

FFT-based estimators for line-of-sight dependent intrinsic alignment signals

栗田智貴

東京大学大学院 / Kavli IPMU 博士課程2年

共同研究者：高田昌広 (Kavli IPMU)

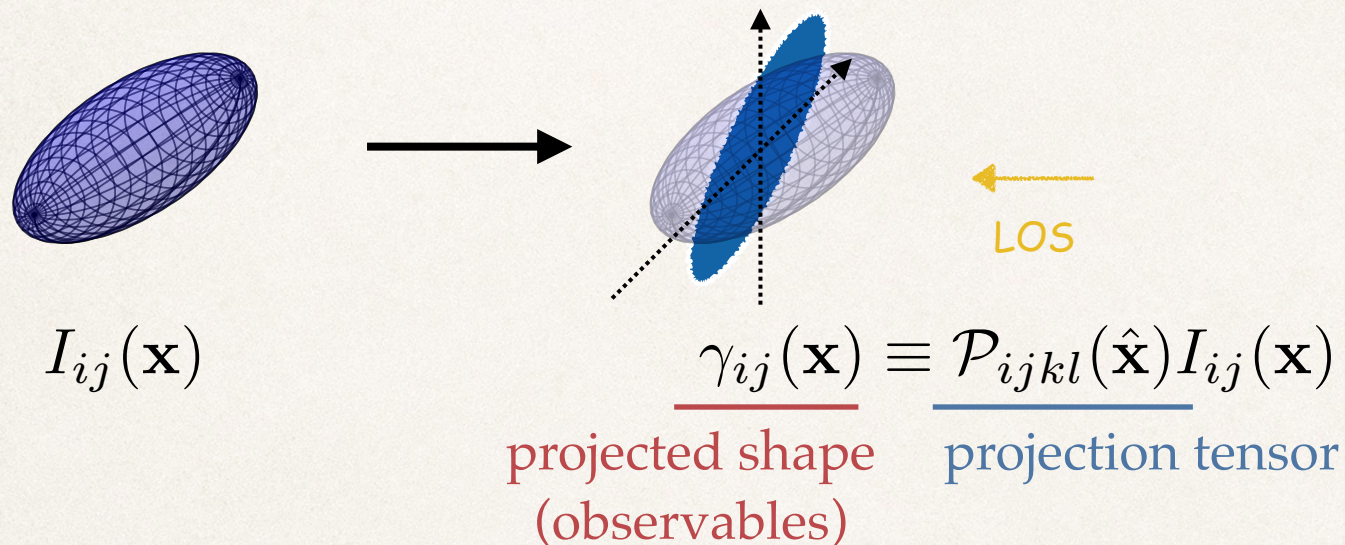
Intrinsic Alignments

❖ Intrinsic Alignments (IAs)

