

LARGE-SCALE STRUCTURE WITH SUPERHORIZON ISOCURVATURE DARK ENERGY

目次

Sec.1 インTRODクシヨN

Sec.2 Super Horizon Mode Dark Energy Models

Sec.3 計算方法（宇宙論的摂動論）について

Sec.4 密度揺らぎとpower spectrum のformulation

Sec.5 数値解

Sec.6 Discussion , まとめ

九州大学

宇宙物理学研究室 修士2年

山下 晃毅

共同研究者

南 岳 さん（広島大学）

山本 一博 さん（九州大学）

杉山 裕紀 さん（九州大学）

Sec.1 イントロダクション：標準宇宙項模型からの逸脱

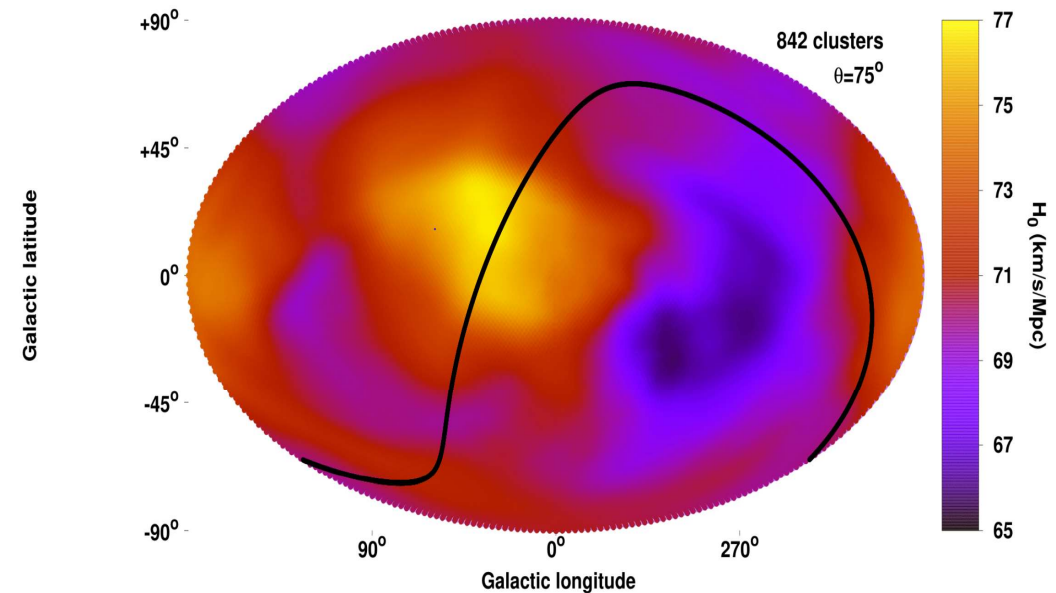
標準宇宙項模型・・・一様で等方的な宇宙（宇宙原理）。

CMB揺らぎや大規模構造等、様々な観測を概ね再現。

- 一般的に考えられている宇宙模型

しかし

宇宙原理からの逸脱を示唆する観測



X線銀河団を使ったハッブル定数の方向依存性

22P

縦と横は全天の緯度経度

[K. Migkas et al. 2020]

モチベーション

我々の宇宙が大規模な非一様性を持つ可能性。

非一様性を持つ宇宙模型を考えた時、それは観測と矛盾しないのか？
その模型が示す理論予言とは？



大スケール非一様性が大規模構造にどのような影響を与えるのか

今回やる事

非一様宇宙での構造形成のformulation
Power spectrum、 σ_8 への影響の大きさを評価。

Sec.2 今回考えるmodel (SH-DE model) [Nan&Yamamoto (2021)]

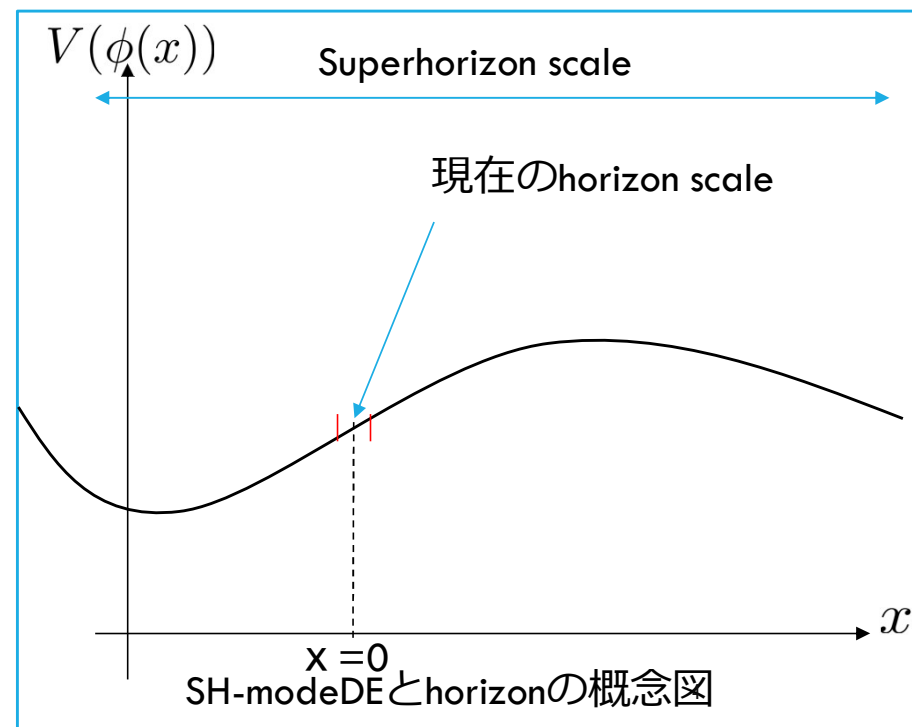
Supercurvature mode dark energy model [Nan, Yamamoto, Aoki, Iso, Yamauchi (2019)]

