

核理論グループ報告

松柳研一

1 はじめに

原子核理論研究室とは「強い相互作用」をする多体系の物理（理論）をやっている研究室です。研究室全体のコロキウムを毎週おこなっていますが、日常の研究活動は3つのサブグループに分かれて進めています。

各サブグループの研究分野をごく大雑把に言えば

クラスターサブグループ

- 不安定核の構造と反応
- クラスター相関
- 核衝突の微視的ダイナミクス

HD サブグループ

- 量子色力学 (QCD) における多体問題
- 高エネルギー重イオン反応
- 高密度核物質、中性子星
- ハイペロン-核子相互作用

集団運動サブグループ

- 極限状態の原子核における新しい集団励起
- 核子多体系の秩序運動とカオス運動の統一的理解
- 有限フェルミ系の非線形ダイナミクス

といった感じになります。HD サブグループの HD はこれまでの経緯があって Hadron Dynamics の HD と High Density (Nuclear Matter) の HD を兼ねたものと説明されているようですが、私としてはもっと分かりやすい名前にしていただきたいと希望しています。3つのサブグループは「強い相互作用する多体系の物理」という共通の目標をもっていますが、それぞれ異なった研究対象と独自の考えをもっています。もちろん5人のスタッフは皆さんそれぞれにたいへん個性的です。また、3つの分野とも国内はもとより国際的な広い繋がりをもち、お互いの間には緊張関係があります。これは、視野が広く逞しい若手研究者が育つ為に大変よい環境であると思っています。

研究室がカバーする研究テーマが多岐にわたっていますので、Talk で各人の研究テーマを羅列的に報告したのではそれぞれの面白さをほとんど伝えることが出来ない、との反省のもと、1983 年度以来、核理論グループ報告では年度ごとにある程度話題の重点を絞って報告することにしています。そのかわり、教室発表会の場で各サブグループのレジメを配布し、その中で各人の研究テーマを報告することにしていますので、是非、レジメを見ていただきたいと思います。このような活動も 15 年以上続きますと各サブグループの研究テーマの変遷がよくわかり興味深いものです。なお、各サブグループはそれぞれのセミナーを毎週おこなっていますが、それらに重複して参加することはおおいに奨励され

ています。レジメではセミナーの参加者名を挙げていますので、同じ人の名前が重複して出てくる場合があるのはそのためです。

今日は私に又とない機会を与えて頂きましたので、集団運動サブグループとして今年度特に進展があった研究テーマの一つを紹介するなかで、私が日頃考えていることもお伝えできればと思います。

2 集団運動サブグループの研究方針

集団運動サブグループは核構造における多様な集団現象に興味をもち、現象に密着したモデルの構築から有限フェルミ系に対する多体理論の展開まで、幅広い研究活動を行っています。構成要素の集団が生み出す集団現象には多体系の物理の醍醐味があり、魅力あふれる研究課題がたくさんあります。物理だけでなく、非常に大きな学際的広がりをもっていることもよく知られているとおりです。私達は核構造物理学の分野で、集団現象の多体理論を中心に個性ある研究をすすめ、これからの核構造物理学を担う若手研究者を育てていきたいと考えています。

私達の研究の目標は

1. 極限状況の原子核(高速回転、超変形、不安定核など)における新しい集団励起モードの探求と微視的モデルの展開、
2. 有限フェルミ系の秩序運動とカオス運動の統一的理解

ですが、これらは広大な分野ですので私達が実際に手がけていることは勿論このなかの極く小さな一部分にすぎません。

個々の研究テーマの設定にあたっては、

1. 現象(実験事実)を深く分析し、微視的モデルを構築し、
2. 理論物理としての一般性をめざす

よう努力しています。極く当たり前と感じられるかもしれませんが、1)と2)を切り離さず、これらを総合的に進めていくことはそんなに容易なことではありません。それは、国内および国際的な交流による実験のフロンティアとの連携、大学院生の意欲的な仕事ぶり等いくつかの要因があってはじめて可能になるものです。ここには核構造物理学という個別科学にしっかりと根差しながら、その深化を通じて(理論物理としての普遍性のある)新しい概念の発見をめざす姿勢が反映されています。もっと具体的にいえば、(金属クラスター、量子ドット等の)メゾスコピック系と核子多体系の類似性と異質性に特に興味をもって研究しています。

