

# 4 次元 $\mathbb{Z}_2$ 格子ゲージ理論における 非可逆なトポロジカル演算子

---

大阪大学素粒子論研究室  
名古屋雄大

---

共同研究者：小出真嵩、山口哲

arXiv: 2109.05992

# 目次

---

1. Introduction

2. 4次元  $\mathbb{Z}_2$  格子ゲージ理論について

3. 交換関係

4. まとめ

# 目次

---

1. Introduction

2. 4次元  $Z_2$  格子ゲージ理論について

3. 交換関係

4. まとめ

やったこと

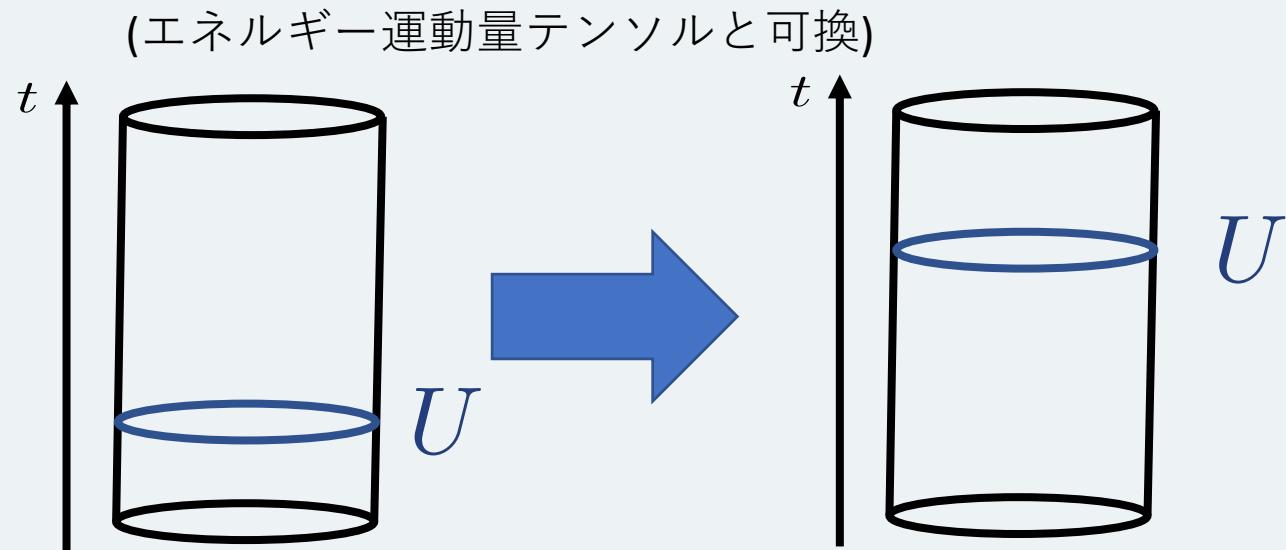
4次元の格子ゲージ理論で、  
新しい「対称性」を構成  
「交換関係」を調べた

