励起子絶縁体の負性微分抵抗と AdS/CFT対応

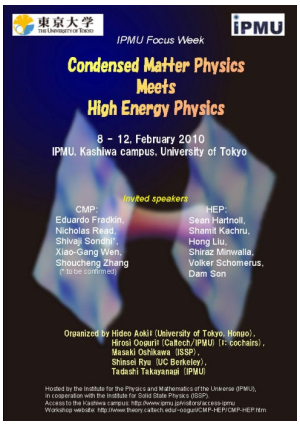
京都大学大学院理学研究科

中村　真

Ref. arXiv:1006.4105[hep-th]

IPMU Focus Week
Condensed Matter Physics Meets High Energy Physics

hosted by the Institute for the Physics and Mathematics of the Universe (IPMU),
in cooperation with the Institute for Solid State Physics (ISSP).
February 8 - 12, 2010, in the main auditorium of IPMU



Organizers (*: co-chairs)
Hideo Aoki* (Department of Physics, University of Tokyo),
Hirosi Ooguri* (Caltech & IPMU, University of Tokyo),
Masaki Oshikawa (ISSP, University of Tokyo),
Shinsei Ryu (University of California at Berkeley),
Tadashi Takayanagi (IPMU, University of Tokyo).

IPMU: 東京大学・数物連携宇宙研究機構

Taken from http://www.theory.caltech.edu/~ooguri/CMP-HEP/CMP-HEP.htm

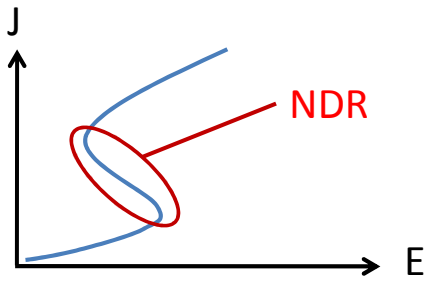
物性研究者との交流

東大本郷の青木秀夫さん、岡隆史さんから、強相関電子系の絶縁体に関して興味深いお話を伺った。

「強相関電子系の絶縁体では負性微分抵抗が広く一般的に観測される。」

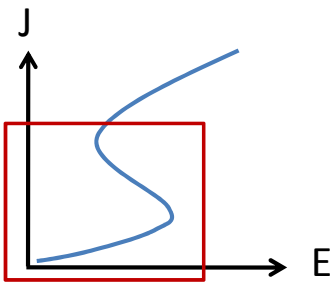
負性微分抵抗 (NDR: Negative Differential Registivity)

物質を流れる電流が増すと電位差が減少する特異な電気伝導特性。
通常、強相関絶縁体でNDRが見られる場合は、電流は電場の多価関数となる。

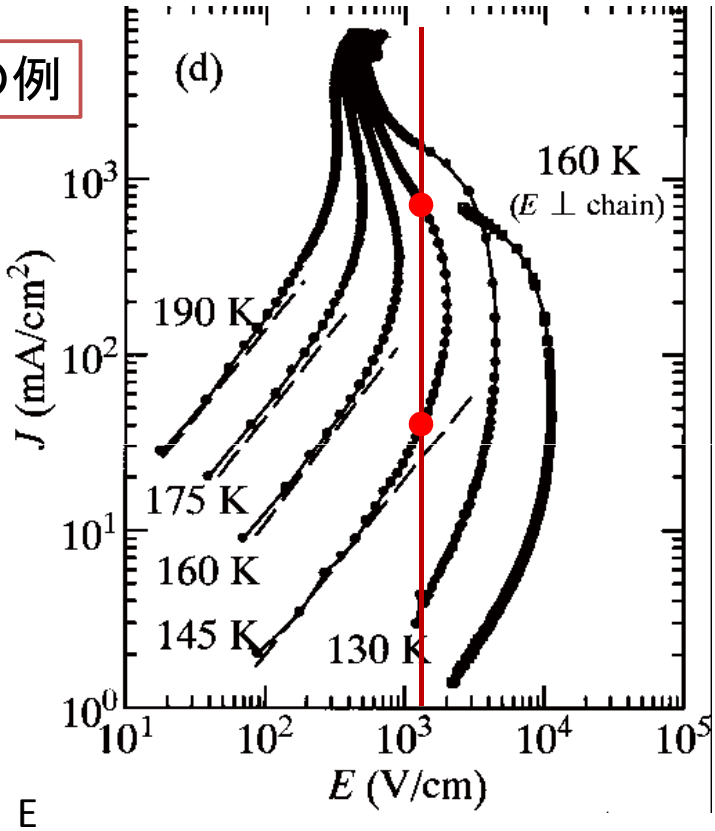


実験データの例

$SrCuO_2$
(1d Mott)