新しい研究テーマにチャレンジする際、これまでの蓄積のうえに立ってアプローチの方針を定めていることは勿論です。研究グループの伝統はこのような形で生かされ、個性的な研究の土壌となります。これは非常に大切なことだと思っています。

以下では最近の重点テーマである「高スピン超変形状態」の研究に絞って、私達の考え方と今年度の成果をより具体的に説明したいと思います。

3 超変形状態の発見

超変形状態とは長軸と短軸の比が約 2:1 に巨大変形した原子核の新しい存在形態であって、このような巨大変形に伴う見事な回転バンド（角運動量約 $20\hbar \sim 60\hbar$ ）が、（1986 年に ^{152}Dy で発見されて以来）現在までに軽い核から重い核まで広範な質量数領域にわたって 200 例以上見つかっています。¹ 超変形回転バンドは通常、重イオン融合反応によって形成される高スピン・高励起状態として、準位密度の高い複合核状態（ランダム行列理論で記述されるカオス状態）の中に埋め込まれた秩序状態として観測されます。その形成メカニズム、微視的構造、崩壊メカニズムといろいろな問題がありますが、まず最初の疑問は、なぜそのような状態が複合核状態の海の中で（それらに混じらず）個性を保って（準）安定に存在できるのか。なぜ、超変形・回転運動という秩序運動と複合核モデルで記述されるカオス運動が共存できるのか、ということです。

この疑問に対する簡単な答えは、図 1 に示されている様に、両者を隔てるポテンシャル・バリアーの存在です。（ポテンシャルの形は角運動量の変化につれて変化し、それに伴いトンネル崩壊の確率も角運動量に依存します。）つまり、超変形状態とはこのポテンシャル・エネルギー曲線の第 2 極小点にトラップされた状態なのです。（場の理論での偽の真空 'false vacuum' に対応します。）それでは何故このような第 2 極小が現れるのでしょうか。

それは超変形シェル構造と呼ばれる新しいシェル構造が形成される為です。この構造形成に伴い結合エネルギーの利得が生じ、これが第 2 極小をもたらすのです。そこで、次の課題は、超変形シェル構造とは何か、それはどのようなメカニズムで形成されるのかを理解することとなります。

4 超変形シェル構造の起源

4.1 シェル構造とは

基底状態やイラスト状態²近傍の超低温状態では平均場と一粒子運動の描像が成立しています。³ 球対称な平均ポテンシャルに伴うシェル構造はよく知られていますが、嘗てはポテンシャルが変形し変形度が増大するにつれて、球対称性に由来する縮退がとけてシェル構造は徐々に消滅すると思われていました。超変形核の発見はこの考えが誤りであるこ

¹ 超変形状態の仲間である核分裂アイソマーの存在はそれ以前から知られていました。ただし、見つかったのはすべてプロレート変形で、オブレート型は見つかっていません。3 軸非対称変形については、ごく最近、発見されたとの報があります。

² ある角運動量をもつ最低エネルギー状態のこと。励起エネルギーは高くても（それは集団回転運動という秩序運動に使われているため）熱運動が無いので絶対温度ゼロの極限に対応します。

³ よく使われている原子核の概念図は、核子が原子核内部で一定の位置に局在しているかのような間違ったイメージを与えています。言うまでもなく原子核は量子力学の世界であり、基底状態近傍では粒子性よりも波動性が支配的です。

とを明瞭な形で示しました。確かに球対称ポテンシャルのシェル構造は消滅しますが、変形の成長に伴って新しいシェル構造が形成されるのです。これを変形シェル構造と呼びます。このような構造形成のメカニズムを理解するためには、個々のエネルギー準位の詳細より準位分布の大局的構造が重要ですから、シェル構造の概念を次のように一般的な形で定義しておきます。すなわち、「エネルギー粗視化された準位密度における規則的な振動構造」のことをシェル構造と呼ぶことにします (図 2 参照)。この振動構造を理解するための理論的枠組みを与えるのがトレース公式です。⁴

4.2 トレース公式

量子力学におけるエネルギー固有値の分布と古典力学の周期軌道の関連を理解するための出発点となるのがトレース公式です。量子力学で準位密度 $\rho(E)$ は Green 関数 $G(q, q; E)$ を用いて

$$\begin{aligned}\rho(E) &= \sum_n \delta(E - E_n) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \text{Tr} \left(\frac{1}{E + i\epsilon - H} \right) \\ &= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int dq G(q, q; E)\end{aligned}\quad (1)$$

