

# 長基線実験におけるステライルニュートリノ振動の兆候

芝田 健仁

首都大学東京大学院 理工学研究科

物理学専攻 素粒子理論研究室

# 目次

概要	i
第 1 章 序	1
1.1 素粒子標準模型	1
1.2 ニュートリノの質量	2
第 2 章 ニュートリノ振動	4
2.1 真空中のニュートリノ振動	4
2.2 物質中のニュートリノ振動	6
第 3 章 ステライルニュートリノ	8
3.1 4 番目の質量を示唆する実験結果	8
3.2 ニュートリノの世代数	10
3.3 ステライルニュートリノの導入	11
第 4 章 4 世代のニュートリノ振動	13
4.1 4 世代の振動確率	13
4.2 1 mass scale dominance	17
第 5 章 T2HK と DUNE におけるステライルニュートリノ振動	19
5.1 T2HK と DUNE 実験	19
5.2 T2HK と DUNE における振動確率	19
5.3 解析	24
5.4 結果	24
第 6 章 結論	26
付録 A 4 世代の混合行列	28
付録 B $\bar{S}_{ee}, \bar{S}_{e\mu}, \bar{S}_{\mu\mu}$ の表式	29
参考文献	30

# 概要

素粒子とは内部構造を持たない自然界最小の構成単位である。素粒子の基本的な理論を記述する素粒子標準模型は、数々の素粒子の存在を预言するなど、今日に至るまで多くの現象において成功を収めてきた。しかしながら標準模型の枠組みからでは説明できない未解決の問題も存在しており、素粒子物理学は標準模型を超える理論を構築する必要がある。標準模型が説明することのできない代表的なものの一つがニュートリノ振動であり、ニュートリノの性質を知るとは、標準模型を超える新たな物理の探求手段となりうる。

1987年、スーパーカミオカンデにおいてニュートリノ振動現象が観測されたことが報告され、ニュートリノに質量が存在していることの証明となった。ニュートリノ振動の物理が確立され、太陽、原子炉、大気、加速器ニュートリノと様々な実験を通じてその性質が明らかにされつつあり、混合角や質量二乗差などのパラメータの測定はより精密なものとなってきている。

しかし一方、LSND 実験や MiniBooNE 実験、原子炉ニュートリノ異常など、通常の3世代のニュートリノ振動では説明できない実験結果も報告されている。これを説明するために新たな4つ目のニュートリノを導入することが考えられるが、LEPの実験によって弱い相互作用が働く軽いニュートリノは3世代であると測定されている。この問題を解決するため、弱い相互作用が働かないステライルニュートリノを4つ目のニュートリノとして導入するというアイデアがあり、これを証明するためにはステライルニュートリノの存在を探索するための手段を考える必要がある。

ここではその候補として、将来計画されている長基線実験である T2HK と DUNE に着目した。3世代の枠組みの CP 位相を測定する精密実験であることから、ステライルニュートリノに対する感度も持っているのではないかという期待が持たれ、これについて議論を行いたい。

本研究ではステライルニュートリノを導入し、長基線実験における4世代(3+1)スキームでのニュートリノ振動の確率を  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e, \nu_\mu \rightarrow \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  の4つのチャンネルについて計算してその振る舞いを見た。また、計算した振動確率と実験計画のシミュレーション結果を用いて系統誤差でカイ二乗を最小化し、この2つの実験がステライルニュートリノの significance を持つことができるかを調べた。結果としては、それぞれの振動確率の振る舞いを見ることはできたが、これらの実験ではステライルニュートリノ振動の兆候を有意に観測することはできないことが分かった。ただし DUNE の方が T2HK よりもわずかながら感度がよいということも分かった。

# 第 1 章

## 序

### 1.1 素粒子標準模型

素粒子の標準模型は  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  のゲージ群に対するゲージ不変性を要請して得られる理論である。そのラグランジアン密度は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \overline{L}_L (i\not{D}) L_L + \overline{Q}_L (i\not{D}) Q_L + \overline{e}_R (i\not{D}) e_R + \overline{u}_R (i\not{D}) u_R + \overline{d}_R (i\not{D}) d_R \\ & - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^\alpha G^{\alpha\mu\nu} - \frac{1}{4} A_{\mu\nu}^a A^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ & + (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi) \\ & - y_e \overline{L}_L \Phi e_R - y_d \overline{Q}_L \Phi d_R - y_r \overline{Q}_L \tilde{\Phi} u_R + h.c. \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\not{D} Q_L = \left( \not{\partial} + \frac{i}{2} g_3 \mathcal{G}^\alpha \lambda^\alpha + \frac{i}{2} g A^a \tau^a + \frac{i}{2} g' \left( +\frac{1}{3} \right) \not{B} \right) Q_L \quad (1.2)$$

$$\not{D} L_L = \left( \not{\partial} + \frac{i}{2} g A^a \tau^a + \frac{i}{2} g' (-1) \not{B} \right) L_L \quad (1.3)$$

$$\not{D} u_R = \left( \not{\partial} + \frac{i}{2} g_3 \mathcal{G}^\alpha \lambda^\alpha + \frac{i}{2} g' \left( +\frac{4}{3} \right) \not{B} \right) u_R \quad (1.4)$$

$$\not{D} d_R = \left( \not{\partial} + \frac{i}{2} g_3 \mathcal{G}^\alpha \lambda^\alpha + \frac{i}{2} g' \left( -\frac{2}{3} \right) \not{B} \right) d_R \quad (1.5)$$

$$\not{D} e_R = \left( \not{\partial} + \frac{i}{2} g' (-2) \not{B} \right) e_R \quad (1.6)$$

$$D_\mu \Phi = \left( \partial_\mu + \frac{i}{2} g A_\mu^a T^a + \frac{i}{2} g' (+1) B_\mu \right) \Phi \quad (1.7)$$

$$G_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu G_\nu^\alpha - \partial_\nu G_\mu^\alpha - g_3 f^{\alpha\beta\gamma} G_\mu^\beta G_\nu^\gamma \quad (1.8)$$

$$A_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g \epsilon_{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (1.9)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (1.10)$$

表 1.1: 標準模型における物質粒子

	第1世代	第2世代	第3世代
アップ型クォーク	アップ $u$	チャーム $c$	トップ $t$
ダウン型クォーク	ダウン $d$	ストレンジ $s$	ボトム $b$
ニュートリノ	電子ニュートリノ $\nu_e$	ミューニュートリノ $\nu_\mu$	タウニュートリノ $\nu_\tau$
荷電レプトン	電子 $e$	ミューオン $\mu$	タウ $\tau$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

$$\tilde{\Phi} = i\tau_2\Phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^{+*} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

$$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

ここで  $G_\mu^\alpha, A_\mu^a, B_\mu$  はそれぞれ SU(3), SU(2), U(1) のゲージ場であり、 $\Phi$  はヒッグス場、 $Q_L$  は左巻きのクォーク場、 $u_R, d_R$  は右巻きのクォーク場、 $L_L$  は左巻きのレプトン場、 $e_R$  は右巻きのレプトン場である。また  $f^{\alpha\beta\gamma}$  と  $\epsilon_{abc}$  はそれぞれ SU(3) と SU(2) の構造定数である。

ここでヒッグス場が次の真空期待値を持つとする。

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

すると、以下の質量項が得られる。

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d + m_e \bar{e}e \quad (1.16)$$

ここで各フェルミオンの質量は各湯川結合定数と次の関係式で結ばれる。

$$m_u = \frac{v}{\sqrt{2}} y_u \quad (1.17)$$

$$m_d = \frac{v}{\sqrt{2}} y_d \quad (1.18)$$

$$m_e = \frac{v}{\sqrt{2}} y_e \quad (1.19)$$

標準模型に登場する物質粒子は表 1.1 の通りである。

## 1.2 ニュートリノの質量

標準模型では右巻きのニュートリノ場は存在しないので、ニュートリノの質量を得るためには右巻きのニュートリノ場を導入する必要がある。現在最も標準的なニュートリノ質量のシナリオはシーソー機構 [1][2][3] と呼ばれるものである。シーソー機構は以下の質量項から出発する。

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = (\bar{\nu}_L^c \quad \bar{\nu}_R) \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} + h.c. \quad (1.20)$$

(1.17) の質量行列の固有値は、 $m \ll M$  の場合には

$$\lambda^- \simeq -\frac{m^2}{M} \quad (1.21)$$

$$\lambda^+ \simeq M \quad (1.22)$$

となる。質量行列を対角化する基底で  $\lambda^-$  に対応する場を新たにニュートリノの場と考えると実質的に以下の軽いニュートリノの質量項が得られる。

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} \simeq -\frac{m^2}{M} \bar{\nu}^c \nu + h.c. \quad (1.23)$$

## 第2章

# ニュートリノ振動

### 2.1 真空中のニュートリノ振動

素粒子標準模型においてはニュートリノの質量はゼロとされているが、スーパーカミオカンデの実験結果から、ニュートリノには質量が存在し、質量にわずかな差が存在していることがわかっている。

荷電レプトンは電子  $e$ 、ミューオン  $\mu$ 、タウ  $\tau$  とフレーバーとして区別されており、それらに対応するニュートリノは電子ニュートリノ  $\nu_e$ 、ミューニュートリノ  $\nu_\mu$ 、タウニュートリノ  $\nu_\tau$  である。ニュートリノの生成・検出は弱い相互作用を通じて行われるため、このフレーバー固有状態 ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ) として区別される。一方、ニュートリノが空間を伝播するときは Fermion として Dirac 方程式に従っており、質量固有状態 ( $\nu_1, \nu_2, \nu_3$ ) として存在している。この2つの状態は異なっており、その違いは混合としてユニタリー行列である MNS 行列で表される。3世代の場合、MNS 行列は3つの混合角  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  と1つの CP 位相  $\delta_{CP}$  をパラメータとして書くことができる。

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U(\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \delta_{CP}) \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} U &= R^{23} W^{13} R^{12} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ s_{13}e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & s_{23}c_{13} \\ s_{13}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

ただし  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}, c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  である。

ニュートリノに質量差と混合が存在する場合、ニュートリノ振動という現象が起こる。あるフレーバー固有状態として生成したニュートリノが質量固有状態として空間を伝播した後、別の地点では異なったフレーバー固有状態として検出される現象である。この確率は距離  $L$ 、エネルギー  $E$  に依存して振動するように変化する。

ここからは、ニュートリノの時間発展を求めることでニュートリノ振動の振動確率を導く。状態ベクトル空間で質量固有状態  $|\nu_k\rangle$  ( $k = 1, 2, 3$ ) とフレーバー固有状態  $|\nu_\alpha\rangle$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ) の混合を表すと

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (2.3)$$

となる。質量固有状態  $|\nu_k\rangle$  は Dirac 方程式

$$i \frac{d}{dt} |\nu_k(t)\rangle = \mathcal{H} |\nu_k(t)\rangle \quad (2.4)$$

に従うため、ニュートリノが運動量  $\vec{p}$  を持つとして正エネルギー解の成分だけを取り出すと

$$i \frac{d}{dt} |\nu_k(t)\rangle = E_k |\nu_k\rangle, \quad \left( E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \right) \quad (2.5)$$

となる。この質量固有状態の時間発展は平面波解

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k(t=0)\rangle \quad (2.6)$$

として解ける。ニュートリノは弱い相互作用を通じて生成・検出されるため、このとき特定のフレーバー固有状態をとる。したがって、始状態と終状態をフレーバー固有状態として、フレーバー固有状態の時間発展を考える。時刻  $t=0$  に  $|\nu_\alpha\rangle$  の状態で生成したニュートリノの、時刻  $t$  における状態は

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (2.7)$$

となる。MNS 行列のユニタリー性を用いれば

$$|\nu_k\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle \quad (2.8)$$

なので、フレーバー固有状態の時間発展は

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left( \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle \quad (2.9)$$

と書ける。時刻  $t=0$  に  $|\nu_\alpha\rangle$  で生成したニュートリノが時刻  $t$  において  $|\nu_\beta\rangle$  として観測される確率振幅  $\mathcal{A}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t)$  はフレーバー固有状態の規格直交性を用いて