= 銀河（またはハロー）の固有形状と大規模構造の相関
→ 形状の空間分布に含まれる宇宙論的情報を抽出

❖ 観測量

= 各銀河の射影された固有形状



→ Power spectrum $P_{\delta\gamma}(k)$ などから cosmology を制限

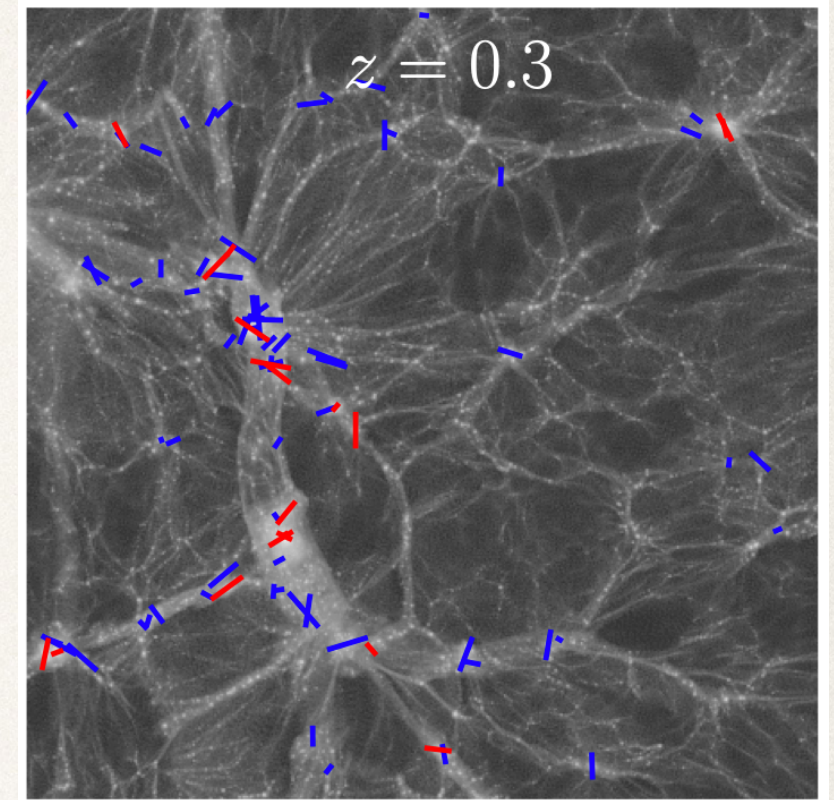
❖ Theoretical Forecasts

❖ Standard cosmological parameters

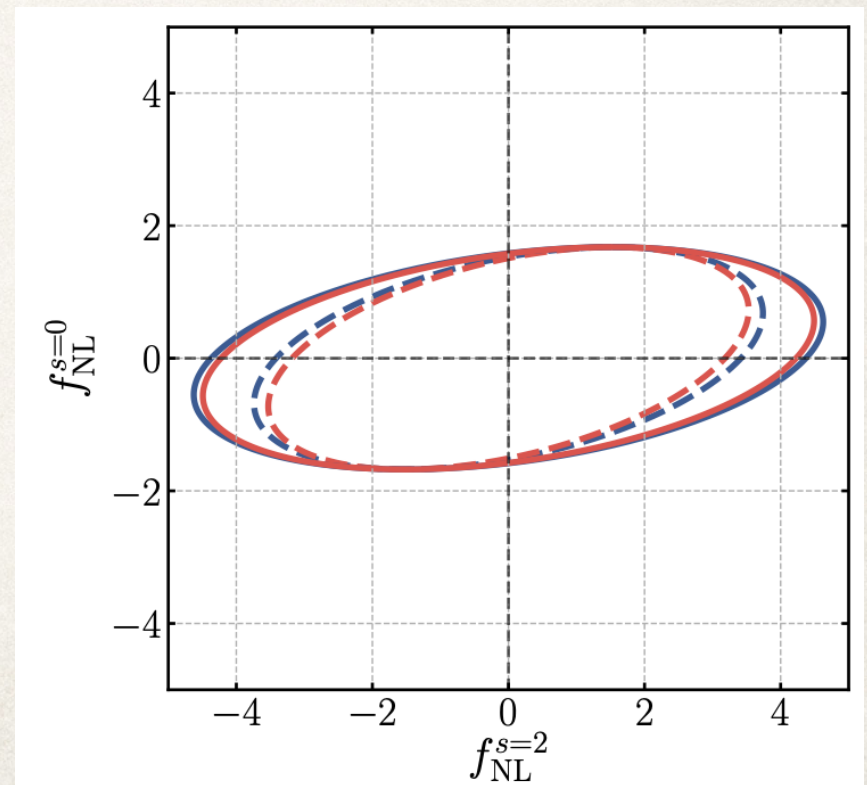
(Taruya&Okumura20, Okumura&Taruya21 and Okumura-san's talk)

❖ Anisotropic primordial non-Gaussianity

(Schmidt+15, Kogai+18, +21, Akitsu+21)



