

# $H_0$ tension without CMB : beyond $\Lambda$ CDM

---

F. Okamatsu, T. Sekiguchi, and T. Takahashi, Phys. Rev. D (arXiv:2105.12312)

佐賀大学 岡松郁弥

2021年 11月 19日 第10回観測的宇宙論ワークショップ

# ハッブル定数( $H_0$ )問題とは

- 直接測定

例) SH0ES Collaboration:

$$H_0 = 73.2 \pm 1.3 \text{ km/s/Mpc}$$

A.G.Riess et al., *Astrophys. J. Lett* (arXiv:2012.08534)

- 間接測定

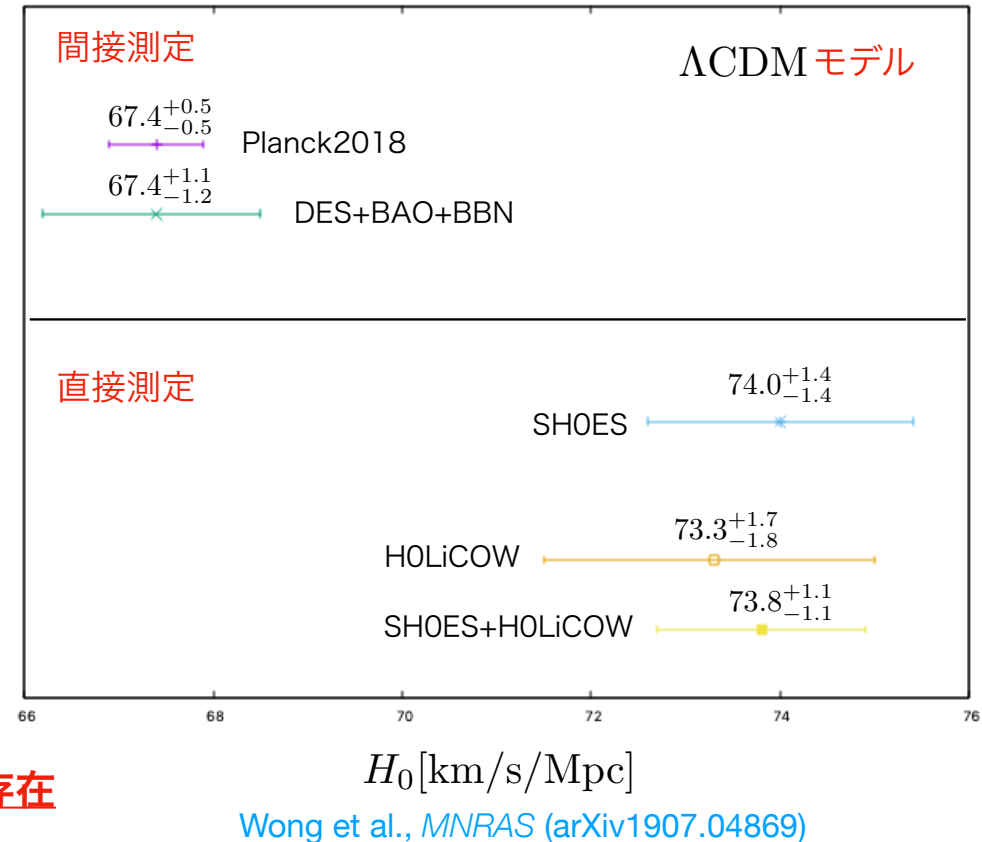
例) 宇宙背景放射(CMB)の観測であるPlanck衛星のデータ：

$$H_0 \simeq 67.36 \pm 0.54 \text{ km/s/Mpc}$$

N. Aghanim et al., *A&A* (arXiv:1807.06209)

直接測定と間接測定の違いに統計的に有意な相違(tension)が存在

$\Lambda$ CDMモデルにおけるtensionは「**4 $\sigma$ 程度**」となっている



# ハッブル定数( $H_0$ )問題とは

- 直接測定

例) SHOES Collaboration :

$$H_0 = 73.2 \pm 1.3 \text{ km/s/Mpc}$$

A.G.Riess et al., *Astrophys. J. Lett* (arXiv:2012.08534)

- 間接測定

例) 宇宙背景放射(CMB)の観測であるPlanck衛星のデータ :

$$H_0 \simeq 67.36 \pm 0.54 \text{ km/s/Mpc}$$

Planck collaboration *A&A* (arXiv:1807.06209)

**直接測定と間接測定の違いに統計的に有意な相違(tension)が存在**

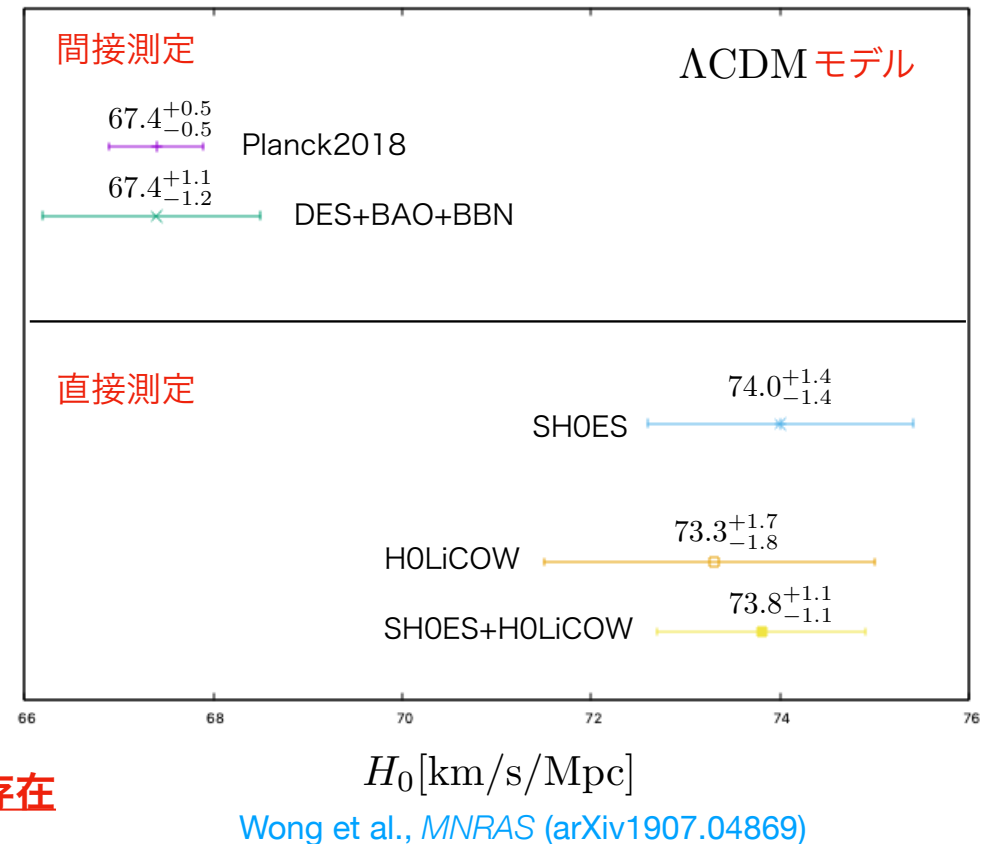
- tensionの要因

- 過小評価された系統誤差？



直接測定・間接測定のそれぞれで複数の独立な観測が一致しているなど簡単には説明できない

- LCDMモデルの拡張が必要？



# ハッブル定数( $H_0$ )問題とは

- 直接測定

例) SHOES Collaboration :

$$H_0 = 73.2 \pm 1.3 \text{ km/s/Mpc}$$

A.G.Riess et al., *Astrophys. J. Lett* (arXiv:2012.08534)

- 間接測定

例) 宇宙背景放射(CMB)の観測であるPlanck衛星のデータ :

$$H_0 \simeq 67.36 \pm 0.54 \text{ km/s/Mpc}$$

Planck collaboration *A&A* (arXiv:1807.06209)