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) &= \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle \\ &= \langle \nu_\beta | \sum_\gamma \left( \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\gamma k} \right) |\nu_\gamma\rangle \\ &= \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k t} \end{aligned} \quad (2.10)$$

となるので、このニュートリノ振動の振動確率  $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t)$  は

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(t) = |\mathcal{A}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}|^2 = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t} \quad (2.11)$$

となる。ニュートリノの質量は非常に小さいため、超相対論的な振る舞いをする。  $|\vec{p}| \gg m_k$  より、  $\nu_k$  の持つエネルギー  $E_k$  は

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \simeq |\vec{p}| + \frac{m_k^2}{2|\vec{p}|} \quad (2.12)$$

と近似することができ、エネルギーの大部分は運動量であるため

$$|\vec{p}| \simeq E \quad (2.13)$$

とする。光速  $c$  に近い速さで運動するため、時間  $t$  の間に進む距離  $L$  に関して  $t \simeq L$  とすることができる。これらを用いれば振動確率は次のように書ける。

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \quad (2.14)$$

ここで  $\Delta m_{kj}^2$  は質量二乗差である。

$$\Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2 \quad (2.15)$$

指数関数を三角関数で書き直せば振動確率は

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = & \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E} \right) \\ & + 2 \sum_{k>j} \Im [U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin \left( \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

と表すことができる。MNS 行列のパラメータである混合角  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  と CP 位相  $\delta_{CP}$ 、質量二乗差  $\Delta m_{ij}^2$ 、基線長の長さ  $L$ 、ニュートリノのエネルギー  $E$  によって振動確率が記述される。反ニュートリノに関しては

$$U_{\alpha k} \rightarrow U_{\alpha k}^* \quad (2.17)$$

と置き換えれば議論できる。

## 2.2 物質中のニュートリノ振動

ニュートリノが物質中を伝播するとき、弱い相互作用を通じて物質中に存在する電子、陽子、中性子から影響を受ける。相互作用としては荷電カレント (charged current, CC) 相互作用と中性カレント (neutral current, NC) 相互作用の2種類がある。荷電カレント相互作用は  $W^\pm$  ボソンを媒介し、中性カレント相互作用は  $Z^0$  ボソンを媒介する。荷電カレント相互作用は荷電レプトン (電子  $e$ , ミューオン  $\mu$ , タウ  $\tau$ ) がそれぞれ反応するが、自然には  $\mu, \tau$  が存在しないため電子のみを扱い、電子ニュートリノのみポテンシャルを感じる。中性カレント相互作用は荷電レプトンだけでなくクォークとも相互作用するため、物質中では電子  $e$ , 陽子  $p$ , 中性子  $n$  を考え、3世代のニュートリノすべてがポテンシャルを感じる。弱い相互作用を媒介するボソンの質量  $O(100)\text{GeV}$  と比較するとニュートリノのエネルギーは数 GeV 程度であり、そういった低エネルギー領域では 4-Fermi 相互作用の形が実現する。このとき、フェルミ結合定数  $G_F$  を用いて荷電カレント相互作用と中性カレント相互作用によるポテンシャルはそれぞれ

$$V_{CC} = \sqrt{2}G_F N_e, V_{NC} = -\frac{1}{2}\sqrt{2}G_F N_n \quad (2.18)$$

となる。ここで  $N_e, N_n$  はそれぞれ電子、中性子の数密度を表しており、物質中では電子、陽子、中性子がほとんど連続して存在しているとして平均化した。また、本研究では物質の密度は一定であるとして扱う。

このポテンシャルを用いると、物質中の Dirac 方程式は

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = (UEU^\dagger + V) \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

となる。 $E$  はエネルギー固有値を対角成分に持つ行列で

$$E = \text{diag}(E_1, E_2, E_3) \quad (2.20)$$

である。物質効果のポテンシャル  $V$  は

$$V = \begin{pmatrix} V_{CC} + V_{NC} & 0 & 0 \\ 0 & V_{NC} & 0 \\ 0 & 0 & V_{NC} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

である。単位行列に比例する項は確率振幅の位相を変更するだけなので、遷移確率には影響しない。従って  $\mathbf{1}$  を  $3 \times 3$  の単位行列として

$$(E_1 + V_{NC})\mathbf{1} \quad (2.22)$$

を全体から差し引くことで、物質中での有効ハミルトニアン  $\mathcal{H}_F$  は

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_F &= U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} V_{CC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2E} (UM^2U^\dagger + \mathcal{A}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

と書くことができる。ただし  $M^2$  および  $\mathcal{A}$  は

$$M^2 = \text{diag}(0, \Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2) \quad (2.24)$$

$$\mathcal{A} = \text{diag}(A_{CC}, 0, 0) \quad (2.25)$$

$$A_{CC} = 2EV_{CC} = 2\sqrt{2}G_F N_e E \quad (2.26)$$

である。このハミルトニアンは形式的にあるユニタリー行列  $\tilde{U}$  によって対角化することができる。

$$\tilde{U}^\dagger \mathcal{H}_F \tilde{U} = \text{diag}(\tilde{E}_1, \tilde{E}_2, \tilde{E}_3) \equiv \tilde{E} \quad (2.27)$$

すると、物質中の Dirac 方程式は真空中のものと同様の形で書くことができている。

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \tilde{U} \tilde{E} \tilde{U}^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

従って、物質中の振動確率は真空中のものから  $U \rightarrow \tilde{U}, E \rightarrow \tilde{E}$  と置き換えた形で与えられる。

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re \left[ \tilde{U}_{\alpha k}^* \tilde{U}_{\beta k} \tilde{U}_{\alpha j} \tilde{U}_{\beta j}^* \right] \sin^2 \left( \frac{\Delta \tilde{E}_{kj} L}{2} \right) \\ &\quad + 2 \sum_{k>j} \Im \left[ \tilde{U}_{\alpha k}^* \tilde{U}_{\beta k} \tilde{U}_{\alpha j} \tilde{U}_{\beta j}^* \right] \sin \left( \Delta \tilde{E}_{kj} L \right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

反ニュートリノに関しては真空中の場合での置き換え

$$U_{\alpha k} \rightarrow U_{\alpha k}^* \quad (2.30)$$

に加えて、物質効果としては電子ニュートリノ  $\rightarrow$  反電子ニュートリノの違いがあるので

$$A_{CC} \rightarrow -A_{CC} \quad (2.31)$$

と置き換えれば議論できる。

## 第 3 章

# ステライルニュートリノ

### 3.1 4 番目の質量を示唆する実験結果

素粒子標準模型では、クォーク、荷電レプトンと同様に、ニュートリノは 3 世代とされている。この場合、独立な質量二乗差は 2 つのみ ( $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2$ ) であり、これまでさまざまなニュートリノ振動実験により測定が行われてきた。 $\Delta m_{21}^2$  は太陽ニュートリノ実験と原子炉実験によって、 $\Delta m_{31}^2$  は大気ニュートリノ実験と加速器実験によって以下のような結果として測定されている。

$$\begin{aligned}\Delta m_{21}^2 &= 7.53 \times 10^{-5} \text{eV}^2 \\ |\Delta m_{31}^2| &= 2.44 \times 10^{-3} \text{eV}^2\end{aligned}$$

独立な質量二乗差が 2 つあるので、質量の大小関係のパターンは図 3.1 のように 2 つ存在している。これは質量階層性と呼ばれ、 $\Delta m_{31}^2$  に関しては質量階層性が決定していないので絶対値としている。

一方で、これら  $\Delta m_{21}^2$ 、 $\Delta m_{31}^2$  の測定値とは異なる質量二乗差に対応する信号を示す実験結果も報告されている。LSND(Liquid Scintillator Neutrino Detector) 実験、MiniBooNE(Mini Booster Neutrino Experiment) 実験、原子炉ニュートリノ異常が示す結果は 3 世代を超えるニュートリノ混合を示唆している。

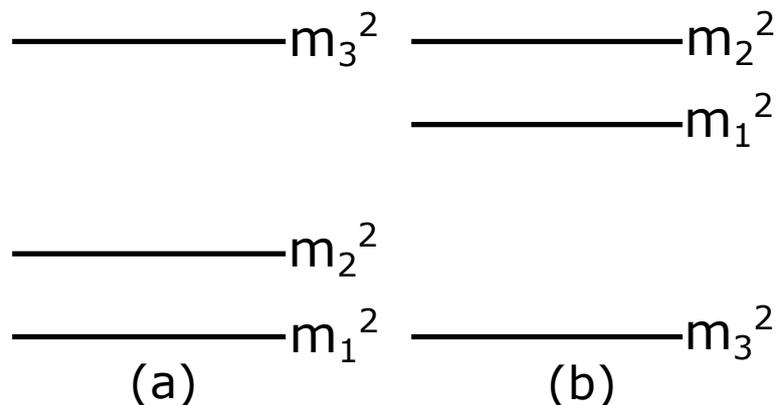


図 3.1: (a)Normal Hierarchy と (b)Inverted Hierarchy

### 3.1.1 LSND 実験

ロスアラモスの LSND 実験はパイ中間子の崩壊を用いて反ニュートリノの振動  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  を探索した実験である。加速器によって  $\pi^+$  が崩壊して  $\mu^+$  が生成される。

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

この  $\mu^+$  がさらに崩壊し、反ニュートリノ  $\bar{\nu}_\mu$  が生成される。

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

この  $\bar{\nu}_\mu$  が伝播して  $\bar{\nu}_e$  へと振動するかどうかを調べる。 $\bar{\nu}_e$  は検出器とする液体シンチレーターの内部で逆ベータ崩壊

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$$

を起こすため、これを探索する。反ニュートリノが伝播する基線長は  $L = 30\text{m}$ 、ニュートリノエネルギーの領域は  $20\text{MeV} \sim 52.8\text{MeV}$  である。したがってこの実験における  $L/E$  の値は小さく、感度を持つ  $\Delta m^2$  の値は大きい。実験で得られたイベント数から、2001年に質量二乗差  $0.2 \sim 10\text{eV}^2$  に対応する信号を検出したと主張した [4]。

### 3.1.2 MiniBooNE 実験

MiniBooNE 実験はアメリカの Fermilab に建設された加速器を用いたニュートリノ振動実験である。加速器によって  $\pi^-$  および  $\pi^+$  を生成し、そこからの崩壊によって  $\nu_\mu$  ビームと  $\bar{\nu}_\mu$  ビームをそれぞれ作ることができる。これらの  $\nu_e, \bar{\nu}_e$  へのニュートリノ振動のシグナルを検出器におけるチェレンコフ光によって探索する。LSND 実験で検出されたとされる信号を検証するために設計されており、LSND 実験とは異なる基線長  $L = 541\text{m}$  と平均エネルギー  $600\text{MeV}$  で実験が行われた。この  $L/E$  について、ニュートリノにおける振動  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  は検出されなかったが、2010年に LSND と同じく反ニュートリノの振動  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  においては信号を検出したと主張している。この実験が感度を持つ質量二乗差の大きさは  $0.2 \sim 1\text{eV}^2$  であり、図 3.2 のように、LSND の結果と矛盾しない許容領域が存在している。

### 3.1.3 原子炉ニュートリノ異常

原子炉では重い原子核が  $\beta$  崩壊することで反電子ニュートリノ  $\bar{\nu}_e$  が生成される。

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$

検出器で反電子ニュートリノの欠損を検出することで、反電子ニュートリノから他のフレーバーへの振動を測定する。これを原子炉ニュートリノ実験と呼ぶ。

近年、この原子炉で生成される反電子ニュートリノ  $\bar{\nu}_e$  についてニュートリノフラックスの再計算が行われた。その結果は従来考えられていたフラックスに対して再計算されたフラックスの大きさは約 3% 大きいことを示唆している。すなわち、これまでの原子炉ニュートリノ実験は原子炉で生成された反電子ニュートリノを少なく見積もっていたことになり、検出において  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$  でのみさらなる欠損を測定していたことになるかと解釈できる。これがニュートリノ振動によって欠損していたとすると、ニュートリノエネルギーと基線長の大きさから対応する質量二乗差の大きさは  $\Delta m^2 > 1\text{eV}^2$  の領域である。

