

# 銀河形成シミュレーションを用いた 銀河の特異速度の推定法の開発

弘前大学大学院 理工学研究科 阿部祐大、高橋龍一(共同研究者)

# 導入

- ・ 中性子星合体からの重力波がLIGOとVirgoによって初めて検出

； 電磁波観測から母銀河も特定

LIGO Scientific Collaboration, et al, 2017

→ 後退速度と距離の関係からハッブル定数が約15%の精度で決定

$$v = H_0 d$$

銀河の後退速度 $v$ ：観測した赤方偏移から決定

母銀河までの距離 $d$ ：重力波を用いて決定

重力波による距離決定

； 距離はしごを仮定しないため系統誤差が非常に小さい

# 導入

- ・ 銀河の後退速度；

銀河の特異速度の効果により大きな不定性が残る

$$v = v_H + v_p$$

特異速度  $v_p$  : (視線方向)

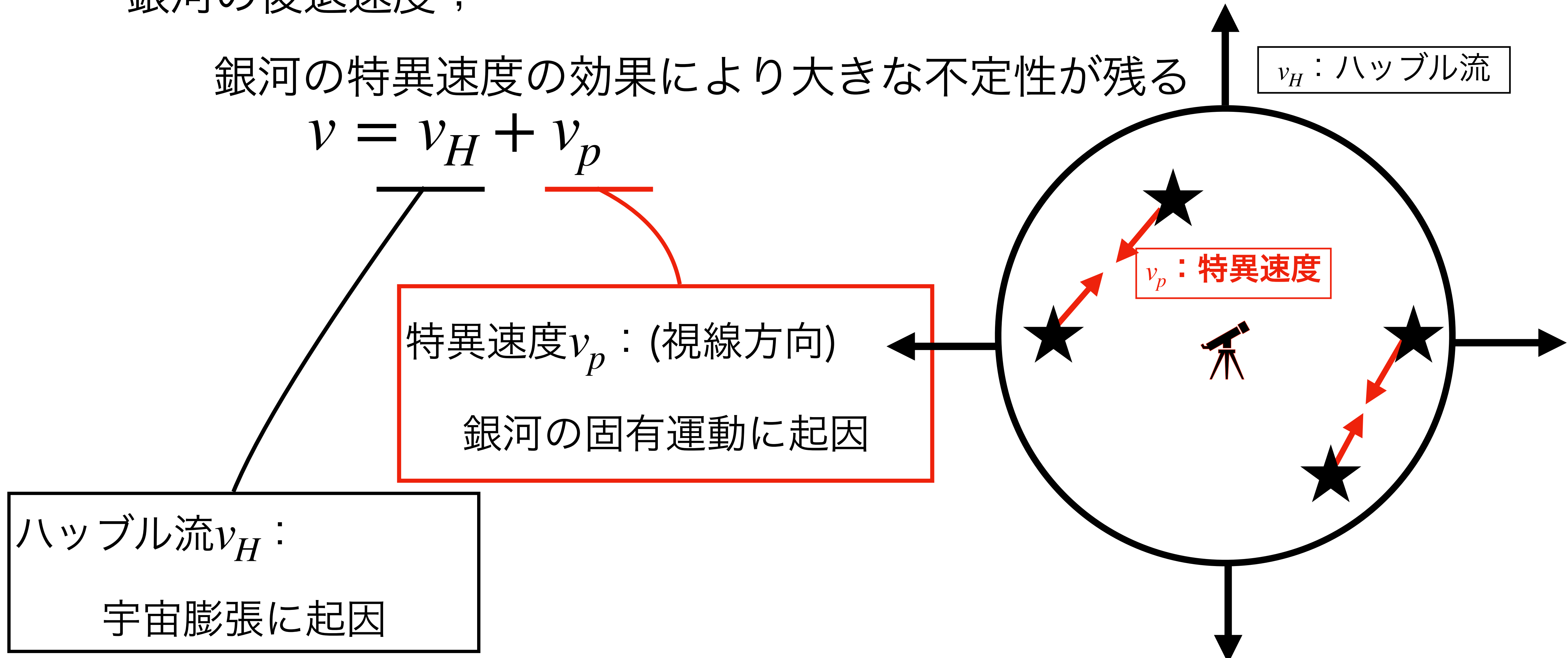
銀河の固有運動に起因

ハッブル流  $v_H$  :

宇宙膨張に起因

$v_H$  : ハッブル流

$v_p$  : 特異速度



# 導入

- ・ 研究目標

$$v = v_H + \cancel{v_p}$$

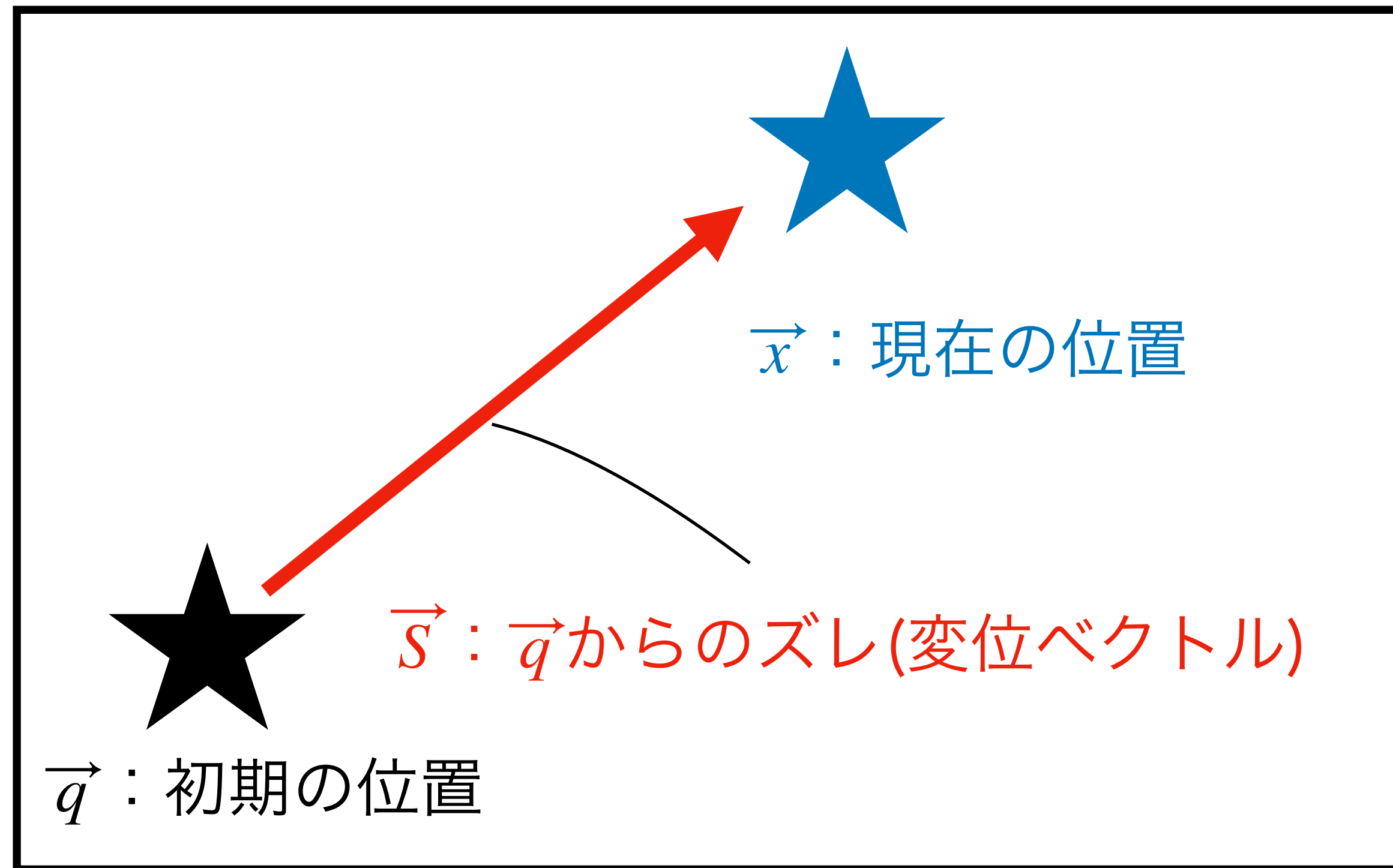
摂動論を用いて銀河の特異速度を除去する

- ・ 通常の座標系(実空間)と銀河サーベイから得られる座標系(赤方偏移空間)で線形摂動論(ZA)と2次の摂動論(2LPT)を用いて速度場の推定を行なった
- ・ 銀河形成シミュレーションを用いて特異速度を推定する手法を開発する
- ・ 観測領域が有限であることを考慮した速度推定についても議論する

# 特異速度 $\vec{v}_p$ : 銀河の固有運動に起因

- 銀河の固有運動

→ 重力によって周辺の密度分布が変化する事により生じる



$$\vec{x}(\vec{q}) = \vec{q} + \vec{S}(\vec{q})$$

$$\vec{v}_p(\vec{q}) \equiv \frac{d\vec{S}}{dt}$$

# 摂動論を用いた特異速度場の推定

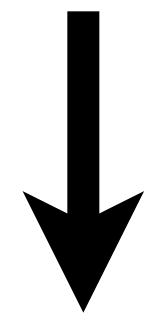
- ・ 線形摂動論(ZA；ゼルドビッチ近似)
- ・ 2次の摂動論(2LPT)

これらを用いて以下の様に速度を推定する

1 物質密度場にガウシアンフィルターをかけ線形密度場を求める



2 ポアソン方程式を用いて線形密度場から重力ポテンシャルを求める



3 重力ポテンシャルから速度場を推定する

# 摂動論を用いた特異速度場の推定

1 物質密度場にガウシアンフィルターをかけ線形密度場を求める

→物質密度場の小スケールの影響を除去する為にフィルターをかける

$$\delta \times G \rightarrow \delta^{(1)}$$

$$G(k) = \exp[-0.5k^2\Sigma^2]$$

- $\delta$  : 物質密度場
- $G$  : ガウシアンフィルター
- $\delta^{(1)}$  : 線形密度場
- $\Sigma[h^{-1}\text{Mpc}]$  : ガウシアンスケール

