

平成 25 年度 九州大学応用力学研究所 共同利用研究集会

## 非線形波動研究の拡がり

期間：2013 年 10 月 31 日 (木) 13:20 ~ 11 月 2 日 (土) 14:30

場所：九州大学筑紫地区 筑紫ホール (C-Cube 1 階)

### 10 月 31 日 (木)

- 13:20-13:30 諸連絡
- 13:30-14:00 井ノ口順一 (山形大理), 梶原健司 (九大 IMI), ○松浦望 (福岡大理), 太田泰広 (神戸大理)  
空間離散曲線の等周変形と離散  $K$  曲面
- 14:00-14:30 ○笈三郎 (立教大理), 梶原健司 (九大 IMI)  
変形 KdV 階層による平面曲線の運動と戸田階層
- 14:30-14:45 休憩
- 14:45-15:45 佐々木英一 (京大情報)  
[特別講演] 回転球面上の 2 次元 Navier-Stokes 流の分岐構造
- 15:45-16:00 休憩
- 16:00-16:30 ○浜中真志 (名古屋大多元), 中津了勇 (摂南大理工)  
非可換インスタントンの ADHM 構成法
- 16:30-17:00 ○Ralph Willox (東大数理), Basil Grammaticos (パリ第 7 大学), Alfred Ramani (エコル・ポリテクニク)  
超離散 sine-Gordon 方程式におけるソリトンの相互作用
- 17:00-17:30 角島浩 (富山大工)  
質量を交換しながら相互作用する 2 粒子

### 11 月 1 日 (金)

- 10:00-10:30 松家敬介 (東大数理)  
離散 Gray-Scott モデルの解の収束について
- 10:30-11:00 村田実貴生 (農工大工)  
超離散反応拡散方程式における多次元進行波
- 11:00-11:10 休憩
- 11:10-12:10 野原勉 (東京都市大知識工)  
[特別講演] Theta logistic モデルを伴った Fisher 方程式の解の分岐について
- 12:10-13:30 昼食
- 13:30-14:00 ○前田一貴 (京大情報), 辻本諭 (京大情報)  
 $R_{II}$  格子と非自励離散 mKdV 方程式
- 14:00-14:30 上岡修平 (京大情報)  
ローラン双直交多項式とアステカダイヤモンド定理
- 14:30-14:50 休憩
- 14:50-15:20 長井秀友 (東海大理)  
 $B$  型箱玉系の混合解について

- 15:20-15:50 由良文孝 (はこだて未来大)  
有限体上における箱玉系と類似したソリトン方程式について
- 15:50-16:00 休憩
- 16:00-17:30 ポスターセッション
- 18:00- 懇親会

## 11月2日(土)

- 10:00-10:30 竹村剛一 (中央大理工)  
符号付き超離散第六パンルヴェ方程式
- 10:30-11:00 儀保伸吾 (九大芸術工)  
線形波動方程式の超離散極限と幾何音響学の高周波近似に関する考察
- 11:00-11:10 休憩
- 11:10-12:10 斉木吉隆 (一橋大商)  
[特別講演] 非双曲力学系の不安定周期軌道解析
- 12:10-13:30 昼食
- 13:30-14:00 ○松島正知 (同社生命医), 岡本沙紀 (同社生命医), 大宮眞弓 (同社生命医)  
楢円・超楢円関数に対するソリトン理論的アプローチ
- 14:00-14:30 ○弓林司 (首都大理工), 齋藤暁 (首都大理工), 脇本佑紀 (首都大理工)  
特異点閉じ込めと三角圏の射影分解

## ポスターセッション (11月1日 16:00-17:30)

- 1 野邊厚 (千葉大)  
周期離散戸田格子の幾何学的実現とトロピカル化
- 2 中田庸一 (東大)  
超離散 KP 階層 (の簡単な場合) の解およびその簡約について
- 3 ○柿崎苑美 (東京理科大), 福田亜希子 (東京理科大), 石渡恵美子 (東京理科大), 山本有作 (神戸大), 岩崎雅史 (京都府大), 中村佳正 (京大)  
箱に番号が付いた新しい箱玉系について
- 4 新田真奈美 (早稲田大), 高橋大輔 (早稲田大)  
パターン生成 CA の方程式と解について
- 5 ○木村俊之 (早稲田大), 高橋大輔 (早稲田大)  
4つの確率変数を含む統合確率粒子系
- 6 ○伊藤秀剛 (東大), 西成活裕 (東大)  
セルオートマトンを用いた信号機のある交通流の解析
- 7 ○江崎貴裕 (東大), 西成活裕 (東大)  
粒子排他過程としての組立プロセス
- 8 ○石川晴基 (東大), 江崎貴裕 (東大), 柳澤大地 (茨城大), 西成活裕 (東大)  
群集中の退出経路の形成について
- 9 ○渡邊拓弥 (立教大), 笥三郎 (立教大)  
ドメイン壁境界条件下での対称性付き6頂点模型の分配関数とタウ関数
- 10 ○田村律 (立教大), 笥三郎 (立教大)  
6角形領域における菱形タイリングの分配関数とタウ関数

