

太陽ニュートリノ振動における
ステライルニュートリノについて

首都大学東 理工学研究科物理学専攻 素粒子理論研究室
15879305 大場 雅男

目次

1	はじめに	4
2	標準模型	6
2.1	ゲージ原理	6
2.2	標準模型	8
2.3	電弱相互作用	10
2.4	Higgs 機構	12
2.5	三世代への拡張	14
2.6	有効相互作用	17
3	ニュートリノの質量	19
3.1	ディラック質量項	19
3.2	マヨラナ質量項	20
3.3	小さい質量の導出	21
4	ニュートリノ振動	25
4.1	真空中のニュートリノ振動	25
4.2	物質中のニュートリノ振動	27
4.3	振動パラメータの測定	27
5	ステライルニュートリノ	37
5.1	ステライルニュートリノの概説	37
5.2	アクティブ・ステライル混合と振動確率	38
6	太陽ニュートリノ振動に関連する実験と解析方法について	40
6.1	Δm_{SOL}^2 の値のズレの問題	40
6.2	太陽ニュートリノ振動実験での解析方法	41
6.3	原子炉ニュートリノ	43
6.4	KamLAND 実験	46
6.5	JUNO 実験	47
7	結果	48
7.1	SKIV 実験の解析	48
7.2	KamLAND 実験の解析	49
7.3	JUNO 実験の解析結果	49
7.4	大きな $\sin^2 2\alpha$ について	50
8	結論と今後の展望	58

1 始めに

素粒子とは素となる粒子、つまり物質を分解していった一番最後に残るものである。電子やクォーク、ニュートリノの発見などから今日では素粒子と呼ばれるものがおよそ発見された。これらは標準模型という枠組みの中で性質を説明することができる。しかしながら重力を含んでいない点など、標準模型は不完全なものであり標準模型を超えた物理を探求することが必要である。

標準的な3世代ニュートリノ振動は太陽、原子炉、大気、加速器ニュートリノ実験を通して確立された現象であり、ニュートリノの質量が存在することによって発生する。標準模型ではニュートリノの質量がゼロであるため、ニュートリノ振動は標準模型を超えた物理である。ニュートリノ振動は3つの混合角と1つの位相 $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}, \delta_{CP}$ 、2つの質量二乗差 $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2$ を用いて表現される。これらのうち $(\Delta m_{21}^2, \theta_{12})$ については太陽ニュートリノ実験と長基線原子炉実験で測定されており、それらの組み合わせたおよその値は $(\Delta m_{21}^2, \sin^2 \theta_{12}) \sim (7.5 \times 10^{-5} eV^2, 0.30)$ であることが分かっている。また $(\Delta m_{31}^2, \theta_{23})$ 、 θ_{13} についても $(|\Delta m_{31}^2|, \sin^2 \theta_{23}) \sim (2.4 \times 10^{-3} eV^2, 0.51)$ 、 $\sin^2 \theta_{13} \sim 0.022$ がそれぞれ大気ニュートリノ実験と加速器ニュートリノ実験、短基線原子炉実験で測定されている。今後はより高精度な実験が行われ、位相 δ_{CP} や Δm_{31}^2 の符号が測定されることになる。また実験が高精度になることで今まで曖昧になって説明できていない問題にも決着がつくことが期待される。

そうした問題の中に、太陽ニュートリノ実験と長基線原子炉実験とでは、測定された Δm_{21}^2 の値に乖離が存在するという問題がある。それぞれの値は $5 \times 10^{-5} eV^2, 8 \times 10^{-5} eV^2$ である。もともと太陽ニュートリノ実験では Δm_{21}^2 への精度があまり良くないという理由もあり、原子炉実験と組み合わせた解析では $\Delta m_{21}^2 \sim 7.5 \times 10^{-5} eV^2$ となっていた。この質量二乗差を用いた場合には太陽ニュートリノ観測実験で upturn という現象が見られるはずであることが理論的に予言されている。upturn とは太陽ニュートリノの振動確率が高エネルギーから低エネルギーにかけて大きくなる現象である。しかしながら実際にはこれまでの実験ではこの upturn が観測されてこなかったため問題となっている。この問題は標準的なニュートリノ振動では解決できないため、2通りの非標準的なニュートリノ振動の解決方法が取られる。ひとつはニュートリノに対して非標準的な相互作用を取り入れる方法と、もうひとつは4つ目のニュートリノとしてステライルニュートリノを考える方法である。

本論文ではステライルニュートリノを用いた方法を採用する。この方法では $\Delta m_{01}^2 \sim 10^{-5} eV^2$ の新しいステライルニュートリノが存在するとして考え、その結果として upturn の中に振動確率が急激に減少するへこみが発生する。このことによって実験で upturn が観測されていないことが説明される。