Shi+21



Akitsu+21

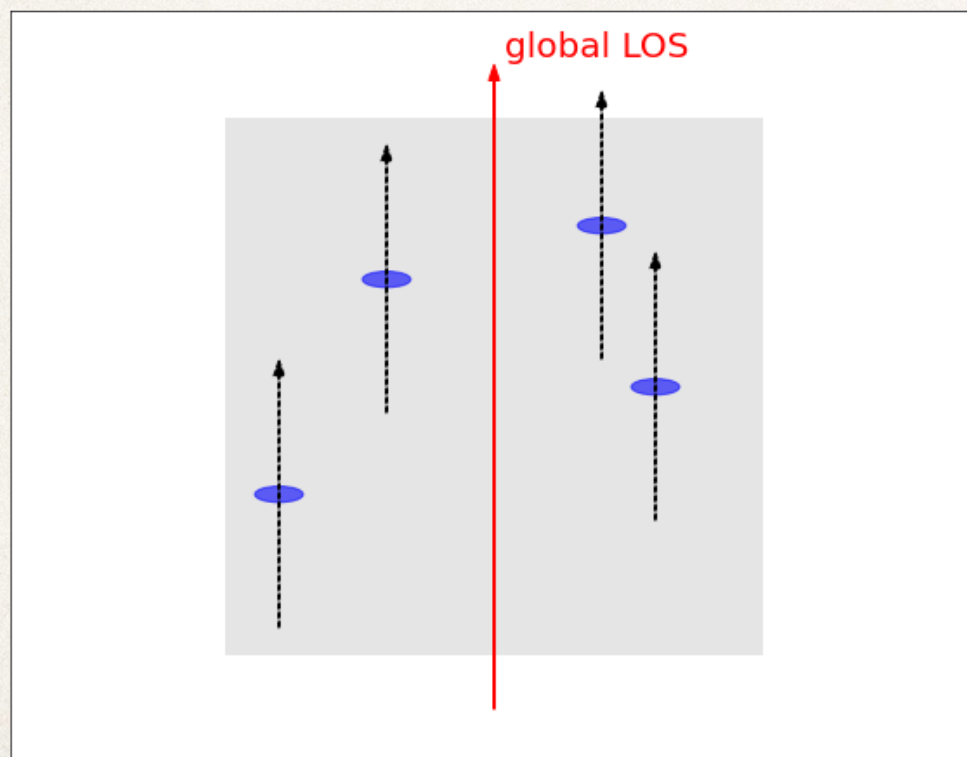
Measurements of IA power spectrum

❖ 測定に関する先行研究

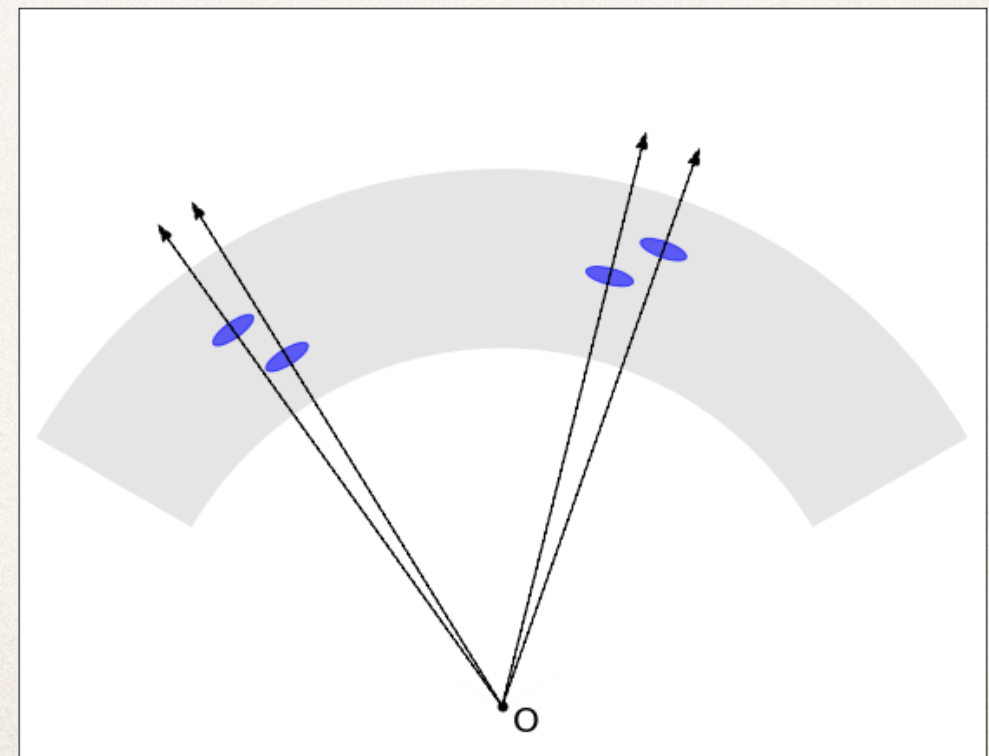
- ❖ Simulation dataを用いた測定 (N-body halos: Kurita+20, IllustrisTNG galaxy: Shi+21a, +21b)
- ❖ Global plane-parallel (GPP) 近似
 - ❖ Simulation box全体を一様なglobal line-of sight ($\hat{n}=\text{const.}$) が貫くとして、projectionを行う
 - ❖ その後、GPP用のestimatorを用いて測定（後述）

❖ 問題点

- ❖ SDSSなどの実際の広域銀河サーベイでは、異なる視線方向を考慮する必要がある
- ❖ → これまで用いられていた、GPP estimatorを適用できない



Previous simulation-based studies



Realistic observations

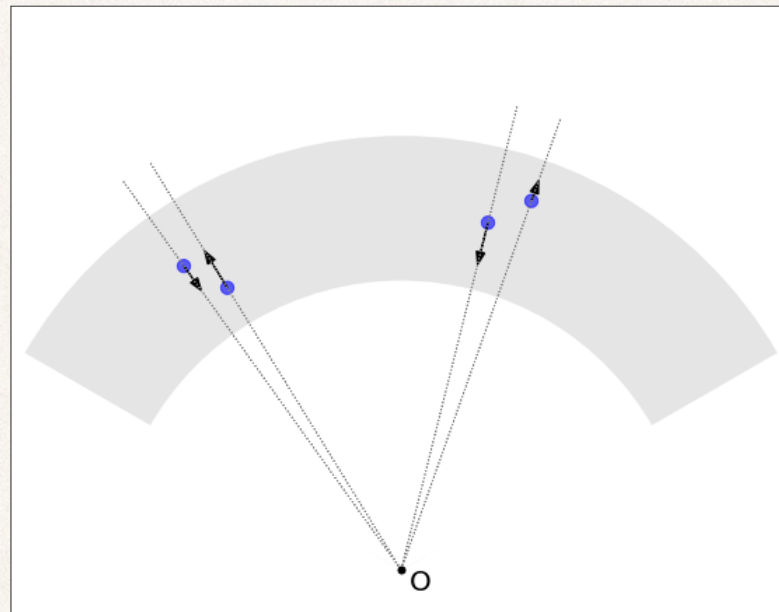
Measurements from realistic survey data

❖ 本研究の目的

- ❖ 実際の広域サーベイでも使用可能なIntrinsic Alignment用のestimatorを作りたい

❖ 方針

- ❖ 同様の問題は銀河クラスタリングでも生じる。= Redshift-Space Distortions (RSD)



- ❖ クラスタリングでは、Yamamoto estimator (Yamamoto+06)によって解決され、現在のBOSSの本解析でもこのestimatorが使用されている。
- ❖ 本研究では、Yamamoto estimatorをIntrinsic Alignmentの場合に拡張することを行う。