**直接測定と間接測定の違いに統計的に有意な相違(tension)が存在**

- tensionの要因

- 過小評価された系統誤差？

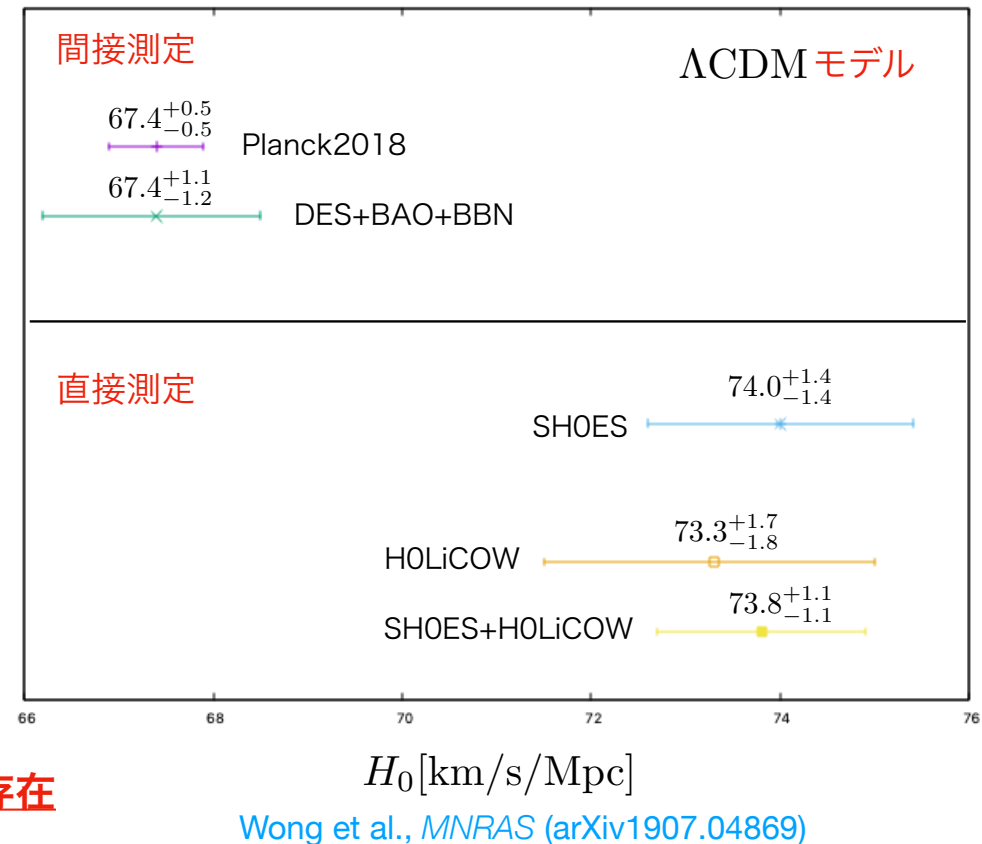


直接測定・間接測定のそれぞれで複数の独立な観測が一致しているなど簡単には説明できない

- LCDMモデルの拡張が必要？



$H_0$ 問題を解決するために様々なモデルが提案されている



## ・モチベーション

---

- ・  $H_0$  問題は、間接測定として精度が良いCMBと直接測定がよく比較される

→ CMB以外の間接測定でも、 $H_0$ 問題が存在するのか確認することは重要

- ・ [Schöneberg et al., JCAP \(arXiv:1907.11594\)](#)や [Alam et al., Phys. Rev. D \(arXiv:2007.08991\)](#)等によりCMBなしでも、 $\Lambda$ CDMなどの限られたモデルで  $H_0$ 問題が存在することが示唆されている

バリオン音響振動 (BAO)+ビッグバン元素合成 (BBN) + Ia型超新星爆発 (SNeIa)のデータを用いて、 $\Lambda$ CDMを拡張したモデルにおいても $H_0$ 問題が存在するか調べた

# モデル

解析を行ったモデルは8個

| model                               | model parameters                                                             |
|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| $\Lambda$ CDM                       | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_\Lambda$                               |
| $w$ CDM                             | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_{\text{DE}}, w$                        |
| $N_{\text{eff}}\Lambda$ CDM         | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_\Lambda, N_{\text{eff}}$               |
| $\Omega_K\Lambda$ CDM               | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_\Lambda, \omega_K$                     |
| $w_0w_a$ (CPL)CDM                   | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_{\text{DE}}, w_0, w_a$                 |
| $N_{\text{eff}}\Omega_K\Lambda$ CDM | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_\Lambda, N_{\text{eff}}, \omega_K$     |
| $N_{\text{eff}}w_0w_a$ (CPL)CDM     | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_{\text{DE}}, N_{\text{eff}}, w_0, w_a$ |
| $w_0w_1w_2$ CDM (binned DE EoS)     | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_{\text{DE}}, w_0, w_1, w_2$            |

$w_0w_a$ (CPL)CDM

(ダークエネルギーの状態方程式が時間変化するモデル)

CPL parameterization

$$w(a) = w_0 + w_a(1 - a)$$

# モデル

## 解析を行ったモデルは8個

| model                               | model parameters                                                             |
|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| $\Lambda$ CDM                       | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_\Lambda$                               |
| $w$ CDM                             | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_{\text{DE}}, w$                        |
| $N_{\text{eff}}\Lambda$ CDM         | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_\Lambda, N_{\text{eff}}$               |
| $\Omega_K\Lambda$ CDM               | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_\Lambda, \omega_K$                     |
| $w_0w_a$ (CPL)CDM                   | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_{\text{DE}}, w_0, w_a$                 |
| $N_{\text{eff}}\Omega_K\Lambda$ CDM | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_\Lambda, N_{\text{eff}}, \omega_K$     |
| $N_{\text{eff}}w_0w_a$ (CPL)CDM     | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_{\text{DE}}, N_{\text{eff}}, w_0, w_a$ |
| $w_0w_1w_2$ CDM (binned DE EoS)     | $\omega_b, \omega_{\text{dm}}, \omega_{\text{DE}}, w_0, w_1, w_2$            |

### $w_0w_1w_2$ CDM (binned DE EoS)

以下のようにスケール因子の範囲ごとに異なる状態方程式(EoS)が仮定されるDEモデル

$z = [0, 0.5], [0.5, 2]$  and  $[2, \infty]$ の場合、

$w_0$ は $0 < z < 0.5$ のEoS、

$w_1$ は $0.5 < z < 2$ のEoS、

$w_2$ は $2 < z < \infty$ のEoS

に対応する。

# 解析

---

- ・ 解析手法

- ・ マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC)

- ・ データ

- ・ BAO: [ [Alam et al., Phy. Rev. D \(arXiv:2007.08991\)](#) ]

- ・ Main Galaxy Sample (MGS) (  $0.07 < z < 0.2$  )
- ・ BOSS Galaxy (  $0.2 < z < 0.5$  )
- ・ BOSS Galaxy (  $0.4 < z < 0.6$  )
- ・ eBOSS luminous red galaxy (LRG) (  $0.6 < z < 1.0$  )
- ・ eBOSS emission line galaxy (ELG) (  $0.6 < z < 1.1$  )
- ・ eBOSS Quasar (  $0.8 < z < 2.2$  )
- ・  $\text{Ly}\alpha$ - $\text{Ly}\alpha$  (  $2.1 < z$  )
- ・  $\text{Ly}\alpha$ -Quasar (  $1.77 < z$  )

- ・ BBN :

重水素の存在量 [ [Cooke et al., ApJ \(arXiv:1710.11129\)](#) ]

ヘリウム4の存在量 [ [Aver et al., JCAP \(arXiv:1503.08146\)](#) ]

- ・ SNeIa :

**Pantheon sample** [ [Scolnic et al., ApJ \(arXiv:1710.00845\)](#) ]

# 解析

・BAOの観測量

$$\frac{D_H(z)}{r_d} = \frac{f(z)}{r_d H_0}, \quad \frac{D_M(z)}{r_d} = \frac{1}{r_d H_0} \int_0^z dz' f(z'), \quad \frac{D_V(z)}{r_d} = \frac{\left[ z \left( \int_0^z dz' f(z') \right)^2 f(z) \right]^{1/3}}{r_d H_0}$$

※  $D_H(z)$  : ハッブル距離,  $D_M(z)$  : 角径距離,  $D_V(z)$  : a spherically-averaged distance,  $r_d$  : the sound horizon at drag epoch



$\Lambda$ CDMモデルの場合、 $f(z)|_{\Lambda\text{CDM}} = 1/\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + 1 - \Omega_m}$ と書けるので