と書けます。ここで Green 関数を半古典近似で求め、空間積分を停留位相近似で計算すると $\rho(E)$ を

$$\rho(E) \simeq \overline{\rho(E)} + \sum_{\gamma} A_{\gamma}(E) \cos(S_{\gamma}(E)/\hbar - \frac{\pi}{2}\mu_{\gamma}) \quad (2)$$

という形に書き直すことが出来ます。 $\overline{\rho(E)}$ は E とともに滑らかに増大する平均的性質を、第二項がそのまわりの振動 (ゆらぎ) を表しています。ここで $S_{\gamma} = \oint p \cdot dq$ は古典周期軌道 γ に対する作用積分、 μ_{γ} はその Maslov 指数を表しています。振幅 $A_{\gamma}(E)$ は周期軌道の縮退度や安定性に強く依存します。この式は (無理数の中に埋め込まれた測度ゼロの有理数のような) 周期軌道だけで量子スペクトルが決まるという驚くべきことを主張しています。⁵ 上式は更に、(古典軌道の周期 $T_{\gamma} = \partial S_{\gamma}(E)/\partial E$ ですから) δE 程度のエネルギー粗視化で準位密度の振動構造を調べるためには周期 $T \leq \frac{2\pi\hbar}{\delta E}$ の短い軌道のみを考慮すれば充分であると教えています。

トレース公式はハミルトン力学系がカオスとなる (周期軌道が孤立している) 場合は Gutzwiller により、可積分の場合は (縮退した周期軌道の族に対して) Berry-Tabor によって最初に導かれました。周期軌道に縮退のある場合への Gutzwiller 理論の拡張は Strutinsky-Magner が行ないました。また、複素古典軌道に拡張した一般的な定式化は

⁴Schrödinger 方程式を数値的に解いてすべての固有値が求まったとしても、この振動パターンの由来を理解したことにはなりません。このあたりのことは物理の価値観の問題としても非常に重要なことだと思っています。

⁵古典軌道がすべて楕円軌道となるクーロン・ポテンシャルや球対称調和振動子は例外中の例外であって、3次元球対称ポテンシャルに限っても、古典運動は一般には多重周期軌道となります (閉じません)。教科書では例外しか教えていません!

Balian-Block によってなされました。⁶ しかし、最も一般的な(カオス運動と秩序運動の共存する)非可積分混合系に対しては、満足できる理論はまだありません。今後の大きな課題です。

4.3 EBK トーラス量子化との関係

なぜ周期軌道だけが準位密度に寄与するのか? その理由を理解するために Berry-Tabor に従って、可積分系に対する Einstein-Brillouin-Keller(EBK) 量子化⁷ とトレース公式の関係を議論しましょう。可積分系では作用変数 I と角変数 θ を導入できて、EBK 量子条件は

$$I_i = \oint_{\gamma_i} \mathbf{p} \cdot d\mathbf{q} = 2\pi\hbar(n_i + \frac{\alpha_i}{4}) \quad (3)$$

と書けます。ここで $\gamma_i (i = 1, \dots, N)$ は ($2N$ 次元位相空間内の) N 次元不変トーラス上の既約経路を表します ($N = 2$ の場合の 図 3 参照)。準位密度の式は EBK 量子条件と Poisson の和公式を使って

$$\begin{aligned} \rho(E) &= \sum_{\mathbf{n}} \delta(E - H((\mathbf{n} + \frac{\boldsymbol{\alpha}}{4})\hbar)) \\ &= \frac{1}{\hbar^N} \sum_{\mathbf{M}} \int d\mathbf{I} \delta(E - H) e^{2\pi i \mathbf{M} \cdot \mathbf{I} / \hbar} \end{aligned} \quad (4)$$

と書けます。ここで M は正の整数の組み (M_1, M_2, \dots, M_N) を表します。 $M = 0$ の項だけ考慮するのがよく知られた Thomas-Fermi 近似です。2次元 ($N = 2$) の場合、上式は

$$\rho(E) = \frac{1}{\hbar^2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{e^{2\pi i \mathbf{M} \cdot \mathbf{I} / \hbar}}{\omega} d\xi \quad (5)$$

