

長基線ニュートリノ実験による レプトンフレーバー混合角決定における相関

東京都立大学理学研究科物理学専攻

園山正志

平成 16 年 2 月 16 日

概要

現在、ニュートリノ振動は太陽、大気ニュートリノの観測によってほぼ確立した現象であるといえる。ニュートリノ実験は、ニュートリノ振動の存在を確立する段階から、振動パラメーターの精密測定を行う段階に入っている。理論的な立場から精密測定について詳細な考察を行うことによって、それらの精密測定の妥当性を検証することは重要なことである。本研究において、将来計画されている長基線ニュートリノ実験の中で特に JPARC-SuperKamiokande の実験の ν_μ の消失実験に注目し、レプトンフレーバー混合角決定において、今まで考慮されなかったパラメーター、MNS 行列の 1-3 セクターの混合角が与える影響について報告を行う。

目次

第 1 章	導入	1
第 2 章	物質中での振動確率	5
2.1	ニュートリノ振動と物質効果	5
2.1.1	MNS 行列と真空中でのニュートリノ振動	5
2.1.2	物質中のニュートリノ振動	7
2.1.3	effective mass の真空のパラメーターでの摂動	8
2.2	物質中での厳密なニュートリノ振動確率	10
2.2.1	振動確率	11
2.3	振動確率の摂動表式	13
第 3 章	2 世代解析による θ_{23} の決定	17
第 4 章	混合角の決定における相関	20
4.1	JPARC-SK 実験	20
4.2	混合角 θ_{13} の $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定への影響	22
4.2.1	統計解析の手法	22
4.2.2	数値計算の信頼性	24
4.2.3	2 世代解析と 3 世代解析の比較	27
4.2.4	系統誤差と相関	31
第 5 章	原子炉実験による誤差の抑制	33
第 6 章	結論	36
付録 A	物質中での振動確率の係数	39
A.1	leading term	39
A.2	higher terms in $O(\delta_{21})$ and $O(s_{13}^2)$	40

第1章 導入

1960年代に Davis によって、太陽から生成されたニュートリノを ^{37}Cl を用いて観測する実験 [1] が行われた。この実験は、地球上で観測された ν_e のイベント数が Standard Solar Model [2] から理論的に予期されていたものと比較して 1/3 程度少ないという驚くべき事実を明らかにした。その後に行われた Kamiokande [3]、GALLEX [4]、SAGE [5] の3つの実験も ^{37}Cl での実験と同様の実験結果を与えた。このことは、我々の太陽のニュートリノの生成メカニズムに関する知識の不足に起因しているか、または、新しい物理的要素を導入する必要性があることを意味する。この理論と実験との相反を説明する為のシナリオの1つがニュートリノ振動という現象である。SNO [6]、KamLAND [7] の実験によって、この太陽ニュートリノに関する異常はニュートリノ振動が原因であることが証明された。今日まで行われた実験は太陽ニュートリノの問題を解決するシナリオとしてニュートリノ振動を用いて太陽ニュートリノ欠損を説明する MSW 機構 [8] を支持している。これは、ニュートリノ振動という現象が現実存在していることを裏付ける1例である。

また、もう1つのニュートリノの現象についての重要な観測事実として、大気ニュートリノに関する異常が挙げられる。この異常は、宇宙線が原因となって生ずる地球上で観測されるニュートリノのフレーバーの比率に関する異常である。地球に降り注ぐ宇宙線は大気の原子核との反応により、様々な粒子を生成する。それらの粒子の中で π 、 K 等は不安定であり、崩壊によって μ を生成し、さらに μ が崩壊することで、 ν_μ と ν_e が生成されると考えられる。これらの大気ニュートリノと呼ばれるニュートリノのフラックスの観測は太陽ニュートリノの観測と同様に理論と実験の相違を明らかにした。ニュートリノのエネルギーが比較的到低い範囲では、 $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/(\nu_e + \bar{\nu}_e) \sim 2$ が期待されるが、Kamiokande、IMB 等の観測 [9–11] は、この2という比率からの大きなずれを示した。この大気ニュートリノの異常を説明する為の現象としてもニュートリノ振動は大きな成功を収めた。

現在では、その後の大気、太陽ニュートリノの実験に関する研究から、この現象の存在は確認されている。ニュートリノ振動が確証された事は、ニュートリノが有限な質量をもつことが証明された事と等価である。ニュートリノの質量項をどの

ような機構によって生じさせるかは、素粒子の現象論の中で重要な議題であり、それは standard model を越えるモデルの構築に対して非常に価値のある情報を与える。そして、それらの定量的な議論の為にはレプトンセクターの混合行列のパラメーターの精密な決定が必要であろう。将来の実験によって混合行列の精密測定が計画されているが、実際にそれらの精密測定において期待されている精度でパラメーターを決定できるかどうか、という問いかけを行うことが必要である。したがって、理論的に様々な角度から計画されている実験を分析し、場合によっては、実験の戦略に対して批判的考察を与えることがニュートリノの現象論の役割の1つであろう。

ニュートリノ振動実験を介して測定しうるパラメーターとしてはニュートリノの質量2乗差、 $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$ とフレーバー固有状態と質量固有状態を結びつける混合行列、牧-中川-坂田 (MNS) 行列に含まれる混合角 θ_{ij} の3つと CP phase δ が存在する。なお、混合角の記号等は式 (2.2) において定義されている。太陽、大気ニュートリノに関する質量2乗差と混合角については、最近行われた太陽ニュートリノの実験のデータの解析 [12,13]、SK での大気ニュートリノの観測 [14] と K2K 実験 [15] が制限を与えている。それらの実験が明らかにした混合行列の構造は quark のセクターのものとは異なったものである。すなわち、これら2つの混合角が、非常に大きいものであるという事実である。特に θ_{23} がほぼ最大であることはクォークセクターと比較して驚かざるを得ない。 θ_{23} に関するこの事実に対して standard model を越える物理が答える必要があるなら、 θ_{23} がどの程度最大に近いのか、という疑問が生じるのは自然であろう。なぜなら、 θ_{23} が最大であることは、何らかの対称性を示唆してしているからである。

また、将来行われるニュートリノ実験の課題の1つとして情報が欠落しているパラメーターに対して強い制限を与えることが挙げられる。具体的には δ と θ_{13} の2つに制限を与えることである。 θ_{13} は CHOOZ 実験による上限 [16] しか決定されておらず、 δ は完全に未決定である。 θ_{13} については、近い将来、長基線実験 (Long-Baseline, LBL) や原子炉からの低エネルギーのニュートリノを利用した実験 (原子炉実験) によって、ある程度の範囲で決定されることが期待される。その一方で、CP phase δ の測定については、非常に挑戦的な実験となる。例えば、1Mt の水 Cherenkov 検出器を用いる JPARC-HyperKamiokande (JPARC-HK) 実験やミューオン蓄積リングを利用した 'pure' なニュートリノビームを用いた実験 [17] 等が提案されている。

ニュートリノ振動を特徴付けるパラメーターの測定の現状についての説明を終

え、ニュートリノの質量 2 乗差と混合角の値を具体的に示すことにする。

$$\Delta m_{21}^2 \simeq 7.3 \times 10^{-5} \text{ eV}^2 \quad (1.1)$$

$$\Delta m_{31}^2 \simeq 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad (1.2)$$

$$\sin^2 2\theta_{12} \simeq 0.86 \quad (1.3)$$

$$\sin^2 2\theta_{23} \simeq 1.0 \quad (1.4)$$

$$\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 0.15 \quad (1.5)$$

これらの量から、今までに説明を行ったレプトンセクターの混合角の特徴を捉えることができるだろう。特に断らない限りは、本研究ではこのパラメーターの値を下に議論を進める。

ミューオン蓄積リングを利用した実験にも当てはまるが、地球規模の約 1000Km の基線長を伝播する $O(10)\text{GeV}$ 程度のエネルギーを持つニュートリノビームを用いる実験では地球の物質とニュートリノとの相互作用が無視できない効果を持つ。そのような条件の下での振動確率の振舞いは真空中の振動確率のものとは決定的に異なる。この効果は物質効果と呼ばれるが、既に物質効果の下での振動確率に関して、かなりの数の研究が行われており、近似を用いた振動確率によって理論的にはニュートリノのフレーバーの変化の振舞いについては良く理解されている。また、物質中での振動確率を厳密に導くエレガントな方法 [18] が知られているが、現実の物理的な設定に対して厳密な確率は比較的に必要性は低いように感じる。しかし、実験への理論的考察に関しては近似的な確率で十分ではあるにもかかわらず、厳密な振動確率に対して議論を行うことは十分に価値がある。その理由の 1 つとして、厳密な振動確率へ CP phase δ が他のパラメーターとは完全に分離した形で依存していることが挙げられる。物質中での厳密な振動確率への CP phase δ の依存性が簡潔であることは驚くべき事であり、物理的示唆に富んでいる。また 2 番目の理由としては、全ての物質中での近似的な確率は厳密解から初等的な操作を行うことにより得ることができることだろう。この物質中での厳密な確率を直接、または間接的に利用し、今まで考慮されなかったパラメーターからの影響を調べる際に確率の摂動表式を容易に導くことができる。

以上に述べた事実と理由から、本研究において将来計画されている長基線実験の中で、特に東海村の Japan Proton Accelerator Research Complex (JPARC) で建設が進んでいる 2006 年に完成予定の proton synchrotron によって 50GeV に加速された陽子から得られるニュートリノを神岡の SuperKamiokande(SK) に発射して観測を行う実験 (JPARC-SK 実験) [19] に対する理論的考察を行う。JPARC-SK 実験の主要な目的は $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動現象の探索とその現象の観測を介した未知のパラメーター θ_{13} の測定であるが、目的の 1 つにニュートリノ振動のパラメーターの

精密測定が挙げられる。 ν_μ から ν_μ への振動のチャンネルを利用し、混合角 $\sin^2 2\theta_{23}$ 、質量 2 乗差 Δm_{31}^2 をそれぞれ $O(10^{-2})$ 、 $O(10^{-4})$ 程度の誤差で決定しようというものである。本研究の目的は、通常 ν_μ と ν_τ の 2 世代ニュートリノ混合の枠組みの下で解析されている ν_μ の消失実験を 3 世代の枠組みで捉え直し、今まで考慮の対象とされなかったパラメーターが $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定に与える影響を調べることにあ
る。この過程を通して、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定が JPARC-SK 実験の Letter of Intent (LOI) で主張されている小さな誤差で実現可能であるのかについて考察を行う。その為に、まずは物質中での厳密な振動確率を解析的に導出し、そこから得られる摂動的な確率表式を利用して、 $\sin^2 2\theta_{13}$ に依存する比較的小さな量の確率への寄与を見ることにする。そして、統計学的方法を用いてレプトンフレーバーの混合角 θ_{13} と θ_{23} の相関が、パラメーターの精密測定に与える影響について結論付ける。

第2章 物質中での振動確率

非常に長い基線長を伝播するニュートリノビームを用いるニュートリノ実験では、 ν_e と電子との charged current を介した相互作用の影響、物質効果が振動確率の振舞いを変化させることを導入において述べたが、研究の主要な対象である JPARC-SK 実験においては、物質効果の影響は振動極大の近傍で ν_μ の生存確率に対して、微小ではあるが、無視できない影響を与える可能性がある。この研究では今まで考慮されていなかった小さな補正項の影響の詳細を考察することが目的であるので、物質効果は本研究において考慮する必要のある物理的要素といえる。

よって、この章において JPARC-SK 実験で行われる精密測定を研究する足掛かりとして、物質効果が確率に与える影響について述べることにする。

2.1 ニュートリノ振動と物質効果

ここでは、物質効果を考慮に入れたニュートリノ振動の一般論を展開する。真空中での MNS 行列のパラメーター θ_{ij} 、CP phase δ と質量 2 乗差 Δm_{ij}^2 と物質中での effective なパラメーター、 $\tilde{\theta}_{ij}$ 、 $\tilde{\delta}$ 、 $\Delta_{ij} \equiv \lambda_i - \lambda_j$ は異なる。後に説明を行うが、 λ_i は物質中での effective な質量である。しかし、effective なパラメーターは真空中のパラメーターで表しうることが知られている。ここでは、effective な質量について真空のパラメーターを用いて近似表式を与えることを試みる。effective な質量の近似表式は、物質効果を考慮に入れた振動確率を導出するために利用される。

2.1.1 MNS 行列と真空中でのニュートリノ振動

真空中で質量固有状態とフレーバー固有状態は、牧-中川-坂田 (MNS) 行列 [20] と呼ばれるクォークセクターでの混合行列 Cabibbo-小林-益川 (CKM) 行列の対応

物によって関連付けられる。

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} U_{\alpha i} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

ここで現れるユニタリー行列 U が MNS 行列であり、 ν_i と ν_α はそれぞれ、質量とフレーバーの固有状態である。添字は $i = 1, 2, 3$ 、 $\alpha = e, \mu, \tau$ の値をとる。MNS 行列の典型的なパラメトリゼーションは次のようになる。

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

ここで、 $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$ 、 $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ と定義した。

また、自由運動をしているニュートリノのエネルギーは、ニュートリノの質量が軽く、超相対論的な運動を行っているという仮定の下で

$$E = \sqrt{p^2 + m^2} \sim p + \frac{m^2}{2E} \quad (2.3)$$

と近似的に表せる。よって、質量固有状態の適当な位相の再定義によって、ニュートリノは質量固有状態の表示で以下の伝播方程式に従う。

$$i \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ と定義している。(2.4) 式中の右辺の行列は質量固有状態でのハミルトニアン H^m であり、時間発展を記述する $i \partial \nu_\alpha / \partial ct = H_{\alpha\beta} \nu_\beta$ に現れるフレーバー固有状態でのハミルトニアン H と MNS 行列を通して関係している。

$$H_{\alpha\beta} = \sum_{i,j} U_{\alpha i} U_{\beta j}^* H_{ij}^m \quad (2.5)$$

この伝播方程式を解くことにより、真空中を距離 L だけ伝播したニュートリノの ν_α から ν_β への振動確率は、次のように書ける。

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i,j}^{cyclic} \text{Re} J_{\alpha\beta}^{ij} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \pm 2 \sum_{i,j}^{cyclic} J \sin \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \quad (2.6)$$

