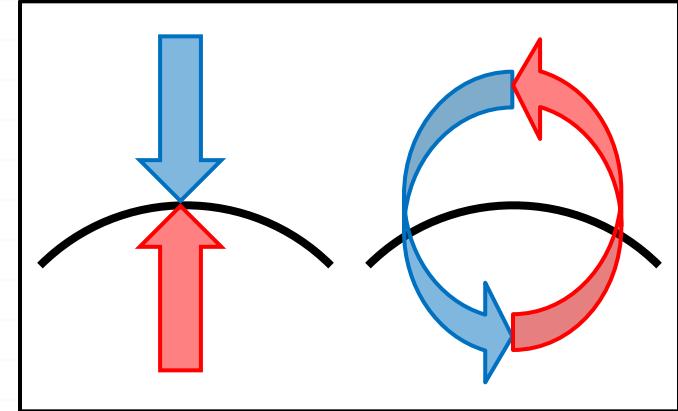
# そもそも自己重力束縛系(全エネルギーは負)

➤ エネルギーを外に輸送する機構が必要不可欠

- 対流 / 乱流 (重力; 流体; 磁場)
- 音波 / 衝撃波 (流体; 状態方程式 課題)
- ニュートリノ輻射輸送 (弱い相互作用)

➤ 輸送における次元の問題

- 球対称(空間1次元)では爆発しない



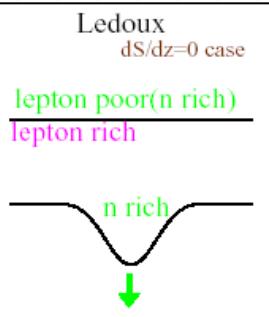
# 対流

## 対流不安定条件

- 負の entropy/baryon 勾配
- 負の lepton fraction 勾配

## 対流不安定領域

Ledoux	Schwarzschild	
$\left( \frac{\partial \rho}{\partial \ln Y_L} \right)_{S,P} \frac{\partial \ln Y_L}{\partial r} + \left( \frac{\partial \rho}{\partial \ln S} \right)_{Y_L,P} \frac{\partial \ln S}{\partial r} > 0$	$\left( \frac{\partial \rho}{\partial \ln S} \right)_{Y_L,P} < 0$	Ledoux $dS/dz=0$ case
$\left( \frac{\partial \rho}{\partial \ln Y_L} \right)_{S,P} \leq 0$ (EOS より $\rho, S, P$ による)		lepton poor(n rich) lepton rich

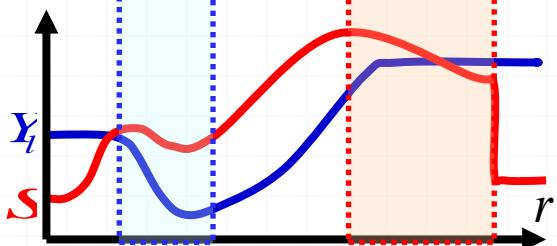


## ➢ neutrino sphere 近傍 (PNS convection)

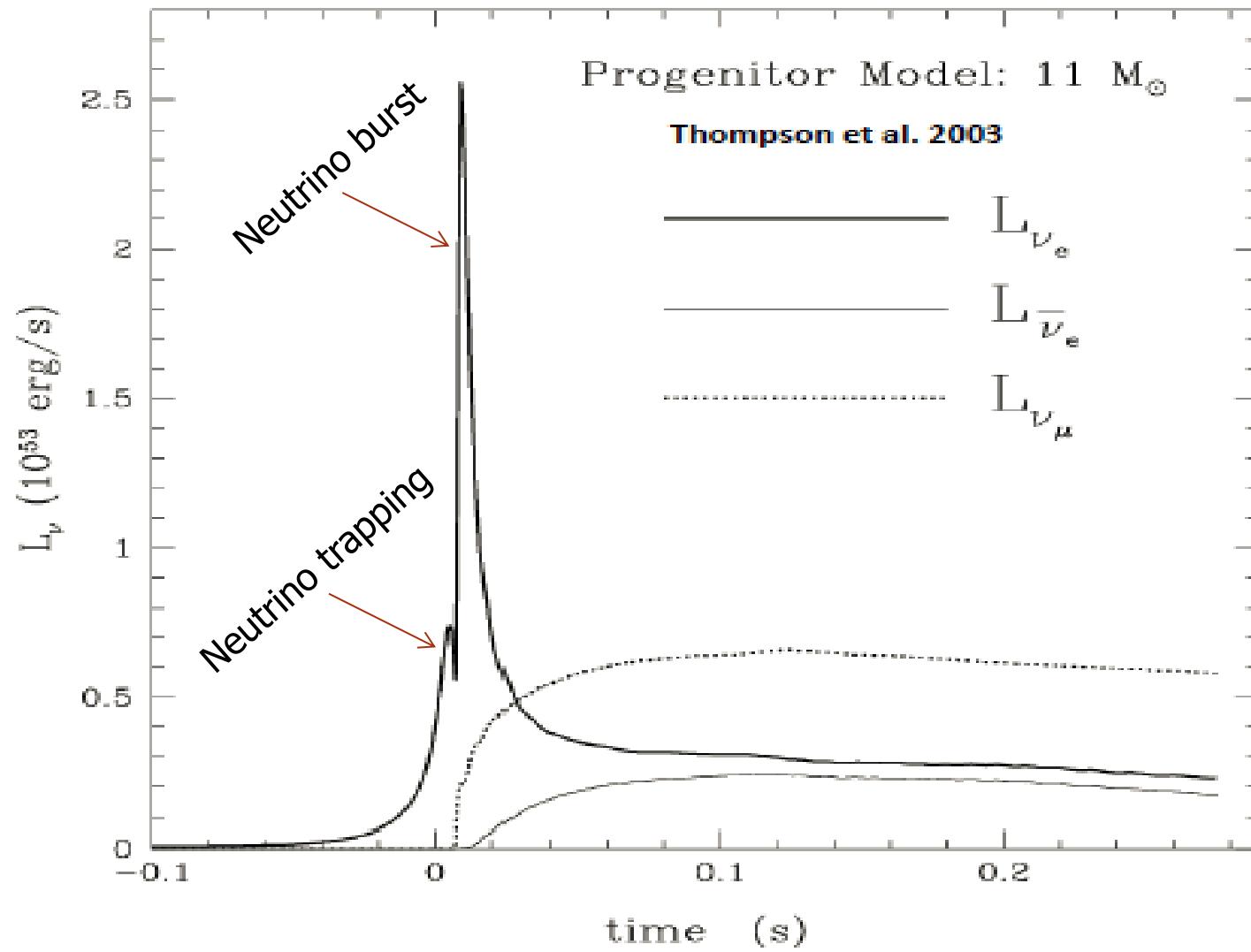
- 衝撃波後方は高温：多量の neutrino 生成 neutrino sphere を通過までは出てこれず → v-sphere 通過時に neutrino burst emission
- negative  $Y_l$  gradient (lepton-driven)

## ➢ gain radius 上方(neutrino-driven convection)

- Heating is strongest slightly beyond the gain radius ( $\because$  cooling drops rapidly as  $r^{-6}$ )
- negative  $s$  gradient (entropy-driven)