となります。ここで $\omega = \dot{\theta} = \partial H / \partial I$, ξ は等エネルギー線に沿って定義された座標です。作用 I が \hbar に比べて大きいとき指数関数は激しい振動関数であることに注目して ξ に関する積分を停留位相近似で評価すると、

$$\text{周期軌道条件} \quad \omega_1 : \omega_2 = M_1 : M_2 \quad (\text{整数比}) \quad (6)$$

を満たす古典軌道のみがこの積分に寄与することが分かります。⁸

この理論は西岡英寿さん⁹によって金属クラスターのシェル構造に適用され、そのスーパーシェル効果の説明に見事な成功を収めたことをここで特に記しておきたいと思います。

⁶M.C. Gutzwiller, J. Math. Phys. 12(1971)343; M.V. Berry and M. Tabor, Proc. Roy. Soc. Lond. A349(1976)101; V. M. Strutinsky and A. G. Magner, Sov. J. Part. Nucl. 7(1976)138; R. Balian and C. Bloch, Ann. Phys. 85(1974)514.

⁷WKB 量子条件の可積分・多自由度系への拡張: A. Einstein, Verh. Dtsch. Phys. Ges. 19(1917)82; L. Brillouin, J. Phys. Radium 7(1926)353; B. Keller, Ann. Phys. 4(1958)180.

⁸停留位相条件 $M \cdot \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial \xi} = 0$ と等エネルギー条件 $\frac{\partial H}{\partial \xi} = \frac{\partial H}{\partial I} \cdot \frac{\partial I}{\partial \xi} = \omega \cdot \frac{\partial I}{\partial \xi} = 0$ を組み合わせるとよい。

⁹1994年5月3日逝去。当時、甲南大学助教授。

4.4 周期軌道の分岐によるシェル構造形成

いよいよ今日の主題に入りたいと思います。要点を端的に示したいので、以下では 2 次元 elliptic billiard モデル について議論します。¹⁰ このモデルで超変形シェル構造形成の本質を捉えることが出来ると私達は考えています。

長軸と短軸の長さの比 $\eta = b/a$ を徐々に大きくしたとき周期軌道の性質にどんな変化が起こるか見てみます。この系は可積分でありエネルギーの他にもう一つの保存量があります。このため作用積分を同じくする異なる周期軌道が連続的に存在します。したがって、「ある周期軌道」と言うとき実はこのような「縮退した軌道の族」を意味します。変形度が小さいときは楕円型 (elliptic) 周期軌道 (図 4(a) 参照) しか存在しませんが、変形度が一定値 ($\eta = \sqrt{2}$) に達すると図 4(b) のような双極型 (hyperbolic) 周期軌道が現れます。この型の周期軌道群は短軸に沿って直線運動する孤立軌道が分岐 (bifurcation) を起こして生まれます。この周期軌道の族を butterfly orbit と呼ぶことにしましょう。実は、これが超変形シェル構造を作る主役なのです。このことを確かめる簡明な方法があります。これを図 5 に示します。この図の左側は量子力学計算を行なって得られた準位密度 $\rho(E, \eta)$ のマップです。¹¹ エネルギー E と変形度 η の関数として振動し、特徴的な山と谷の構造を作っています。これらの山と谷のパターンが短い周期軌道の性質で説明できることを右側の図が示しています。ここに描かれている曲線は constant-action lines と呼ばれるもので、

$$S_\gamma(E, \eta) - \frac{\pi}{2}\mu_\gamma = (2n + 1)\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

で定義されます。ここでは、3 角形 elliptic 軌道, 短軸に沿う直線軌道、butterfly 軌道に対する 3 種類の constant-action lines が示されています。それぞれの曲線に沿って作用積分の値は一定です。適当なエネルギー粗視化の下では準位密度 ρ に対する式 (2) の Σ_γ なかで極く少数の短い軌道しか効かないとすれば、山と谷の構造がこれらの軌道の性質だけで決まることは明らかでしょう。この図はそのようなことが実際に成り立っていることを示しています。¹² それだけでなく、変形の小さい領域と大きい領域では主役が入れ替わり、超変形に対応する $\eta \geq \sqrt{2}$ の領域では butterfly orbits が主役を演じていることが分かります。