ここで現れる J は Jarlskog 因子 [21] と呼ばれる状態の位相の再定義に依らない不変量である。ここで、*cyclic* の記号は i, j に関する巡回和を意味し、正 (負) の符号は (e, μ, τ) に関して (反) 巡回的な場合に適用される。また、 $J_{\alpha\beta}^{ij}$ 、 J は以下のように定義された量である。

$$\begin{aligned} J_{\alpha\beta}^{ij} &\equiv U_{\alpha i} U_{\beta i}^* (U_{\alpha j} U_{\beta j}^*)^* \\ J &\equiv \text{Im} J_{e\mu}^{12} \end{aligned} \quad (2.7)$$

ここで、典型的な長基線実験では近似的に成立しているように $\Delta m_{21}^2 L / E \ll 1$ であるが、 $\Delta m_{31}^2 L / E$ が無視できない場合での真空中での近似を用いた確率を幾つか書き下しておく。

$$P_{\nu_e \nu_e} = s_{23}^2 \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right) \quad (2.8)$$

$$P_{\nu_e \nu_\mu} = c_{23}^2 \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right) \quad (2.9)$$

$$P_{\nu_\mu \nu_\tau} = c_{13}^4 \sin^2 2\theta_{23} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right) \quad (2.10)$$

2.1.2 物質中のニュートリノ振動

前述のように、物質中を伝播してくるニュートリノに対する振動確率は真空中のものとは異なったものとなる。この物質効果は太陽ニュートリノの異常に関する問題に対して決定的な要因となる。物質中では、電子とニュートリノの間の弱い相互作用の charged current からの影響がハミルトニアンにつけ加わる。今後、 \tilde{H} を物質との相互作用を含むハミルトニアン、 H を真空中でのハミルトニアンを表すと約束を行うことにする。

$$\tilde{H} = H - \frac{1}{\sqrt{2}} G_F \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e \bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e \quad (2.11)$$

$$= H + \frac{1}{\sqrt{2}} G_F \bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e \quad (2.12)$$

$$= H + \sqrt{2} G_F N_e \quad (2.13)$$

ここで、第1表式から第2表式の変形に Fierz 変換を用い、第2表式から第3表式には以下の関係式が成立することを用いている。但し、式(2.14)では、物質がほぼ静止していると仮定している。すなわち、 $\langle \bar{e} \gamma_i e \rangle = 0$ 、 $i=1, 2, 3$ が成り立つ。ま

た、 G_F は Fermi 定数、 N_e は物質中の電子密度である。

$$\langle \bar{e}\gamma_\mu e \rangle = N_e \delta_{\mu 0} \quad (2.14)$$

$$\bar{\nu}_e \gamma_0 (1 - \gamma_5) \nu_e = 2\nu_{eL}^\dagger \nu_{eL} \quad (2.15)$$

このことから、matter potential と呼ばれる量がフレーバー固有状態でのハミルトニアンにつけ加わる。

$$\tilde{H} = H + (2E)^{-1} \text{diag}(a, 0, 0) \quad (2.16)$$

ここで現れている a という量はニュートリノと charged current との相互作用を表すパラメーターであり、 $a \equiv 2\sqrt{2}G_F N_e(x)E$ と定義されている。ニュートリノは、charged current だけでなく、neutral current とも相互作用を行うが、neutral current からの影響は全てのフレーバーについて同一であり、状態の位相の再定義によって消去しうる。

\tilde{H} は真空中でのハミルトニアンと同様に物質中での effective な MNS 行列 \tilde{U} によって以下のように対角化される。

$$\tilde{U}^\dagger \tilde{H} \tilde{U} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

λ_i ($i = 1, 2, 3$) が effective mass と呼ばれるもので、以下で示すように真空中のパラメーターで厳密に表現されうる。また、この物質中でのハミルトニアンも質量固有状態の位相の再定義によって、真空中と同じように質量の差 $\Delta_{ij} = \lambda_i - \lambda_j$ で特徴付けられる。本研究の主要な考察の対象である JPARC-SK 実験では、地球の物質密度をほぼ一定とみなしてもよい。このような場合には、断熱近似が成立し、物質中での振動確率は、物質中でのニュートリノの伝播方程式が真空中でのものと全く同じ形を持つことから、(2.6) 式において、 $U_{\alpha j}$ を $\tilde{U}_{\alpha j}$ に Δm_{ij}^2 を Δ_{ij} に置き換えることによって得られることがわかる。しかし、我々が知りたい量はレプトンフレーバー混合の基本パラメーターであるから、effective mass を真空中のもので書き直し、これを用いて振動確率を真空中のパラメーターで表す必要がある。

2.1.3 effective mass の真空のパラメーターでの摂動

これまで、物質中での電子と ν_e の弱い相互作用の影響によって振動確率へ effective なパラメーターがどのように導入されるかを見てきた。ここでの議論は物質中での

フレーバー固有状態のハミルトニアンを対角化することにより、effective mass を真空中でのパラメーターで特徴づけることが目的である。

式 (2.16) は以下のように真空中での MNS 行列によって表すことができる。

$$(2E)\tilde{H} = U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \text{diag}(a, 0, 0) \quad (2.18)$$

この表式では matter potential、 a を除いて、全て真空中でのパラメーターで表されていることが分かる。この行列を対角化することにより、effective mass λ_i が対角要素に現れることを前小節で説明を行った。よって、式 (2.18) の対角化を行うことで、 λ_i を真空中のパラメーターと matter potential で表すことが可能である。つまり、以下の固有値方程式を解けばよい。

$$\begin{aligned} \lambda^3 - (\delta_{21} + \delta_{31} + 1)\lambda^2 + \left[\delta_{21}\delta_{31} + \delta_{21}(U_{e1}U_{e1}^* + U_{e3}U_{e3}^*) \right. \\ \left. + \delta_{31}(U_{e1}U_{e1}^* + U_{e2}U_{e2}^*) \right] \lambda - \delta_{21}\delta_{31}U_{e1}U_{e1}^* = 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

多少、記号が紛らわしくなるが、ここで λ を a で割ることにより無次元化を行っている。その他の量の定義を次のように行った。

$$\delta_{21} \equiv \Delta m_{12}^2/a, \quad \delta_{31} \equiv \Delta m_{31}^2/a \quad (2.20)$$

この方程式から、effective mass を容易に導出することができる。

$$\lambda_1 = \frac{1}{3}s - \frac{1}{3}\sqrt{s^2 - 3t}[u + \sqrt{3(1 - u^2)}] \quad (2.21)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{3}s - \frac{1}{3}\sqrt{s^2 - 3t}[u - \sqrt{3(1 - u^2)}] \quad (2.22)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{3}s + \frac{2}{3}u\sqrt{s^2 - 3t} \quad (2.23)$$

種々の量の定義を、

$$s = \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{31}^2 + a \quad (2.24)$$

$$t = \Delta m_{21}^2\Delta m_{31}^2 + a[\Delta m_{21}^2(1 - s_{12}^2c_{13}^2) + \Delta m_{31}^2(1 - s_{13}^2)] \quad (2.25)$$

$$u = \cos \left[\frac{1}{3} \cos^{-1} \left(\frac{2s^3 - 9st + 27a\Delta m_{21}^2\Delta m_{31}^2c_{12}^2c_{13}^2}{2(s^2 - 3t)^{3/2}} \right) \right] \quad (2.26)$$

としている。

上記の表記は現実の実験での物理的設定、ニュートリノのエネルギーや基線長等を反映おらず、これらの量を直接用いることは利点はほぼ無いと言っても良いだろう。しかし、前述のように Δm_{21}^2 、 Δm_{31}^2 はそれぞれ太陽、大気ニュートリノの実験からある程度の範囲で大きさが知られており、 s_{13}^2 は CHOOZ 実験から上限がついている。また、物質中での電子と ν_e の相互作用を表すパラメーター a は、ニュートリノのエネルギーに依存しているが、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} a &= 2\sqrt{2}G_F N_e E_\nu \\ &= 7.56 \times 10^{-5} \text{eV}^2 \frac{\rho}{\text{g cm}^{-3}} \frac{E_\nu}{\text{GeV}} \end{aligned} \quad (2.27)$$

ここで、 ρ は地球の物質密度である。 $\rho = 2.3 \text{g/cm}^3$ のように定数であると仮定する。今後、何の断りもない限りは ρ としてこの値を用いることにする。JAPRC-SK 実験を想定して $E_\nu = 1 \text{GeV}$ と設定し、これらの量から構成される無次元量の大きさを比較すれば、

$$\delta_{21} \equiv \Delta m_{21}^2 / a = O(10^{-1}) \quad (2.28)$$

$$\delta_{31} \equiv \Delta m_{31}^2 / a = O(10) \quad (2.29)$$

$$s_{13}^2 \lesssim O(10^{-2}) \quad (2.30)$$

となる。このように δ_{21} 、 s_{13}^2 が δ_{31} に比較して無視しうる場合には、 δ_{21} と s_{13}^2 の effective mass に対する最低次の寄与のみを残す摂動論の下で次のように単純な形に表すことができる。

$$\lambda_1 \simeq \delta_{21} c_{12}^2 \quad (2.31)$$

$$\lambda_2 \simeq 1 + \delta_{21} s_{12}^2 + \frac{\delta_{31}}{1 - \delta_{31}} s_{13}^2 \quad (2.32)$$

$$\lambda_3 \simeq \delta_{31} - \frac{\delta_{31}}{1 - \delta_{31}} s_{13}^2 \quad (2.33)$$

これらの摂動的な表式において、微小とみなし得るパラメーター s_{13}^2 、 δ_{21} への依存性は簡潔なものであり、物質中での振動確率の近似計算を行う際の有用な道具となる。準備は全て整ったので、次の小節では実際に物質中での振動確率の導出法についての説明を行う。

2.2 物質中での厳密なニュートリノ振動確率

この節では前節までの結果と木村-高村-横枕 (KTY) の方法 [18] に基づき、物質中での振動確率の厳密な表記を導出することが主要な目的である。また、effective

mass の近似形を利用し、振動確率を摂動論的に表すことも行う。

2.2.1 振動確率

まず、物質中と真空中での MNS 行列を関連付けるいくつかの恒等式を導入する。確率への MNS 行列の要素の依存性は、2つの MNS 行列の要素の積、 $U_{\alpha i} U_{\beta i}^*$ によって構成されていることに注意する。MNS 行列の要素の2つの積の関係式を見出すことが物質中での厳密な確率を導出する最初の段階となる。具体的にそれらの恒等式を導入する前に以下の基礎的な量を定義する。

$$\tilde{p}_{\alpha\beta} \equiv 2E\tilde{H}_{\alpha\beta} \quad (2.34)$$

$$\tilde{q}_{\alpha\beta} \equiv (2E)^2(\tilde{H}_{\gamma\beta}\tilde{H}_{\alpha\gamma} - \tilde{H}_{\alpha\beta}\tilde{H}_{\gamma\gamma}) \quad (2.35)$$

ここで、 p と q に \sim を付けているのは、これらの量が a に依存していることを示すためであり、effective なパラメーター $\tilde{\theta}_{ij}$ 、 $\tilde{\delta}$ に依存することを意味するのではない。実際に $\tilde{H}_{\alpha\beta}$ と $H_{\alpha\beta}$ の差は、単に $\text{diag}(a, 0, 0)$ の因子だけであり、真空での MNS 行列のパラメーターと matter potential のみに依存している。

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{\alpha\beta} &= H_{\alpha\beta} \quad (\alpha \text{ and } \beta \neq e) \\ \tilde{H}_{ee} &= H_{ee} + a \end{aligned} \quad (2.36)$$

これらの量を用いて、容易に確かめられるように、

$$\sum_i \tilde{U}_{\alpha i} \tilde{U}_{\beta i}^* = \delta_{\alpha\beta} \quad (2.37)$$

$$\sum_i \lambda_i \tilde{U}_{\alpha i} \tilde{U}_{\beta i}^* = \tilde{p}_{\alpha\beta} \quad (2.38)$$

$$\sum_{i,j,k}^{\text{cyclic}} \lambda_i \lambda_j \tilde{U}_{\alpha k} \tilde{U}_{\beta k}^* = \tilde{q}_{\alpha\beta} \quad (2.39)$$

自明でない関係式は最後の等式のみであり、 \tilde{H} の小行列式についての以下の関連式から導かれる。

$$\tilde{H}_{\gamma\beta}\tilde{H}_{\alpha\gamma} - \tilde{H}_{\alpha\beta}\tilde{H}_{\gamma\gamma} = (\tilde{H}^{-1})_{\alpha\beta} \det \tilde{H} \quad (2.40)$$

これらの等式を解くことにより、 $\tilde{U}_{\alpha i} \tilde{U}_{\beta i}^*$ を $\tilde{p}_{\alpha\beta}$ 、 $\tilde{q}_{\alpha\beta}$ で表すことができる。

$$\tilde{U}_{\alpha i} \tilde{U}_{\beta i}^* = \frac{\tilde{p}_{\alpha\beta} \lambda_i + \tilde{q}_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta} \lambda_i (\lambda_j + \lambda_k)}{\Delta_{ji} \Delta_{ki}} \quad (2.41)$$

ここで、 $\Delta_{ij} = \lambda_i - \lambda_j$ である。(2.27) 式は、物質中での振動確率を effective な質量、matter potential と真空中でのパラメーターで表すことのできる可能性を示す。式(2.41) を利用することで実際に振動確率は以下の形を持つことが容易に証明できる。

$$P_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i,j}^{cyclic} \text{Re} \tilde{J}_{\alpha\beta}^{ij} \sin^2 \left(\frac{\Delta_{ij} L}{4E} \right) \pm 2 \sum_{i,j}^{cyclic} \tilde{J} \sin \left(\frac{\Delta_{ij} L}{4E} \right) \quad (2.42)$$