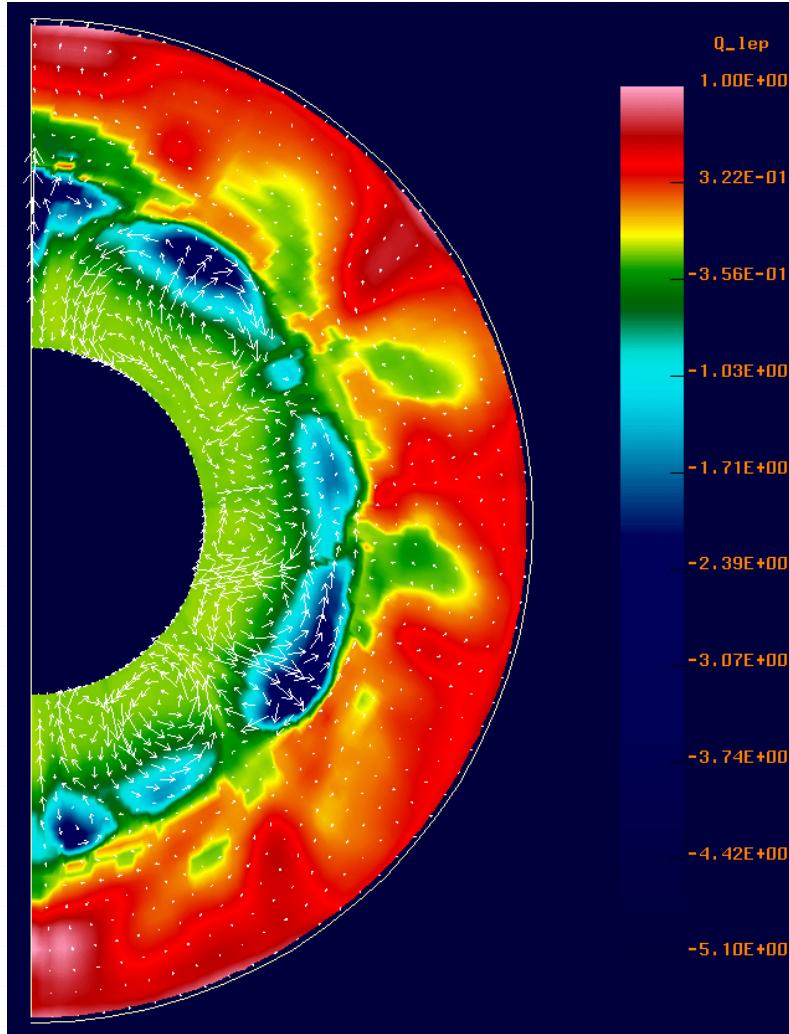


# Neutrino burst

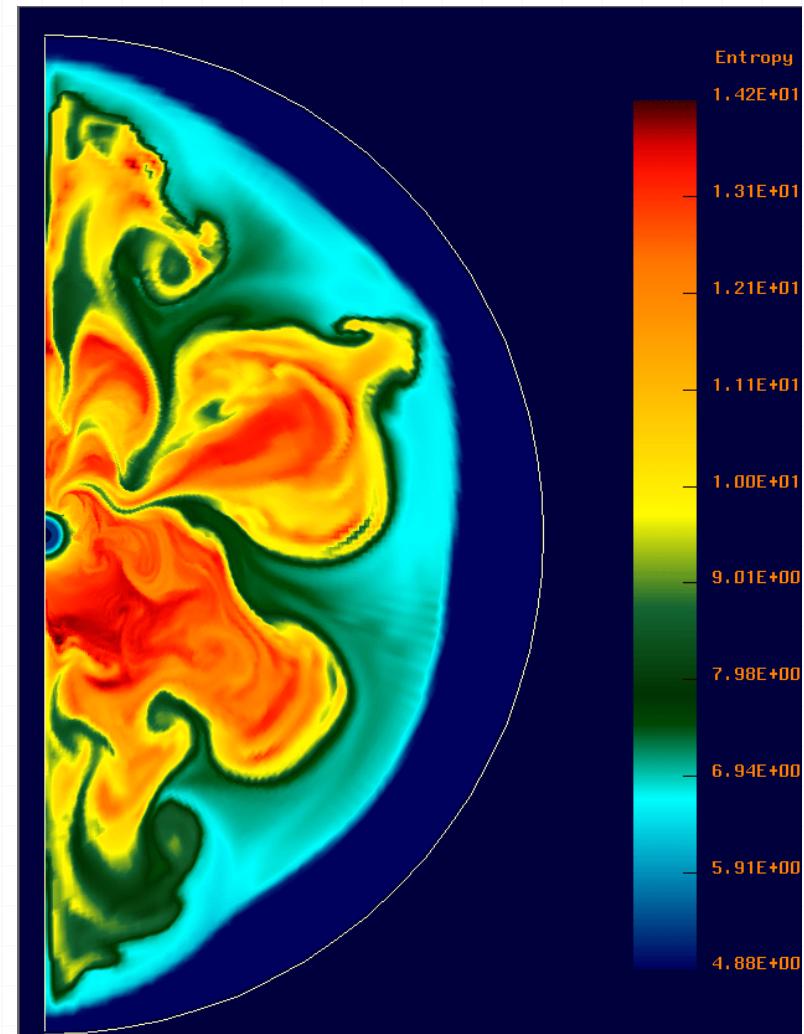


# PNS and neutrino-driven convections

PNS convection



$\nu$ -driven convection



# Free energy available by convection

➤ 微小blob流体が  $\Delta h$  浮かび上がったとする

➤ blob 流体：熱や化学組成の変化はないとする  $(d\rho)_{\text{blob}} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_{s,Y_e} (dP)_{\text{blob}}$

➤ 周囲の流体：  $(d\rho)_{\text{amb}} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_{s,Y_e} (dP)_{\text{amb}} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial s}\right)_{P,Y_e} (ds)_{\text{amb}} + \left(\frac{\partial \rho}{\partial Y_e}\right)_{s,P} (dY_e)_{\text{amb}}$

➤ 圧力平衡を保った変化： $(dP)_{\text{blob}} = (dP)_{\text{amb}}$

➤ 単位質量あたりに得られる free (gravitational) energy

$$w = -g\rho_{\text{amb}}^{-1} \Delta h[(d\rho)_{\text{blob}} - (d\rho)_{\text{amb}}] = g\Delta h \left[ \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial s}\right)_{P,Y_e} (ds)_{\text{amb}} + \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial Y_e}\right)_{P,s} (dY_e)_{\text{amb}} \right]$$

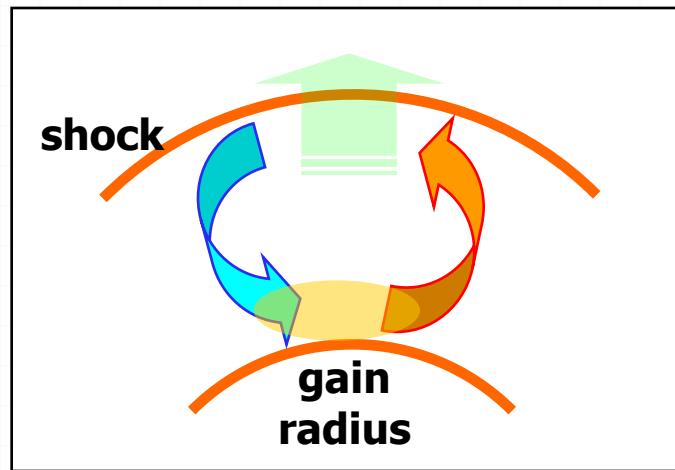
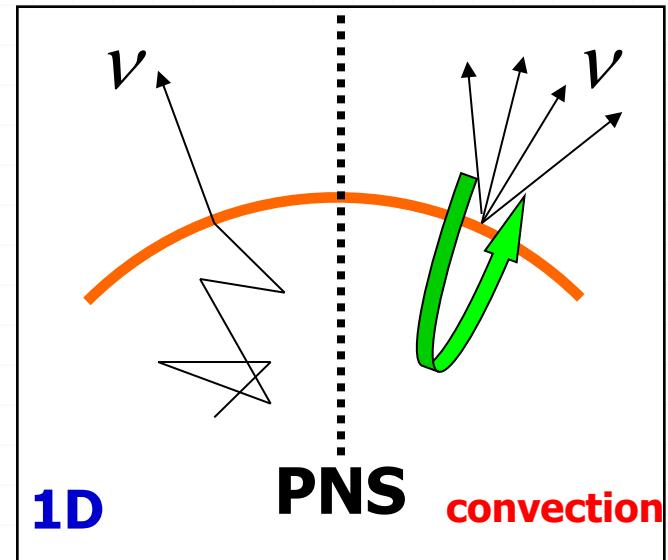
➤ 全体として $\Delta M$ の質量が $\Delta s$ ,  $\Delta Y_e$  の負の勾配によって対流を起こしたとすると、得られるエネルギーは

$$W \sim 10^{51} \text{erg} \left( \frac{\Delta M}{0.1 M_{\text{sun}}} \right) \left( \frac{\Delta h}{10 \text{km}} \right) \left( \frac{\Delta s}{s}, \frac{\Delta Y_e}{Y_e} \right) \left( \frac{50 \text{km}}{r} \right) \left( \frac{M_{\text{PNS}}}{M_{\text{sun}}} \right)$$

# How convection aids explosion

- PNS (proto-neutron star) convection
  - 1D: Neutrinos diffuse out from PNS in long diffusion time
  - Multi-D: Convection more efficiently dig up neutrinos from PNS faster than diffusion
  - However, PNS convection activity is likely to be weak in reality

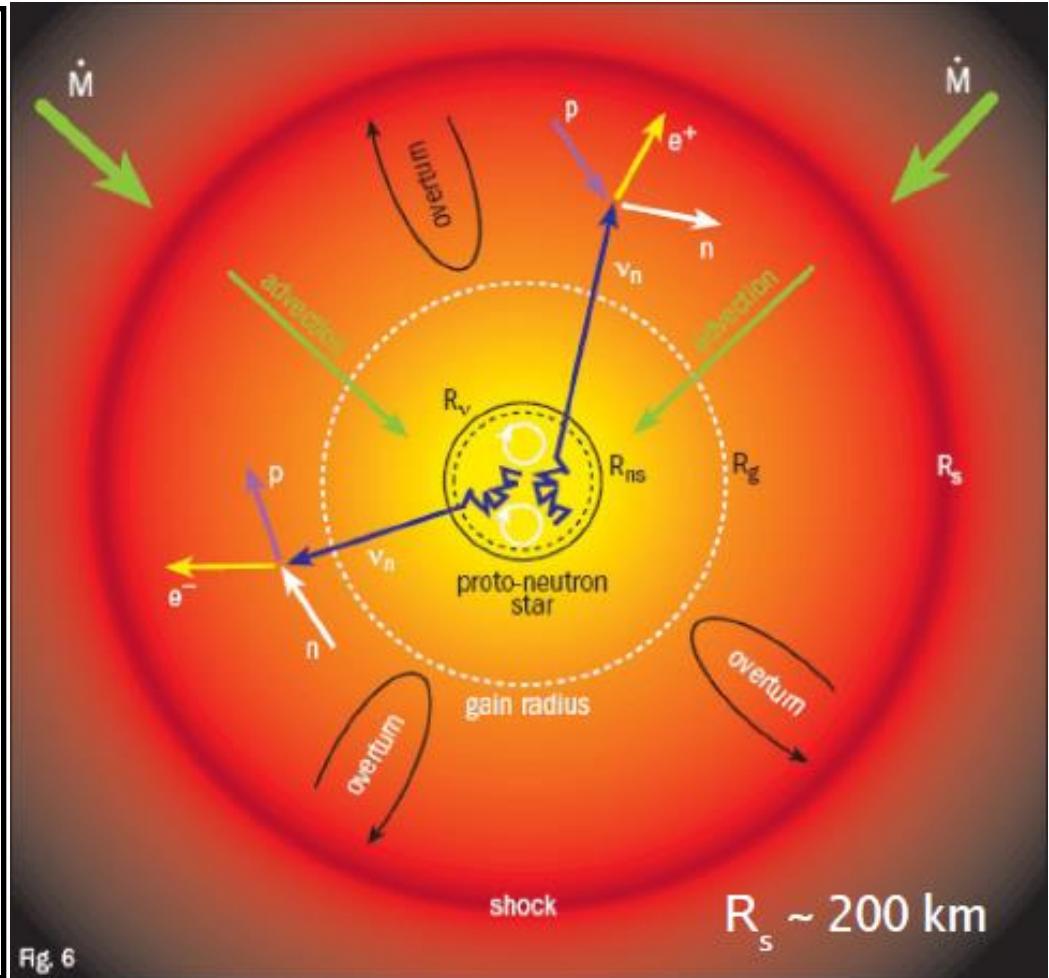
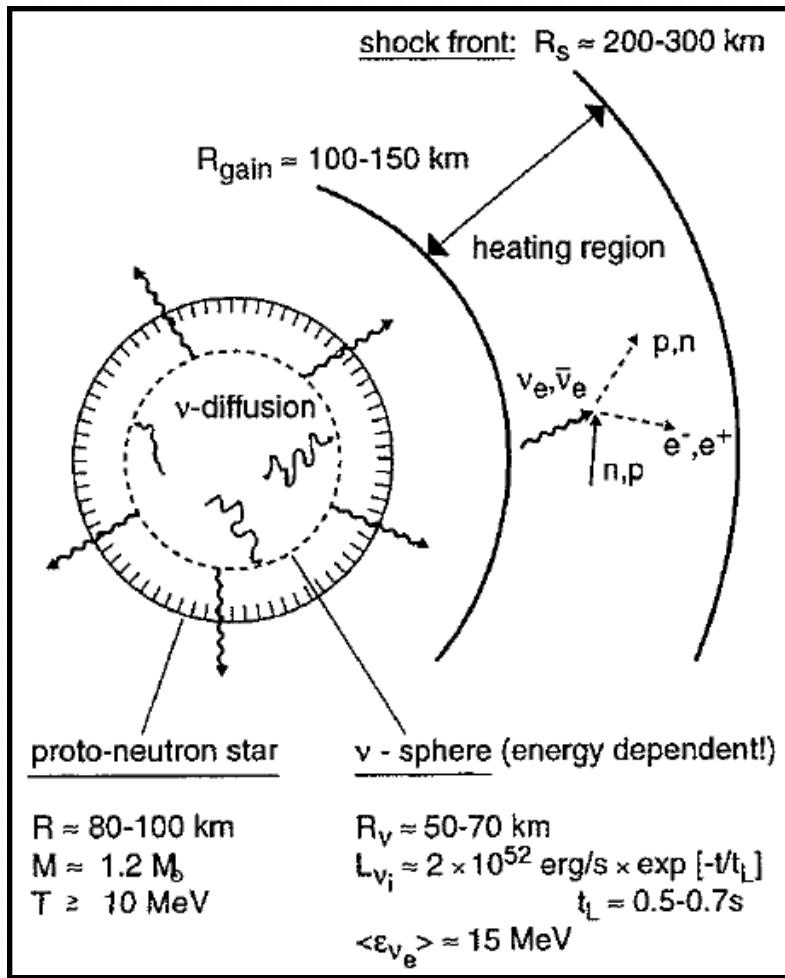
- Neutrino-driven convection
  - Cooler matter down to gain radius where heating is strongest
  - Hotter matter rises up to shock front to push the shock
  - Advection time gets larger due to the convective motions



