

Gravitation and cosmology

**ExU-C03**

*2023: ExU Odyssey*

# 2023年極限宇宙の旅

~Hawkingが残した課題を道しるべに~

白水徹也

名古屋大学大学院多元数理科学研究科/  
素粒子宇宙起源研究所(KMI)

# 自己紹介 のほんの一部

物理学を好きになったきっかけは、高校の(実力)試験で0点をとったことです。

このままでは卒業できないと思って、教科書を開いたら実は自分にとっても合っていることに気が付いた。**覚えないういけないうことが少ない！**

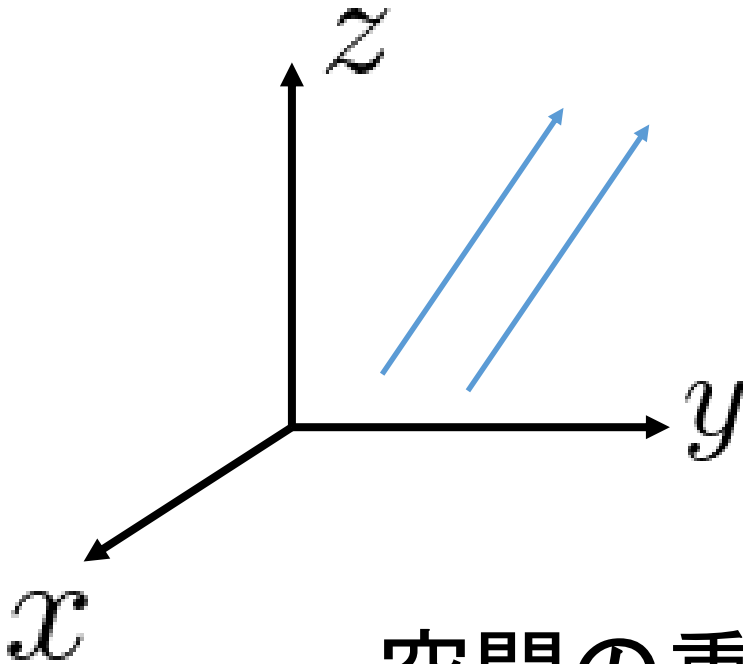
# 目次

1. 重力と時空
2. 特異点定理と極限宇宙
3. 極限宇宙の世界
4. ブラックホール？
5. 広がる世界

# 1. 重力と時空

# 平坦な空間

ユークリッド 紀元前3世紀

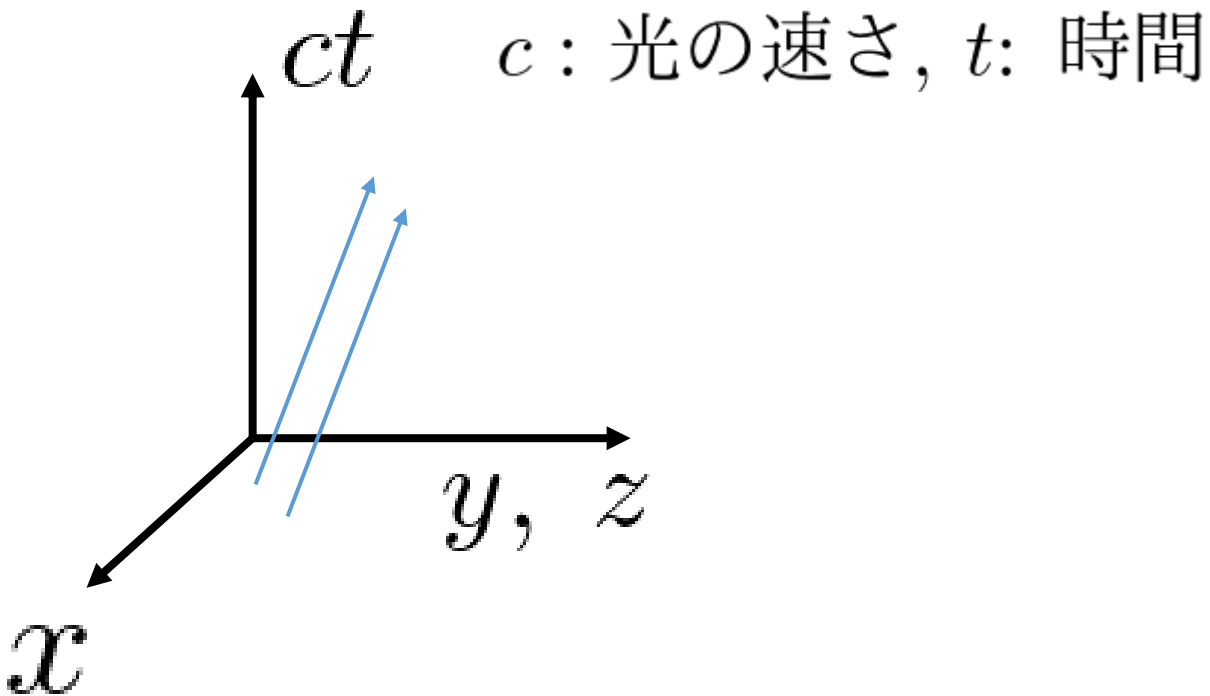


空間の重要な性質の一つ

平行線が交わることはない。

# 平坦な時空

Einstein 1905, Minkowski 1907



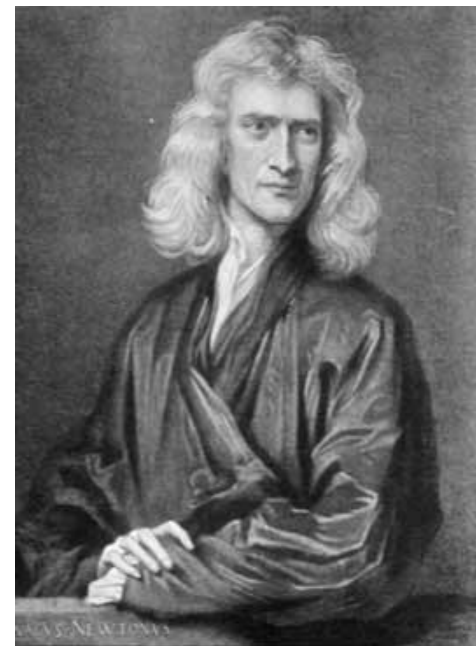
この時空の性質の一つ

平行線が交わることはない。

私たちには**重力**が  
働いている

# 重力

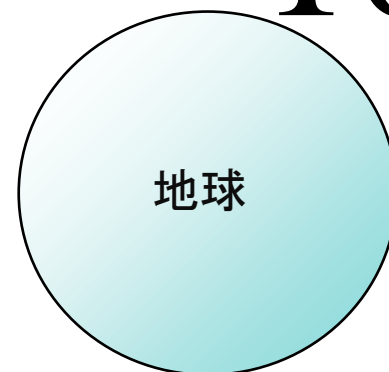
Newton



1665

リンゴと地球、月と地球  
に働く力は同じ

月 ●



# 万有引力



A grayscale portrait of Albert Einstein, showing his head and shoulders. He has a mustache and is wearing a suit and tie. The portrait is centered in the background and has a soft, glowing effect.

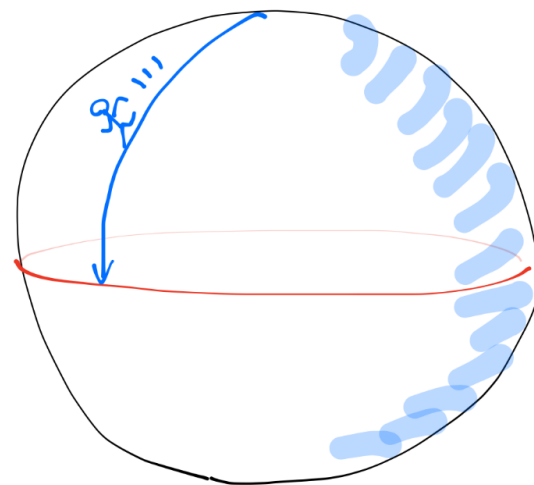
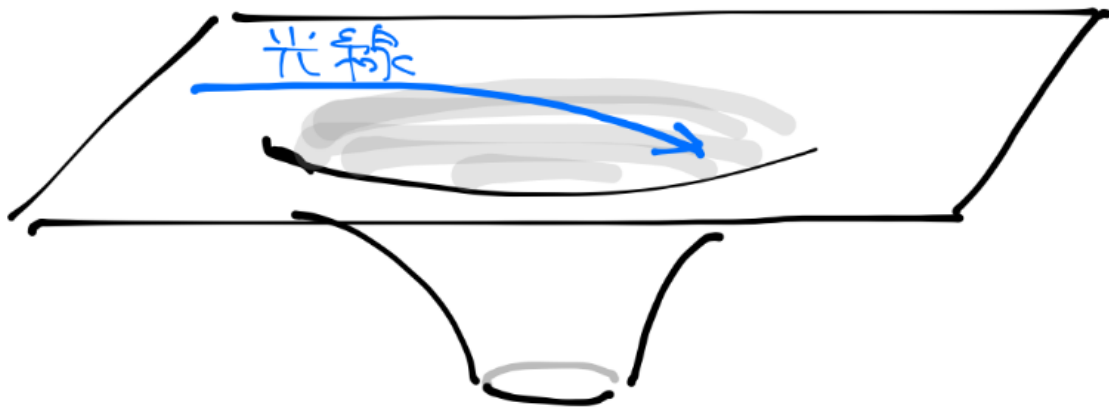
# 天才の飛躍