ここで、 $\tilde{J}_{\alpha\beta}^{ij}$ 、 \tilde{J} はそれぞれ以前に定義した $J_{\alpha\beta}^{ij}$ 、 J の表式中で $U_{\alpha\beta}^{ij}$ を $\tilde{U}_{\alpha\beta}^{ij}$ に置き換えたものであるが、

$$\text{Re} \tilde{J}_{\alpha\beta}^{ij} = \frac{|\tilde{p}_{\alpha\beta}|^2 \lambda_i \lambda_j + |\tilde{q}_{\alpha\beta}|^2 + \text{Re} [\tilde{p}_{\alpha\beta} \tilde{q}_{\alpha\beta}^* (\lambda_i + \lambda_j)]}{\Delta_{ij} \Delta_{12} \Delta_{23} \Delta_{31}} \quad (2.43)$$

$$\tilde{J} = \frac{\text{Im}(\tilde{p}_{\alpha\beta} \tilde{q}_{\alpha\beta}^*)}{\Delta_{12} \Delta_{23} \Delta_{31}} \quad (2.44)$$

と書き表すことができる。確率に現れている \pm の符号は以前と同様に (α, β) が (e, μ, τ) について巡回的か反巡回的かに依っている。

残された仕事は、単純な作業のみである。 $p_{\alpha\beta}$ 、 $q_{\alpha\beta}$ を真空中の MNS 行列の要素を用いて書き表せば良い。全ての振動のチャンネルについて、どのように CP phase δ が現れているかを書き下す。フレーバーが始状態と終状態で異なるようなニュートリノ振動の遷移の振動確率を書き下せば、

$$P_{\nu_e \nu_\mu} = \tilde{A}_{e\mu} \cos \delta + \tilde{B} \sin \delta + \tilde{C}_{e\mu} \quad (2.45)$$

$$P_{\nu_e \nu_\tau} = -\tilde{A}_{e\mu} \cos \delta - \tilde{B} \sin \delta + \tilde{C}_{e\tau} \quad (2.46)$$

$$P_{\nu_\mu \nu_\tau} = \tilde{A}_{\mu\tau} \cos \delta + \tilde{B} \sin \delta + \tilde{C}_{\mu\tau} + \tilde{D} \cos 2\delta \quad (2.47)$$

のようになる。上の3つの確率と MNS 行列のユニタリー性から消失確率も上記の3式から容易に求めることができる。

$$P_{\nu_e \nu_e} = \tilde{C}_{ee} \quad (2.48)$$

$$P_{\nu_\mu \nu_\mu} = \tilde{A}_{\mu\mu} \cos \delta + \tilde{C}_{\mu\mu} - \tilde{D} \cos 2\delta \quad (2.49)$$

$$P_{\nu_\tau \nu_\tau} = \tilde{A}_{\tau\tau} \cos \delta + \tilde{C}_{\tau\tau} - \tilde{D} \cos 2\delta \quad (2.50)$$

物質中での振動確率に対する CP 変換は、単に $\delta \rightarrow -\delta$ 、 $a \rightarrow -a$ のようにパラメーターを変化させる効果のみを持つので、ここでは、 $\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta$ の振動確率を書き表すことは行わない。また、 $P_{\nu_\mu \nu_e}$ と $P_{\nu_\mu \nu_\mu}$ の係数については、付録 A でどのような形を持つかを書き下すが、研究の主題とは直接の関連が無いので、全ての振動確

率についての係数を書き下すことは行わない。物質中での振動確率を求めることがこの研究の主旨ではないからである。

物質効果を含む振動確率について、このように簡潔な CP phase δ の依存性を持つことは非常に驚きである。特に、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動確率は、様々な文献において議論されているように CP phase δ の測定に対して重要な意味を持つ。そして、どのような物理的条件においても、上の表式から容易に物理的に有意な情報を引き出すことができる。次に行くことは、この厳密な振動確率から摂動表式を導出することである。ただし、ここで用いられた物質中での振動確率を導く方法論が有用であり、摂動表式を導くのに厳密な確率表式を直接用いることは必ずしも有効な手段では無いことを指摘しておく。

2.3 振動確率の摂動表式

この節では、前節の結果と手法を利用し、具体的な例として $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ と $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の振動確率 $P_{\nu_\mu\nu_\mu}$ 、 $P_{\nu_\mu\nu_e}$ の摂動表式を導出する。これらのチャンネルは JPARC-SK 実験における Δm_{31}^2 と $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定、 ν_μ から ν_e の遷移の探索における θ_{13} の測定と関連している。

ν_α から ν_α のようなイベントを観測する実験はニュートリノ振動の効果によって、観測される ν_α のイベント数が振動無しの場合に予期されるものよりも減少することから、消失実験と呼ばれる。この節では、本研究において最も重要である $P_{\nu_\mu\nu_\mu}$ の物質中での表式を導出することが目的である。

Appendix A に記載した厳密な振動確率を直接利用するのではなく、前節で説明した厳密な振動確率を導出する方法を間接的に利用することによって、振動確率の摂動形式を導く。この議論において本質的な役割を果たすのは、前にも述べたように MNS 行列の要素の 2 つの積、 $U_{\alpha i}U_{\beta i}^*$ が真空での混合角と effective mass によって表されるということである。

ν_μ の生存確率を導くために MNS 行列のユニタリー性を考慮し、 $P_{\nu_\mu\nu_e}$ と $P_{\nu_\mu\nu_\tau}$ を利用しても良いが、以下のように直接 $P_{\nu_\mu\nu_\mu}$ を導出するほうが容易である。しかし、 ν_μ の生存確率を導出する際には、基礎的な量を定義した式 (2.35) に $\tilde{H}_{ee} = H_{ee} + a$ が現れるので注意が必要である。

$$\tilde{H}_{\mu\mu} = H_{\mu\mu} \quad (2.51)$$

$$\tilde{H}_{ee}\tilde{H}_{\tau\tau} - \tilde{H}_{e\tau}\tilde{H}_{\tau e} = (H_{ee} + a)H_{\tau\tau} - H_{e\tau}H_{\tau e} \quad (2.52)$$

上記の量が物質中の振動確率を導出する際に利用する関係式 (2.37)-(2.39) に以下の

ように反映される。

$$\sum_i \lambda_i U_{\mu i} U_{\mu i}^* = \sum_i \delta_{i1} U_{\mu i} U_{\mu i}^* \quad (2.53)$$

$$\sum_{(i,j,k)}^{cyclic} \lambda_i \lambda_j U_{\mu k} U_{\mu k}^* = \sum_{(i,j,k)}^{cyclic} \delta_{i1} \delta_{j1} U_{\mu k} U_{\mu k}^* + \sum_i \delta_{i1} U_{\tau i} U_{\tau i}^* \quad (2.54)$$

式 (2.54) の最後の量が ν_μ の生存確率を導く際に特徴的なものである。この関係式から以前と同様に $U_{\mu i} U_{\mu i}^*$ を式 (2.41) のように表すことができる。これらの事実を考慮して、次のように L_{ij} を定義する。

$$P_{\nu_\mu \nu_\mu} = 1 - 4 \sum_{i,j}^{cyclic} \text{Re} \tilde{J}_{\mu\mu}^{ij} \sin^2 \left(\frac{\Delta_{ij} L}{4E} \right) \quad (2.55)$$

$$= 1 - 4 \sum_{i,j}^{cyclic} \frac{L_{ij}}{\Delta_{ij} \Delta_{12} \Delta_{23} \Delta_{31}} \sin^2 \left(\frac{\Delta_{ij} L}{4E} \right) \quad (2.56)$$

$P_{\nu_\mu \nu_\mu}$ の表式中において、虚数項が存在しないのは、容易に分かるように $\tilde{U}_{\mu i} \tilde{U}_{\mu i}^*$ が実だからである。ここで、 L_{ij} は具体的には以下のように $\tilde{p}_{\mu\mu}$ と $\tilde{q}_{\mu\mu}$ で定義されている。今後、これら 2 つの量の下付きの添字 $\mu\mu$ を省略することにする。

$$L_{ij} \equiv \tilde{p}^2 \lambda_i \lambda_j + \tilde{q}^2 + \tilde{p}\tilde{q}(\lambda_i + \lambda_j) - \tilde{p}\lambda_i \lambda_j (\lambda_i + \lambda_j + 2\lambda_k) - \tilde{q} \left[\lambda_i (\lambda_j + \lambda_k) + \lambda_j (\lambda_i + \lambda_k) \right] + \lambda_i \lambda_j (\lambda_i + \lambda_k) (\lambda_j + \lambda_k) \quad (2.57)$$

\tilde{p} と \tilde{q} を陽に MNS 行列の要素で書き表せば、

$$p/a \equiv \delta_{21} U_{\mu 2} U_{\mu 2}^* + \delta_{31} U_{\mu 3} U_{\mu 3}^* \quad (2.58)$$

$$q/a^2 \equiv \delta_{21} \delta_{31} U_{\mu 1} U_{\mu 1}^* + \delta_{21} U_{\tau 2} U_{\tau 2}^* + \delta_{31} U_{\tau 3} U_{\tau 3}^* \quad (2.59)$$

となる。

摂動展開を δ_{21} 、 s_{13}^2 と $\delta_{21} s_{13}$ までのオーダーに限ることにする。ただし、 $\delta_{21} s_{13}$ の項を考慮に入れるのは、確率に対する CP phase δ の依存性を残しておきたかったことが理由であり、研究ではこの項は無視する。これらの条件の下で確率を以下のように書き表すことができる。

$$P_{\nu_\mu \nu_\mu} = 1 - 4(D_{12} + D_{23} + D_{31} + E J_r' \cos \delta) \quad (2.60)$$

ここで、 D_{ij} は、確率の巡回的な和の中の (i, j) 成分からの $O(\delta_{21})$ と $O(s_{13}^2)$ の寄与を表し、 E は、CP phase δ の確率への依存項を表す。

$$D_{12} = \frac{\delta_{31}^2}{(\delta_{31} - 1)^2} s_{13}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 \sin^2\left(\frac{aL}{4E}\right) \quad (2.61)$$

$$D_{23} = \frac{\delta_{31}^2}{(\delta_{31} - 1)^2} s_{13}^2 s_{23}^4 \sin^2\left[\frac{aL}{4E}(\delta_{31} - 1)\right] \quad (2.62)$$

$$D_{31} = s_{23}^2 c_{23}^2 \left[\sin^2\left(\frac{aL}{4E}\delta_{31}\right) + \left(-\delta_{21}c_{12}^2 + \frac{\delta_{31}}{\delta_{31} - 1}s_{13}^2\right) \left(\frac{aL}{4E}\right) \sin\left(\frac{aL}{2E}\right) \right] \\ - \frac{\delta_{31}^2}{(\delta_{31} - 1)^2} s_{13}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 \sin^2\left(\frac{aL}{4E}\delta_{31}\right) \quad (2.63)$$

$$E = \frac{2\delta_{21}}{\delta_{31}(\delta_{31} - 1)} \left[-\delta_{31}^2 c_{23}^2 \sin^2\left(\frac{aL}{4E}\right) - \delta_{31}^2 s_{23}^2 \sin^2\left(\frac{aL}{4E}(\delta_{31} - 1)\right) \right. \\ \left. + (\delta_{31}^2 s_{23}^2 + c_{23}^2 - s_{23}^2) \sin^2\left(\frac{aL}{4E}\delta_{31}\right) \right] \quad (2.64)$$

ここで、 $J'_r \equiv s_{12}s_{23}s_{13}c_{12}c_{23}$ と定義した。

詳細について説明は行わないが、この物質中での確率に対応する真空中での確率も容易に求めることができる。今後、真空中での確率を $P_{\nu\alpha\nu\beta}^{\text{vac}}$ で表すことに約束し、上記の条件と同じオーダーで確率を求めると、

$$P_{\nu\mu\nu\mu}^{\text{vac}} = 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2\left(\frac{L}{4E}\Delta m_{31}^2\right) - 4s_{13}^2 s_{23}^2 (s_{23}^2 - c_{23}^2) \sin^2\left(\frac{L}{4E}\Delta m_{31}^2\right) \\ + (c_{12}^2 \sin^2 2\theta_{23} + 2s_{12}s_{23}^3 s_{13}c_{12}c_{23} \cos \delta) \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}\right) \sin\left(\frac{L}{2E}\Delta m_{31}^2\right) \quad (2.65)$$

但し、物質中の確率を摂動論的に求めるのに、 $\delta_{21} = \Delta m_{21}^2/a$ で展開を行っているので、 a を 0 に近づける極限、すなわち、物質効果を 0 にする真空極限を行っても、無矛盾な真空での確率を得ることはできないことに注意されたい。最後に物質効果が確率に与える影響を定量的に示すために、真空中の確率と物質中の確率の比較を行う。図 2.1 において、物質効果の強さを表す量 $100 \times |P^{\text{vac}}/P^{\text{matter}} - 1|$ をニュートリノのエネルギーについてプロットした。物質効果の影響により、振動極大の近傍 $E \simeq 0.7 \text{ GeV}$ で 20%程度、振動確率が変動していることを理解できる。このことから、ニュートリノ振動実験において最も重要な振動極大の近傍では、物質効果は無視できない影響を持つことが結論づけられる。

本研究において直接利用されるのは、 $P_{\nu\mu\nu\mu}$ だけなのだが、他のニュートリノ振動の確率がどのような構造を持っているかを見ることに十分な価値があると思われる。したがって、フレーバーの変化を伴う遷移の振動確率、 $P_{\nu\mu\nu e}$ についての考慮