特定の赤方偏移のBAOの観測量は、 $r_d H_0$ と $\Omega_m$ の組み合わせにのみ依存

|                   | Data                     | $z_{\text{eff}}$ | observables                                                |
|-------------------|--------------------------|------------------|------------------------------------------------------------|
| low redshift BAO  | MGS                      | 0.15             | $D_V(z)/r_d = 4.47 \pm 0.17$                               |
|                   | BOSS galaxy I            | 0.38             | $D_M(z)/r_d = 10.23 \pm 0.17, D_H(z)/r_d = 25.00 \pm 0.76$ |
|                   | BOSS galaxy II           | 0.51             | $D_M(z)/r_d = 13.36 \pm 0.21, D_H(z)/r_d = 22.33 \pm 0.58$ |
|                   | eBOSS LRG                | 0.7              | $D_M(z)/r_d = 17.86 \pm 0.33, D_H(z)/r_d = 19.33 \pm 0.58$ |
|                   | eBOSS ELG                | 0.85             | $D_V(z)/r_d = 18.33^{+0.57}_{-0.62}$                       |
| high redshift BAO | eBOSS Quasar             | 1.48             | $D_M(z)/r_d = 30.69 \pm 0.80, D_H(z)/r_d = 13.26 \pm 0.55$ |
|                   | Ly $\alpha$ -Ly $\alpha$ | 2.33             | $D_M(z)/r_d = 37.6 \pm 1.9, D_H(z)/r_d = 8.93 \pm 0.28$    |
|                   | Ly $\alpha$ -Quasar      | 2.33             | $D_M(z)/r_d = 37.3 \pm 1.7, D_H(z)/r_d = 9.08 \pm 0.34$    |

**BAO (  $z < 1$  ) + BBN + SNela**

**BAO (  $z > 1$  ) + BBN + SNela**

**BAO (  $z \text{ all}$  ) + BBN + SNela**

# 解析 ( $\Lambda$ CDMモデル)

- BAO (  $z < 1$  ) + BBN + SNela:

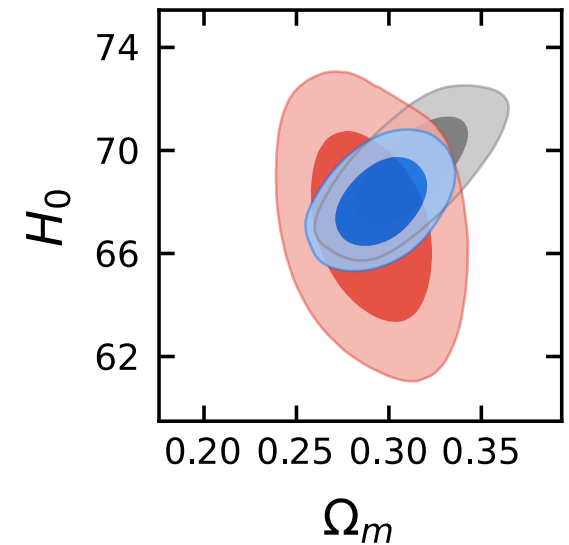
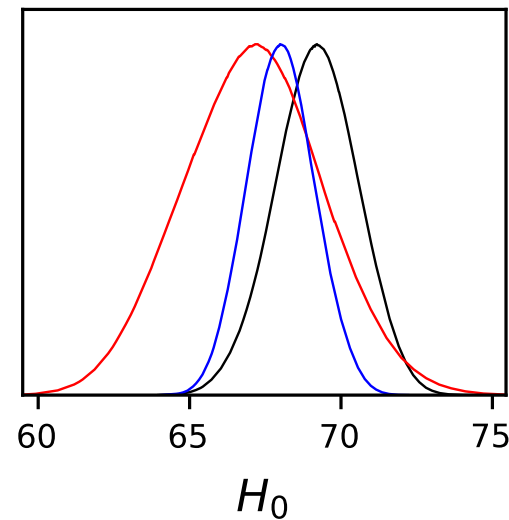
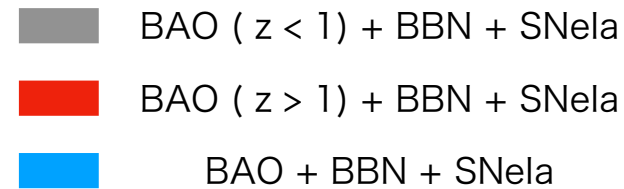
$$H_0 \simeq 69.20^{+1.3}_{-1.3} \text{ km/s/Mpc} \quad 68\% \text{ C.L.}$$

- BAO (  $z > 1$  ) + BBN+SNela :

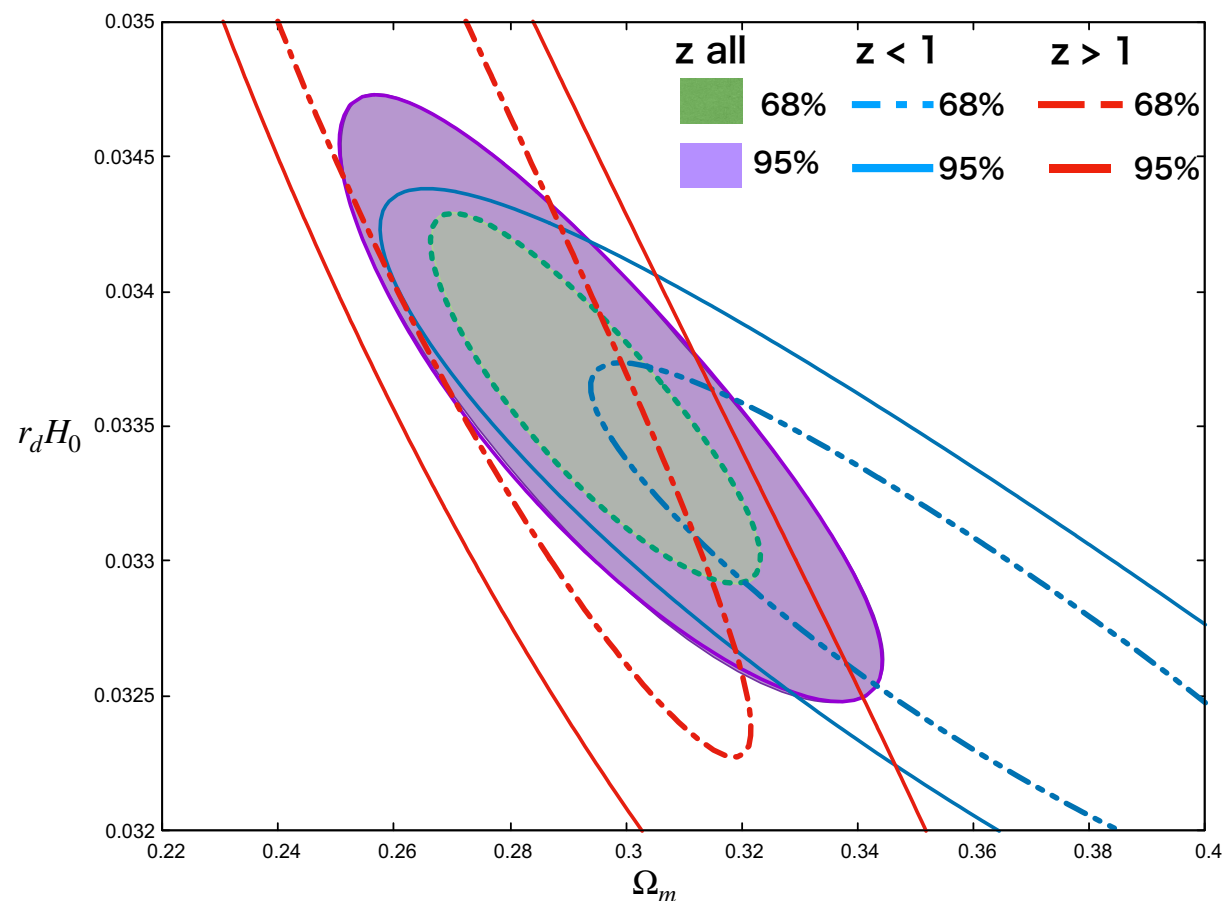
$$H_0 \simeq 67.09^{+2.1}_{-2.4} \text{ km/s/Mpc} \quad 68\% \text{ C.L.}$$