# 対称性とは？

# 対称性とは(一つの見方)...

---

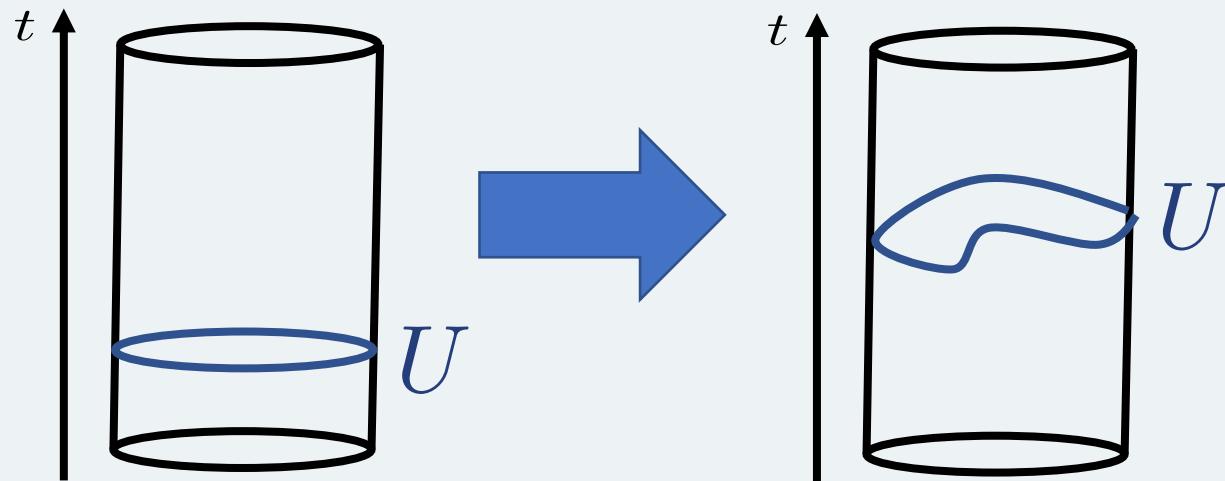
$$[H, U] = 0$$



# 対称性とは(一つの見方)...

$$[H, U] = 0$$

(エネルギー運動量テンソルと可換)



対称性は トポロジカルな演算子 により表される

# 対称性とは...

通常の対称性

= トポロジカル演算子

+ 群の構造

+ 余次元1の演算子

=  $\dim(\text{時空}) - \dim(\text{対称性演算子})$

大事

# 演算子が

通常の対称性 = トポロジカル、余次元1、群の構造  
(～電荷保存) (～時間一定面、局所演算子への作用)

## 対称性の拡張

1) 高次形式対称性 [Gaiotto, Kapustin, Seiberg, Willet, 2015]

= トポロジカル、余次元1、群の構造

2) 非可逆対称性 [Bhardwaj, Tachikawa, '17], [Chang, Lin, Shao, Wang, Yin, '18]..

= トポロジカル、余次元1、群の構造

# 非可逆対称性

[Bhardwaj, Tachikawa, '17], [Chang, Lin, Shao, Wang, Yin, '18]..

# 非可逆対称性

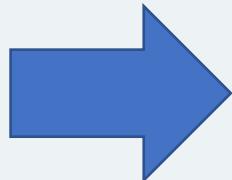
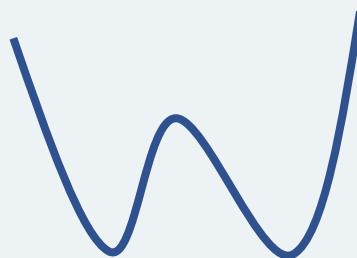
---

…一般の**可逆**ではないトポロジカル演算子

## 様々な応用

[Komargodski, Ohmori, Roumpedakis, Seifnashri ,18],  
[Chang, Lin, Shao, Wang, Yin, '18],[M. Nguyen, Y. Tanizaki, and M.Unsal,'21/01,'21/04]…

e.g. 真空の縮退[Chang, Lin, Shao, Wang, Yin, '18]



通常の対称性と同様に有用

# 動機

---

- ✓ 「非可逆対称性」は2次元がメイン  
=一般の可逆ではないトポロジカル演算子
- ✓ 高次元では、知られている具体例も少ない

4次元で非可逆対称性を構成、探索したい

# 方針

---

- ✓ 2次元格子系で**厳密**に構成できている

[Aasen, Fendley, Mong, 2016]

- ✓ 高次形式対称性も存在 [Gaiotto, Kapustin, Seiberg, Willet, 2015]