この部分



Y. Taguchi T. Matsumoto and Y. Tokura. *Phys. Rev. B, 62:7015, 2000.*

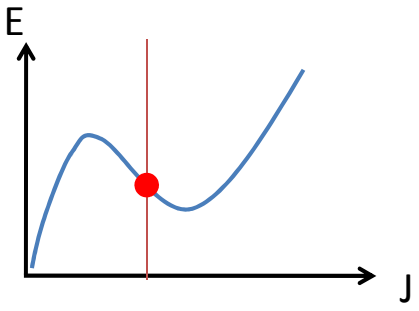
実験データの例

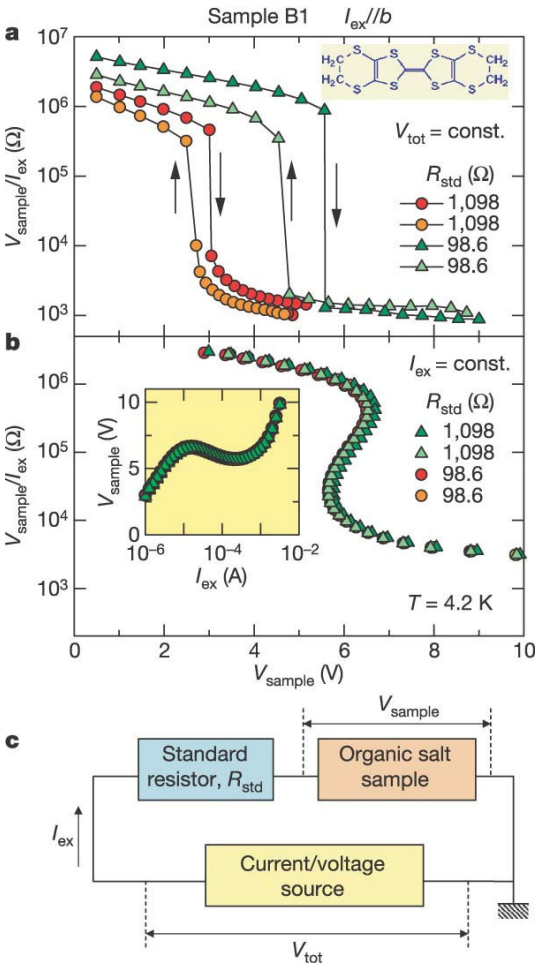
θ-$(BEDT\text{-}TTF)_2CsCo(SCN)_4$ crystal at 4.2 K.

F. Sawano et. al., Nature 437 (2005) 522.

Charge order insulator

「電流は電圧の多価関数」:
実際は電圧を電流の関数として
測定している。電圧は電流の一価関数。





強相関絶縁体のNDR

現在のところ、強相関電子系のNDRに関しては、NDRのメカニズムに関する現象論的なモデルに基づいた計算が殆どである。

- Joule heating model
- 多体雪崩効果(Oka-Kishida-Aoki)
- .....

これをAdS/CFTで計算できるであろうか？

ゲージ理論での問題設定

NDR は、強相関電荷系でかなり一般的に見られる
非線形電気伝導特性だと考えてみよう。

それでは、quark-gluon plasma中の強く相関のある
quarkの系においてquark電荷の非線形伝導を
調べた場合、やはりNDRが見られるのだろうか？

ここでは、少なくともある特殊な系においては

答えが **Yes,** であることを示す。

どのようにしてNDRを計算するか?

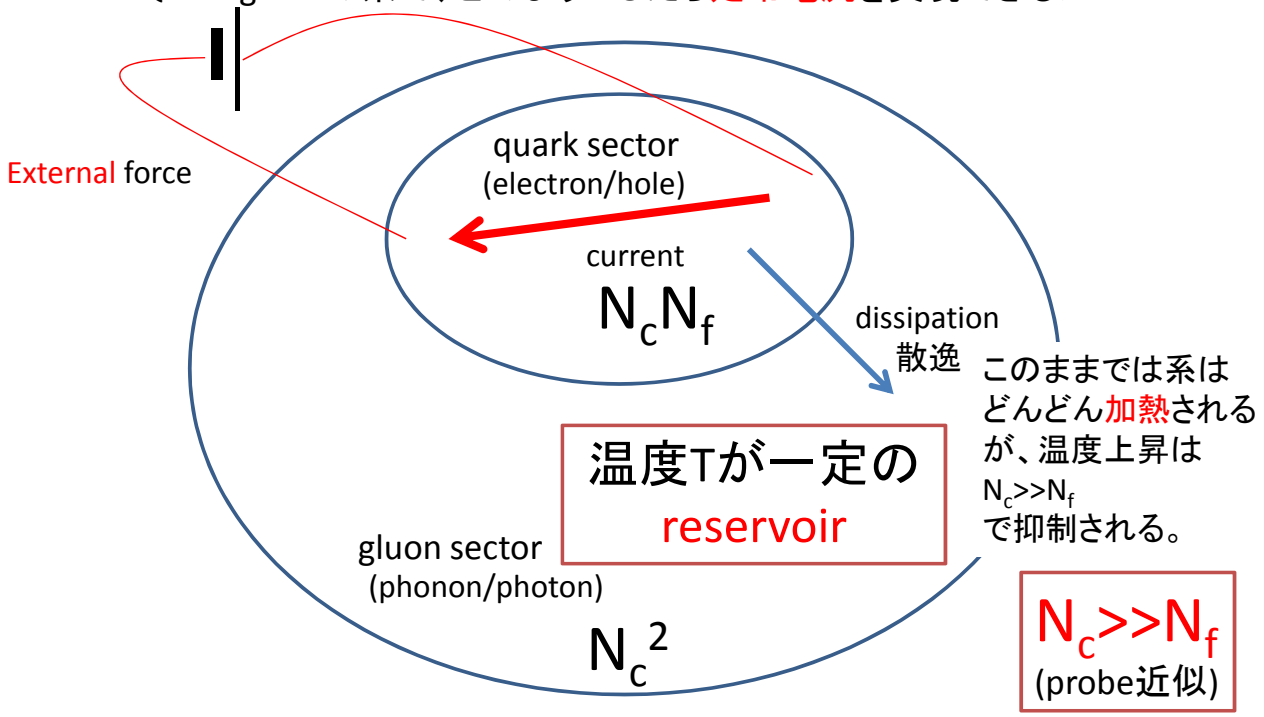
強相関系NDRの計算に付きまとう3つの “NON”.