# 対流 : Current status

- ❖ 対流が起こり、neutrino luminosity は enhance ....  
しかし、対流が十分に続かず、爆発は起こらない
  - ❖ Herant et al. (1992) ApJ. 395, 642; (1994) ApJ. 435, 399;  
Burrows & Fryxell. (1992) ApJ. Science 258, 430; (1993) ApJ. 418, 33;  
Burrows et al. (1995) ApJ. ApJ. 450, 830;  
Yamada et al. (1993) PTP 89, 1175;  
Shimizu et al. (1994) ApJL. 432, 119;  
Janka & Mueller (1996) A&A 306, 167;  
Keil et al. (1996) ApJL. 473, 111;  
Mezzacappa et al. (1998) ApJ. 493, 848; (1998) ApJ. 495, 911;  
Fryer & Warren (2002) ApJ. 574, 65; (2004) ApJ. 601, 391;  
Buras et al. (2003) PRL 90, 241101; (2006) A&A 447, 1049;  
Dessart et al. (2006) ApJ. 645, 534

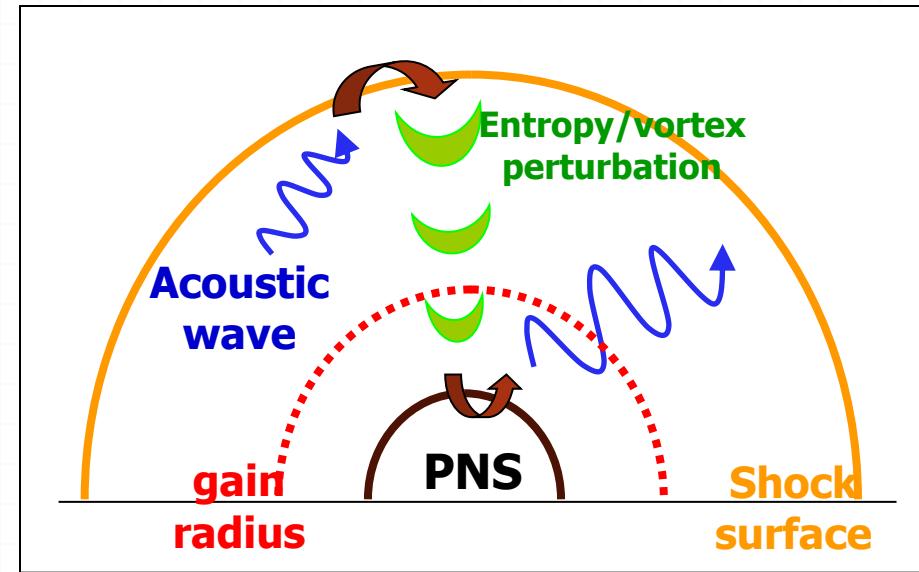
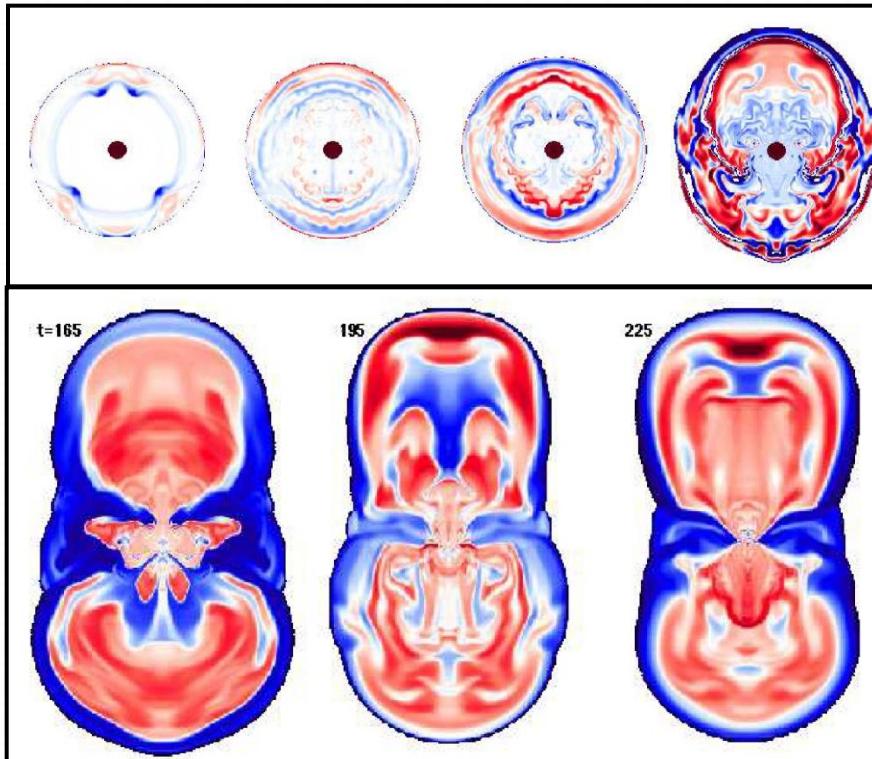
# Overall picture



Cartoon by E. Muller (1998)

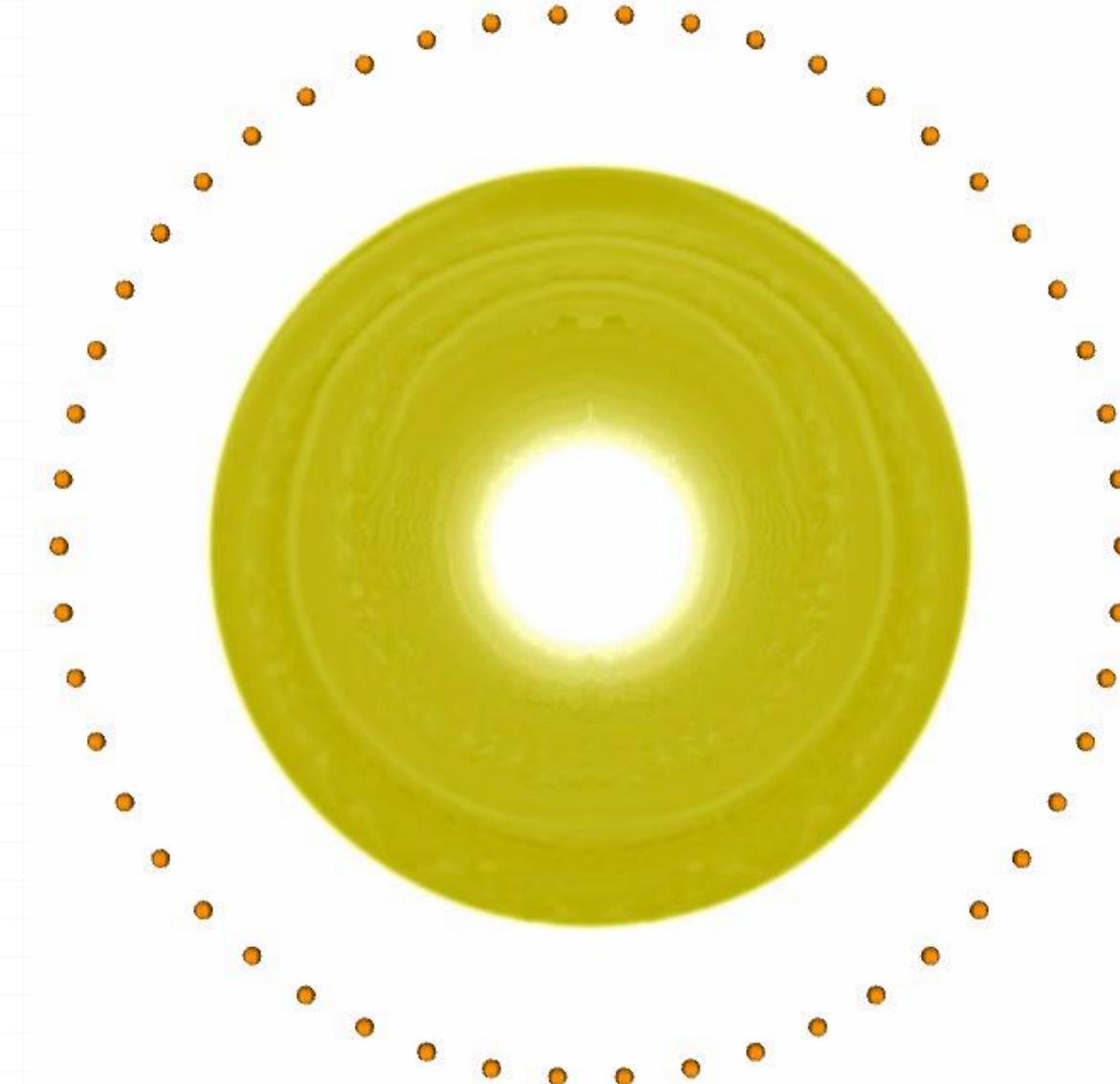
# SASI: Standing Accretion Shock Instability

