ずり粉体流の極性流体力学による解析

早川尚男[1]、御手洗菜美子[2]
[1]京大人環, [2]九大理

2001年9月17日 (日本物理学会)

CONTENTS

1. はじめに: 極性流体理論の概要

2. ずり流の解析

3. 非流体的特徴

4. Summary

1 はじめに

1.1 動機

- 粒子物理の流行(専ら粒子シミュレーションによる)への反省：
  - 連続体理論で扱えない現象を再現
  - しかし物理はゼロ
- 新たな連続体理論が望まれている.

1.2 粉体流と通常の流体との違い

- 粒子の大きさが有限.
- 粒子の内部自由度(例えば回転)が重要.
- 境界での粒子の回転$\Rightarrow$ マクロな流速場ではスリップ：境界層が大事
- 外場の影響が大きい.
- Creep regionとCollisional regionが共存

衝突が支配的なCollisional Flowを理論的に特徴づけることは可能かもしれない.

1.3 極性流体とは？

- 通常の流体： 角運動量保存則 $\rightarrow$ symmetric stress tensor
- 構造を持った流体：$\mathbf{v}$: 流速

$$\rho \frac{D}{Dt}\mathbf{v} = \nabla \cdot \sigma$$

σ: stress tensor

- I: 慣性モーメント、$\boldsymbol{\omega}$: スピン

$$\rho I \frac{D}{Dt}\boldsymbol{\omega} = \nabla \cdot C + \boldsymbol{\sigma}^{(a)}$$

- $\boldsymbol{\sigma}^{(a)} = \epsilon_{ijk}\sigma_{jk}$: ストレステンソルの反対称部分からの寄与、
- C: couple stress tensor

1.4 これまでの研究

- 多分子気体、磁性流体、液晶等
- 応用数学

粉体への直接の適用例

- 金谷(1979) 粉体用への定式化(frictional flow)
- 加納、下坂、日高(1996) 傾斜樋流への金谷理論の適用. SPH法による実験や粒子シミュレーションとの比較 (Good).
- 早川 (2000) 粘性流の理論解析. (圧縮性が低速の流れでも重要で成功せず)
- 静止粉体の崩壊でカップルストレスは重要
- 斜面流の解析(17pRH4): 定量的有効性

2 Shear Flow

2.1 概要

- 極性流体力学はどの程度有効か、という検証が必要である。
- 比較的簡単な collisional で散逸の小さい状況を考える。
- 多くの研究 (e.g. E.C. Rericha et al. cond-mat/0104474): 流体は× 、but 運動論 (Boltzmann Enskog) ○

  ⇔ 御手洗等 (cond-mat/0108192) と矛盾？
- Popken and Clearly, J.Compt. Phys. **155**, 1 (1999): 好適なシミュレーション： $e = 0.95, \beta \simeq 0.915 \Rightarrow$ Enskog 方程式 ○

Enskog 方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f = J_E$$

J_E: 衝突積分： Boltzmann collision に相関効果を採り入れる。

2.2 密度場の解析

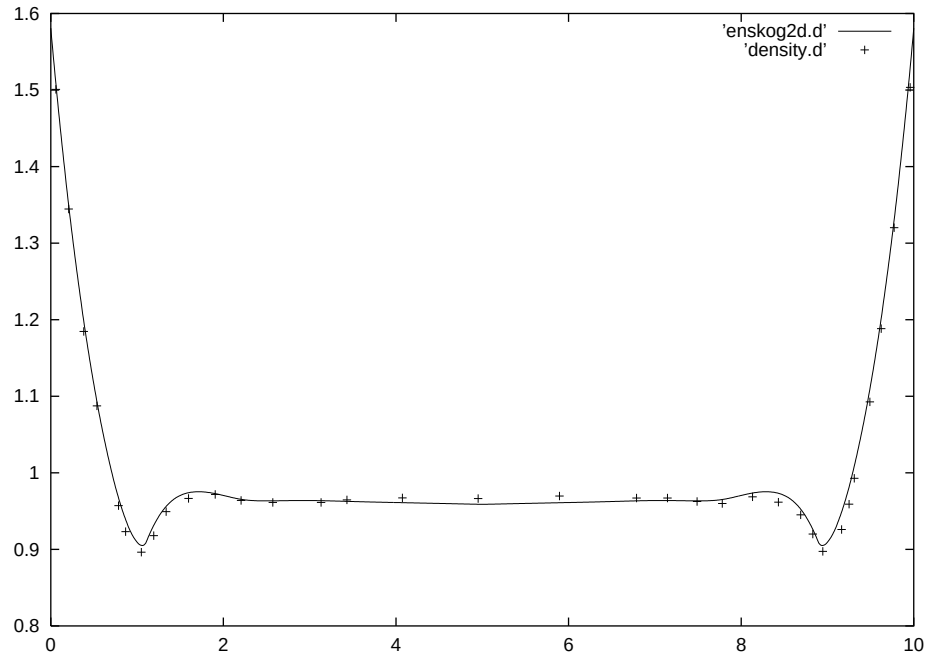

図 1: Density profile: Comparision of the data by DEM with the theory based on Enskog equation. Note that the figure does not include any fitting parameters.