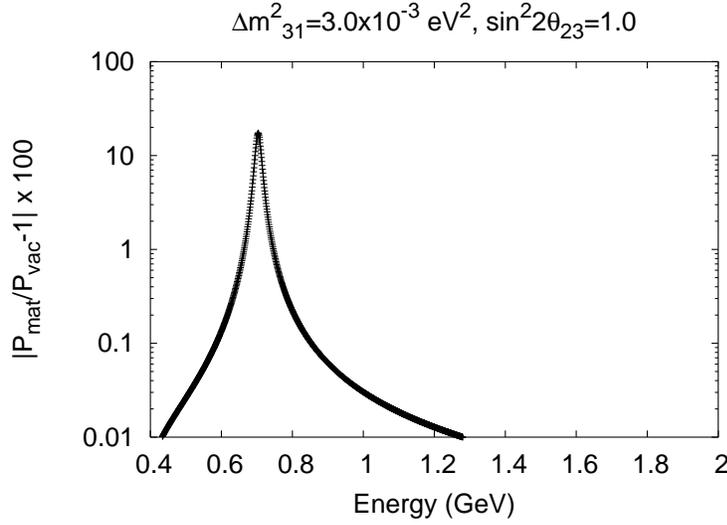


図 2.1: 物質効果の影響

することにしよう。 $P_{\nu_\mu \nu_e}$ も基本的に $P_{\nu_\mu \nu_\mu}$ の場合と同様の手法で導出することができるので、結果だけを書き下すことにする。

$$\begin{aligned}
 P_{\nu_\mu \nu_e} = & \frac{8J\delta_{21}\delta_{31}}{\delta_{31}-1} \cos\left(\frac{aL}{4E}\delta_{31}\right) \sin\left(\frac{aL}{4E}\right) \sin\left(\frac{aL}{4E}(\delta_{31}-1)\right) \cos\delta \\
 & + \frac{8J\delta_{21}\delta_{31}}{\delta_{31}-1} \sin\left(\frac{aL}{4E}\delta_{31}\right) \sin\left(\frac{aL}{4E}\right) \sin\left(\frac{aL}{4E}(\delta_{31}-1)\right) \sin\delta \\
 & + \frac{4\delta_{31}^2 s_{23}^2 s_{12}^2 c_{13}^2}{(\delta_{31}-1)^2} \sin^2\left(\frac{aL}{4E}(\delta_{31}-1)\right) \quad (2.66)
 \end{aligned}$$

この物質中での振動確率 $P_{\nu_\mu \nu_e}$ は CP phase δ の測定において重要な役割を果たす。導入でも触れた JPARC-HK 実験やミューオン蓄積リングを利用した実験に深く関連しているのである。主題から逸脱することを防ぐ為に CP phase δ の測定についての説明をここで行うことはしない。

第3章 2世代解析による θ_{23} の決定

本研究の主題である3世代解析の議論に入る前に2世代解析においてパラメータの決定がどのように行われるか、定性的な議論を与えておくことは重要であろう。そこで、この章では ν_μ の生存確率の振舞いから、 ν_μ の消失実験を2世代解析の枠組みで捉える意味とその問題点について指摘を行う。

JPARC-SK 実験において、 $\sin^2 2\theta_{23}$ と Δm_{31}^2 を以下のように非常に良い精度で決定することが可能であると主張されている。

$$\begin{aligned}\delta \sin^2 2\theta_{23} &\sim O(10^{-2}) \\ \delta \Delta m_{31}^2 &\sim O(10^{-4}) \text{ eV}^2\end{aligned}$$

これらのパラメータがこのような精度で決定されると期待されるのは、 ν_μ の生存確率の振動極大の位置と確率の大きさをそれぞれ Δm_{31}^2 と $\sin^2 2\theta_{23}$ の1つのパラメータのみで決定できると考えているからである。

$$\begin{aligned}P_{\nu_\mu\nu_\mu}^{\text{vac}} &= 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2\left(\frac{L}{4E}\Delta m_{31}^2\right) - 4s_{13}^2 s_{23}^2 (s_{23}^2 - c_{23}^2) \sin^2\left(\frac{L}{4E}\Delta m_{31}^2\right) \\ &\quad + c_{12}^2 \sin^2 2\theta_{23} \left(\frac{L}{4E}\Delta m_{21}^2\right) \sin\left(\frac{L}{2E}\Delta m_{31}^2\right)\end{aligned}\quad (3.1)$$

式(3.1)が真空中での s_{13}^2 と Δm_{21}^2 の最低次の補正を取り入れた振動確率である。

振動極大の位置はニュートリノの質量2乗差によって決定されるが、 Δm_{21}^2 が Δm_{31}^2 と比較して小さいものであるので、振動極大の位置は Δm_{31}^2 の1つのパラメータで決定されることを上式は表している。また、振動極大の近傍での確率の大きさが $\sin^2 2\theta_{23}$ によって決定されることは、以下の事実から理解することができる。振動極大の近傍において s_{13}^2 の影響を無視すれば、振動確率は式(3.3)のように表されるからである。

$$P_{\nu_\mu\nu_\mu} = 1 - \sin^2 2\theta_{23} - 4s_{13}^2 s_{23}^2 (s_{23}^2 - c_{23}^2) \quad (3.2)$$

$$\simeq 1 - \sin^2 2\theta_{23} \quad (3.3)$$

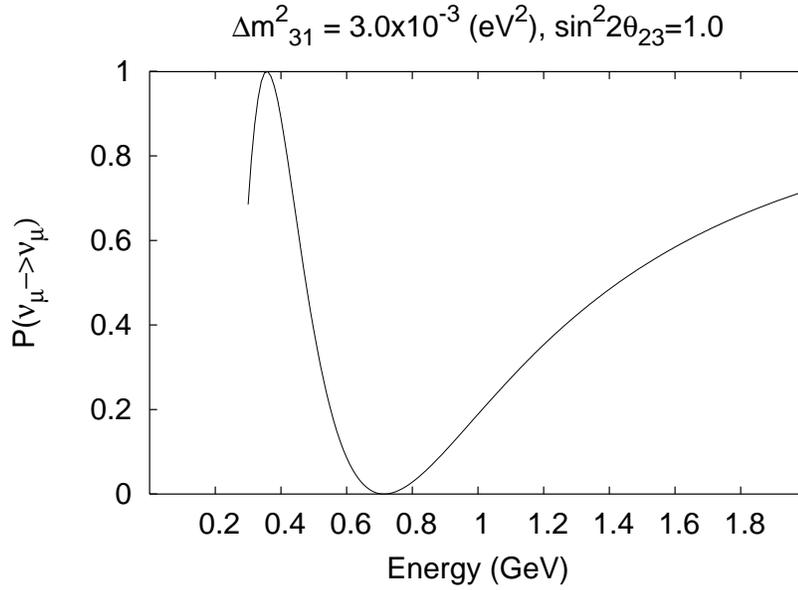


図 3.1: ν_μ の生存確率

θ_{13} を考慮に入れない場合には、 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の遷移が生じないということと等価であるので、 ν_μ と ν_τ の 2 世代のみの近似とすることができるだろう。よって、 θ_{13} を理論の中に含めずに解析を行う場合には 2 世代解析、 θ_{13} を理論の中に含めて解析を行う場合には 3 世代解析と呼ぶことにする。

この ν_μ の生存確率は $\sin^2 2\theta_{23}$ が最大であることと関連して顕著な特徴を持つ。つまり、式 (3.3) において $1 - \sin^2 2\theta_{23} \simeq 0$ という量が現れ、振動極大の近傍では振動確率の振舞いが劇的に変化し、フレーバーが完全に遷移するということである。このことは、消失実験で観測されるイベント数に対する質量 2 乗差と混合角の依存性を容易に捉えることを可能にする。この事実を理解するために、図 3.1 で $\sin^2 2\theta_{23} = 1.0$, $\Delta m_{31}^2 = 3.0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ の場合での振動確率を図示しておく。図 3.1 では、約 $E_\nu = 0.7 \text{ GeV}$ に振動極大が生じ、振動確率がほぼ 0 になっていることが分かる。

しかし、上記の議論には 1 つ考慮されなかった事実がある。それは、振動極大の近傍において振動確率に $1 - \sin^2 2\theta_{23}$ と s_{13}^2 というレプトンフレーバー混合角で構成される 2 つの微小量が存在することである。大気ニュートリノの観測、K2K 実験によって制限された $\sin^2 2\theta_{23}$ の許容領域、 $0.9 \leq \sin^2 2\theta_{23} \leq 1.0$ と CHOOZ 実験による $\sin^2 2\theta_{13}$ の上限、 $\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 0.15$ を考えれば、 $1 - \sin^2 2\theta_{23}$ と s_{13}^2 は同程度

の大きさを持つことが分かる。このことは、ニュートリノ振動の特徴が最も強く現れる振動極大の近傍における ν_μ の生存確率の振舞いを制御しているパラメータは θ_{23} だけではなく、 θ_{23} と θ_{13} の2つのパラメータであることを意味する。 s_{13}^2 を無視する近似は振動極大の近傍では破綻する可能性がある。ニュートリノ振動実験において振動の効果を最大限に捉えるために、ニュートリノビームの flux のピークが振動極大の近傍のエネルギーに調整されることにも注意しなければならない。すなわち、振動極大の近傍でのイベント数が重要となるので、振動確率の振動極大の近傍での振舞いが実験によるパラメータの決定に強い影響を与えるということである。

以上の議論から振動極大における確率に対する s_{13}^2 の影響が無視できないために2つの微小量 $1 - \sin^2 2\theta_{23}$ と s_{13}^2 の間に相関が存在し、その相関が確率の大きさを決定しているパラメータ $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定に影響を与える可能性があることが理解できる。よって、次章において3世代効果を考慮に入れた解析を行い、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差がどの程度変化するか調べることにする。

第4章 混合角の決定における相関

この章では $\sin^2 2\theta_{13}$ と $\sin^2 2\theta_{23}$ の相関を統計解析を用いて詳細に考察し、その相関の $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定に対する影響を結論付けることが目的である。結論に具体性を持たせるために JPARC-SK 実験で実現可能であると主張されている $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定精度との比較を行うので、まず、JPARC-SK 実験の概略について説明を行うことにする。

4.1 JPARC-SK 実験

この節において、JPARC-SK 実験において $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ を利用した Δm_{31}^2 と $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定の概略について説明を行う。

JPARC-SK 実験は、既に述べたように JPARC での 50GeV の proton synchrotron(PS) を利用して行われる長基線ニュートリノ実験である。基線長の長さは JPARC の位置する東海村から、神岡の SuperKamiokande の間の距離 295Km である。

まず、JPARC-SK 実験の特徴を羅列し、その後に簡潔で付加的な説明を行う。

- neutrino beam energy

ニュートリノ振動のパラメーターの精密測定においてニュートリノビームのエネルギーを振動極大の位置に調整することにより、最大の精度でパラメーターの決定を行うことができる。 $\Delta m_{31}^2 \sim 3.0 \times 10^{-3}(\text{eV}^2)$ 、基線長が 295km の条件下で振動極大は 1GeV よりも低いエネルギー ($\sim 0.8\text{GeV}$) に位置する。SK はそのエネルギーの範囲で非常に良い精度で粒子のエネルギーの測定を行うことができる。

- ニュートリノのエネルギーの再構成

1GeV 以下程度のエネルギーにおいて、ニュートリノは主に準弾性的 (quasi-elastic, qe) に charged current(CC) と相互作用を行う。そのような低エネルギーの範囲でレプトンの運動学的情報の測定を精密に行うことができるので、 ν_μ と ν_e のエネルギーの再構成を正確に行うことが可能となる。

- OFF-Axis Beam

OFF-Axis Beam(OAB) はエネルギーに関して狭いピーク幅を持つニュートリノビームを構成する方法の選択肢の1つである。ニュートリノビームのエネルギーに関するスペクトラムは比較的高いエネルギーの範囲では、小さなものとなる。ニュートリノが非弾性的 (non-qe) に相互作用を行う場合の cross section は高エネルギー側で比較的大きなものとなっている。これにより、 ν_μ から ν_e への振動の探索の際にバックグラウンドとなるニュートリノが non-qe を介して相互作用を行った場合に生じる π^0 を抑えることができる。

JPARC-SK 実験の特色の1つであるエネルギー領域に鋭いピークを持つニュートリノビームについて説明を行う。ニュートリノビームのピークは0.4から1.0GeV程度の範囲で調整することが可能である。このようなビームは、OFF-Axis Beamと呼ばれる特殊な方法で構成される。OABとは、検出器の方向に対してニュートリノのビーム軸を有限の角度ずらすことにより、親粒子 π の運動量について独立なエネルギーをもつニュートリノビームを構成することができる方法である。ビームのピークの位置はOABの角度を変化させることにより調整することが可能である。今までに行われたSKの実験の結果から、 Δm_{31}^2 の許される範囲は、おおよそ 1.3×10^{-3} から $3.0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ 程度であることが知られているが、上記のエネルギーの範囲は許された Δm_{31}^2 での振動極大が存在する領域となっている。

また、SKでの期待されるニュートリノの flux の予言、 ν_μ から ν_e の振動実験の際にバックグラウンドとなる π や μ の崩壊が起源の ν_μ のビームに対する ν_e の混入の測定等の目的の為にPSから280mの位置に near detector と呼ばれる観測装置が設置される。これと比してPSから295kmに位置するSKは far detector と呼ばれる。

この実験のもう1つの注目すべき特徴としてニュートリノのエネルギーの再構成の方法が挙げられるだろう。ニュートリノ振動の効果を捉えるためには、振動極大の位置を決定する量へのエネルギー依存性の為にニュートリノの初期状態のエネルギーの情報が不可欠であるが、そのためには、終状態の粒子の運動学的な情報からニュートリノのエネルギーに関する情報を引き出す必要がある。実際の実験では入射してきたニュートリノは核子とCCまたは、neutral current(NC)を介して相互作用をして、その結果生じる粒子を観測することにより、ニュートリノが観測装置内に入射してきたことを特定する。例えば、CCを介してニュートリノが相互作用を起こせば、電子やミュオンを生じ、NCを介せば、相互作用に関わった核子が壊れることにより生じる π を観測することになる。よって、ニュートリノのエネルギーに関する情報をレプトン、 π の運動学的情報から読み取る必要があるわけである。SKのCherenkov検出器は、 $O(1)\text{GeV}$ 程度のエネルギーでレプトンやフォトン

