

基研研究会

「核力に基づいた原子核の構造と反応」

2021年 12月7日—12月10日

京都大学基礎物理学研究所

微視的立場による原子核の 回転バンドの起源の研究

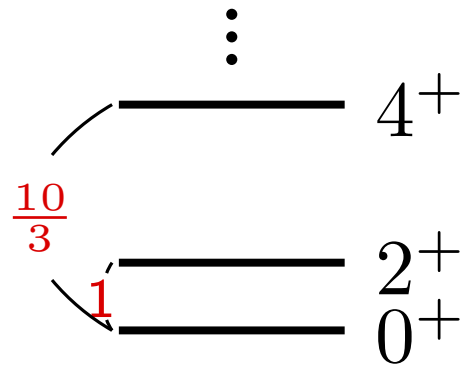
千葉大学大学院融合理工学府，

^A 千葉大学大学院理学研究院

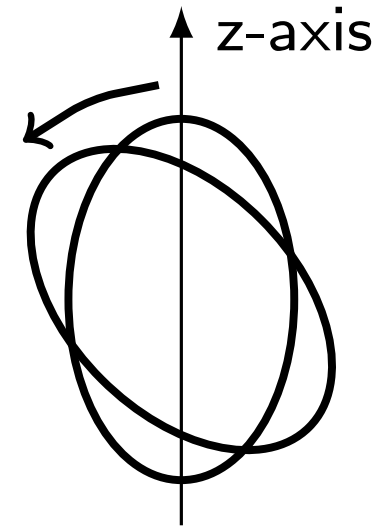
阿部 光平，^A 中田 仁

1. 序論

□ 原子核の回転バンド



≈



励起エネルギーとその比：

- $E_x(J^+) := E(J^+) - E(0^+)$
- $\frac{E_x(J^+)}{E_x(2^+)}$

Rigid-rotor model

$$E_x(J^+) = \frac{J(J+1)}{2\mathcal{I}}$$

$$\rightarrow \frac{E_x(4^+)}{E_x(2^+)} = \frac{10}{3}, \quad \frac{E_x(6^+)}{E_x(2^+)} = 7, \dots$$

□ 回転バンドの起源？

剛体の回転＝運動エネルギー

原子核の有効ハミルトニアン → 回転バンド

- 運動エネルギー → 座標空間の回転
- 相互作用の寄与
 - 核力のスピン依存性 → スピン空間の回転
 - 非中心力の寄与？
- 平均場近似
 - 回転対称性の自発的な破れ (\Leftrightarrow 変形)
i.e. $\exists \beta$ s.t. $e^{-i\hat{J}_y\beta} |\Phi\rangle \not\propto |\Phi\rangle$
 - 回転対称性の回復 (\Leftrightarrow 回転)

□ 本研究の目的

原子核の**回転バンド**の起源を，ミクロな立場から半微視的なハミルトニアンを用いて解明する。

今回の内容

- 核力の観点 → 回転バンドの成り立ち
- 回転バンドに対するハミルトニアンの各項を分けた寄与
 - 変形パラメータ依存性

2. 手法

□ M3Y型の相互作用を用いたself-consistentな平均場計算

- 軸対称HF
- 湯川型の相互作用
 - G-matrixに基づく半微視的な相互作用 (e.g. テンソル力)
 - parameter set: M3YP6
- Gaussian expansion method (GEM)
 - 核図表の広い範囲で魔法数が実験とconsistent