- Non-linear: NDRは 非線形現象である。
- Non-equilibrium steady state: NDRは非平衡定常状態。
  （電流による散逸があるため非平衡）
- Non-perturbative: 扱う系は非摂動な系。
  （強相関系を扱うため。また絶縁体・金属転移は非摂動現象。）

しかし、AdS/CFT対応を用いると
計算できる例がある！

我々が考える系：

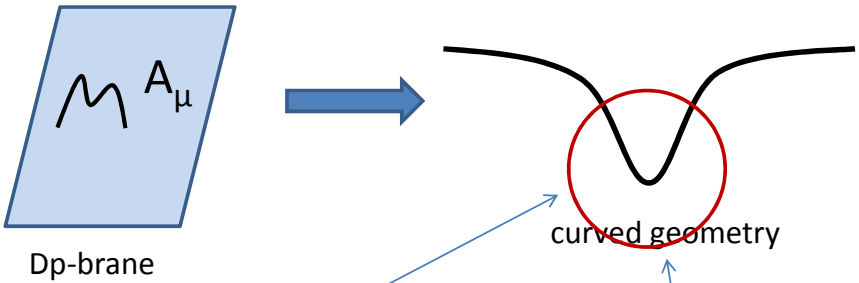
Quark-gluonの系で、どのようにしたら定常電流を実現できるか？



$N_c>>N_f$ とすれば矛盾なく非平衡定常状態をsetupできる。

AdS/CFT対応

- 弦理論（9+1次元の理論）の枠組みで、弦がゲージ粒子のように振る舞うセットアップをD-braneを用いて構成する。

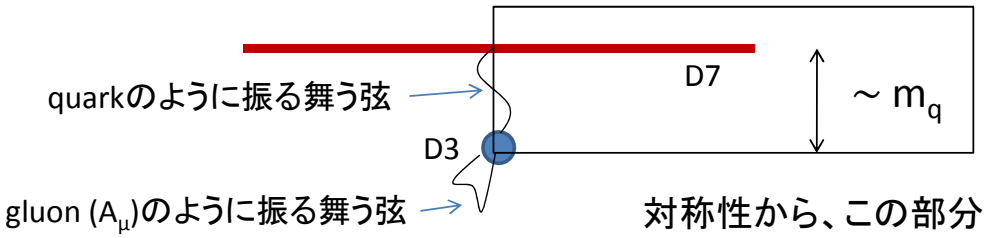


- D-braneは重力(graviton)のsourceでもあることを用いて、重力理論として等価な時空を探す。
- このあたりの時空上の「重力理論」がA_μの物理的自由度を担っている。

有限温度系（非閉じ込め）では、この時空は
「4+1次元」AdS black hole

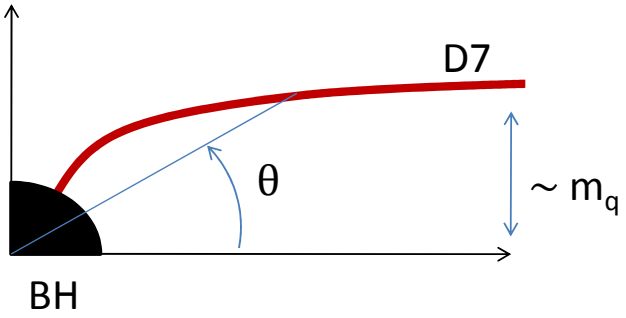
このような曲がった時空上の重力理論でゲージ理論を解析可能。

ここで用いるsetup



対称性から、この部分のみ描く。

• D3をAdS-BHで置き換えたものがgravity dual。



この図の半径方向: 1/z

D7の「形」はθ(z)で決まる。

$$\theta(z) = m_q z + \text{const.}\, z^3 + ...$$

$$\frac{1}{z}\sin\theta(z)\Big|_{z\to 0} = m_q$$

このsetupで記述される理論

Gluonとquarkの自由度を含むゲージ理論で、AdS/CFT対応が良く知られている最も単純な例。

3+1 次元　N=4 SYM + N=2 hyper-multiplet
(SU(N_c), large-N_c, λ >> 1, N_c>>N_f)