- BAO+BBN+SNela:

$$H_0 \simeq 68.02^{+1.0}_{-1.1} \text{ km/s/Mpc} \quad 68\% \text{ C.L.}$$



# 解析 ( $\Lambda$ CDMモデル)



$$f(z)|_{\Lambda\text{CDM}} = \frac{1}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + 1 - \Omega_m}}$$

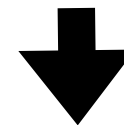
$$z > 1 : \quad \frac{D_H}{r_d} \propto \frac{1}{r_d H_0 \sqrt{\Omega_m}}$$

→  $r_d H_0$ と $\Omega_m$ がこの方向に沿って縮退している

$z < 1$  :  $f(z)|_{\Lambda\text{CDM}}$ を $z=0$ での展開を行うと

$$f(z)|_{\Lambda\text{CDM}} = 1 - \frac{3}{2}\Omega_m z + \mathcal{O}(z^2)$$

→  $r_d H_0 - \Omega_m$ 平面の縮退の方向は $\Omega_m$ 軸に平行に傾斜する



**$z < 1$ および $z > 1$ データからのBAOの制限は異なる方向になる**

# 解析 ( $w$ CDMモデル)

- BAO (  $z < 1$  ) + BBN+SNela :

$$H_0 \simeq 78.40^{+6.6}_{-5.1} \text{ km/s/Mpc}$$

68% C.L

- BAO (  $z > 1$  ) + BBN+SNela :

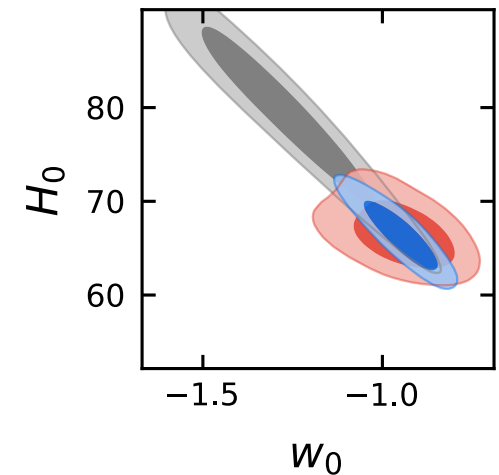
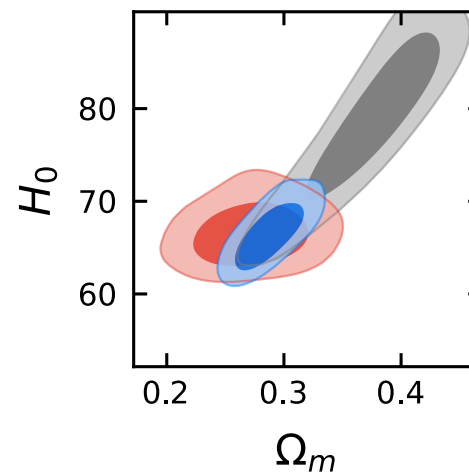
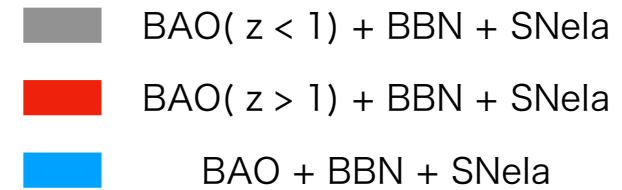
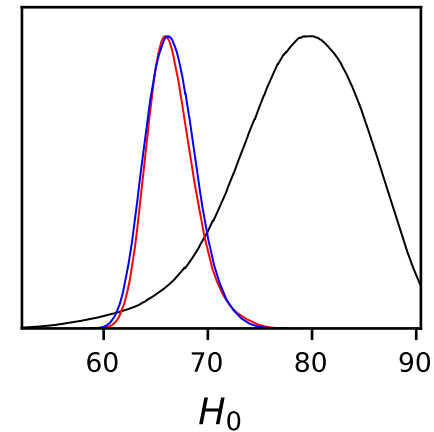
$$H_0 \simeq 65.94^{+2.2}_{-2.2} \text{ km/s/Mpc}$$

68% C.L

- BAO+BBN+SNela :

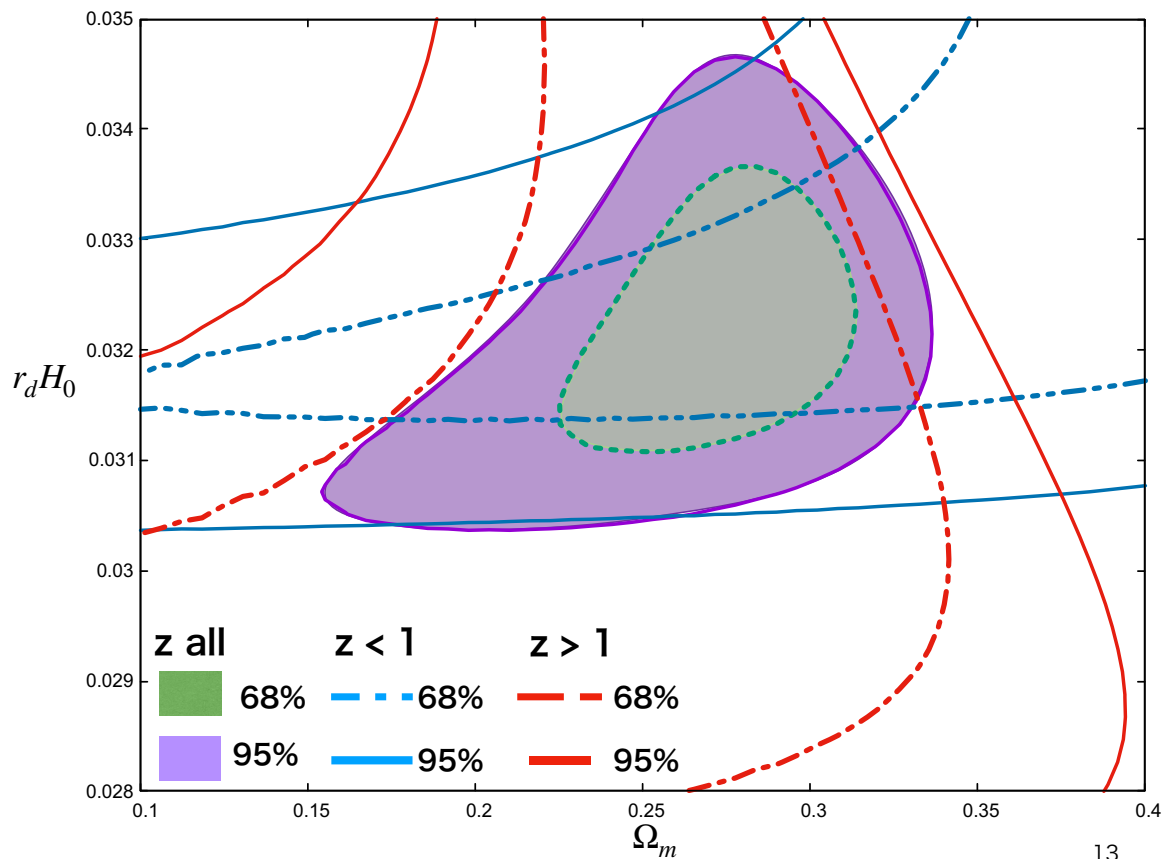
$$H_0 \simeq 66.44^{+2.3}_{-2.4} \text{ km/s/Mpc}$$

68% C.L



# 解析 ( $w$ CDMモデル)

$$w\text{CDMモデルの場合} : f(z)|_{w\text{CDM}} = \frac{1}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + (1-\Omega_m)(1+z)^{3(1+w)}}}$$



$$z > 1 : \frac{D_H}{r_d} \propto \frac{1}{r_d H_0 \sqrt{\Omega_m}}$$

→  $r_d H_0$ と $\Omega_m$ がこの方向に沿って縮退している

$\Omega_m$ と $w$ の間にも縮退がある

# 解析 ( $w$ CDMモデル)

wCDMモデルの場合 :  $f(z)|_{w\text{CDM}} = \frac{1}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + (1-\Omega_m)(1+z)^{3(1+w)}}}$