- ・現在のホライズンスケールより十分大きなスケール (supercurvature scale) で $O(1)$ の揺らぎを持つスカラー場のポテンシャルエネルギーが加速膨張を説明する模型。今回は簡単のため空間曲率 $k=0$ とする (superhorizon scale)。

Superhorizon scaleの非一様性を持つ
ダークエネルギー模型 (SH-DE model)

- ・ Super Horizon Dark Energy model(SH-DE model)
➡宇宙原理を破る宇宙模型

大スケールの揺らぎ : SH-mode



SH-DE modelについて

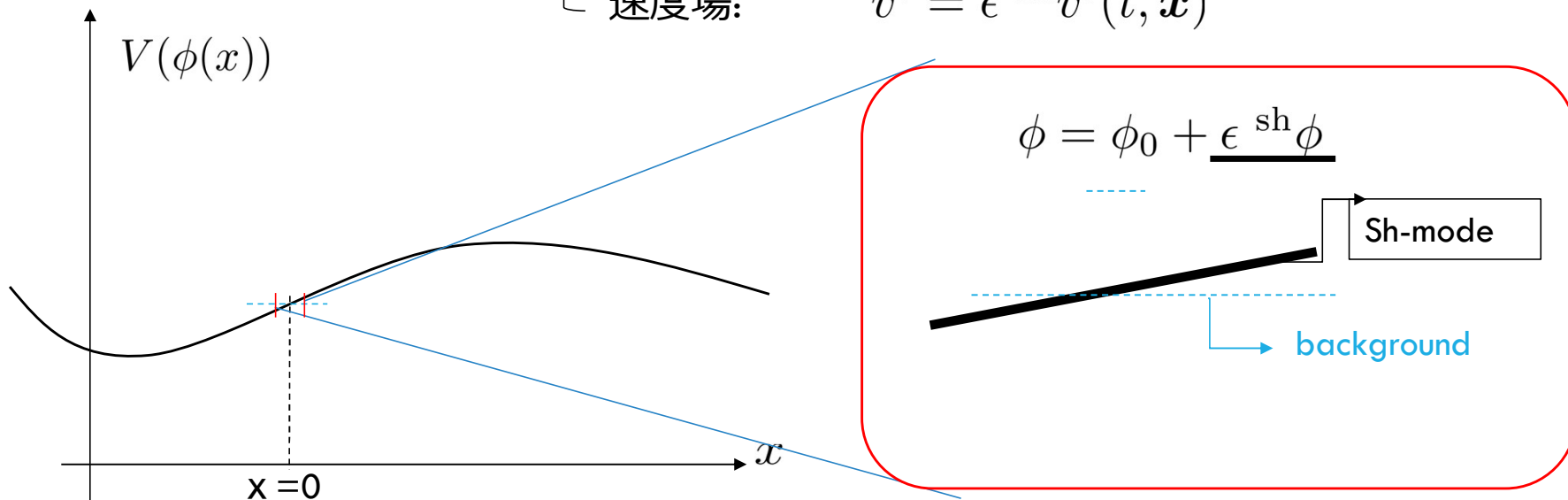
[Nan&yamamoto(2021)]

- SH-modeの量は

スカラー場 $\phi = \phi_0(t) + \epsilon^{\text{sh}} \phi(t, \mathbf{x})$

重力 $\left\{ \begin{array}{l} \text{重力ポテンシャル: } \Psi = \epsilon^{\text{sh}} \Psi(t, \mathbf{x}) \\ \text{曲率ポテンシャル: } \Phi = \epsilon^{\text{sh}} \Phi(t, \mathbf{x}) \end{array} \right.$

物質 $\left\{ \begin{array}{l} \text{密度揺らぎ: } \delta = \epsilon^{\text{sh}} \delta(t, \mathbf{x}) \\ \text{速度場: } v^i = \epsilon^{\text{sh}} v^i(t, \mathbf{x}) \end{array} \right.$



SH-mode DEとhorizonのスケール

- 我々の銀河を原点($x=0$)にとると

$$\epsilon^{\text{sh}} \phi(t, \mathbf{x}) = \epsilon \sum_{n=1}^3 \phi_1^{(n)}(t) T_i^{(n)} x^i + \mathcal{O}(\epsilon^2 x^2)$$

影響は小さい

とべき展開できる。

dipole

他の量も同様に

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon^{\text{sh}} v^i \simeq \epsilon \sum_{n=1}^3 V_1^{(n)}(t) T_i^{(n)} \\ \epsilon^{\text{sh}} \delta \simeq \epsilon \sum_{n=1}^3 \delta_1^{(n)}(t) T_i^{(n)} x^i \\ \epsilon^{\text{sh}} \Phi \simeq \epsilon \sum_{n=1}^3 \Phi_1^{(n)}(t) T_i^{(n)} x^i \end{array} \right.$$

$$T_i^{(n=1)} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T_i^{(n=2)} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$T_i^{(n=3)} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- 初期時刻 $t = 0$ で、 ${}^{\text{sh}}\Phi(0, \mathbf{x}) = {}^{\text{sh}}\Psi(0, \mathbf{x}) = 0$
(isocurvature) → **isocurvature DE model**

- CMB観測から速度場に制限**

$$|{}^{\text{sh}}v_{(\text{dipole})}^i(a=1)| \leq 1.23 \times 10^{-3} \equiv V_{\epsilon, \text{max}}.$$

SH-DE model を記述する方程式

Backgroundの従う方程式（物質優勢期）

$$\dot{\rho}_0 + 3H\rho_0 = 0$$

．．．流体の保存則

$$\ddot{\phi}_0(t) + 3H(t)\dot{\phi}_0(t) + m^2\phi_0(t) = 0$$

．．．スカラー場の運動方程式

$$3H^2 = 8\pi G\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}_0^2 + \frac{1}{2}m^2\phi_0^2 + \rho_0\right)$$