- Non-radial, non-local low-mode ( $l=1,2$ ) instability **behind accretion shock**
  - メカニズム：衝撃波が歪む ⇒ 衝撃波面に平行な運動エネルギー成分が残る（斜め衝撃波）⇒ 渦およびエントロピー擾動の生成 ⇒ PNS～gain radiusで音波として跳ね返る ⇒ 音波が衝撃波をさらにゆがめる
- 対流の成長しない条件でも成長可能(Yamasaki & Yamada (2006) ApJ. 650, 291)



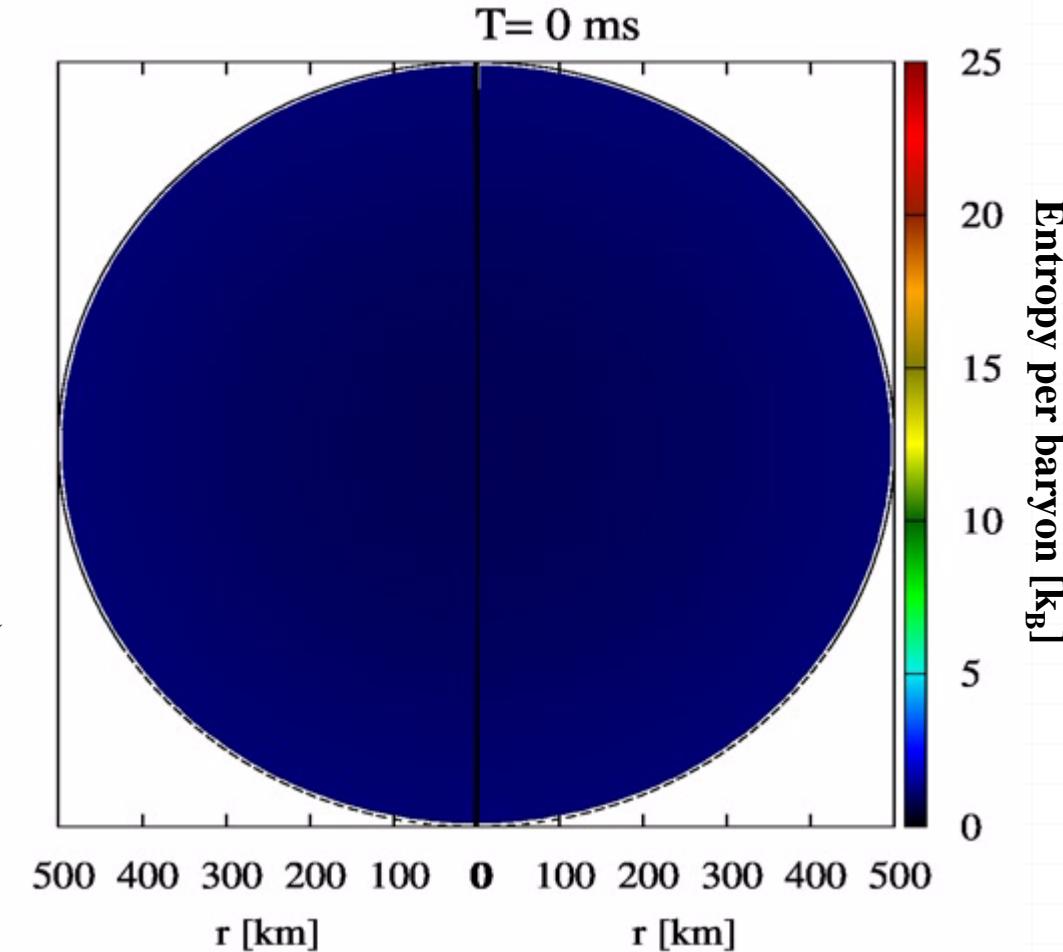
SASI を追跡するためには赤道面対称の仮定を外したシミュレーションを行う必要があった！(SASIの発見が遅れた理由)

# SASI animation



# SASI aided supernova explosion

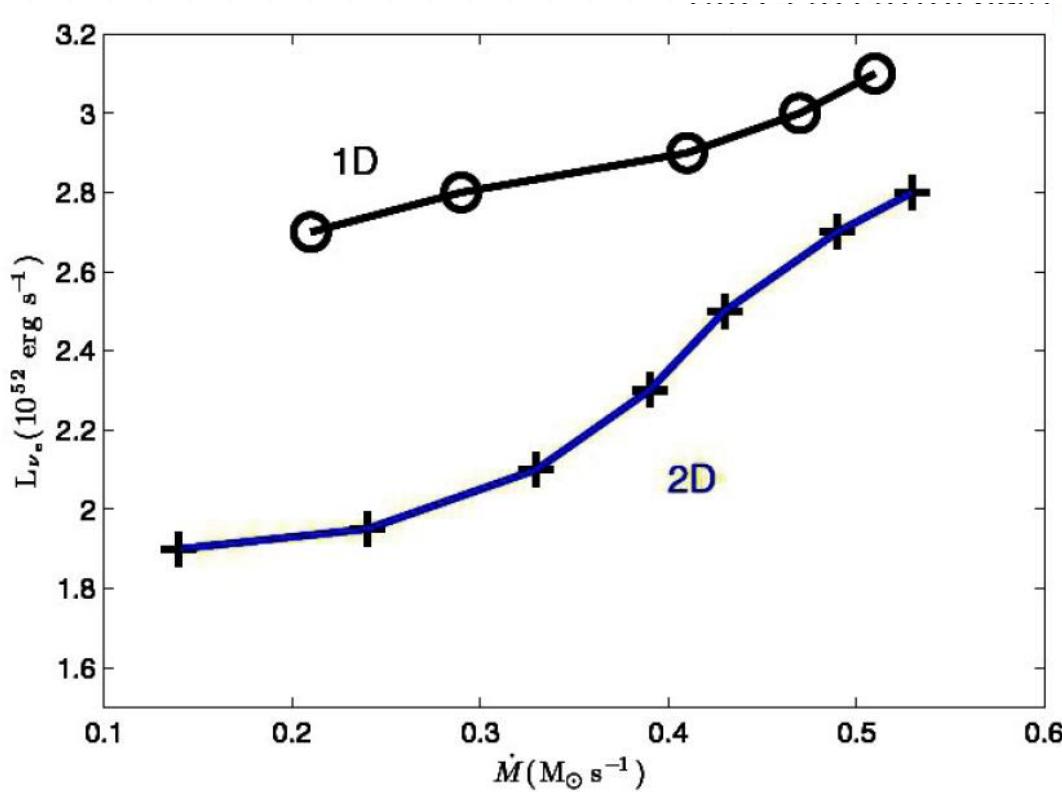
- 対流が成長できない条件下でも成長
- 負のエントロピー勾配の形成  
⇒ 対流
- 衝撃波を遠くへ押す ⇒  
residence time が長くなる
- 2次元軸対称モデルで爆発に成功するケースが現れる！
  - First success by Marek and Janka (2005)
- しかしながら。。。爆発エネルギーが典型値  $10^{51}$  erg に及ばず  $10^{50}$  erg 程度



Animation by Y. Suwa

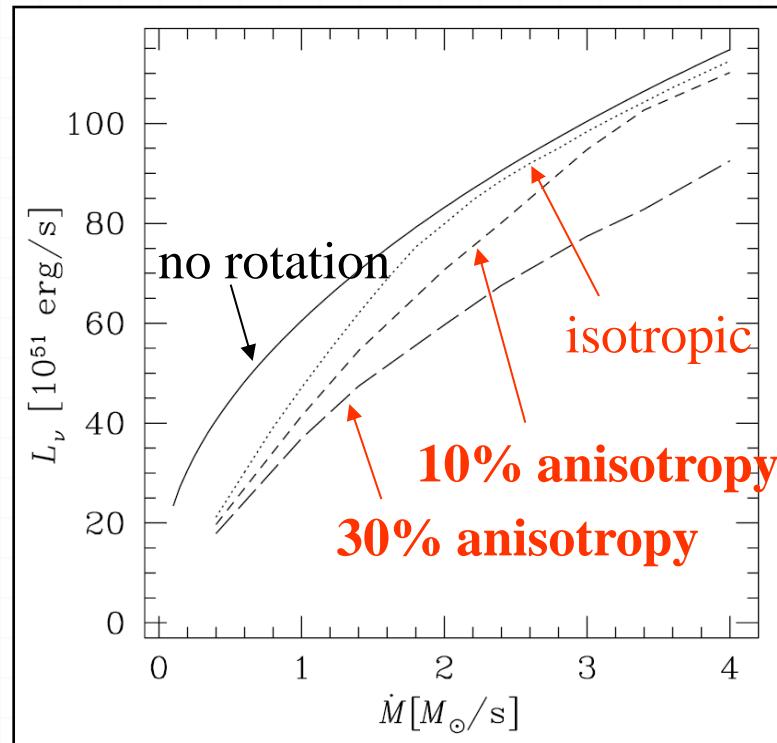
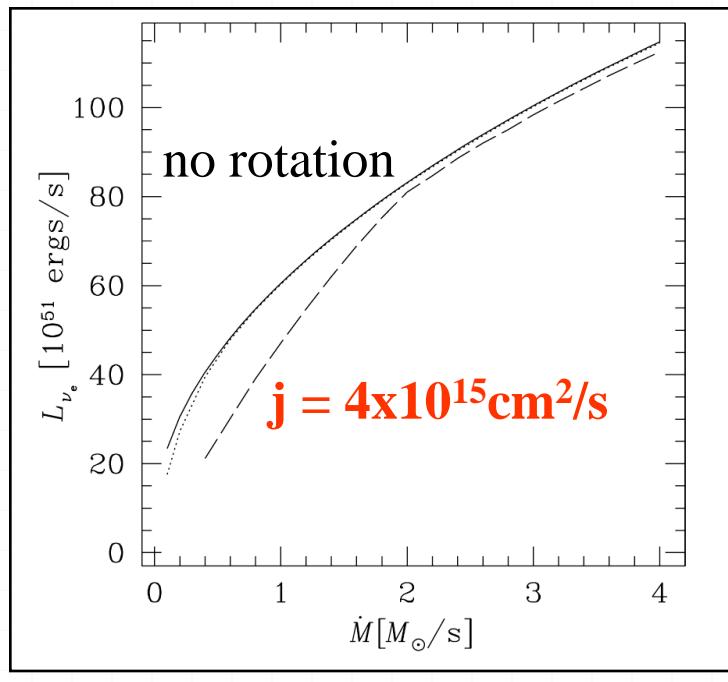
# Critical curve : 1D vs. 2D