周期軌道理論の目標は古典軌道に対する知識から (2) 式に基づいて量子シェル構造を説明することです。しかしながら、停留位相近似に基づく通常の半古典論では分岐現象を記述できません。分岐点で振幅 A_γ が発散してしまうためです。図 7 に示していますが、短軸周辺から butterfly orbits が生まれるとき ($\eta = \sqrt{2}$)、停留点は (I_1, I_2) 平面の物理的に意味のある領域 ($I_1 \geq 0, I_2 \geq 0$) の境界に一致しています。つまり、停留点が非物理的領域 (ghost orbits) から物理的領域に入ってくることによって butterfly orbits が生まれている訳です。停留点が境界にあるとき、積分範囲を $\pm\infty$ とする停留位相近似が許され

¹⁰3 次元 spheroidal cavity モデルも検討しています。K. Arita, A. Sugita and K. Matuyanagi, Prog. Theor. Phys. **100** (1998)1223.

¹¹ エネルギー E の代わりに運動量 hk でプロットしています (R は系に特徴的な長さ)。

¹²Talk ではこの他、量子スペクトルを Fourier 変換することにより量子-古典対応を分析した結果をカラーの画像で紹介しましたが、この原稿では割愛します。

ないことは明らかでしょう。発散の原因はそこにあります。私達は 1998 年 1 月より Kiev の Magner たちと、このような問題点を克服し分岐によるシェル構造形成を記述可能な半古典論の開発を目的とする共同研究を開始しました。そして、この 1 年間で、ここで議論した 2 次元 billiard モデルに対して、1) 積分範囲を物理的に意味のある有限領域に限定するだけでこの分岐現象をよく記述できるようになること、そして、2) 分岐点の近傍で分岐軌道に関する振幅 A_γ が増幅することを示しました。¹³ 結果の一例を図 6 に示します。この図は準位密度に対する半古典論と量子力学の計算結果を比較したものです。

この仕事のもう一つの重要な結論は、先にのべた EBK トーラス量子化から出発したのではこの分岐現象を記述できないということです。EBK 量子化は不変トーラス上の多重周期運動の描像から出発しており、短軸上の孤立軌道は (\hbar の高次項という理由からか) 適切には考慮されていないからです。確かに formal には \hbar の高次項ですが、分岐領域ではダイナミカルな増幅機構が働いてこの寄与が重要になるということが私達の結論です。可積分系ではハミルトニアンが角変数に依存しないので角変数を積分してしまいがちですが、可積分系でも孤立軌道は存在し、これらに対する作用積分は一般に角変数に依存することを注意しておきたいと思います。

ここで議論した 2 次元 elliptic billiard を長軸のまわりに回転させ 3 次元 spheroidal cavity を作ると、butterfly 軌道の役割を 8 の字型のトポロジーをもった 3 次元軌道が担うこととなります。この拡張は straightforward です。

5 おわりに

以上のような研究に基づいて私達は最近

- 8 の字型の 3 次元周期軌道の分岐によって超変形シェル構造が形成される。
- EBK トーラス量子化ではこの分岐現象を記述できない。その為には (私達が開発中の) 一般化されたトレース公式が必要である。

と主張しています (この主張が広く認知されるにはまだ詰めの研究が必要ですが)

超変形シェル構造の形成メカニズムを解明することによって、核子多体系が作る self-consistent field の自発的対称性の破れの微視的起源に対する理解を深めることができ、と私達は考えています。

今日は時間の関係で一粒子運動に伴う変形シェル構造の話に焦点を絞りましたので、肝心の集団現象についてほとんど話しませんでした。尤も、ここでの変形ポテンシャルは核子の多体系が自発的に作り出した self-consistent field ですので、これも一種の集団現象ではあります。実際、この平均場の時間変化を考察することにより直ちに集団現象の議論に進むことができます。

¹³Symmetry breaking and bifurcations in the periodic-orbit theory I. Elliptic billiard, A.G. Magner S.N. Fedotkin, K. Arita, T. Misu, K. Matsuyanagi, T. Schachner and M. Brack (Prog. Theor. Phys. に投稿準備中)。

ここで超低温状態における低振動数 (Slow な) 集団振動モードの特性を強調しておく必要があります。これらはシェル構造と対相関に基づく本質的に量子力学的で、かつ、有限フェルミ系に特有な集団運動であって、液滴モデルの表面振動のような古典的振動とは異質なものです。