．．．Einstein方程式

m :スカラー場の質量

SH-modeが従う式

$$(V_l'^{(n)} \equiv -aV_l^{(n)})$$

$$\delta_1^{(n)} + 3\Phi_1^{(n)} = 0,$$

$$\dot{V}_1'^{(n)} - \Psi_1^{(n)} = 0,$$

} ．．．流体の保存則

$$\ddot{\phi}_1^{(n)} + 3H\dot{\phi}_1^{(n)} + m^2\phi_1^{(n)} + \left(3\dot{\Phi}_1^{(n)} - \dot{\Psi}_1^{(n)} - 6H\Psi_1^{(n)}\right)\dot{\phi}_0 - 2\Psi_1^{(n)}\ddot{\phi}_0 = 0,$$

スカラー場の運動方程式

$$\Psi_1^{(n)} + \Phi_1^{(n)} = 0,$$

$$3H\left(\dot{\Phi}_1^{(n)} - H\Psi_1^{(n)}\right) = 4\pi G(\rho_0\delta_1^{(n)} + m^2\phi_0\phi_1 - \dot{\phi}_0^2\Psi_1^{(n)} + \dot{\phi}_0\dot{\phi}_1^{(n)}),$$

$$\dot{\Phi}_1^{(n)} - H\Psi_1^{(n)} = -4\pi G(\rho_0V_1'^{(n)} + \dot{\phi}_0\phi_1^{(n)}),$$