$z > 1$  :  $\frac{D_H}{r_d} \propto \frac{1}{r_d H_0 \sqrt{\Omega_m}}$

→  $r_d H_0$ と $\Omega_m$ がこの方向に沿って縮退している

$\Omega_m$ と $w$ の間にも縮退がある

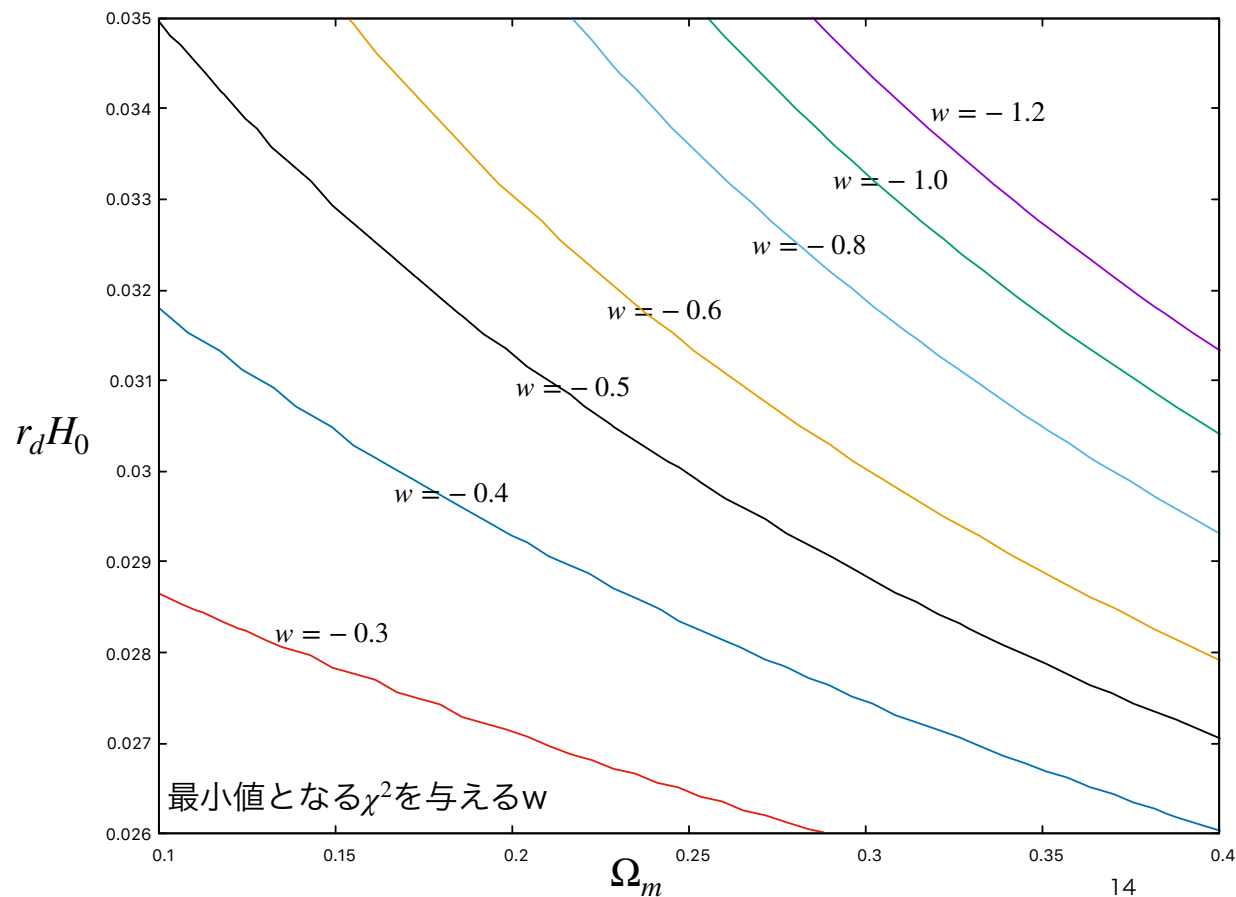
$\Omega_m$ が小さくなる



ダークエネルギーの $w$ が $w=0$ (matter)に近づく

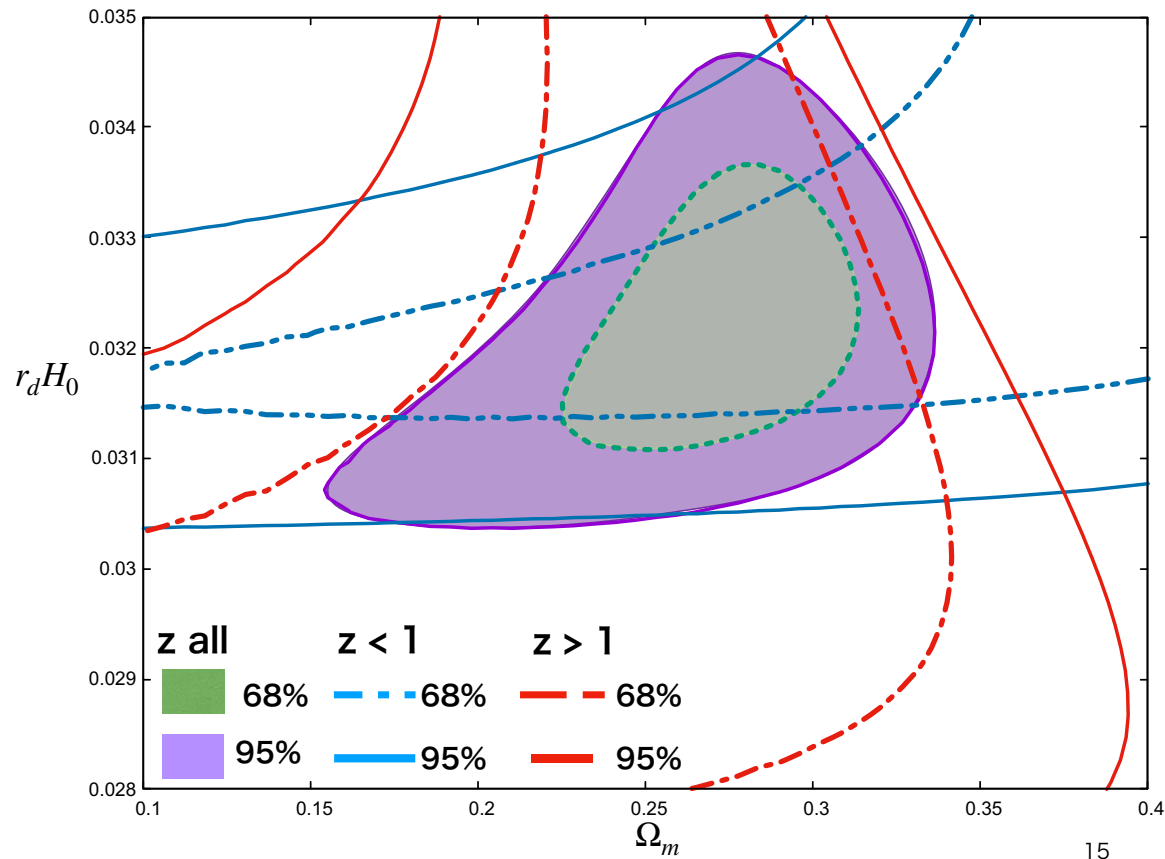


$\Omega_m$ と $w$ の縮退が激しくなり、 $\Omega_m$ が決まらなくなる



# 解析 ( $w$ CDM モデル)

$$w\text{CDMモデルの場合} : f(z)|_{w\text{CDM}} = \frac{1}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + (1-\Omega_m)(1+z)^{3(1+w)}}}$$



$$z > 1 : \frac{D_H}{r_d} \propto \frac{1}{r_d H_0 \sqrt{\Omega_m}}$$

→  $r_d H_0$  と  $\Omega_m$  がこの方向に沿って縮退している

$\Omega_m$  と  $w$  の間にも縮退がある

$z < 1 : f(z)|_{w\text{CDM}}$  を  $z=0$  での展開を行うと

$$f(z)|_{w\text{CDM}} = 1 + \frac{3}{2}(-1 - w + w\Omega_m)z + \mathcal{O}(z^2)$$

→  $r_d H_0 - \Omega_m$  平面の縮退の方向は  $\Omega_m$  軸に平行に傾斜する

$\Omega_m$  と  $w$  が縮退しており、 $\Omega_m$  と  $H_0$  も縮退している

→  **$\Omega_m$  と  $w$  が決まらない**

# 解析 (tension)

## Gaussian Tension

$$\frac{H_{0,i} - H_{0,\text{SH0ES}}}{(\sigma_i^2 + \sigma_{\text{SH0ES}}^2)^{1/2}}$$