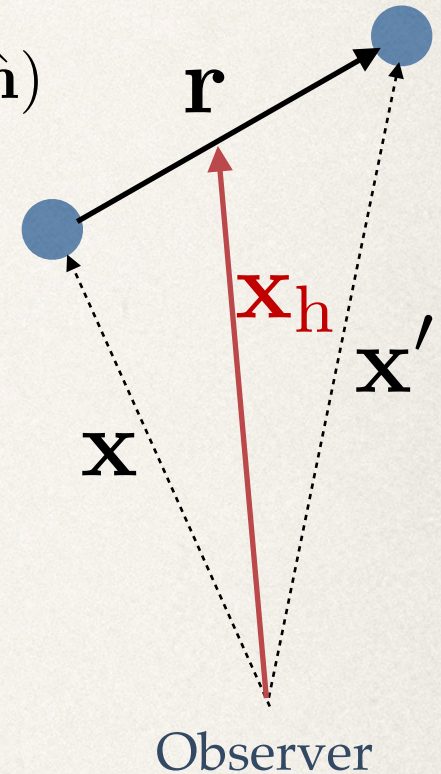
Clustering estimator (review)

- ❖ Global plane-parallel (GPP) estimator:

$$\begin{aligned}
 P^{(\ell)}(k) &= (2\ell + 1) \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \delta(\mathbf{k}) \delta^*(\mathbf{k}) \mathcal{L}_{\ell}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) \\
 &= (2\ell + 1) \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}' \delta(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \mathcal{L}_{\ell}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{n}}) \\
 &\quad \xi(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \xi(r, \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}})
 \end{aligned}$$

Local plane-parallel (LPP) approximationまで仮定を緩める

$$\xi(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \xi(r, \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{x}}_h)$$



- ❖ Yamamoto estimator (LPP estimator): Yamamoto+06

$$\begin{aligned}
 P^{(\ell)}(k) &= (2\ell + 1) \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}' \delta(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \mathcal{L}_{\ell}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}_h) \\
 &\simeq (2\ell + 1) \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}' \delta(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \mathcal{L}_{\ell}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}) \\
 &= (2\ell + 1) \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \left[\int d\mathbf{x} \delta(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \mathcal{L}_{\ell}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}) \right] \left[\int d\mathbf{x}' \delta(\mathbf{x}') e^{+i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}'} \right]
 \end{aligned}$$

ペアの片方に近似

Bianchi+15

Scoccimarro 15

Hand+18

→ LPP近似の下でのpower spectrumの測定が、FFT-basedな計算で可能となっている

2pt statistics of shapes

❖ Density-Shape Cross-Statistics

❖ shapeの複素表示：

$$\gamma(\mathbf{x}) \equiv \gamma_1(\mathbf{x}) + i\gamma_2(\mathbf{x})$$

❖ **Coordinate-independent** 2点相関関数：

$$\xi_{\gamma\delta}(\mathbf{r}) \equiv \langle \gamma_{\text{rot}}(\mathbf{x}; \mathbf{x}') \delta(\mathbf{x}') \rangle = \langle \gamma(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') \rangle e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}}}$$

(相手ペアに向けた2D回転)

❖ Fourier spaceにおけるmode：

$$E(\mathbf{k}) + iB(\mathbf{k}) \equiv \gamma(\mathbf{k}) e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{n}}}}$$

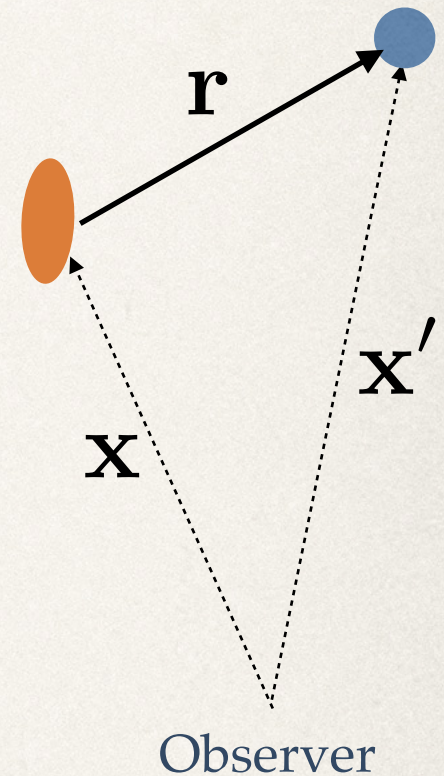
❖ **Coordinate-independent** IA power spectrum：

$$(2\pi)^3 \delta_D^3(\mathbf{k} - \mathbf{k}') P_{\gamma\delta}(\mathbf{k}) \equiv \langle \gamma(\mathbf{k}) \delta^*(\mathbf{k}') \rangle e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{n}}}}$$

$P_{E\delta} + iP_{B\delta}$

❖ Power spectrum と相関関数の関係：

$$\begin{aligned} P_{\gamma\delta}(\mathbf{k}) &= (2\ell + 1) \int d\mathbf{r} \xi_{\gamma\delta}(\mathbf{r}) e^{2i\phi_{\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{n}}} - 2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{n}}}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \\ &= (2\ell + 1) \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}' \gamma(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{n}}}} e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \end{aligned}$$



LPP estimator for IA (this work)