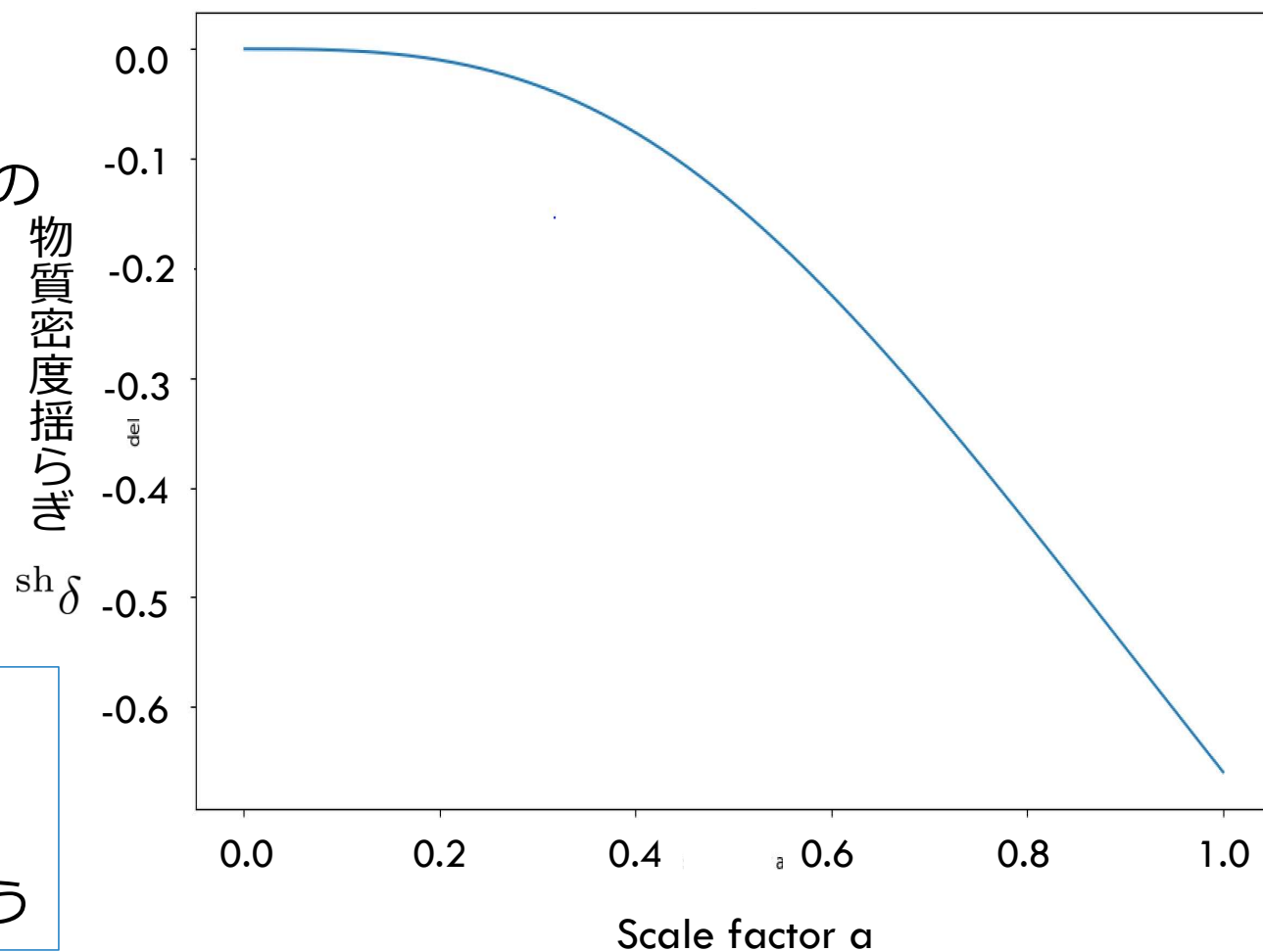
} ．．．Einstein方程式

SH-modeの数値解

スカラー場が正の値を取る場所での
Sh-modeの振る舞い。

スカラー場が正、つまりD.Eが
多い場所では密度が薄くなる
→スカラー場がDEとして振る舞う

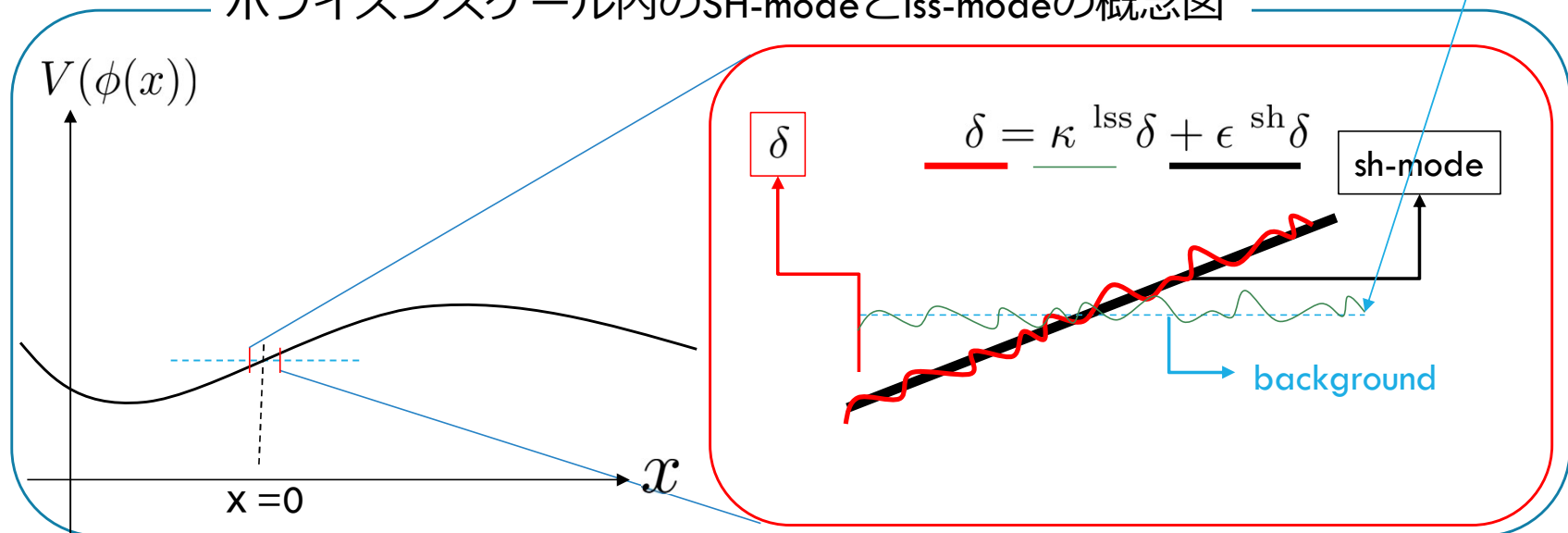
図：密度揺らぎのSH-mode 数値解



非一様宇宙の大規模構造の記述

物質の密度	$\rho = \rho_0(1 + \delta)$	大規模構造の摂動 (短波長)
物質の密度揺らぎ	$\delta = \kappa^{\text{lss}} \delta + \epsilon^{\text{sh}} \delta$	
速度場	$v^i = \kappa^{\text{lss}} v^i + \epsilon^{\text{sh}} v^i$	
曲率ポテンシャル	$\Psi = \kappa^{\text{lss}} \Psi + \epsilon^{\text{sh}} \Psi$	
重力ポテンシャル	$\Phi = \kappa^{\text{lss}} \Phi + \epsilon^{\text{sh}} \Phi$	

ホライズンスケール内のSH-modeとlss-modeの概念図



短波長 AD-modeとIso-mode

短波長の密度揺らぎ $\kappa^{\text{lss}}\delta = \kappa(\text{}^{\text{ad}}\delta + \epsilon^{\text{iso}}\delta)$

$\text{}^{\text{ad}}\delta$: 一様等方宇宙での密度揺らぎ

$\text{}^{\text{iso}}\delta$: SH-modeによる短波長密度揺らぎへの影響 $\mathcal{O}(\epsilon\kappa)$

物質密度 $\rho = \rho_0(1 + \kappa^{\text{lss}}\delta + \epsilon^{\text{sh}}\delta) = \rho_0(1 + \kappa^{\text{ad}}\delta) + \epsilon(\rho_0^{\text{sh}}\delta + \kappa\rho_0^{\text{iso}}\delta)$

速度場 $v^i = \kappa^{\text{lss}}v^i + \epsilon^{\text{sh}}v^i = \kappa^{\text{ad}}v^i + \epsilon(\text{}^{\text{sh}}v^i + \kappa^{\text{iso}}v^i)$

曲率ポテンシャル $\Phi = \kappa^{\text{lss}}\Phi + \epsilon^{\text{sh}}\Phi = \kappa^{\text{ad}}\Phi + \epsilon(\text{}^{\text{sh}}\Phi + \kappa^{\text{iso}}\Phi)$

重力ポテンシャル $\Psi = \kappa^{\text{lss}}\Psi + \epsilon^{\text{sh}}\Psi = \kappa^{\text{ad}}\Psi + \epsilon(\text{}^{\text{sh}}\Psi + \kappa^{\text{iso}}\Psi)$

これらの摂動成分が従う式を求める。

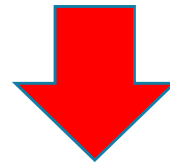
Sec.3 宇宙論的摂動論の枠組み

膨張宇宙での流体の式（連続の式、オイラー方程式）

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + 3H\rho + \frac{1}{a}\partial_i(\rho v^i) + 3\dot{\Phi}\rho = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v^i) + 4H\rho v^i + \frac{1}{a}\partial_j(\rho v^i v^j) + \frac{\rho}{a}\frac{\partial \Psi}{\partial x^i} + 4\dot{\Phi}\rho v^i = 0$$