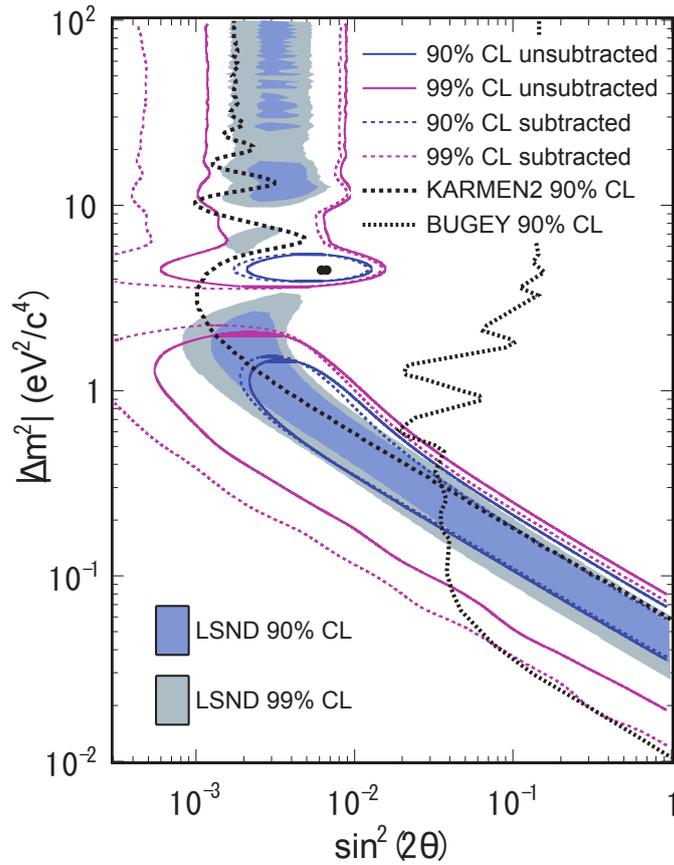


図 3.2: MiniBooNE および KARMEN,BUGEY,LSND における質量二乗差と混合角の許容領域 [5]

### 3.2 ニュートリノの世代数

これらの結果をニュートリノ振動で解釈しようとする、4 番目の質量を持ったニュートリノを導入する必要がある。しかし、ここではまずニュートリノの世代数を 3 であるとしている根拠について述べておく。

ニュートリノの世代数は CERN の加速器 LEP(Large Electron-Positron Collider) での実験によって測定されている。ニュートリノは弱い相互作用によって反応するため、弱い相互作用を伝える W ボソンと Z ボソンは各フレーバーのニュートリノに崩壊できる。W ボソンと Z ボソンの平均寿命は崩壊先のニュートリノの種類が多いほど短くなる。したがって、平均寿命を測定することでニュートリノのフレーバーの数を測定することができる。実験では直接平均寿命が測定されるのではなく、その逆数の関係にある崩壊幅が測定される。LEP 実験では電子  $e^-$  と陽電子  $e^+$  のビームのエネルギーを Z ボソンの質量エネルギーに合わせることで Z ボソンを大量に生成し、その崩壊を調べることができる。Z ボソンの崩壊幅を測定した結果と理論予想との fit は図 3.4 のようになっており、ニュートリノの世代数は

$$N_\nu = 2.984 \pm 0.008$$

という高い精度で測定されている。ただし、この実験による Z ボソンの崩壊で生成されないほど重いニュートリノの場合、この世代数には含まれていない。

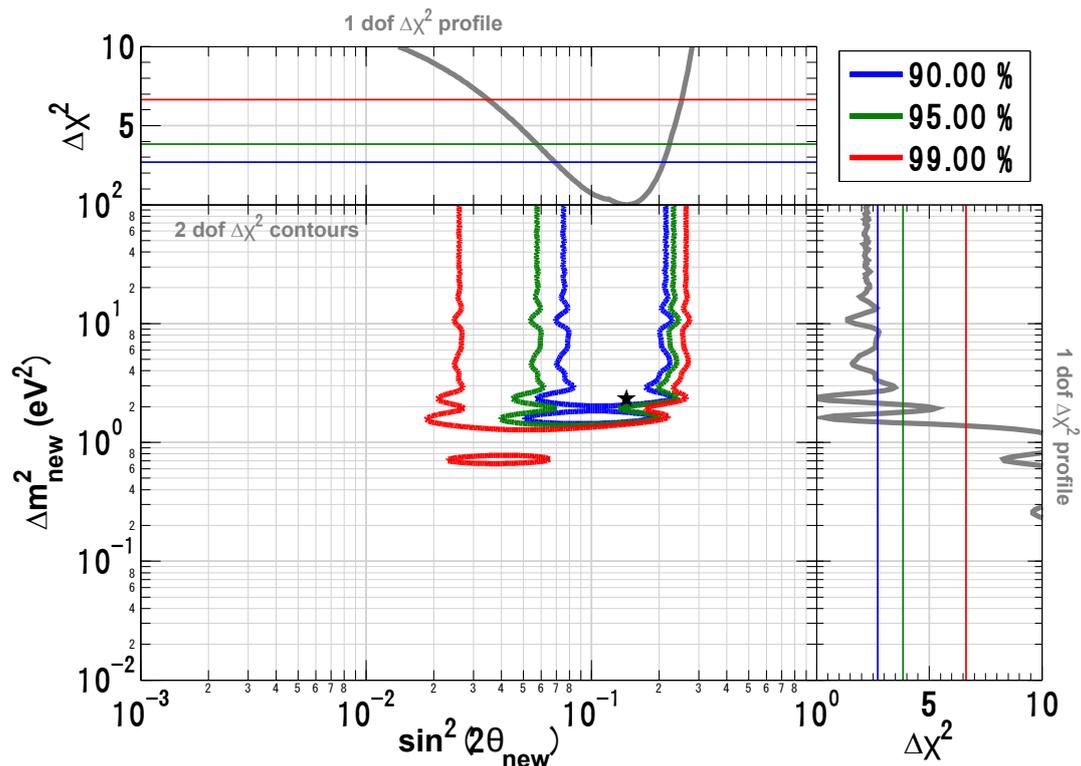


図 3.3: 再計算されたフラックスによる質量二乗差と混合角の許容領域 [6]

### 3.3 ステライルニュートリノの導入

3つの独立な質量二乗差を説明するため、4番目の質量を持ったニュートリノを導入する必要があるが、LEPの実験結果はニュートリノのフレーバーは3世代であることを示している。しかし、LEPの実験は弱い相互作用を伝えるZボソンの崩壊によってニュートリノの世代数を測定していた。したがって、4番目のフレーバー固有状態は弱い相互作用をしないステライルニュートリノと呼ばれる状態であればZボソンの崩壊には影響しないため、LEPの実験結果と矛盾せずに4番目の質量を持ったニュートリノを導入できる。ステライルニュートリノは弱い相互作用には関与せず、ニュートリノ振動にのみ参加するニュートリノである。

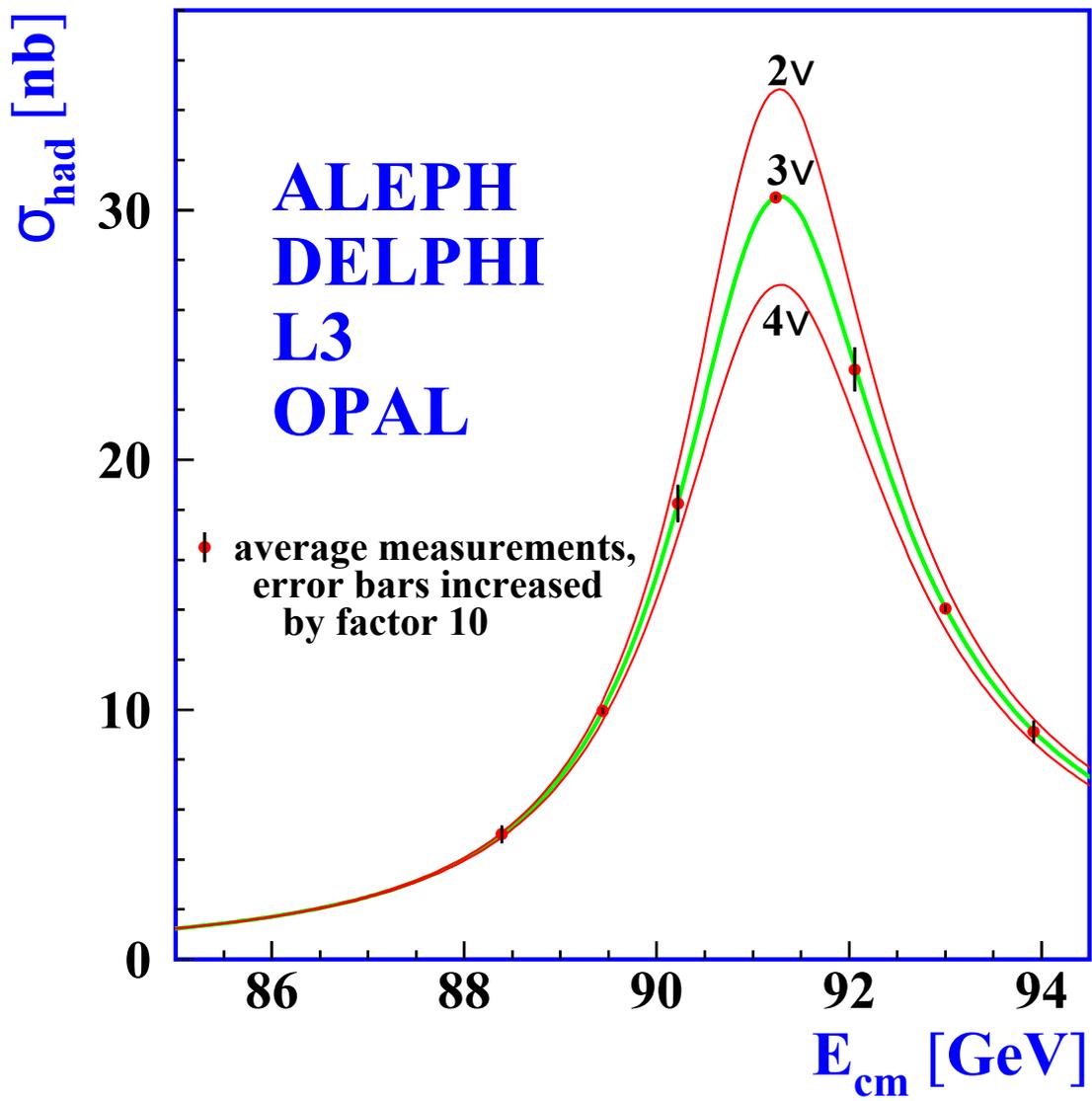


図 3.4: ビームエネルギーに対する Z ボソン生成断面積 [7]

## 第 4 章

# 4 世代のニュートリノ振動

### 4.1 4 世代の振動確率

ここではステライルニュートリノがある 4 世代 ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \nu_s$ ) の場合の振動確率を、長基線加速器実験を前提として計算する。計算の方法としては [8] に扱われている方法を参考とした。密度一定の物質中を伝播するニュートリノ振動について扱う。

4 世代の混合行列を  $U$  として、フレーバー固有状態のハミルトニアンは 3 世代のときと同様に次の形で書ける。

$$H = UK'U^\dagger + V' \quad (4.1)$$

ここで、 $K'$  は質量固有状態 ( $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$ ) それぞれのエネルギー固有値を対角成分に持つ行列である。

$$K' = \text{diag}(k_1, k_2, k_3, k_4) \quad (4.2)$$

$$k_i = \frac{m_i^2}{2E} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (4.3)$$