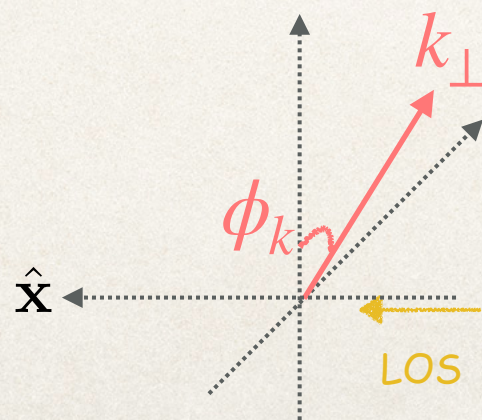
❖ Initial guess:

$$P_{\gamma\delta}^{(\ell)}(k) = (2\ell + 1) \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}' \gamma(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{n}}}} e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \mathcal{L}_\ell(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{n}})$$

$$P_{\gamma\delta}^{(\ell)}(k) = (2\ell + 1) \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}' \gamma(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{x}}_h}} e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \mathcal{L}_\ell(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}_h)$$

❖ FFT-based な計算ができるようにさらに変形...

$$\begin{aligned} P_{\gamma\delta}^{(\ell)}(k) &\simeq (2\ell + 1) \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}' \gamma(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{x}}}} e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \mathcal{L}_\ell(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}) \\ &= (2\ell + 1) \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \left[\int d\mathbf{x} \gamma(\mathbf{x}) \underline{e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{x}}}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \mathcal{L}_\ell(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}})} \right] \left[\int d\mathbf{x}' \delta(\mathbf{x}') e^{+i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}'} \right] \end{aligned}$$



$$e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{x}}}} = \frac{e_{ij}^{(-2)}(\hat{\mathbf{x}}) \hat{k}_i \hat{k}_j}{1 - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}})^2}$$

→ 割り算があるせいでFFTできない...

LPP estimator for IA (this work)

- ❖ Legendre polynomial を associated Legendre polynomial ($m=2$) へ変更

$$\mathcal{L}_\ell(\mu) \rightarrow \mathcal{L}_\ell^{m=2}(\mu)$$

e.g. $\mathcal{L}_2^{m=2}(\mu) = 3(1 - \mu^2)$

$$\mathcal{L}_4^{m=2}(\mu) = \frac{15}{2}(1 - \mu^2)(7\mu^2 - 1)$$

- ❖ 最終的なLPP estimator:

$$\begin{aligned} P_{\gamma\delta}^{(\ell)}(k) &= (2\ell + 1) \frac{(\ell - 2)!}{(\ell + 2)!} \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \int d\mathbf{x} \int d\mathbf{x}' \gamma(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{x}}_h}} e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \mathcal{L}_\ell^{m=2}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}_h) \\ &\simeq (2\ell + 1) \frac{(\ell - 2)!}{(\ell + 2)!} \int d\Omega_{\hat{\mathbf{k}}} \left[\int d\mathbf{x} \gamma(\mathbf{x}) e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{x}}}} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \mathcal{L}_\ell^{m=2}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}) \right] \left[\int d\mathbf{x}' \delta(\mathbf{x}') e^{+i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}'} \right] \\ &= \left[\int d\mathbf{x} \gamma(\mathbf{x}) e_{ij}^{(-2)}(\hat{\mathbf{x}}) \frac{\mathcal{L}_\ell^{m=2}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}})}{1 - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}})^2} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \right] \hat{k}_i \hat{k}_j \quad \xrightarrow{\text{FFT}} \\ e^{-2i\phi_{\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{x}}}} &= \frac{e_{ij}^{(-2)}(\hat{\mathbf{x}}) \hat{k}_i \hat{k}_j}{1 - (\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}})^2} \quad \xrightarrow{\text{FFT}} \end{aligned}$$

観測量 $\gamma(\mathbf{x})$, $\delta(\mathbf{x})$ が与えられた時、 $P_{\gamma\delta}^{(\ell)}(k)$ を測定する estimator が作れた

Validation Tests

Validation Tests I: methods

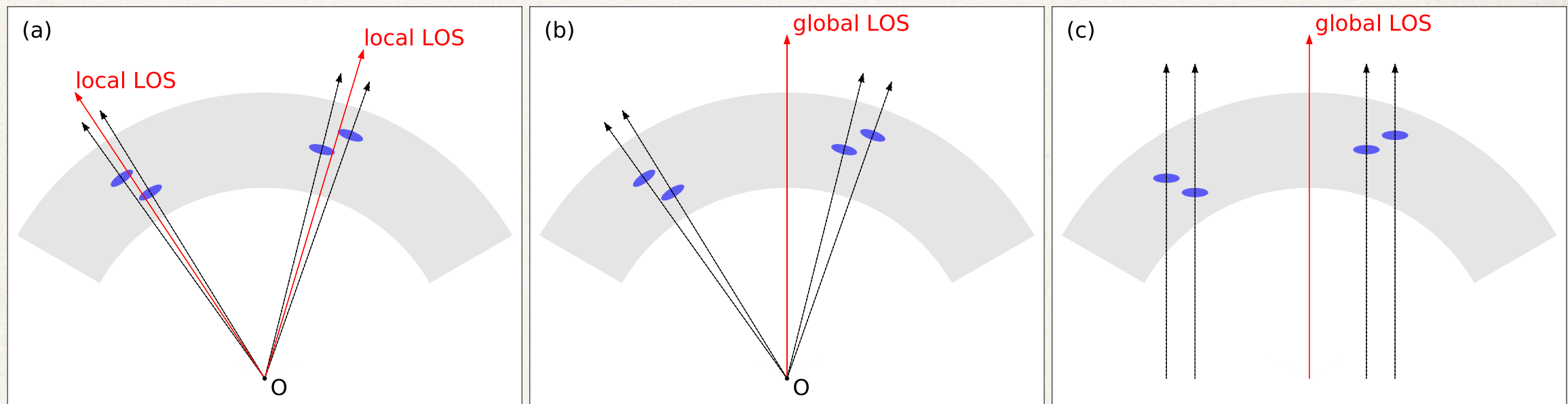
- ❖ Simulation boxの中で仮想的な観測を行い、IA power spectrumを測定