本研究ではアクティブニュートリノ2つとステライルニュートリノ1つの系を考え、Super Kamiokande IV の結果と KamLAND 実験の結果を用いて解析を行った。また将来行われる高精度実験である JUNO 実験についても、ステライルニュートリノに対する感度を計算した。結果として Δm_{21}^2 の実験間の差が消えることはなかったが緩和することがわかった。また、本論文の解析においては新しい混合角 α の大きな $\sin^2 2\alpha$ でフィットが良い解が存在することが分かった。混合が大きい場合ステライルニュートリノの存在が他の種類の実験にも影響を与える可能性がある。そしてこの大きな $\sin^2 2\alpha$ については JUNO 実験の解析の中で肯定あるいは否定できることが分かった。

本文ではまずはじめに標準模型について説明し、そのなかでニュートリノが持つ相互作用について触れる。次にニュートリノ質量について説明し、質量が存在することによって発生するニュートリノ振動という現象について説明する。最後に本論文の主題であるステライルニュートリノを加えた場合に太陽ニュートリノ実験でどのような影響が現れるかを議論する。最後に結論を述べる。基本となる標準模型から標準的なニュートリノ振動までは [1] を参考とした。また、本論文では自然単位系 $\hbar = c = 1$ を用いる。

2 標準模型

素粒子物理学においては系が $SO(1,3)$ の時空の対称性を持つことが要求され、その対称性を持った場としてフェルミオン場やボソン場が導出される。標準模型はゲージ原理に基づいたモデルであり、この時空の対称性の他に $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ の内部対称性を持つ。また、自発的対称性の破れを導入することで、この内部対称性に背かない形で素粒子に対して質量を与えることができる。この章ではゲージ原理が使われる理由から、標準模型における自発的対称性の破れによる質量獲得までを見ていく。

2.1 ゲージ原理

ここでは例として $SU(n)$ 変換とその基本表現である n 多重項のディラック場を考えていく。まず、共通の質量 m の n 個のディラック場 ψ_j の Lagrangian を考える。

$$\mathcal{L}_D = \bar{\psi}_j(i\cancel{\partial} - m)\psi_j, \quad (1 < j < n) \quad (2.1.1)$$

(ここで同じ添字が二回続く時には和を取るというアインシュタインの規約を用いており、以下でも特に断らない限りその規約にしたがう。 $\cancel{\partial} \equiv \partial_\mu \gamma^\mu$ 、 γ^μ は $\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = g_{\mu\nu}$ を満たすガンマ行列であり、 $g_{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$ は時空のメトリックである。 $\bar{\psi}^j = \psi^{\dagger j} \gamma^0$ 。) 次に以下のように場を混合するユニタリー変換を考える。

$$\psi_j \rightarrow \psi'_j = U(\theta)_{jk} \psi_k \quad (2.1.2)$$

ここで $U(\theta)_{jk}$ は任意の $SU(n)$ 変換を表し、 $UU^\dagger = U^\dagger U = 1_n, ((1_n)_{jk} = \delta_{jk})$ であり、

$$U(\theta) = \exp(i\theta), \quad (\theta)_{jk} = \theta^a (T^a)_{jk}, \quad (a = 1, \dots, n^2 - 1) \quad (2.1.3)$$

と書くことができる。ここで、 θ^a は変換の定数パラメータ、 T^a は $SU(n)$ の無限小変換の生成子と呼ばれ、 U がユニタリーであることから T^a はエルミートであり、エルミートな代数 $[T^a, T^b] = if^{abc} T^c$ を満たす。 f^{abc} は構造定数である。また、慣習的に $\text{Tr}(T^a T^b) = \delta^{ab}/2$ となる規格化が選ばれ本論文でもこの規格化を用いる。例えば $SU(2)_L$ 生成子は基本表現に対しては Pauli 行列 $\vec{\sigma}$ を $1/2$ 倍したものを選ぶことができ、そのときの構造定数は完全反対称テンソル ε_{ijk} ($\varepsilon_{123} = 1$) となる。そしてこの変換 (2.1.2) において Lagrangian(2.1.1) は不変である。