時空は曲がる

重力を幾何学で表現！

一般相対性理論

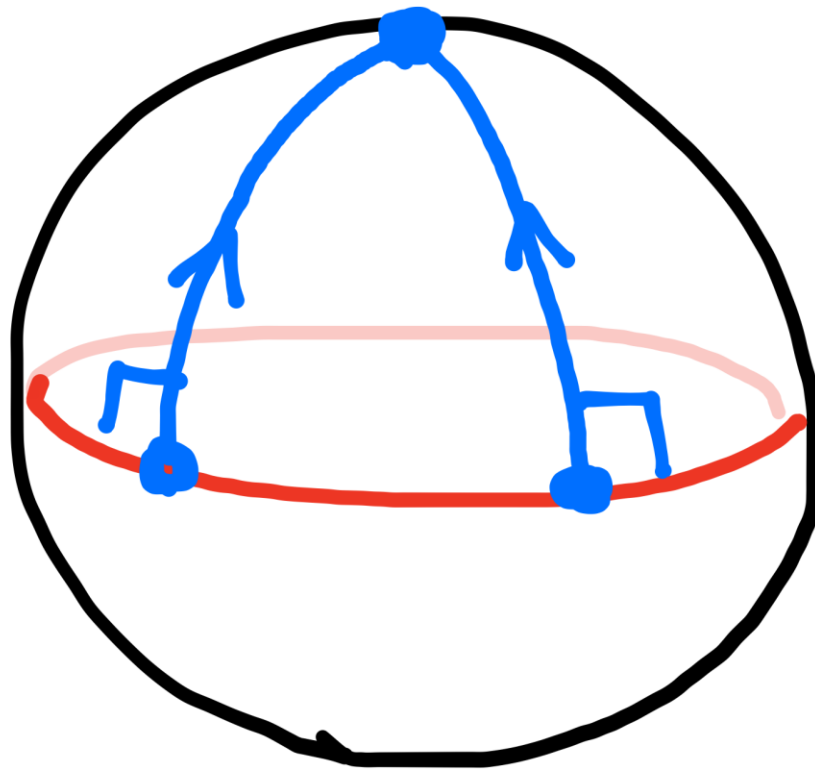
# 時空は曲がる



曲がった時空において、  
光は”まっすぐ”進む。

# 曲がった空間の数学的特徴

最初平行でも、その先で交わることもある。



時空の曲がり方はどのよ  
うに決まっているのか？

# Einstein方程式

物質のエネルギー(質量)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

時空の曲がり具合(幾何学)

# 興味深い予言と成功

膨張宇宙



ブラックホール



重力波



## 2. 特異点定理と極限宇宙



# Penroseの特異点定理(1965)

2020年ノーベル物理学賞

- ・一般相対性理論が正しい
- ・捕捉面が存在
- ・光のエネルギー密度が正
- ・空間は無限に広がっている
- ・タイムマシンがない



時空は未来に特異点(時空の端)を持つ。

# 一般相対性理論

Einstein 1915~1916

## 時間と空間を扱う物理の理論

重力(～万有引力)を時空の曲がり具合で表現。

曲がり具合はEinstein方程式によって決まっている。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