このゲージ理論の特徴

• T=0でのquark間相互作用はCoulomb型
• gluon sectorは常に非閉じ込め相
• T>0では超対称性は破れている。

この意味においては、gluon sector (N=4 SYM)は強結合QEDに似ている。

より正確には

SU(Nc) N=4 超対称ゲージ理論(SYM)で
large-Nc 極限と$\lambda=g_{YM}^2 Nc >> 1$の極限をとったもの
（量子論）　有限温度

+ N_f 種類のquark sector (N=2 hyper-multiplets)

⇕ 等価

AdS-BH $\times S^5$ の上のtype IIB超重力理論で
古典極限 と small curvature 極限をとったもの

+ N_f D7-branes on this curved spacetime

この理論のgluon sectorは常に非閉じ込め相にあるが、
flavor sector (quark sector)は次の二つに分類される:

絶縁相:sQGP的な相であり、quark-antiquarkのbound state
"meson"が基本的な自由度となる相

↓ 十分強い電場を加えることで
絶縁破壊を起こすことが出来る。

伝導相:quark-antiquarkのbound stateが不安定で、quark
やantiquarkが基本的自由度となる相。外部電場
（$U(1)_B$-chargeに作用する外力）を加えるとquark
currentが流れる。

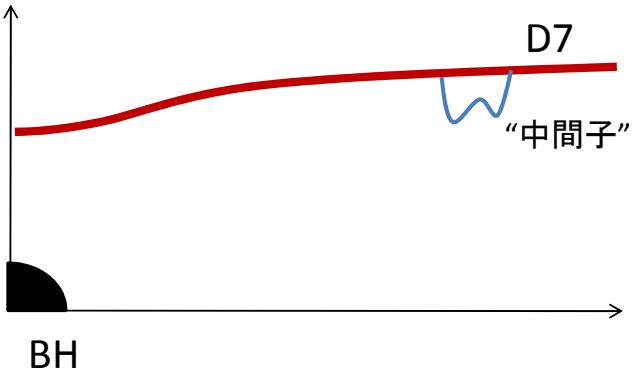
"metal-insulator transition"に類似の現象が存在。

Quark sectorの“閉じ込め/非閉じ込め”

(BHがあるので、gluon sectorは常に非閉じ込め)

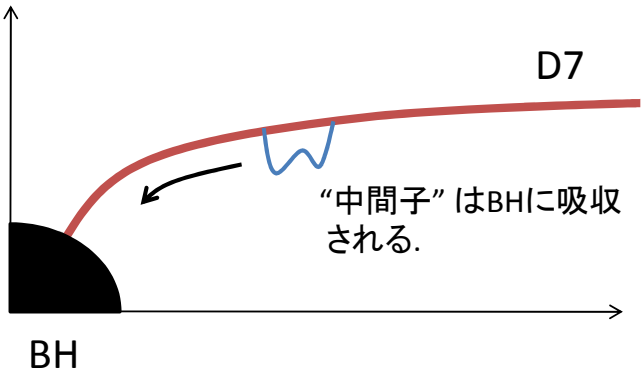
“中間子” は安定:
“confinement”

sQGP的な相



$m_q >> T$

“中間子” は不安定:
“deconfinement”

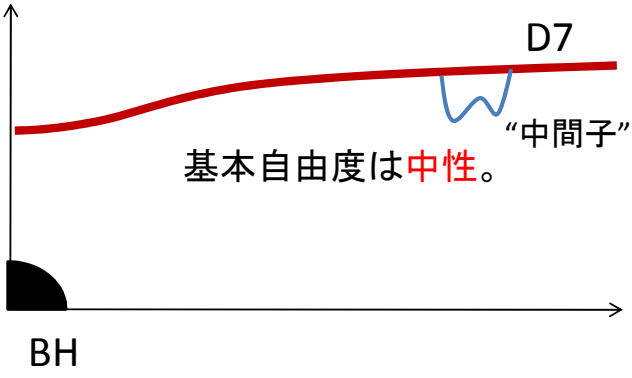


$m_q << T$

物性物理学の視点からは

“中間子” が基本的
な自由度

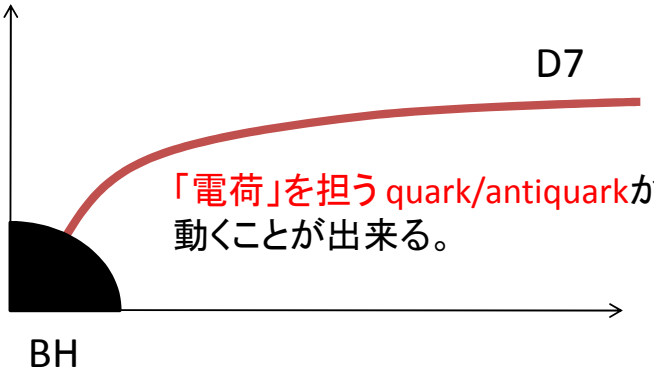
絶縁体(Insulator)



$m_q >> T$

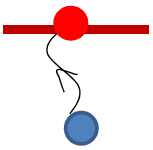
“中間子”は不安定であり
quark/antiquarkが
基本自由度

伝導体(conductor)