- ✓ 非可逆対称性がある 2dIsing とある種似てる

→ 4 次元  $Z_2$  格子ゲージ理論で構成、  
性質を調べた。

# 目次

---

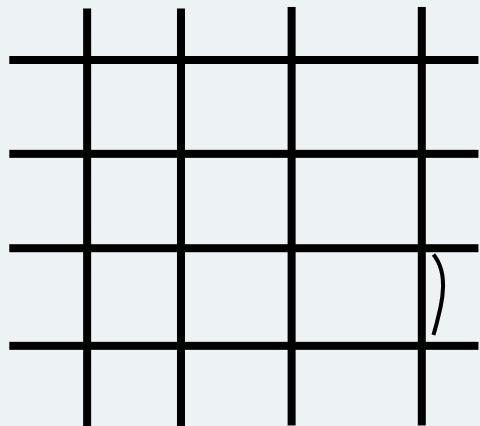
1. Introduction

2. 4次元  $\mathbb{Z}_2$  格子ゲージ理論について

3. 交換関係

4. まとめ

# 4次元 $\mathbb{Z}_2$ 格子ゲージ理論について



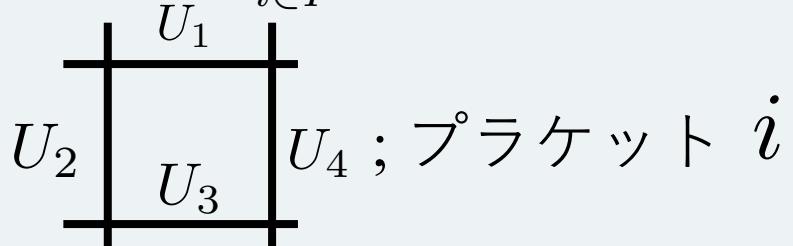
)  $U \in \mathbb{Z}_2$

リンク変数

