

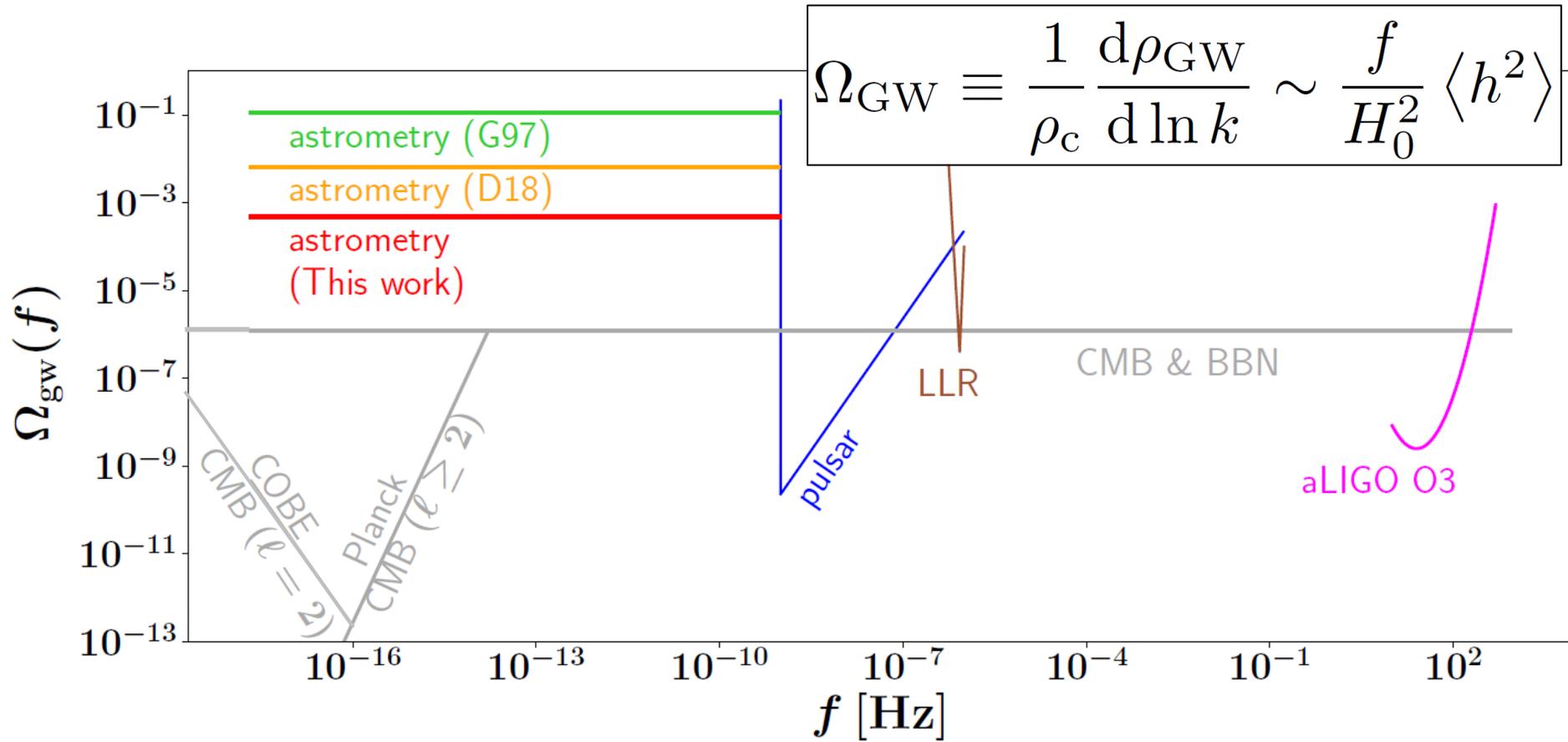
位置天文を用いた 背景重力波の検証

Aoyama, **DY**, Shiraishi, Ouchi, 2105.04039

山内大介
岡山理科大学



Ω_{GW} への制限 (まとめ)



共同研究した人たち

青山尚平
(千葉大)

白石希典
(諏訪東京理科大)

大内 正己
(東京大・国立天文台)



解析全般



解析手法の検討



+ 山内 (理論)

位置天文学（アストロメトリ） とはそもそも何か？

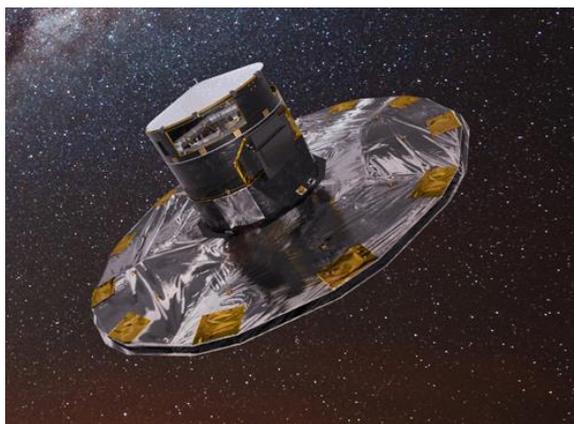
- 個々の天体の天球面上での位置を測定して、
天体の同定や運動の研究を行う学問 [天文学辞典]

ヒッパルコス衛星
(ESA, 1989-1993)



天体数 : 12万
精度 : 1ミリ秒角

ガイア衛星
(ESA, 2013-)



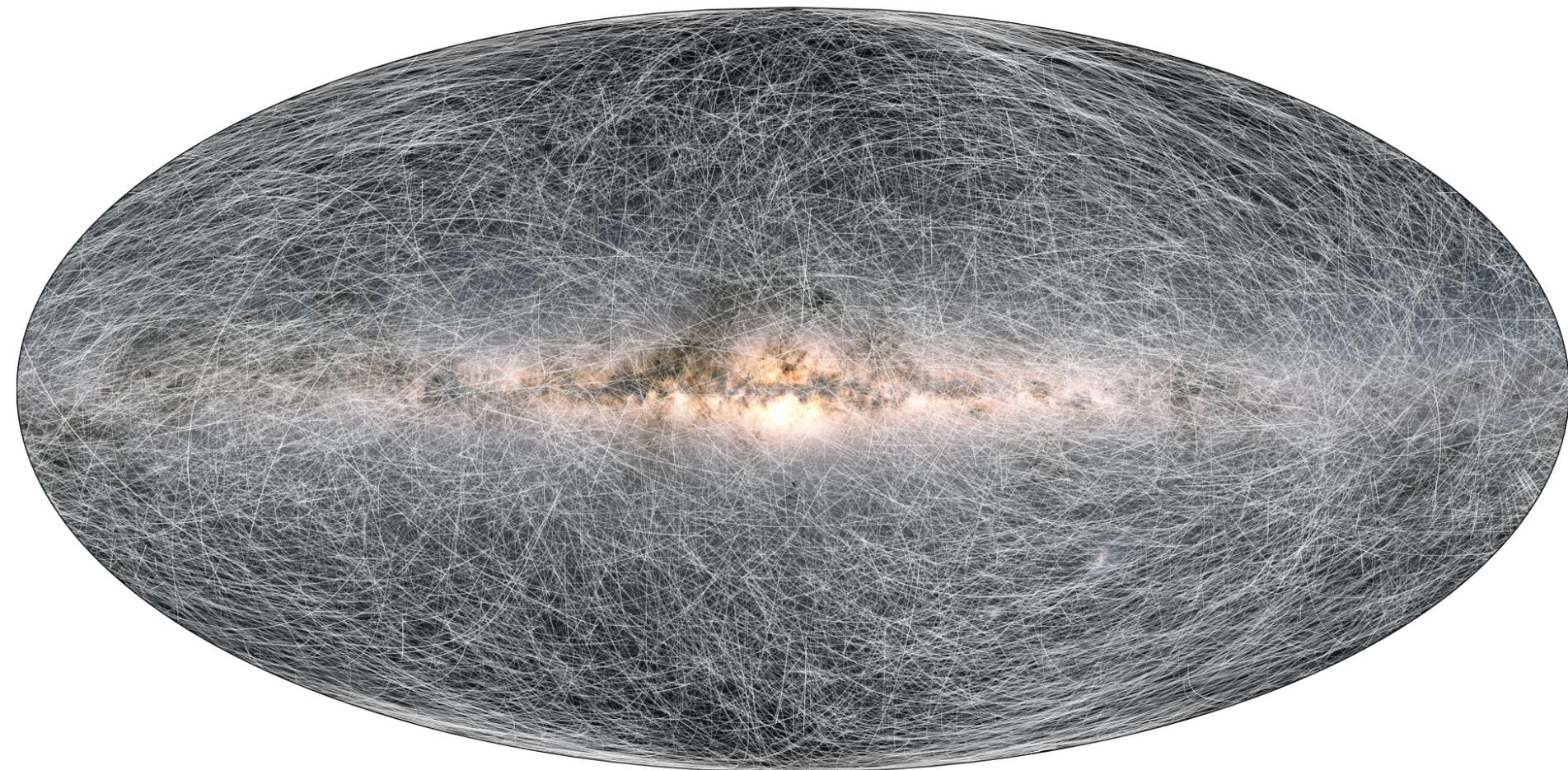
天体数 : 12億(DR1), 18億(DR3)
精度 : 0.02ミリ秒角

VLBI
[超長基線干渉計]