に対して非常に良い精度で測定を行うことができる。この観測装置の特性を利用してニュートリノが $q\bar{e}$ -CC を媒介して核子と相互作用を行う場合には、レプトンの運動学的情報からニュートリノの初期状態のエネルギーの再構成を精密に行うことが可能となる。

$$E_\nu = \frac{m_N E_l - m_l^2}{m_N - E_l + p_l \cos \theta_l} \quad (4.1)$$

ここで、 E_ν はニュートリノのエネルギー、 m_N と m_l は核子とレプトンの質量、 E_l 、 p_l はそれぞれレプトンのエネルギー、運動量で θ_l はニュートリノビームと散乱されたレプトンとの間の相対的な角度と定義してある。ニュートリノは NC、または、non- $q\bar{e}$ CC を介して核子と相互作用を行うが、ニュートリノのエネルギーの再構成により、無視できない誤差が生じる為に、これらのイベントは、バックグラウンドとして扱われる。

また、 ν_μ の消失実験においては、系統誤差は非常に低く抑えられることが知られている。これは、前述の OAB によって構成されたニュートリノビームのピークが振動極大にあることと大きく関連している。振動極大の位置する bin でのイベント数は、振動を考慮しない場合に予想されるイベント数と比較して非常に小さなものとなるが、これにより、パラメーターの決定に対する系統誤差の影響が小さくなるのである。系統誤差の影響については後に統計的な手法の説明において、補足的な説明を付け加えることにする。

系統誤差の具体的な例の 1 つとして、far/near ratio が挙げられる。near detector において far detector で期待されるニュートリノの flux のスペクトラムを予言することは既に述べた。far/near ratio とは near detector で見積もられた flux と実際の far detector での flux との間の比率のことである。この far/near ratio に伴う系統誤差として、現在行われている人工的なニュートリノビームを利用した実験 K2K での典型的な値と同程度であるとすると、10%程度が予想される。但し、この値は悲観的な数字であり、実際は系統誤差は 10% という値よりも低く抑えられることが期待されている。

4.2 混合角 θ_{13} の $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定への影響

4.2.1 統計解析の手法

振動極大の位置での $P_{\nu_\mu\nu_\mu}$ に現れる $1 - \sin^2 2\theta_{23}$ と $\sin^2 2\theta_{13}$ という 2 つの微小な量の存在が $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定にどのように反映されるかを調べるために検出器内で生じるイベントを仮想的に生成し、統計学的な手法を用いて議論を進める。実

際には以下のように JPARC-SK 実験の ν_μ の消失実験に対する $\Delta\chi_\mu^2$ を定義し、この量を下に解析を行う。

$$\Delta\chi_\mu^2(\sin^2 2\theta_{23}, \Delta m_{31}^2; \sin^2 2\theta_{13}) = \sum_i \frac{(N_{\mu i} - N_{\mu i}^{\text{best}})^2}{N_{\mu i}^{\text{best}} + B_{\mu i} + (\sigma_{\mu\text{rel}} N_{\mu i}^{\text{best}})^2 + (\sigma_{\mu\text{BG}} B_{\mu i})^2} \quad (4.2)$$

ここで、 $N_{\mu i}$ は ν_μ の qe-CC の i 番目のエネルギーの bin でのイベント数、すなわち、シグナルを表す。このイベント数は、与えられたパラメーター $\sin^2 2\theta_{23}$ 、 Δm_{31}^2 と $\sin^2 2\theta_{13}$ から数値計算により生成した仮想的な実験でのイベント数である。また、 $B_{\mu i}$ は同様の手法から生成された qe-CC 以外のイベント、バックグラウンドのイベント数である。 $N_{\mu i}$ と $B_{\mu i}$ に付けられた subscript “best” の文字は手で与えられた best fit value から生成されたことを表す。そして、 $\sigma_{\mu\text{rel}}$ と $\sigma_{\mu\text{BG}}$ はそれぞれ、シグナルとバックグラウンドに対する系統誤差と定義している。 E_ν の範囲として $0.4 - 1.2(\text{GeV})$ までを解析に用い、bin の幅としては $0.2(\text{GeV})$ を採用する。今後、 Δm^2 は Δm_{31}^2 を表す規約をとる。

他の物理的な設定について説明を行う。 ν_μ の消失実験においては、振動極大の位置で確率が微小なものとなる。よって、以前に述べたように確率に大きな影響を与えないと考えられている効果を取り入れておく必要があるので、真空中での確率 (2.65) ではなく、物質中での確率 (2.60) を用いることにする。ただし、CP phase δ 依存項については Δm_{21}^2 と s_{13} に関して高次の項であるので、 δ からの寄与は無視することにする。また、式 (2.60) において、ここで定義した $\Delta\chi^2$ に現れるパラメーター以外のものも存在している。既に導入において本研究で用いるパラメーターの値を設定しているが、確認の為に解析に用いるパラメーターの値を示しておく。

$$\begin{aligned} \Delta m_{21}^2 &= 7.3 \times 10^{-5} \text{ eV}^2 \\ \sin^2 \theta_{12} &= 0.315 \\ \rho &= 2.3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \end{aligned} \quad (4.3)$$

ここでの議論は OAB のビーム軸を 2° ずらしてニュートリノビームを構成する OA 2° ビームを用いて行われる。これは、本研究においてニュートリノの flux について用いることのできる情報が OA 2° ビームに限られたものであり、かつ、JPARC-SK 実験の Letter of Intent(LOI) の結果との比較の為にである。OA 2° ビームは $\Delta m^2 \sim 3.0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ の近傍で最も良い精度で結果が出せるように調整されたものであるので、議論の中で Δm^2 の best fit が $2.5, 3.0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ の場合を考察の主な対象とする。但し、実際の実験のデータの解析により best fit value が変化すれば、最適な OAB の角度も変化するが、本研究の主要な結果の定性的な性質については大きな変更を受けないと思われる。

系統誤差の影響が低く抑えられることは実験の概略で述べたが、この $\Delta\chi_\mu^2$ の表式から、系統誤差の影響が相対的に小さくなることを容易に理解することができる。理論的には $N_{\mu i}^{\text{best}}$ は振動確率 $P(E_\nu)$ 、flux $f(E_\nu)$ と散乱断面積 $\sigma(E_\nu)$ の積を積分したもので与えられる。 ΔE_i を i 番目のエネルギーの bin のとる領域と定義すれば、

$$N_{\mu i} = \int_{\Delta E_i} dE_{\nu\mu} P(E_\nu) f(E_\nu) \sigma(E_\nu) \quad (4.4)$$

のようになる。flux が振動極大を含むエネルギーの bin にピークを持つように設定されているので、 $\Delta\chi_\mu^2$ への寄与は振動極大を含む bin からの影響が最も大きくなる。しかし、 θ_{23} がほぼ最大であるので、振動極大の bin のにおいて $P(E_\nu) \simeq 0$ であり、結果として $N_{\mu i}^{\text{best}}$ は $O(10)$ 程度をとることが予想される。よって、系統誤差を実現可能な値 5% – 10% に設定すれば、 $\Delta\chi_\mu^2$ の表式の分母の中で、統計誤差を表す $N_{\mu i}^{\text{best}}$ と比較して系統誤差の影響 $(\sigma_{\mu\text{rel}} N_{\mu i}^{\text{best}})^2$ の影響は相対的に低く抑えられることになる。言葉を替えれば、振動極大での振動確率の深さが系統誤差の影響を制御していると言える。このことは、 θ_{23} が最大角 $\pi/4$ から離れるほど系統誤差を無視し得なくなることを意味していることには注意が必要である。後の議論から定量的にこの事実を示す。

4.2.2 数値計算の信頼性

この節では、 θ_{23} と θ_{13} の相関の与える影響の定量的な議論の信頼性を高める為に LOI で提示されている $\sin^2 2\theta_{23}$ の誤差 $\delta \sin^2 2\theta_{23}$ を再現することを目的としている。

具体的には、 Δm_{best}^2 を $2.0 - 5.0 \times 10^{-3} (\text{eV}^2)$ の範囲で変動させて、 $\delta \sin^2 2\theta_{23}$ をプロットする。誤差を導出する方法として θ_{13} の影響を考慮に入れない場合を想定して、 $\Delta\chi_\mu^2(\sin^2 2\theta_{31}, \Delta m^2; \sin^2 2\theta_{13} = 0)$ を求める。

まず、 Δm^2 と $\sin^2 2\theta_{23}$ の 2 世代解析の参考例として 2 d.o.f、90%CL での Δm^2 - $\sin^2 2\theta_{23}$ のパラメーター空間に描かれる許容領域を図 4.1、4.2 に示す。best fit value として $\Delta m^2 = 2.5 \times 10^{-3}, 3.0 \times 10^{-3}, \sin^2 2\theta_{23} = 0.92, 0.96, 1.00$ を設定し、 $\sigma_{\mu\text{rel}} = 10\%$ 、 $\sigma_{\mu\text{BG}} = 20\%$ の場合について考慮することにする。ここで、 $\sigma_{\mu\text{rel}}$ の値として前述の K2K 実験での系統誤差の値を仮に採用することにした。また、 $\sigma_{\mu\text{BG}}$ は LOI に記載されている値を用いている。通常、JPARC-SK 実験において達成される Δm^2 と $\sin^2 2\theta_{23}$ の決定精度を予言する場合には、イベントの生成、統計解析の手法等の差異はあっても、このように θ_{13} を無視して 2 世代解析を行っていると思われる。

ここでは、パラメーター空間での許容領域を考慮し、best fit value からの差から誤差を計算し、“実験”の結果得られる決定精度を予言する。本研究で行った統

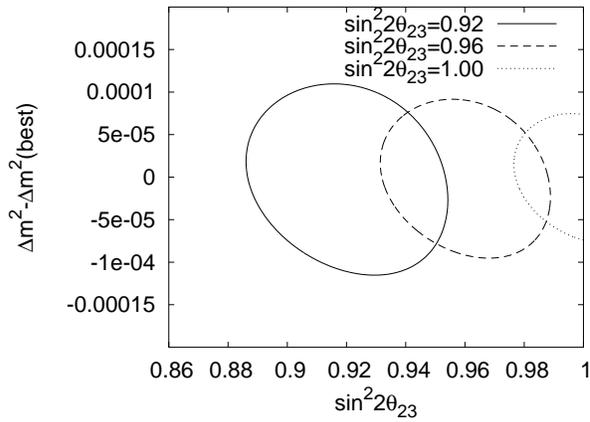


図 4.1: $\Delta m_{\text{best}}^2 = 2.5 \times 10^{-3} \text{eV}^2$, 90%CL

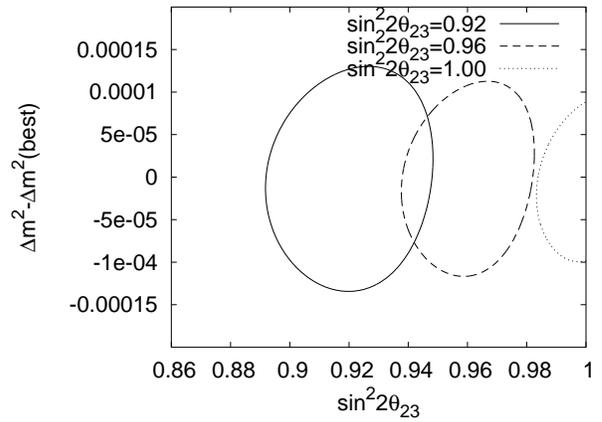


図 4.2: $\Delta m_{\text{best}}^2 = 3.0 \times 10^{-3} \text{eV}^2$, 90%CL

計解析の信憑性は図 4.3 と図 4.4 によって裏付けられるであろう。図 4.3、4.4 において点線が LOI での解析結果であり、本研究における結果は実線で表されている。ただし、このグラフでは 90%CL ではなく、 1σ で誤差を計算してプロットしてあることに注意していただきたい。