## 非線形波動研究の拡がり

### 講演の概要

10 月 31 日 (木)

井ノ口順一 (山形大理), 梶原健司 (九大 IMI), ○松浦望 (福岡大理), 太田泰広 (神戸大理)

#### 空間離散曲線の等周変形と離散 $K$ 曲面

離散曲線の離散時間発展について最近分かったことを報告する。とくに定振率な空間離散曲線を、離散  $mKdV$  方程式あるいは離散  $sine$ -Gordon 方程式をもちいて等周変形することにより、離散的な負の定曲率曲面が構成できることを述べる。

○笈三郎 (立教大理), 梶原健司 (九大 IMI)

#### 変形 $KdV$ 階層による平面曲線の運動と戸田階層

井ノ口らは、変形  $KdV$  方程式による平面曲線の運動に関する明示公式を与えた。本講演では、Goldstein-Petrich が導入した、変形  $KdV$  階層の高次方程式による運動も含めた明示公式を与え、リー代数的意味も議論する。

佐々木英一 (京大情報)

#### [特別講演] 回転球面上の 2 次元 Navier-Stokes 流の分岐構造

惑星大気には東西方向の強いジェット流が存在し、帯状流と呼ばれる。回転球面上の 2 次元 Navier-Stokes 流は惑星大気の最も単純なモデルの一つとして注目を集めてきた。本講演ではこのモデルにおける帯状流の分岐構造、並びに高レイノルズ数流れと不安定解の関係について議論する。なお本研究は京都大学数理解析研究所の竹広真一氏、山田道夫氏との共同研究である。

○浜中真志 (名古屋大多元), 中津了勇 (摂南大理工)

#### 非可換インスタントンの ADHM 構成法

非可換空間上のインスタントンの ADHM 構成法について議論する。厳密解構成とモジュライ空間の特異点解消を説明したのち、この文脈で要となる公式を用いて非可換インスタントン数 (特に  $U(1)$  の場合) の起源を明らかにする。

○Ralph Willox (東大数理), Basil Grammaticos (パリ第 7 大学), Alfred Ramani (エコル・ポリテクニック)

#### 超離散 $sine$ -Gordon 方程式におけるソリトンの相互作用

超離散  $sine$ -Gordon (sG) 方程式には、ソリトンの分裂と融合のような現象が存在することは約 15 年前から知られているが、超離散極限等の普段に用いられている数学的手法では、厳密解がうまく構成できず、ソリトン現象の分析は困難である。本講演では、離散 sG 方程式と離散  $KdV$  方程式を結ぶ Miura 変換に基づき、超離散 sG 方程式のソリトン相互作用を完全に記述するための手法を紹介する。

角島浩 (富山大工)

#### 質量を交換しながら相互作用する 2 粒子

ソリトン相互作用と類似した質量交換を伴う 2 粒子系を考察する。

11 月 1 日 (金)

松家敬介（東大数理）

### 離散 Gray-Scott モデルの解の収束について

Gray-Scott モデルは、解に様々な時空パターンを与える 2 変数反応拡散系として知られている。村田実貴生氏との共同研究により、時空パターンを保存した離散化及び超離散化が得られた。本講演では、連続系と離散系の解の対応を見るために、離散 Gray-Scott モデルの解の収束について議論する。

村田実貴生（農工大工）

### 超離散反応拡散方程式における多次元進行波

反応拡散方程式に正值性を保つ離散化と超離散化を適用することで、系統的に超離散方程式を構成することが可能である。今講演では、その手法で得られた超離散反応拡散方程式に見られる多次元進行波について報告する。