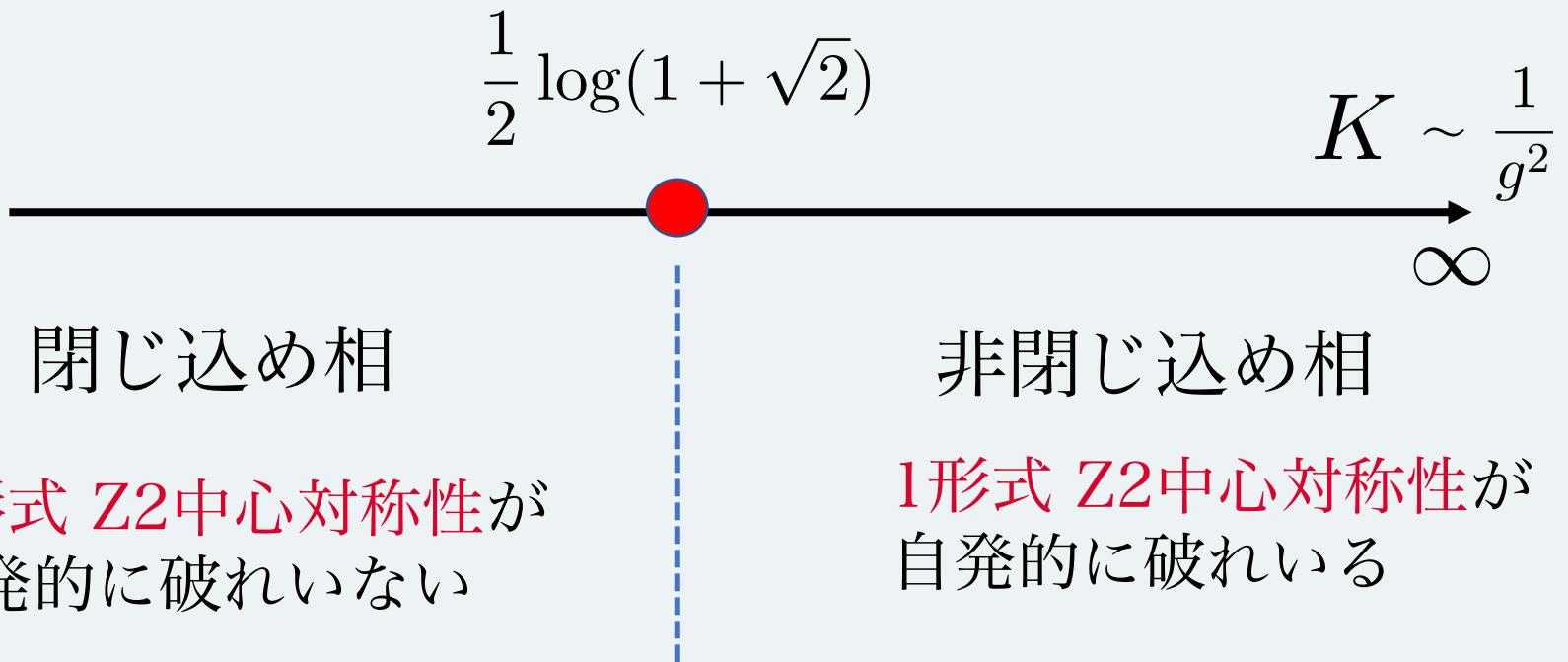
分配関数

$$Z(K) = \sum_{\{U\}} \exp(K S(\{U\}))$$

$$S(\{U\}) = \sum_{i \in P} (U_{i_1} U_{i_2} U_{i_3} U_{i_4})$$



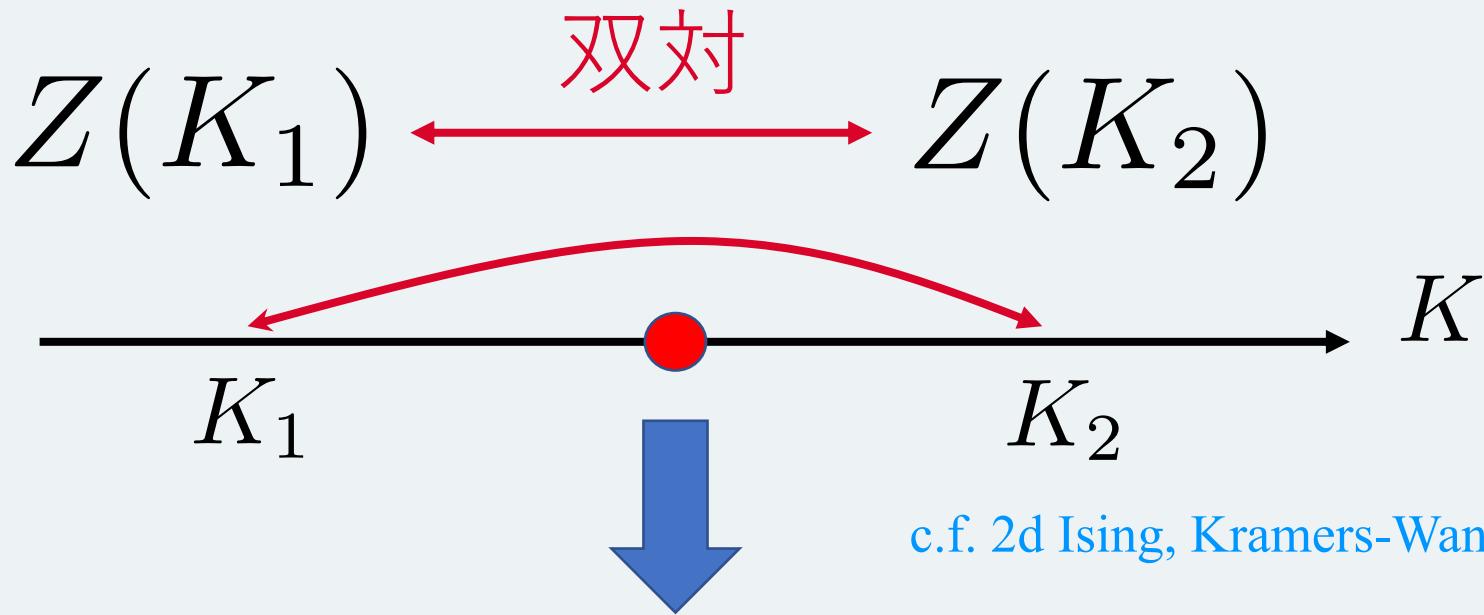
# 4次元 $\mathbb{Z}_2$ 格子ゲージ理論について



## 1次相転移

[M. Creutz, L. Jacobs, and C. Rebbi, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 1390]