step1. 摂動展開



step2. フーリエ展開

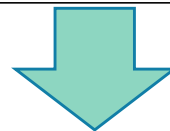


step3. 逐次展開



密度揺らぎの従う方程式

step4. 連立して解く



密度揺らぎ

これを非一様宇宙に応用

Sec.4 構造形成のformulation

密度揺らぎのlss-modeは

$D_1(a)$: 成長モード、 $D_2(a)$: 減衰モード、 $\delta_L(\mathbf{p})$: 初期密度揺らぎ依存の定数

p^i, k^i : 波数 Ω_m : 密度パラメータ

$$\begin{aligned} {}^{\text{lss}}\delta &= {}^{\text{ad}}\delta + \epsilon {}^{\text{iso}}\delta \\ &= D_1(a)\delta_L(\mathbf{p}) + \epsilon \sum_{n=1}^3 T_i^{(n)} D_1(a) \frac{(ip^i)}{H_0} \delta_L(\mathbf{p}) Q^{(n)} \\ Q^{(n)}(a) &= \frac{2}{5} \frac{1}{\sqrt{\Omega_m}} \left\{ \frac{D_2(a)}{D_1(a)} \int_0^a da' D_1(a') \left\{ V_1^{(n)}(a') [D_1(a') - 2 {}^{\text{ad}}\theta_1(a')] + D_1(a') a' \frac{dV_1^{(n)}(a')}{da'} \right\} \right. \\ &\quad \left. - \int_0^a da' D_2(a') \left\{ V_1^{(n)}(a') [D_1(a') - 2 {}^{\text{ad}}\theta_1(a')] + D_1(a') a' \frac{dV_1^{(n)}(a')}{da'} \right\} \right\} \end{aligned}$$

非一様宇宙でのpower spectrum は

$$P(a, \mathbf{k}) = \langle {}^{\text{lss}}\delta(a, \mathbf{k}_1) {}^{\text{lss}}\delta(a, \mathbf{k}_2) \rangle = P_0(a, k) \left(1 + \epsilon^2 \sum_{n'=1}^3 \sum_{n=1}^3 T_j^{(n')} T_i^{(n)} \frac{(k^i k^j)}{H_0^2} Q^{(n)}(a) Q^{(n')}(a) \right)$$

$P_0 = D_1^2 P_m(k)$: 一様等方な宇宙でのpower spectrum

構造形成の定式化を与えた。

Sec.5 観測からの制限を用いた数値計算

CMB観測からdipoleが見つかっていて、このモデルでは

$$|{}^{\text{sh}}v_{(\text{dipole})}^i(a=1)| \leq 1.23 \times 10^{-3} \equiv V_{\epsilon, \text{max}}.$$

Sh-modeのべき展開より ${}^{\text{sh}}v^i(a=1) \equiv \epsilon \sum_{n=1}^3 T_i^{(n)} V_1^{(n)}(a=1)$


$$\gamma_v \equiv \frac{|{}^{\text{sh}}v^i(a=1)|}{V(a=1)} \leq \frac{V_{\epsilon, \text{max}}}{\underbrace{V(a=1)}_{\mathcal{O}(10^{-2})}}, \quad V(a) = \sqrt{(V_1^{(1)}(a))^2 + (V_1^{(2)}(a))^2 + (V_1^{(3)}(a))^2}$$

この γ_v が最大値を取る ($\gamma_v \sim \frac{V_{\epsilon, \text{max}}}{V(a=1)}$) と仮定して $P(a=1, \mathbf{k})$ を数値計算

BackgroundとLSS-modeの比較と影響の大きさ

Sh-modeが構造形成に与える修正を計算。

$$\frac{P(a, \mathbf{k})}{P_0(a, k)} = \left(1 + \frac{3}{4\pi} \gamma_{v, \max}^2 \left(\frac{k}{H_0} \right)^2 \cos^2 \theta Q(a) \right)$$