速度分布をガウス分布：$\rightarrow$ 衝突積分は残る：

密度分布関数の決定方程式

$$\frac{d\nu(x)}{dx} = 8\frac{\eta_\infty}{\pi}\nu(x)\int_0^\pi \cos\theta g[n(x+\frac{\cos\theta}{2})] \times\nu(x-\cos\theta)H(x-\cos\theta), \qquad (1)$$

ここで

$$\nu(x): \text{有効密度}(=n(x)/n_\infty),$$

$$\eta_\infty: \text{壁から離れたところの}\,\mathrm{areafraction}$$

$$g[\eta] \simeq \frac{2-\eta}{2(1-\eta)^2} : \text{相関関数}$$

$$H(x) = 1 \text{ for } x \geq 0, \quad H(x) = 0 \text{ for } x < 0.$$

壁近傍での密度上昇： 壁におしつけれた粒子が戻れなくなる。但し、散逸が強いと逆になる。

2.3 回転場、速度場の解析

2.3.1 流体力学の予言

流体力学の方程式マクロな速度場$\mathbf{v}$、回転場$\boldsymbol{\omega}$

$$\mathbf{v} = (0, v(x), 0), \qquad \boldsymbol{\omega} = (0, 0, \omega(x)). \tag{2}$$

の充たす方程式

$$\frac{d}{dx}\left(\mu_B \frac{d\omega}{dx}\right) + 2\mu_r \left(\frac{dv}{dx} - 2\omega\right) = 0. \tag{3}$$

$$(\mu + \mu_r)\frac{dv}{dx} - 2\mu_r\omega = constant \tag{4}$$

$$\text{圧力} \propto T * \text{密度の関数} = \text{一定} \tag{5}$$

μ,μ_r,μ_Bは粘性率. $(\mu_r/\mu \sim \mu_B\lambda^2/\mu \sim (d/\lambda)^2)$。

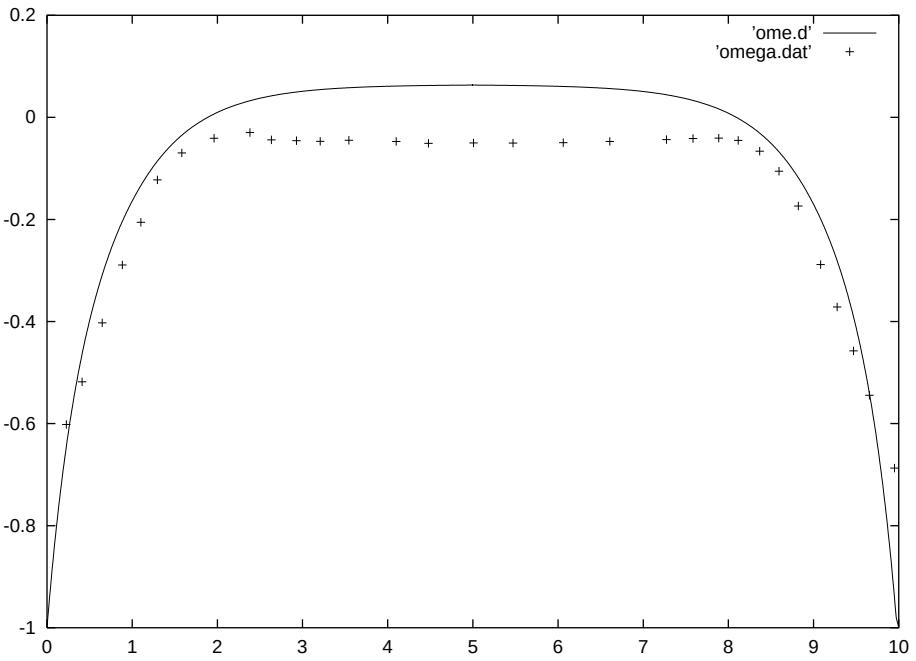

図 2: rotational field profile: No oscillation in hydrodynamic ω unless $\mu < \mu_r$.

2.3.2 シミュレーション結果との比較

- 壁近傍で

$$T\frac{dn}{dx} = \int d\mathbf{v} J_E \mathbf{v} \neq 0$$

但し温度：ほぼ一定。

$$\int d\mathbf{v} v^2 J_E \simeq 0$$

つまり運動量が壁の影響で保存量でなくなっている. $\rightarrow$ (単純な)圧力は一定ではない.

- 回転分布関数は合わない。回転分布の変化は主に壁の非流体効果

3 Summary

- 平面境界では粉体流は極性流体であるとは言えない.
- 壁近傍で流体力学が破れている. (境界条件のみの効果でない)
- 運動論から流体力学 (Chapman-Enskog 法) を越えた方法論が必要
- 運動論の直接数値計算と流体力学のギャップをどう埋めるか？