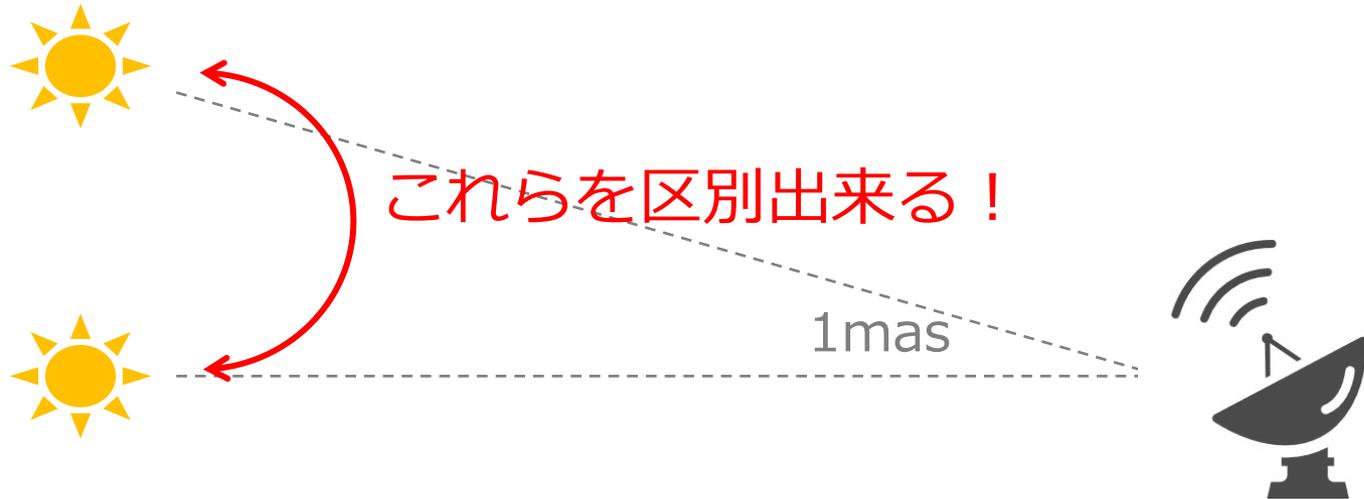


星の固有運動

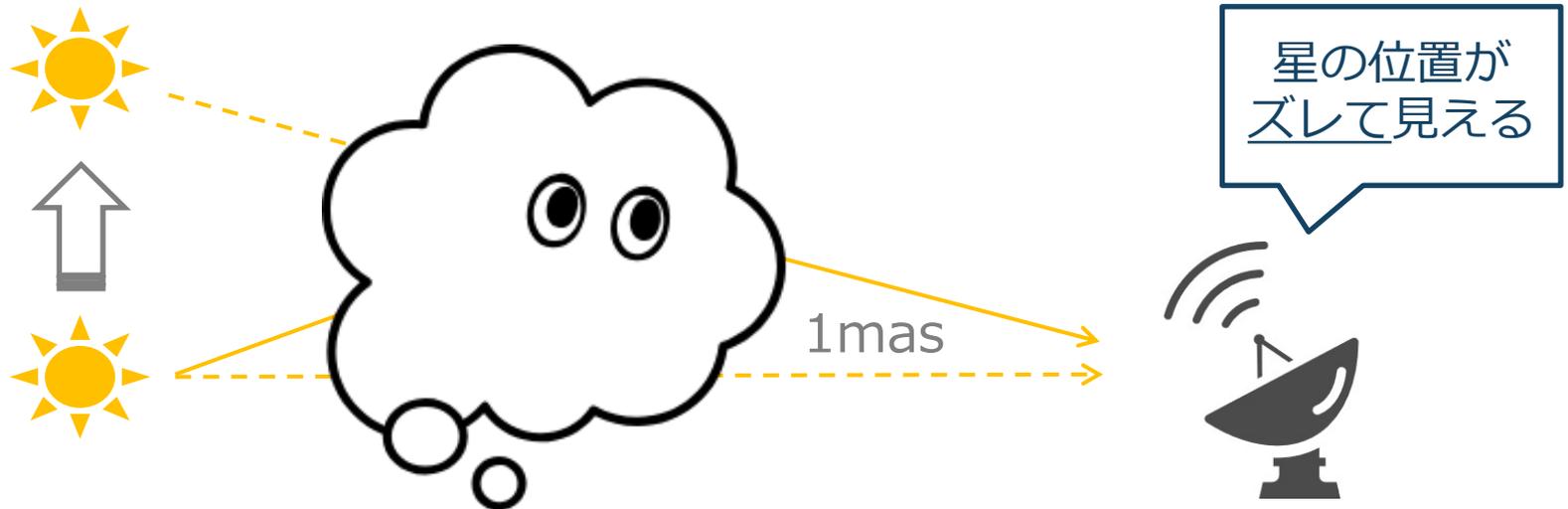
40,000天体の400,000年間の固有運動 (*Gaia* EDR3)