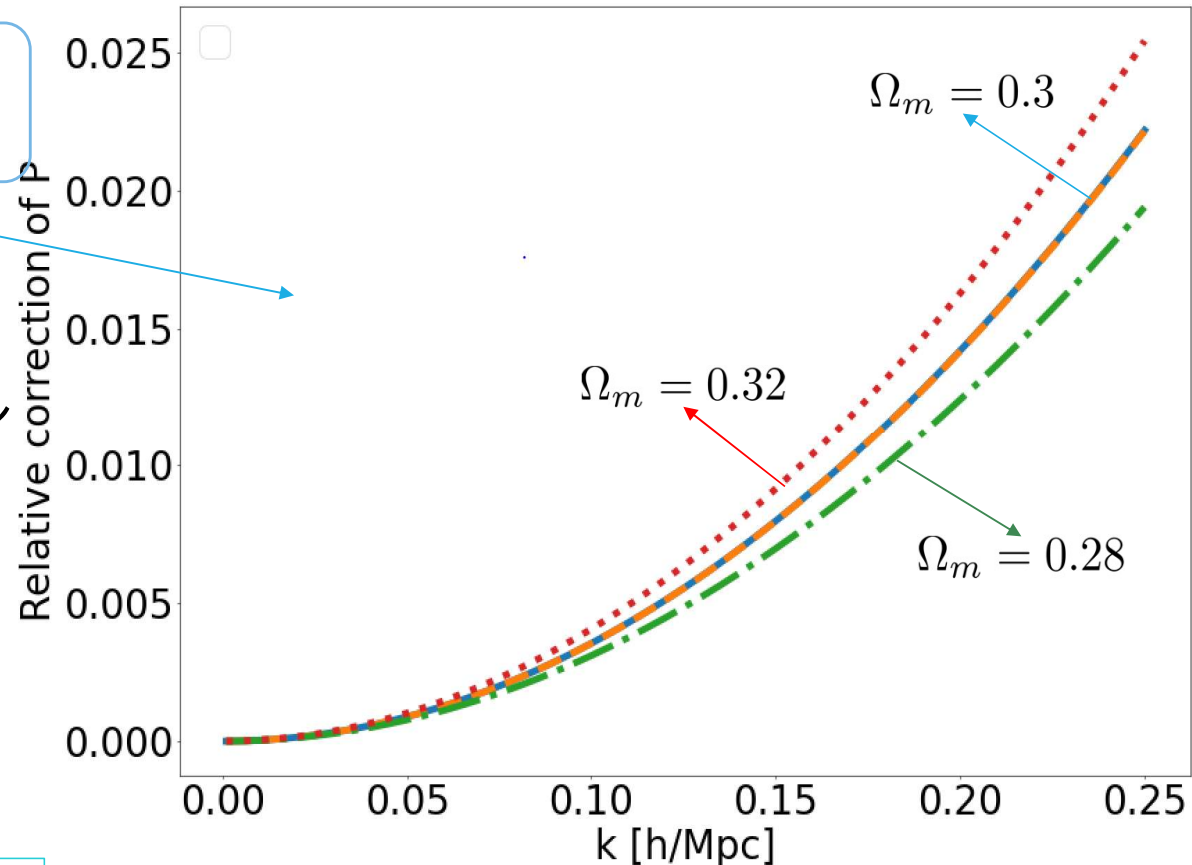
Relative correction of P

$P_0(a, k)$: 一様な宇宙でのパワースペクトル

θ : 波数ベクトルとsh-modeの速度場との間の角度。

ここでは $\cos \theta = 1$ として計算。

P_0 に対して、 $k \sim 0.1$ で最大で0.5%程度の影響が方向に依存して現れる。



図：SH-modeが一様宇宙のパワースペクトルに与える修正の大きさ($\alpha=1$)

σ_8 の数値解と観測

PlanckやSDSS等、様々な観測から $P(k)$ の値が得られている。

中でも、現在において半径 $R = 8h^{-1}\text{Mpc}$ の球内領域での密度揺らぎの分散 σ_8

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 P(k) W^2(kR)$$

$$W(kR) = \exp\left[-\frac{(kR)^2}{4}\right]$$

今回の計算： $\sigma_8^{\text{SH-DE}}(\theta) = \sigma_8^{\Lambda\text{CDM}}(1 + \sigma_8^{\text{modif}} \cos^2 \theta)$
 $\sigma_8^{\text{SH-DE}}(\theta = 0) = 0.805$, $\sigma_8^{\Lambda\text{CDM}} = 0.801$
 $\theta = \frac{\pi}{2}$ の場合に相当