$\left\{ \begin{array}{l} H_{0,i} : \text{モデル}i\text{における推定値のmean value} \\ \sigma_i : \text{モデル}i\text{における推定値の標準偏差} \end{array} \right.$

SH0ES collaboration

$$H_{0,\text{SH0ES}} = 73.2 \pm 1.3 \text{ km/s/Mpc}$$

|              | $\Lambda$ CDM | wCDM        | $N_{\text{eff}}\Lambda$ CDM | $\Omega_K\Lambda$ CDM | $w_0w_a$ CDM | $N_{\text{eff}}\Omega_K\Lambda$ CDM | $N_{\text{eff}}w_0w_a$ CDM | $w_0w_1w_2$ CDM |
|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-----------------------|--------------|-------------------------------------|----------------------------|-----------------|
| Significance | $3.1\sigma$   | $2.5\sigma$ | $2.5\sigma$                 | $1.7\sigma$           | $2.0\sigma$  | $1.8\sigma$                         | $2.2\sigma$                | $2.0\sigma$     |

## 解析 (tension)

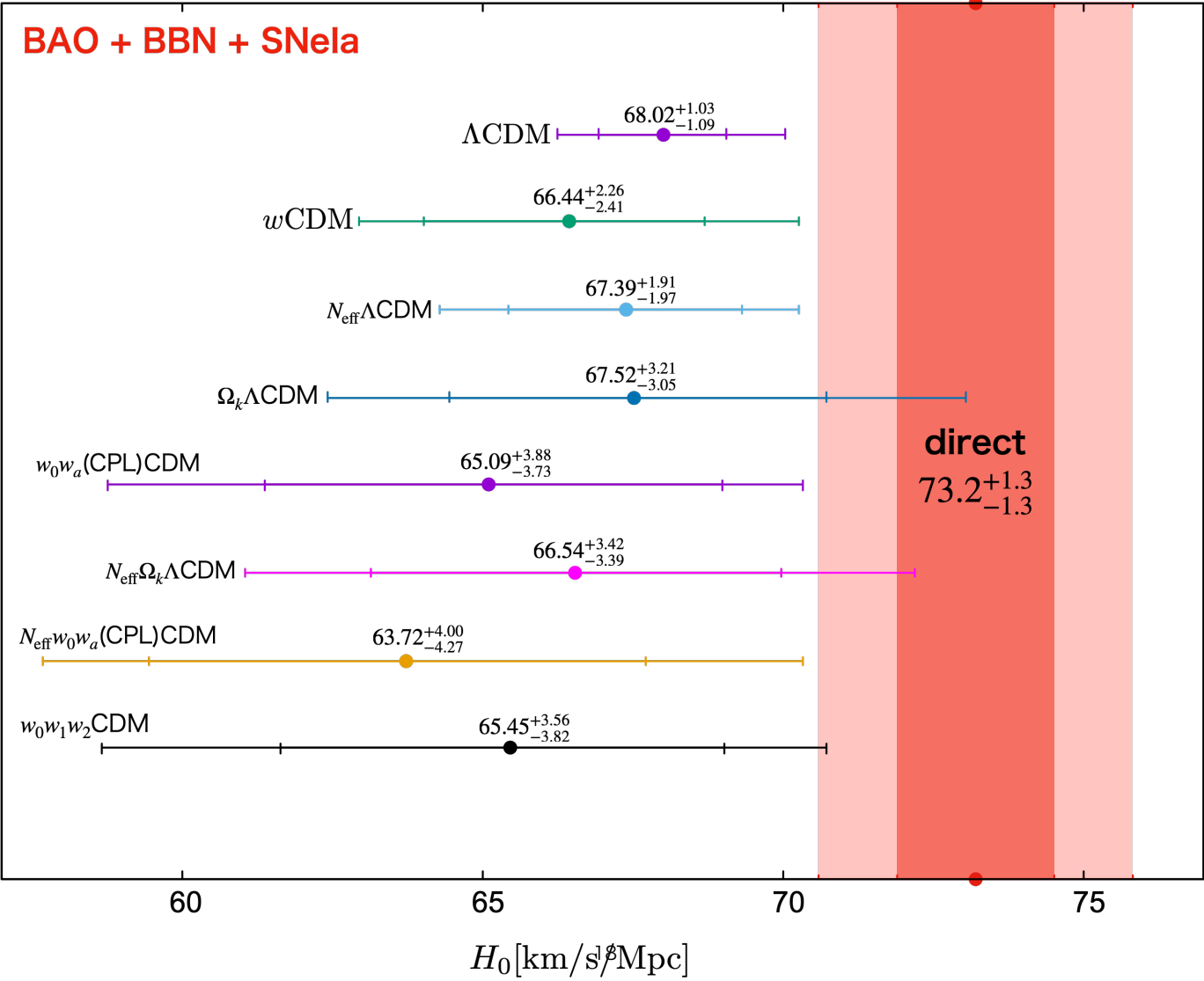
|              | $\Lambda$ CDM | wCDM        | $N_{\text{eff}}\Lambda$ CDM | $\Omega_K\Lambda$ CDM | $w_0w_a$ CDM | $N_{\text{eff}}\Omega_K\Lambda$ CDM | $N_{\text{eff}}w_0w_a$ CDM | $w_0w_1w_2$ CDM |
|--------------|---------------|-------------|-----------------------------|-----------------------|--------------|-------------------------------------|----------------------------|-----------------|
| Significance | $3.1\sigma$   | $2.5\sigma$ | $2.5\sigma$                 | $1.7\sigma$           | $2.0\sigma$  | $1.8\sigma$                         | $2.2\sigma$                | $2.0\sigma$     |