星の位置が決まると何が嬉しい？



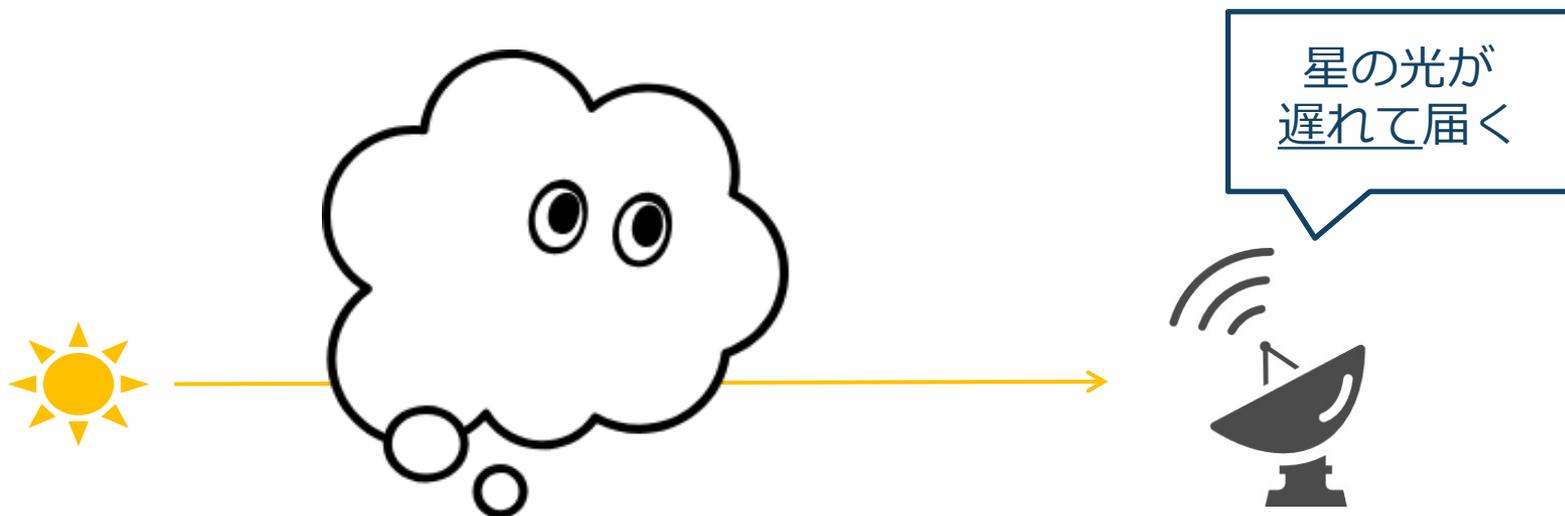
星の位置が決まると何が嬉しい？



手前に重力源があると・・・

- 星の光路が曲げられる（～重力レンズ）
- 1masのズレを生む重力源を区別出来る

パルサータイミングとの違い



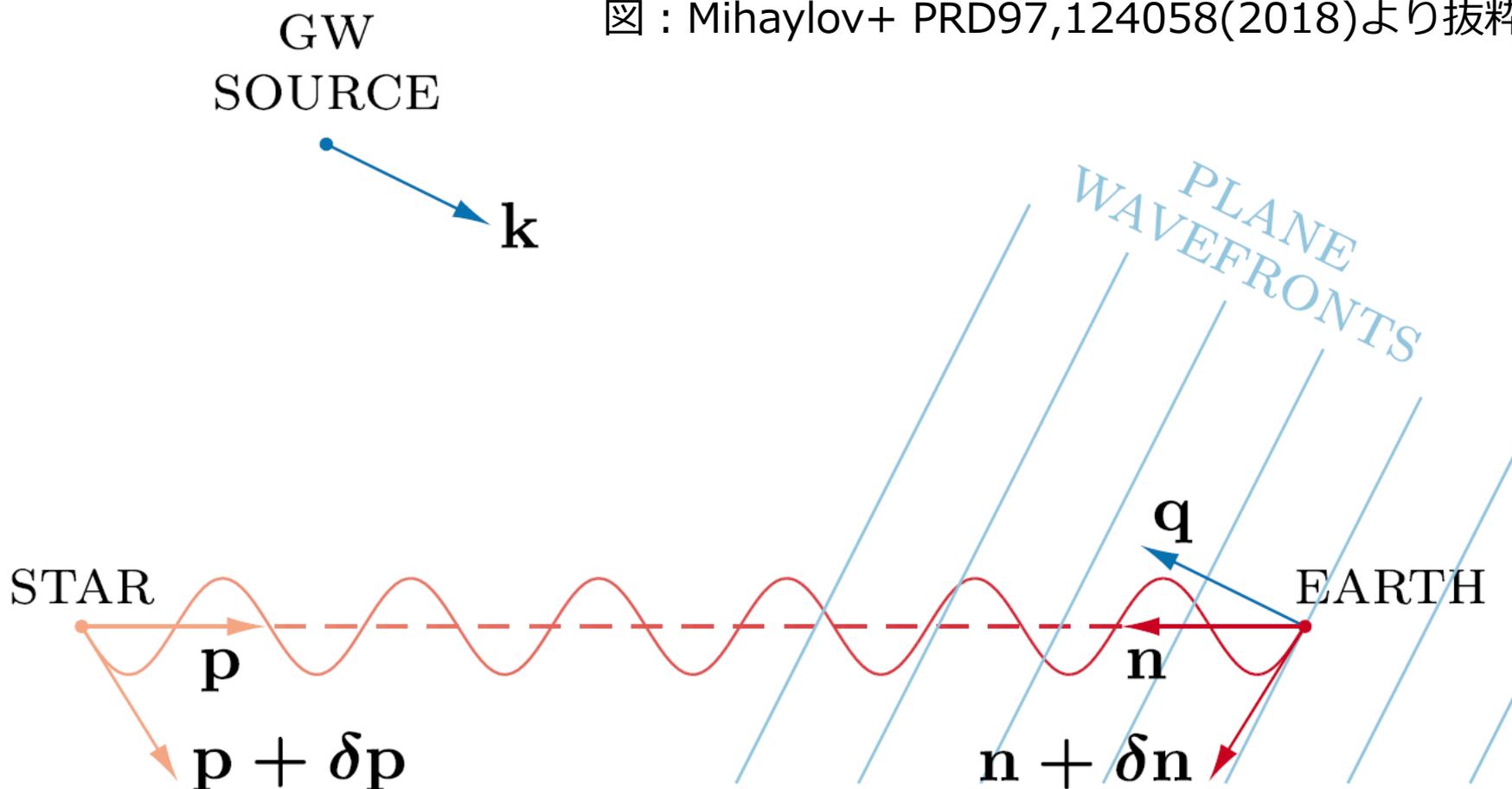
手前に重力源があると・・・

- 星の光が遅れて到達する（～重力赤方偏移）
- 1msのズレを生む重力源を区別出来る

もう少し真面目に
計算を見てみよう

セットアップ

図 : Mihaylov+ PRD97,124058(2018)より抜粋



重力波によってズレた光子運動量

重力波によってズレた視線方向

セットアップ

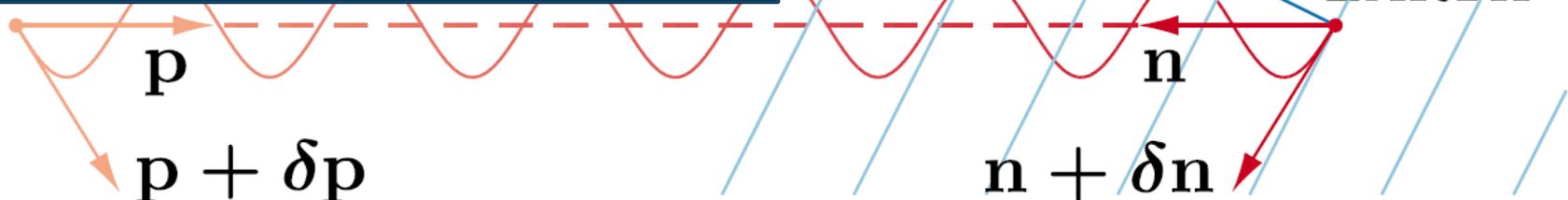
図 : Mihaylov+ PRD97,124058(2018)より抜粋

GW
SOURCE



$$k^\mu = \omega_{\text{GW}}(1, -\mathbf{q})$$

$$p^\mu = \frac{dx^\mu}{d\lambda} = \omega_{\text{emit}}(1, -\mathbf{n})$$



重力波によってズレた**光子運動量**

重力波によってズレた**視線方向**

重力波摂動と測地線方程式

□ 計量 = 平坦 + 重力波

$$ds^2 = -dt^2 + (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j$$

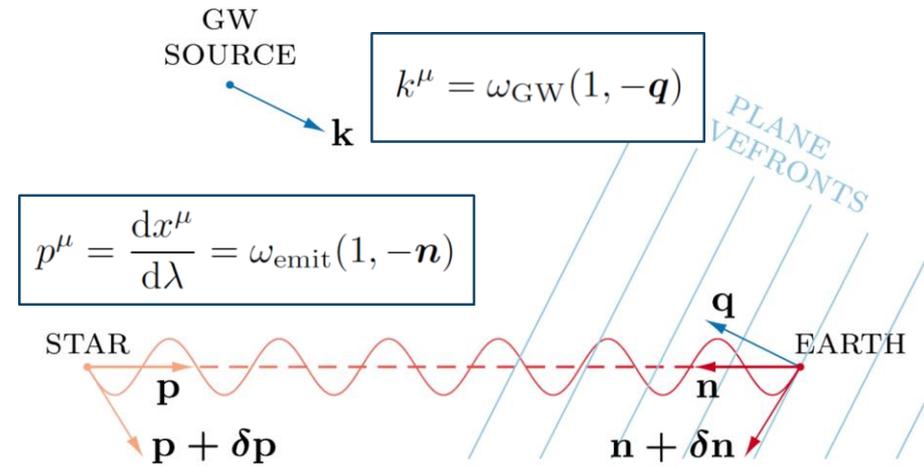
ノート：重力波は共形不変なのでこれで問題ない。
スケール因子はアフィンパラメータ $\lambda \rightarrow \lambda/a^2$ と置き換えることで導入可。

□ 摂動測地線方程式

$$\frac{d}{d\lambda} \delta p^\mu = -\delta \Gamma_{\nu\rho}^\mu p^\nu p^\rho$$

摂動測地線方程式：時間方向①

- ✓ 重力波は光子の背景測地線上で評価



$$\frac{d}{d\lambda} \delta p^0 = \frac{i\omega_{\text{GW}}\omega_{\text{emit}}^2}{2} n^i n^j h_{ij} \Bigg|_{\substack{t = \omega_{\text{emit}}\lambda + t_0 \\ \mathbf{x} = -\omega_{\text{emit}}\lambda\mathbf{n}}}$$

$$H_{ij} \exp \left[-i\omega_{\text{GW}}\omega_{\text{emit}}\lambda (1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}) - i\omega_{\text{GW}}t_0 \right]$$