- 実際、critical curve を調べてみると、対流やSASIの効果によって爆発に転じるのに必要な臨界ニュートリノ光度が数10%低減
- How about 2D vs. 3D ? (後述)



# 回転の効果

- Rotation reduces the **critical luminosity**
  - For a given mass accretion rate, there is a **critical neutrino luminosity**, above which **no steady accretion flow** exists
- Anisotropic neutrino heating also reduces the critical luminosity

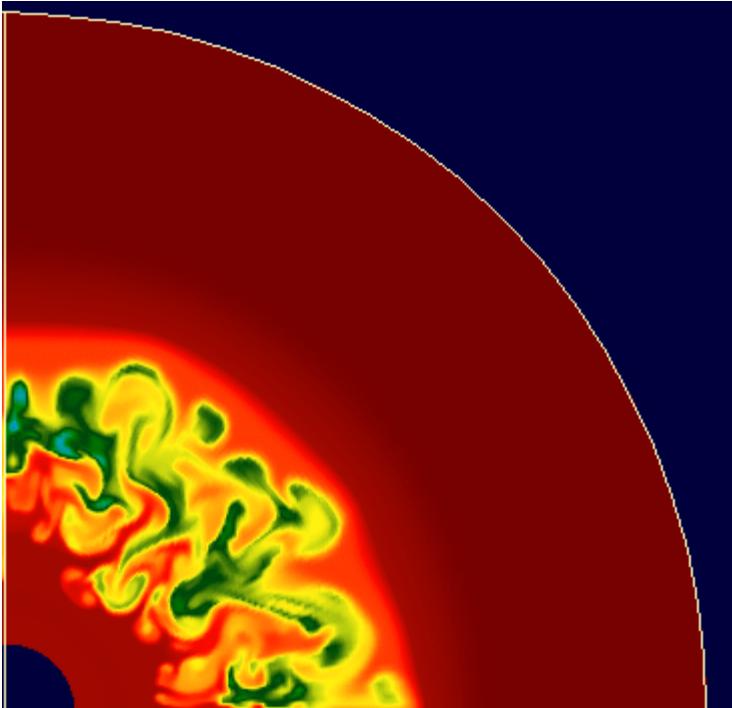


# § 4: 最近の話題

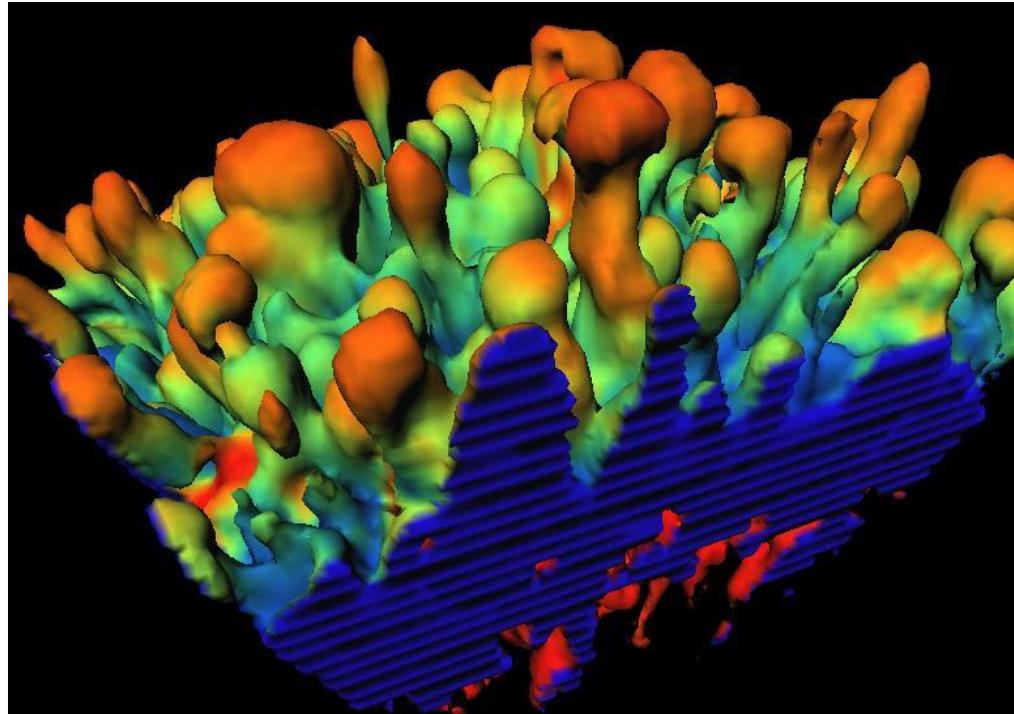
# 対流：2D vs. 3D

- 2次元ではより大スケールの convective eddies が形成
- 3次元における convective eddies は小スケール(分解能の重要性)
  - Cf. 乱流スペクトルの direct cascade vs. inverse cascade

Convection in 2D

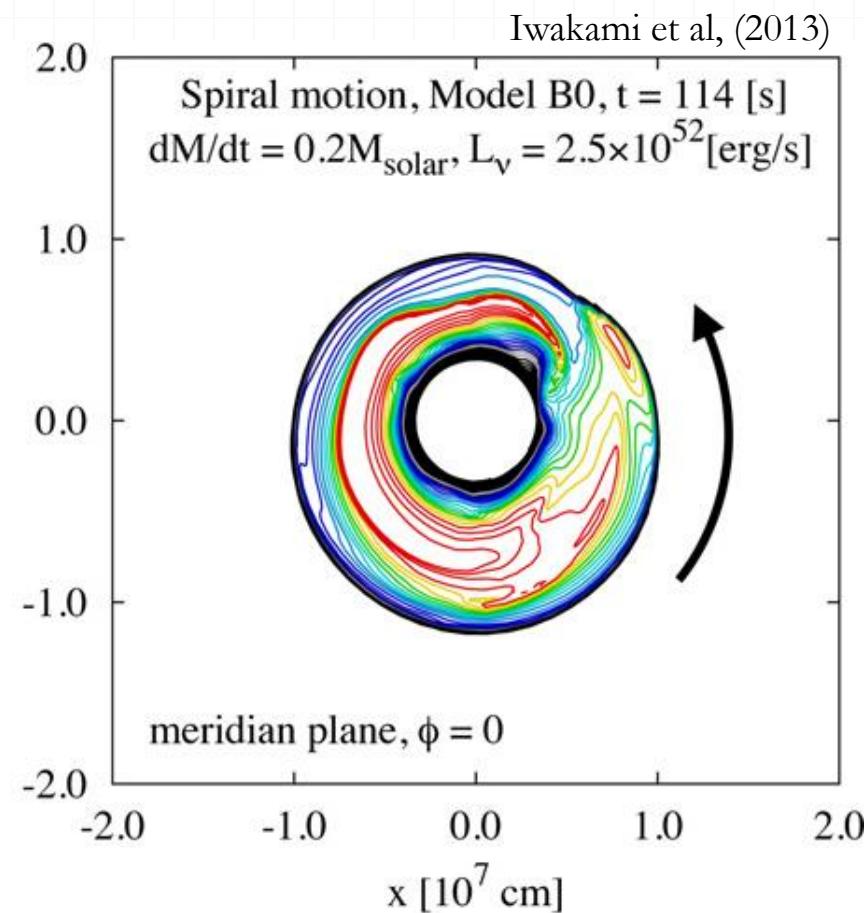
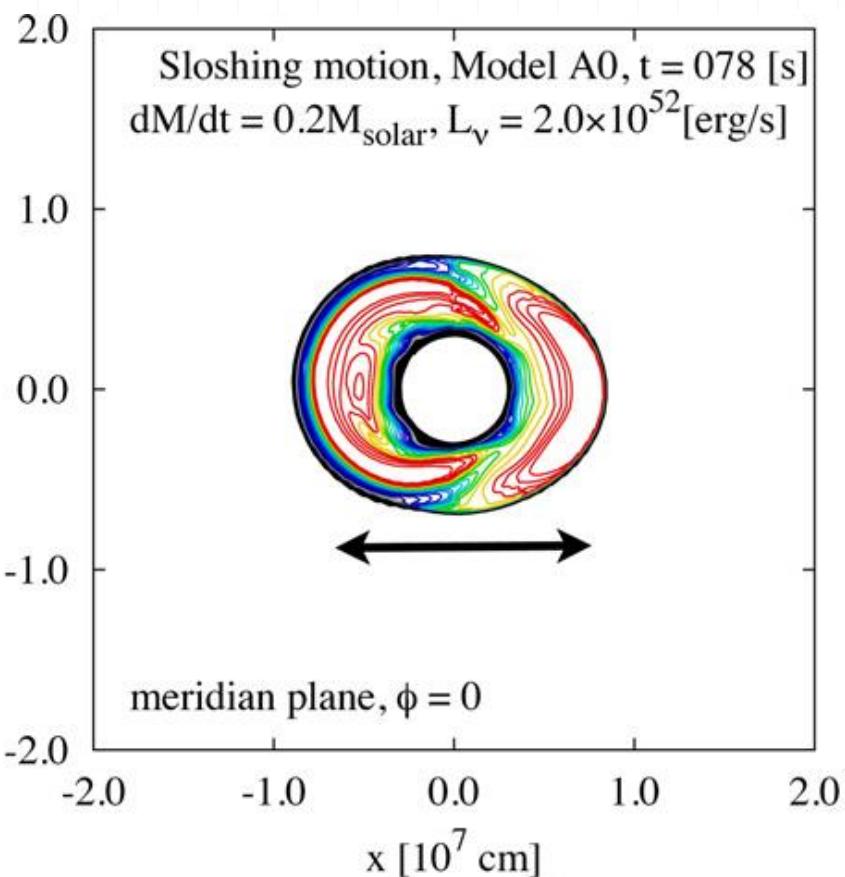