SH0ES collaboration

$$H_{0,\text{SH0ES}} = 73.2 \pm 1.3 \text{ km/s/Mpc}$$

**tensionは弱くなるものの、tensionは存在する**

# 解析 (まとめ)



# CMBを含めた解析との比較

# 解析

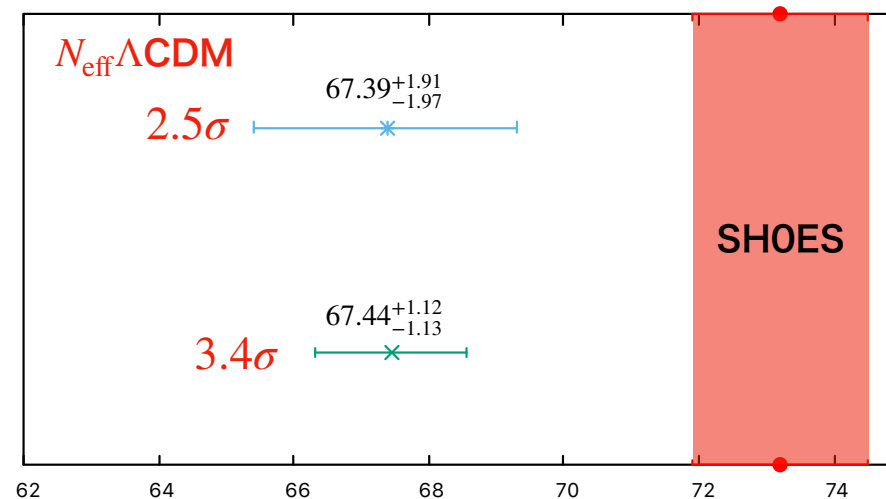
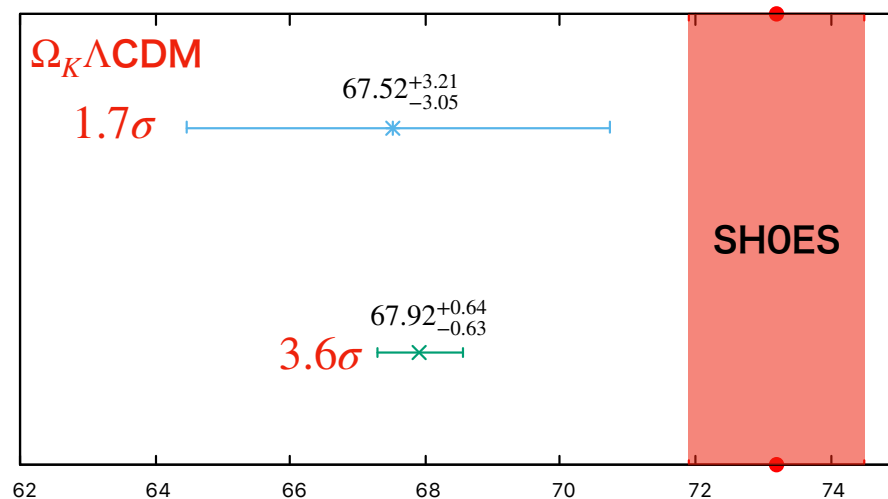
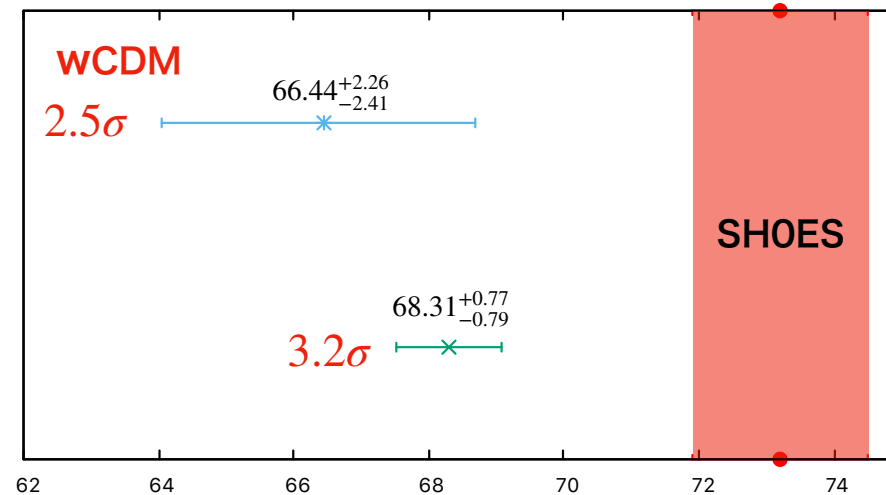
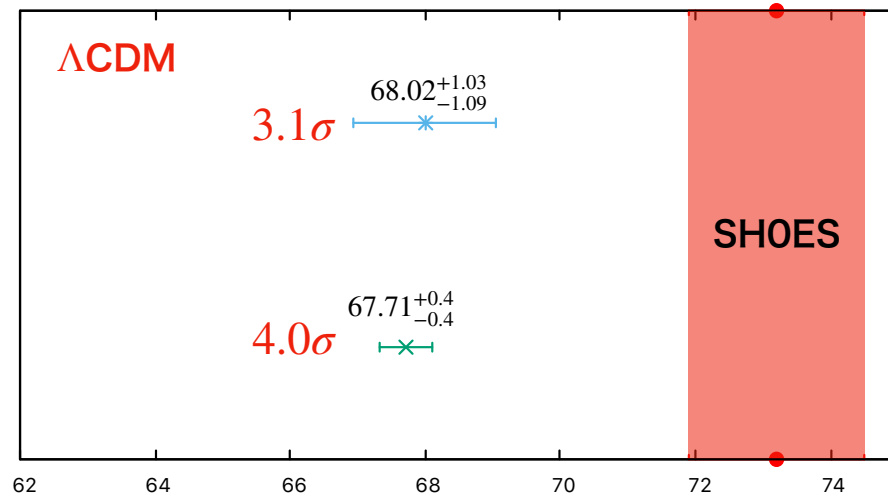
---

- マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) (CosmoMC)
  - Planck 2018 (including TTTEEE and lensing) [N. Aghanim et al. , A&A \(arXiv:1807.06209\)](#)
- BAO
  - SDSS-III BOSS DR12 galaxy samples ( $z=0.38, 0.51, 0.61$ ) [S. Alam et al., MNRAS \(arXiv:1607.03155\)](#)
  - SDSS DR7 Main Galaxy Sample ( $z=0.15$ ) [J. Ross et al. , MNRAS \(arXiv:1409.3242\)](#)
  - 6dF Galaxy Survey [F. Beutler et al., MNRAS \(arXiv:1106.3366\)](#)
- SNeIa
  - Pantheon sample [D. M. Scolnic et al., ApJ \(arXiv:1710.00845\)](#)

# 解析 (Planck有りとの比較)

BAO + BBN + SNela

Planck + BAO + SNela



$H_0$  [km/s/Mpc]

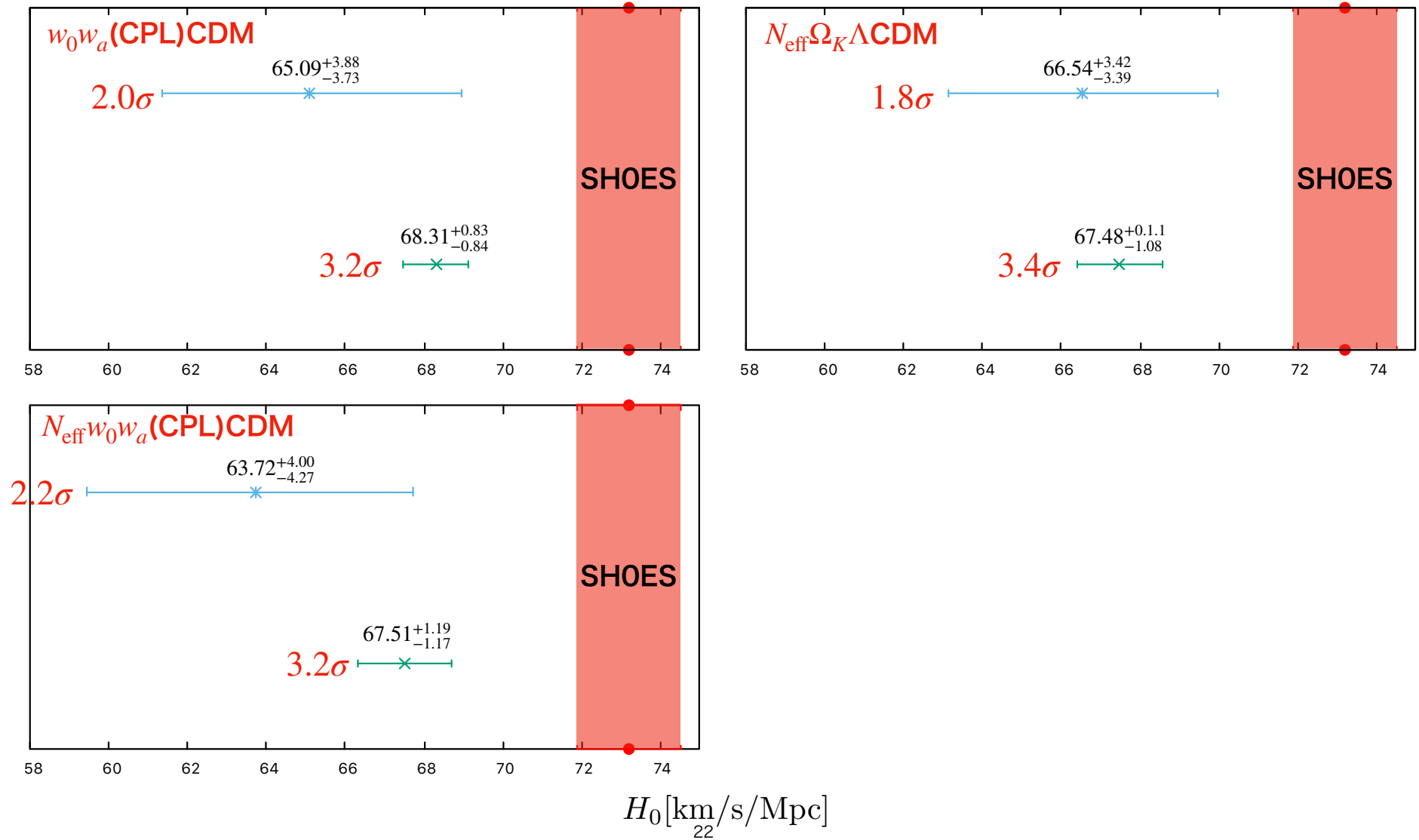
# 解析 (Planck有りとの比較)