$$\delta_m(\mathbf{k}) \rightarrow T_{ij}(\mathbf{k}) \equiv (\hat{k}_i \hat{k}_j - \delta_{ij}^K/3) \delta_m(\mathbf{k}) \xrightarrow{\text{FFT}} T_{ij}(\mathbf{x})$$

$$\underbrace{\gamma_{ij}(\mathbf{x})}_{\text{projected shape (observables)}} \equiv \underbrace{\mathcal{P}_{ijkl}(\hat{\mathbf{x}})}_{\text{projection}} T_{ij}(\mathbf{x})$$

今回の研究では、簡単のため、
この $T_{ij}(\mathbf{x})$ を元々の銀河の形状場
とみなす

- ❖ BOSS-like geometryで、3種類の観測・測定をし、LPP estimatorの有効性を検証



Projection

Observation-like

Observation-like

Distant obs. approx.
($P_{ijkl}(\hat{\mathbf{x}}) \rightarrow P_{ijkl}(\hat{\mathbf{n}})$)

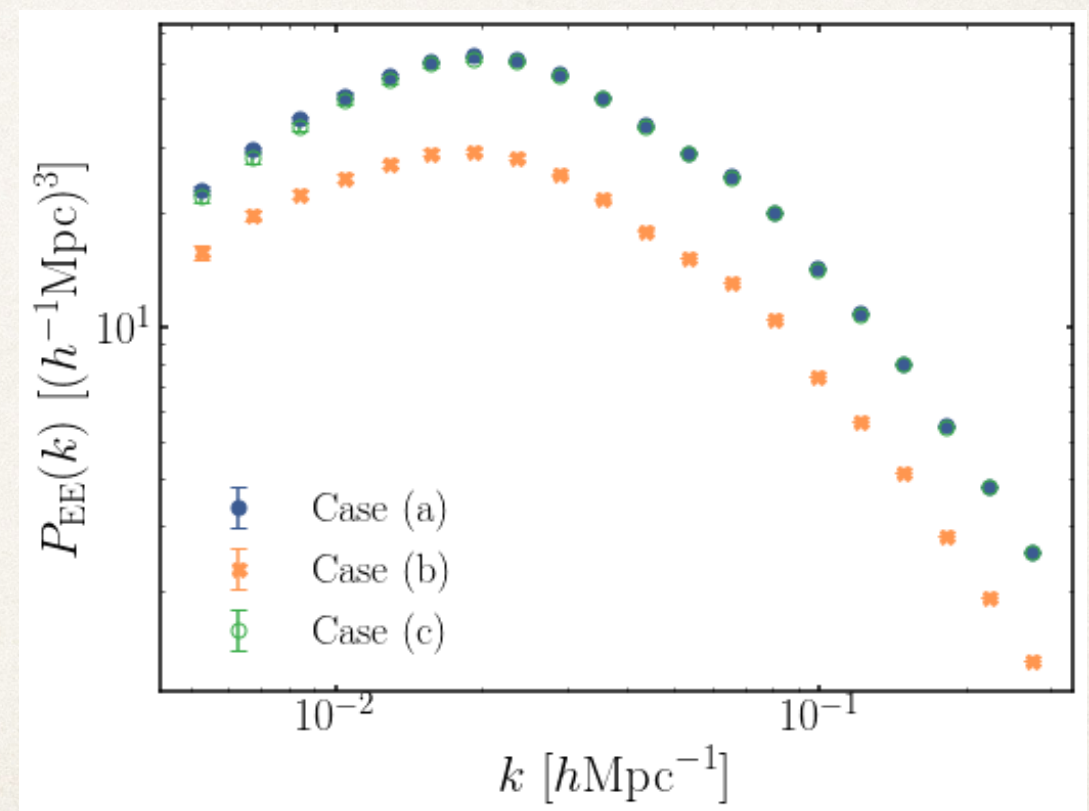
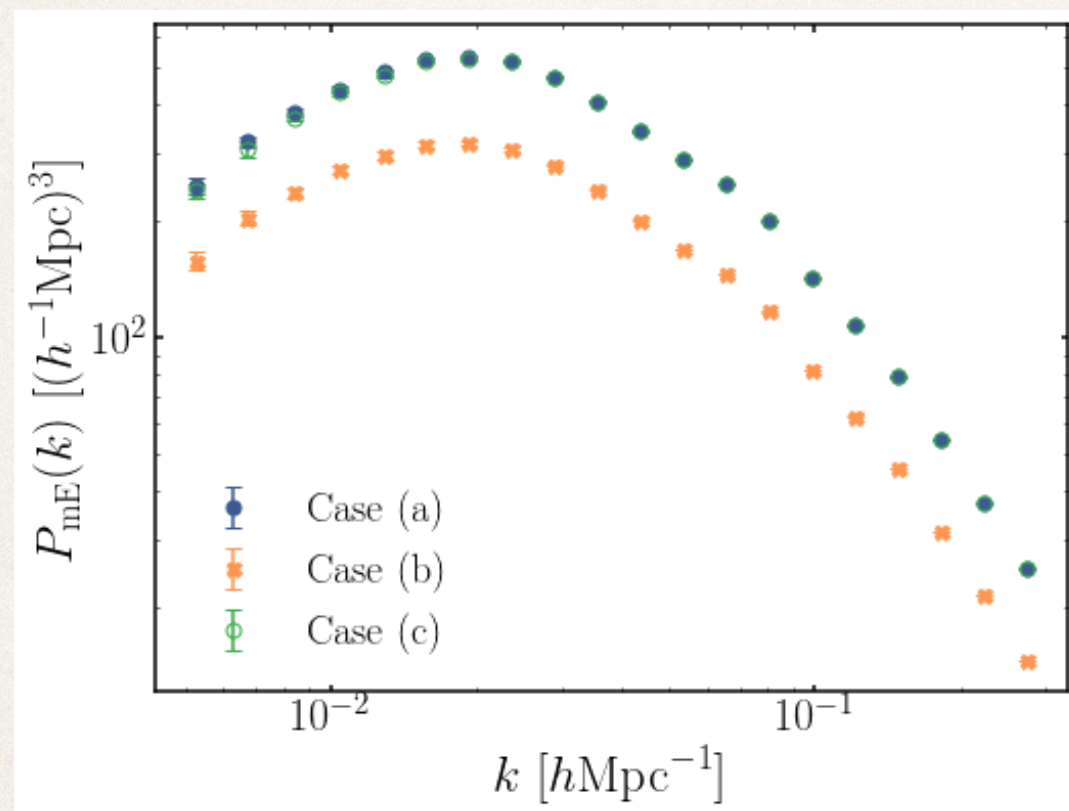
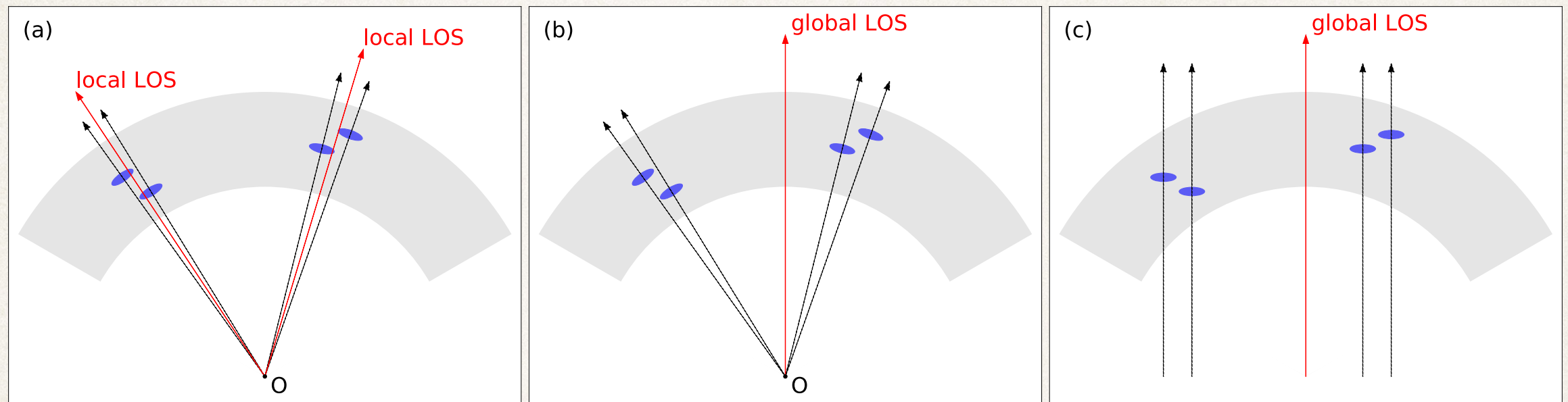
Estimator

Local PP
(this work)