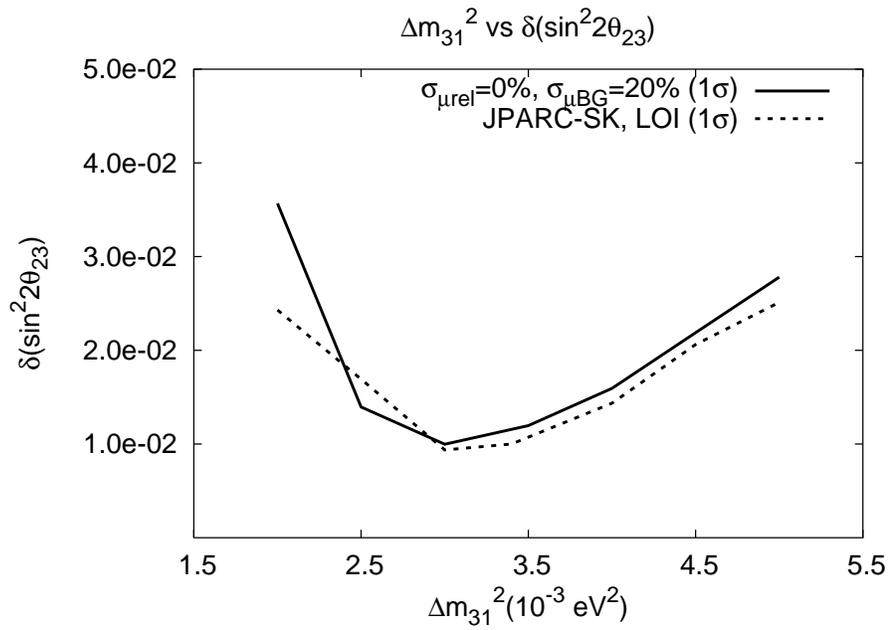


図 4.3: LOI との比較、 $\sin^2 2\theta_{\text{best}} = 1.0$

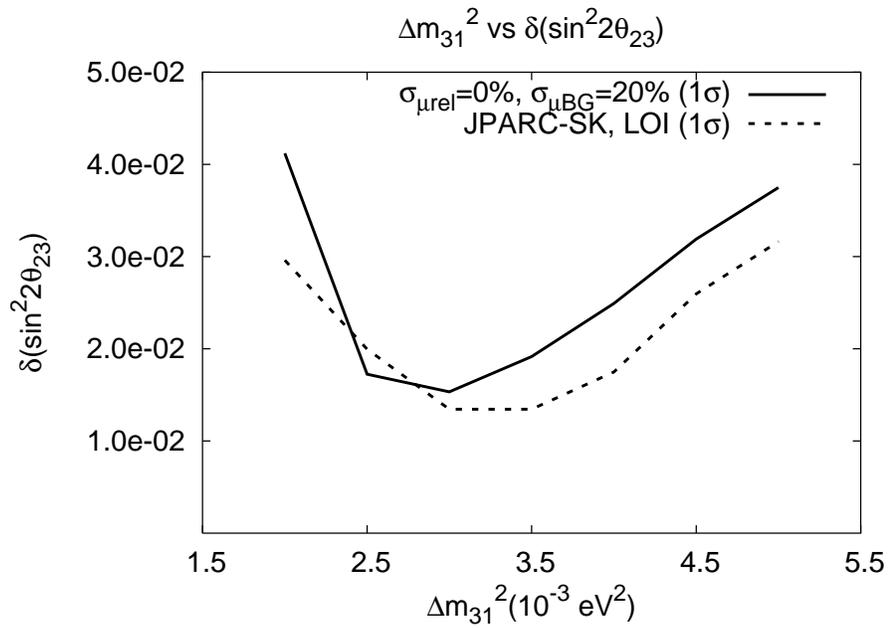


図 4.4: LOI との比較、 $\sin^2 2\theta_{\text{best}} = 0.9$

4.2.3 2世代解析と3世代解析の比較

この小節では、具体的に θ_{23} と θ_{13} の相関がどのような場合に影響が大きくなり、相関の大きさがどの程度であるかについて考察することにする。

まず、 θ_{23} と θ_{13} の相関を定量的に考察する前にどのような場合に θ_{13} の影響が強く現れるかを考えておく必要がある。式 (2.65) において、 s_{13}^2 の確率に対する寄与は θ_{23} が最大であるとき 0 であることが分かる。そして、 θ_{23} が最大から離れるにしたがって振動確率に対する s_{13}^2 の影響は強くなっている。一方で確率に対するもう1つの補正 Δm_{21}^2 の依存項は、 θ_{23} が最大であるときに最も強い影響力を持つことが分かる。しかし、 $\Delta\chi_\mu^2$ に対して振動極大を含む bin からの影響が大きいので、 Δm_{21}^2 の依存項を持つエネルギー依存性のために、 Δm_{21}^2 が2世代解析に与える影響は θ_{13} の影響と比較して弱いことが予想される。

このことをより深く理解するために、振動極大の位置するエネルギーの近傍、 $\sin(\Delta m_{31}^2 L / 4E) \sim 1$ に値をとるほぼ単一のエネルギーのニュートリノビームを用いる仮想的な実験を考える。このような”実験”において、振動確率は以下のように近似的な表式を持つ。

$$P_{\nu_\mu\nu_\mu} = \epsilon_1(\epsilon_1 + 2s_{13}^2) + \frac{\pi}{4}c_{12}^2\epsilon_1\epsilon_2 \quad (4.5)$$

ここで、 ϵ_1 と ϵ_2 は2つの微小量を表す。

$$\begin{aligned} \epsilon_1^2 &\equiv 1 - \sin^2 2\theta_{23} \\ \epsilon_2 &\equiv \Delta m_{21}^2 / \Delta m_{31}^2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

式 (2.65) の Δm_{21}^2 依存項は、 $\Delta m_{31}^2 L / 2E \sim \pi$ であることから、この表式中では落としている。 s_{13}^2 の確率への依存性から、 θ_{13} の影響は θ_{23} の最大からのずれによって増強されるという議論は式 (4.5) によって、はっきりと表されている。ただし、これは純粋な理論的な考え方であり、実際の実験における精密測定への θ_{13} の影響を調べるためには、小節 4.2.1 で説明を行った統計学的手法を用いなければならない。しかし、式 (2.65) によって本研究の方向性が決定されたことになる。つまり、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の best fit value を現在までに行われた実験により制限されている許容領域で変動させて解析を行うことによって、 θ_{23} と θ_{13} の相関が $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定に与える影響を考察するということである。

消失実験において θ_{13} を決定することが目的ではないため、統計学的な自由度は Δm^2 と $\sin^2 2\theta_{23}$ の2つであることに変わりはない。しかし、理論の中に含まれるパラメーターの自由度が1つ増えることにより、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の許容領域が拡大し、その結果、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の誤差が増大することが予想される。 $\Delta\chi_\mu^2(\sin^2 2\theta_{23}, \Delta m^2; \sin^2 2\theta_{13})$

を θ_{13} に関して最小化を行う必要があるが、本研究では最小化を行わず、 $\sin^2 2\theta_{23}$ - $\sin^2 2\theta_{13}$ 空間に描かれる許容領域を $\sin^2 2\theta_{23}$ 軸に射影することにより、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の誤差を決定する手法を選択する。 $\Delta\chi_\mu^2$ を最小化した場合に得られる $\sin^2 2\theta_{23}$ の許容領域と射影された領域は一致すると期待されるので、ここで用いた手法は良い近似であるといえる。しかし、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の誤差を考える際に多少の不定性が生じることには注意しなければならない。

具体的には、 Δm^2 の best fit value を固定し、CHOOZ 実験から与えられている 90%CL での $\sin^2 2\theta_{13}$ の上限 [22]、

$$\sin^2 2\theta_{13} \lesssim 0.15 \quad (4.7)$$

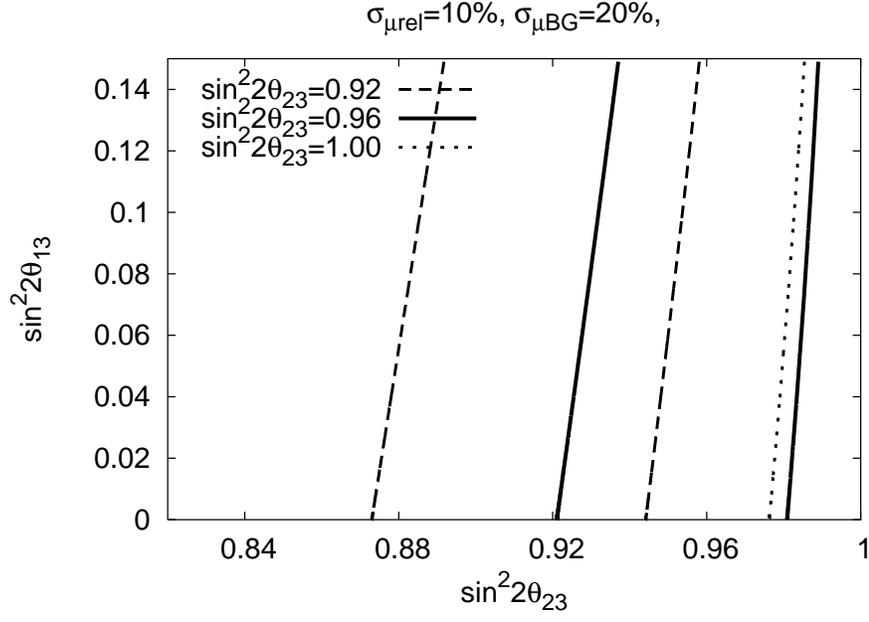
の領域で $\sin^2 2\theta_{13}$ を変動させることにより得られる $\Delta\chi_\mu^2$ を考察し、 $\sin^2 2\theta_{23}$ - $\sin^2 2\theta_{13}$ 空間での許容領域を議論の対象とする。この場合に射影された許容領域の半分を $\sin^2 2\theta_{23}$ の "誤差" と定義することにする。まず、 θ_{23} と θ_{13} の相関が生じているかどうかを確認するために $\sin^2 2\theta_{23}$ - $\sin^2 2\theta_{13}$ 空間での許容領域を描く。このとき、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の best fit value を 1.0, 0.96, 0.92 の 3 つの値で設定を行いプロットをする。

結果は図 4.5 と図 4.6 のようになる。2 世代解析の枠内では、 $\sin^2 2\theta_{13}$ の影響を無視するので、 $\sin^2 2\theta_{13} = 0$ の場合の $\sin^2 2\theta_{23}$ の許容領域の半分を $\sin^2 2\theta_{23}$ の誤差であると捉えることができる。一方、 θ_{13} の影響を考慮に入れる場合には誤差は許容領域を $\sin^2 2\theta_{23}$ 軸に射影した領域の半分であると定義したことから、 θ_{23} と θ_{13} の相関の精密測定に対する影響は平面に描かれた許容領域の傾きであることと解釈できる。つまり、傾きが生じなければ、両者の値は一致するからである。 ν_μ の消失実験の中で $\sin^2 2\theta_{13}$ に上限を与えることができないので、許容領域に無視できない傾きがある場合には、他の実験から与えている $\sin^2 2\theta_{13}$ の制限が 2 世代解析と 3 世代解析の間の誤差の違いを決定していることになる。本研究の場合では、混合角の間の相関の誤差への影響が CHOOZ 実験から与えられた上限に依存している。 θ_{13} が精密に決定されていないことが $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差に相関の影響が現れることの最大の要因となっていると言える。このことは、混合角の間の相関の影響は θ_{13} を測定する実験によって抑えることができることを意味する。具体的には、JPARC-SK 実験と原子炉実験で行われる θ_{13} の測定が挙げられる。本研究では、原子炉実験における $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ の遷移を利用した θ_{13} の測定によって、どのように $\sin^2 2\theta_{23}$ の誤差が改善されるかについて考察を行う。

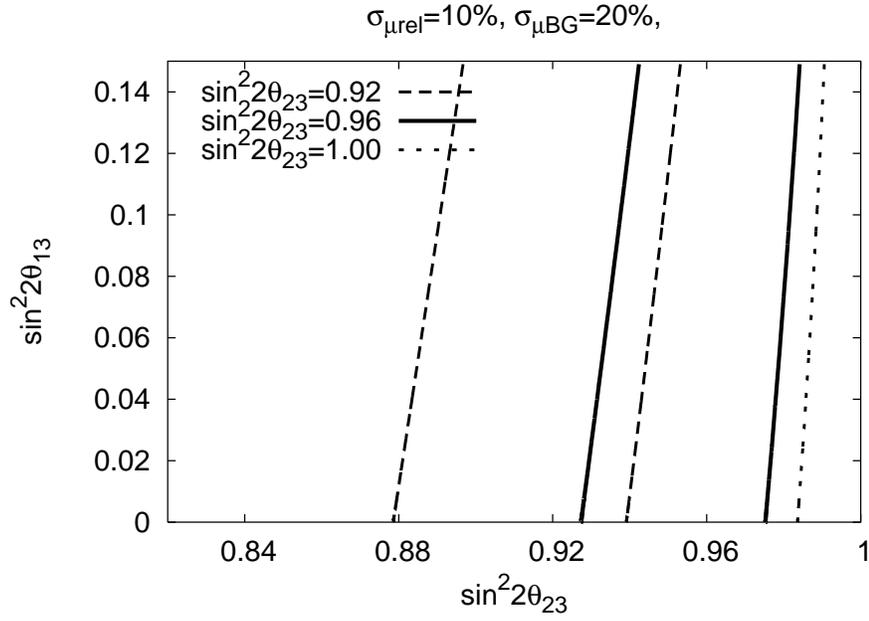
図 4.5 と図 4.6 では、実際に許容領域が無視できない傾きを持つことを確認することができる。 $\sin^2 2\theta_{23}$ が 1 から離れるにしたがって、相関の影響により誤差が大きくなっていくことが予想される。しかし、全体の誤差を考慮したとき、この誤差の影響は意味のあるものだろうか? これらの図は $\sin^2 2\theta_{23}$ が 1 から離れていくにしたがって、2 世代解析の枠内で $\sin^2 2\theta_{23}$ の誤差も大きくなることを示している。2

世代解析から求められた誤差と比較すると θ_{13} の影響による誤差の増大は無視できないとしても、比較的小さなものであるとすることができる。

このように、 θ_{23} が最大からずれることにより 2 世代解析の枠内で誤差を増大させる原因として何があるだろうか？ それは以前にコメントをしたように系統誤差の影響である。すなわち、 θ_{23} が最大からずれる場合には、 θ_{13} の影響と系統誤差の影響により、2 重に誤差を増大させることになっていることが分かる。 θ_{23} と θ_{13} の相関が存在することが確認できたので、相関の重要性について定量的な議論を行う段階に入っている。但し、混合角の相関と比較して系統誤差の影響が強い場合には、混合角の相関性の重要性は相対的に低くなると言わざるを得ないだろう。しかし、これら 2 つの影響が比較可能な大きさで $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定に影響しうる可能性を考えれば、さらに詳細に θ_{23} と θ_{13} の相関を調べる価値は十分にある。以上の事実から、系統誤差を含めて議論を進める必要がある。よって、次の小節ではシグナル、バックグラウンドの系統誤差を変化させた場合の $\sin^2 2\theta_{23}$ の誤差を定量的に調べることにする。



⊠ 4.5: $\Delta m^2=2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \sin^2 2\theta_{13} = 0.1, 90\% \text{CL}$



⊠ 4.6: $\Delta m^2=3.0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2, \sin^2 2\theta_{13} = 0.1, 90\% \text{CL}$