また、 $V'$  は 4 世代の場合の物質効果のポテンシャルである。一般的な物質中では荷電カレント相互作用は電子ニュートリノにのみ働き、中性カレント相互作用は 3 世代のニュートリノすべてに働く。ステライルニュートリノは弱い相互作用を行わないため、ポテンシャルは 0 となる。

$$V' = \text{diag}(V_{CC} + V_{NC}, V_{NC}, V_{NC}, 0) \quad (4.4)$$

(2.18) より、荷電カレント相互作用  $V_{CC}$  と中性カレント相互作用  $V_{NC}$  のポテンシャルの大きさは電子、中性子の数密度によって決定されていたので、一定の物質中では  $V_{CC}$  と  $V_{NC}$  の大きさの比  $r$  を取ると一定になる。

$$r = -\frac{V_{NC}}{V_{CC}} = \frac{1}{2} \frac{N_n}{N_e} \quad (4.5)$$

長基線加速器実験の場合にはニュートリノは地球の地殻を伝播するものとして、数密度の比は  $r \simeq 0.5$  と近似する。また、単位行列に比例する項は確率振幅の位相を変更するだけなので

$$(k_1 + V_{NC}) \mathbf{1} \quad (4.6)$$

を全体から差し引いておくと

$$K' \rightarrow K = \text{diag}(0, k_{12}, k_{13}, k_{14}) \quad (4.7)$$

$$V' \rightarrow V = \text{diag}(V_{CC}, 0, 0, rV_{CC}) \quad (4.8)$$

となる。4世代の混合行列  $U$  について、次のようにパラメータを取っておくこととする。

$$U = \tilde{R}_{34}R_{24}\tilde{R}_{14}R_{23}\tilde{R}_{13}R_{12} \quad (4.9)$$

ここで  $R_{ij}$ ,  $\tilde{R}_{ij}$  はそれぞれ  $(i, j)$  平面における実、複素での  $4 \times 4$  の回転を意味しており、 $2 \times 2$  の部分行列を含んでいる。

$$R_{ij}^{2 \times 2} = \begin{pmatrix} c_{ij} & s_{ij} \\ -s_{ij} & c_{ij} \end{pmatrix} \quad \tilde{R}_{ij}^{2 \times 2} = \begin{pmatrix} c_{ij} & \tilde{s}_{ij} \\ -\tilde{s}_{ij}^* & c_{ij} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

また  $\tilde{s}_{ij}$  は

$$\tilde{s}_{ij} \equiv s_{ij} e^{-i\delta_{ij}} \quad (4.11)$$

であり、4世代での3つのCP位相 ( $\delta_{13}$ ,  $\delta_{14}$ ,  $\delta_{34}$ ) を含んでいる。 $U$  の具体的な成分は付録Aに記しておく。ここでは後での便宜上、この  $U$  の中から  $U_{e4}$  成分と  $U_{\mu 4}$  成分を記しておく

$$U_{e4} = \tilde{s}_{14} \quad (4.12)$$

$$U_{\mu 4} = c_{14}s_{24} \quad (4.13)$$

である。 $U$  について、4番目の質量固有状態の回転を含む部分  $\bar{U}$  と3世代間の回転のみの部分  $U_{3\nu}$  に分けておくと

$$\bar{U} = \tilde{R}_{34}R_{24}\tilde{R}_{14} \quad (4.14)$$

$$U_{3\nu} = R_{23}\tilde{R}_{13}R_{12} \quad (4.15)$$

$$U = \bar{U}U_{3\nu} \quad (4.16)$$

となる。 $\bar{U}$  の中身を書き下しておく以下のようにになっている。

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} c_{14} & 0 & 0 & \tilde{s}_{14} \\ -s_{24}\tilde{s}_{14}^* & c_{24} & 0 & s_{24}c_{14} \\ -s_{34}c_{24}\tilde{s}_{14}^* & -\tilde{s}_{34}s_{24} & c_{34} & \tilde{s}_{34}c_{24}c_{14} \\ -c_{34}c_{24}\tilde{s}_{14}^* & -c_{34}s_{24} & -\tilde{s}_{34}^* & c_{34}c_{24}c_{14} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

ここで、新たな基底

$$\bar{\nu} = \bar{U}^\dagger \nu \quad (4.18)$$

を取ると、ハミルトニアンは

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \bar{U}^\dagger \bar{U} U_{3\nu} K U_{3\nu}^\dagger \bar{U}^\dagger \bar{U} + \bar{U}^\dagger V \bar{U} \\ &= U_{3\nu} K U_{3\nu}^\dagger + \bar{U}^\dagger V \bar{U} \\ &= \bar{H}^{\text{kin}} + \bar{H}^{\text{dyn}} \end{aligned} \quad (4.19)$$

となる。 $\bar{H}^{\text{kin}}$  は真空中での kinematic な寄与を表し、 $\bar{H}^{\text{dyn}}$  は nonstandard dynamics を表している。ただし

$$|k_{14}| \gg k_{12}, |k_{13}|, 1 \quad (4.20)$$

であるため、この4世代の dynamics を有効な3世代の dynamics へと帰着させる。 $\bar{H}$  の (4,4) 成分は他のすべての成分よりはるかに大きいため、 $\bar{H}$  の4番目の固有値もまた他の固有値と比べて大きい。ゆえに、新しい基底の4番目の状態  $\bar{\nu}_s$  は他の状態 ( $\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau$ ) とは独立に時間発展する。したがって  $\bar{H}$  から (1,2,3) 成分の部分行列を取り出すと、( $\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau$ ) の時間発展を表す  $3 \times 3$  のハミルトニアンとすることができる。

$$\bar{H}_{3\nu} = \bar{H}_{3\nu}^{\text{kin}} + \bar{H}_{3\nu}^{\text{dyn}} \quad (4.21)$$

$\bar{H}_{3\nu}^{\text{dyn}}$  について計算をすると

$$\begin{aligned} \bar{H}_{3\nu}^{\text{dyn}} &= (\bar{U}^\dagger V \bar{U})_{3 \times 3} \\ &= V_{CC} \begin{pmatrix} |\bar{U}_{e1}|^2 + r|\bar{U}_{s1}|^2 & r\bar{U}_{31}^* \bar{U}_{s2} & r\bar{U}_{s1}^* \bar{U}_{s3} \\ \dagger & r|\bar{U}_{s2}|^2 & r\bar{U}_{s2}^* \bar{U}_{s3} \\ \dagger & \dagger & r|\bar{U}_{s3}|^2 \end{pmatrix} \\ &= V_{CC} \begin{pmatrix} c_{14}^2 + rc_{34}^2 c_{24}^2 s_{14}^2 & rc_{34}^2 c_{24} \tilde{s}_{14} s_{24} & rc_{34} c_{24} \tilde{s}_{14} \tilde{s}_{34}^* \\ \dagger & rc_{34}^2 s_{24}^2 & rc_{34} s_{24} \tilde{s}_{34}^* \\ \dagger & \dagger & rs_{34}^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.22)$$

ただし  $\dagger$  となっている成分は ( $i, j$ ) を入れ替えた成分の複素共役を表している。ステライルニュートリノの混合角 ( $\theta_{14}, \theta_{24}, \theta_{34}$ ) を微小量として2次までとすると

$$\bar{H}_{3\nu}^{\text{dyn}} \approx V_{CC} \left( \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -(1-r)s_{14}^2 & r\tilde{s}_{14}s_{24} & r\tilde{s}_{14}\tilde{s}_{34}^* \\ \dagger & rs_{24}^2 & rs_{24}\tilde{s}_{34}^* \\ \dagger & \dagger & rs_{34}^2 \end{pmatrix} \right) \quad (4.23)$$

と近似される。第1項は通常のポテンシャル、第2項はそこからのずれの形になっている。第2項は2次以上の微小量しか残らず、 $r \sim 0.5$  によってさらに suppress されるため、現実的な混合角の値ではこの寄与は  $O(\epsilon^2)$  である。さらに、長基線実験での通常の物質効果は小さく  $v = V_{CC}/|k_{13}| \sim 0.05$  程度であるため、振幅に対する第2項の寄与は無視できてしまう。

振動確率を計算するため、新しい基底  $\bar{\nu}$  における時間発展演算子  $\bar{S}$  を考えると

$$\bar{S} \equiv e^{-\bar{H}L} \approx \begin{pmatrix} e^{-i\bar{H}_{3\nu}L} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & e^{-ik_{14}L} \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

ただしここで

$$\bar{S}_{es} = \bar{S}_{\mu s} = \bar{S}_{\tau s} = \bar{S}_{se} = \bar{S}_{s\mu} = \bar{S}_{s\tau} = 0 \quad (4.25)$$

であると近似している。新しい基底から元のフレーバーの基底にはユニタリー変換

$$S = \bar{U} \bar{S} \bar{U}^\dagger \quad (4.26)$$

を通じて戻ることができる。ここではまず  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  について考えると

$$\begin{aligned} S_{e\mu} &= \sum_{j,k} \bar{U}_{ej} \bar{S}_{jk} \bar{U}_{\mu k}^* \\ &= \bar{U}_{e1} [\bar{U}_{\mu 1}^* \bar{S}_{ee} + \bar{U}_{\mu 2}^* \bar{S}_{e\mu}] + \bar{U}_{e4} \bar{U}_{\mu 4}^* \bar{S}_{ss} \end{aligned} \quad (4.27)$$

したがって4世代での  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  振動確率は

$$\begin{aligned}
P_{\mu e}^{4\nu} &\equiv |S_{e\mu}|^2 = |\bar{U}_{e1}|^2 |\bar{U}_{\mu1}|^2 |\bar{S}_{ee}|^2 \\
&\quad + |\bar{U}_{e1}|^2 |\bar{U}_{\mu2}|^2 |\bar{S}_{e\mu}|^2 \\
&\quad + 2|\bar{U}_{e1}|^2 \Re [\bar{U}_{\mu1}^* \bar{U}_{\mu2} \bar{S}_{ee} \bar{S}_{e\mu}^*] \\
&\quad + |\bar{U}_{e4}|^2 |\bar{U}_{\mu4}|^2 |\bar{S}_{ss}|^2 \\
&\quad + 2\Re [\bar{U}_{e1} [\bar{U}_{\mu1}^* \bar{S}_{ee} + \bar{U}_{\mu2}^* \bar{S}_{e\mu}] \bar{U}_{e4}^* \bar{U}_{\mu4} \bar{S}_{ss}^*]
\end{aligned} \tag{4.28}$$

と書くことができる。ただし

$$|\bar{S}_{ee}|^2 \equiv \bar{P}_{ee}^{3\nu}, \quad |\bar{S}_{e\mu}|^2 \equiv \bar{P}_{\mu e}^{3\nu} \tag{4.29}$$

である。(4.17) より  $\bar{U}$  の中身を入れることで

$$\begin{aligned}
P_{\mu e}^{4\nu} &= c_{14}^2 s_{24}^2 s_{14}^2 \bar{P}_{ee}^{3\nu} \\
&\quad + c_{14}^2 c_{24}^2 \bar{P}_{\mu e}^{3\nu} \\
&\quad - 2c_{14}^2 c_{24} s_{14} s_{24} \Re [e^{-i\delta_{14}} \bar{S}_{ee} \bar{S}_{e\mu}^*] \\
&\quad + c_{14}^2 s_{14}^2 s_{24}^2 \\
&\quad + 2\Re [(c_{24} e^{+i\delta_{14}} \bar{S}_{e\mu} - s_{14} s_{24} \bar{S}_{ee}) s_{14} s_{24} c_{14}^2 e^{+ik_{14}L}]
\end{aligned} \tag{4.30}$$

となる。 $\theta_{14}, \theta_{24}$  を微小量とすると

$$\begin{aligned}
P_{\mu e}^{4\nu} &\simeq (1 - s_{14}^2 - s_{24}^2) \bar{P}_{\mu e}^{3\nu} - 2s_{14} s_{24} \Re [e^{-i\delta_{14}} \bar{S}_{ee} \bar{S}_{e\mu}^*] + s_{14}^2 s_{24}^2 (1 + \bar{P}_{ee}^{3\nu}) \\
&\quad + 2\Re [(c_{24} e^{+i\delta_{14}} \bar{S}_{e\mu} - s_{14} s_{24} \bar{S}_{ee}) s_{14} s_{24} c_{14}^2 e^{+ik_{14}L}]
\end{aligned} \tag{4.31}$$

となり、 $\bar{S}_{ee}, \bar{S}_{e\mu}$  を計算することで振動確率を求めることができる。

$\bar{S}_{ee}, \bar{S}_{e\mu}$  に関して、 $\bar{S}_{ee} = \bar{S}_{(1,1)}, \bar{S}_{e\mu} = \bar{S}_{(1,2)}$  であるため、(4.24) よりこの  $\bar{H}_{3\nu}$  をあるユニタリー行列  $\bar{U}_{3\nu}$  で対角化できたとする。

$$\bar{H}_{3\nu} = \bar{U}_{3\nu} \text{diag} (\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_3) \bar{U}_{3\nu}^\dagger \tag{4.32}$$