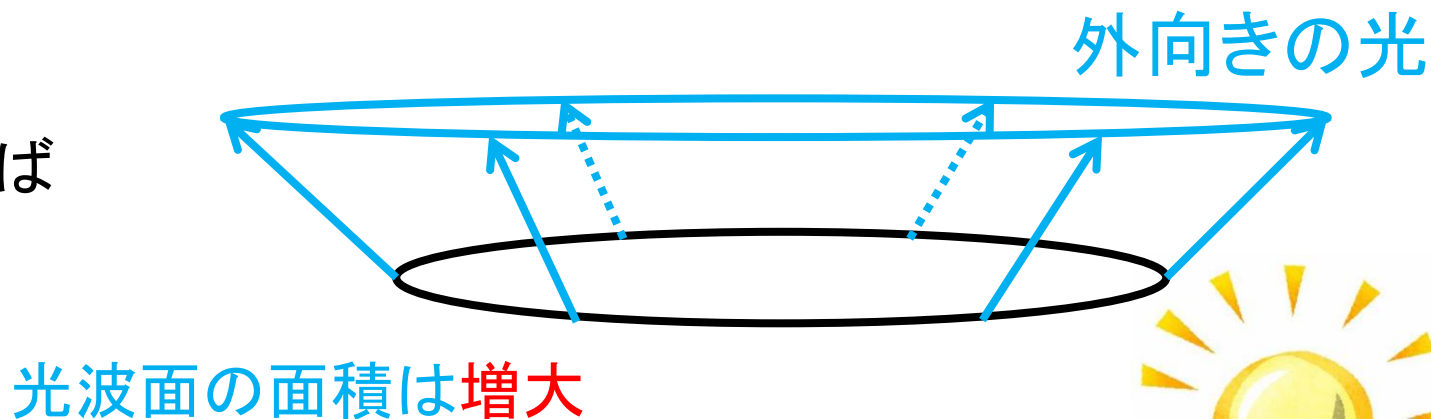
曲率～時空の曲がり具合

エネルギー密度など

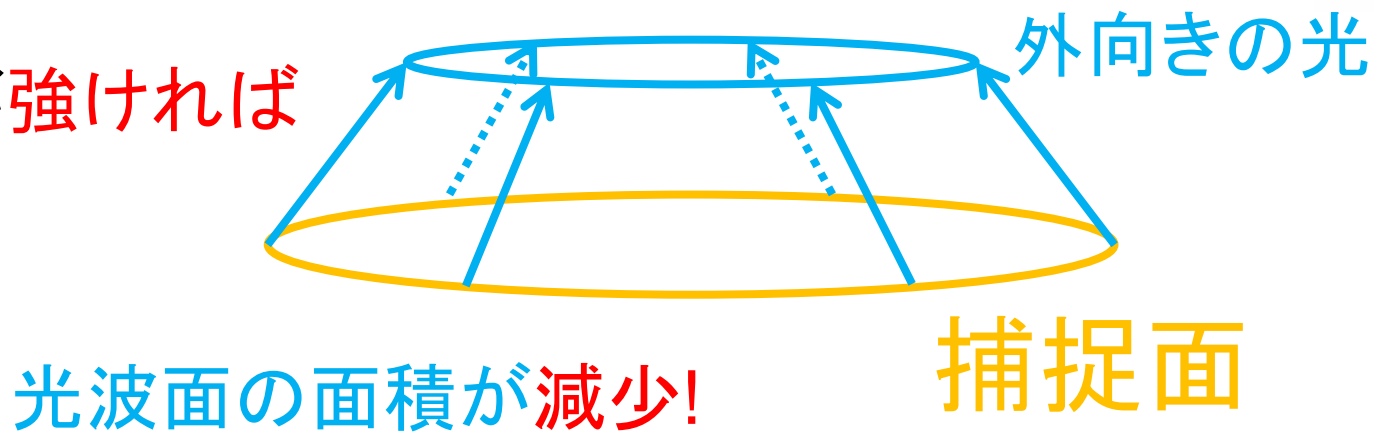


# 捕捉面: 重力の強さの指標

重力が弱ければ

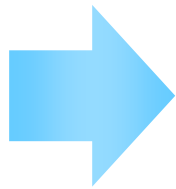


重力が**強**ければ



# Penroseの特異点定理(1965)

- 一般相対論が正しい
- 捕捉面が存在
- 光のエネルギー密度が正
- 空間は無限に広がっている
- タイムマシンがない



時空は特異点を持つ。

時空には終わりが存在する。

# 特異点とは？

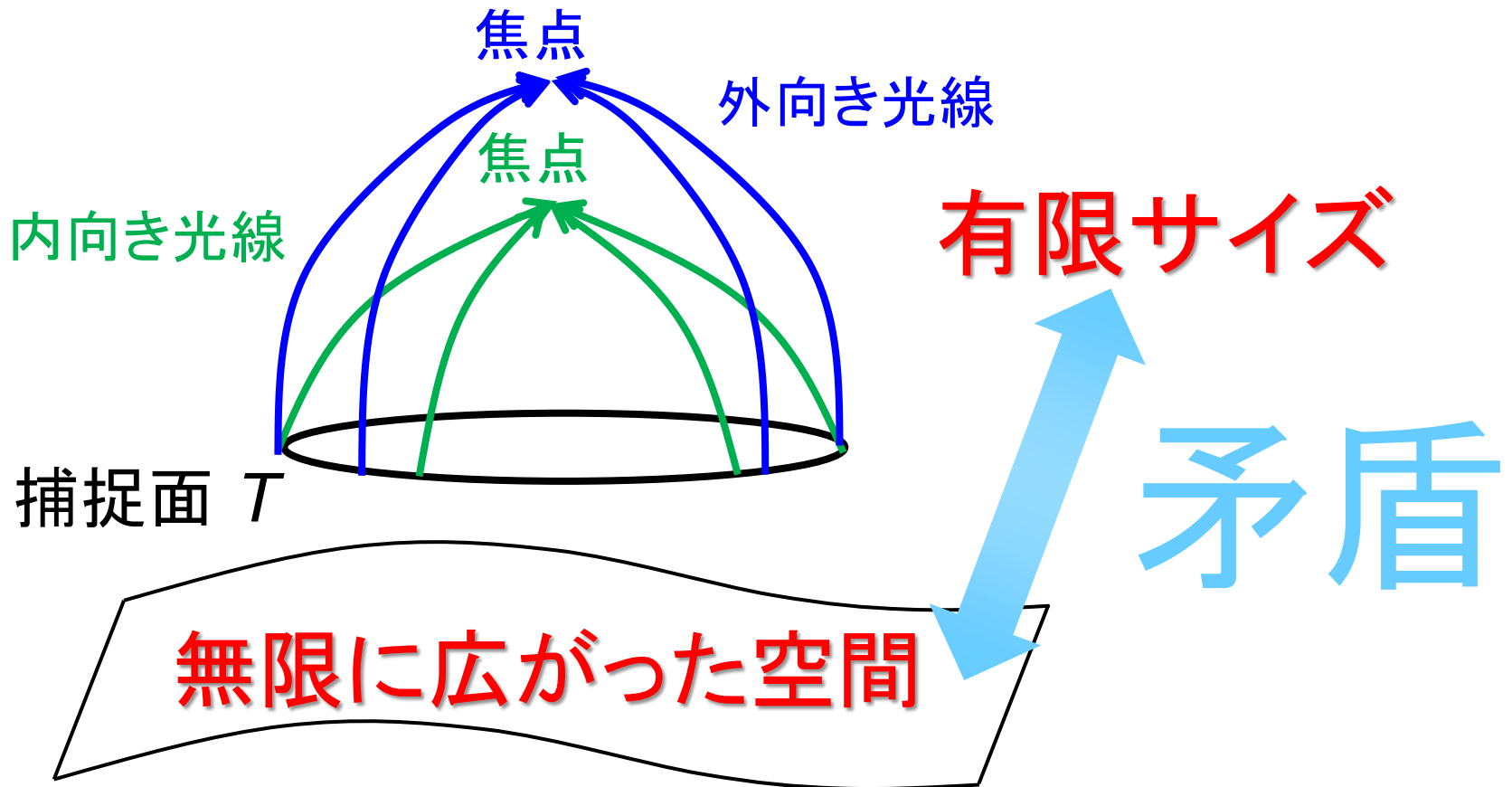
時空上の伸ばしきった測地線(曲面上の”まっすぐな”曲線)が途中で終わること。

## 時空の”端”

多くの例において、特異点でエネルギー密度や時空の曲がり具合が発散。

# 証明のエッセンス(背理法)

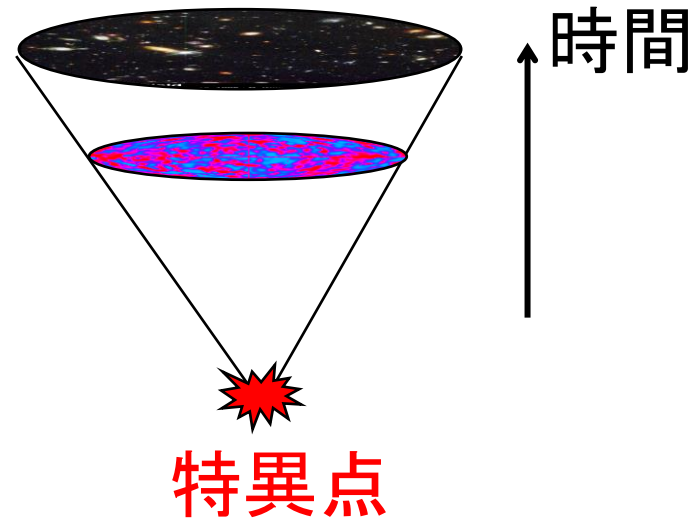
時空に特異点がないとする。



# Hawkingの特異点定理

Hawking 1965

- 特異点定理を**宇宙全体**に応用
  - **一般相対性理論**が正しい
  - **宇宙が膨張している**
  - 物質のエネルギー密度が正
  - タイムマシンがない



➡ 「**膨張宇宙**には過去に特異点が存在する」

**宇宙に始まりがある**

ブラックホールの中の未来で終わ  
りがある。

宇宙には始まりがある。

**極**限宇宙



万物を統一する物理理論の候補

# 超ひも理論

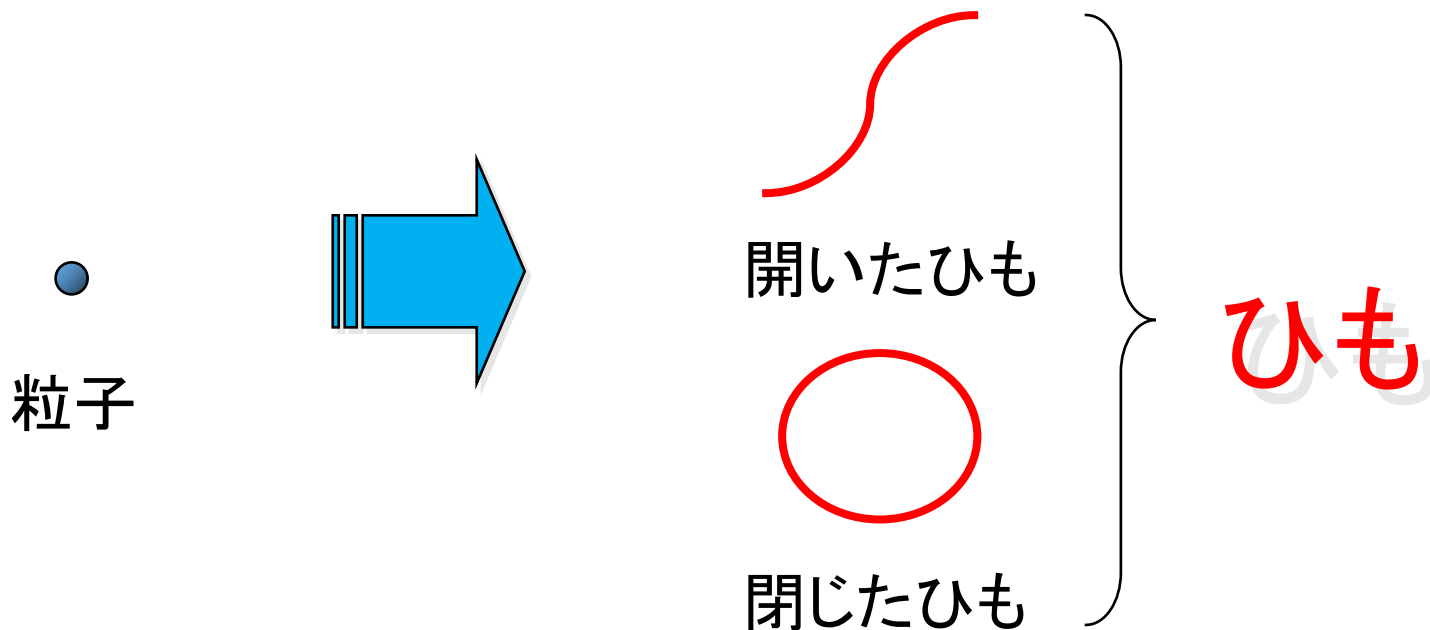
➡ 高次元時空を予言

10次元時空、或いは11次元時空

# 3. 極限宇宙の世界

# 究極の理論: ひも理論

1. 基本要素は **ひも**
2. **10次元**あるいは**11次元**の高次元時空

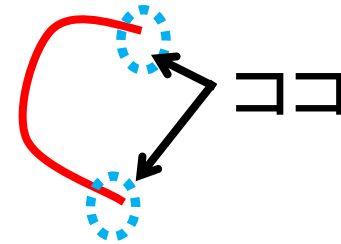


ところが...