H. Nakada, Int. J. Mod. Phys. E 29(2020)1930008.

□ 原子核の有効ハミルトニアン

5

$$\hat{H} = \hat{K} + \hat{V}_N + \hat{V}_{Coul.} - \hat{H}_{c.m.} \quad (1)$$

$$\hat{V}_N = \sum_{i < j} \left(\hat{v}_{ij}^{(C)} + \hat{v}_{ij}^{(LS)} + \hat{v}_{ij}^{(TN)} + \hat{v}_{ij}^{(C\rho)} \right) \quad (2)$$

$$v_{ij}^{(C)} = \sum_n \left(t_n^{(SE)} P_{SE} + t_n^{(TE)} P_{TE} + t_n^{(SO)} P_{SO} + t_n^{(TO)} P_{TO} \right) f_n^{(C)}(r_{ij})$$

$$v_{ij}^{(LS)} = \sum_n \left(t_n^{(LSE)} P_{TE} + t_n^{(LSO)} P_{TO} \right) f_n^{(LS)}(r_{ij}) \mathbf{L}_{ij} \cdot (\mathbf{s}_i + \mathbf{s}_j)$$

$$v_{ij}^{(TN)} = \sum_n \left(t_n^{(TNE)} P_{TE} + t_n^{(TNO)} P_{TO} \right) f_n^{(TN)}(r_{ij}) r_{ij}^2 S_{ij}$$

$$v_{ij}^{(C\rho)} = \left(t_\rho^{(SE)} P_{SE} \cdot [\rho(\mathbf{r}_i)]^{\alpha^{(SE)}} + t_\rho^{(TE)} P_{TE} \cdot [\rho(\mathbf{r}_i)]^{\alpha^{(TE)}} \right) \delta(\mathbf{r}_{ij}) \quad (3)$$

$$\mathbf{r}_{ij} := \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, \quad r_{ij} := |\mathbf{r}_{ij}|, \quad \hat{\mathbf{r}}_{ij} := \mathbf{r}_{ij}/r_{ij} \quad (4)$$

$$\mathbf{L}_{ij} := \mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{p}_{ij}, \quad \mathbf{p}_{ij} := (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j)/2 \quad (5)$$

Tensor force: $S_{ij} := 3(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij})(\boldsymbol{\sigma}_j \cdot \hat{\mathbf{r}}_{ij}) - \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j \quad (6)$

Yukawa form: $f_n(r) = e^{-\mu_n r} / (\mu_n r) \quad (7)$

2核子 i, j 間の spin exchange operater と isospin exchange operater:

$$P_\sigma := \frac{1 + \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_j}{2}, \quad P_\tau := \frac{1 + \boldsymbol{\tau}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_j}{2} \quad (8)$$

SE, TE, SO, TO の状態への射影演算子 :

$$\begin{aligned} P_{\text{SE}} &:= \frac{1 - P_\sigma}{2} \frac{1 + P_\tau}{2}, & P_{\text{TE}} &:= \frac{1 + P_\sigma}{2} \frac{1 - P_\tau}{2}, \\ P_{\text{SO}} &:= \frac{1 - P_\sigma}{2} \frac{1 - P_\tau}{2}, & P_{\text{TO}} &:= \frac{1 + P_\sigma}{2} \frac{1 + P_\tau}{2} \end{aligned} \quad (9)$$

□ Gaussian expansion method (GEM)

1 粒子基底 (非直交系) :

$$\begin{aligned}\varphi_{\nu\ell jm}(\mathbf{r}) &= R_{\nu\ell j}(r)[Y^{(\ell)}(\hat{\mathbf{r}}) \otimes \chi_{\sigma}]_m^{(j)} \\ R_{\nu\ell j}(r) &= N_{\nu\ell j} r^{\ell} e^{-\nu r^2}\end{aligned}\tag{10}$$

Norm matrix:

$$\langle \nu \ell j m | \nu' \ell' j' m' \rangle = N_{\nu\nu'}^{(\ell j)} \delta_{\ell\ell'} \delta_{jj'} \delta_{mm'}\tag{11}$$

完全性:

$$\sum_{kk'} |k\rangle (N^{-1})_{kk'} \langle k'| = \hat{1}\tag{12}$$

- 核図表の多くの原子核を扱うことが可能
- 球対称な基底 → 角運動量射影に利点

□ 角運動量射影法

Projection after Variation (PAV)

$$\langle J | \hat{H} | J \rangle = \frac{\int_0^\pi d\beta \sin \beta d_{00}^{(J)}(\beta) \langle \Phi_0 | \hat{H} e^{-i\hat{J}_y \beta} | \Phi_0 \rangle}{\int_0^\pi d\beta \sin \beta d_{00}^{(J)}(\beta) \langle \Phi_0 | e^{-i\hat{J}_y \beta} | \Phi_0 \rangle} \quad (13)$$