私達が 90 年代を通じて最も力を注いできたのは超変形シェル構造という新しい環境の下でどのような新しい集団励起モードが出現するかを理論的に予測することでした。この研究の結果、超変形核は空間反転対称性と軸対称性を同時に破る 8 重極型の変形自由度の対して極めてソフトであること、これに伴い高スピン超変形状態における「バナナ」型振動モードの存在が期待できるとの結論を得ました。ごく最近、Hg 領域の超変形核の励起スペクトルのなかに、この予想に対応すると思われる状態群が見つかっており、¹⁴ 今後の展開が非常に楽しみな状況を迎えています。

超低温状態においては時間変化する (一般化された) selfconsistent field の概念が有効ですが、この観点からみると大振幅集団運動は大自由度ハミルトン力学系における近似的な周期軌道のようなものと考えられます。今日お話したシェル構造の半古典論は大振幅集団運動の微視的理論の建設にとってもたいへん示唆的で多くのことを教えてくれます。このことを最後に強調して今回の報告を終わります。

¹⁴T. Nakatsukasa, K. Matsuyanagi, S. Mizutori and Y.R. Shimizu, Phys. Rev. **C53**(1996)2213.

図1

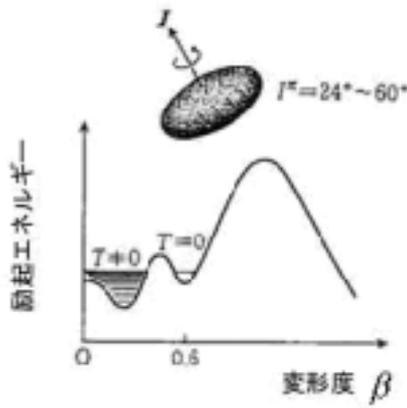
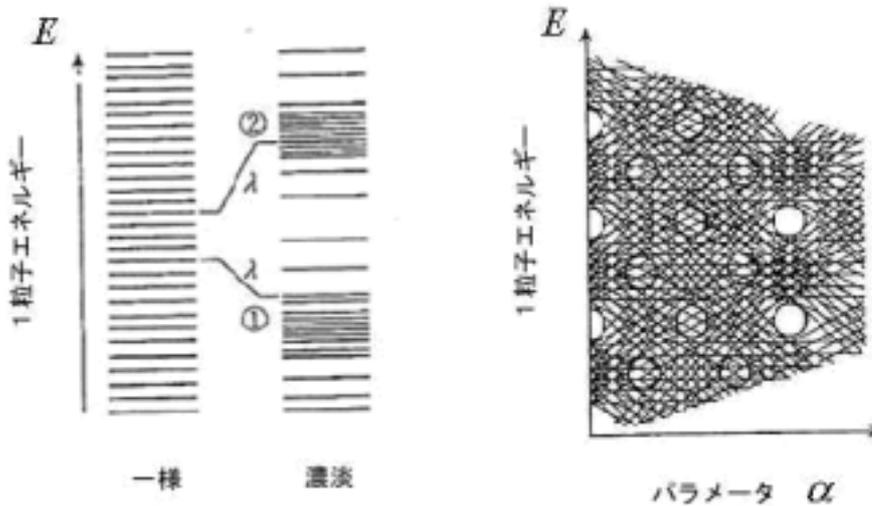


図2 シェル構造とは



$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\alpha) \right) \psi(\mathbf{r}) = E(\alpha) \psi(\mathbf{r})$$



集団変数
変形度
秩序変数 etc...

粗視化 (coarse-grained)