# 約30年前に起きた革命

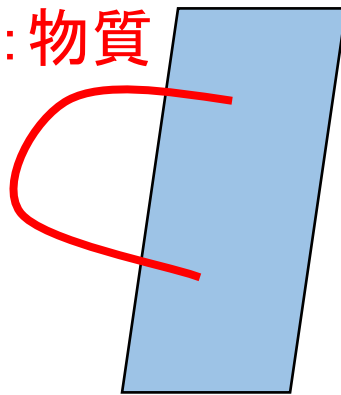
Polchinski 1995

開いたひもの端を詳しく調べてみると...



ココ

開いたひも: 物質



ブレーン

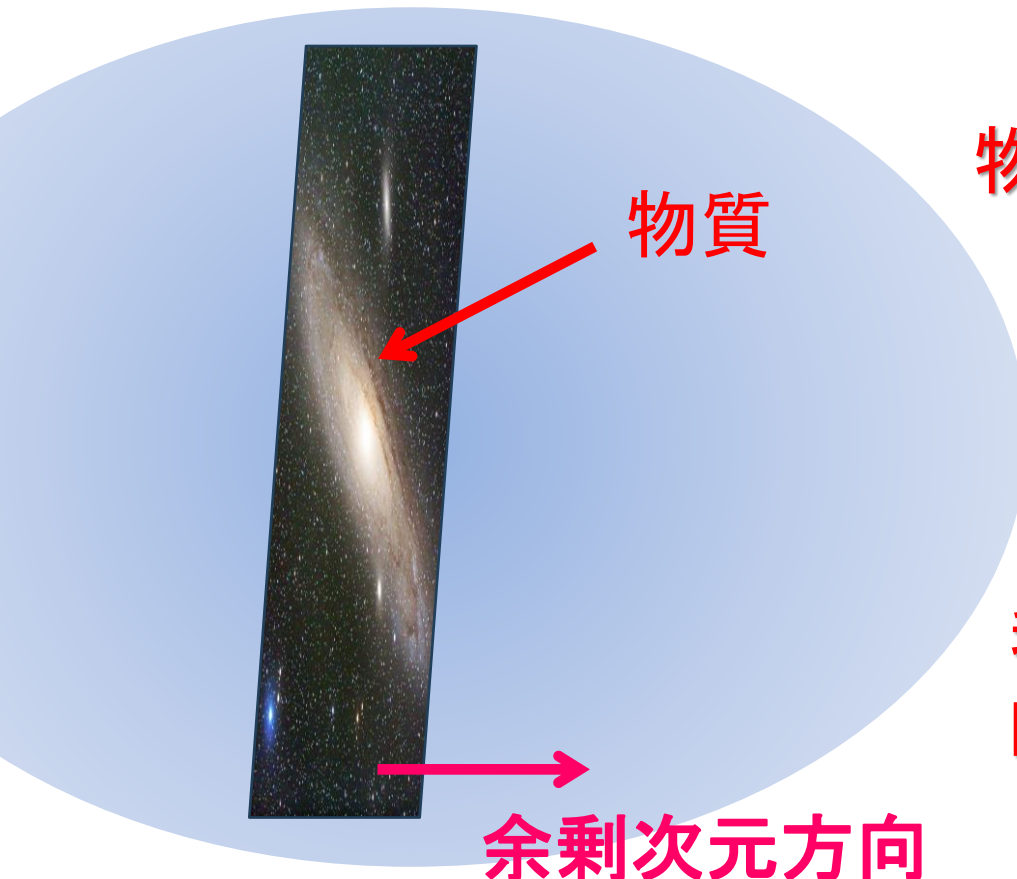


閉じたひも: 重力

## Dブレーンの発見!

# 新たな宇宙像： 膜宇宙

Arkani-Hamed, Dimopoulos, Dvali 1998, Randall & Sundrum 1999



物質は膜上に張り付いている

我々の3次元宇宙は高次元  
時空を運動する膜

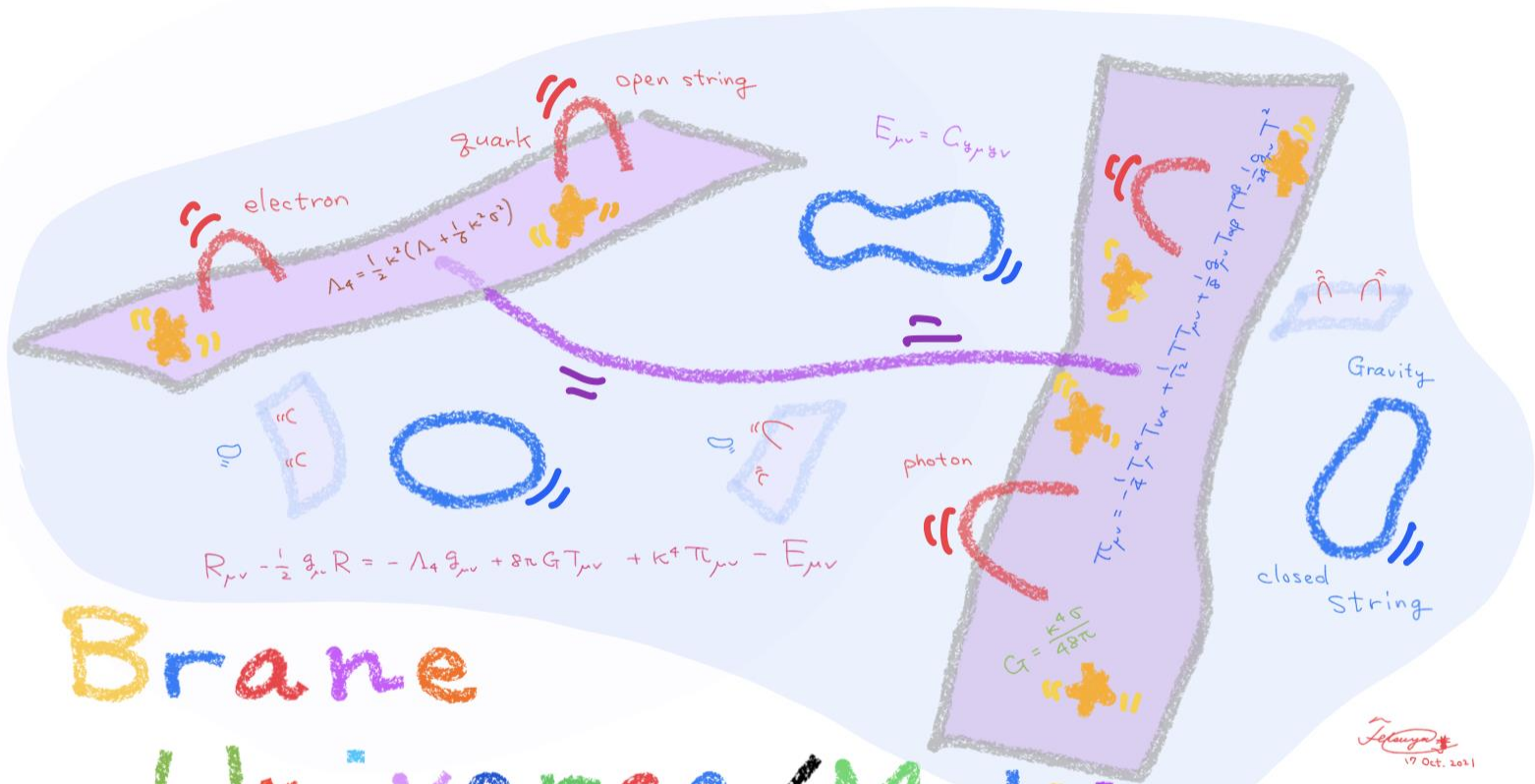
# 膜宇宙を支配する方程式

白水、前田、佐々木 2000

アインシュタイン方程式からのずれ

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} + \pi_{\mu\nu} + E_{\mu\nu}$$