BAO + BBN + SNe Ia



Planck + BAO + SNe Ia



# 解析 (その他のモデルとの比較)

## Planck + BAO

| Model                    | $\Delta N_{\text{param}}$ | $H_0$            | Gaussian Tension |
|--------------------------|---------------------------|------------------|------------------|
| $\Lambda$ CDM            | 0                         | $67.77 \pm 0.44$ | $4.0\sigma$      |
| $\Delta N_{\text{ur}}$   | 1                         | $68.38 \pm 0.69$ | $3.3\sigma$      |
| SIDR                     | 1                         | $68.67 \pm 0.84$ | $2.9\sigma$      |
| mixed DR                 | 2                         | $67.83 \pm 1.23$ | $3.0\sigma$      |
| DR-DM                    | 2                         | $68.55 \pm 0.92$ | $2.9\sigma$      |
| SI $\nu$ +DR             | 3                         | $66.79 \pm 1.18$ | $3.7\sigma$      |
| Majoron                  | 3                         | $68.86 \pm 0.93$ | $2.7\sigma$      |
| primordial B             | 1                         | $68.50 \pm 0.62$ | $3.3\sigma$      |
| varying $m_e$            | 1                         | $68.46 \pm 1.26$ | $2.6\sigma$      |
| varying $m_e + \Omega_k$ | 2                         | $69.29 \pm 2.11$ | $1.6\sigma$      |
| EDE                      | 3                         | $68.51 \pm 0.55$ | $3.3\sigma$      |
| NEDE                     | 3                         | $68.80 \pm 0.68$ | $3.0\sigma$      |
| EMG                      | 3                         | $68.36 \pm 0.87$ | $3.1\sigma$      |
| CPL                      | 2                         | $65.61 \pm 1.60$ | $3.7\sigma$      |
| PEDE                     | 0                         | $71.75 \pm 0.51$ | $1.0\sigma$      |
| GPEDE                    | 1                         | $69.03 \pm 1.19$ | $2.4\sigma$      |
| DM $\rightarrow$ DR+WDM  | 2                         | $67.66 \pm 0.43$ | $4.0\sigma$      |
| DM $\rightarrow$ DR      | 2                         | $67.63 \pm 0.47$ | $4.0\sigma$      |

Schöneberg et al., arXiv:2107.10291

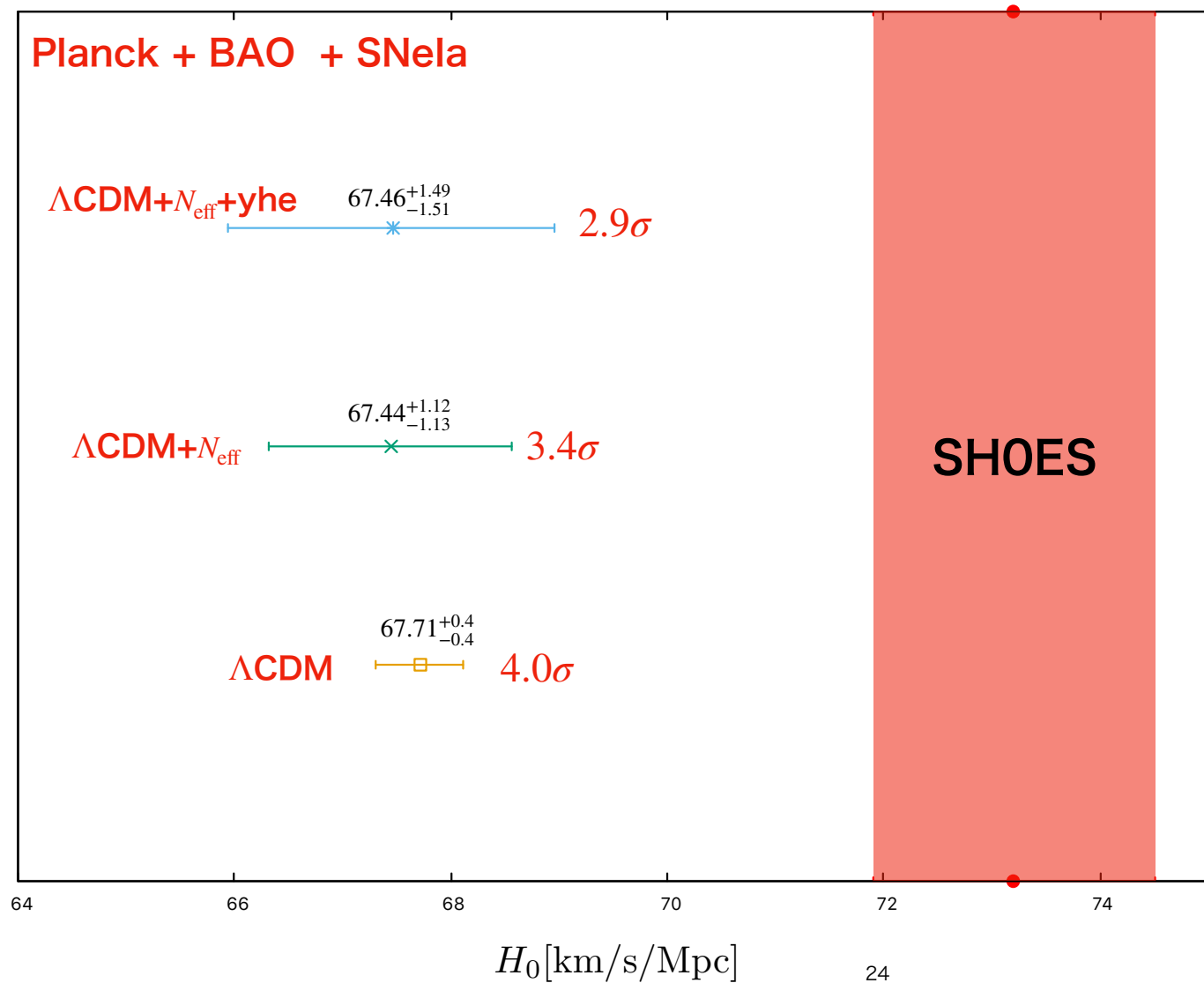
| Model                                                | $\Delta N_{\text{param}}$ | $H_0$            | Gaussian Tension |
|------------------------------------------------------|---------------------------|------------------|------------------|
| $\Lambda$ CDM                                        | 0                         | $67.66 \pm 0.41$ | $4.1\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+ $m_\nu$                               | 1                         | $67.79 \pm 0.50$ | $3.9\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+ $\Omega_K$                            | 1                         | $67.86 \pm 0.67$ | $3.7\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+ $N_{\text{eff}}$                      | 1                         | $67.25 \pm 1.13$ | $3.5\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+ $n_{\text{run}}$                      | 1                         | $67.66 \pm 0.41$ | $4.1\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+yhe                                    | 1                         | $67.62 \pm 0.48$ | $4.0\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+ $N_{\text{eff}} + \Omega_K$           | 2                         | $67.32 \pm 1.15$ | $3.4\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+ $N_{\text{eff}} + m_\nu$              | 2                         | $67.32 \pm 1.16$ | $3.4\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+ $n_{\text{run}} + n_{\text{run,run}}$ | 2                         | $67.65 \pm 0.44$ | $4.0\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+ $N_{\text{eff}} + n_{\text{run}}$     | 2                         | $66.72 \pm 1.29$ | $3.5\sigma$      |
| $\Lambda$ CDM+yhe+ $N_{\text{eff}}$                  | 2                         | $67.24 \pm 1.54$ | $3.0\sigma$      |

$n_{\text{run}}$  : running spectral index ,  $n_{\text{run,run}}$  : running of running spectral index

yhe : ヘリウム4の存在量,  $m_\nu$  : ニュートリノの質量

**$H_0$ を解決するために提案された複雑なモデルと、  
 $\Lambda$ CDMのシンプルな拡張のsignificanceは  
それほど変わらない場合がある**

# 解析 (Planck)



yhe +  $N_{\text{eff}}$  モデルの場合、  
誤差が大きくなり、  
tensionは弱くなる

## 結論

---

- ・ CMB以外の間接測定、バリオン音響振動, ビックバン元素合成, Ia型超新星爆発のデータを用いた場合、 $H_0$ の値は低くなる
- ・ Planck2018のデータセットを用いた場合、 $\Lambda$ CDMを超えたモデルにおいてもtensionのsignificanceは高い



$\Lambda$ CDMを超えたモデルにおいても、tensionは弱くなるがハッブル定数問題が存在する

Thank you for your attention!