

学籍番号	氏名

複素関数論 小テスト [2018年度前期 水曜2限] 第2回 (4/18)

1. 関数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ($z = x + iy$) が $z = z_0$ で微分可能のときに、以下を示せ。

(a) $\Delta z = \Delta x + i\Delta y$ としたときの微分の定義式

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{f(z_0 + \Delta z) - f(z_0)}{\Delta z} = \lim_{\Delta x, \Delta y \rightarrow 0} \frac{u(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) + iv(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - [u(x_0, y_0) + iv(x_0, y_0)]}{\Delta x + i\Delta y} \quad (*)$$

を、 $\Delta z = \Delta x$ ($\Delta y = 0$) のときに評価せよ。

(b) 同じ式を $\Delta z = i\Delta y$ ($\Delta x = 0$) のときに評価せよ。

(c) (a) と (b) が等しいとにおいて、コーシー・リーマンの関係式を導出せよ。

2. 関数 $f = \bar{z} = x - iy$ が微分不可能であることを以下の手順で示せ。

- (a) $z = z_0$ における微分の定義式 (★) を用いて、 $f = \bar{z} = x - iy$ の微分を $\Delta z = \Delta x$ ($\Delta y = 0$) の時に評価する。
- (b) 同じ式を $\Delta z = i\Delta y$ ($\Delta x = 0$) のときに評価する。
- (c) (a) と (b) が等しくないことを確認する。