(四重極) 変形パラメータ

$$q_0 =: 1.09 A^{5/3} a_{20}$$

q_0 : 四重極モーメント

$|\Phi_0\rangle$ が a_{20} に依存 \longrightarrow $\langle J | \hat{H} | J \rangle$ も a_{20} に依存

□ 角運動量射影で密度に依存する相互作用を扱う処方

標準的な処方:

$\Omega = (\alpha, \beta, \gamma)$: オイラー角

$\hat{R}(\Omega)$: 回転の演算子

$\hat{\rho}(\mathbf{r}) := \sum_k \delta(\mathbf{r} - \hat{\mathbf{r}}_k)$: 密度演算子

$$\rho_{\Phi}(\mathbf{r}) := \langle \Phi | \hat{\rho}(\mathbf{r}) | \Phi \rangle \quad (14a)$$

$$\bar{\rho}_{\Omega, \Omega'}(\mathbf{r}) := \frac{\langle \Phi | \hat{R}^{\dagger}(\Omega) \hat{\rho}(\mathbf{r}) \hat{R}(\Omega') | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \hat{R}^{\dagger}(\Omega) \hat{R}(\Omega') | \Phi \rangle} \quad (14b)$$

$\rho_{\Phi}(\mathbf{r})$ を $\bar{\rho}_{\Omega, \Omega'}(\mathbf{r})$ で置き換える.

軸対称性 $\rightarrow \bar{\rho}_{0, \beta}(\mathbf{r})$

P. R. Rodríguez-Guzmán, J. L. Egido, and L. M. Robledo, Nucl. Phys. A 709, 201 (2002).

3. 計算結果

対象

変形核 (不安定核)

