

ボーア・モッテルソンの集団模型（統一模型）
(Collective model (unified model) of Bohr and Mottelson)

松柳 研一（京都大学大学院理学研究科）

1950 年代の初め、個々の核子が平均場の中を独立粒子運動しているというシェル模型の描像が原子核の基底状態近傍で成り立っていることが明らかになるとともに、電磁気モーメントやクーロン励起などの実験により表面の振動や回転など原子核全体が集団運動する現象が続々と発見され、「これらのお互いに相補的な概念を如何にしたら統一的に理解できるか」が核構造の力学の基本課題となりました。この課題に対して、1952 年から 1953 年にかけて Aage Bohr と Ben Mottelson が提案したモデル [1, 2] は Bohr-Mottelson の集団模型とよばれています。個別粒子運動と集団運動の統一模型ともよばれます。この模型は「シェル模型の平均場は容易に変形可能で、集団運動とは平均場の時間変化にほかならない」というアイデアに基づいています。このアイデアに従えば、シェル模型の平均場が球対称の場合、

$$H = H_{vib} + H_{part} + H_{coupl}, \quad (1)$$

$$H_{vib} = \frac{1}{2}C_\lambda \sum_\mu |\alpha_{\lambda\mu}|^2 + \frac{1}{2}D_\lambda \sum_\mu |\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|^2, \quad (2)$$

$$H_{coupl} = \sum_p k(r_p) \sum_\mu \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta_p, \varphi_p) \quad (3)$$

という模型ハミルトニアンが導かれます。 H_{vib} は表面振動、 H_{part} は個々の核子の独立粒子運動、 H_{coupl} は両者の相互作用、 $(r_p, \theta_p, \varphi_p)$ は個々の核子の座標を表しています。この表式は、表面の形を球面調和関数 $Y_{\lambda\mu}$ を使って表現し、変形の振幅 $\alpha_{\lambda\mu}$ が小さいとして、 H_{vib} と H_{coupl} を $\alpha_{\lambda\mu}$ に関して冪展開して得られた最低次のもので、弱結合の場合に相当します。四重極変形 ($\lambda = 2$) の場合、 H_{vib} は 5 次元調和振動子ハミルトニアンであり、これを量子化して得られる表面振動の励起モードは 5 次元ボソンの生成と見なすことができます。こうしてボソン・フェルミオン混合系に対する模型ハミルトニアンが得られ、核子と中間子などに対する場の理論との類似性も見やすい形になります。シェル模型の平均場が変形している場合は強結合と呼ばれ、平均場の方向が静止座標系に対して回転する回転運動が起こります。この場合には変形パラメタ $\alpha_{\lambda\mu}$ の平衡値のまわりで H_{coupl} を冪展開するとともに、回転運動と個別粒子運動の相互作用が見やすくなるような表式を導きます。原子核の平均場は四重極変形以外にも様々な自由度を内包していますので、一口に「時間変化する平均場」と言っても実に多様な集団励起モードが現れます。それらに対応する H_{vib} , H_{part} , H_{coupl} の表式を導くこともできます。

このモデルを古典的液滴模型と混同しないことが大切です。 H_{vib} の質量パラメタ D_λ と復元力パラメタ C_λ に古典的液滴モデルの値を用いると実験データと合わないことは当初から分かっていた。初期の論文では渦なし流体とのアナロジーに言及されていますが、それは目安として使われたに過ぎず、低エネルギーの集団励起はシェル構造と対相関の影響を強く受けた有限量子多体系に特有なモードであるとの認識はその当時からありました。モデルとは作っていくもので、実験の進展と相まって不断に進化を続けるものです。1950 年代後半、対相関に対する BCS 理論や集団運動の微視

的理論が進展し、核内核子間の有効相互作用から出発して H_{vib} を導出することが可能になりました。Bohr-Mottelson の現象論的な集団模型を出発点として、その後 20 年あまりの活発な研究によってこのモデルがどのように進化していったかは Bohr-Mottelson のノーベル賞講演 (1975 年) にまとめられています [3, 4]。この講演では、集団運動の自由度と個別粒子運動の自由度を対等に取り扱い、そのことによる自由度の数えすぎを積極的に容認した上で、その double counting を両者の間に生じるある種の相互作用として摂動論的に補正していくアプローチが紹介されています。この理論形式は Nuclear Field Theory とよばれています。これは弱結合の場合ですが、平均場が変形した強結合の場合に対しては「原子核の回転運動とは平均場近似で破られた対称性を回復する量子力学的集団運動である」との観点が強調されています。今や文献 [1, 2] の入手は困難になっていますが、Bohr-Mottelson の教科書 [5, 6] にその後の到達点がまとめられていますので、その到達点 (集団運動と個別粒子運動を統一的に記述するための一般的スキーム) を広い意味で Bohr-Mottelson の集団モデルと呼ぶ方が現在では適切と思われる。

その後の研究により、低エネルギーの集団励起モードは一般に非調和性 (非線形性) がきわめて強く、大振幅の集団運動として記述する必要があることがわかってきました。球形、オブレート変形、プロレート変形状態が共存し、これらの複数の平均場に亘る大振幅の集団振動が起こっていると解釈される現象も広範に見出されています。このような場合、質量パラメタ D_λ は定数でなく、変形 $\alpha_{\lambda\mu}$ に依存して変化するし、集団運動のポテンシャルも $\alpha_{\lambda\mu}$ の複雑な関数となります。集団座標として平均場の変形パラメタ $\alpha_{\lambda\mu}$ を現象論的に導入するのではなく、集団座標と集団ハミルトニアンを核子間の有効相互作用から出発して微視的に導出する課題は核構造力学の基礎的課題として今後の発展が大いに期待されています。

参考文献

- [1] A. Bohr, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 26, (1952), No. 14.
- [2] A. Bohr and B. R. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 27, (1953), No. 16.
- [3] A. Bohr, Nobel Lecture, Rev. Mod. Phys. 48 (1976) 365.
- [4] B. R. Mottelson, Nobel Lecture, Rev. Mod. Phys. 48 (1976) 375.
- [5] A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. I (Benjamin, 1969; World Scientific 1998).
- [6] A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. II (Benjamin, 1975; World Scientific 1998).