$m_q << T$

D7上のU(1) charge



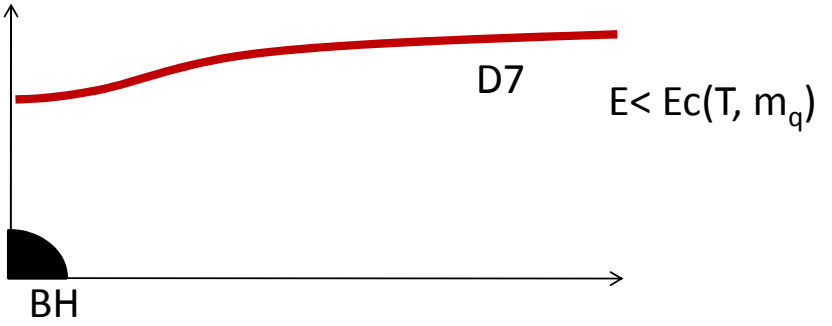
電場による絶縁破壊

「低温相」

(Holographyの視点での初期の仕事:
J. Erdmenger, R. Meyer, J.P. Shock, arXiv:0709.1551
T. Albash, V.F. Filev, C. Johnson, A. Kundu, arXiv:0709.1554)

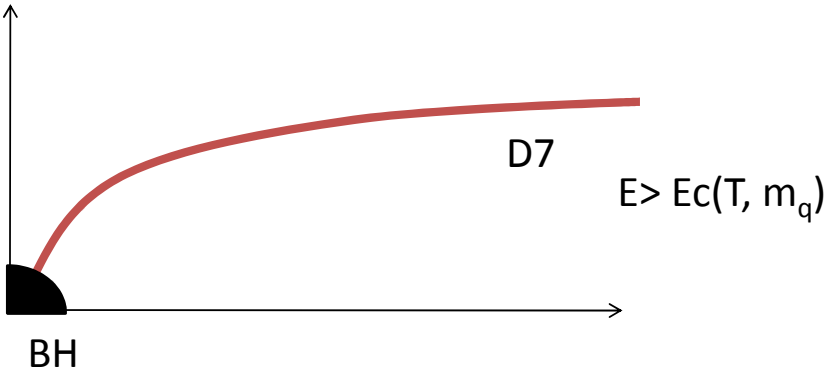
"中間子" が基本的な自由度

絶縁体(Insulator)



"中間子"は不安定であり quark/antiquarkが基本自由度

伝導体(conductor)



AdS/CFT対応を用いると

ここで扱うゲージ理論(N=4 SYM+N-2 hypermultiplet)は

- Gluon sectorの物理は5次元AdS-black hole時空として
- Quark sectorの物理はこの時空上のD7-brane（高次元の膜のようなもの）の物理として

(Karch and Katz, JHEP0206(2002)043)

書き換えられる。さらに、

D7-brane上の5次元U(1)ゲージ場が、quark current と、それに対する外場の情報を担っている。
従って、両者の関係が得られれば伝導度がわかる。

(Karch, O'Bannon arXiv:0705.3870)

D7-brane の有効作用:
Dirac-Born-Infeld (DBI) action

$$S = -N_f T_{\mathrm{D7}} \int d^{7+1}x \sqrt{-\det G_{ab}}$$

$$G_{ab} = \partial_a x^\mu \partial_b x^\nu g_{\mu\nu} + (2\pi l_s^2) F_{ab}$$
$$+ (\text{non-abelian part})$$

1とする。

ここでは、abelian part のみ考える

$$F_{ab} = \partial_a A_b - \partial_b A_a$$ The U(1) gauge field on the D7

Induced metric のうちnon-trivialなのは
(z,z) 成分 $G_{zz}=1/z^2+\theta'(z)^2$のみ。

AdS/CFT dictionary:
GKP-Witten relation

$$A_x(z) = -Et + \frac{(2\pi)^2}{2N_c N_f} \left\langle J^x \right\rangle z^2 + O(z^4)$$

5次元ゲージ場 $A_x(z)$ を決めることが出来れば
E と J^x の関係が決まることになる.

➡ 非線形部分まで含めた伝導度が得られる。

ジレンマ？

しかし、A_x は2階の微分方程式に従う。

⟹ 解を決めるためには 2 つの境界条件が必要。

第1項と第2項は、両方とも「手で与えるべき」境界条件。

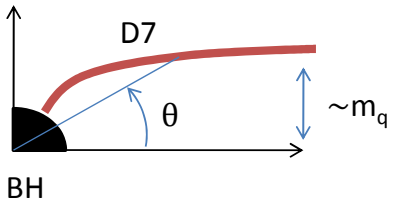
しかし、もし勝手な境界条件を用いてD7-braneの on-shell 作用を求めると、作用にimaginary partが現れる。