この場合、次の関係式

$$e^X = \sum_n \frac{X^n}{n!} \tag{4.33}$$

$$\left( \bar{U}_{3\nu} \text{diag} (\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_3) \bar{U}_{3\nu}^\dagger \right)^n = \bar{U}_{3\nu} \left( \text{diag} (\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_3) \right)^n \bar{U}_{3\nu}^\dagger \tag{4.34}$$

$$\left( \text{diag} (\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_3) \right)^n = \text{diag} (\tilde{k}_1^n, \tilde{k}_2^n, \tilde{k}_3^n) \tag{4.35}$$

を用いることで

$$\begin{aligned}
e^{-i\bar{H}_{3\nu}L} &= e^{-i(\bar{U}_{3\nu} \text{diag} (\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_3) \bar{U}_{3\nu}^\dagger)L} \\
&= \bar{U}_{3\nu} e^{-i \text{diag} (\tilde{k}_1, \tilde{k}_2, \tilde{k}_3)L} \bar{U}_{3\nu}^\dagger \\
&= \bar{U}_{3\nu} \text{diag} (e^{-i\tilde{k}_1L}, e^{-i\tilde{k}_2L}, e^{-i\tilde{k}_3L}) \bar{U}_{3\nu}^\dagger
\end{aligned} \tag{4.36}$$

となる。したがって  $U_{3\nu} \text{diag} (0, k_{12}, k_{13}) U_{3\nu}^\dagger + V_{CC} \text{diag} (1, 0, 0)$  を対角化することで、 $\bar{S}_{ee}, \bar{S}_{e\mu}$  を計算することができる。

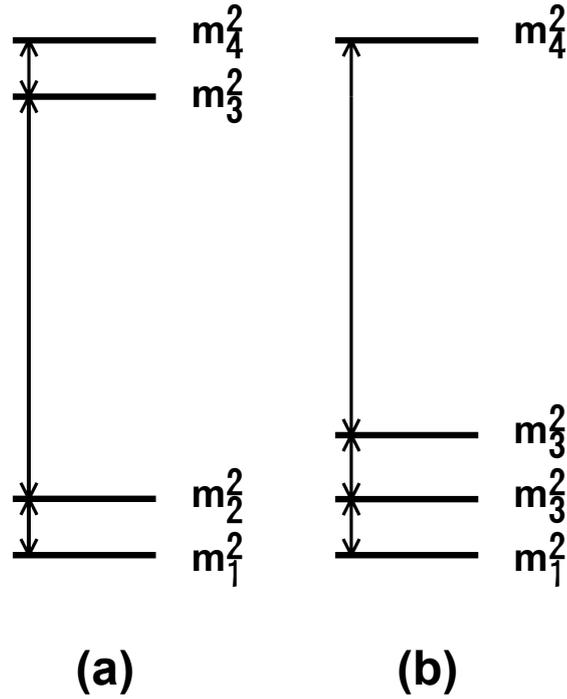


図 4.1: (a)(2+2) スキームと (b)(3+1) スキーム

$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  についても同様であり

$$\begin{aligned}
 S_{\mu\mu} &= \sum_{j,k} \bar{U}_{\mu j} \bar{S}_{jk} \bar{U}_{\mu k}^* \\
 &= |\bar{U}_{\mu 1}|^2 \bar{S}_{ee} + |\bar{U}_{\mu 2}|^2 \bar{S}_{\mu\mu} + |\bar{U}_{\mu 4}|^2 \bar{S}_{ss} + \bar{U}_{\mu 1} \bar{U}_{\mu 2}^* \bar{S}_{e\mu} + \bar{U}_{\mu 2} \bar{U}_{\mu 1}^* \bar{S}_{\mu e}
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

なので 4 世代での  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  振動確率は

$$P_{\mu\mu}^{4\nu} = |S_{\mu\mu}|^2 \tag{4.38}$$

を計算すればよい。 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  の場合の振動確率 (4.31) に表れていた  $\bar{S}_{ee}, \bar{S}_{e\mu}$  に加え、 $\bar{S}_{\mu\mu}, \bar{S}_{ss}$  が存在しているが、 $\bar{S}_{ss}$  に関しては (4.24) より

$$\bar{S}_{ss} = e^{-ik_{14}L} \tag{4.39}$$

であるためこれを用いればよい。

$\bar{S}_{ee}, \bar{S}_{e\mu}, \bar{S}_{\mu\mu}$  について、ここでは [9] から、 $\bar{S}_{ee}, \bar{S}_{e\mu}, \bar{S}_{\mu\mu}$  の表式を利用する。具体的な内容は付録 B に記した。

## 4.2 1 mass scale dominance

独立な 4 つの質量の場合での質量の階層性を考えると、図 4.1 のように (2+2) スキームと (3+1) スキームが存在する。ここでは (3+1) の場合について議論する。

$$|\Delta m_{jk}^2 L/4E| \ll 1 \quad (j, k) = (1-3, 1-3) \tag{4.40}$$

が成り立つ場合には、4番目の質量固有状態とそれ以外の固有状態との質量二乗差のみが振動確率の公式に現れる。

混合行列  $U_{\alpha j}$  のユニタリー性を使うと、disappearance チャンネルの場合の振動確率は以下のように書ける。

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - 4|U_{\alpha 4}|^2(1 - |U_{\alpha 4}|^2) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right) \quad (4.41)$$

この式から振動確率にはひとつの質量二乗差 ( $\Delta m_{41}^2$ ) のみが寄与していることが分かる。この現象を 1 mass scale dominance と呼んでいる。

このとき 2世代のシナリオの振動確率との類推で、2世代の混合角  $\theta_{\alpha\alpha}$  との関係は以下のような式で与えられる。

$$4|U_{\alpha 4}|^2(1 - |U_{\alpha 4}|^2) = \sin^2 2\theta_{\alpha\alpha} \quad (4.42)$$

一方、appearance チャンネルの振動確率は (4.30) の条件を満たす場合には、CP 不変でない項がすべて消え次式のようになる。

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = 4|U_{\alpha 4}U_{\beta 4}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}\right) \quad (4.43)$$

この場合にも 2世代のシナリオとの類推で、2世代の混合角  $\theta_{\alpha\beta}$  との関係は以下のような式で与えられる。

$$4|U_{\alpha 4}U_{\beta 4}|^2 = \sin^2 2\theta_{\alpha\beta} \quad (4.44)$$

以上の議論から、1 mass scale dominance のある 4世代のシナリオと 2世代のシナリオは (4.12) と (4.13) から以下のような関係で結ばれる。

$$\text{disappearance: } (\Delta m^2, \sin^2 2\theta) \longleftrightarrow (\Delta m_{41}^2, \sin^2 2\theta_{14}) \quad (4.45)$$

$$\text{appearance: } (\Delta m^2, \sin^2 2\theta) \longleftrightarrow (\Delta m_{41}^2, s_{24}^2 \sin^2 2\theta_{14}) \quad (4.46)$$

以上の議論から

$$\Delta m_{41}^2 \simeq 0.1 \text{eV}^2 \quad (4.47)$$

$$\sin^2 \theta_{14} \simeq \sin^2 \theta_{24} \simeq 0.025 \quad (4.48)$$

であることが推察される。

実際、[8] での best fit は上記の値であり、CP 位相の best fit は

$$\delta_{13} = \delta_{14} = -\frac{\pi}{2} \quad (4.49)$$

である。

以下ではこれらの値を仮定し、将来の長基線実験である T2HK と DUNE で期待される兆候を議論する。

## 第 5 章

# T2HK と DUNE におけるステライルニュートリノ振動

### 5.1 T2HK と DUNE 実験

将来の長基線実験として T2HK(Tokai-to-Hyper-Kamiokande)[10] と DUNE(Deep Underground Neutrino Experiment)[11] が挙げられる。T2HK は現行の T2K(Tokai-to-Kamiokande) 実験のアップグレード版であり、基線の長さは  $L = 295\text{km}$ 。DUNE はアメリカで建設中であり、基線の長さは  $L = 1300\text{km}$  である。

これら 2 つの実験は長基線加速器ニュートリノ振動実験であるため、エネルギーと距離が正確であり、ニュートリノと反ニュートリノを別々に測定できるという利点がある。3 世代の枠組みの CP 位相を測定する精密実験であることから、多数のイベントを検出できる可能性があり、ステライルニュートリノに対する感度もある程度持っているのではないかという期待が持たれる。

### 5.2 T2HK と DUNE における振動確率

振動確率の計算にあたって用いたニュートリノ振動のパラメータは表 5.1 の通りである。ただし、 $\alpha, |v|$

表 5.1: ニュートリノ振動パラメータ

パラメータ	計算で使した値
$\theta_{12}$	0.5840
$\theta_{23}$	0.7964
$\theta_{13}$	0.1485
$ \Delta m_{31}^2 $	$2.51 \times 10^{-3}$
$\alpha$	0.03
$ v $	0.05
$\Delta m_{41}^2$	0.1
$\sin^2 \theta_{14}$	0.025
$\sin^2 \theta_{24}$	0.025

については

$$\alpha = \frac{\Delta m_{21}^2}{|\Delta m_{31}^2|} \tag{5.1}$$

$$|v| = \frac{V_{CC}}{|k_{13}|} \tag{5.2}$$

である。また、質量階層性については Normal Hierarchy としている。以下ではこの値を使って振動確率の数値計算を行う。グラフ中の averaged  $4\nu$  は  $4\nu$  の数値を  $\sigma = 0.15E$  としてガウス分布で平均化したものである。

$4\nu$  の振動確率では  $\Delta m_{41}^2$  によって高速に振動している。disappearance では振動確率ではニュートリノと反ニュートリノで違いはほとんど見られない。