4.2.4 系統誤差と相関

ν_μ の消失実験では振動極大を含む bin 内のイベント数がニュートリノ振動の効果により微小なものになり、系統誤差が低く抑えられることの説明を行った。しかし、振動極大の近傍における振動確率の値が大きくなるにしたがって、系統誤差の影響は大きくなっていく。 θ_{23} の最大からのずれは s_{13}^2 の影響だけでなく、系統誤差の影響も無視できないものにし、精密測定に対して 2 重に障害になることになる。ここでは、抽象的な議論では無く、系統誤差と混合角の間の相関が原因の誤差の影響がそれぞれどの程度の大きさを考察し、両者を比較することにより、混合角の間の相関の重要性を結論付けることにする。

具体的には、系統誤差として $(\sigma_{\mu\text{rel}}, \sigma_{\mu\text{BG}}) = (10\%, 20\%), (5\%, 10\%)$ の 2 つの値を設定し、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の best fit value を変化させ、2 世代解析と 3 世代解析を行った場合の $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差を図 4.7 にプロットする。図 4.7 から、系統誤差の影響によって、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の 90%CL の変域で $(\sigma_{\mu\text{rel}}, \sigma_{\mu\text{BG}}) = (10\%, 20\%)$ の場合には測定誤差が 0.015 程度増加していることが読みとれる。しかし、 $(\sigma_{\mu\text{rel}}, \sigma_{\mu\text{BG}}) = (5\%, 10\%)$ の場合には、測定誤差は 0.005 程度の増加となっており、相関の影響による測定誤差の増大が全ての場合において 0.01 程度であることを考えれば、相関の影響による測定誤差の増大が主要なものといえる。

シグナルに対して設定された 10% という系統誤差の値は、現在行われている加速器から得られる人工的なニュートリノビームを SuperKamiokande において観測する JPARC-SK 実験と類似の K2K 実験を参考にしたことを考慮すれば、この値は悲観的なものであることに注意していただきたい。何らかの手段によって実験の環境の改善が行われ、悲観的に見積もられた系統誤差が抑えられた場合には、3 世代効果を考慮する必要性があることを図 4.7 から理解することができる。系統誤差として、シグナルに対して 5%、バックグラウンドに対して 10% まで抑えることができた場合には、 θ_{13} の影響により、測定誤差が 2 世代解析の場合と比較して最大で 50% 程度増大し、相関の影響は比較的大きなものであるからである。系統誤差を抑える為に提案されている具体例として、JPARC から 2Km の距離に "intermediate detector" を設置することなどが挙げられる。

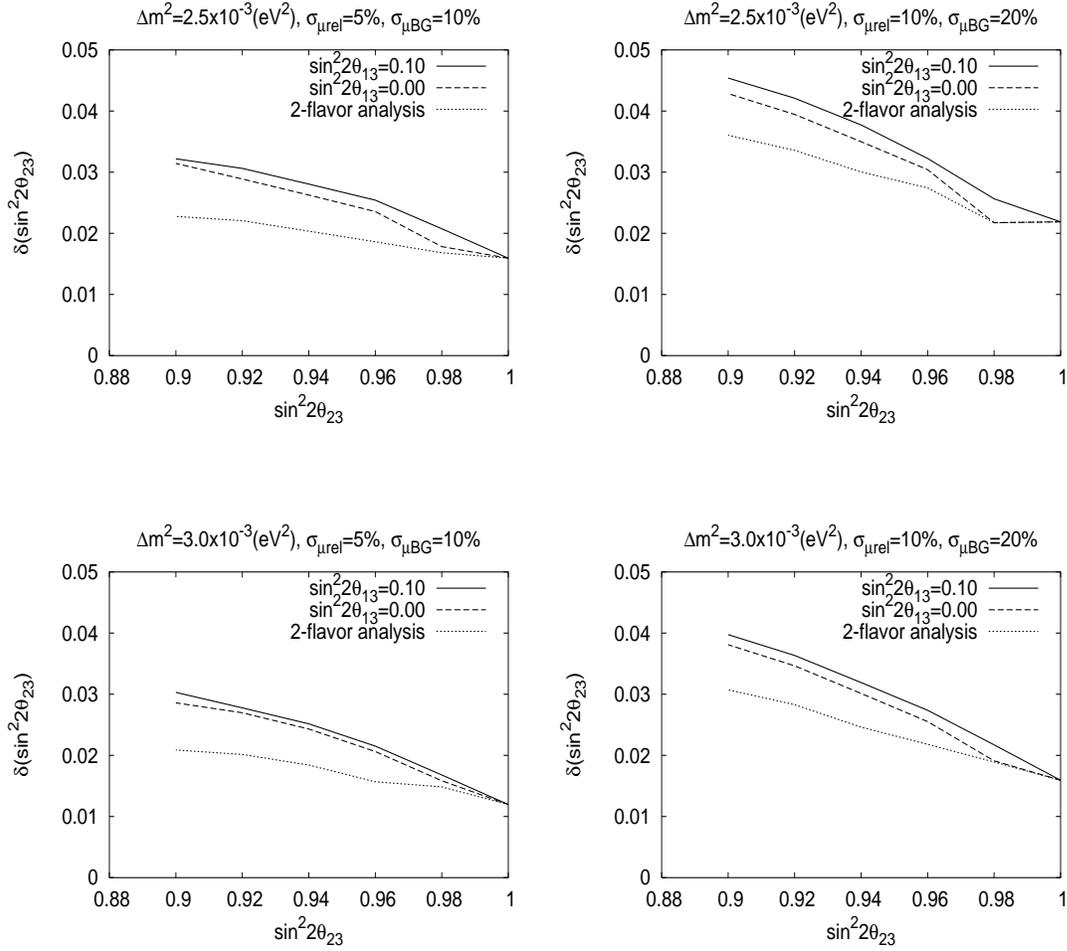


図 4.7: 左側 (右側) の図を $(\sigma_{\mu\text{rel}}, \sigma_{\mu\text{BG}}) = (5\%, 10\%) ((10\%, 20\%))$ と設定し、上側 (下側) の図を $2.5 (3.0) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ と値を設定している。

第5章 原子炉実験による誤差の抑制

現在までの議論によって ν_μ の消失実験において、振動確率への θ_{13} の影響は無視できない大きさを持ち、3世代効果を考慮に入れた場合には $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差が増大することが明らかにされた。相関の影響により $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差が増大する最大の要因は $\sin^2 2\theta_{13}$ が精密に測定されていないことであった。しかし、3世代性が現れる θ_{13} が0でない場合には ν_e から他のフレーバーへの遷移が存在し、 ν_e 、または、 $\bar{\nu}_e$ のニュートリノ振動を利用することにより、振動確率へのパラメータ依存性を利用して、 θ_{13} を測定することが可能である。よって、この章では θ_{13} に対して強い制限を与える実験によって $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差がどのように改善されるかを見ることにする。JPARC-SK 実験においても θ_{13} の測定は行われるが、ここでは、原子炉から得られる $\bar{\nu}_e$ を利用した θ_{13} の測定を考察の対象とする。

$\sin^2 2\theta_{13}$ の測定について最近行われた研究 [23] に基づき、JPARC-SK 実験と原子炉実験を組み合わせた統計解析を行う。解析に用いる $\Delta\chi^2$ は JPARC-SK 実験と原子炉実験のイベント数から得られる $\Delta\chi^2$ の和で与えられる。具体的には、原子炉実験の系統誤差が 0.8%程度に抑えられた場合に 90%CL で $\sin^2 2\theta_{13}$ を 0.02 程度の精度で決定できると想定した。ここでは、特定の原子炉実験の設定に依らない状況を考察するために以下のように原子炉実験の $\Delta\chi^2$ に対して effective な形を仮定する。

$$\Delta\chi_{\text{react}}^2 = 2.7 \frac{(\sin^2 2\theta_{13} - \sin^2 2\theta_{13}^{\text{best}})^2}{(0.02)^2} \quad (5.1)$$

ここで、 $\sin^2 2\theta_{13}^{\text{best}}$ は仮想的に設定した $\sin^2 2\theta_{13}$ の best fit value である。JPARC-SK 実験と原子炉実験を組み合わせた $\Delta\chi^2$ は、式 (4.2) と式 (5.1) を用いて

$$\Delta\chi_{\text{comb}}^2 = \Delta\chi_\mu^2(\sin^2 2\theta_{23}, \Delta m_{31}^2; \sin^2 2\theta_{13}) + \Delta\chi_{\text{react}}^2(\sin^2 2\theta_{13}, \Delta m_{31}^2) \quad (5.2)$$

と表される。

原子炉実験による θ_{13} の制限が s_{13}^2 の $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差への影響をどの程度抑えることができるかを見るために、式 (5.2) の解析によって得られた $\sin^2 2\theta_{23} - \sin^2 2\theta_{13}$

空間に描かれる許容領域を図 5.1 に示す。図 5.1 と図 4.5、4.6 を比較することにより、 θ_{13} の影響による $\sin^2 2\theta_{23}$ の許容領域の拡大がほぼ消えていることを理解することができる。このことから、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差は 2 世代解析に基づいて求められた結果と同じ程度の大きさまで抑えられることが期待される。

次に $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差が JPARC-SK 実験と原子炉実験を組み合わせることにより、どのように推移したかを定量的に示す。JPARC-SK 実験のみの 3 世代解析、JPARC-SK 実験と原子炉実験を合わせた解析と JPARC-SK 実験のみでの 2 世代解析の $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差を以前と同様に $\sin^2 2\theta_{23}$ の best fit value を変動させてプロットを行った。図 5.2 において、期待したように原子炉実験による θ_{13} への強い制限のために 2 世代解析と JPARC-SK 実験と原子炉実験を組み合わせた解析の結果はほぼ一致している。

このことから、原子炉実験と組み合わせることにより、JPARC-SK 実験における $\sin^2 2\theta_{23}$ の決定をより高い水準で達成することが可能になることを裏付けることができた。また、JPARC-SK 実験における θ_{13} の制限によっても同様に相関の影響を抑えることができると期待される。

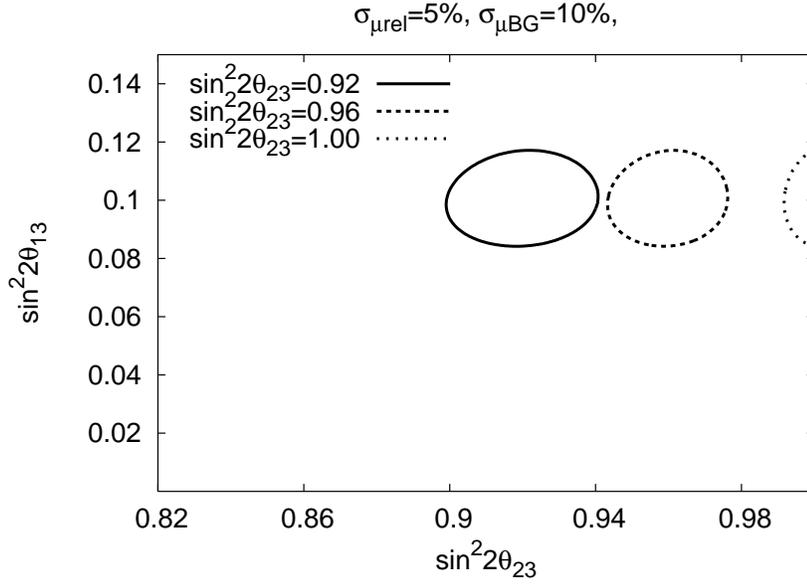


図 5.1: JPARC-SK 実験と原子炉実験を組み合わせた解析, $\Delta m^2=3.0 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2 2\theta_{13} = 0.1$

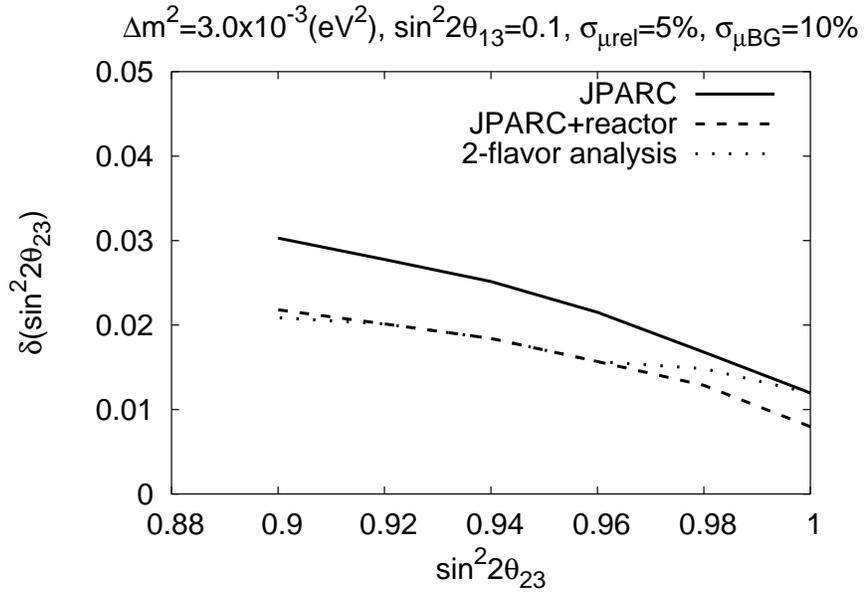


図 5.2: 実線が JPARC-SK 実験のみの 3 世代解析、破線が JPARC-SK 実験と原子炉実験を組み合わせた解析、点線が 2 世代解析から求めた $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差