軽い核 — $^{34,40}_{12}\text{Mg}$

中質量核 — $^{80}_{40}\text{Zr}$

重い核 — $^{154}_{60}\text{Nd}$

◇ Acknowledgement

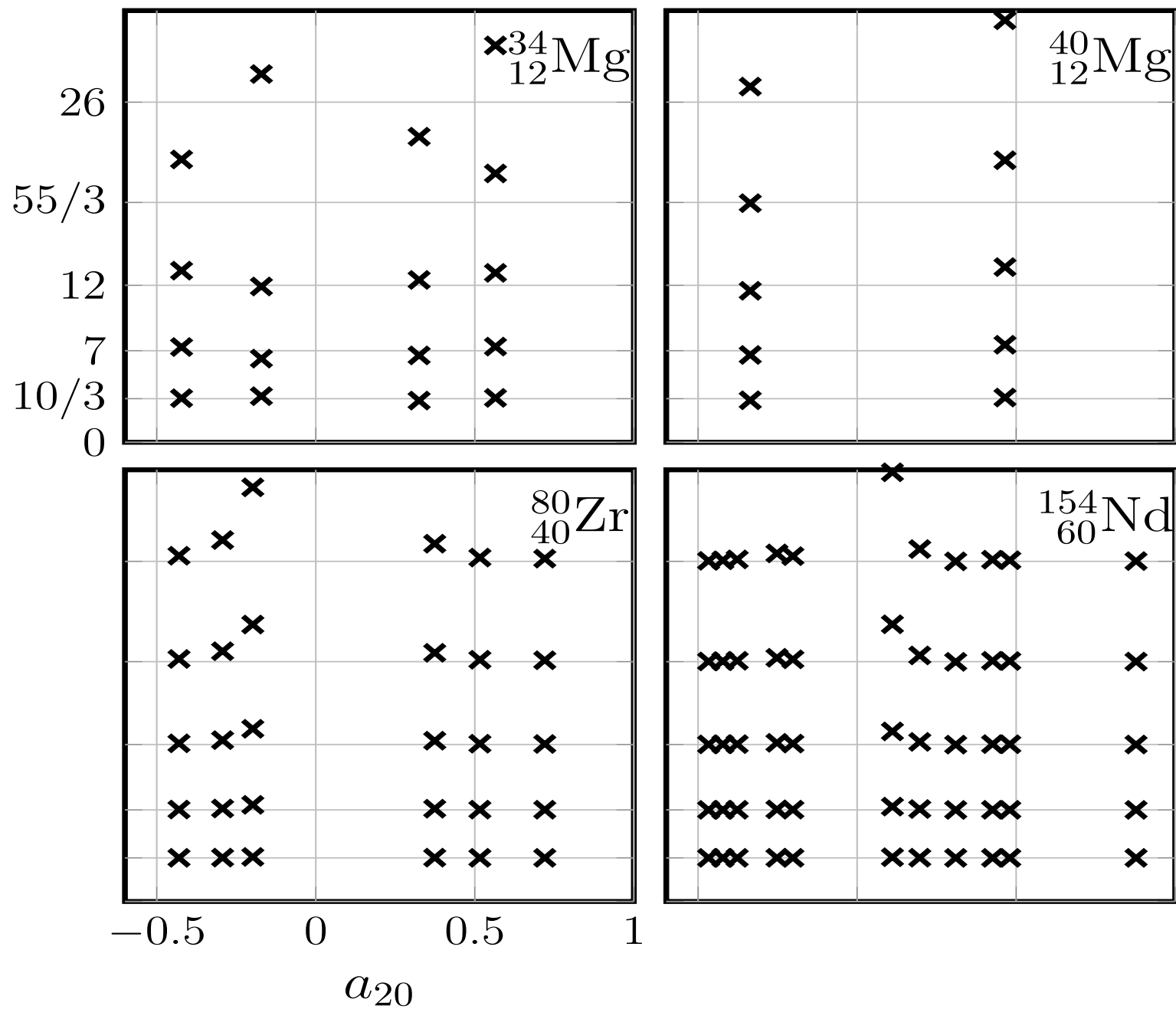


Oakforest-PACS (筑波大)



Yukawa-21 (基研)

$\frac{E_x(J^+)}{E_x(2^+)}$ の変形パラメータ依存性



$$\hat{S} \in \{\hat{K}, \hat{V}^{(C)}, \hat{V}^{(LS)}, \hat{V}^{(TN)}, \hat{V}^{(C\rho)}, \hat{V}^{(OPEP)}\} \quad (15)$$