Convection in 3D



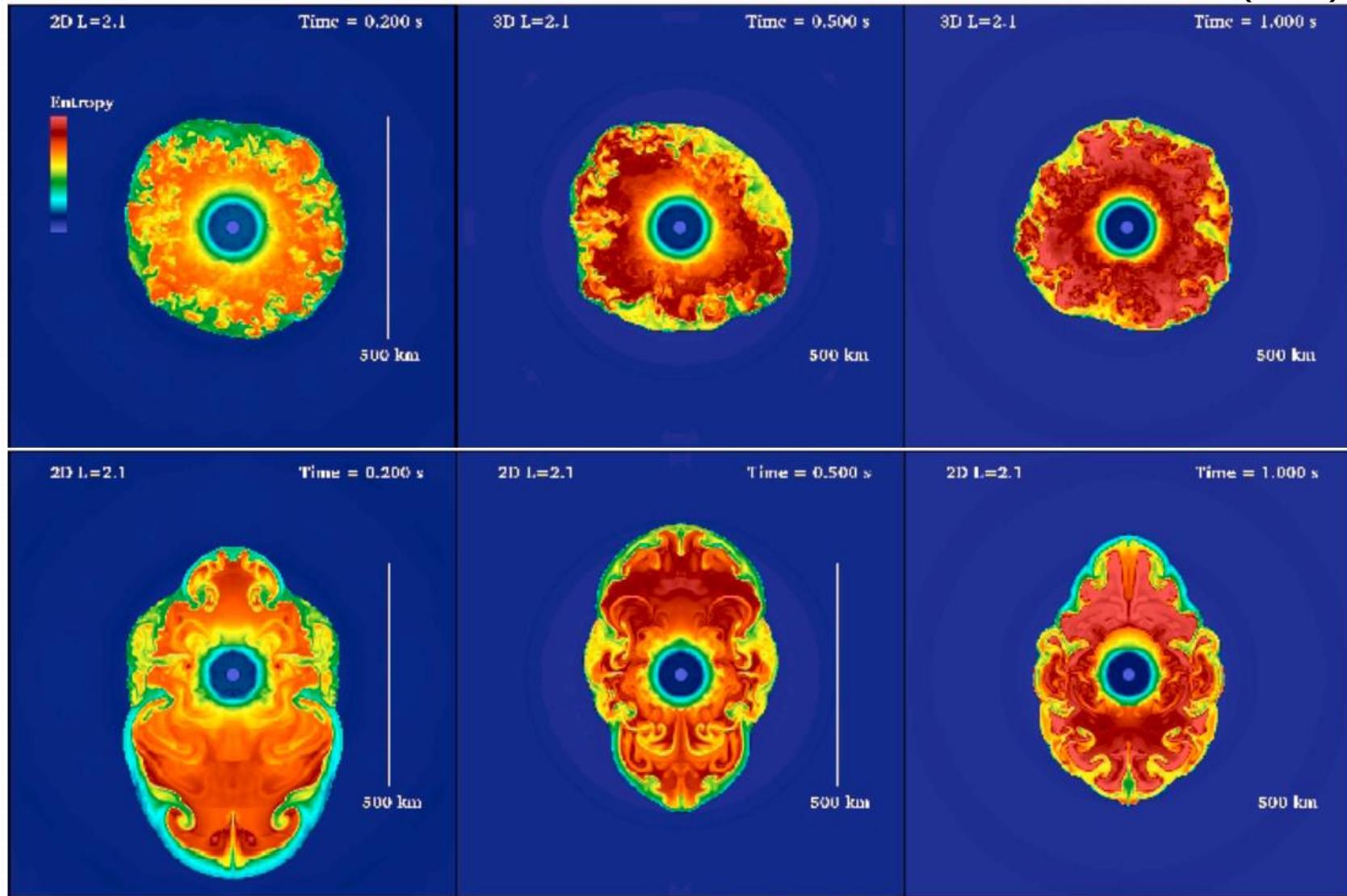
# SASI: 2D vs. 3D

- 2D: the so-called sloshing motion
- 3D: additional degrees of freedom, rotational SASI



# Morphology: 2D vs. 3D

Nordhaus et al. (2010)

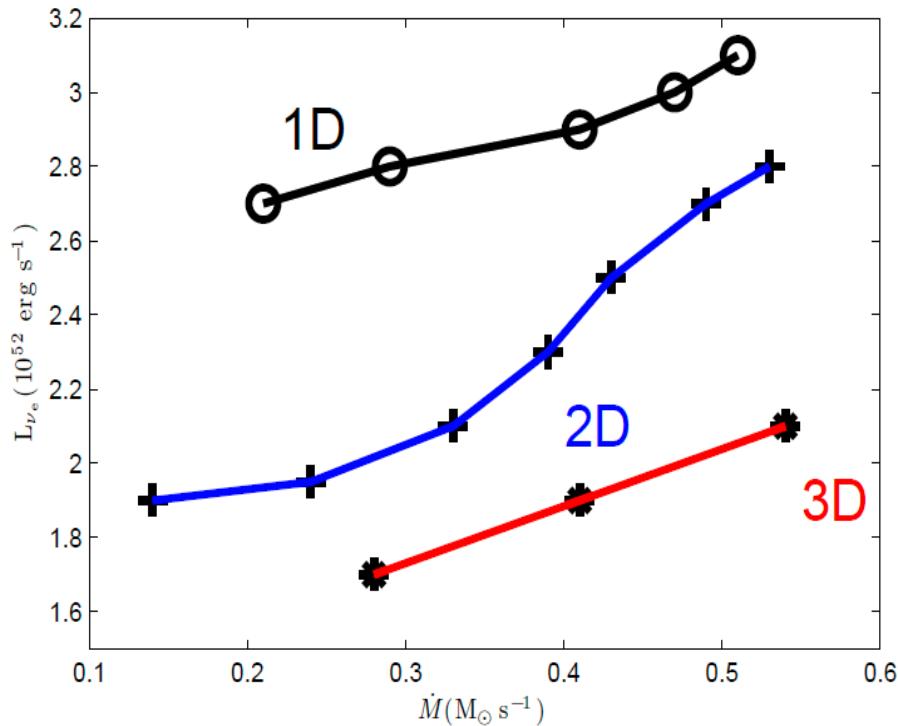


# Critical curve : 2D vs. 3D (1)

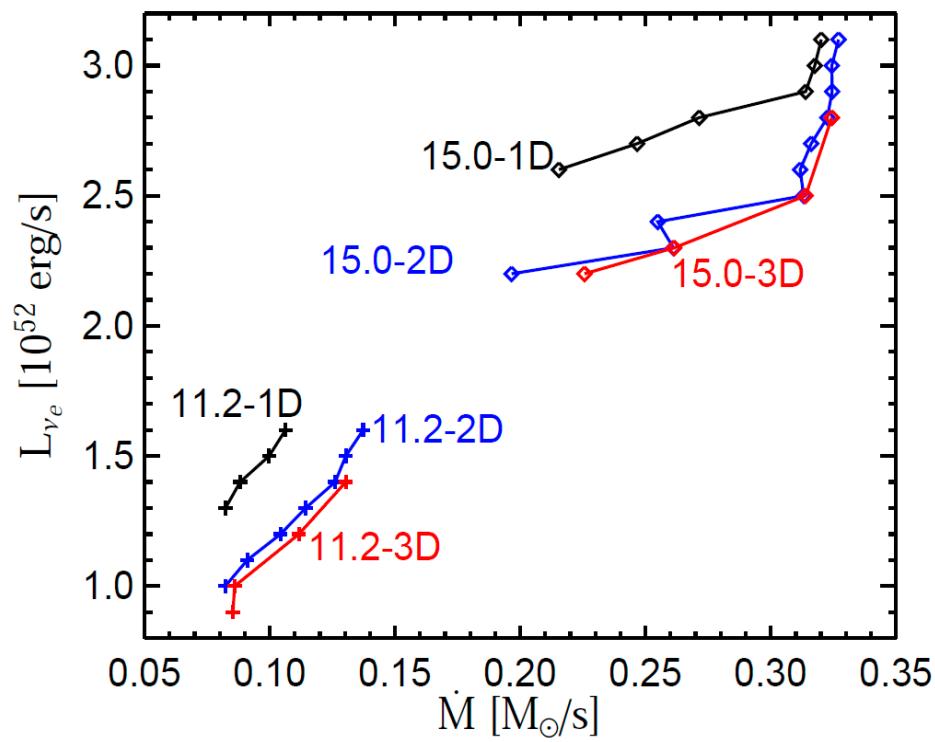
➤ 初期に見られた混乱

➤ Nordhaus (2010) : 3D は爆発に有利

➤ Hanke et al. (2011) : 3D は爆発に特に有利ではない



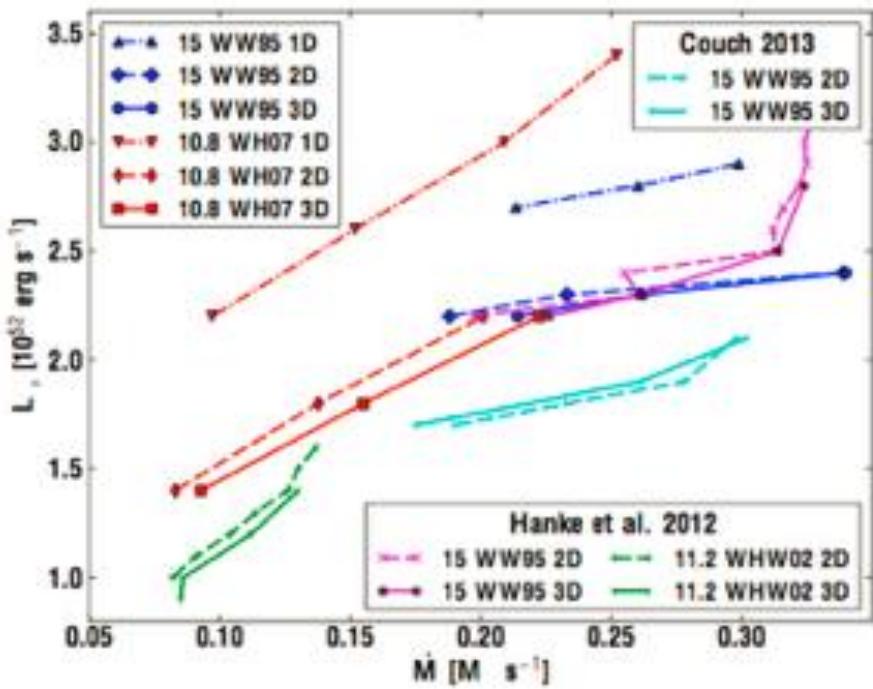
Nordhaus et al. (2010)