次に変換パラメータ θ を定数ではなく、時空に依存する $\theta(x)$ とした変換を考える。

$$\psi_j \rightarrow \psi'_j = U(x)_{jk}(x) \psi_k \quad (2.1.4)$$

この変換を Lagrangian(2.1.1) に対して行うと明らかに、

$$i\bar{\psi}_j U_{jk}^\dagger (\cancel{\partial} U_{kl}) \psi_l \quad (2.1.5)$$

という項が出てきて Lagrangian は不変ではなくなる。

前者の定数パラメータによる変換を全ての時空点においてまったく同様な変換をするという意味でグローバル変換と呼び、それに対して後者の変換をローカル変換と呼ぶ。ここではさらにこのローカル変換に対して不変な系を考える。以下の便利のために変換を

$$U(x) = \exp(-ig\theta(x)) \quad (2.1.6)$$

と結合定数 g でスケールした変換パラメータを使って表記することとする。天下り的になってしまうが、以下のような変更をすると Lagrangian(2.1.1) はローカル変換に対して不変になる。

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu(x) = \partial_\mu + igA_\mu(x) \quad (2.1.7)$$

$$A_\mu(x) = A_\mu^a(x)T^a \quad (2.1.8)$$

ここで $D_\mu(x)$ を共変微分と呼ぶ。また A_μ はゲージ場と呼ばれ、変換 (2.1.4) が起きたときに、

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = -\frac{i}{g}U(x)\partial_\mu U(x)^{-1}(x) + U(x)A_\mu(x)U(x)^{-1}(x) \quad (2.1.9)$$

と変換される。ディラック場の変換 (2.1.4) とゲージ場の変換 (2.1.9) を合わせてゲージ変換と呼ぶ。ゲージ変換において共変微分は $U(x)D_\mu U(x)^{-1}$ と変換するためゲージ不変な Lagrangian を作る事ができる。

次にゲージ場の他の可能な Lagrangian を求めるために場の強さ

$$F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x) + ig[A_\mu(x), A_\nu(x)] \quad (2.1.10)$$

を導入する。これはゲージ変換 (2.1.9) に対して

$$F_{\mu\nu}(x) \rightarrow F_{\mu\nu}(x)' = U(x)F_{\mu\nu}(x)U^{-1}(x) \quad (2.1.11)$$

と変換する。したがって慣習的な数係数を含めて

$$L_{gauge} = -\frac{1}{2}\text{Tr}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.1.12)$$

とするとゲージ不変な Lagrangian が得られる。

以上をまとめて、 $SU(n)$ 不変な Lagrangian は

$$L_{SU(n)} = \bar{\psi}(iD_\mu\gamma^\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.1.13)$$

となる。この系には共変微分の項から

$$L_{int} = -g\bar{\psi}A\psi \quad (2.1.14)$$

というゲージ場とディラック場の相互作用項が含まれる。以上の結果はディラック場の代わりにスカラー場に対して不変性を課しても同様に共変微分を導入することで得られる。したがって、自由な物質場の系にゲージ不変性を課すと自然にゲージ場が導入され、ゲージ粒子との相互作用が導かれることになる。これがゲージ原理である。

最後に一般的なゲージ不変性から禁止される項について述べておく。それはゲージ場の質量項である。

$$L_{gauge\ mass} = \frac{1}{2}m^2 A_\mu^a A^{a\mu} = m^2 \text{Tr}(A_\mu A^\mu) \quad (2.1.15)$$

これは明らかにゲージ場の変換 (2.1.9) の下で不変ではないため Lagrangian には付け加える事ができない。

	第一世代	第二世代	第三世代
ニュートリノ	ν_e	ν_μ	ν_τ
荷電レプトン	e	μ	τ
アップ型クォーク	u	c	t
ダウン型クォーク	d	s	b

表 1: 標準模型に登場する物質粒子。上二行の粒子をレプトンと呼び、下二行の粒子はクォークと呼ばれる。これらは更にニュートリノと荷電レプトン、アップ型クォークとダウン型クォークの種類に分けられる。それぞれの種類から1つずつの粒子を取り出してひとつの世代を成し、それが三代ある。基本的な性質は世代に依存しない。

2.2 標準模型

標準模型は $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ のゲージ対称性を持った理論である。しかしながら、この論文においては $SU(3)_C$ は考慮しないため以下では $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の対称性のみを考える。 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ から得られる相互作用は自然界における4つの相互作用の内、電磁相互作用と弱い相互作用であるためこれらをまとめて電弱相互作用と呼ぶ。また、標準模型に登場する物質粒子を表1にまとめる。これらはゲージ対称性に対する性質によって分類される。以下では $SU(2)_L \times U(1)_Y$ について簡単に説明し、このゲージ対称性を持った Lagrangian を記述する。