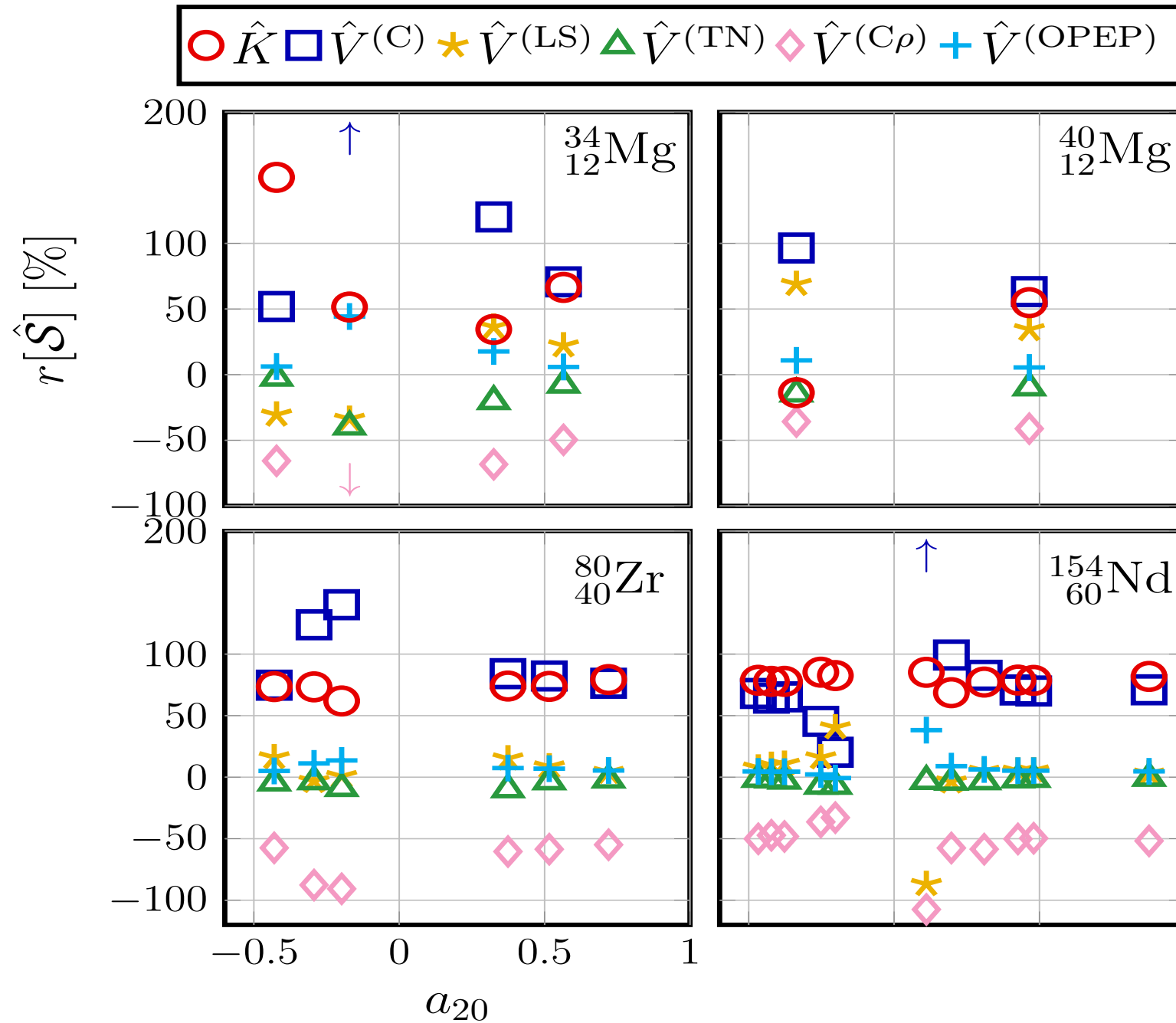
$$\hat{V}^{(X)} := \sum_{i < j} \hat{v}_{ij}^{(X)} \quad (16)$$

$$S_x(J^+) := \langle J^+ | \hat{S} | J^+ \rangle - \langle 0^+ | \hat{S} | 0^+ \rangle$$