余剰次元からの重力波



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -\Lambda_4 g_{\mu\nu} + 8\pi G T_{\mu\nu} + k^4 \pi_{\mu\nu} - E_{\mu\nu}$$

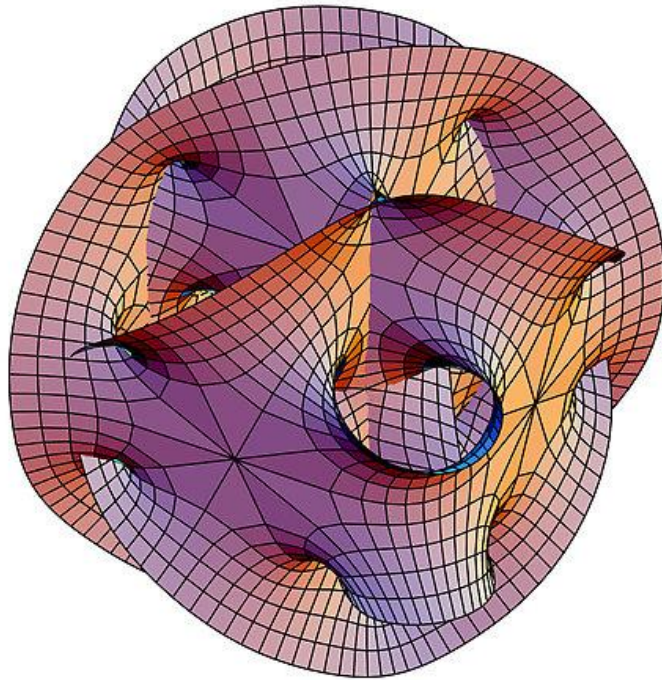
# Brane Universe / Multiverse

*Telaviv*  
17 Oct. 2011



# 10 or 11-4=6 or 7次元はどこに？

マイクロレベルで小さく丸まっている。



**Calabi-Yau多様体**

バリエーション豊か。

**宇宙の有り様(物理法則)はこの形に依存。**

# 宇宙の多様性



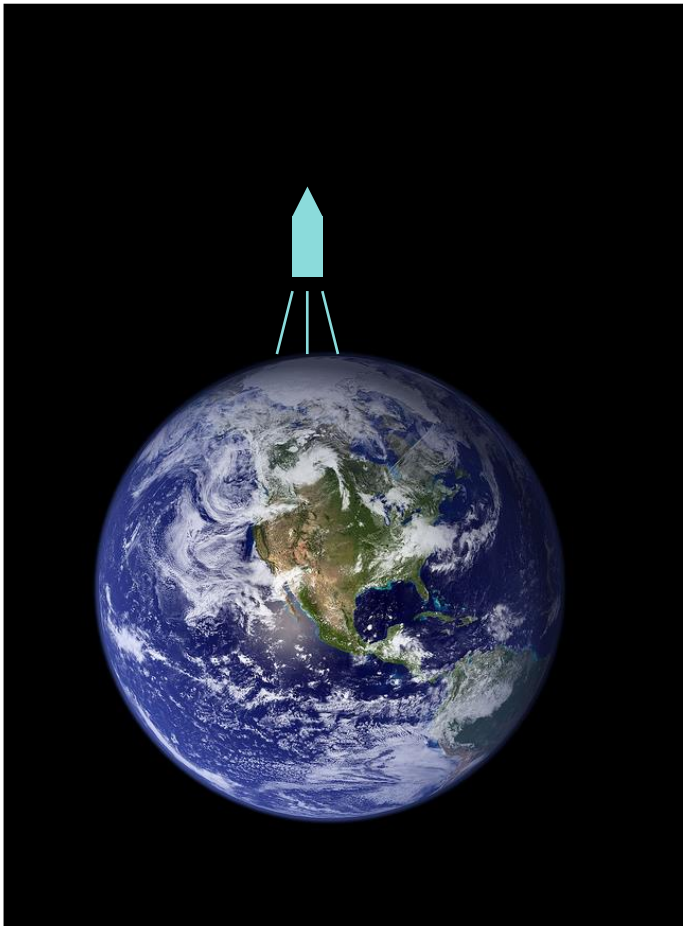
chat-GPT使用^^;

多様な宇宙の存在を予言。

# 4. ブラックホール？

# ブラックホール？

重力が強く、光すらも外に出られない。



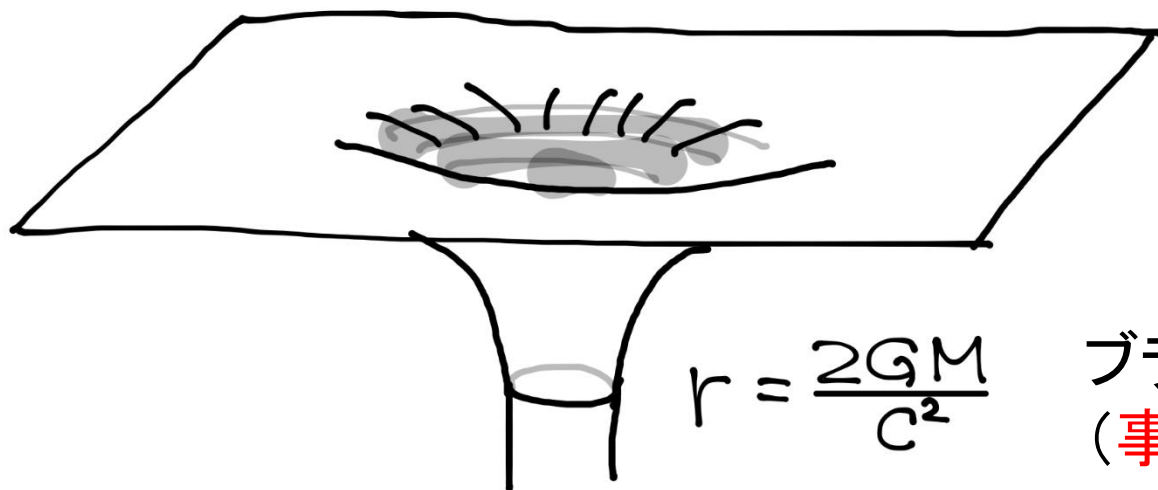
地球や太陽などの普通の星や惑星からはロケットや光は**脱出**できる。

ブラックホールからは**脱出**できない！

# Schwarzschild解 1916年

## 回転のないブラックホール時空

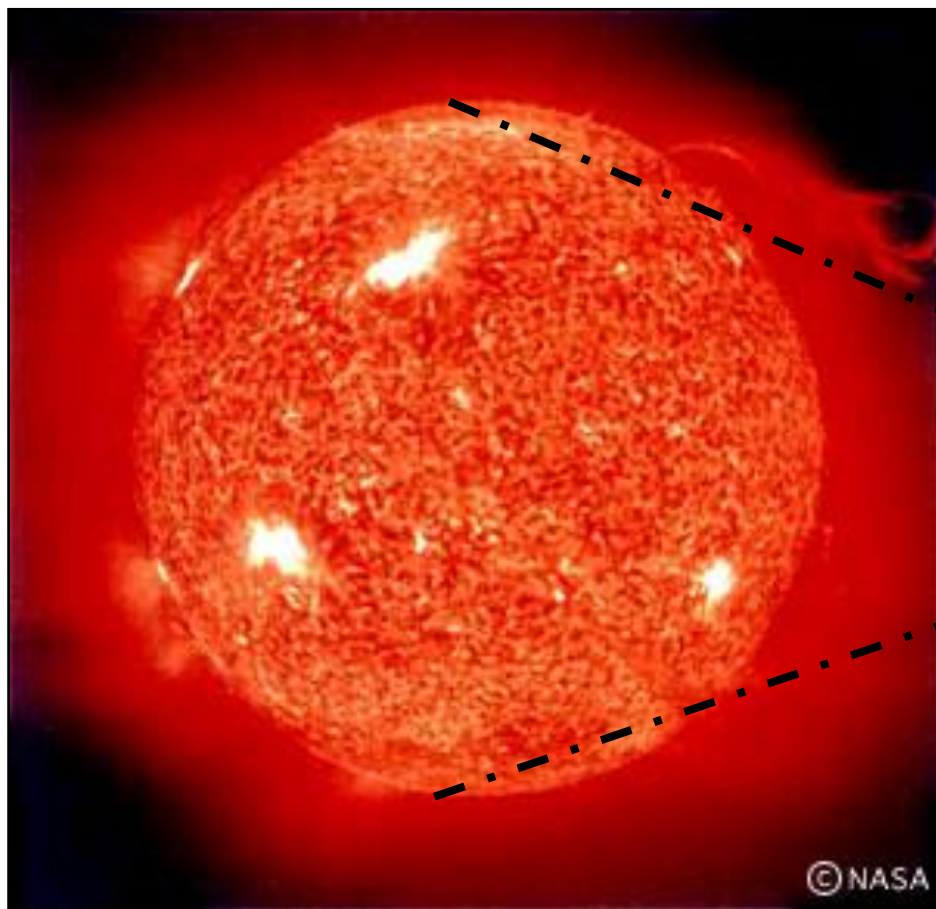
$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)(cdt)^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 \\ + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$