摂動測地線方程式：時間方向②

□ 測地線方程式の解

$$\delta p^0(\lambda_{\text{obs}}) = -\omega_{\text{emit}} \frac{n^i n^j}{2(1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})} \left[h_{ij}(\lambda_{\text{obs}}) - h_{ij}(\lambda_{\text{emit}}) \right]$$

□ 観測量 = 重力赤方偏移

$$z = \frac{\omega_{\text{emit}}}{\omega_{\text{obs}}} - 1 = \frac{n^i n^j}{2(1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})} \left[\underbrace{h_{ij}(\lambda_{\text{obs}})}_{\text{地球項}} - \underbrace{h_{ij}(\lambda_{\text{emit}})}_{\text{ソース項}} \right]$$

測地線方程式：空間方向①

□ 空間方向の測地線方程式

$$\frac{d}{d\lambda} \delta p^i = -\frac{i\omega_{\text{GW}}\omega_{\text{emit}}^2}{2} \left[2(1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})n^j h^i_j + q^i n^j n^k h_{jk} \right]$$

□ 測地線方程式の一般解

$$\delta p^i(\lambda_{\text{obs}}) = \omega_{\text{emit}} \left(n^j h^i_j(\lambda_{\text{obs}}) + \frac{n^j n^k h_{jk}(\lambda_{\text{obs}})}{2(1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})} q^i \right) + A^i$$

境界条件

- ① 摂動測地線がヌル
- ② 星までの距離が不変

積分定数

測地線方程式：空間方向②

□ 観測量 = 視線方向のズレ = 重力レンズ

$$\delta n_{\hat{i}} = \frac{1}{2} \left[\left\{ \left(1 + \frac{i(2 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})(1 - e^{-i\Phi})}{\Phi} \right) n_{\hat{i}} - \left(1 + \frac{i(1 - e^{-i\Phi})}{\Phi} \right) q_{\hat{i}} \right\} \frac{n^j n^k h_{jk}(\lambda_{\text{obs}})}{2(1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})} - \left(1 - \frac{2i(1 - e^{-i\Phi})}{\Phi} \right) n^j h_{\hat{i}j}(\lambda_{\text{obs}}) \right]$$

$$\text{where } \Phi = \omega_{\text{GW}} \lambda_{\text{emit}} \omega_{\text{emit}} (1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})$$

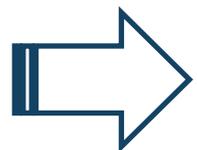
測地線方程式：空間方向②

□ 観測量 = 視線方向のズレ = 重力レンズ

$$\delta n_{\hat{i}} = \frac{1}{2} \left[\left\{ \left(1 + \frac{i(2 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})(1 - e^{-i\Phi})}{\Phi} \right) n_{\hat{i}} - \left(1 + \frac{i(1 - e^{-i\Phi})}{\Phi} \right) q_{\hat{i}} \right\} \frac{n^j n^k h_{jk}(\lambda_{\text{obs}})}{2(1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})} - \left(1 - \frac{2i(1 - e^{-i\Phi})}{\Phi} \right) n^j h_{\hat{i}j}(\lambda_{\text{obs}}) \right]$$

where $\Phi = \omega_{\text{GW}} \lambda_{\text{emit}} \omega_{\text{emit}} (1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})$

□ このままでは使いにくい...



遠方ソース近似： $\omega_{\text{GW}} \lambda_{\text{emit}} \omega_{\text{emit}} \gg 1$
 $= D$ (ソース距離)

測地線方程式：空間方向③

□ 観測量 = **重カレンズ** (with 遠方ソース近似)

$$\delta n_{\hat{i}} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_{\hat{i}} - q_{\hat{i}}}{1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}} n^j n^k h_{ij}(\lambda_{\text{obs}}) - n^j h_{\hat{i}j}(\lambda_{\text{obs}}) \right)$$

□ コメント：

- ✓ 遠方ソース近似： **$f_{\text{GW}} \gg 1/D$**
- ✓ 遠方ソース近似のもとでは地球項しか出てこない！

重力波が誘起する観測量まとめ

□ 時間方向のズレ = 重力赤方偏移

$$z = \frac{n^i n^j}{2(1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n})} \left(h_{ij}(\text{E}) - h_{ij}(\text{S}) \right)$$

□ 空間方向のズレ = 重力レンズ

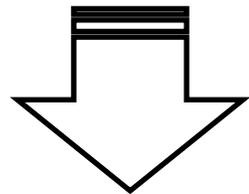
$$\delta n_{\hat{i}} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_{\hat{i}} - q_{\hat{i}}}{1 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}} n^j n^k h_{ij}(\text{E}) - n^j h_{\hat{i}j}(\text{E}) \right)$$

観測的にはどう見える？

重力波が誘起する星の角速度場 ：大雑把な評価（シグナル）

□ 天球面上での見かけの星の位置の変位

$$\theta \sim \sqrt{\langle h_c^2 \rangle} \sim \frac{H_0}{f} \sqrt{\Omega_{\text{GW}}}$$



$$\Omega_{\text{GW}} \equiv \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{\text{GW}}}{d \ln k} \sim \frac{f}{H_0^2} \langle h^2 \rangle$$

✓ 星の天球面上での角速度

$$\omega \sim \frac{\theta}{T} \sim f\theta \sim H_0 \sqrt{\Omega_{\text{GW}}}$$

重力波が誘起する星の角速度場 ：大雑把な評価（誤差）

□ 観測性能

✓ 角度分解能 : $\Delta\theta$	単一天体の 角速度誤差 $\Delta\theta/T_{\text{obs}}$	N天体の 角速度誤差 $\Delta\theta/N^{1/2}T_{\text{obs}}$
✓ 観測時間 : T_{obs}		
✓ 観測天体数 : N		

$$\Omega_{\text{GW}} \lesssim \frac{\Delta\theta^2}{NT_{\text{obs}}^2 H_0^2}$$

重力波が誘起する星の角速度場 ：まじめな評価①

□ 星の天球面上の角速度場ベクトル

$$\boldsymbol{\mu}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \left[E_{lm} \mathbf{Y}_{lm}^{\text{E}}(\theta, \phi) + B_{lm} \mathbf{Y}_{lm}^{\text{B}}(\theta, \phi) \right]$$