→ 一様等方な宇宙に対して
方向に依存して
最大0.5%程度の修正。

この宇宙論パラメータは様々な観測されている。

$$\text{Planck} \rightarrow \sigma_8 = 0.829 \pm 0.015$$

$$\text{SDSS} \rightarrow \sigma_8 = 0.785 \pm 0.044$$

→ 系統誤差の範囲内

Sec.6 Discussion : パラメータ依存性

SH-DE modelを記述するパラメータ
どの程度依存性があるのか調べる。

$$\tilde{r} \equiv \frac{1}{6}(\bar{\phi}_0/M_{pl})^2$$

$$\tilde{m} \equiv m/H_0$$

$$\phi_0 \equiv \bar{\phi}_0 \tilde{\phi}_0$$

$P(k)$ に関して $\tilde{m}$ と $\tilde{r}$ の依存性
は見られない。

構造形成は初期のdipole amplitude
と Ω_m にのみ依存。

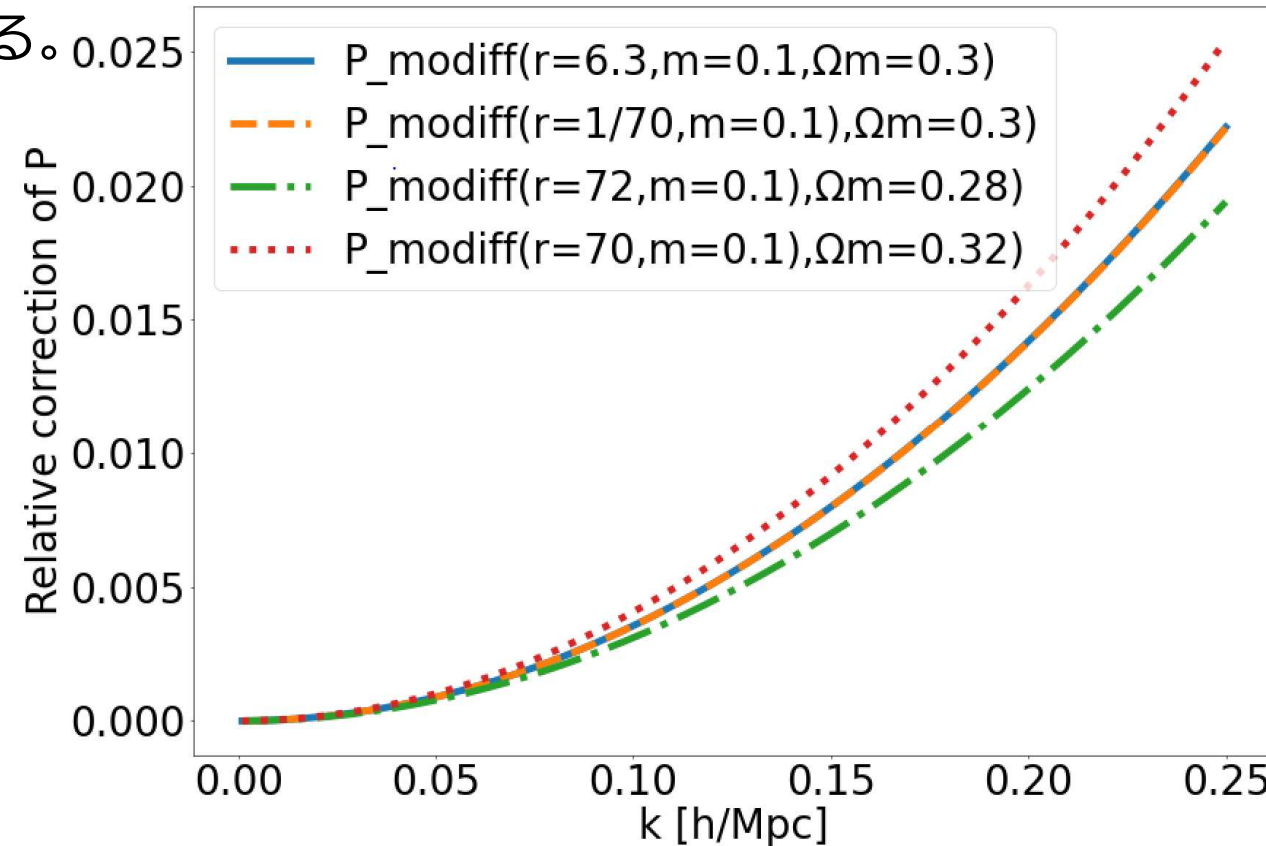


図 : $P(k)$ に対する $\tilde{r}$ の依存性

まとめ

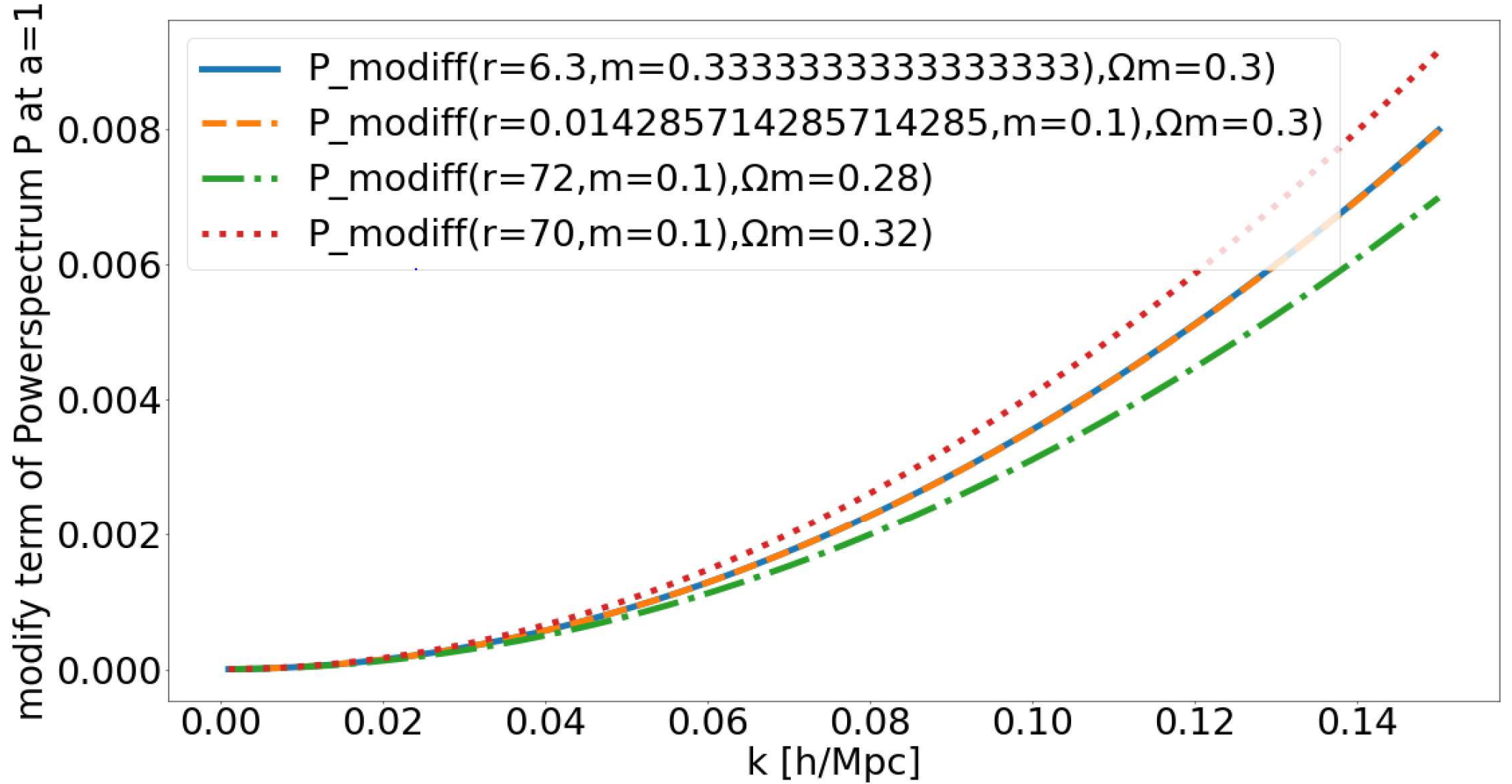
- 大スケールなDark Energyの非一様性を持つ宇宙での構造形成の定式化を与えた。
- Powerspectrumの数値解を求め、
 $k \sim 0.1h\text{Mpc}^{-1}$ で大規模構造に対して、
方向に応じて最大0.5%の影響を与えられる。
- σ_8 の数値解を求めると、一様な宇宙に比べ、方向に応じて最大0.5%程の修正を加えられる。
- パラメータ依存性を調べ、構造形成が初期のdipole amplitudeと Ω_m にのみ依存。

今後の展望

- なぜこのような影響が表れるのかという物理的な理解
- 詳細な観測的帰結の研究（どんな観測量で影響を見れるか）

Back upスライド

$$1 - \Omega_m = \tilde{m}^2 (\sqrt{\tilde{r}} \tilde{\phi}_0|_{a=1})^2 + (\sqrt{\tilde{r}} \hat{\tilde{\phi}}_0|_{a=1})^2 = 0$$