第6章 結論

本研究は、JPARC-SK 実験による ν_μ の消失実験において通常は ν_μ と ν_τ の 2 世代混合の枠内で決定される $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差を 3 世代混合の枠内で解析を行うことにより $\sin^2 2\theta_{23}$ の誤差が増大する可能性を検証する目的で行われた。その際に導入された物理的要因は、 ν_μ の消失実験では、 Δm_{31}^2 と $\sin^2 2\theta_{23}$ の 2 つのパラメーターのみを考慮することで精密測定を行うことができる、という認識を多少変える必要があるのではないかと考えている。2 つのパラメーターのみで精密測定を行うことができるという主張は、振動確率に対する θ_{13} と Δm_{21}^2 の影響が小さいということに立脚している。しかし、本研究では $\sin^2 2\theta_{23}$ が最大であるという実験事実注目した。つまり、 ν_μ の生存確率の振動極大の近傍に現れる 2 つの微小量 $1 - \sin^2 2\theta_{13}$ と s_{13}^2 が振動極大において同じ程度の大きさを持ち得ることから、これらの量の間に関連が生じ、その関連の存在が原因となって $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差を増大させる可能性があるということであった。

まず、振動極大での確率の振舞いを理解する為に、物質中での振動確率を厳密なものとして近似的なもの 2 通りの表式を陽に示した。そこでの議論は、厳密な物質中での振動確率が近似的な振動確率を導く上で強力な道具となることをはっきりと表している。

そして、それらの振動確率を利用して統計的なアプローチから混合角決定における相関の影響を考察した。 $\sin^2 2\theta_{13}$ の最大からのずれが大きくなるにしたがって、相関の影響は強くなるが、そのような状況の下では相関の影響だけでなく、系統誤差の増大も引き起こすことを定量的に示した。つまり、消失実験において、混合角の間の相関の影響が重要な意味を持つか否かは系統誤差に依っているということである。

ここでは、OA2° ビームを用いた仮想的な実験を行い、定量的に信頼性のある手法で議論を行うことにより、系統誤差と混合角の相関の $\sin^2 2\theta_{23}$ の精密測定に与える影響を明確にした。結果として、 $\sin^2 2\theta_{23}$ が最大から離れた場合には θ_{13} の影響によって、2 世代解析の場合と比較して決定誤差が最大で 50% 程度増大することを示した。 s_{13}^2 が微小な量であることを考えれば、 $\sin^2 2\theta_{23}$ の決定に与える影響は大

きいものであると言える。

3世代解析を行うことによって測定誤差が増大する要因は、 θ_{13} が限られた精度でしか決定されていないことだったが、 $\theta_{13} \neq 0$ の場合には、 ν_e の他のフレーバーへの遷移が存在し、その遷移を観測することで θ_{13} を測定することができる。このことは θ_{23} の決定誤差を増大させる要因の1つを取り除くことのできることを意味する。この事実を考えれば、将来行われる MNS 行列の 1-3 セクターのパラメーター θ_{13} の測定を併せて考察を行うのが自然であろう。本研究では、 $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ のニュートリノ振動を利用した原子炉実験に注目した。原子炉実験と JPARC-SK 実験の結果を組み合わせることで解析を行うことにより、 θ_{13} の影響により増大した $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差はほぼ完全に排除されることを明らかにした。

JPARC-SK 実験によっても $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ の遷移の観測から θ_{13} の測定が可能であると期待される。よって、今後の研究の課題として、JPARC-SK 実験における θ_{13} の測定によって、 θ_{13} が不定であることから増大した $\sin^2 2\theta_{23}$ の測定誤差をどの程度抑えることができるかを考察することが挙げられる。

謝辞

本研究を行うにあたり、全面的に指導をして下さった南方先生、研究全般にわたり助言を与えていただいた杉山さんに感謝いたします。また、実験側からの助言をして下さった京都大学の中家先生、平出さんと貴重な意見を下さった研究室のメンバーの皆さんにも感謝いたします。

付録 A 物質中での振動確率の係数

ここでは、節 2.2 で議論を行った物質中での振動確率の各係数の完全な形を与えることが目的である。ただし、研究の主題から大きく外れることを防ぐために、詳細な導出法は与えない。以下に示した係数は非常に複雑なものであり、厳密な表式そのものは利用価値の高いものではない。しかし、摂動論を行う場合には effective な質量に含まれる s_{13}^2 と δ_{21} の 2 つの微小な量に関して展開を行えば良いだけであるので、ここに記載しておく価値はあるだろう。

A.1 leading term

この節では、節 2.2 で現れた A 、 B 、 C について Δm_{21}^2 と s_{13}^2 の最も低いオーダーの項を陽に書き下す。ただし、effective な質量に対する Δm_{21}^2 と s_{13}^2 の依存性は残しておくことにする。また、上付きの h の添字で Δm_{21}^2 と s_{13}^2 の高次の項の leading term に対する補正を表すことにする。

$$\tilde{A}_{e\mu} = \sum_{(i,j,k)}^{cyclic} \frac{-8[J_r \delta_{21} \delta_{31} \lambda_k (\lambda_k - \delta_{31}) - (\tilde{A}_{e\mu}^h)_k]}{\Delta_{jk}^2 \Delta_{ki}^2} \cos\left(\frac{\Delta_{ij}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta_{jk}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta_{ki}L}{4E}\right) \quad (\text{A.1})$$

$$\tilde{B} = \frac{8J_r \delta_{21} \delta_{31} (\delta_{31} - \delta_{21})}{\Delta_{12} \Delta_{23} \Delta_{31}} \sin\left(\frac{\Delta_{12}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta_{23}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta_{31}L}{4E}\right) \quad (\text{A.2})$$

$$\tilde{C}_{e\mu} = \sum_{(i,j)}^{cyclic} \frac{-4[\delta_{31}^2 s_{13}^2 s_{23}^2 c_{13}^2 \lambda_i \lambda_j + (\tilde{C}_{e\mu}^h)_{ij}]}{\Delta_{ij} \Delta_{12} \Delta_{23} \Delta_{31}} \sin^2\left(\frac{\Delta_{ij}L}{4E}\right) \quad (\text{A.3})$$

これらの量は、 $P_{\nu_\mu \nu_e}$ に関するものであるが、effective な質量に対する摂動形式を用いて leading term のみを取り出してくれば、2.3.2 の結果を再現することができる。

$$\tilde{A}_{\mu\mu} = -\tilde{A}_{e\mu} - \tilde{A}_{\mu\tau} \quad (\text{A.4})$$

$$\tilde{C}_{\mu\mu} = 1 - \tilde{C}_{e\mu} - \tilde{C}_{\mu\tau} \quad (\text{A.5})$$

$$\tilde{A}_{\mu\tau} = \sum_{(i,j,k)}^{cyclic} \frac{-8[J_r \delta_{21} \delta_{31} (\lambda_k - 1)(\lambda_k - 1 - \delta_{31})(c_{23}^2 - s_{23}^2) + (\tilde{A}_{\mu\tau}^h)_k]}{\Delta_{jk}^2 \Delta_{ki}^2} \times \cos\left(\frac{\Delta_{ij}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta_{jk}}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta_{ki}}{4E}\right) \quad (\text{A.6})$$

$$\tilde{C}_{\mu\tau} = \sum_{(i,j)}^{cyclic} \frac{-4[\delta_{31}^2 s_{23}^2 c_{23}^2 c_{13}^4 (\lambda_i - 1)(\lambda_j - 1) + (\tilde{C}_{\mu\tau}^h)_{ij}]}{\Delta_{ij} \Delta_{12} \Delta_{23} \Delta_{31}} \sin^2\left(\frac{\Delta_{ij}L}{4E}\right) \quad (\text{A.7})$$

$$\tilde{D} = \sum_{(i,j,k)}^{cyclic} \frac{-8\delta_{21}^2 (\lambda_k - 1 - \delta_{31})^2 s_{12}^2 s_{23}^2 s_{13}^2 c_{12}^2 c_{23}^2}{\Delta_{jk}^2 \Delta_{ki}^2} \cos\left(\frac{\Delta_{ij}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta_{jk}L}{4E}\right) \sin\left(\frac{\Delta_{ki}L}{4E}\right) \quad (\text{A.8})$$

上記の量は、 $s_{23}^2 - c_{23}^2$ 、 s_{13}^2 等が小さいことを考慮すれば、以下のように簡潔に表すことも可能である。

$$\tilde{A}_{\mu\mu} = -\tilde{A}_{e\mu} \quad (\text{A.9})$$

$$\tilde{C}_{\mu\mu} = 1 - \tilde{C}_{\mu\tau} \quad (\text{A.10})$$

A.2 higher terms in $\mathcal{O}(\delta_{21})$ and $\mathcal{O}(s_{13}^2)$

ニュートリノ振動において、以下に示す δ_{21} 、 s_{13}^2 に関して高次の寄与は、我々が振動確率に対して通常は無視される小さな寄与を考慮する際に用いるのに適している。

$$(\tilde{A}_{e\mu}^h)_k = \delta_{21}^2 J_r [\delta_{31} \lambda_k (c_{12}^2 - s_{12}^2) + \lambda_k^2 s_{12}^2 - \delta_{31}^2 c_{12}^2] \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} (\tilde{C}_{e\mu}^h)_{ij} &= \delta_{21} s_{31}^2 [\delta_{31} \{-\lambda_i (\lambda_j s_{12}^2 + \delta_{31} c_{12}^2) - \lambda_j (\lambda_i s_{12}^2 + \delta_{31} c_{12}^2)\}] s_{23}^2 c_{13}^2 \\ &\quad + \delta_{21}^2 (\lambda_i - \delta_{31})(\lambda_j - \delta_{31}) s_{12}^2 s_{23}^2 c_{12}^2 c_{13}^2 \\ &\quad + \delta_{21}^2 s_{13}^2 (\lambda_i s_{12}^2 + \delta_{31} c_{12}^2)(\lambda_j s_{12}^2 + \delta_{31} c_{12}^2) c_{23}^2 c_{13}^2 \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$(\tilde{A}_{\mu\tau}^h)_k = -\delta_{21}^2 J_r' (c_{23}^2 - s_{23}^2) (\lambda_k - 1 - \delta_{31}) \{\delta_{31} (s_{12}^2 - s_{13}^2 c_{12}^2) + (\lambda_k - 1 - \delta_{31}) c_{12}^2\} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned}
(\tilde{C}_{\mu\tau})_{ij} = & \delta_{21}\delta_{31}[\delta_{31}(\lambda_i + \lambda_j - 2)(c_{13}^2 + c_{12}^2) - 2(\lambda_i - 1)(\lambda_j - 1)c_{12}^2]s_{23}^2c_{23}^2c_{13}^2 \\
& + \delta_{21}s_{13}^2[\delta_{31}\{-\delta_{31}(\lambda_i + \lambda_j - 2) + 2(\lambda_i - 1)(\lambda_j - 1)\}]s_{12}^2s_{23}^2c_{23}^2c_{13}^2 \\
& + \delta_{21}^2[\delta_{31}c_{13}^2 + (\lambda_i - 1 - \delta_{31})c_{12}^2][\delta_{31}c_{13}^2 + (\lambda_j - 1 - \delta_{31})c_{12}^2]s_{23}^2c_{23}^2 \\
& + \delta_{21}^2s_{13}^2\left[-\delta_{31}(\lambda_i + \lambda_j - 2 - 2\delta_{31})s_{12}^2s_{23}^2c_{23}^2c_{13}^2 \right. \\
& \quad \left. + (\lambda_i - 1 - \delta_{31})(\lambda_j - 1 - \delta_{31})\{s_{12}^2c_{12}^2(c_{23}^2 - s_{23}^2) + s_{12}^4s_{23}^2s_{13}^2c_{23}^2\}\right]
\end{aligned} \tag{A.14}$$

参考文献

- [1] R. Davis, Jr. et al, Phys. Rev. Lett., 12, 303 (1964).
R. Davis, Jr. et al, Phys. Rev. Lett., 20, 1205 (1968).
- [2] J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault, S. Basu, Astrophys. J., 550, 990 (2001).
- [3] Hiraoka et al., Phys. Rev. D44, 2241 (1991).
- [4] P. Anselmann et al., Phys. Lett. B342, 440 (1995).
- [5] A. I. Abazov et al., Phys. Rev. Lett. 67 3332 (1991).
- [6] J. Boger et al., Nucl. Instrum. Meth. A449: 72 (2000)
Q. R. Ahmad et al., Phys. Rev. Lett. 89 011301 (2002).
- [7] K. Eguchi et al., Phys. Rev. Lett. 90 021802 (2003)
- [8] S. P. Mikheyev and A. Yu. Smirnov, Yad. Fiz. 42, 1441 (1985)
H. A. Bethe, Phys. Rev. Lett. 56, 1305 (1986).
S. J. Parke, Phys. Rev. Lett. 57, 1275 (1986).
- [9] K. S. Hirata et al., Phys. Lett. B280, 146 (1992).
- [10] D. Casper et al., Phys. Rev. Lett. 66 2561, (1991).
- [11] R. Becker-Szendy et al., Phys. Rev. D46 3720, (1992).
- [12] S. N. Ahmed et al., arXiv:nucl-ex/0309004
- [13] M. B. Smy et al., arXiv:hep-ex/0309011
- [14] Y. Fukuda et al., Phys. Rev. Lett. 82, 2644 (1999).
Y. Fukuda et al., Phys. Rev. Lett. 85, 3999 (2000).

- [15] M. H. Ahn et al., Phys. Rev. Lett. 90, 041801 (2003).
- [16] M. Apollonio et al., Phys. Lett. B466, 415 (1999).
- [17] A. Cervera et al., Nucl. Phys. B579 17 (2000); Erratum-ibid. B593 (2001).
- [18] K. Kimura, A. Takamura, H. Yokomakura Phys. Rev. D66 073005 (2002).
- [19] Y. Itow et al., hep-ex/0106019.
loi.v2.030528.pdf, most recent version at <http://neutrino.kek.jp/jhfnu/loi/>
- [20] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, Prog. Theor. Phys. 28 970 (1962).
- [21] C. Jarlskog Phys. Rev. Lett. 55 1039 (1985).
- [22] G. L. Fogli et al, arXiv:hep-ph/0308055.
- [23] H. Minakata, H. Sugiyama, O. Yasuda, K. Inoue and F. Suekane
arXiv:hep-ph/021111