ここではガウシアンスケールを $\Sigma = 5[h^{-1}\text{Mpc}]$ としている

# 摂動論を用いた特異速度場の推定

2 ポアソン方程式を用いて線形密度場から重力ポテンシャルを求める

- ・ポアソン方程式

$$\nabla^2 \phi^{(1)}(\vec{x}) = \delta^{(1)}(\vec{x})$$

2次の密度場：線形ポテンシャルを用いて求める

$$\nabla^2 \phi^{(2)}(\vec{x}) = \delta^{(2)}(\vec{x})$$

- ・  $\phi^{(1)}$ ：線形ポテンシャル
- ・  $\delta^{(2)}$ ：2次の密度場
- ・  $\phi^{(2)}$ ：2次のポテンシャル

# 摂動論を用いた特異速度場の推定

## 3 重力ポテンシャルから速度場を推定する

$$\nabla \phi^{(1)}(\vec{x}) \rightarrow \vec{v}^{(1)}(\vec{x})$$

$$\nabla \phi^{(2)}(\vec{x}) \rightarrow \vec{v}^{(2)}(\vec{x})$$

$$\vec{v}(\vec{x}) = \vec{v}^{(1)} + \vec{v}^{(2)}$$

ZA

2LPT

# 摂動論を用いた特異速度場の推定

- 1 物質密度場にガウシアンフィルターをかけ線形密度場を求める
- 2 ポアソン方程式を用いて線形密度場から重力ポテンシャルを求める
- 3 重力ポテンシャルから速度場を推定する

$$\delta \xrightarrow{1} \delta^{(1)} \xrightarrow{2} \phi^{(1)}, \phi^{(2)} \xrightarrow{3} \vec{v}^{(1)}, \vec{v}^{(2)}$$

→密度場から速度場を推定できる

# TNG300-1

- ・ 銀河形成の大規模な宇宙論電磁流体シミュレーション Nelson D., et al, 2019

1辺が $205[h^{-1}\text{Mpc}]$ の立方体内に

バリオンとダークマター粒子を

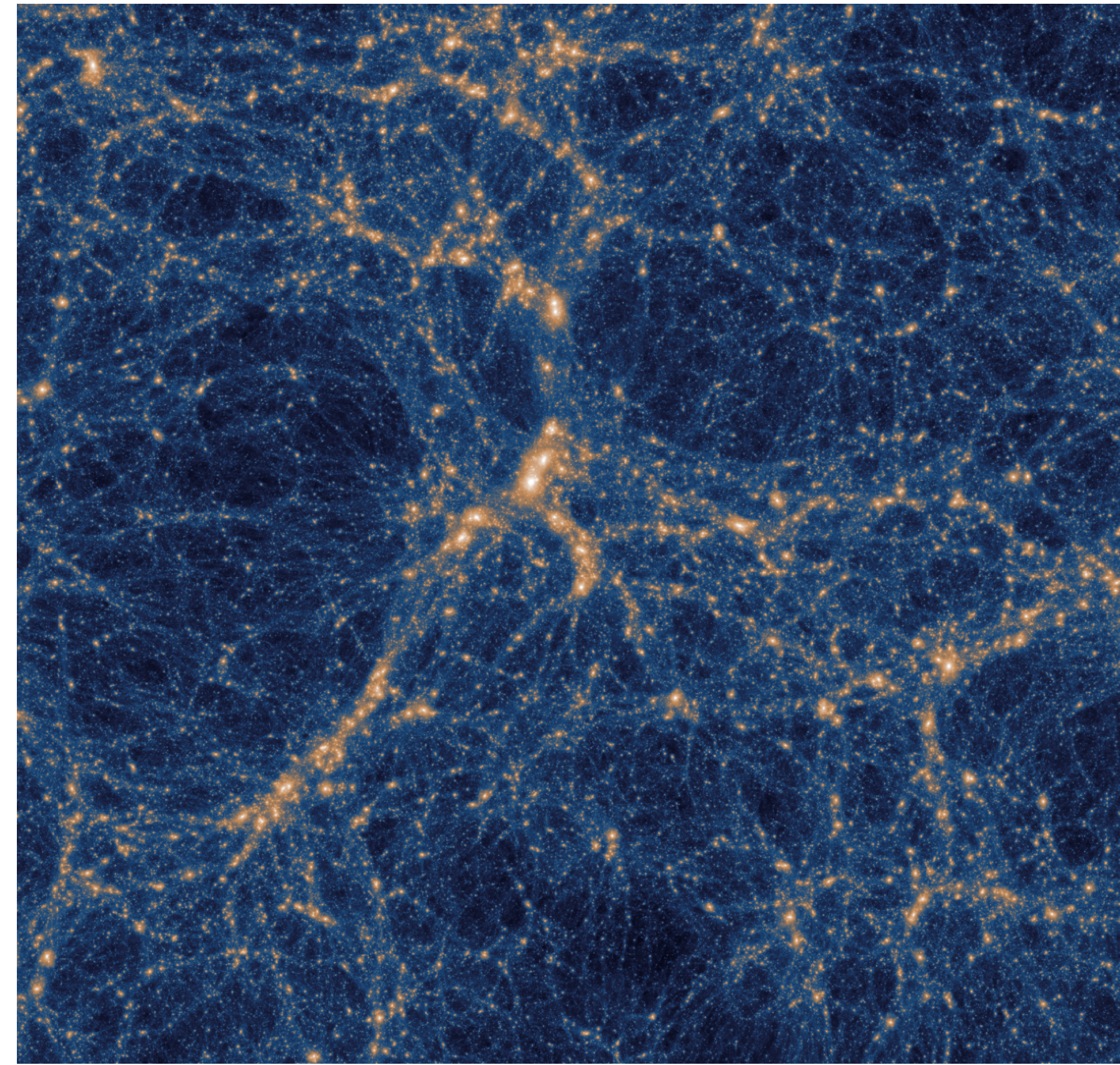
それぞれ約 $2500^3$ 個含む

この粒子分布(位置、速度、質量)を

用いて物質密度場を求める

今回扱う $z = 0$ では1,875,800個の銀河を含む

銀河形成のイメージ

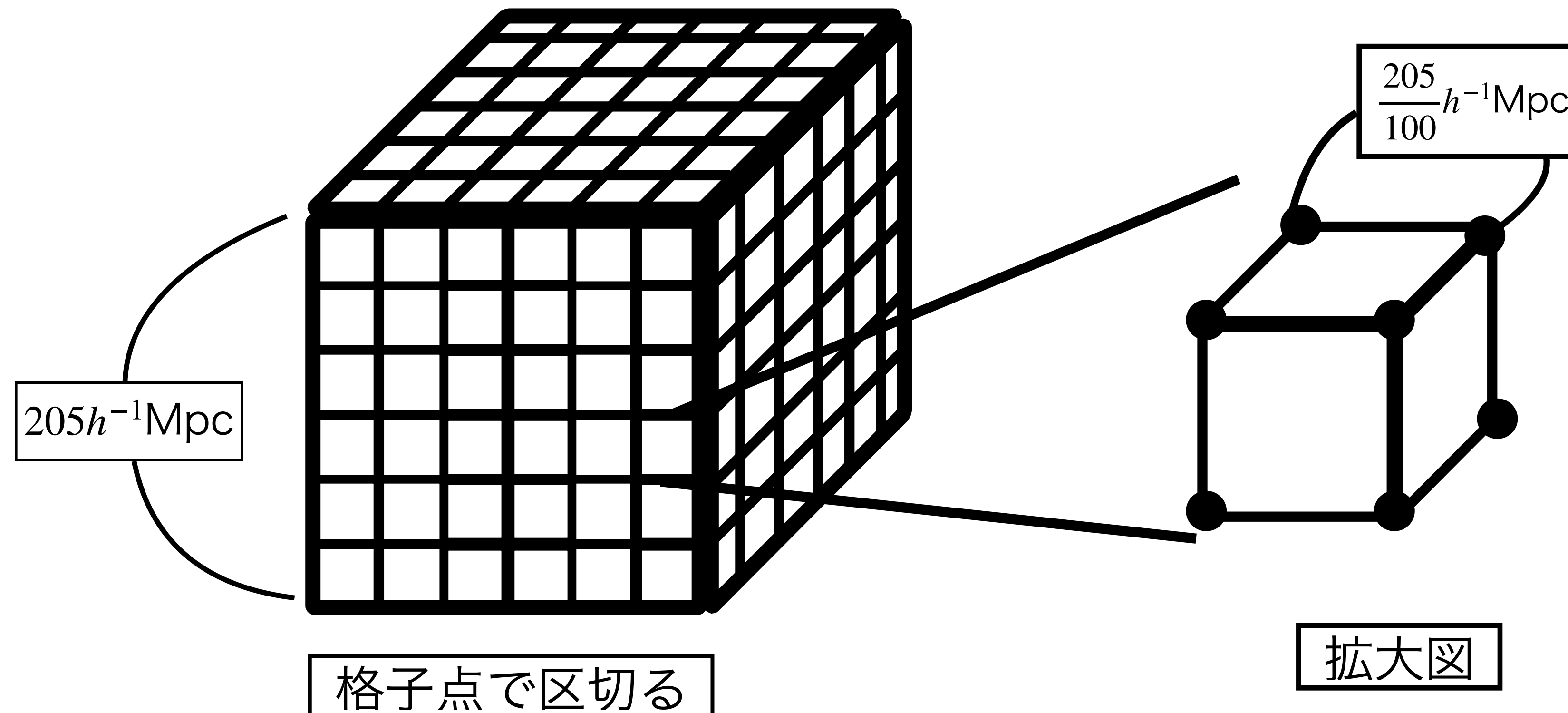


- ・ 宇宙論パラメータ : Planck Collaboration(2016)の結果を使用

# 銀河形成シミュレーションの粒子分布から密度場を求める

- ・ TNG300内を格子点(●)で区切る；今回は $100^3$ 個で区切っている
- ・ 格子点毎に物質密度場 $\delta(\vec{X}_g)$ を割り当て速度を算出する

→各格子点上での速度が推定される



# 速度の補正

- ・ 推定した各格子点上の速度をTNG内の銀河に割り当てる

割り当てに関しては銀河の近くにある8つの格子点を用いて行う (Cloud In Cell)