D7 作用が実数であること（系の安定性）を要請すると 第1項と第2項の関係は特別なものでなくてはならない。

Karch, O'Bannon arXiv:0705.3870

On-shell D7-brane 作用

$$S_{\mathrm{D7}} = -N\int drdt\cos^6\theta\, g_{xx}^{5/2}\left|g_{tt}\right|^{1/2}\sqrt{W}$$



$$W = \frac{g_{zz}\left(\left|g_{tt}\right|g_{xx} - E^2\right)}{\left|g_{tt}\right|g_{xx}^3\cos^6\theta - \frac{g_{xx}\langle J_x\rangle^2}{N^2}}$$

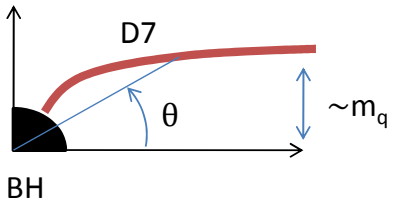
AdS-BHの計量

$$ds^2{}_{\text{AdS-BH}} = -\frac{1}{z^2}\frac{\left(1-z^4/z_H^4\right)^2}{1+z^4/z_H^4}dt^2 + \frac{1+z^4/z_H^4}{z^2}d\vec{x}^2 + \frac{dz^2}{z^2}$$

- この計量の取り方では、$z=z_H$がホライズン。
- $z=0$が境界。

On-shell D7-brane 作用

$$S_{\text{D7}} = -N\int drdt\cos^6\theta\, g_{xx}^{5/2}\left|g_{tt}\right|^{1/2}\sqrt{W}$$



$$W = \frac{g_{zz}\left(\left|g_{tt}\right|g_{xx} - E^2\right)}{\left|g_{tt}\right|g_{xx}^3\cos^6\theta - \frac{g_{xx}\langle J_x\rangle^2}{N^2}}$$

分母、分子ともにAdS-BH時空のどこかで（horizonと境界の間のどこかで）必ずゼロを横切る。

これを救うには、分母と分子が同時にゼロを横切れば良い。
この点を$z=z_*$とする。

電気伝導度

電荷密度も導入して計算した一般的な結果

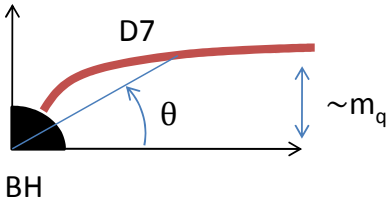
Karch, O'Bannon arXiv:0705.3870

通常の電気伝導

$$\sigma_{xx} = \sqrt{\frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2}\sqrt{e^2+1}\cos^6\theta(z_*) + \frac{d^2}{e^2+1}}$$

$$d \equiv \frac{\langle J^t \rangle}{\frac{\pi}{2}\sqrt{2\lambda}T^2}, \quad e \equiv \frac{E}{\frac{\pi}{2}\sqrt{2\lambda}T^2},$$

対生成の寄与



- $\cos\theta(z_*)$ goes to 1 at $m_q \to 0$.
- $\cos\theta(z_*)$ goes to zero at $m_q \to$ infinity.

この結果はreasonable?

$$J_x\big|_{m_q\to\infty} = \frac{d}{\sqrt{1+e^2}}E_x \to \begin{cases} \approx & d\cdot E_x & (e<<1) \\ \approx & \text{saturate} & (e>>1) \\ \approx & 0 & (T>>1) \\ & (e\leftrightarrow -e \text{ symmetric}) & \end{cases}$$

(Thanks to H. Hayakawa, H. Wada, A. Shimizu.)

本研究での計算

$$\sigma_{xx} = \sqrt{\frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2}\sqrt{e^2+1}\cos^6\theta(z_*)}$$