準位密度における規則的な振動パターン

图3

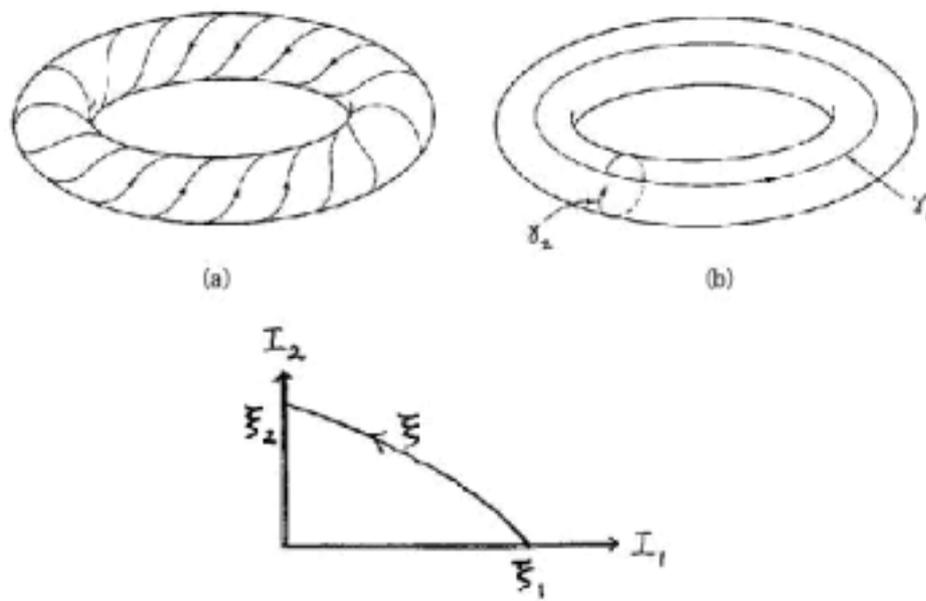
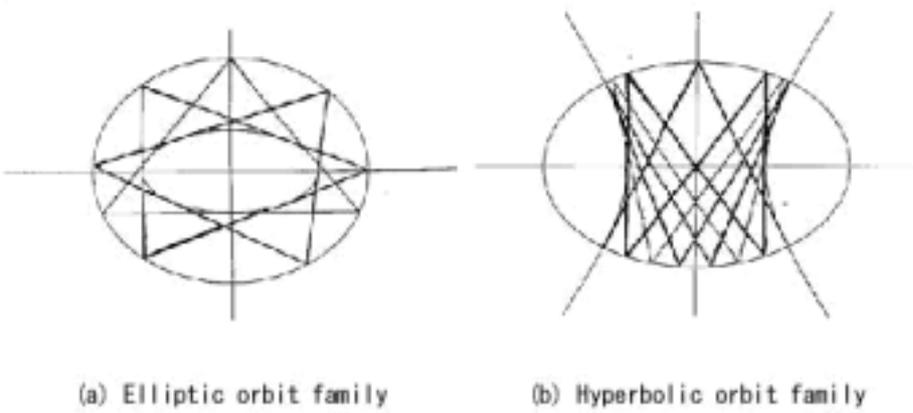
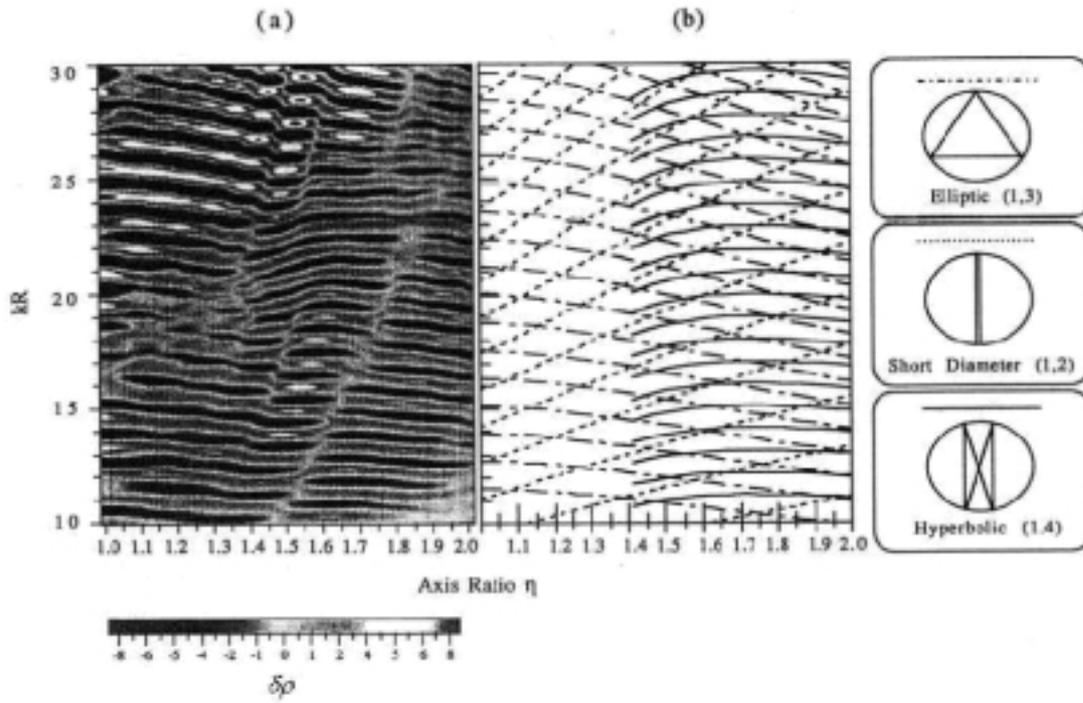