完璧に速度が推定できていれば以下の式は0になるはず

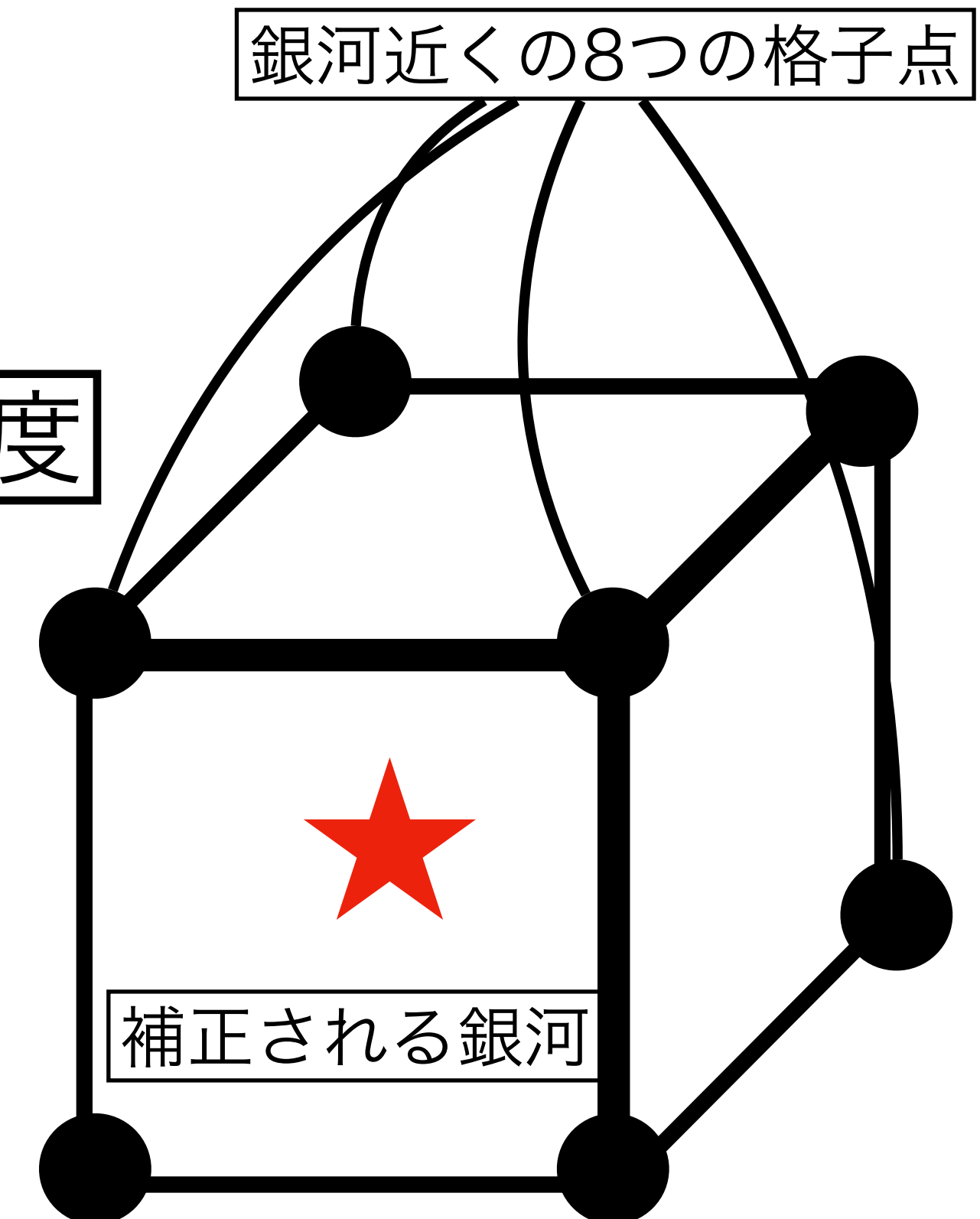
$$v'_z = v_z - v_{est}$$

補正後の銀河速度(z成分)

推定した特異速度

TNG内の銀河の速度

補正前、補正後の銀河の速度分布を比較する



# 補正前の速度分布

・ 右図；

フィールド銀河の速度分布

→ $z$ 成分のみを表す

横軸；銀河の速度

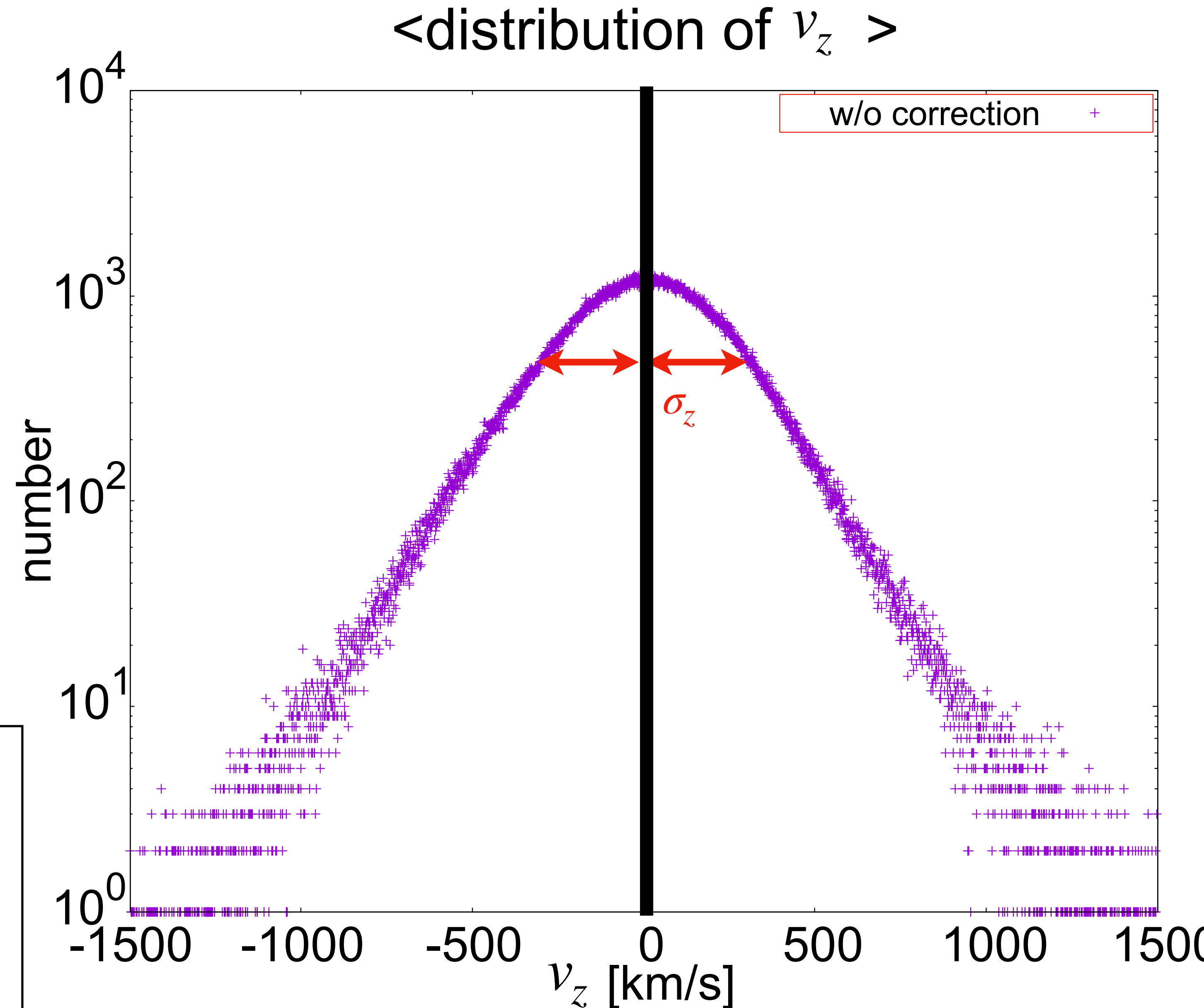
縦軸；対応する銀河の個数

・ 標準偏差； $\sigma_z = 275.285[\text{km s}^{-1}]$

・ フィールド銀河の個数；713,798個

フィールド銀河

；銀河団に属さず、単独で存在する銀河  
銀河団内の銀河に比べ非線形性が小さく  
摂動論が有効



# 結果：実空間 ( $\Sigma = 5h^{-1}\text{Mpc}$ )

- 3つの速度分布、標準偏差を比較

補正前；  $\sigma_z = 275.285 \text{ [km s}^{-1}\text{]}$

ZA；  $\sigma_z = 151.398 \text{ [km s}^{-1}\text{]} (45 \% \text{ 減})$

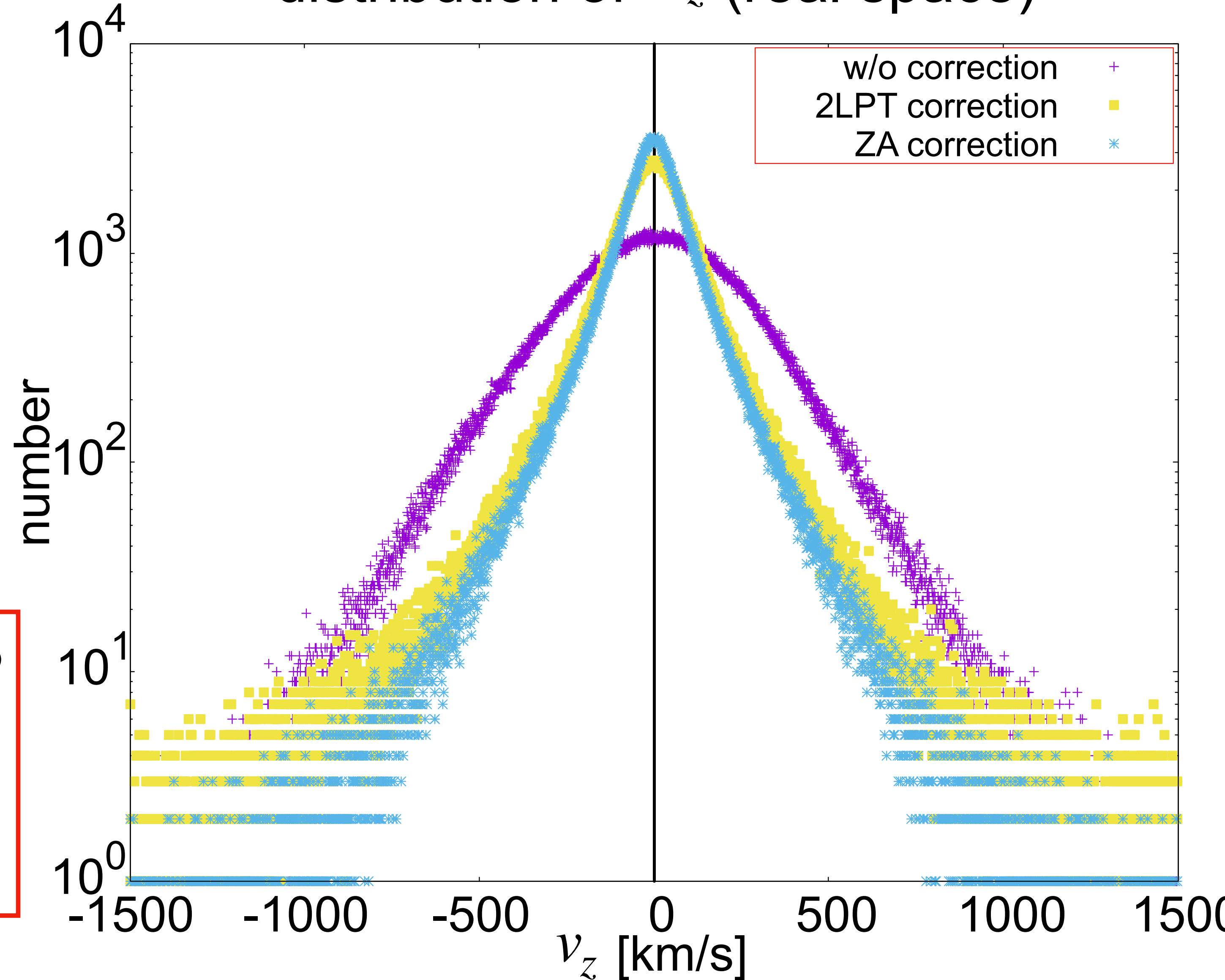
2LPT；  $\sigma_z = 231.42 \text{ [km s}^{-1}\text{]} (16 \% \text{ 減})$