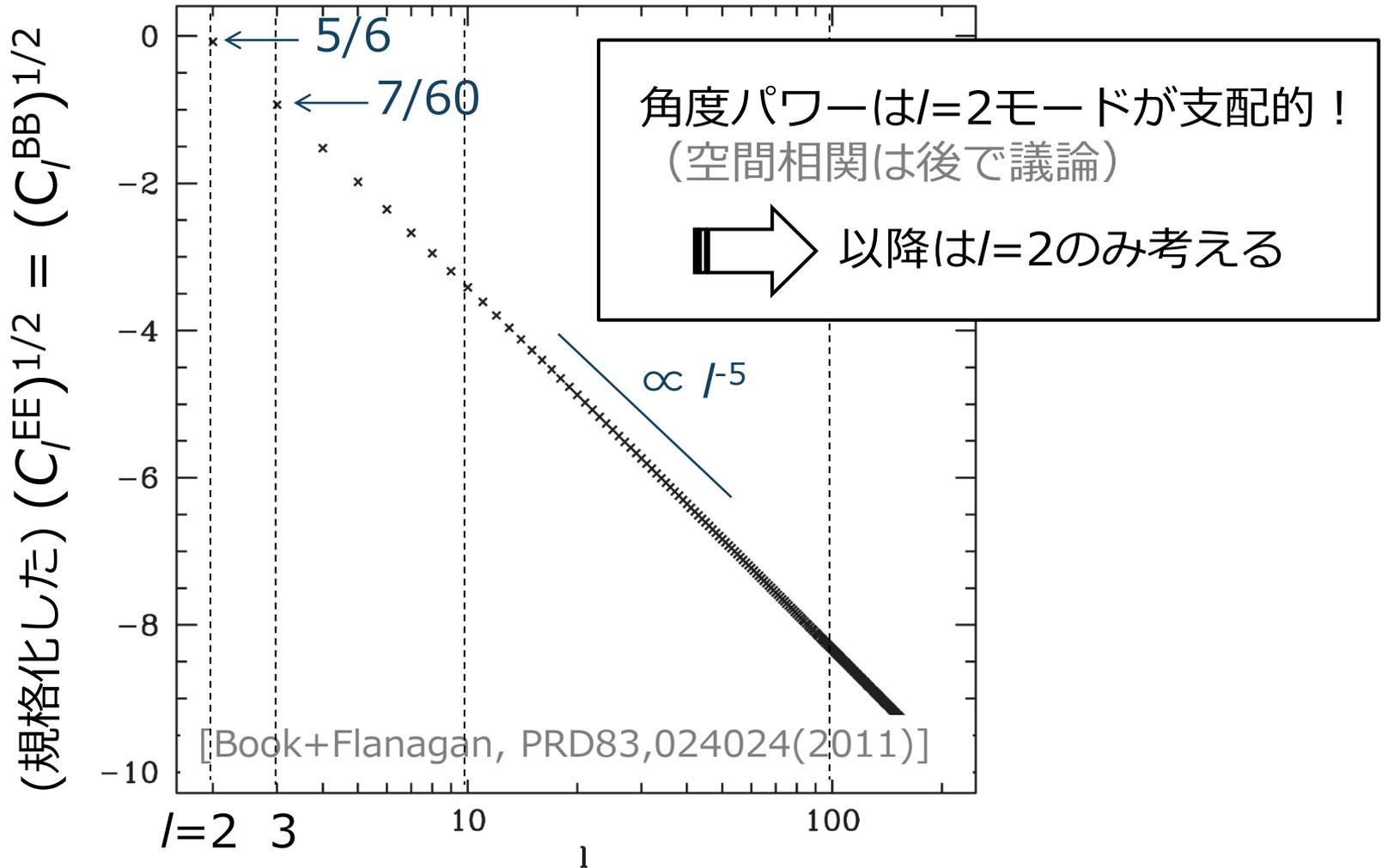
パリティ偶
ベクトル球面
調和関数

パリティ奇
ベクトル球面
調和関数

□ 角度パワースペクトル

$$\langle X_{lm} X'_{l'm'} \rangle = C_{\ell}^{\text{XX}'} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}$$

重力波が誘起する星の角速度場 ：まじめな評価②



重力波が誘起する星の角速度場 ：まじめな評価③

□ まじめに計算すると・・・

$$C_{\ell=2}^{\text{EE}} = C_{\ell=2}^{\text{BB}} = \frac{\pi}{15} H_0^2 \int \Omega_{\text{GW}}(f) d \ln f$$



Ω_{GW} の推定量

$$\hat{\Omega}_{\text{GW}} \equiv \int \hat{\Omega}_{\text{GW}}(f) d \ln f = \frac{3}{2\pi H_0^2} \sum_{m=-2}^2 (|E_{2,m}^{\text{obs}}|^2 + |B_{2,m}^{\text{obs}}|^2)$$

[Pyne+(1996), Gwinn+(1997), Kaiser+Jaffe(1997), Book+Flanagan(2010)]

重力波が誘起する星の角速度場 ：まじめな評価④

Ω_{GW} の推定量

$$\hat{\Omega}_{\text{GW}} \equiv \int \hat{\Omega}_{\text{GW}}(f) d \ln f = \frac{3}{2\pi H_0^2} \sum_{m=-2}^2 (|E_{2,m}^{\text{obs}}|^2 + |B_{2,m}^{\text{obs}}|^2)$$

◆ キーポイント

- 角速度場に対して、 Ω_{GW} で見たときに、どの周波数帯についても、同じ割合の寄与をする
- [変位場を観測量にするときには、積分の中身が $\Omega_{\text{GW}}(f)/(2\pi f)^2 \propto h_c^2(f)$ になる]

重力波の周波数 f_{GW}

何を測定するのか？

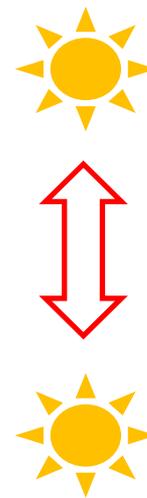
□ $f_{\text{GW}} \ll 1/T_{\text{obs}}$ のとき



元の位置の情報がない
(どれだけ移動したかわからない)

⇒ 角速度を測定する

□ $f_{\text{GW}} \gg 1/T_{\text{obs}}$ のとき



1周期以上振動する
(角速度は使えない)

⇒ 位置の変位を観測
して振動を捉える

重力波周波数の上限・下限？

□ $f_{\text{GW}} \ll 1/T_{\text{obs}}$ のとき

- ✓ 上限 → 観測時間 T_{obs}
- ✓ 下限 → 遠方ソース近似

$$1/D < f_{\text{GW}} < 1/T_{\text{obs}}$$

我々はこちら

□ $f_{\text{GW}} \gg 1/T_{\text{obs}}$ のとき

- ✓ 上限 → 観測頻度 Δt
- ✓ 下限 → 観測時間 T_{obs}

$$1/T_{\text{obs}} < f_{\text{GW}} < 1/\Delta t$$

あとで議論

$f_{\text{GW}} < 1/T_{\text{obs}}$ のとき

[我々の仕事]

Aoyama, **DY**, Shiraishi, Ouchi, 2105.04039

使ったデータ：SDSS-Gaiaサンプル

- 銀河系内の星や銀河は重力波以外の力を受けている可能性が高い

⇒ 系外の天体のみに着目！

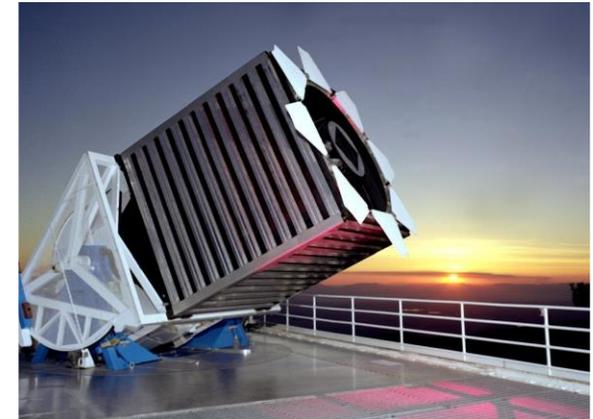
✓ **Gaia** EDR3

✓ **SDSS** DR16 (817,492 **QSOs**)

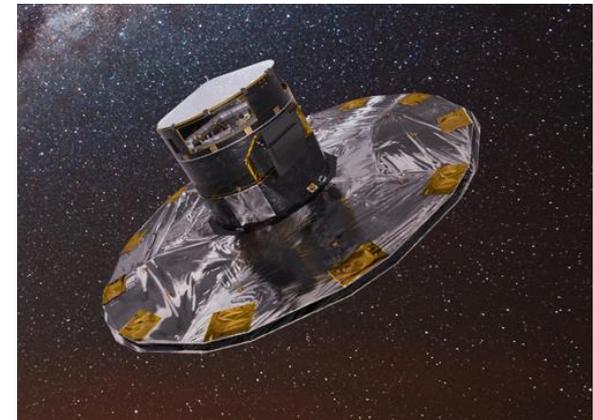
→ 0.5秒角以内にいる天体を
同一と判定：**400,894 QSOs**

(偶然に別天体を同一と判定してしまう割合は10天体程度)

スローン・デジタル・
スカイ・サーベイ (SDSS)



ガイア衛星 (*Gaia*)