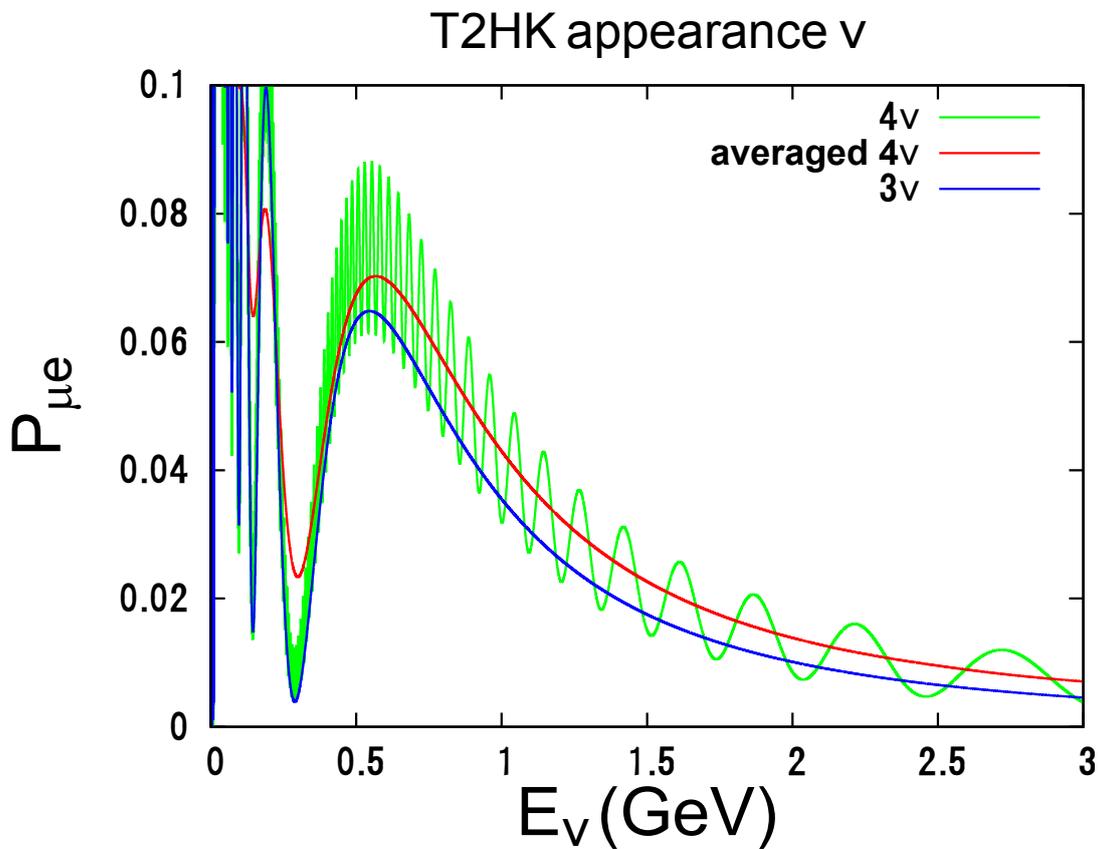


図 5.1: T2HK における  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  振動確率

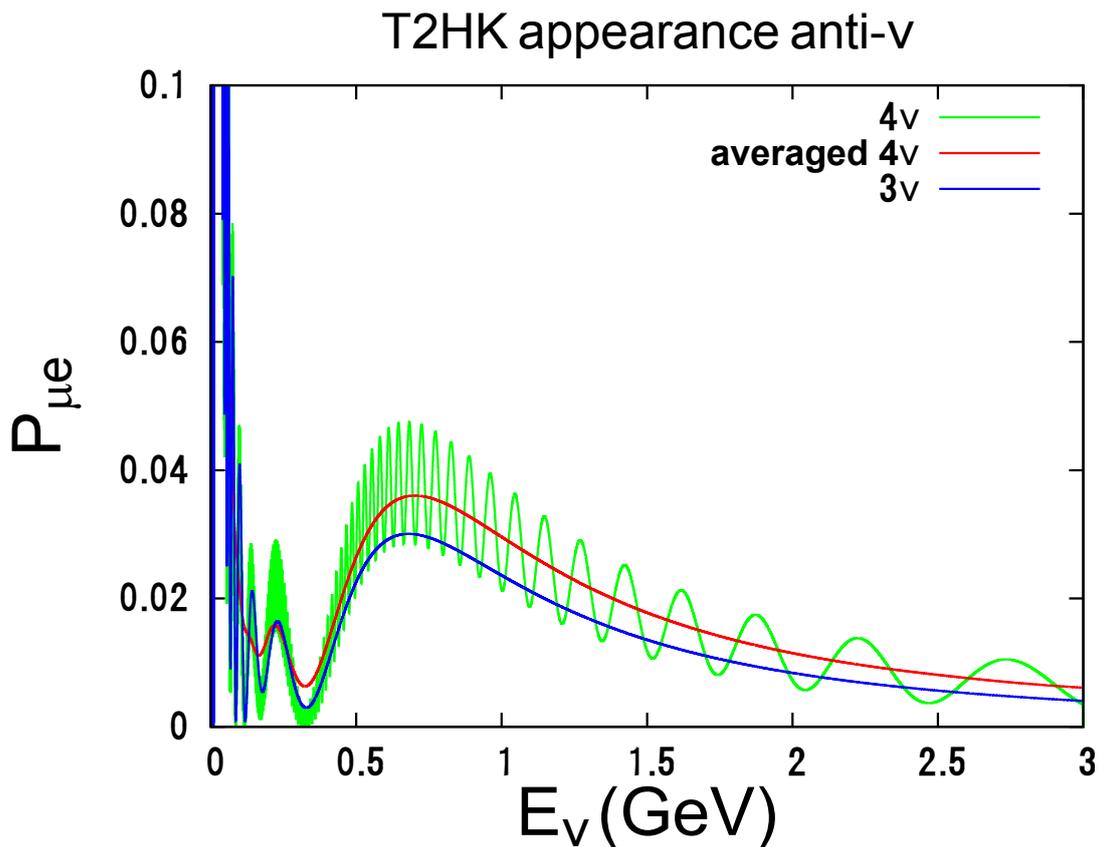


図 5.2: T2HK における  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  振動確率

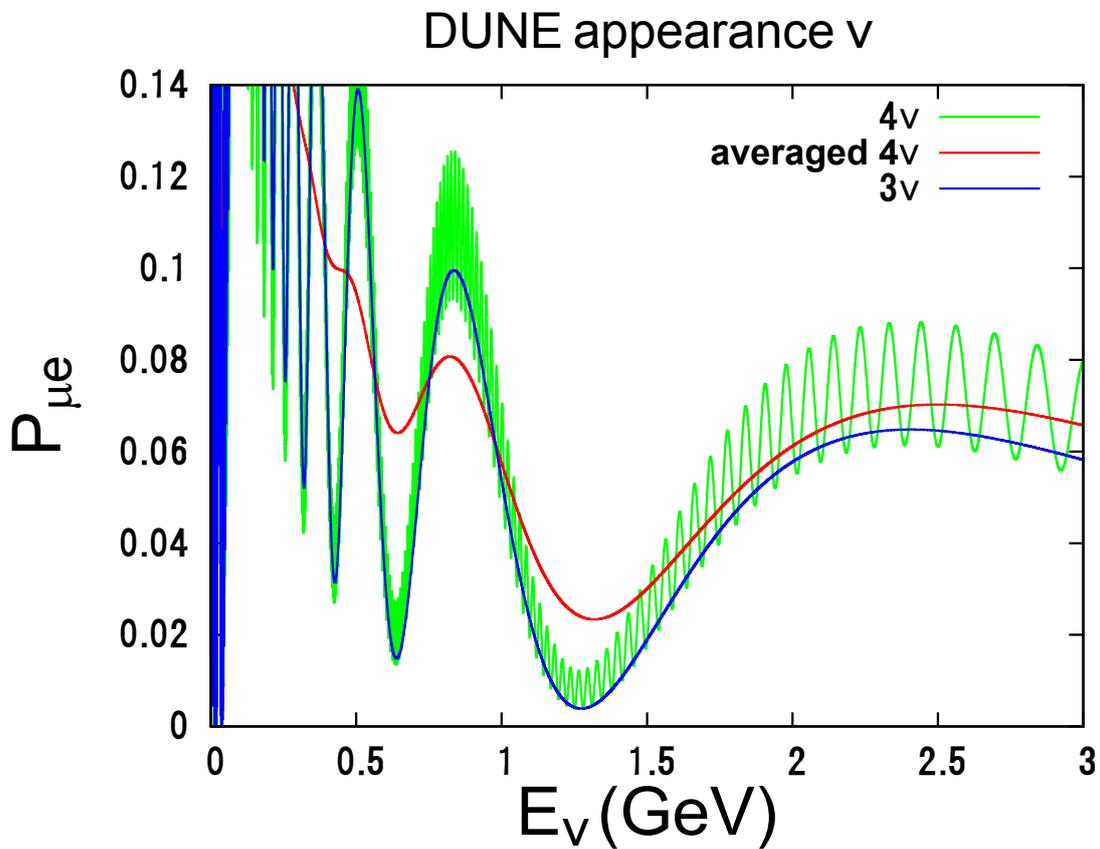


図 5.3: DUNE における  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$  振動確率

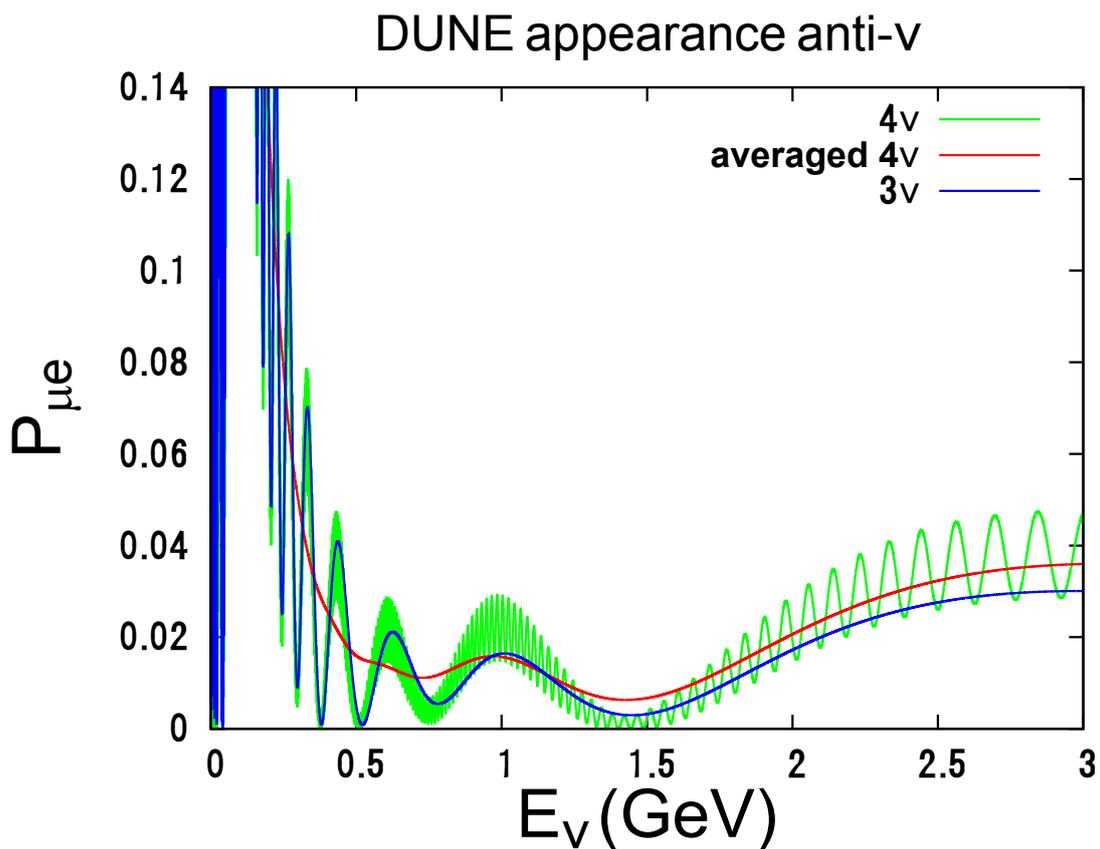


図 5.4: DUNE における  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$  振動確率

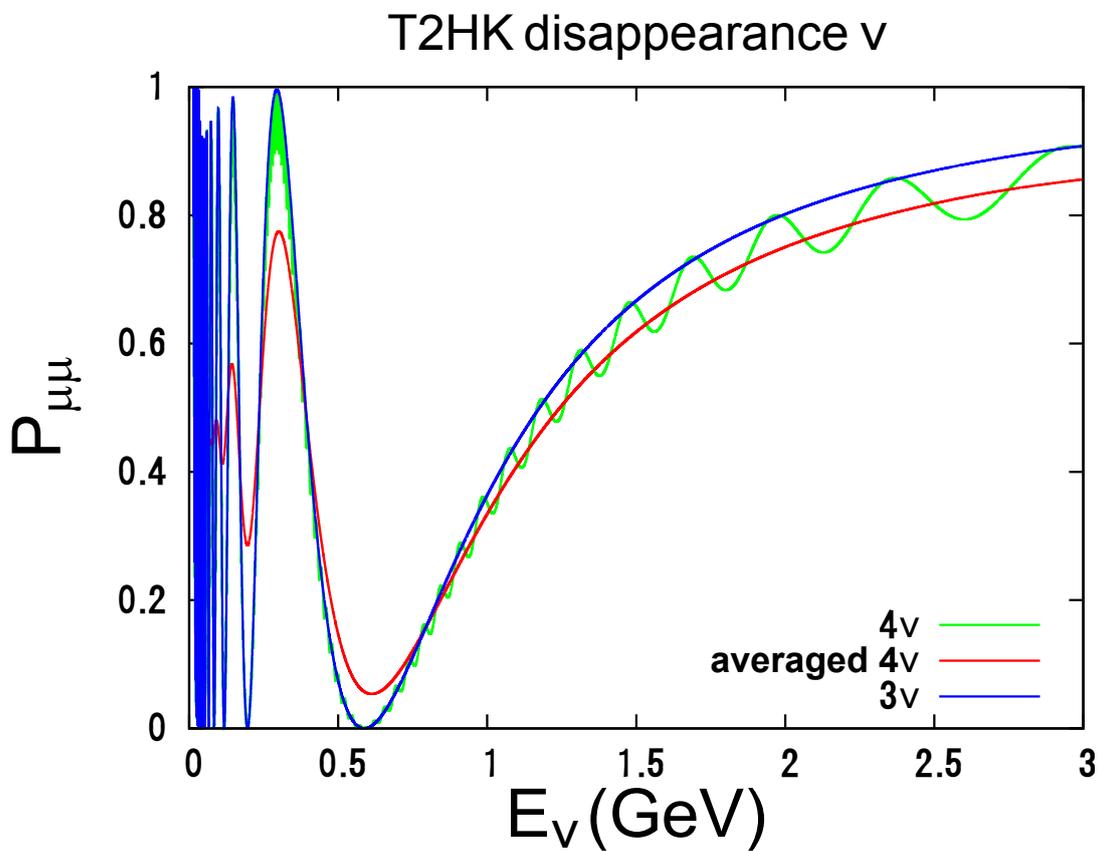


図 5.5: T2HK における  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  振動確率

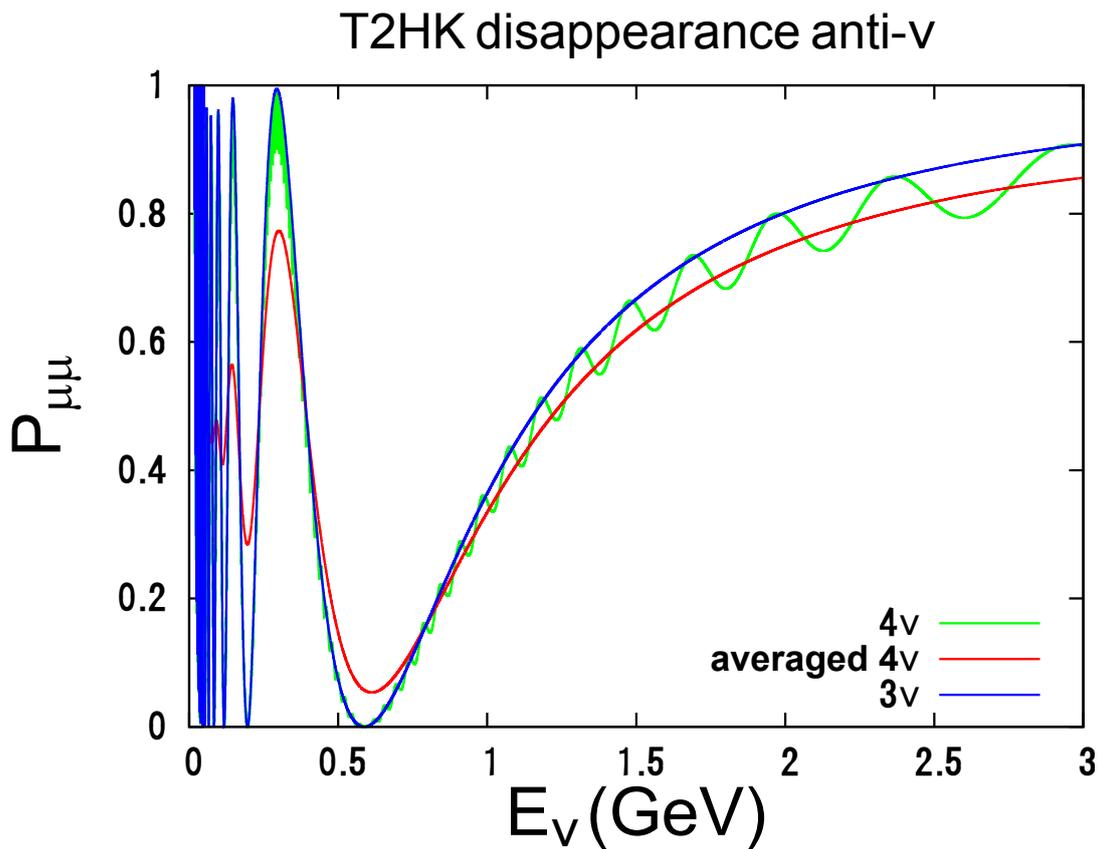


図 5.6: T2HK における  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  振動確率

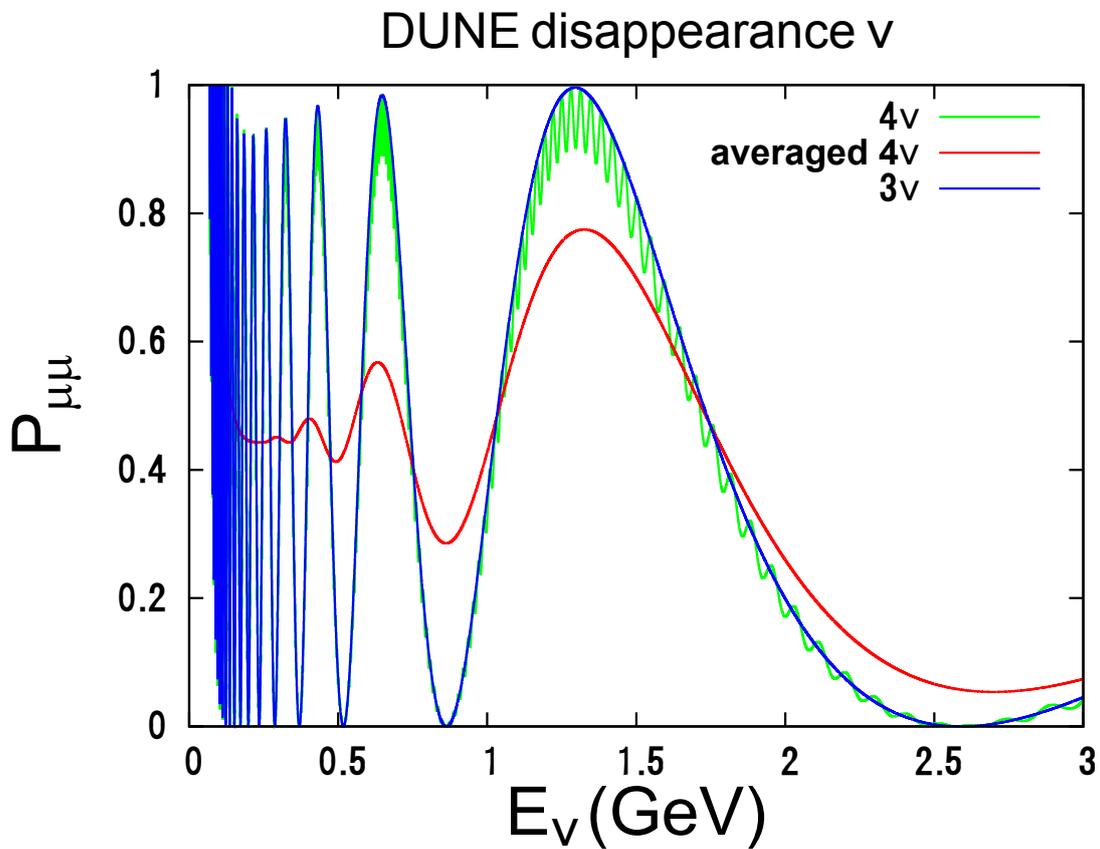
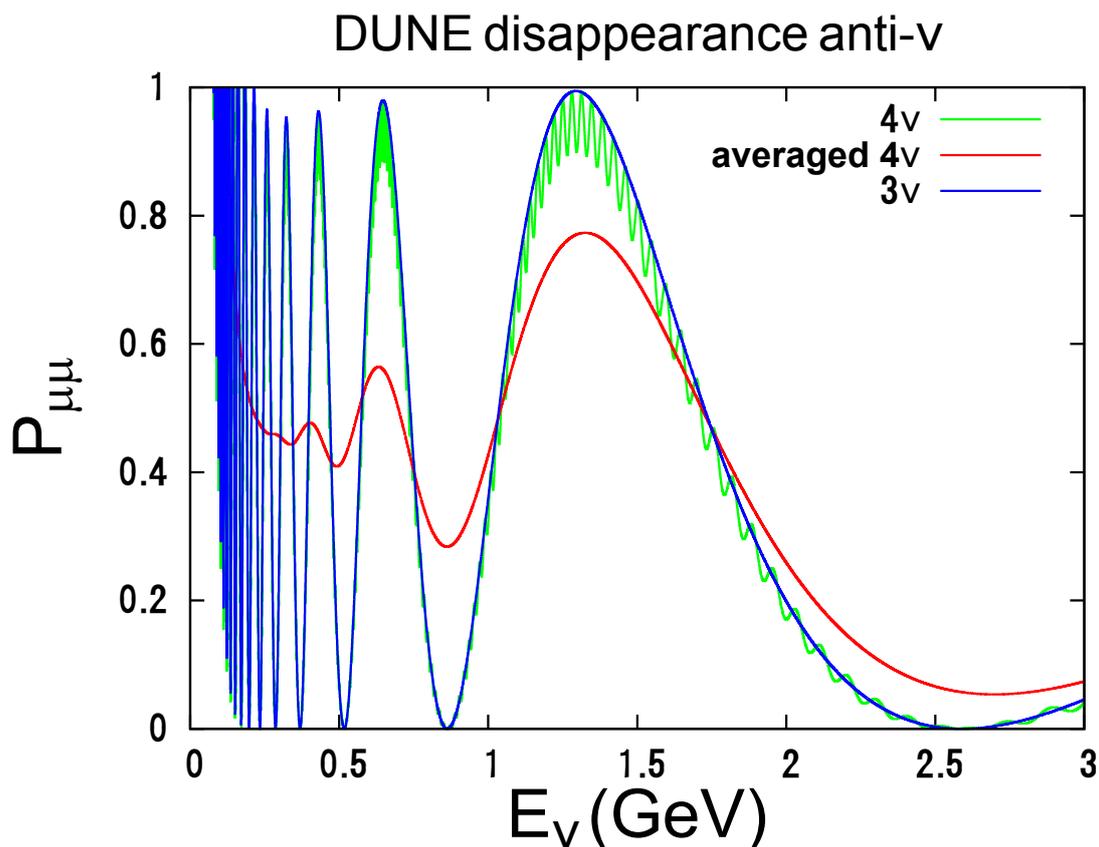


図 5.7: DUNE における  $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$  振動確率

図 5.8: DUNE における  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$  振動確率