ブラックホール表面  
(事象の地平面)

# ブラックホールの典型サイズ

例) 太陽(半径約700000km)を3kmにぎゅっとつぶす



$$\frac{2GM}{c^2} \sim 3 \left( \frac{M}{10^{33} \text{ g}} \right) \text{ km}$$

シュバルツシルト半径

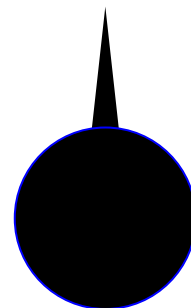
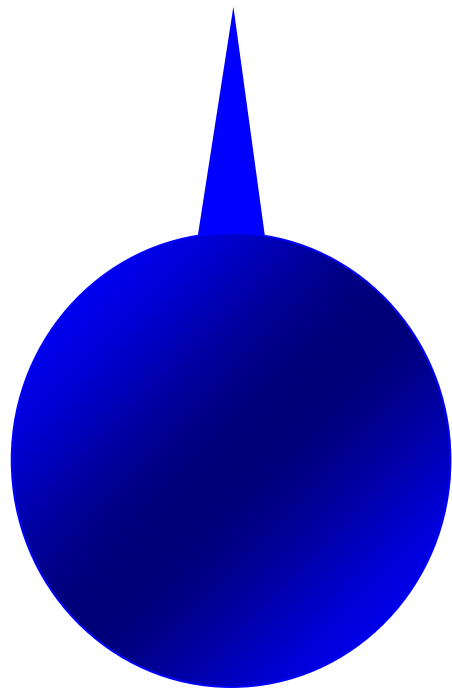
# Kerr解 1963年

## 回転しているブラックホール時空

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_g r}{\Sigma}\right) (cdt)^2 - \frac{2ar_g r \sin^2 \theta}{\Sigma} cdt d\varphi + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 \\ + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{r_g r a^2 \sin^2 \theta}{\Sigma}\right) \sin^2 \theta d\varphi^2$$

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}, \quad \Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad \Delta = r^2 - r_g r + a^2$$

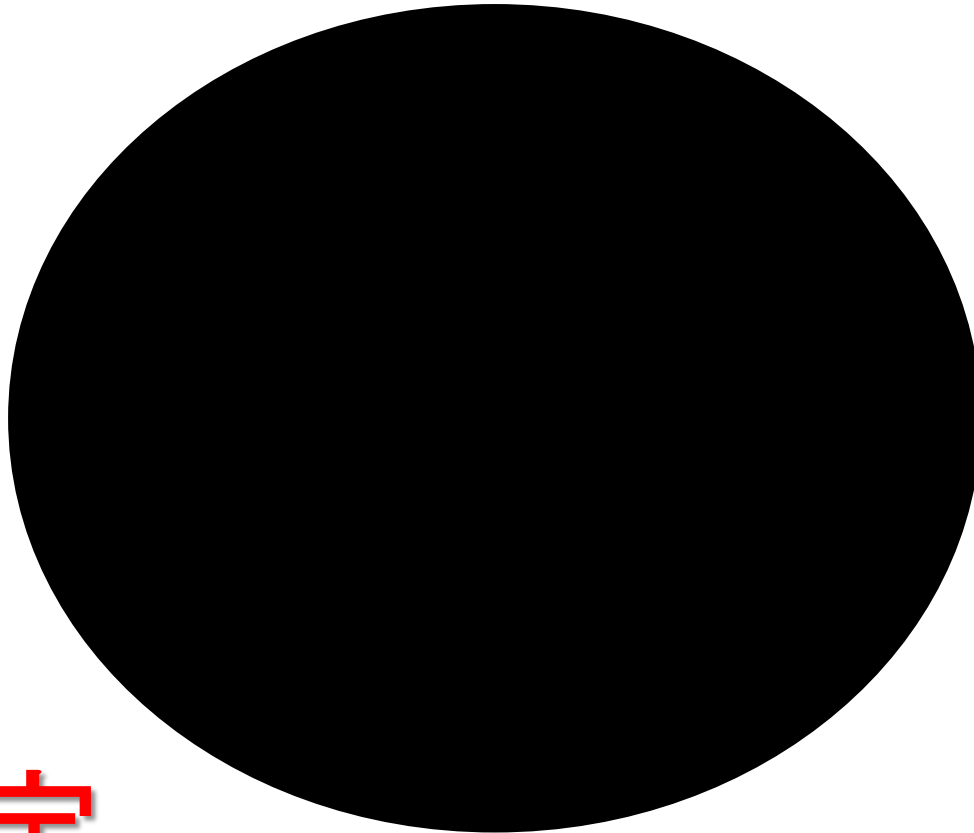
山のある星がつぶれて形成されるブラックホールに山はあるか？





4次元時空では

ブラックホールの形は球状 Hawking 1972

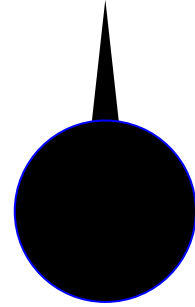
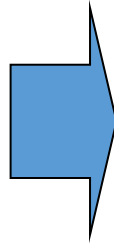
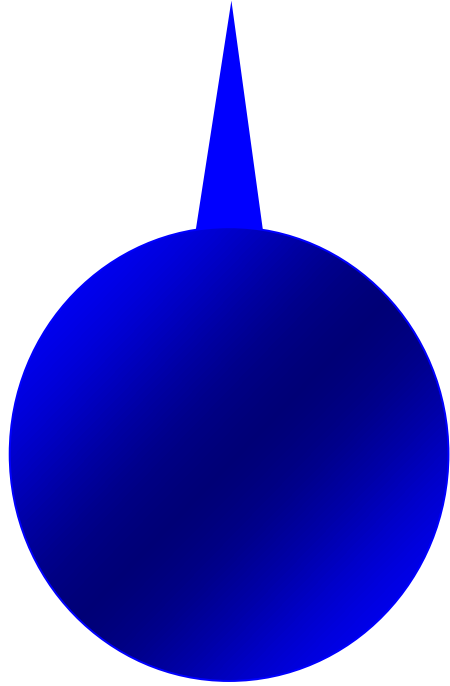


山も谷もない。。。。

Kerr時空

**安定**

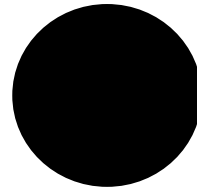
# 高次元では？



?

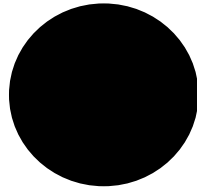
# ブラックホール動物園

4次元時空



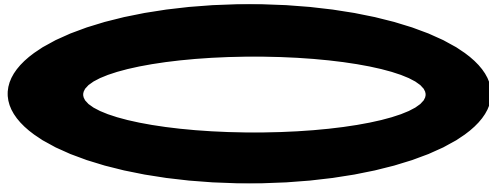
ブラックホール

高次元時空



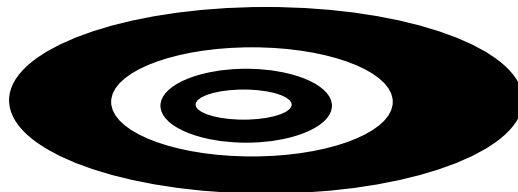
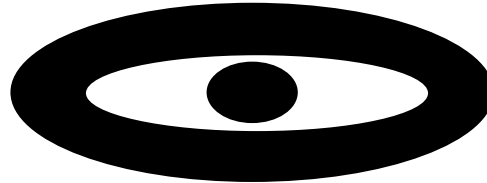
ブラックホール