補正で速度分布がシャープになる

ZAの方が補正の精度が高い

2LPT：分布が外側に広がる

<distribution of  $v_z$  (real space)>



# 赤方偏移空間

- ・ TNGの座標系は実空間
- ・ 実際に観測されるのは赤方偏移空間
  - ； 赤方偏移空間での密度場も考慮する必要がある

$$\vec{s} = \vec{x} + \frac{1}{aH} [\vec{v} \cdot \hat{z}] \hat{z}$$

- ・ 実空間であるTNG内の粒子の座標を赤方偏移空間へと変換する  
→ 赤方偏移空間での物質密度場を求める

# 赤方偏移空間：カイザーの公式

- ・今回は実空間であるTNGの速度場を補正

→赤方偏移空間での物質密度場 $\delta_s$ を実空間に変換する必要がある

- ・線形領域での密度場；フーリエ空間を介して以下の関係が成り立つ

$$\tilde{\delta}_s(\vec{k}) = (1 + f_1 \mu^2) \tilde{\delta}(\vec{k}) \quad \dots \text{カイザーの公式}$$

- ・カイザーの公式を用いて

赤方偏移空間での密度場 $\delta_s$ を介した実空間での速度場を求める

$$\mu = \frac{k_z}{k}$$

# 結果：赤方偏移空間 ( $\Sigma = 5h^{-1}\text{Mpc}$ )

<distribution of  $v_z$  redshift space>

- ・ 同じ様に補正の結果を示す

補正前；  $\sigma_z = 275.285 \text{ [km s}^{-1}\text{]}$

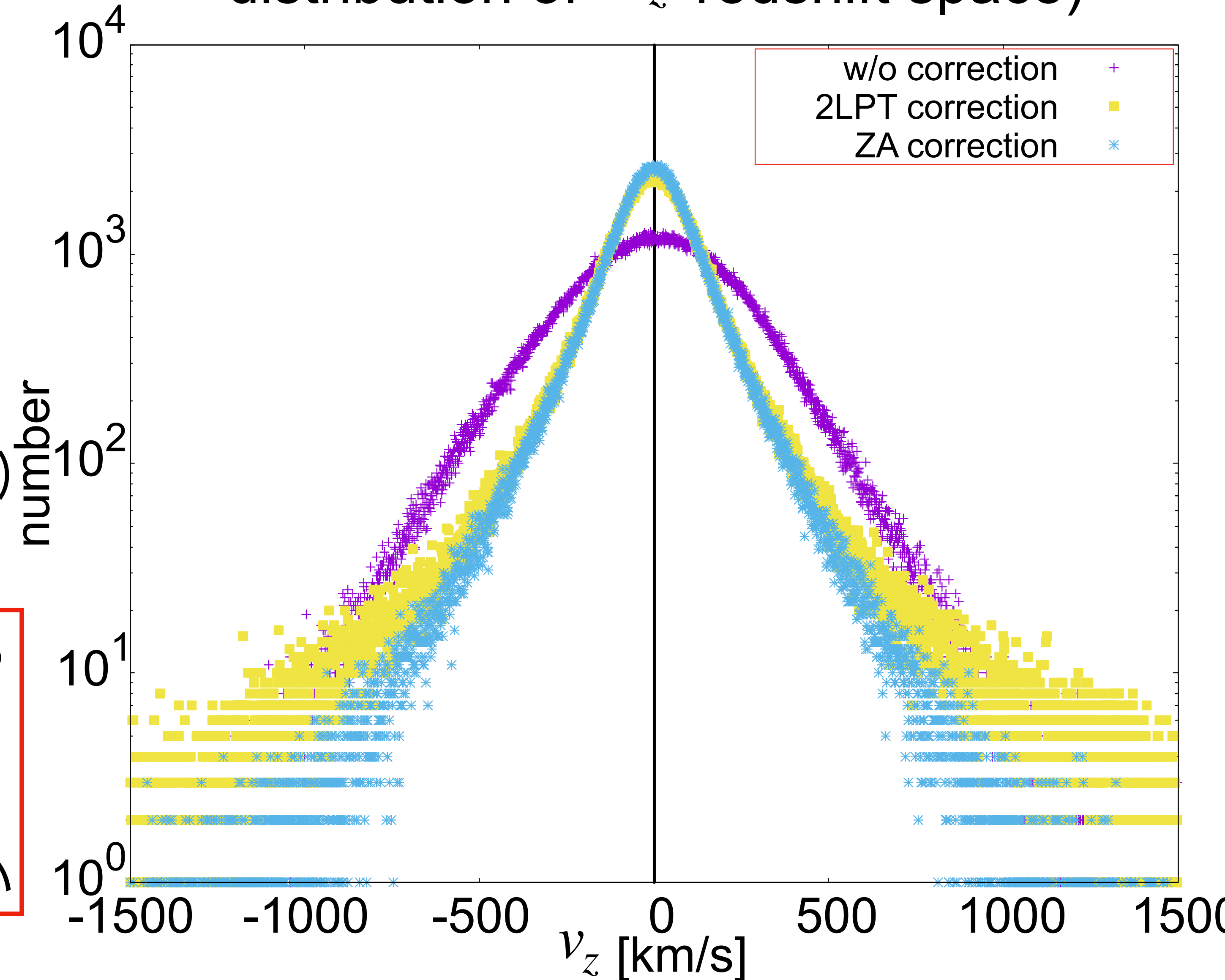
ZA；  $\sigma_z = 170.53 \text{ [km s}^{-1}\text{]} (38\% \text{ 減})$

2LPT；  $\sigma_z = 222.284 \text{ [km s}^{-1}\text{]} (19\% \text{ 減})$

補正で速度分布がシャープになる

ZA：標準偏差の値は

実空間に比べ小さくならない



# 観測領域が有限であることを考慮した速度推定

ここまではTNGのボックスの情報を全て用いて速度推定を行なった

実際の観測；観測領域は有限であり、使える情報も限られる

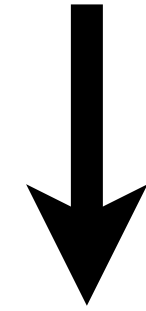
→実際の観測により近づける

；TNGのボックスの一部を使った状況での特異速度の推定を行なった

以下に手順を示す

# 観測領域が有限であることを考慮した速度推定

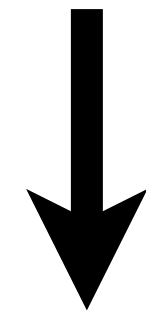
1 あるフィールド銀河を中心に半径 $R[h^{-1}\text{Mpc}]$ の球で囲む