$$e \equiv \frac{E}{\frac{\pi}{2}\sqrt{2\lambda}T^2},$$

全く電荷密度をdopeしない場合で計算する。

$\theta(z_*)$はEやm_qの複雑な関数。

これを数値的に真面目に解いて、伝導度をE、m_q（および,T）の関数として得た。

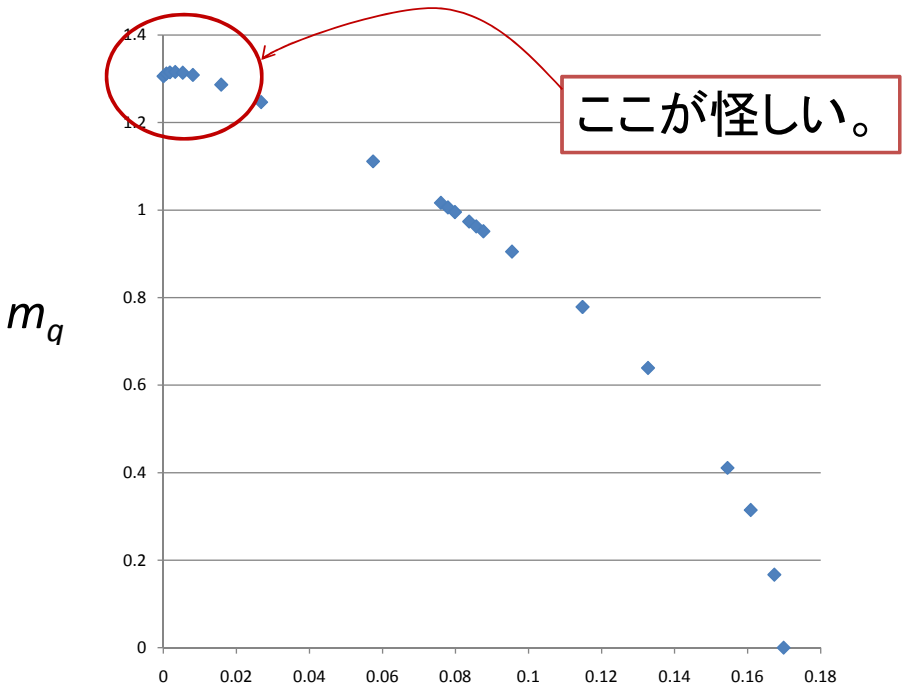
数値解析

数値解析のために用いたパラメータの値:

$$2\lambda = (2\pi)^2,\ N_c N_f = (2\pi)^2,\ T = \sqrt{2}/\pi$$

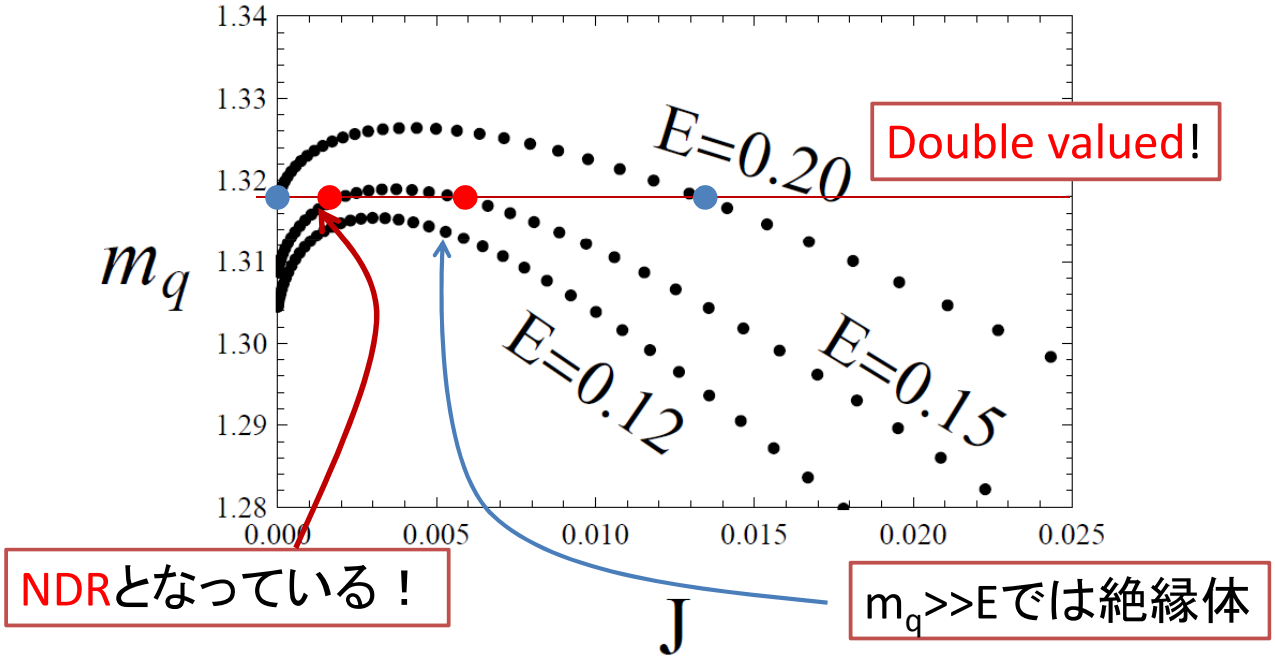
- 技術的には、ある一定の E のもとでの J –m_q 曲線が最も得やすい。
- J の関数としての m_q が多価関数となっているとNDRの可能性あり。

J-m_q chracteristics



E=0.13 in our convention.