野原勉（東京都市大知識工）

### [特別講演] Theta logistic モデルを伴った Fisher 方程式の解の分岐について

R. A. Fisher はある種の生息地が海岸線のようにまっすぐ伸び、一様分布している種の人口分布モデルをつぎのように考えた。もし、どこかの場所で交配の結果優勢遺伝子を持つ種が突然変異で起きたとする。この優勢遺伝子種は対立劣勢遺伝子種の生息地を犠牲にしてその個体数を増加させることが予想される。優勢遺伝子種は突然変異の起きた近くでまず最初にその個体数を増加させるが、近接する周りの領域へ徐々に広がりつつ増加していく。優勢遺伝子をもつ子孫の生息場所の領域が両親の生息場所との距離より大きくなったと仮定すると、優勢遺伝子群の増加は海岸線を伝搬する波のようになる。この進行波を考えると最も簡単な条件を課すと「遺伝子選択モデル」を得る。このモデルにおいては、優勢遺伝子の発生頻度が 0 でない限り時間極限においてそれは 1 に収束する。すなわち、遺伝子選択モデルは対立劣勢遺伝子を排除してしまう。そこで Fisher は遺伝子選択モデルと拡散モデルを合成した反応拡散モデル（Fisher 方程式あるいは KPP 方程式）を考えた。このモデルにおいては、優勢遺伝子の存在確率は時間定常解として 0 にも 1 にもなり得る。以後おおくの研究者がこのモデルを解析したが、Kolmogorov らは特に進行波解についてどのような初期条件が進行波解を形成するのかあるいは、その速度はいくらになるのかという問題に取り組んだ。本稿においては Fisher 方程式の遺伝子選択部分に Theta logistic モデルを適用し、その解の分岐現象について解説する。

参考文献：応用微分方程式講義，野原勉，東京大学出版会，2013

○前田一貴（京大情報），辻本諭（京大情報）

### $R_{II}$ 格子と非自励離散 mKdV 方程式

モニック対称  $R_{II}$  多項式のスペクトル変換の両立条件として、非自励離散 mKdV 方程式が導出されることを示す。このことを用いて、モニック型  $R_{II}$  格子と非自励離散 mKdV 方程式の間の Miura 変換を与える。さらに、半無限格子境界条件の場合の解（分子解）も Hankel 行列式を用いて与える。

上岡修平（京大情報）

### ローラン双直交多項式とアステカダイヤモンド定理

アステカダイヤモンドのドミノタイリングに関する Elkies–Kuperberg–Larsen–Propp (1992) の定理に対して、ローラン双直交多項式と離散戸田分子を用いた新しい証明を与える。

長井秀友（東海大理）

### B 型箱玉系の混合解について

本発表では超離散 KdV 方程式のソリトン解と超離散戸田タイプのソリトン解を持つ B 型の超離散ソリトン方程式について、これら 2 種のソリトン解が混在した厳密解について紹介する。

由良文孝（はこだて未来大）

### 有限体上における箱玉系と類似したソリトン方程式について

「デジタル化」された可積分系として、箱玉系は活発に研究されてきた。超離散化を通して得られた知見をもとに、箱玉系の類似を有限体上で考察して得られたソリトン系とその解について調べる。

11月2日(土)

竹村剛一(中央大理工)

#### 符号付き超離散第六パウルヴェ方程式

q 差分第六パウルヴェ方程式を基にして符号付き超離散第六パウルヴェ方程式を導出する。解の様子についても解説する。本講演は筒井栄光(2012年度修士)との共同研究による。

儀保伸吾(九大芸術工)

#### 線形波動方程式の超離散極限と幾何音響学の高周波近似に関する考察

幾何音響学では音波を高周波近似で扱うため、音波を粒子のように扱う(音線)。一方、音波の伝播を記述する線形波動方程式を超離散化すると、超離散戸田格子方程式になり、その解は粒子的に振る舞う。本講演では、高周波近似と超離散極限との類似性から両者の対応を考察する。

斉木吉隆(一橋大商)

#### [特別講演] 非双曲力学系の不安定周期軌道解析

カオス力学系には一般に無限個の不安定周期軌道が埋め込まれている。しかし、不安定周期軌道はその不安定性ゆえに数値的にも検出に困難を伴うため、これまでに十分調べられているとは言えない。また、双曲性の破れた力学系に関する研究も発展段階である。本講演では、まず、カオス力学系の不安定周期軌道に関するいくつかの基本的性質を紹介する。その後、系のパラメータ変化に伴う非双曲構造(安定多様体と不安定多様体の Tangency)の発生と不安定周期軌道の関連をリアプノフ解析を用いて議論する。また、非双曲力学系が生み出すカオス軌道統計量を不安定周期軌道の不安定性ならびに双曲性の度合いを用いて特徴づける試みを紹介したい。

○松島正知(同社生命医)、岡本沙紀(同社生命医)、大宮眞弓(同社生命医)

