学籍番号	氏名

常微分方程式 演習 [2019年度後期 月曜1限]　第5回 (11/11(月))

(1) $y(x)$ の微分方程式 $y'' + 3y' + 2y = 0$ —(∗) の一般解を次の手順で求めよ。

(a) $y(x) = e^{\lambda x}$ を方程式 (∗) に代入して特性方程式を求めよ。

(b) 特性方程式を解いて λ を求めよ。

(c) 方程式 (∗) の一般解を構成せよ。

(a) $y = e^{\lambda x} \Rightarrow y' = \lambda e^{\lambda x},\ y'' = \lambda^2 e^{\lambda x}$.

$\therefore\ y'' + 3y' + 2y = \lambda^2 e^{\lambda x} + 3\lambda e^{\lambda x} + 2e^{\lambda x} = (\lambda^2 + 3\lambda + 2) = 0$

$\therefore$ (∗) の特性方程式は $\underline{\lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0}$

(b) $\lambda^2 + 3\lambda + 2 = (\lambda + 2)(\lambda + 1) = 0 \quad \underline{\therefore\ \lambda = -1, -2}$

(c) 特性方程式の解を用いて (∗) の一般解は

$$\underline{y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-2x} \quad (C_1, C_2 : 定数)}$$

と与えられる。

(2) $y'' - 2y' + 2y = 0$ の一般解を求めよ。ただし、解 $y(x)$ は実関数の形で与えること。

特性方程式は $\lambda^2 - 2\lambda + 2 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{2}(+2 \pm \underbrace{\sqrt{4-8}}_{\sqrt{-4} = 2i}) = 1 \pm i$

従って、$y'' - 2y' + 2y = 0$ の一般解は

$$y = e^{x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x) \quad (C_1, C_2 : 定数)$$

(3) $y'' - 4y' + 4y = 0$ の一般解を求めよ。

特性方程式は $\underbrace{\lambda^2 - 4\lambda + 4}_{(\lambda - 2)^2} = 0 \Rightarrow \lambda = 2$ (重解)

従って、$y'' - 4y' + 4y = 0$ の一般解は $\underline{y = (C_0 + C_1 x)e^{2x}}$

$(C_0, C_1 : 定数)$