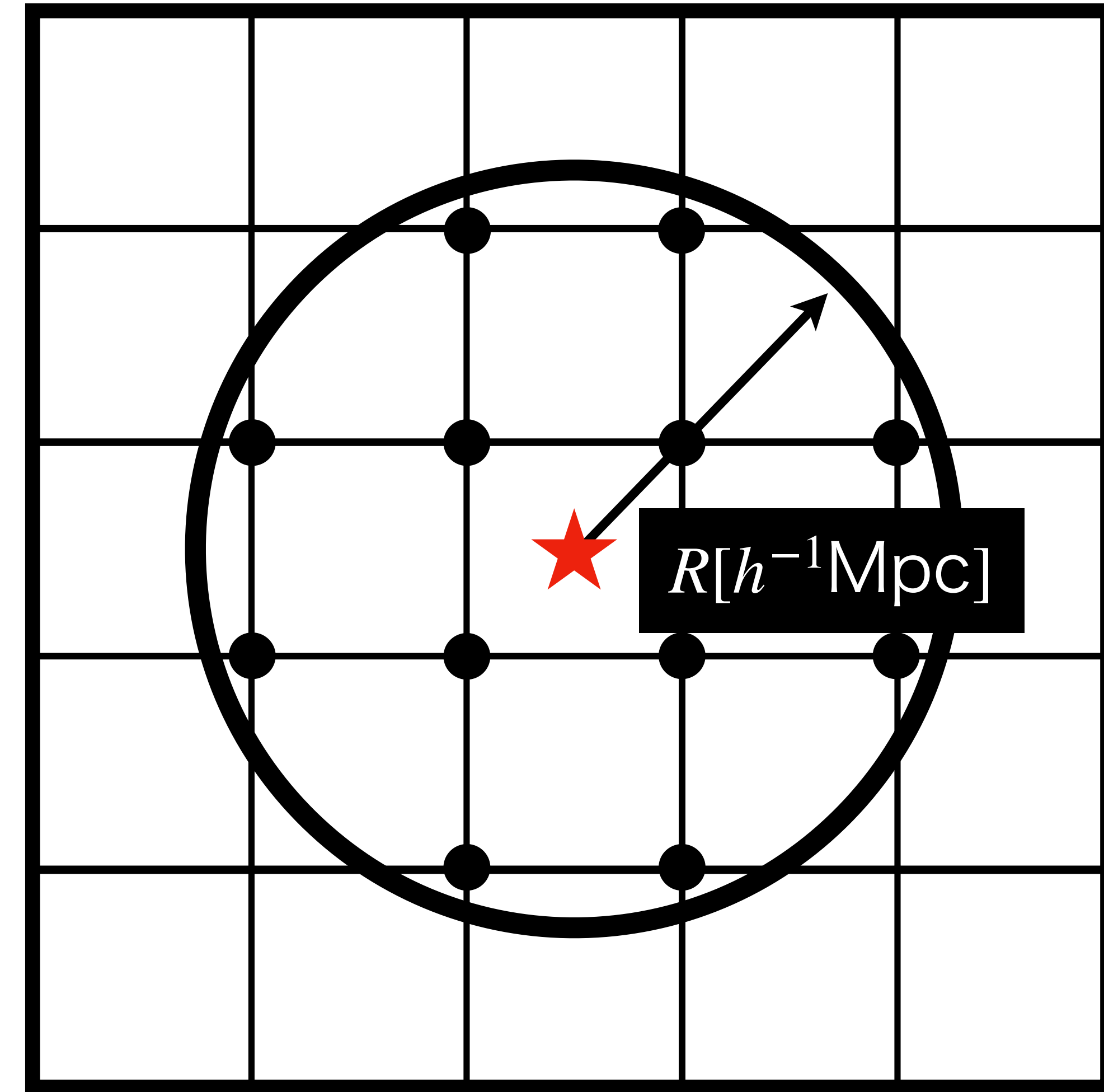
2 球に囲まれた格子点のみの情報を使う

； それ以外は $\delta = 0$ と置く

$$\delta_R(\vec{X}_g) = \begin{cases} \delta(\vec{X}_g) & (\text{領域内}) \\ 0 & (\text{領域外}) \end{cases}$$