Global PP

Global PP

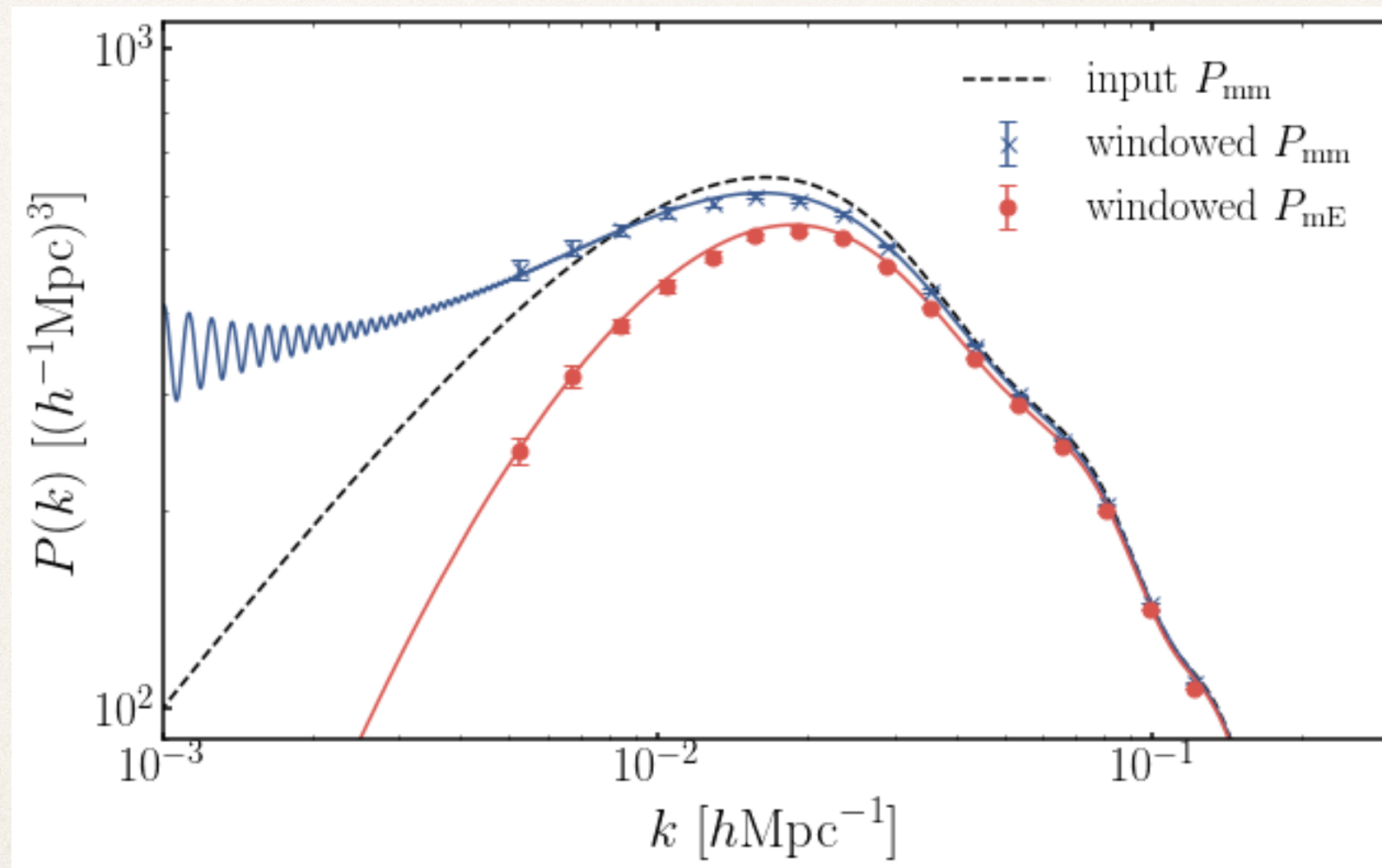
Validation Tests I: results



→ 広いサーベイ領域の観測でも、望ましいpower spectrumを得ることができた。

Validation Tests II: window convolution

- ❖ Window functionを直接理論に畳み込んで、測定結果と比較
 - ❖ 畳み込みの計算はそのまま行うのは大変
 - ❖ クラスターリングで通常行われている、random particlesを用いたpair countingの手法(Wilson+2015)をIAの場合に拡張して、計算を行なった。



errorbars:
BOSS-like volume
x 100 realizations

→ 実際の測定と畳み込みの計算結果は、IAの場合もよく一致している。

Summary

- ❖ 広域のサーベイ領域に対応した、LPP estimator for IA power spectrumを開発した
 - ❖ Clustering estimator (Yamamoto estimator) と同様に、FFT-based implementationが可能
- ❖ 仮想的な観測を行なって有効性を検証した。
 - ❖ 従来のGPP estimatorを使用した場合に生じるようなbiasはない。
 - ❖ Window functionを畳み込んだ理論計算とも合致することを確認した。
- ❖ 今後は実際の観測データ（SDSS）からIA power spectrumを測定し、解析する予定。

Appendix: Window functions

- ❖ Window functionの畳み込みは、銀河クラスタリングで採用されている手法を適用

$$P_{\gamma\delta} \xrightarrow{\text{hankel}} \xi_{\gamma\delta} \xrightarrow{\text{convolution}} \xi_{\gamma\delta} \otimes Q \xrightarrow[\text{back}]{\text{hankel}} P'_{\gamma\delta}$$

- ❖ Window function $Q_\ell(r)$ の計算は、random particlesを用いたpair countingの手法(Wilson+2015)
- ❖ IAの場合は、convolutionの形がクラスタリングと異なるため、本研究で新しく導出した。
- ❖ (計算はstraightforwardだが、やや煩雑な計算を含むため、詳細は省略)