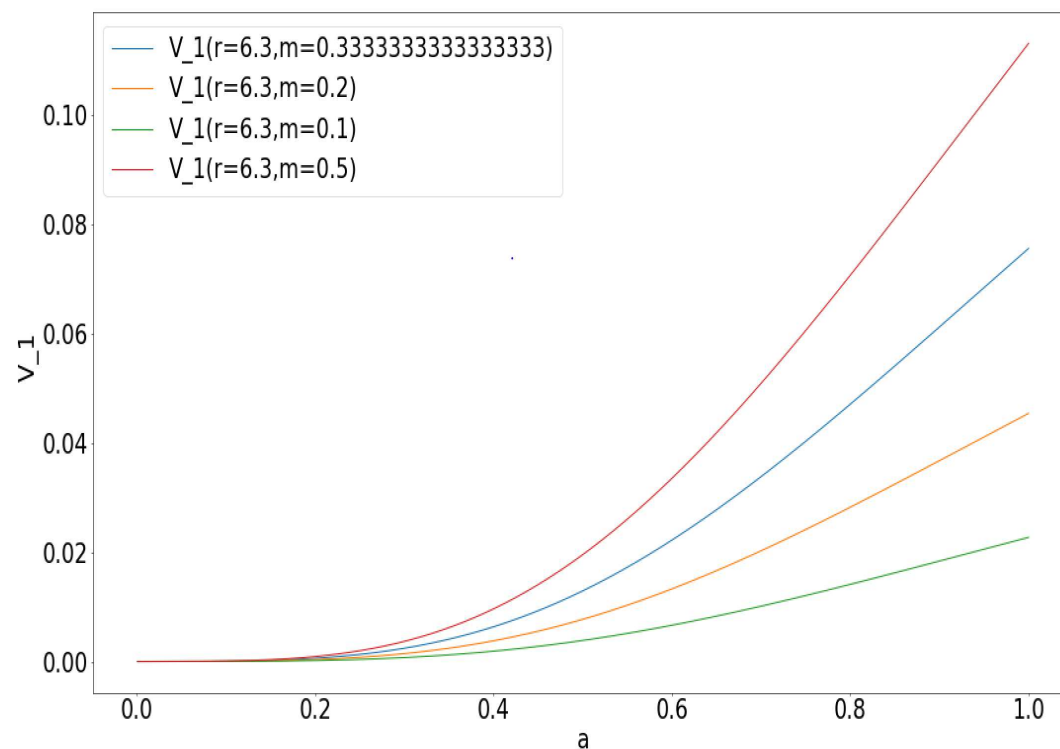
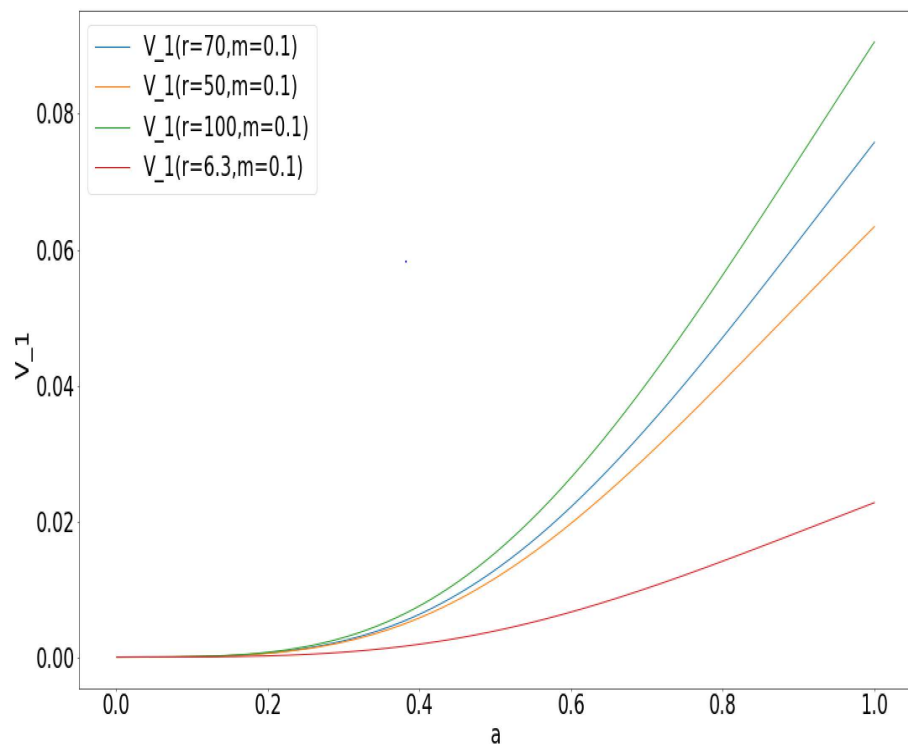
DISCUSSION : パラメータ依存性

Sh-modeの速度場に対するパラメータ依存性

$$\tilde{r} \equiv \frac{1}{6}(\bar{\phi}_0/M_{pl})^2$$

$$\tilde{m} \equiv m/H_0$$

$$\phi_0 \equiv \bar{\phi}_0 \tilde{\phi}_0$$



左図 : $V_1^{(n)}$ に対する $\tilde{r}$ の依存性, 右図 : $V_1^{(n)}$ に対する $\tilde{m}$ の依存性

参考文献

- [1] Eriksen, H.K.; Banday, A.J.; Gorski, K.M.; Hansen, F.K.; Lilje, P.B.
Hemispherical power asymmetry in the third-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe sky maps.
Astrophys. J. 2007, 660, L81, doi:10.1086/518091
- [2] Yue Nan , Kazuhiro Yamamoto, 2021
- [3] Gaetano Lambiase, Subhendra Mohanty, Ashish Narang, Priyank Parashari
Testing dark energy models in the light of σ_8 tension
Phys. J .C (2019) 79 : 141
- [4] Mohamed H. Abdullah , Anatoly Klypin, Gillian Wilson
COSMOLOGICAL CONSTRAINTS ON Ω_m AND σ_8 FROM CLUSTER ABUNDANCES
USING THE GALWCAT19 OPTICAL-SPECTROSCOPIC SDSS CATALOG
arXiv:2002.11907v3 [astro-ph.CO] 1 Aug 2020