ブラックストリング

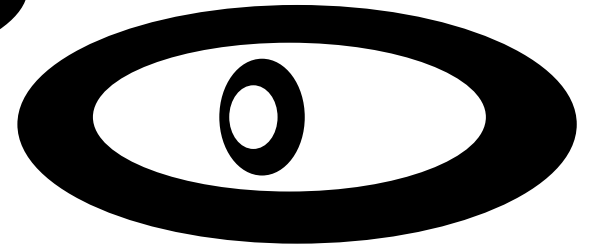


ブラックリング

ブラックサターン

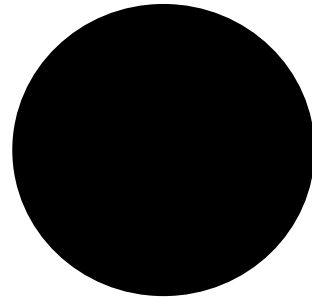


二重ブラックリング



回転がなければ

綺麗な球状

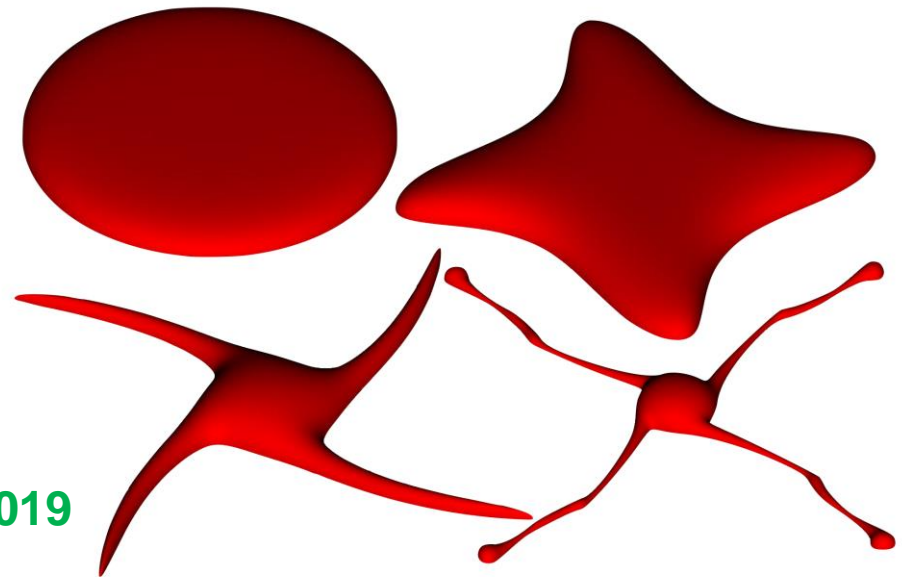
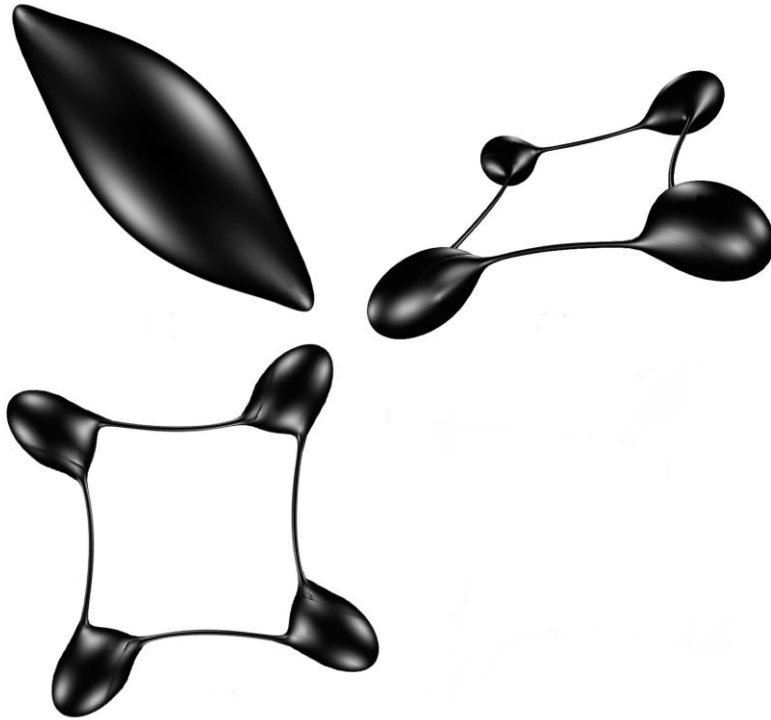


Gibbons, 井田, 白水, 2003

# 高次元ブラックホールの運命？

回転が速いと。。。 不安定

Figueras, Kunesch & Tunyasuvunakool 2015

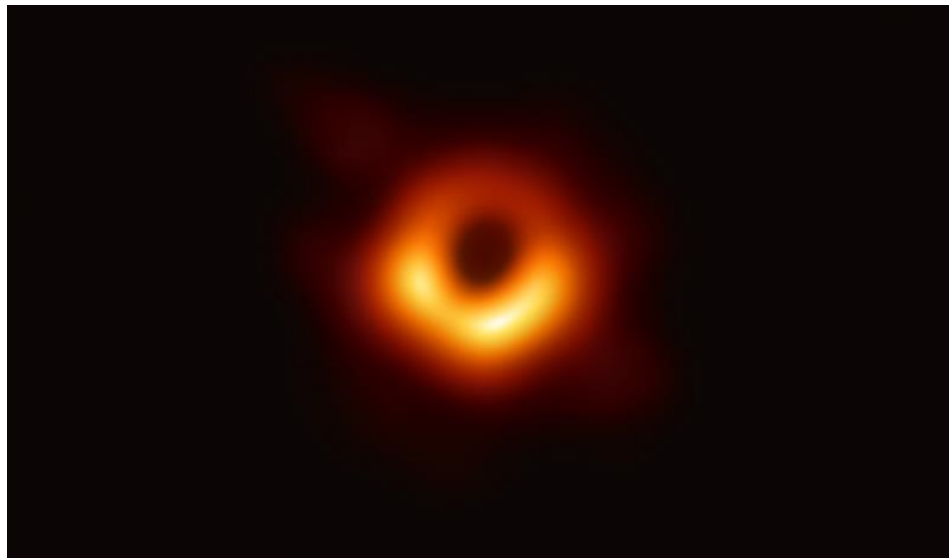


Banilan, Figueras, Kunesch & Macedo 2019

1915年 一般相対性理論の発表

1916年 ブラックホール解の発見

100年の時を経て、ようやく本格的な観測



高次元時空の観測も将来は可能に??

本当にブラックホールか？



この奥に**余剰次元**への扉があるかもしれない？



余剰次元は本当にあるのか？

余剰次元の形は？

ブラックホールはあるのか？

# 5. 広がる世界

## 豊富な話題を提供

- ほとんどの銀河の中心に存在
- ブラックホール合体からの重力波
- ブラックホールの「直接撮影」
- 究極理論への扉
- ホログラフィー

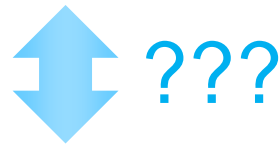
面積定理 Hawking 1972

ブラックホールは太り続ける  $\Leftrightarrow$  エントロピー増大則,...



Bekenstein 1972, Hawking 1975

ブラックホールは**表面積に比例したエントロピー**を持つと考えられる。



**通常**の物体のエントロピーは**体積に比例**している。



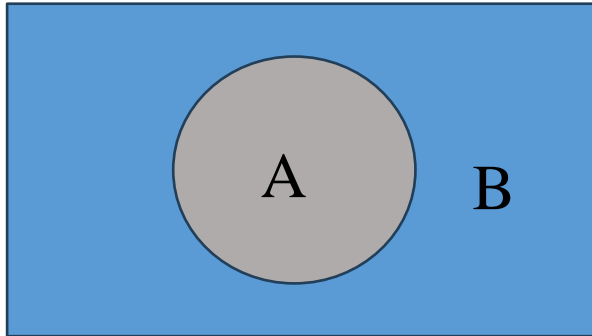
**ブラックホールの情報は表面に蓄えられている**

ホログラフィー      ゲージ/重力対応

't Hooft 1993, Susskind 1995, Maldacena 1998, ...