图4



5

Constant-Action Lines



6

"Kyoto" - kiev Collaboration

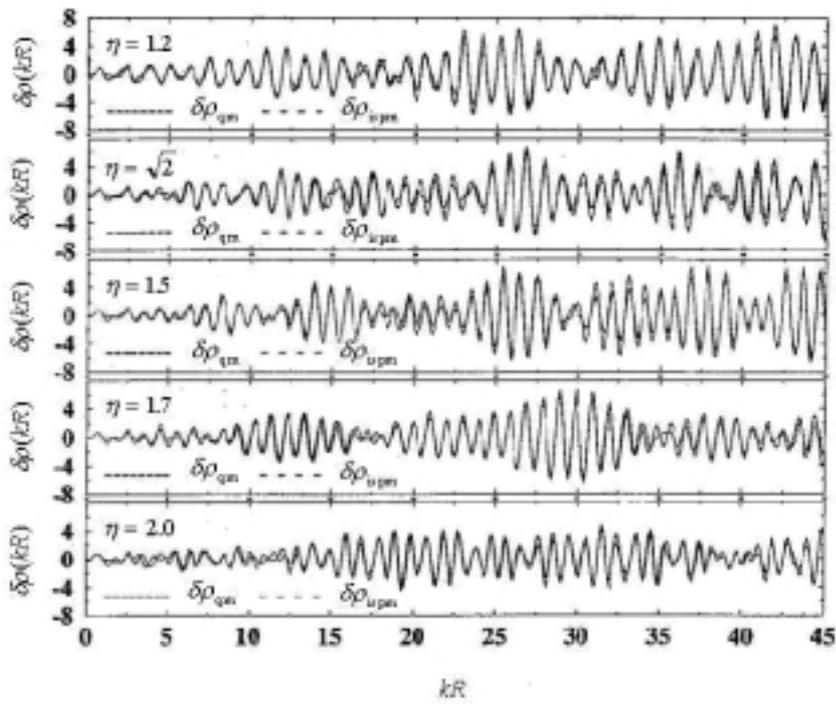
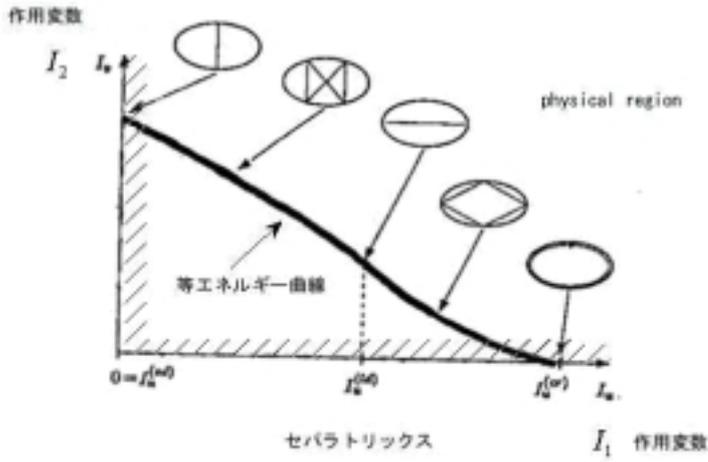
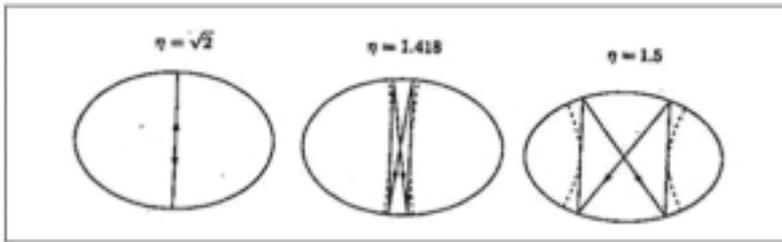


図7



分岐現象 ("butterfly"の誕生)



"Stationary phase"近似的限界