3 上で得た $\delta_R(\vec{X}_g)$ を用いて速度を推定する



全体の格子点は $100^3$ としている

# 今回用いるフィールド銀河

- ・ TNGの銀河カタログからランダムに選んだフィールド銀河

$$N = 497\text{個} \quad , \quad \sigma_z = 272.183[\text{kms}^{-1}]$$

これらの銀河を中心に半径 $R$ の球で領域を区切り、速度推定を行う

またそれぞれの銀河について $v'_z$ を求め補正後の標準偏差を求める

$$v'_z = v_z - v_{est}$$

補正後の銀河速度

推定した特異速度

TNG内の銀河の速度

ここでは平滑化スケールを $\Sigma = 5[h^{-1}\text{Mpc}]$ としている

実空間： $ZA, \Sigma = 5[h^{-1}\text{Mpc}]$

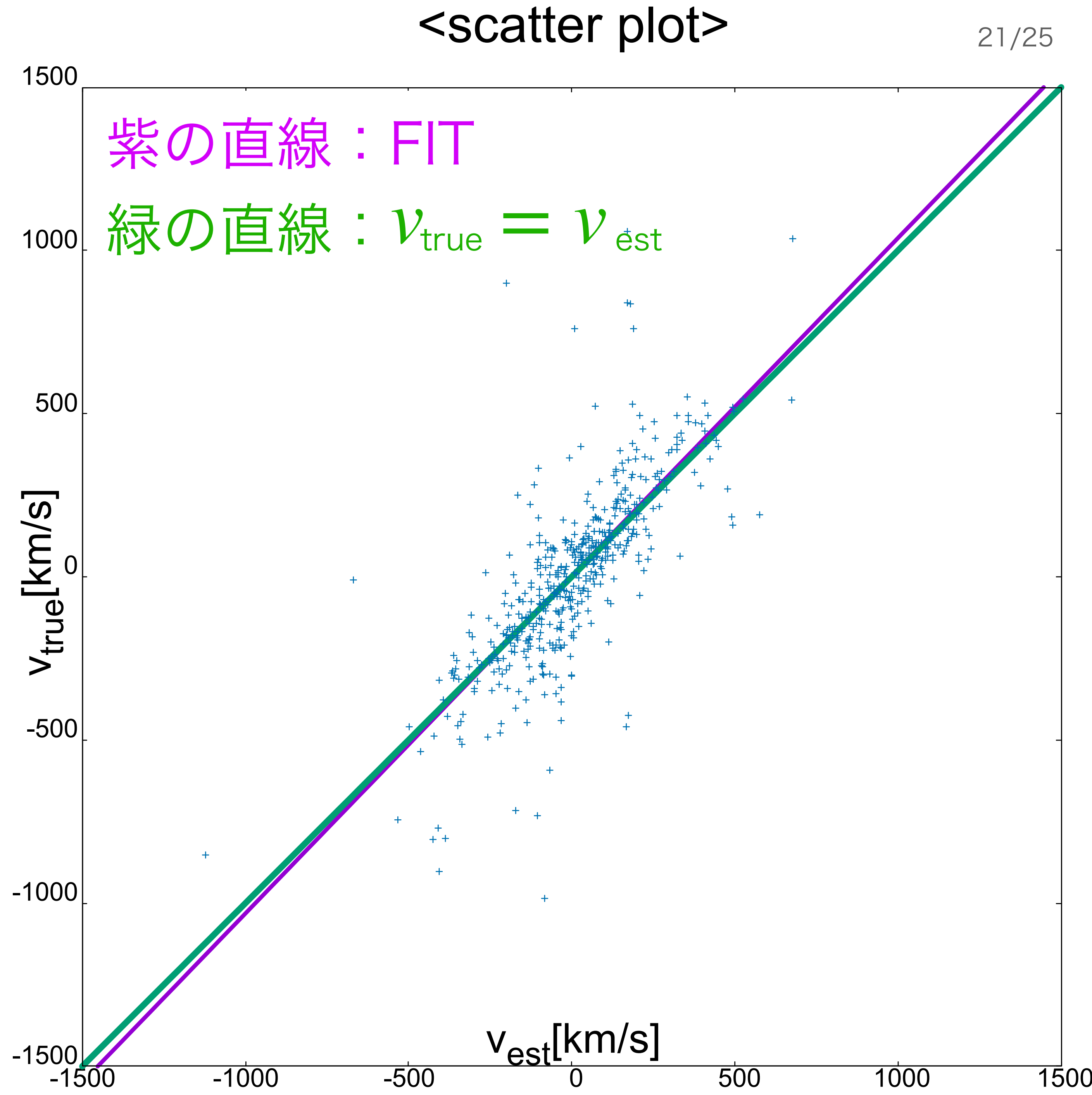
領域の半径： $R = 102.5[h^{-1}\text{Mpc}]$

補正後の速度の標準偏差：

$\sigma_z = 174.503[\text{kms}^{-1}](38\% \text{ 減})$

縦軸： $v_{\text{true}}$  フィールド銀河の速度

横軸： $v_{\text{est}}$  推定した速度



実空間： $ZA, \Sigma = 5[h^{-1}\text{Mpc}]$

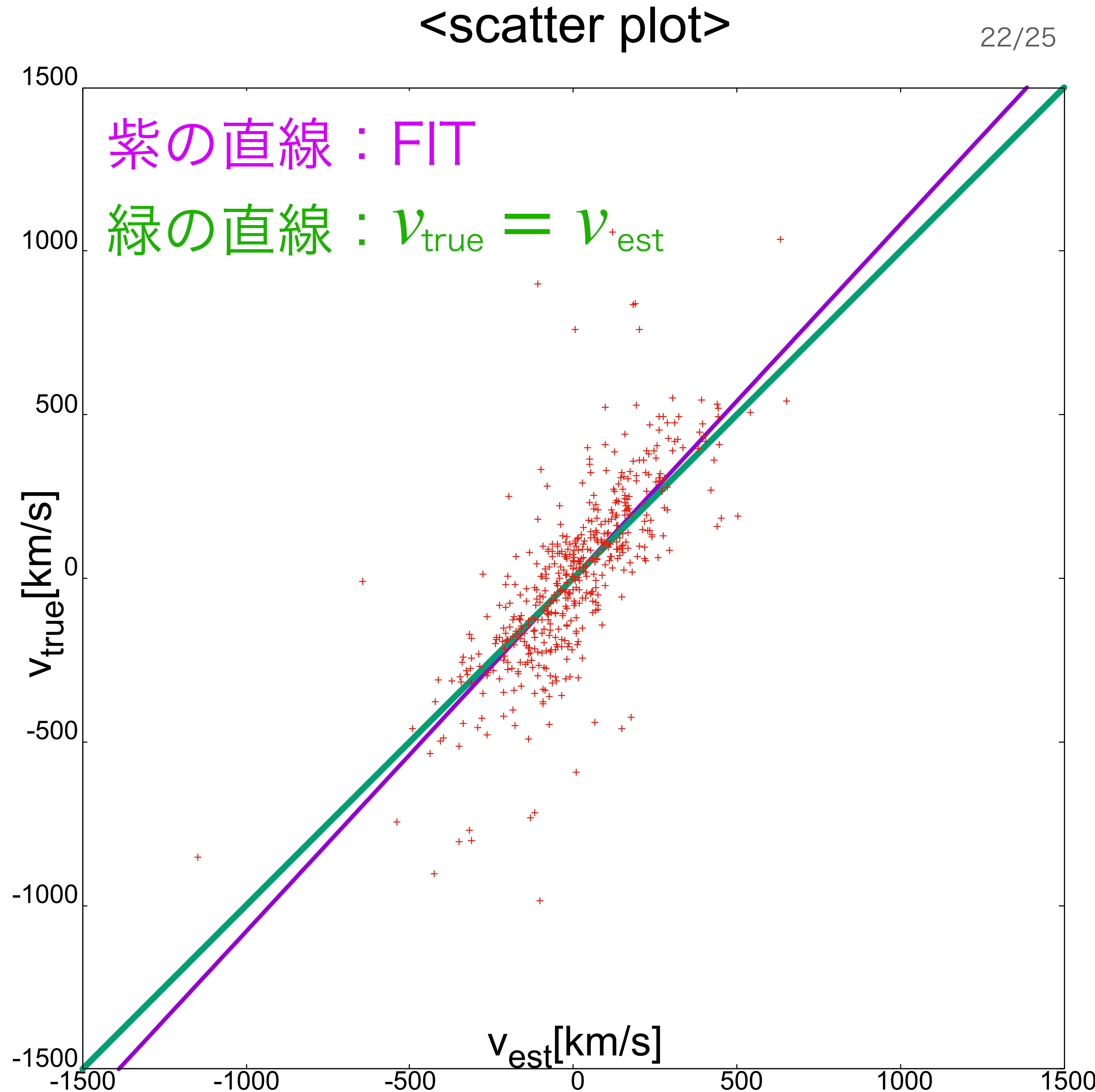
領域の半径： $R = 51.25[h^{-1}\text{Mpc}]$

補正後の速度の標準偏差：

$\sigma_z = 180.393[\text{kms}^{-1}](34\% \text{ 減})$

縦軸： $v_{\text{true}}$  フィールド銀河の速度

横軸： $v_{\text{est}}$  推定した速度



実空間： $ZA, \Sigma = 5[h^{-1}\text{Mpc}]$

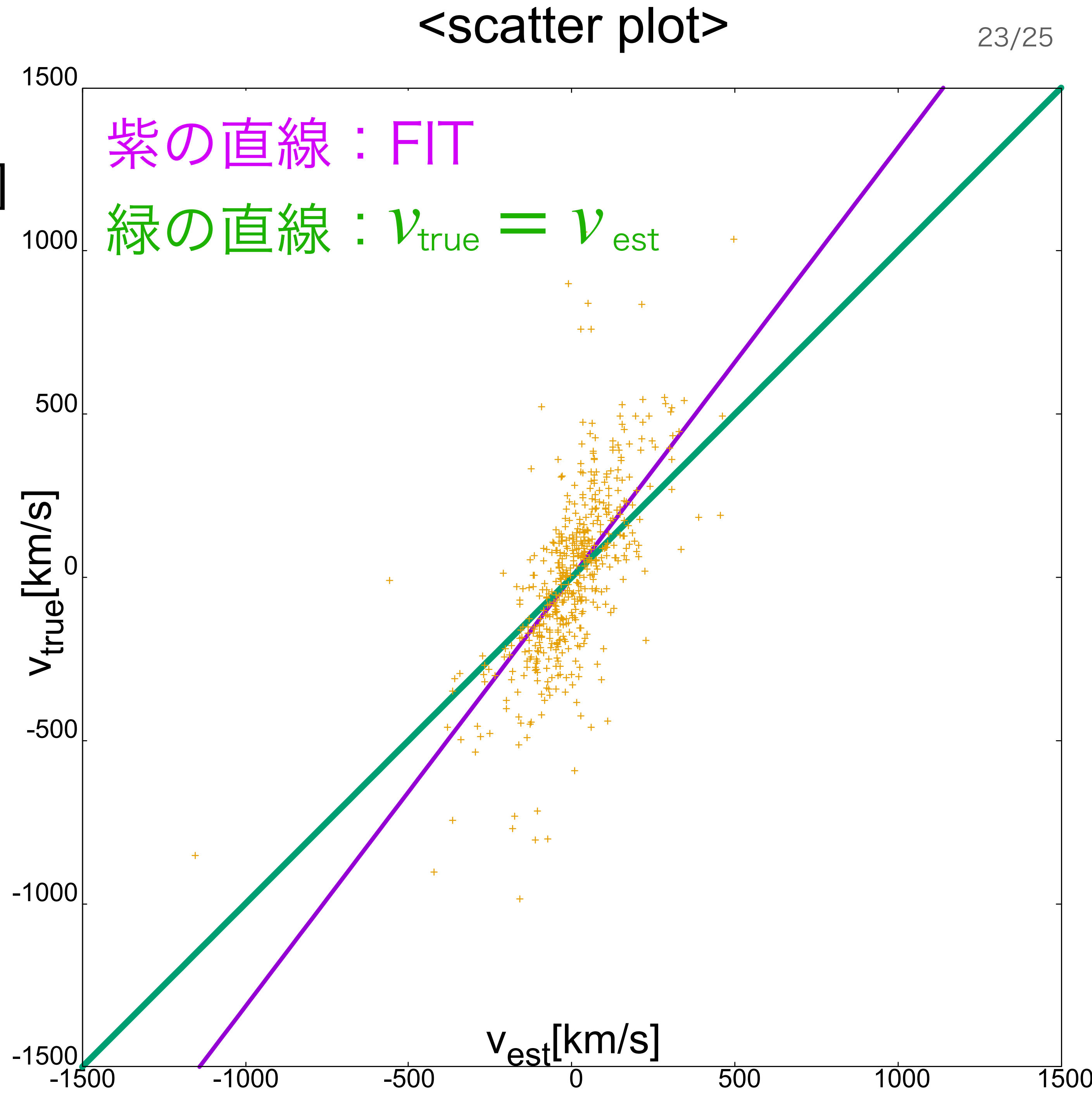
領域の半径： $R = 25.625[h^{-1}\text{Mpc}]$

補正後の速度の標準偏差：

$\sigma_z = 208.168[\text{kms}^{-1}](24 \% \text{ 減})$

縦軸： $v_{\text{true}}$  フィールド銀河の速度

横軸： $v_{\text{est}}$  推定した速度



実空間： $ZA, \Sigma = 5[h^{-1}\text{Mpc}]$

領域の半径： $R = 12.8125[h^{-1}\text{Mpc}]$

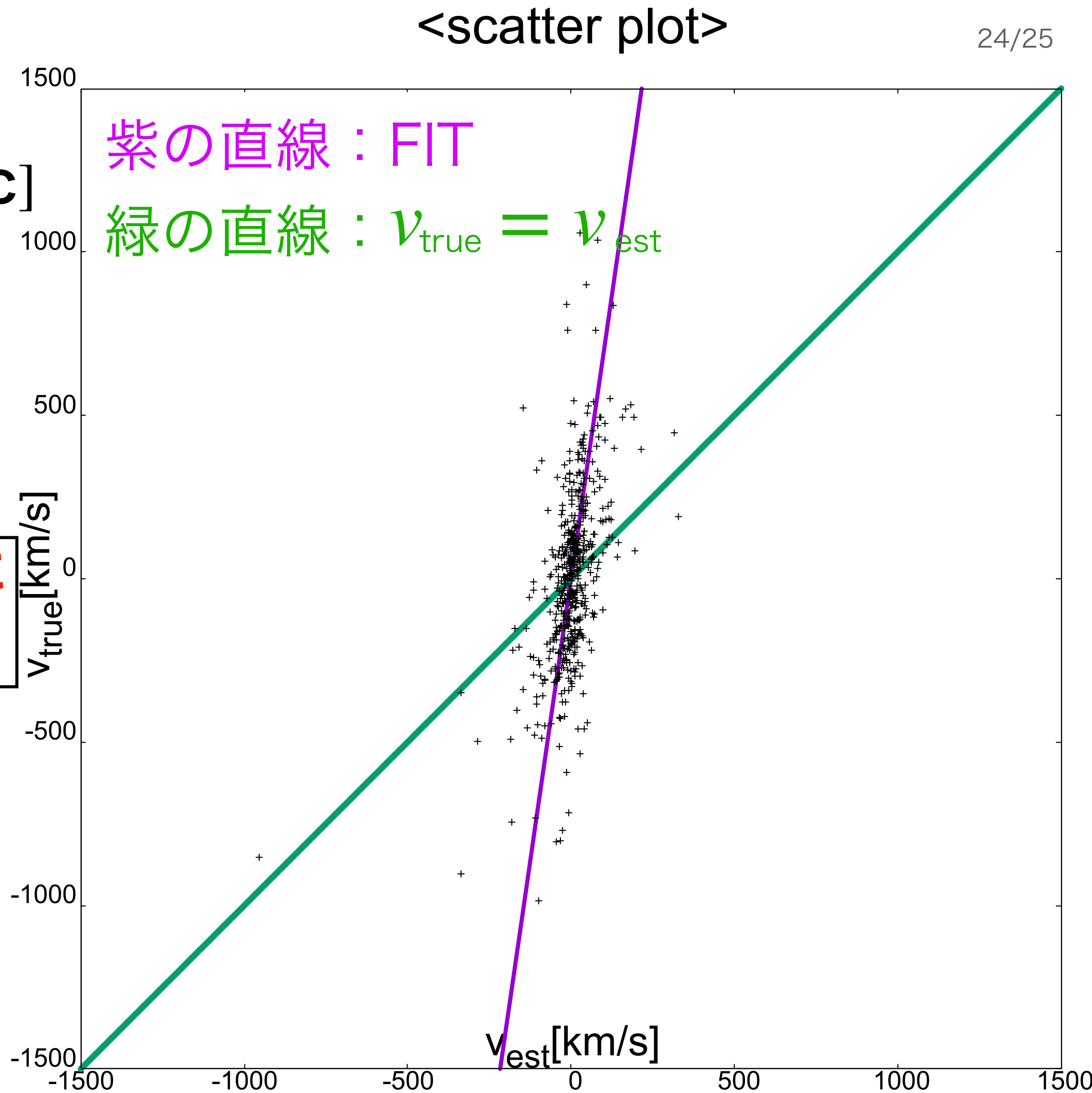
補正後の速度の標準偏差：

$$\sigma_z = 242.466[\text{kms}^{-1}](11\% \text{ 減})$$

領域の半径 $R$ が平滑化スケール $\Sigma$ の値に  
近づくに連れて速度推定が困難になる

縦軸： $v_{\text{true}}$  フィールド銀河の速度

横軸： $v_{\text{est}}$  推定した速度



# まとめ

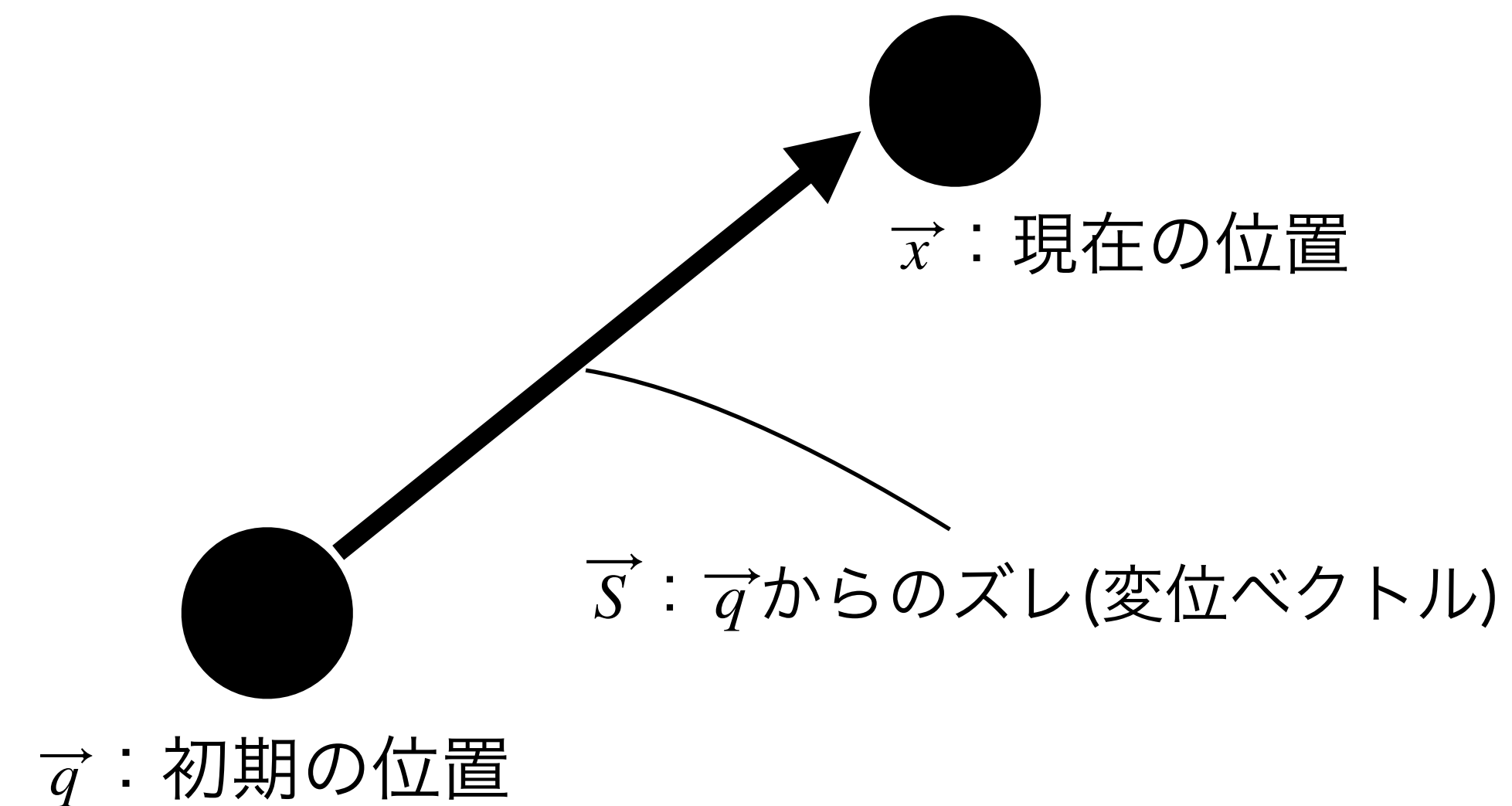
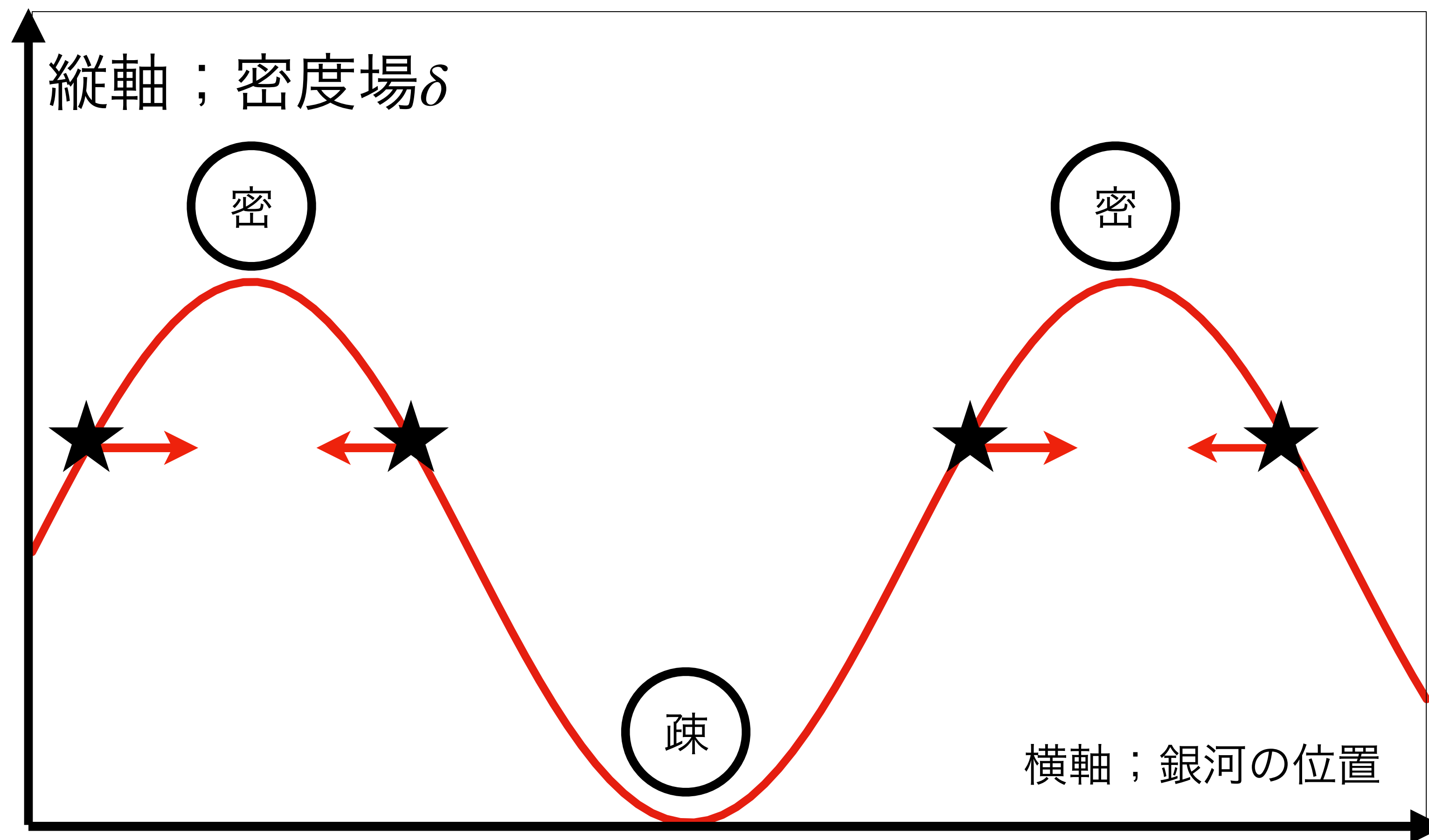
- ・ 実空間における物質密度場を用いた速度補正  
→標準偏差：最大45%削減
- ・ 赤方偏移空間の物質密度場を介した速度補正  
→標準偏差：最大38%削減
- ・ 観測領域が平滑化スケールに近づくにつれ推定精度が下がる  