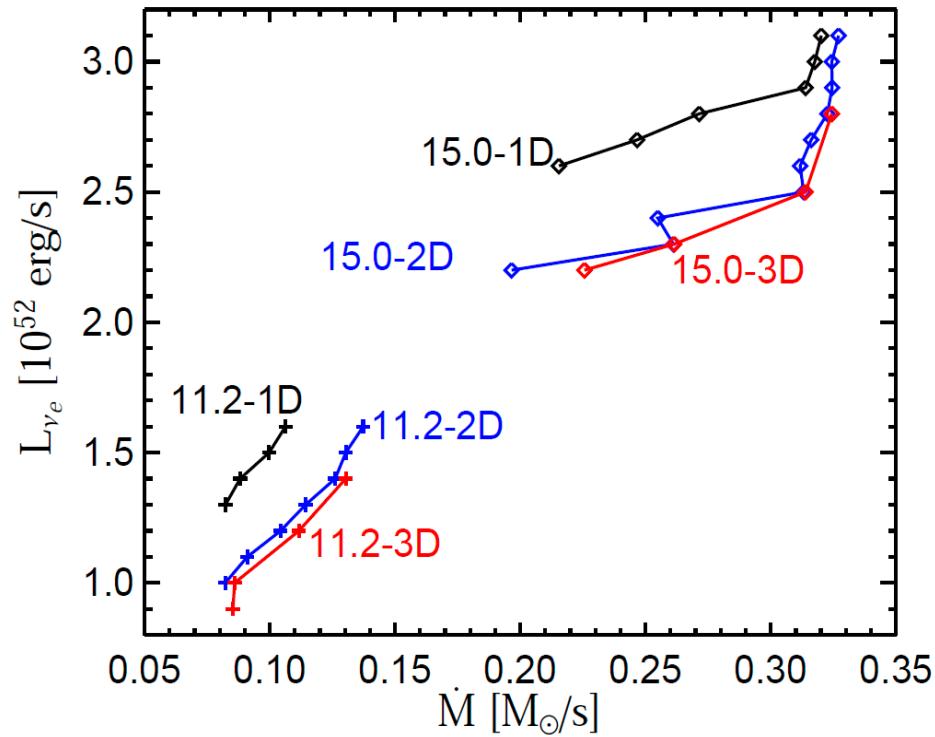
Hanke et al. (2011)

# Critical curve : 2D vs. 3D (2)

- ▶ 先の不一致は Nordhaus et al. (2010) の gravity solver の不備によるものであった！
- ▶ 結論: (少なくとも parametric study においては) 3D は特に有利ではなさそう

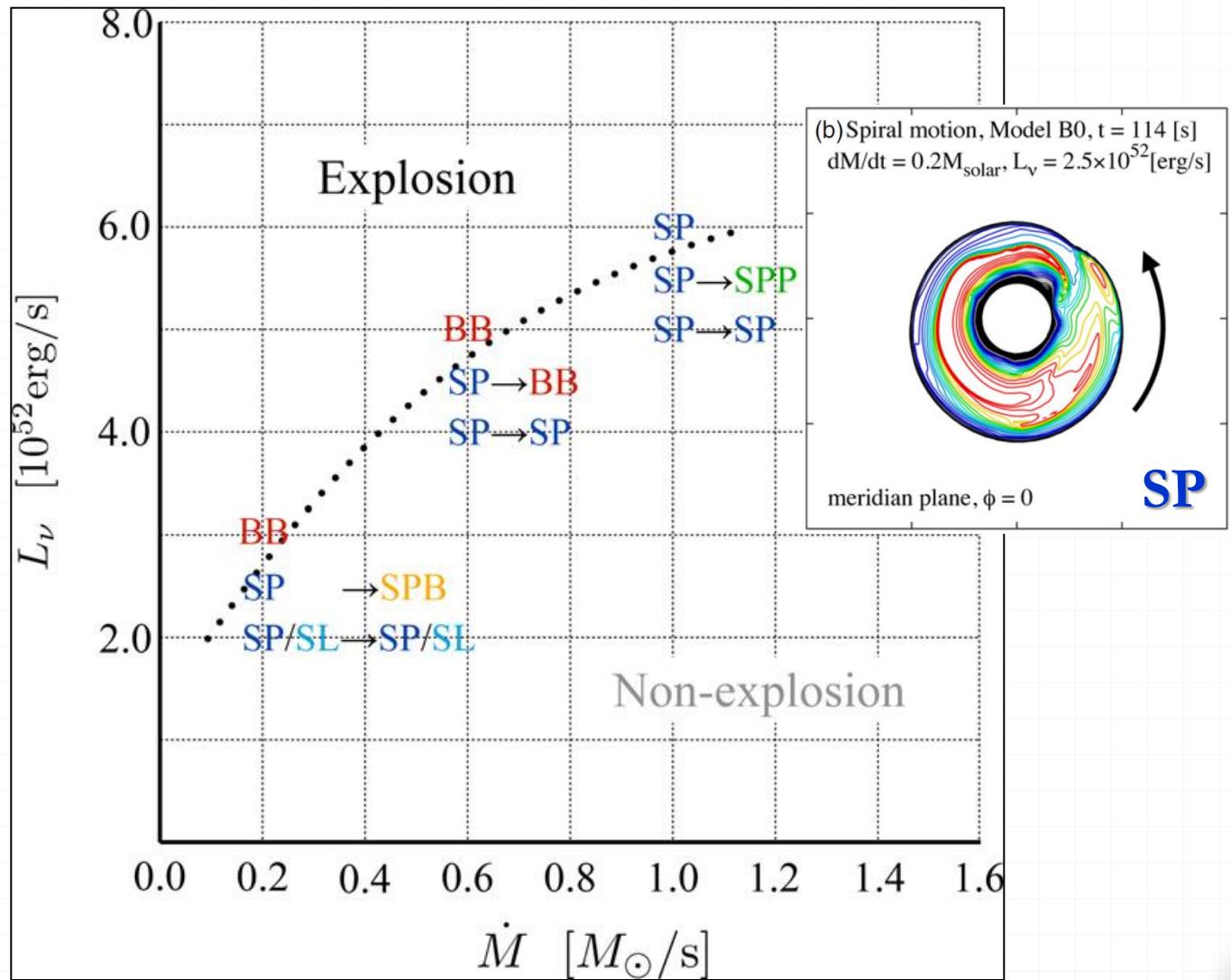
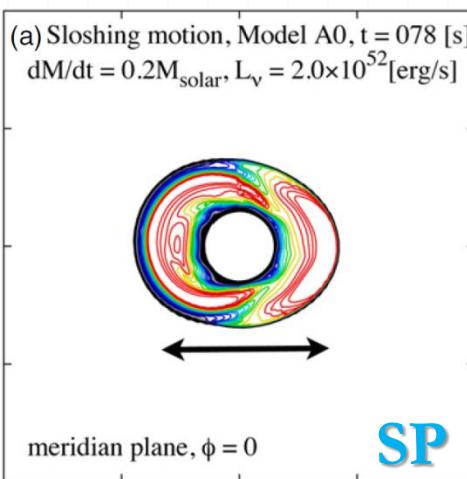
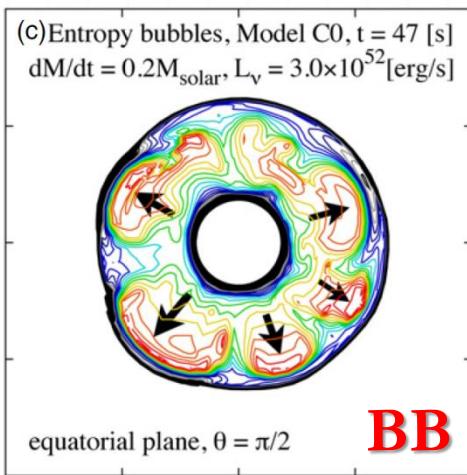


From Burrows (2013)



Hanke et al. (2011)