J-m_q chracteristics

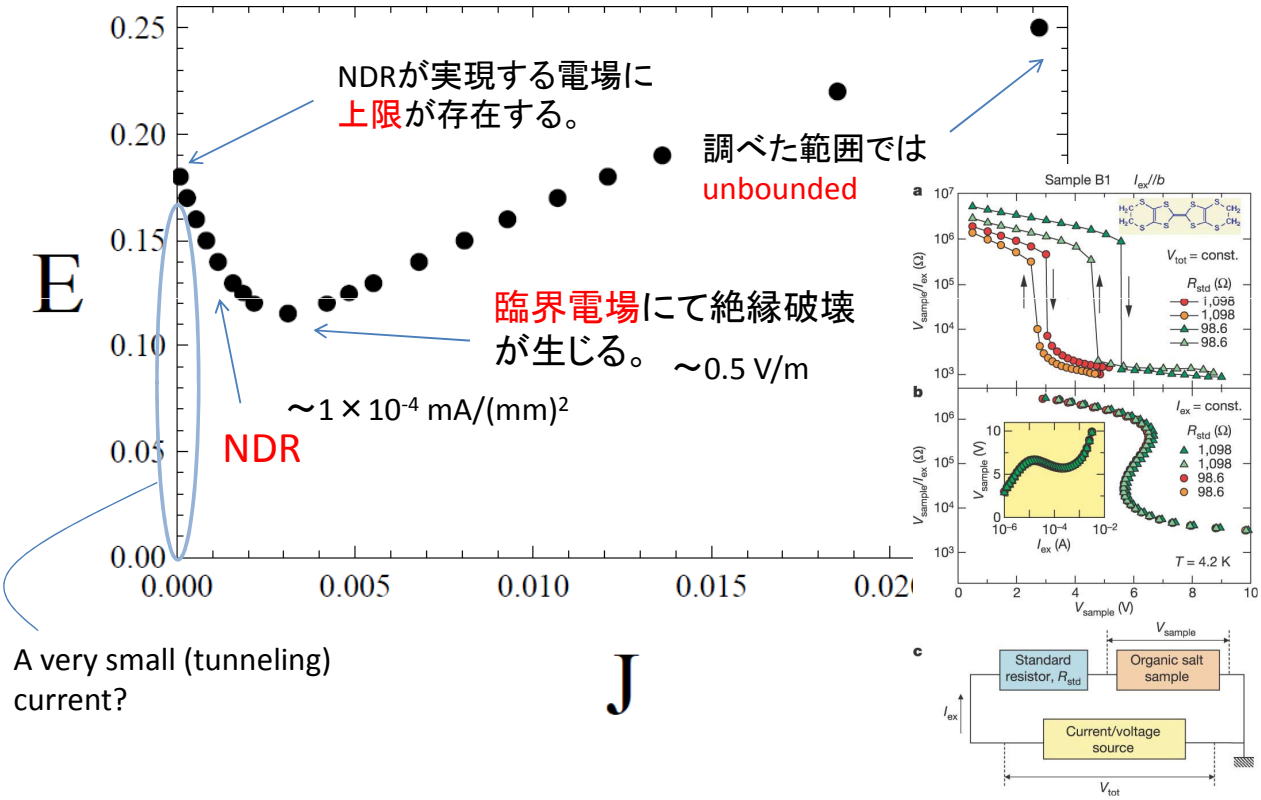


温度: ～5 K
クーロン相互作用から
読み取る微細構造定数: ～O(1)

J-E chracteristics

m_q=1.315

スケール単位を meV
（ミリelectron volt）
にすると.....



重要な物理プロセス

「通常の」伝導

$$\sigma_{xx} = \sqrt{\frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2}\sqrt{e^2+1}\cos^6\theta(z_*) + \frac{d^2}{e^2+1}}$$

$$d \equiv \frac{\langle J^t \rangle}{\frac{\pi}{2}\sqrt{2\lambda}T^2}, \quad e \equiv \frac{E}{\frac{\pi}{2}\sqrt{2\lambda}T^2},$$ Pair creation

我々の系では、NDR はθ のEに対する非自明な依存性によって生じる。NDRは対生成過程をとりこんだ時のみ生じる。

➡ Pair-creation process が決定的に重要。

励起子絶縁体におけるNDR

中間子は励起子に似ている。

励起子：電子・正孔の bound state

励起子絶縁体との類比

- 正電荷(electron)と負電荷(hole)を持った粒子が存在する。
- それらは互いに強い相互作用で影響を及ぼしあっている。
- 低温では正・負の電荷が中性の結合状態（励起子）を作り、絶縁体（励起子絶縁体）となる。
- 高温では結合状態が不安定となり、正・負電荷が束縛から逃れて系は伝導体となる。
- 低温相においても、十分強い外部電場を加えることで絶縁破壊が起きる。

さらに

我々のモデルでは、QCDと異なりゼロ温度、m_q無限大でのquark-antiquark相互作用はクーロン型。

quark-antiquark相互作用を媒介する粒子(gluon)は外部電場に対してneutral。

➡ 相互作用の性質も、ある意味QEDに似ている。

例えばグラフェンの系も（mass gapが空けば）励起子絶縁体。
（1日目の荒木さんのtalkでも、励起子が”meson”として扱われていた。）

もしこれらの大雑把な性質がNDRの生成に本質的であるならば

我々の計算で得られたようなNDRが現実の励起子絶縁体においても観測される可能性があるのではないか？

- 励起子絶縁体の理論的研究は1961 年(N. F. Mott)まで遡る。しかし、その候補が実験的に確認されたのは90年代以降(例えばB. Bucher et. al., PRL67(1991)2717)であり、その非線形電気伝導の研究は実験的にも理論的にもこれからであると言える。

超弦理論が、他の研究に先行して現実の現象に関する示唆を与えた例となっていたら嬉しい。

より確固たる主張をするためには.....

より系統的解析を物性物理学者の協力を得ながら進めていきたい。

また、このsetupは非平衡定常系で各種の計算が可能な例となっている。

非平衡定常系の物理学の理論的「実験場」としても有用なのではないか。
（非平衡定常系の各種恒等式のチェックなど。）

AdS/CFT対応は非平衡物理を記述する新しい枠組みとなり得るのではないか。