[複習]

$$\psi(\mathbf{r}) \to \frac{i}{2k}\sum_{\ell}(2\ell+1)\, i^{\ell}\cdot\frac{1}{r}\left[e^{-i(kr-\frac{\ell\pi}{2})} - S_\ell\, e^{i(kr-\frac{\ell\pi}{2})}\right]P_\ell(c$$

$$= e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} + \underbrace{f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}}$$

$$f(\theta) = \sum_{\ell}(2\ell+1)\frac{S_\ell - 1}{2ik}P_\ell(\cos\theta)$$

散乱波のフラックス：

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$$

全断面積 $\sigma_{tot} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}d\Omega$

$$= \frac{\pi}{k^2}\sum_{\ell}|S_\ell - 1|^2$$

。吸収のある時 ： $|S_\ell| < 1$

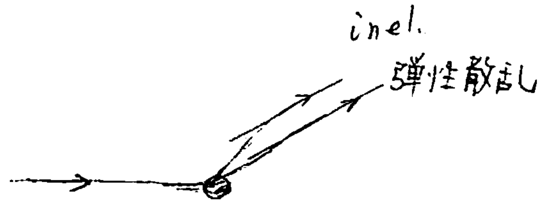
$(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V - iW)\psi = E\psi$

◦ 吸収断面積

反応プロセス

- 弾性散乱
- 非弾性散乱
- 粒子移行
- 複合粒子形成（核融合）

⋮




弾性 フラックスの減少
（吸収）

光学ポテンシャル

$$V_{opt}(r) = V(r) - iW(r) \qquad (W > 0)$$

(note) $\nabla \cdot j$ （フラックスの発散）

$$\nabla \cdot j = \frac{\hbar}{2im}\left(\cancel{\nabla\psi^* \cdot \nabla\psi} + \psi^* \nabla^2 \psi - \cancel{\nabla\psi \cdot \nabla\psi^*} - \psi \nabla^2 \psi^*\right)$$

$$= \frac{\hbar}{2im}\left\{\psi^* \left(-\frac{2m}{\hbar^2}\right)(E - V + iW)\psi - \psi\left(-\frac{2m}{\hbar^2}\right)(E - V - iW)\psi^*\right\}$$

$$= -\frac{2}{\hbar}|\psi|^2 W = -\frac{2}{\hbar}\rho W$$

フラックスの減少

$$\leftrightarrow \quad |S_\ell| < 1$$

(note) ガウスの定理

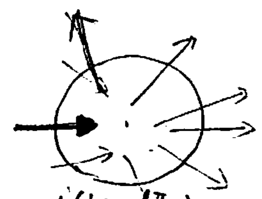
$$\int_S \vec{j} \cdot \vec{n}\, dS = \int_V \nabla \cdot j \, dV$$

11/24

$$\vec{j} \sim \frac{\hbar}{2im}\left(\psi^* e_r \partial_r \psi - c.c.\right)$$

$$\psi(r) \to \frac{i}{2k}\sum_l (2l+1)\, i^l \left[\frac{e^{-i(kr-\frac{l\pi}{2})}}{r} - S_l \frac{e^{i(kr-\frac{l\pi}{2})}}{r}\right] P_l(\cos\theta)$$

全内向 フラックス：



$$\psi_{in}(r) = \frac{i}{2k}\sum_l (2l+1)\, i^l \frac{e^{-i(kr-\frac{l\pi}{2})}}{r} P_l(\cos\theta)$$

$$= \frac{i}{2kr}\sum_l (2l+1)\cdot(-)^l\, e^{-ikr}\, P_l(\cos\theta)$$

$$j_{in} = \frac{k\hbar}{m}\cdot\frac{1}{r^2}\left|\frac{i}{2k}\sum_l (2l+1)(-)^l P_l(\cos\theta)\right|^2 e_r$$

$$\downarrow$$

$$j_{in}^{net} = \int r^2 d\Omega\, j_{in} = \frac{k\hbar}{m}\frac{1}{\cancel{4}k^2}\sum_l (2l+1)\cdot\cancel{4}\pi$$

全外向き フラックス

$$\psi_{out} = \frac{i}{2k}\sum_l (2l+1)\, i^l S_l \frac{e^{i(kr-\frac{l\pi}{2})}}{r} P_l(\cos\theta)$$

$$j_{out}^{net} = \frac{k\hbar}{m}\cdot\frac{\pi}{k^2}\sum_l (2l+1)|S_l|^2$$

$$\downarrow$$

吸収断面積: $\boxed{\sigma_{abs} = \frac{j_{in} - j_{out}}{j_{inc.}} = \frac{\pi}{k^2}\sum_l (2l+1)(1-|S_l|^2)}$

(note) if $|S_l| = 1$, $\sigma_{abs} = 0$.

(note) $\sigma_{el} = \frac{\pi}{k^2} \sum_\ell (2\ell+1) |1 - S_\ell|^2$

$\downarrow$

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{abs}$$

$$= \frac{\pi}{k^2} \sum_\ell (2\ell+1) \left\{ 1 \cancel{- |S_\ell|^2} + 1 - (S_\ell + S_\ell^*) \cancel{+ |S_\ell|^2} \right\}$$

$$= \frac{2\pi}{k^2} \sum_\ell (2\ell+1) \left(1 - \frac{S_\ell + S_\ell^*}{2}\right)$$

(note)

$$\mathrm{Im}\, f(\theta=0) = \mathrm{Im} \sum_\ell (2\ell+1) \frac{S_\ell - 1}{2ik}$$

$$= - \sum_\ell (2\ell+1) \frac{\mathrm{Re}[S_\ell] - 1}{2k} = \frac{1}{2k} \sum_\ell (2\ell+1) \left(1 - \frac{S_\ell + S_\ell^*}{2}\right)$$

$$= \frac{k}{4\pi} \sigma_{tot}$$