#### 楕円・超楕円関数に対するソリトン理論的アプローチ

楕円関数に対する Weierstrass 標準形を定常 KdV 方程式の包摂的な第一積分を用いて複素解析を用いずに代数的に構成する方法、および、この類推として、種数が2の超楕円関数に対する標準形を高階定常 KdV 方程式の第一積分を用いて同様に構成する方法について報告する。

○弓林司(首都大理工)、齋藤暁(首都大理工)、脇本佑紀(首都大理工)

#### 特異点閉じ込めと三角圏の射影分解

我々は以前広田三輪方程式に八面体構造を見出した。本発表ではこれを押し進め、広田三輪方程式の三角圏構造をより厳密に扱い、更にその局所化(〜写像化)を扱った。特に、この局所化と特異点閉じ込めを通して、 $\tau$  関数の不定点集合が射影分解され不変周期点多様体の列と同一視される事を見出した。最終的には本研究を通して圏論的な可積分性についても言及したい。

### ポスターセッション(11月1日 16:00-17:30)

野邊厚(千葉大)

#### 周期離散戸田格子の幾何学的実現とトロピカル化

周期離散戸田格子の時間発展を超楕円曲線と他の平面曲線との交叉を用いて幾何学的に実現する。また、それらをトロピカル化することで、周期箱玉系の時間発展を幾何学的に実現する。

中田庸一(東大)

#### 超離散 KP 階層(の簡単な場合)の解およびその簡約について

離散 KP 階層(の簡単な場合)の超離散類似について解の再帰的表示を提出した。また表示の起点となる解のクラスを提出し、ある超離散ソリトン方程式の両立条件について議論を行った。

○柿崎苑美（東京理科大）、福田亜希子（東京理科大）、石渡恵美子（東京理科大）、山本有作（神戸大）、岩崎雅史（京都府大）、中村佳正（京大）

#### **箱に番号が付いた新しい箱玉系について**

箱玉系の拡張の1つとして、箱に番号が付いた箱玉系を報告する。この新しい箱玉系を、既知の箱玉系と対応付けるためのベックルント変換を導出する。また、ベックルント変換を利用して、新しい箱玉系の保存量を明らかにする。

新田真奈美（早稲田大）、高橋大輔（早稲田大）

#### **パターン生成 CA の方程式と解について**

セルオートマトン(CA)には、特徴的なパターンを示す解を持つものが数多く存在する。max-plus系あるいは東の演算を用いて、その生成メカニズムを方程式の解の視点から議論し、どのようなパターン生成CAが存在するかを検証する。

○木村俊之（早稲田大）、高橋大輔（早稲田大）

#### **4つの確率変数を含む統合確率粒子系**

複数の粒子が確率規則に従って一次元的に移動する系は、ASEPや交通流モデルなど理論・応用の両面で興味深い研究の対象となっている。本ポスターでは、以前に報告された4つの可解な粒子系の確率変数を統合したモデルとその解析結果を発表する。

○伊藤秀剛（東大）、西成活裕（東大）

#### **セルオートマトンを用いた信号機のある交通流の解析**

現在、信号機は定性的かつ経験的な知識に頼り制御されている。本研究では、セルオートマトンの近似的な解や、シミュレーション結果を用いることで、信号機の青の最適な長さの定量的評価を行った。

○江崎貴裕（東大）、西成活裕（東大）

#### **粒子排他過程としての組立プロセス**

生産ラインにおける組立のプロセスをある確率過程によって排他粒子の流れとしてモデル化した。このモデルにより、在庫の分布が自発的に非対称になる等の興味深い現象を発見した。

○石川晴基（東大）、江崎貴裕（東大）、柳澤大地（茨城大）、西成活裕（東大）

#### **群集中の退出経路の形成について**

本研究では、群集の一定の割合が部屋に留まり残りが退出する現象を解析した。初期密度と残留割合を変化させてフロアフィールドモデルを用いてシミュレーションを行い、退出経路のパーコレーションによって、退出時間および群集の分布に特徴的なパターンを見た。

○渡邊拓弥（立教大）、笥三郎（立教大）

#### **ドメイン壁境界条件下での対称性付き6頂点モデルの分配関数とタウ関数**

Foda, 高崎らにより、ドメイン壁境界条件下での6頂点モデルに対する分配関数は、KP階層のタウ関数の構造が隠れていることが指摘されている。今回は、対称性を加えた場合においても、同様のことが成り立つかを考察する。

○田村律（立教大）、笥三郎（立教大）

#### **6角形領域における菱形タイリングの分配関数とタウ関数**

6角形領域における菱形タイリングの分配関数は、Hahnアンサンブルに対する行列積分で表されることが、Johansonによって示されている。その分配関数と離散戸田方程式のタウ関数との関係について議論する。