### 5.3 解析

ここでは上記の [8] の best fit が真のパラメータであると仮定し、それを標準的な 3 世代混合の枠組みで fit した場合の significance を調べる。解析にあたっては次の  $\chi^2$  および  $\min \chi^2$  を用いる。

$$\chi^2 = \sum_j \frac{(N_j^{\text{exp}} - N_j^{\text{th}})^2}{N_j^{\text{th}}} \quad (5.3)$$

$$\min \chi^2 = \min_\alpha \left[ \sum_j \frac{(N_j^{\text{exp}} - (1 + \alpha) N_j^{\text{th}})^2}{N_j^{\text{th}}} + \left(\frac{\alpha}{\sigma}\right)^2 \right] \quad (5.4)$$

ここで、 $N_j^{\text{th}}$  は 3 世代を仮定したイベント数、 $N_j^{\text{exp}}$  は 4 世代を仮定したイベント数である。 $\alpha$  はニュートリノフラックスの系統誤差  $\sigma$  を導入するプルパラメータと呼ばれる量であり、 $\alpha$  について最小化した値を  $\min \chi^2$  としている。

ニュートリノフラックスの系統誤差  $\sigma$  は実験の種類、チャンネルによってそれぞれ異なる。本研究では  $\sigma$  は表 5.2 に記載した値として導入した。

### 5.4 結果

各実験のイベント数は [10] および [11] のシミュレーションに従い、4 つのチャンネル ( $\nu_\mu \rightarrow \nu_e, \bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e, \nu_\mu \rightarrow \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ ) について  $\chi^2, \min \chi^2$  を計算した結果が表 5.3 および表 5.4

表 5.2: 各ニュートリノフラックスの系統誤差 (%)

	T2HK	DUNE
$\nu_e$	3.3	3.6
$\nu_\mu$	3.3	3.6
$\bar{\nu}_e$	6.2	6.8
$\bar{\nu}_\mu$	4.5	4.9