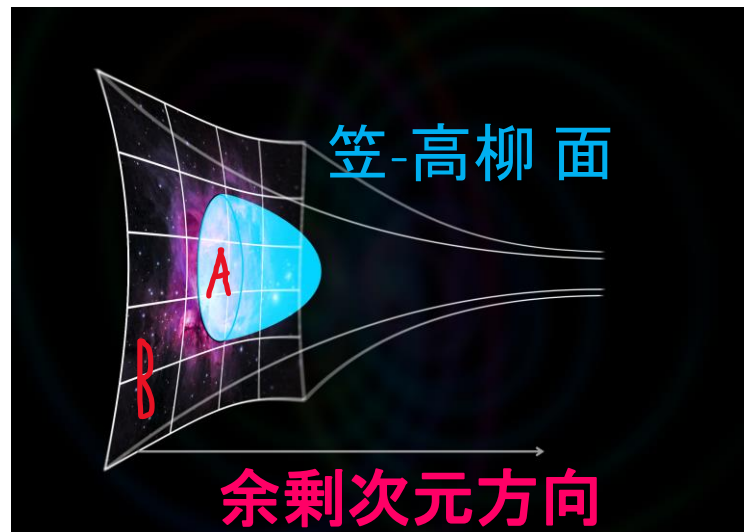
# 笠-高柳公式 2006

Bekenstein-Hawking公式を含む一般化された公式



エンタングルメントエントロピー

$\propto$  Aを囲む余剰次元方向に広がった面のうちで**最小の面積**



量子情報との融合

笠-高柳公式/量子情報による変革が進んでいます。

私の一番知りたい素朴な問い

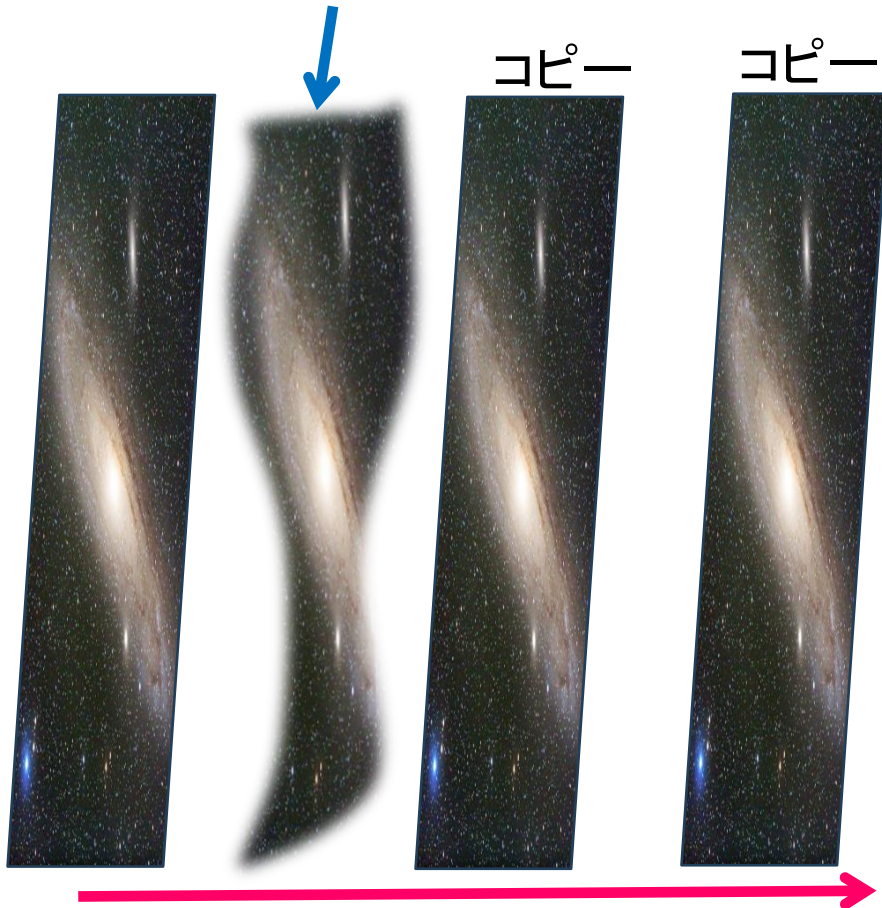
私たちの住む空間はなぜ突然消失しないのか

笠-高柳 面がその答えを与えてくれるかもしれない

# 傍証

正エネルギー定理「宇宙の全エネルギーは正である」  
(Schoen-Yau 1981)の証明を読み解くと...

面積が最小の面上の仮想宇宙 笠-高柳 面に似ている！

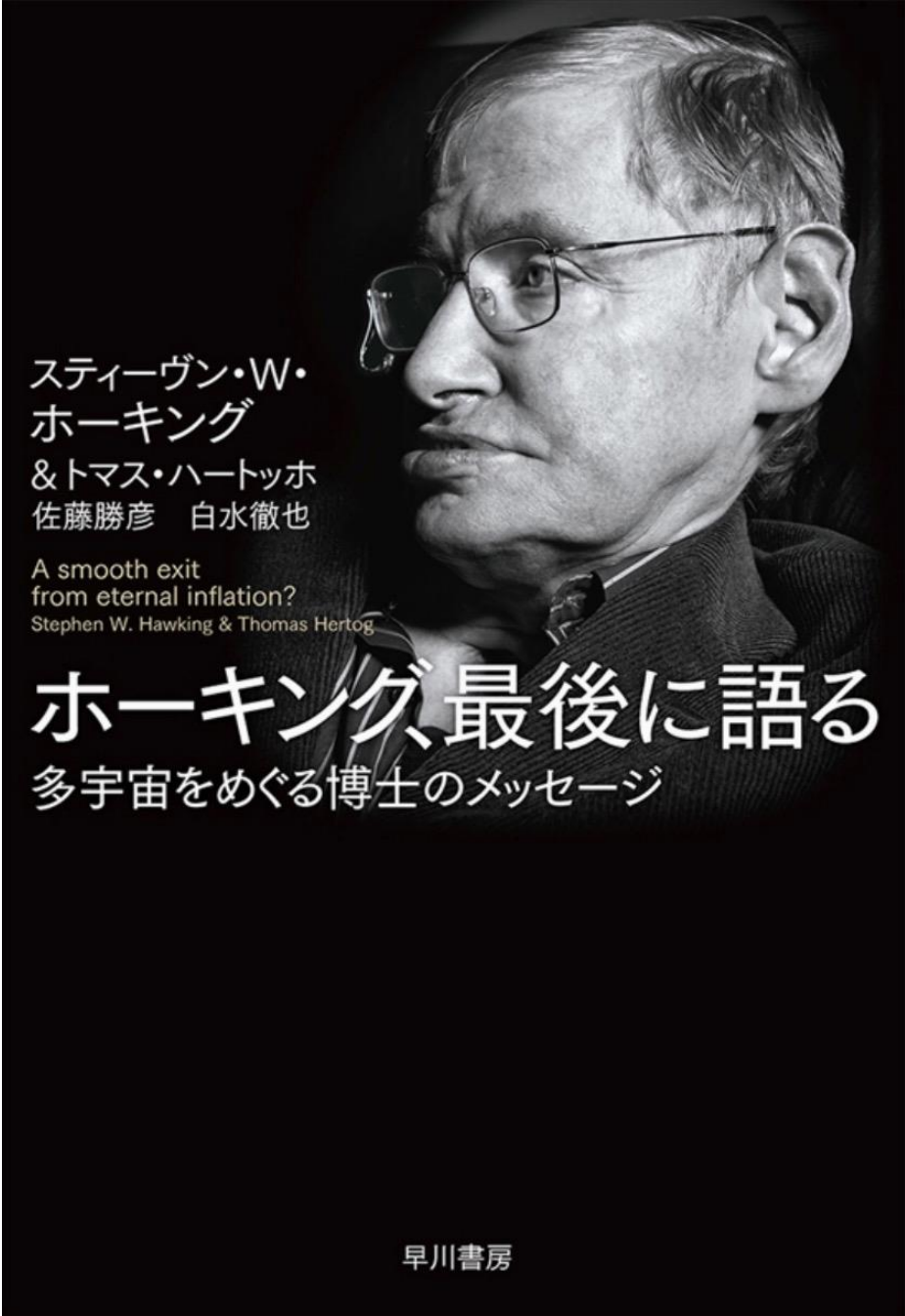


ある仮想宇宙は安定であり、しかも私たちの宇宙よりも低いエネルギーの状態にある。

余剰次元方向

今後も皆様の基礎科学への温かいご支援をお願い致します。



A black and white portrait of Stephen W. Hawking, shown from the chest up, wearing glasses and a dark sweater. He is looking slightly to the left of the camera with a thoughtful expression. The background is dark and out of focus.

スティーヴン・W・  
ホーキング

&トマス・ハートツホ  
佐藤勝彦 白水徹也

A smooth exit  
from eternal inflation?  
Stephen W. Hawking & Thomas Hertog

# ホーキング、最後に語る

多宇宙をめぐる博士のメッセージ

早川書房