→ZAは大スケールを用いた近似である  
領域を小さくすると大スケールの情報が失われる

ご静聴ありがとうございました。

# 銀河の固有運動

- ・ 銀河の固有運動

→ 重力によって周辺の密度分布が変化する事により生じる



$$\vec{x}(\vec{q}) = \vec{q} + \vec{S}(\vec{q})$$

# 摂動論：関係式

- Zel'dovich approximation(ZA)；

$$\nabla_q \cdot \vec{S}^{(1)} = -D_1(t)\delta^{(1)}(\vec{q})$$

変位ベクトルの線形解を記述

- ポアソン方程式

$$\nabla_q^2 \phi^{(1)}(\vec{q}) = \delta^{(1)}(\vec{q})$$

$$\vec{S}^{(1)} = -D_1 \nabla_q \phi^{(1)}$$

$D_1(t)$ ；線形成長因子

$\delta^{(1)}(\vec{q})$ ；線形密度場

$\nabla_q \equiv \partial/\partial \vec{q}$

$\phi^{(1)}$ ；ポテンシャル

# 摂動論：関係式

- 2order Lagrangian Perturbation Theory(2LPT)；

$$\nabla_q \cdot \vec{S}^{(2)} = \frac{1}{2} D_2(t) \sum_{(i \neq j)} \left[ \vec{S}_{i,i}^{(1)} \vec{S}_{j,j}^{(1)} - \vec{S}_{i,j}^{(1)} \vec{S}_{j,i}^{(1)} \right]$$

ZAに対して重力の潮汐効果による補正を行なった2次の解

- ポアソン方程式

$$\begin{aligned} \nabla_q^2 \phi^{(2)}(\vec{q}) &= \sum_{i>j} \left\{ \phi_{,ii}^{(1)}(\vec{q}) \phi_{,jj}^{(1)}(\vec{q}) - [\phi_{,ij}^{(1)}(\vec{q})]^2 \right\} \\ &= \delta^{(2)}(\vec{q}) \end{aligned}$$

$$\vec{S}^{(2)} = D_2 \nabla_q \phi^{(2)}$$

$\vec{S}(\vec{q})$ ；変位ベクトル

$D_2(t)$ ；2次の成長因子

$\phi^{(2)}$ ；ポテンシャル

# 摂動論：関係式

- 特異速度

→ZAと2LPTを用いて得た1次、2次の変位ベクトルを時間微分

$D_1(t)$ ；線形成長因子

$D_2(t)$ ；2次の成長因子

$f_1, f_2$ ；成長因子の対数微分

$$\vec{S}(\vec{q}) = -D_1 \nabla_q \phi^{(1)} + D_2 \nabla_q \phi^{(2)}$$

$$\vec{v}(\vec{q}) \equiv \frac{d\vec{S}}{dt} = -D_1 f_1 H \nabla_q \phi^{(1)} + D_2 f_2 H \nabla_q \phi^{(2)}$$

→物質密度場から速度が推定できる

# 議論

- ・ 2LPTの取り扱いが上手くいっていない
- ・ 本来ZA,2LPTを用いて求まる速度は初期の位置の関数  
→銀河の位置のズレを考慮する必要がある
- ・ 現在の位置における物質密度場を用いて補正を行なった  
→本来の速度場の値とズレが生じてしまったと考える
- ・ 非線形項を追加  
； 銀河(粒子)の初期の位置における物質密度場を推定する必要がある