表 5.3: T2HK の  $\chi^2$ 

チャンネル	$\chi^2$	min $\chi^2$	bin 数
$\nu_\mu \rightarrow \nu_e$	85.94	21.04	6
$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$	130.29	19.95	6
$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$	43.14	7.97	37
$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	39.63	6.09	37
total	299.00	55.05	86

表 5.4: DUNE の  $\chi^2$ 

チャンネル	$\chi^2$	min $\chi^2$	bin 数
$\nu_\mu \rightarrow \nu_e$	32.30	14.15	8
$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$	21.87	9.48	8
$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$	17.01	2.07	8
$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$	8.64	1.05	8
total	79.83	26.76	32

である。エネルギー分解能は有限であり、実験においては隣の bin に染み出す効果がある。ここでは実験の提案書で書かれた最良のエネルギー分解能の bin に対して、4 つの bin を 1 つに統合して bin の数は 1/4 としている。

さらに、それぞれの実験の reduced  $\chi^2$  を計算する。

$$\text{reduced}\chi^2 = \frac{\min\chi^2}{(\#d.o.f)} \quad (5.5)$$

その結果は

$$\text{T2HK: reduced}\chi^2 = 0.640 \quad (5.6)$$

$$\text{DUNE: reduced}\chi^2 = 0.836 \quad (5.7)$$

どちらの実験についても  $\text{reduced}\chi^2 < 1$  という結果だった。したがって 3 世代と 4 世代の significance は大きいとは言えず、2 つの実験からステライルニュートリノの兆候が得られるとは結論できないことがわかった。ただし、DUNE の方が T2HK よりもわずかながら感度がよいということが言える。

## 第6章

### 結論

本研究では、将来の長基線実験である T2HK と DUNE における (3+1) スキームと呼ばれるステライルニュートリノ振動の兆候が観測できるかを議論した。残念ながらこれらの実験ではステライルニュートリノ振動の兆候を有意に観測することはできないことが分かった。

$L/E$  が  $\Delta m^2 = 2.44 \times 10^{-3} \text{eV}^2$  に特化された実験であるため、エネルギー分解能が非常に優れていない限り、ステライルニュートリノ振動に見られる細かい振動が観測できないことが主な理由と考えられる。これを克服するためには、現在の位置より 2 桁程度短い距離の所に検出器を設置する必要があると思われる。

今回は disappearance と appearance による  $\nu_\mu$  と  $\nu_e$  ( $\bar{\nu}_\mu$  と  $\bar{\nu}_e$ ) の観測のみを情報として用いたが、中性カレントのデータを使うことにより、ステライルニュートリノ振動に対する情報がさらに得られる可能性がある。これらは将来の課題として考えられる。

# 謝辞

本論文を執筆するにあたり、多大な時間と労力を割いて指導して下さった安田修教授、場の理論のゼミを担当して下さった北澤敬章助教に深く感謝の意を表します。同じ研究室のメンバーとして、ニュートリノのゼミを開催していただいた深澤信也さん、研究において貴重なアドバイスと激励をしていただいた酒井裕企さん、増川京佑君に感謝の意を表します。同期として、ともに学び、ともに議論していただいた柳田秀明君、青木健児君、清水慎一郎君に感謝の意を表します。そして最後に、いつも私のことを支えてくれた家族と友人たちに感謝します。

## 付録 A

### 4 世代の混合行列

ここでは 4 世代の混合行列

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} & U_{e4} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} & U_{\mu4} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} & U_{\tau4} \\ U_{s1} & U_{s2} & U_{s3} & U_{s4} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

の各成分を本研究で用いた (4.9) のパラメータの取り方に従って記述しておく。

$$\begin{cases} U_{e1} = c_{12}c_{13}c_{14} \\ U_{e2} = s_{12}c_{13}c_{14} \\ U_{e3} = \tilde{s}_{13}c_{14} \\ U_{e4} = \tilde{s}_{14} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{cases} U_{\mu1} = -c_{12}c_{13}\tilde{s}_{14}^*s_{24} - c_{24}(s_{12}c_{23} + c_{12}\tilde{s}_{13}^*s_{23}) \\ U_{\mu2} = -s_{12}c_{13}\tilde{s}_{14}^*s_{24} + c_{24}(c_{12}c_{23} - s_{12}\tilde{s}_{13}^*s_{23}) \\ U_{\mu3} = -\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{14}^*s_{24} + c_{13}s_{23}c_{24} \\ U_{\mu4} = c_{14}s_{24} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{cases} U_{\tau1} = -c_{12}c_{13}\tilde{s}_{14}^*c_{24}\tilde{s}_{34} + s_{24}\tilde{s}_{34}(s_{12}c_{23} + c_{12}\tilde{s}_{13}^*s_{23}) + c_{34}(s_{12}s_{23} - c_{12}\tilde{s}_{13}^*c_{23}) \\ U_{\tau2} = -s_{12}c_{13}\tilde{s}_{14}^*c_{24}\tilde{s}_{34} - s_{24}\tilde{s}_{34}(c_{12}c_{23} - s_{12}\tilde{s}_{13}^*s_{23}) - c_{34}(c_{12}s_{23} + s_{12}\tilde{s}_{13}^*c_{23}) \\ U_{\tau3} = -\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{14}^*c_{24}\tilde{s}_{34} - c_{13}s_{23}s_{24}\tilde{s}_{34} + c_{13}c_{23}c_{34} \\ U_{\tau4} = c_{14}c_{24}\tilde{s}_{34} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{cases} U_{s1} = c_{12}c_{13}\tilde{s}_{14}^*c_{24}c_{34} + s_{24}c_{34}(s_{12}c_{23} + c_{12}\tilde{s}_{13}^*s_{23}) - \tilde{s}_{34}^*(s_{12}s_{23} - c_{12}\tilde{s}_{13}^*c_{23}) \\ U_{s2} = -s_{12}c_{13}\tilde{s}_{14}^*c_{24}c_{34} - s_{24}c_{34}(c_{12}c_{23} - s_{12}\tilde{s}_{13}^*s_{23}) + \tilde{s}_{34}^*(c_{12}s_{23} + s_{12}\tilde{s}_{13}^*c_{23}) \\ U_{s3} = -\tilde{s}_{13}\tilde{s}_{14}^*c_{24}c_{34} - c_{13}s_{23}s_{24}c_{34} - c_{13}c_{23}\tilde{s}_{34}^* \\ U_{s4} = c_{14}c_{24}c_{34} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

## 付録 B

### $\bar{S}_{ee}, \bar{S}_{e\mu}, \bar{S}_{\mu\mu}$ の表式

本研究で用いた  $\bar{S}_{ee}, \bar{S}_{e\mu}, \bar{S}_{\mu\mu}$  の表式 [9] をここに記述しておく。

$$\begin{aligned}
\bar{S}_{ee} = & (1 - is_{12}^2 \alpha k_{13} L) e^{-ivk_{13}L} + is_{13}^2 vk_{13} L e^{-ivk_{13}L} \\
& - s_{13}^2 \frac{1+v}{1-v} (e^{-ivk_{13}L} - e^{-ik_{13}L}) - s_{12}^4 \left(\frac{\alpha}{v}\right)^2 \frac{(vk_{13}L)^2}{2} e^{-ivk_{13}L} \\
& - s_{12}^2 c_{12}^2 \left(\frac{\alpha}{v}\right)^2 \{ivk_{13}L e^{-ivk_{13}L} - (1 - e^{-ivk_{13}L})\} \\
& + s_{13}^2 \frac{v}{1-v} \left\{ ivk_{13}L e^{-ivk_{13}L} - \frac{1}{1-v} (e^{-ivk_{13}L} - e^{-ik_{13}L}) \right\}
\end{aligned} \tag{B.1}$$

$$\begin{aligned}
\bar{S}_{e\mu} = & -s_{13}s_{23} \frac{1}{1-v} e^{-i\delta_{13}} (e^{-ivk_{13}L} - e^{-ik_{13}L}) \\
& + is_{12}^2 s_{13}s_{23} \alpha k_{13} L e^{-i\delta_{13}} e^{-ivk_{13}L} \\
& + s_{12}c_{12}c_{23} \frac{\alpha}{v} \left\{ i\alpha k_{13}L (c_{12}^2 - s_{12}^2 e^{-ivk_{13}L}) - (c_{12}^2 - s_{12}^2) \frac{\alpha}{v} (1 - e^{-ivk_{13}L}) - (1 - e^{-ivk_{13}L}) \right\} \\
& + s_{13}s_{23} \frac{v^2}{1-v} e^{-i\delta_{13}} \left\{ is_{12}^2 \frac{\alpha}{v} k_{13} L e^{-ivk_{13}L} - s_{12}^2 \frac{1}{1-v} \frac{\alpha}{v} (e^{-ivk_{13}L} - e^{-ik_{13}L}) \right\}
\end{aligned} \tag{B.2}$$

$$\begin{aligned}
\bar{S}_{\mu\mu} = & c_{13}^2 (1 - ic_{12}^2 \alpha k_{13} L) + s_{23}^2 e^{-ik_{13}L} \\
& - s_{13}^2 s_{23}^2 \left\{ ivk_{13}L e^{-ik_{13}L} - \frac{1+v}{1-v} (e^{-ivk_{13}L} - e^{-ik_{13}L}) \right\} - c_{12}^4 c_{23}^2 \left(\frac{\alpha}{v}\right)^2 \frac{(vk_{13}L)^2}{2} \\
& + s_{12}^2 c_{12}^2 c_{23}^2 \left(\frac{\alpha}{v}\right)^2 \{ivk_{13}L - (1 - e^{-ivk_{13}L})\} \\
& - s_{13}^2 s_{23}^2 \frac{v^2}{1-v} \left\{ ik_{13}L e^{-ik_{13}L} - \frac{1}{1-v} (e^{-ivk_{13}L} - e^{-ik_{13}L}) \right\} \\
& 2s_{12}c_{12}s_{13}s_{23}c_{23} \frac{\alpha}{v} \cos \delta_{13} \left[ (1 - e^{-ivk_{13}L}) + v \left\{ (1 - e^{-ik_{13}L}) - \frac{1}{1-v} (e^{-ivk_{13}L} - e^{-ik_{13}L}) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{B.3}$$

## 参考文献

- [1] P. Minkowski, Phys. Lett. **67B** (1977) 421. doi:10.1016/0370-2693(77)90435-X
- [2] T. Yanagida, Conf. Proc. C **7902131** (1979) 95.
- [3] M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, Conf. Proc. C **790927** (1979) 315 [arXiv:1306.4669 [hep-th]].
- [4] A. Aguilar-Arevalo *et al.* [LSND Collaboration], Phys. Rev. D **64** (2001) 112007 doi:10.1103/PhysRevD.64.112007 [hep-ex/0104049].
- [5] A. A. Aguilar-Arevalo *et al.* [MiniBooNE Collaboration], Phys. Rev. Lett. **105** (2010) 181801 doi:10.1103/PhysRevLett.105.181801 [arXiv:1007.1150 [hep-ex]].
- [6] G. Mention, M. Fechner, T. Lasserre, T. A. Mueller, D. Lhuillier, M. Cribier and A. Letourneau, Phys. Rev. D **83** (2011) 073006 doi:10.1103/PhysRevD.83.073006 [arXiv:1101.2755 [hep-ex]].
- [7] S. Schael *et al.* [ALEPH and DELPHI and L3 and OPAL and SLD Collaborations and LEP Electroweak Working Group and SLD Electroweak Group and SLD Heavy Flavour Group], Phys. Rept. **427** (2006) 257 doi:10.1016/j.physrep.2005.12.006 [hep-ex/0509008].
- [8] N. Klop and A. Palazzo, Phys. Rev. D **91** (2015) no.7, 073017 doi:10.1103/PhysRevD.91.073017 [arXiv:1412.7524 [hep-ph]].
- [9] T. Kikuchi, H. Minakata and S. Uchinami, JHEP **0903** (2009) 114 doi:10.1088/1126-6708/2009/03/114 [arXiv:0809.3312 [hep-ph]].
- [10] K. Abe *et al.*, arXiv:1109.3262 [hep-ex].
- [11] R. Acciarri *et al.* [DUNE Collaboration], arXiv:1512.06148 [physics.ins-det].