使ったデータ : SDSS-*Gaia*サンプル

□ SDSSサンプルの
大半は $z > 0.5$

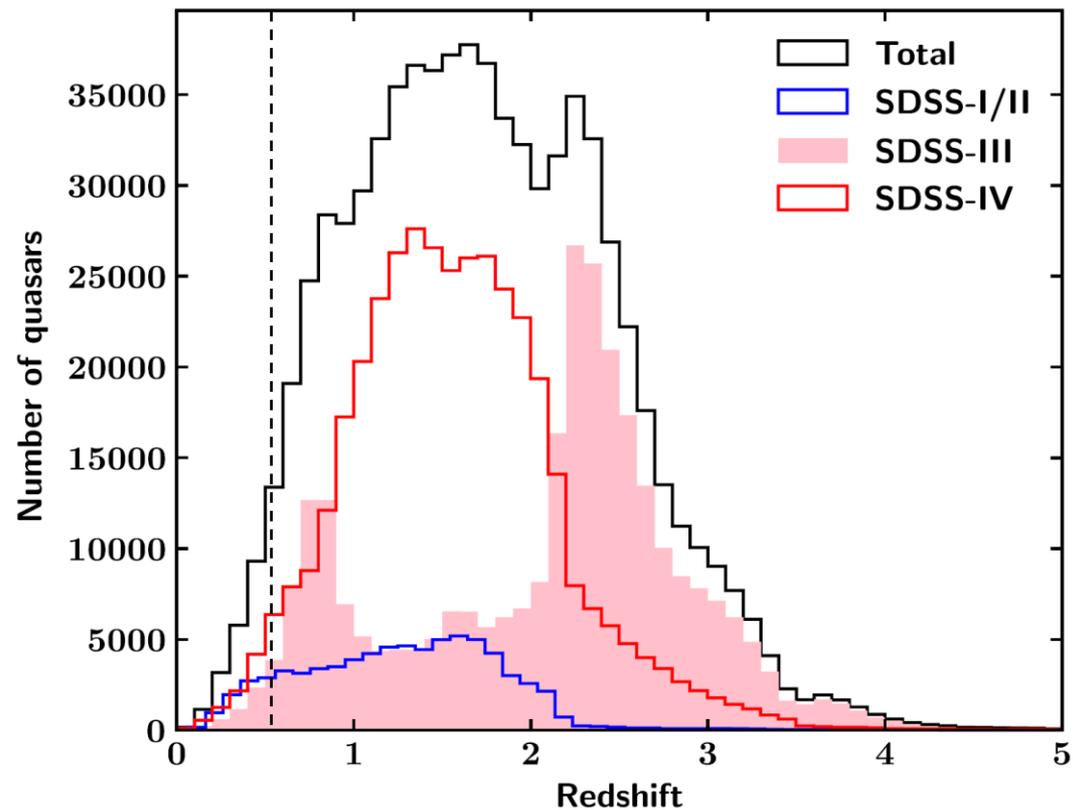


観測可能な重力波
周波数の下限は

$$f_{\text{GW,min}} \sim 5 \times 10^{-18} \text{ [Hz]}$$

($z > 0.1$ だとしても $f_{\text{GW,min}} \sim 2 \times 10^{-17} \text{ [Hz]}$)

SDSS DR16におけるQSOsの赤方偏移分布



[Lyke+, ApJS, 250:8(2020)]

Ω_{GW} への制限

Aoyama, **DY**, Shiraishi, Ouchi, 2105.04039

我々の結果

$$\Omega_{\text{GW}} = (0.964 \pm 3.804) \times 10^{-4} \quad (95\% \text{ CL})$$

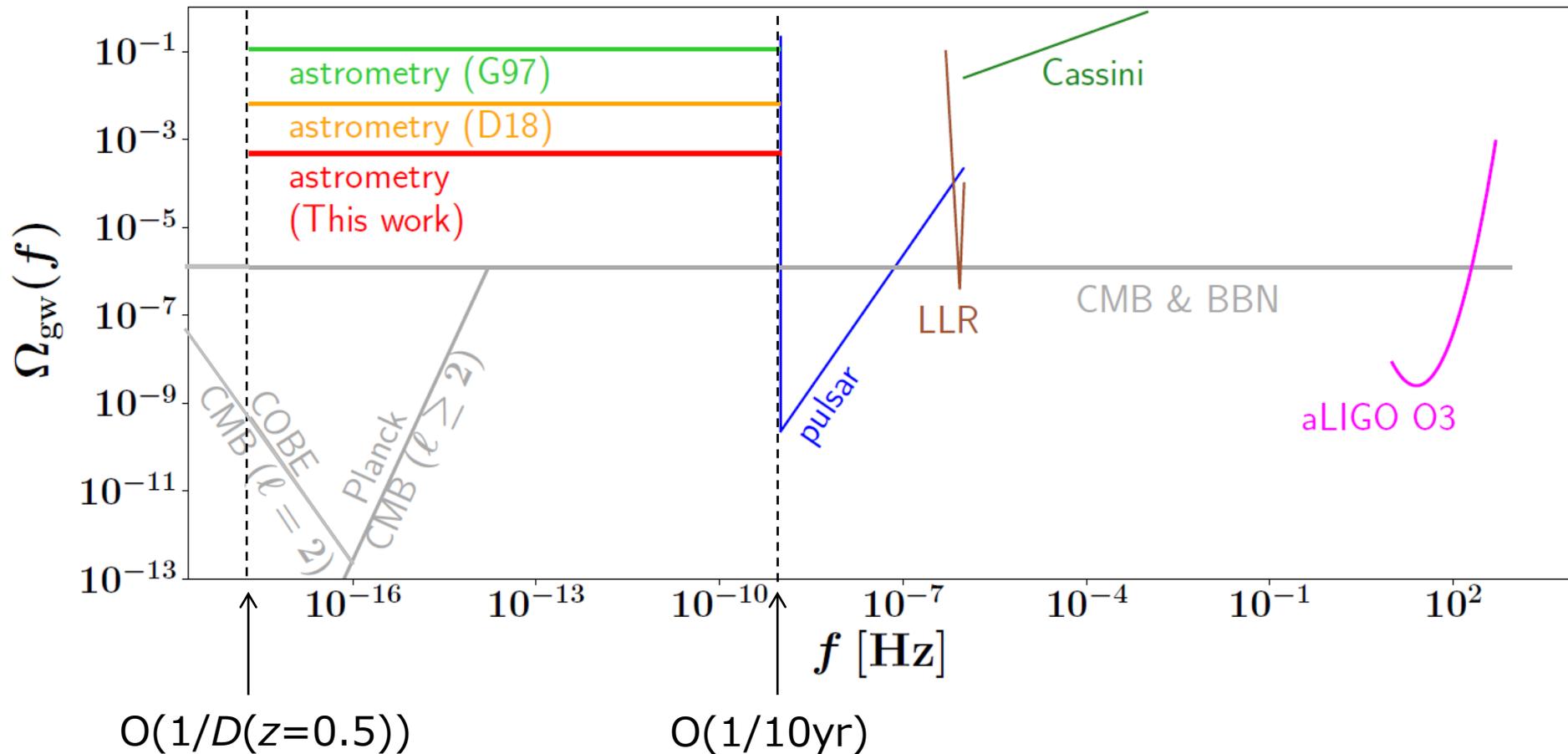
 角速度 < 400 $\mu\text{arcsec/yr}$

□ 先行研究 [Darling+Truebenbach+Paine, ApJ861(2018)113]

$$\Omega_{\text{GW}} < 0.4767 \times 10^{-3} \quad (95\% \text{ CL})$$

Ω_{GW} への制限 (まとめ)

Aoyama, **DY**, Shiraishi, Ouchi, 2105.04039



今後の展望

今後の展開①：将来計画（電波）

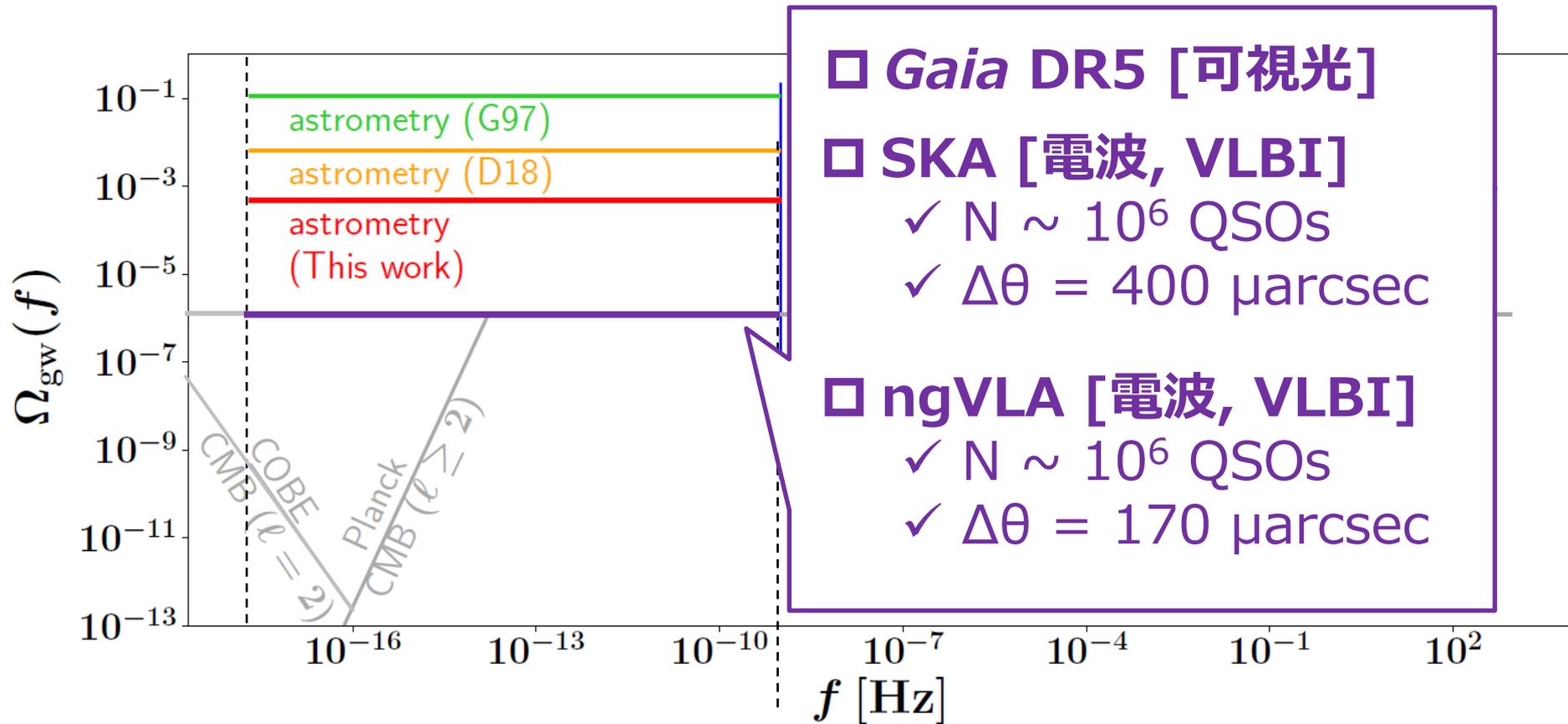
Square Kilometre Array
(SKA)