# 今回の速度推定の次元について

$$\tilde{\delta} = \int d^3x e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}} \delta \quad [\text{体積}] \quad \longleftrightarrow \quad \delta = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \tilde{\delta}$$

$$\tilde{v}_3 \sim aHf \frac{ik_3}{k^2} \tilde{\delta} \quad \left[ \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}} h \right] \times \left[ \frac{h}{\text{Mpc}} \right] \times \left[ \frac{\text{Mpc}^2}{h^2} \right] \times \left[ \frac{\text{Mpc}^3}{h^3} \right]$$

$$= [\text{km/s}] \times \left[ \frac{\text{Mpc}^3}{h^3} \right]$$

$$\longleftrightarrow \quad v_3 \sim \int d^3k e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \tilde{v}_3 \quad [\text{km/s}] \times \left[ \frac{\text{Mpc}^3}{h^3} \right] \times \left[ \frac{h^3}{\text{Mpc}^3} \right]$$

# 今回の中性子星合体での特異速度の補正方法

1, 6dFの特異速度マップ；ベイズ推定

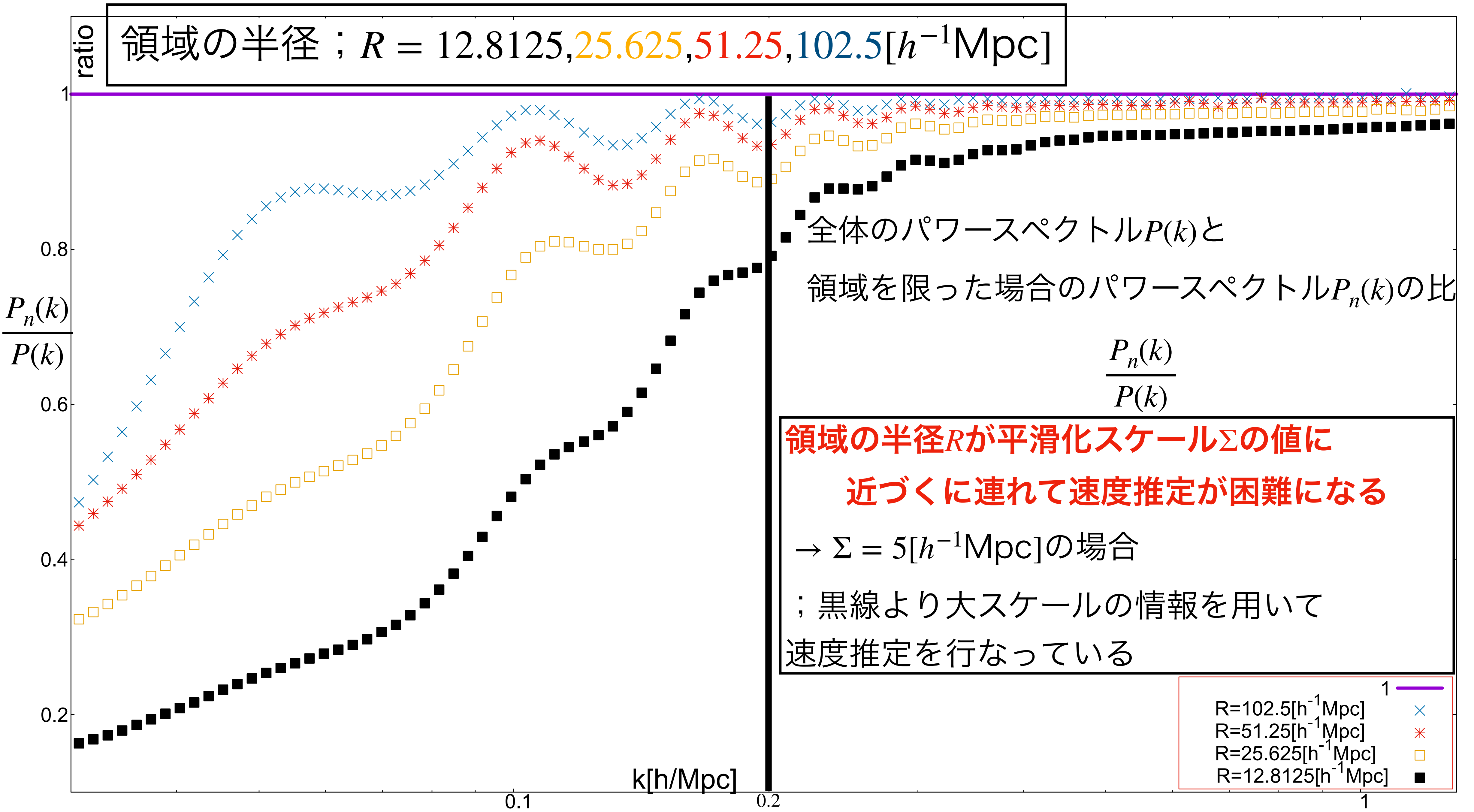
2, 2M++赤方偏移サーベイから再構成された特異速度場

； $v_p$ と $\delta_8$ の間の線形関係と比例定数 $\beta$

$$v_p(r) = \frac{\beta}{4\pi} \int d^3r' \delta_g(r') \frac{(r' - r)}{|r' - r|^3}$$

$\delta_8$ ： $8h^{-1}\text{Mpc}$ で平滑化した銀河密度場

$v_H = 3017 \pm 166[\text{kms}^{-1}]$   $H_0$ の不定性の15%中5%は特異速度による



# 速度の補正

- ・ 推定した各grid上の速度をフィールド銀河に割り当てる

割り当てに関してはCIC(Cloud In Cell)を用いる

$$v_{est} = \frac{1}{V} \sum v_i V_i$$

$v_i$  : 各grid上の速度

$V$  : 8つのgridに囲まれた立方体の体積

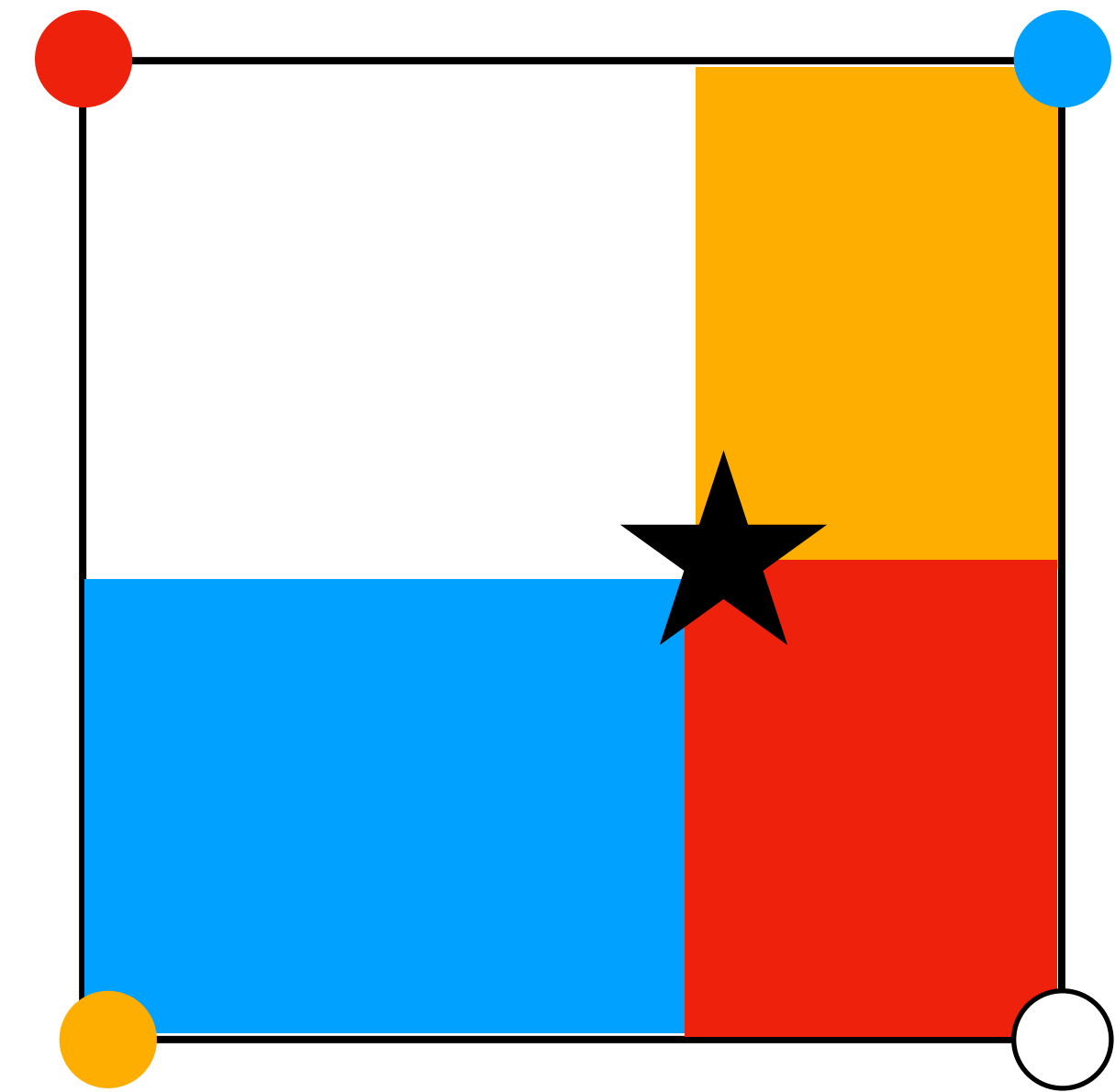
$V_i$  : 各gridに対応する体積(図では赤面)

$$v'_z = v_z - v_{est}$$

補正後の銀河速度(z成分)

推定した特異速度

TNGでのフィールド銀河の速度



係数の値；

・ 成長因子

$$D_1(t) = \frac{5}{2}a\Omega_m \int_0^1 \frac{dx}{(\Omega_m/x + \Omega_\Lambda x^2 + 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda)^{3/2}}$$

$$f_1 \equiv \frac{d \ln D_1}{d \ln a} = -1 - \frac{\Omega_m}{2} + \Omega_\Lambda + \left[ \int_0^1 \frac{dx}{(\Omega_m/x + \Omega_\Lambda x^2 + 1 - \Omega_m - \Omega_\Lambda)^{3/2}} \right]^{-1}$$

・ 2次の成長因子とこれの対数微分の近似；

$$D_2(t) \approx -\frac{3}{7}D_1^2(t)\Omega_m^{-1/143} \approx -\frac{3}{7}D_1^2(t) \qquad 0.01 \leq \Omega_m \leq 1 (\Omega_\Lambda \neq 0)$$

$$f_2 \approx 2\Omega_m^{6/11} \qquad 0.01 \leq \Omega_m \leq 1 (\Omega_\Lambda \neq 0)$$

Bouchet et al 1995