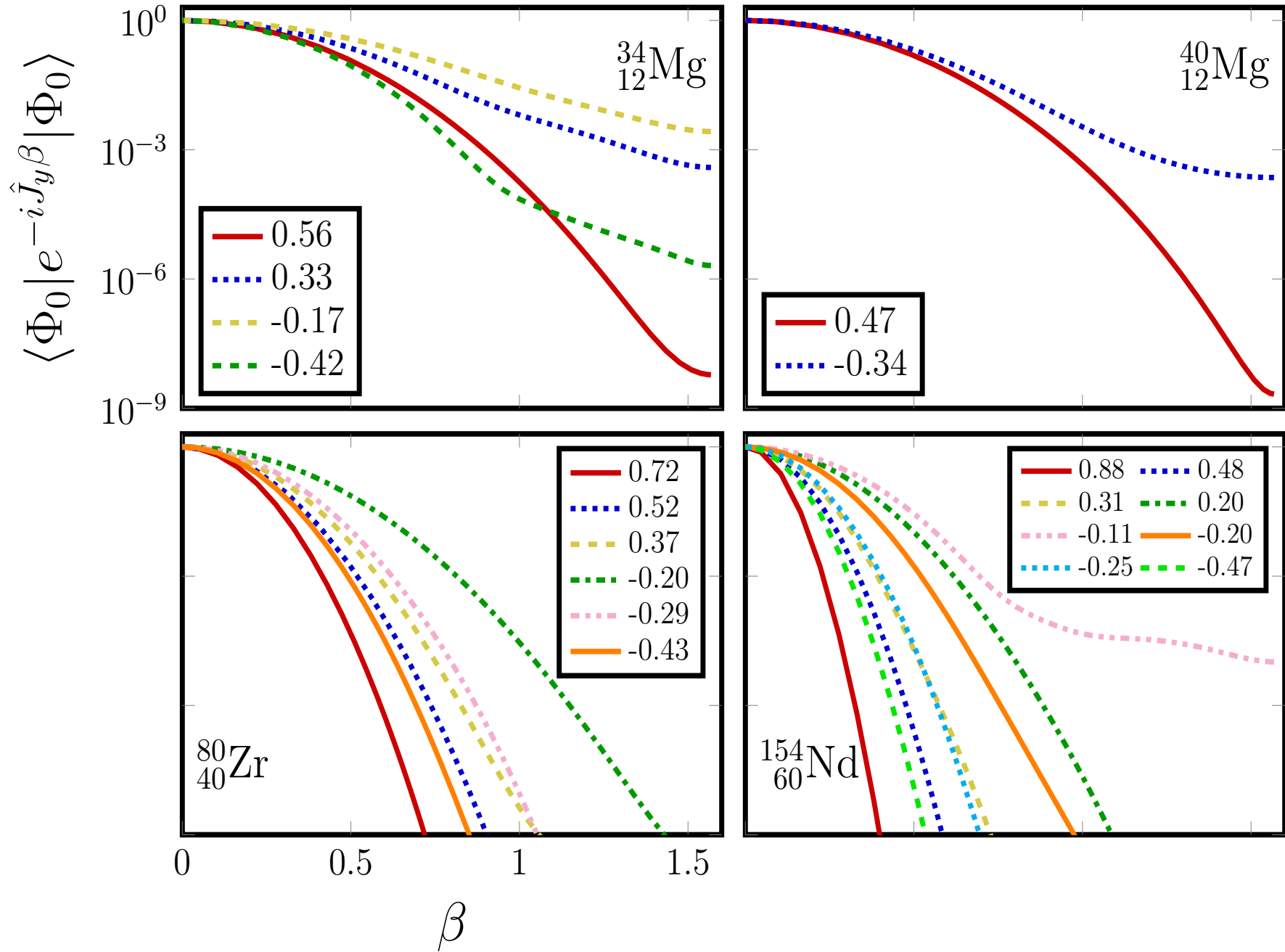
$E_x(2^+)$ に対する $S_x(2^+)$ の寄与

$$r[\hat{S}] := \frac{S_x(2^+)}{E_x(2^+)} \quad (17)$$

$E_x(2^+)$ に対するハミルトニアン各项の寄与の割合 13



overlap function の a_{20} 依存性



4. まとめ

- 原子核の回転バンドの起源を核力に基づいて調べた。
 - 半微視的な相互作用
 - self-consistent に求めた軸対称 HF 解 + 角運動量射影 (PAV)
 - 変形した Mg, Zr, Nd 核
 - 回転バンドに対するハミルトニアンの各項の寄与 ($r[\hat{S}]$)
- 中重核, 重い核
 - $|a_{20}|$ が大きくなると, $r[\hat{S}]$ は一定の割合に近づき, 原子核にほぼ依らない.
 - 運動エネルギーの割合が大きい.
 - 中心力の割合は $V^{(C)}$ と $V^{(C\rho)}$ が大きく相殺し, 少し残る.
- 軽い核
 - 原子核依存性が強く, 非中心力も無視できない.