next-generation VLA
(ngVLA)



今後の展開①：将来計画

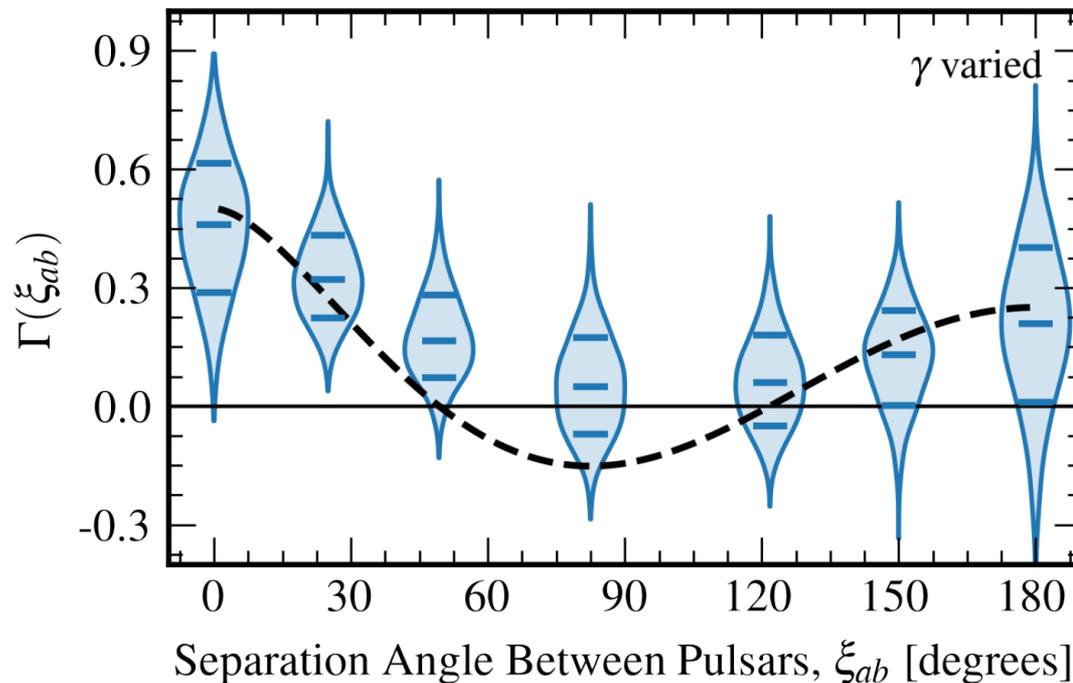


今後の展開②：角度相関

□ パルサータイミングのとき

Hellings-Downs相関 \Rightarrow 重力波の決定打

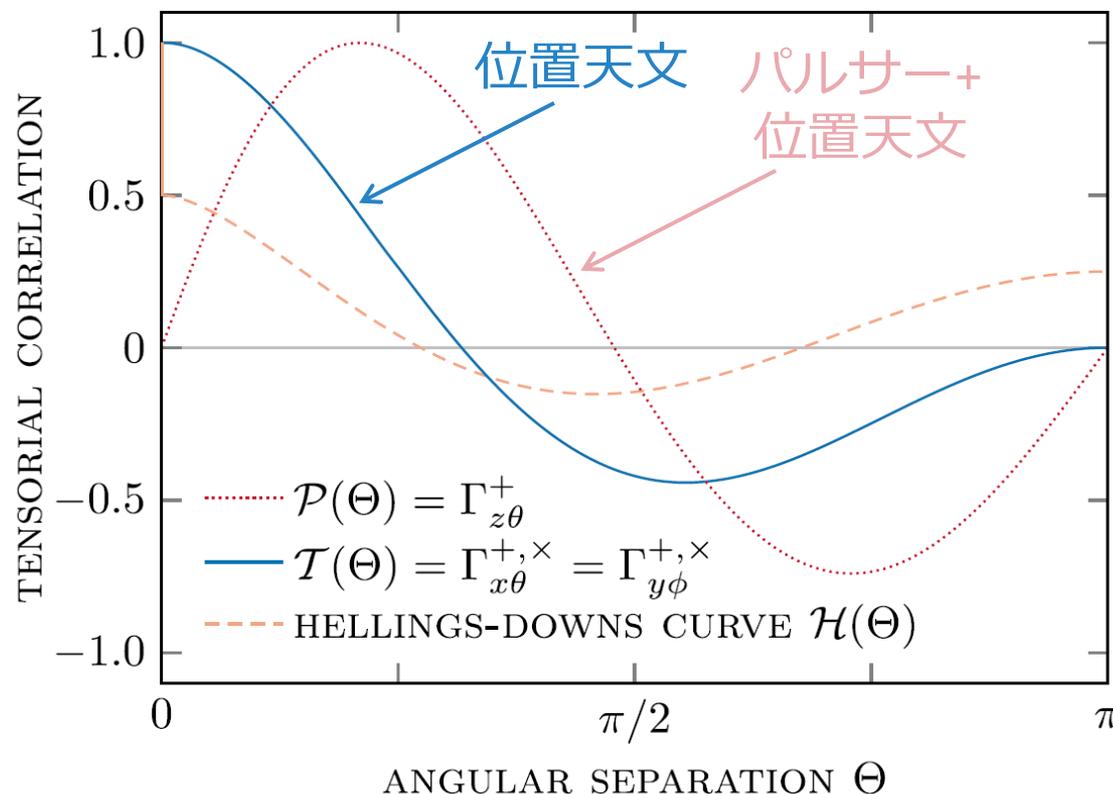
[NANOGrav, CPTA, EPTA, PPTA(2023)]



今後の展開②：角度相関

□ 位置天文のとき

[Book+Flanagan(2010),Mihaylov+(2018),O'Beirne+(2018), Qin+(2018)]



✓ 非標準重力波偏極

[Mihaylov+(2018),
O'Beirne+(2018),
Qin+(2018)]

✓ 非標準音速/有質量
重力波

[Mihaylov+(2020),
Qin+(2020)]

今後の展開③ : $f_{\text{GW}} > 1/T_{\text{obs}}$ のとき

- 天球面上での見かけの星の位置の変位

$$\theta \sim \sqrt{\langle h_c^2 \rangle} \sim \frac{H_0}{f} \sqrt{\Omega_{\text{GW}}}$$