# 双対性が存在 [ F. J. Wegner, '71] [H. A. Kramers and G. H. Wannier, '41]



c.f. 2d Ising, Kramers-Wannier 双対性

自己双対点に注目

エネルギー密度を変えない  
…トポロジカル演算子が存在する  
と期待

# 目次

---

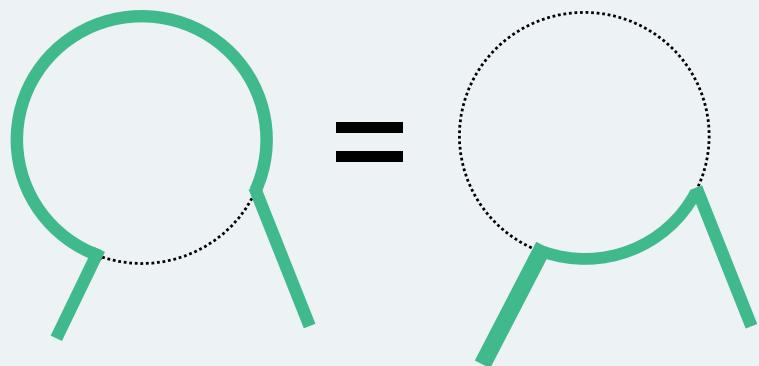
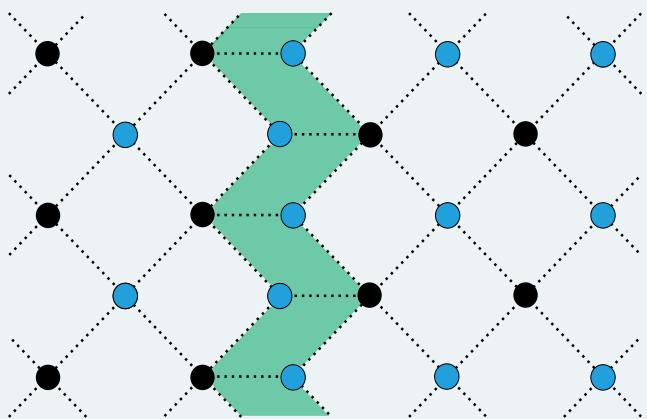
1. Introduction

2. 4次元  $Z_2$  格子ゲージ理論について

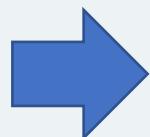
3. 交換関係

4. まとめ

# 双対演算子の構成



トポロジカル関係式を要請



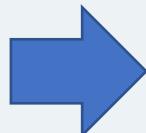
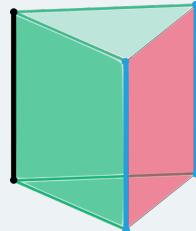
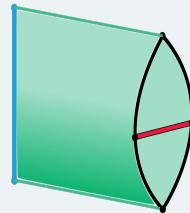
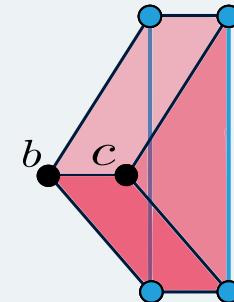
解を求めた

…解は 非可逆

# 1 形式中心対称性とジャンクション

$\mathbb{Z}_2$ 中心対称性演算子(可逆)を**構成**

ジャンクションの構成



演算子間の関係式は原理的に  
全て**計算可能**

※格子上なので、厳密

# 演算子間の関係

$$\begin{array}{ccc} \text{Diagram: Two green ovals} & = & \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ Diagram: One large green cylinder} \\ S^0 \times D^3 & & D^1 \times S^2 \end{array} \quad \Bigg| \quad \begin{array}{ccc} \text{Diagram: One green oval} & \text{Diagram: One green oval} & = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \begin{array}{c} \text{Diagram: Two green hemispheres} \\ + \\ \text{Diagram: Two green hemispheres} \end{array} \right) \\ S^1 \times D^2 & & D^2 \times S^1 \end{array}$$

※構成した演算子を使って計算可能

群論的対称性では表されない新しい関係式

# 目次

---

1. Introduction

2. 4次元  $Z_2$  格子ゲージ理論について

3. 交換関係

4. まとめ

# まとめ

---

1. 4次元の格子模型において具体的に  
**トポロジカル演算子、ジャンクション  
を構成**
2. 非可逆な代数構造を発見

展望…QFTへの応用、他の双対性、アノマリ－etc...

Thank You!