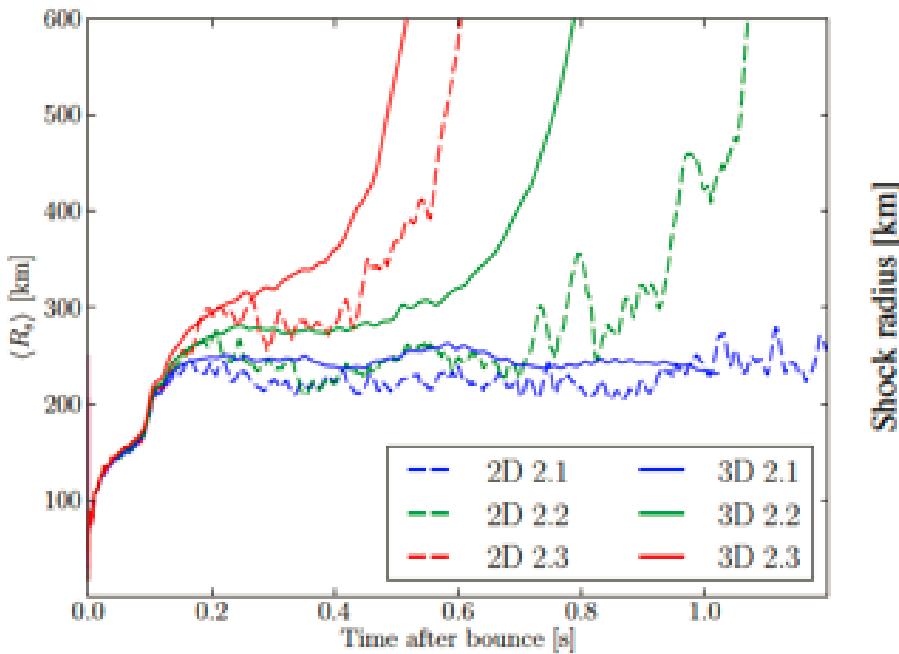
# A bit more complexity



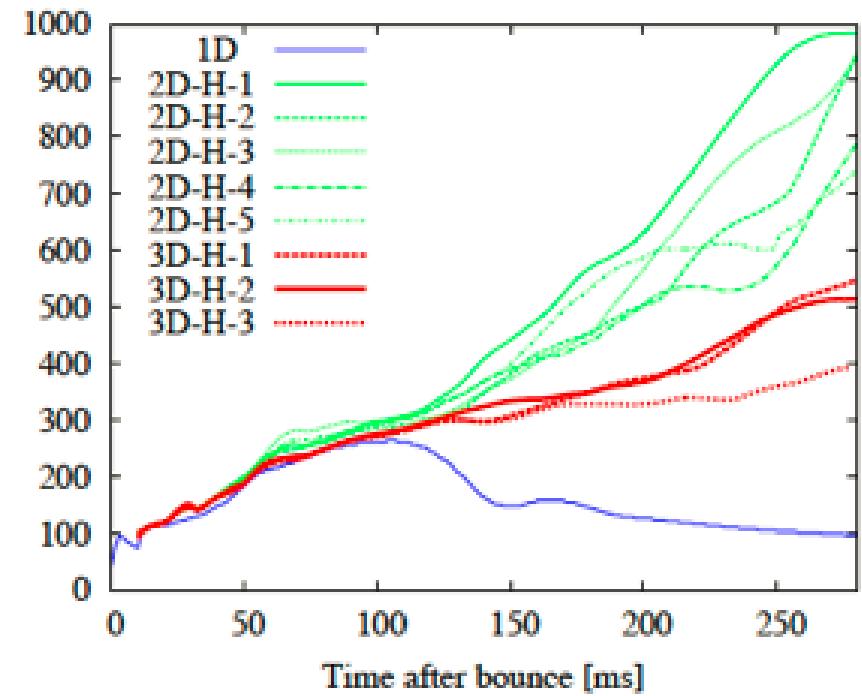
# 2D vs. 3D : さらなる混乱

- Dolence et al. (2013) Parameterized study: 3D では早く爆発する
  - Takiwaki et al. (2013) Self-consistent study: 3Dでは遅く爆発する
  - Hanke et al. (2013) Self-consistent study: 3Dでは爆発しない

Dolence et al. (2013)

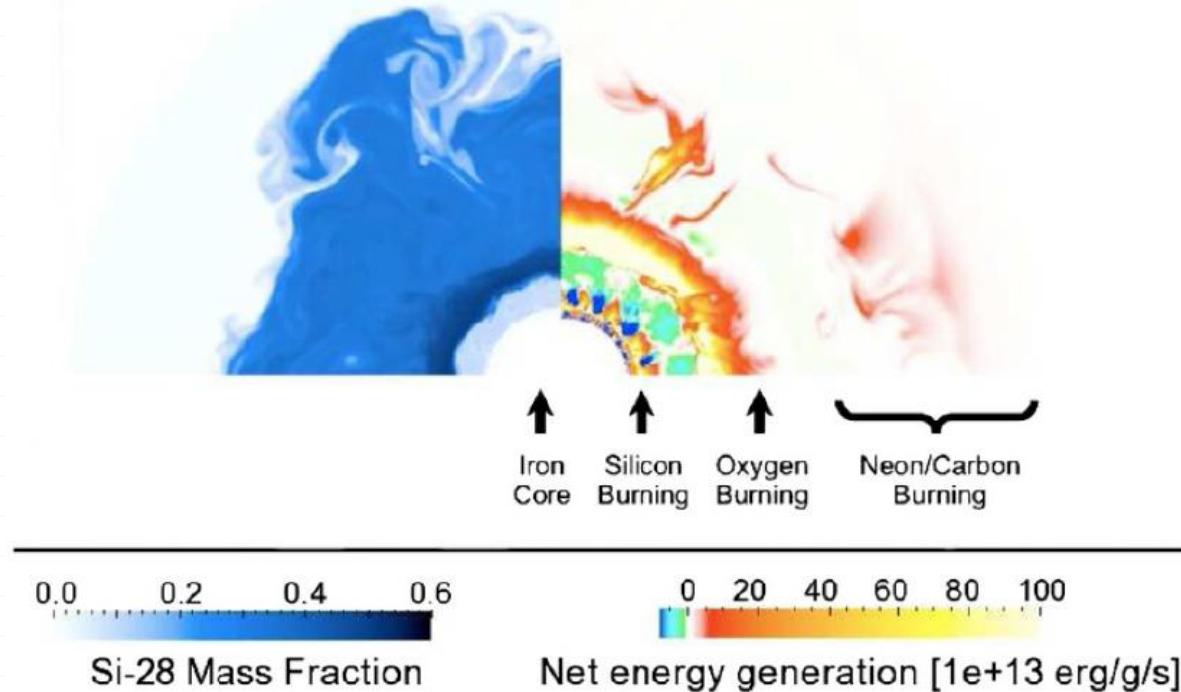


Takiwaki et al. (2013)



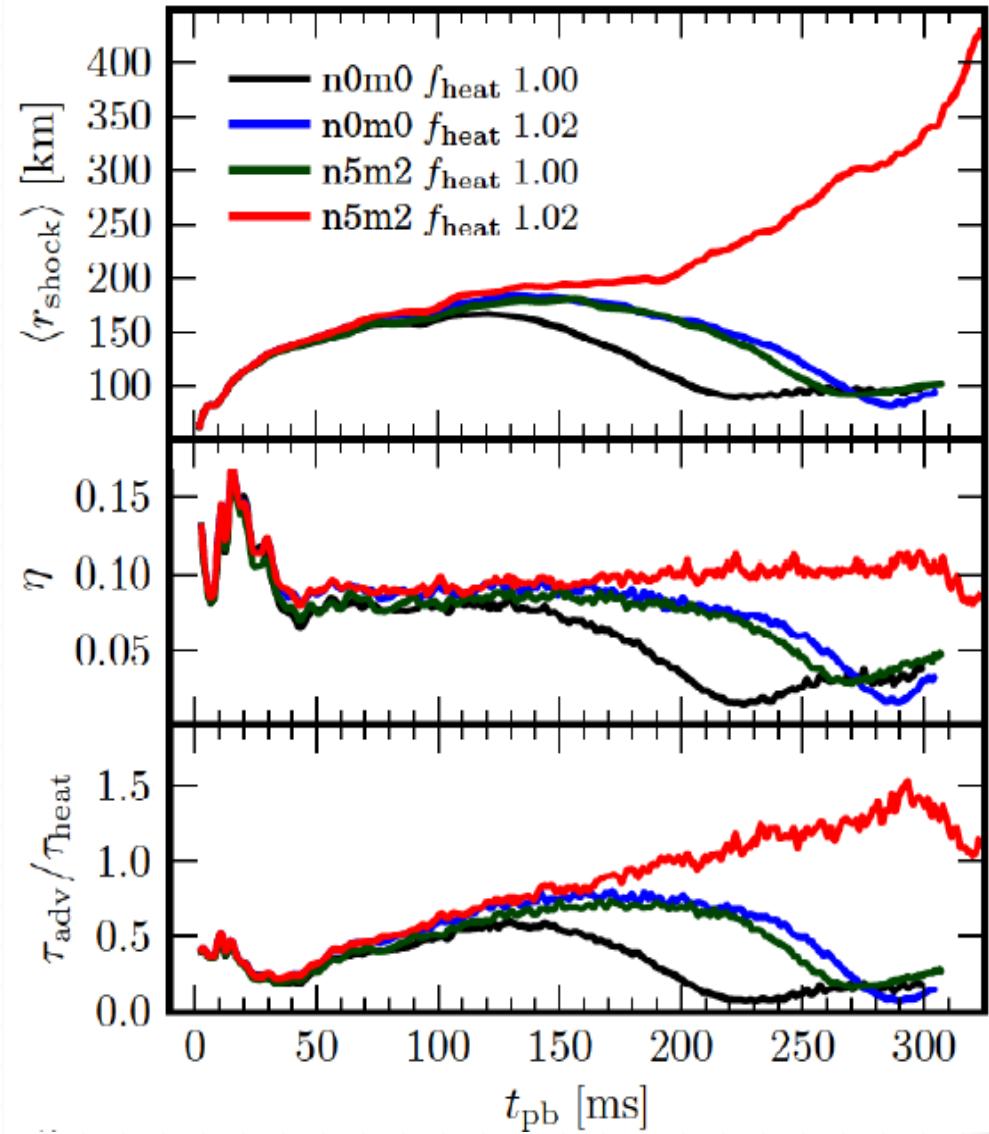
# Pre-collapse fluctuations in progenitors

- Arnett & Meakin (2011) : convection in Si/O layer nuclear burning phase may be very strong to develop large-scale asymmetries
  - Such pre-collapse fluctuations may affect the SN dynamics
    - Burrows & Hayes (1996); Lai & Goldreich (2000)
  - Such fluctuations are amplified as they infall (Takahashi & Yamada (2013))



# Pre-collapse fluctuations in progenitors

- Couch & Ott (2013) :  
3D leakage simulations  
with/without velocity  
perturbations in Si/O layers.
  - The perturbations can trigger shock revival.
  - Large-amplitude fluctuations may activate convection that are stable to small-amplitude perturbations
- Interaction between pre-collapse fluctuation and convection/SASI should be investigated.



# Supernova as a computational challenge

- 未だ爆発機構を完全に理解したとは言えない。。。
- 4つの力(重力,電磁気力,弱い相互作用,強い相互作用)すべてが関与する
  - 重力：一般相対性理論
  - 電磁気力：磁気流体不安定, 状態方程式, プラズマ物理
  - 弱い相互作用：ニュートリノ反応
  - 強い相互作用：中性子星( $\rho_c > \rho_{nuc}$ )の物理
- 素粒子物理学者が計算した核力(+実験)に基づき、原子核物理学者が核物質状態方程式およびニュートリノ反応率を計算し、それに基づいた一般相対論的(Einstein方程式を解く!)数値シミュレーションを行う。
- ニュートリノ輻射輸送(6次元phase space における問題)の重要性
- 非線形性・多次元(対流,SASI,回転 etc.)の重要性 ⇒ 数値シミュレーション
  - 分解能！ そこら辺のパソコンでは無理。スーパーコンピュータが必要
  - 計算科学分野の研究者の協力が不可欠
- 基礎物理へのフィードバック
  - ex. ブラックホール形成：一般相対論のテスト



# Appendix: ベータ崩壊のFermi理論

➤電磁相互作用からの類推

$$H_{\text{EM}} = e J_{\text{EM}}^\mu A_\mu = e(i \bar{\psi}_p \gamma^\mu \psi_p) A_\mu$$

$$H_\beta \sim e J_\beta^\mu A_\mu \sim C_V (i \bar{\psi}_p \gamma^\mu \tau_+ \psi_n) (i \bar{\psi}_e \gamma_\mu \psi_v)$$