- 観測性能

✓ 角度分解能 : $\Delta\theta$

✓ 観測時間 : T_{obs}

✓ 観測天体数 : N

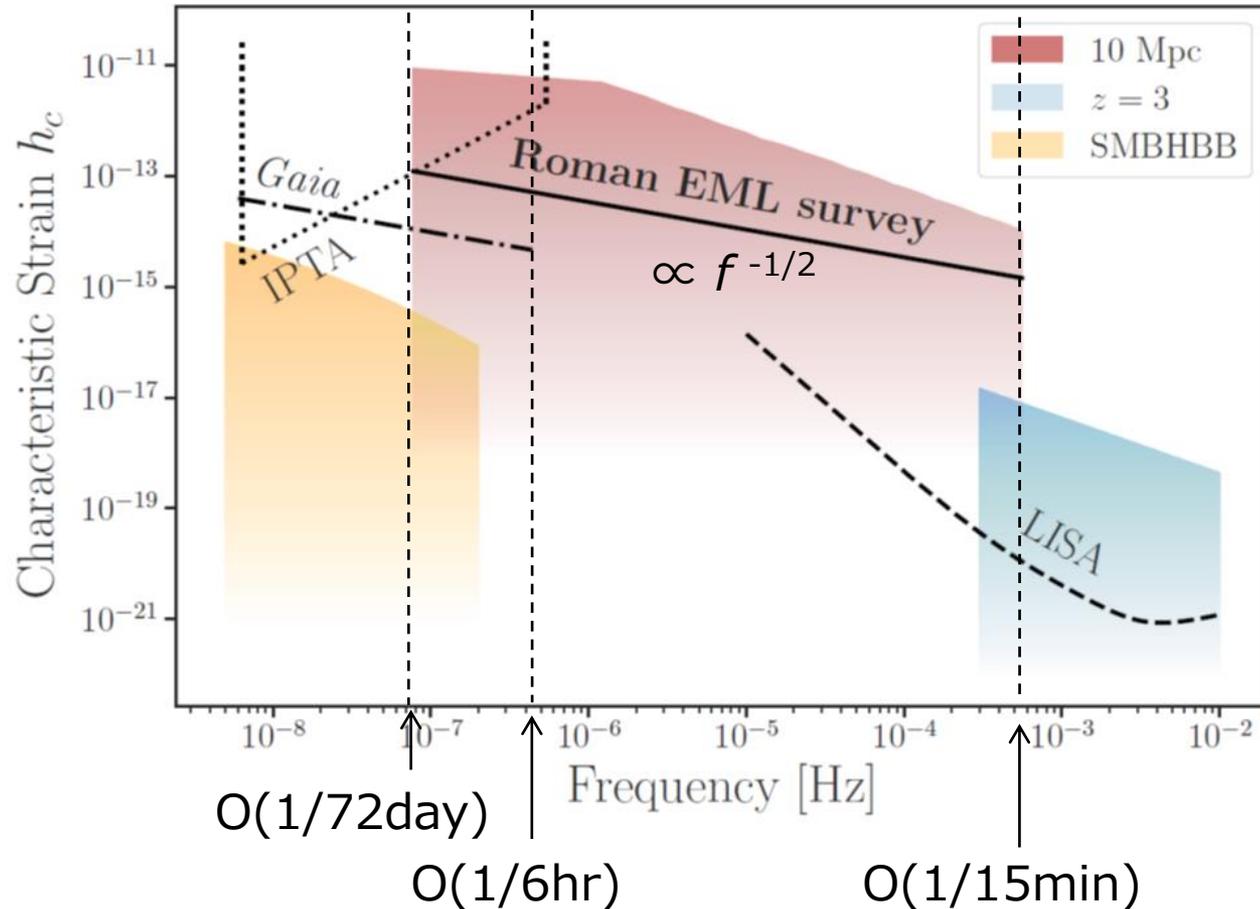
振動の
観測回数

$$N_{\text{cyc}} = T_{\text{obs}} f$$

位置の測定誤差
 $\Delta\theta / (NN_{\text{cyc}})^{1/2}$

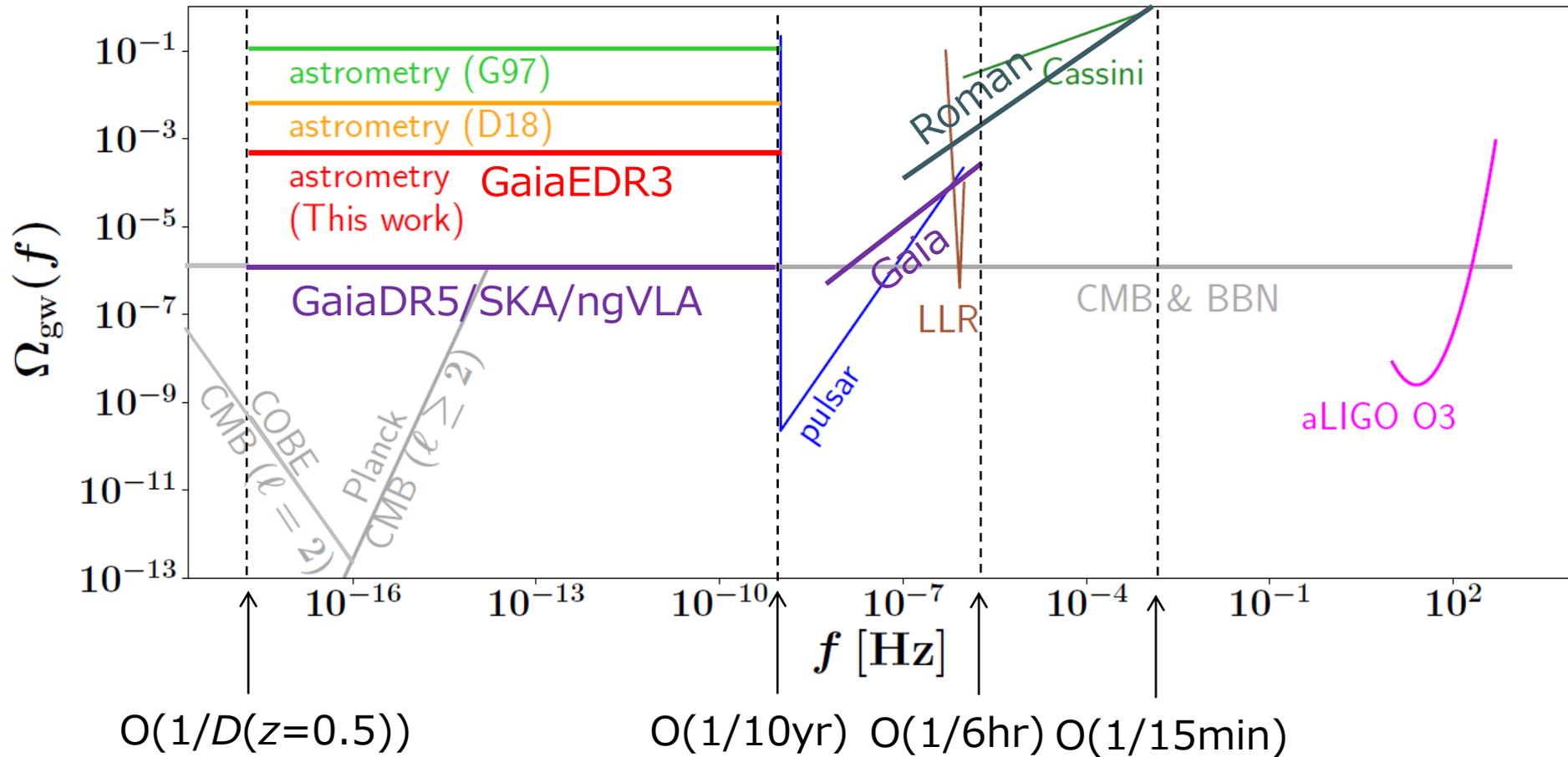
$$\Omega_{\text{GW}} \sim \frac{f^2}{H_0^2} h_c^2 \lesssim \frac{f \Delta\theta^2}{N T_{\text{obs}} H_0^2}$$

今後の展開③ : $f_{\text{GW}} > 1/T_{\text{obs}}$ のとき



[Wang+, PRD103(2021)8,084007, PRD106(2022)8,084006]

Ω_{GW} への制限 (まとめ)



まとめ

□ 位置天文（アストロメトリ）を使うことで
背景重力波を探查可能

□ Aoyama+**DY**+: *Gaia* EDR3+SDSS

$$\Omega_{\text{GW}} = (0.964 \pm 3.804) \times 10^{-4} \quad (95\% \text{ CL})$$
$$5 \times 10^{-18} \text{ Hz} < f < 10^{-9} \text{ Hz}$$

□ 今後の展開：

- ✓ 電波観測[VLBI] SKA, ngVLA $\rightarrow \Omega_{\text{GW}} \sim 10^{-6}$
- ✓ 角度相関
- ✓ $f > 1/T_{\text{obs}} \rightarrow \text{Gaia, Roman, } \dots$