$SU(2)_L$ はアイソスピンと呼ばれる対称性である。これは特殊な変換性を持ち、物質場に対しては左巻きにしか作用せず右巻き成分を一切変換しない。この対称性は生成子を3つ持ち、 I^a と表記する。この内 I^3 の固有値は対称性の名前と同じくアイソスピンと呼ばれる。

$U(1)_Y$ はハイパーチャージと呼ばれる対称性である。この固有値もまたハイパーチャージ Y と呼ばれ、西島-Gell-Mann の関係式でアイソスピン I^3 と電荷 Q との間に

$$Q = I^3 + \frac{Y}{2} \quad (2.2.1)$$

の関係を持つ。

物質粒子の中でも左巻きの ν_e と e 、 u と d はそれぞれ二重項 $L_L = (\nu_{eL}, e_L)^T$, $Q_L = (u_L, d_L)^T$ を成し、これらを $SU(2)_L$ 二重項と呼ぶ。 L_L, Q_L はアイソスピンの生成子 I^a に対して

$$I^a L_L = \frac{\tau^a}{2} L_L, I^a Q_L = \frac{\tau^a}{2} Q_L \quad (2.2.2)$$

という性質を示す。ここで τ^a はパウリ行列である。一方、右巻きの e 、 u 、 d は $SU(2)_L$ の一重項と呼ばれ

$$I^a f_R = 0, (f = e, u, d) \quad (2.2.3)$$

という性質を示す。またハイパーチャージの生成子 Y に対してはそれぞれ固有値を返す。例えば

$$Y L_L = (-1) L_L, Y e_R^- = (-2) e_R^- \quad (2.2.4)$$

などである。

Q_L	u_R	d_R
$(\underline{2}, 1/3)$	$(\underline{1}, 4/3)$	$(\underline{1}, -2/3)$
L_L	e_R^-	
$(\underline{2}, -1)$	$(\underline{1}, -2)$	

表 2: 第一世代の $SU(2)_L \times U(1)_Y$ に対する振る舞い方。 $Q_L = (u_L, d_L)^T$, $L_L = (\nu_{eL}, e_L^-)^T$ 。各素粒子の下にある数字は左が $SU(2)_L$ に対する振る舞い方を示し、 $SU(2)_L$ の変換に対して二重項は生成子がパウリ行列 $\vec{\tau}/2$ になり、一重項は変換されない。また右側の数字は各多重項のハイパーチャージの値を示す。これらの値は第二、第三世代でも変わらない。

表 2 に素粒子の種類と対称性に対する振る舞いをまとめる。ここで下付き添字の L,R は各粒子の右巻き、左巻きを表し、一般にフェルミオン場 ψ に対して

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi \quad (2.2.5)$$

$$\psi_R = \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi \quad (2.2.6)$$

と定義される。ここで $\gamma_5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ であり $\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0$ を満たす行列である。ここで注意しなければならないのは右巻きと左巻きの粒子では $SU(2)_L$ の変換性が異なるため、フェルミオン場 ψ の質量項

$$m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) \quad (2.2.7)$$

がその対称性を破ってしまうということである。したがって標準模型ではフェルミオンの質量項を直接 Lagrangian に組み込むことが禁止されている。

前節のゲージ原理の観点から $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の対称性を保つために共変微分を導入し、またここでは詳細には立ち入らないが繰り込み可能性を考慮したとき、Lagrangian は

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{L}_L(i\mathcal{D})L_L + \bar{Q}_L(i\mathcal{D})Q_L + \bar{e}_R(i\mathcal{D})e_R + \bar{u}_R(i\mathcal{D})u_R + \bar{d}_R(i\mathcal{D})d_R \\ & - \frac{1}{4}A_{\mu\nu}^a A^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ & + (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - V(\Phi^\dagger\Phi) \\ & + \mathcal{L}_{Yukawa} \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

$$\mathcal{L}_{Yukawa} \equiv -y_e\bar{L}_L\Phi e_R - y_d\bar{Q}_L\Phi d_R - y_r\bar{Q}_L\tilde{\Phi}u_R + h.c. \quad (2.2.9)$$

となる。ここで簡単のため第一世代のみの場合を記述した。三世代の場合については後述する。 $\Phi, \tilde{\Phi}$ は Higgs 場であり、対称性から禁止される質量項を Higgs 機構によって与える場である。この機構についても後に説明する。ここで $V(\Phi^\dagger\Phi)$ は Higgs ボソンの自己相互作用のポテンシャルである。四行目の項は湯川相互作用項と呼ばれるもので、標準模型において物質場に質量を与えるために必要な項である。これについても Higgs 機構と共に説明する。 $h.c.$ はそれまでの項のエルミート共役を足すことを意味する。 D_μ はゲージ原理の節で述べた共変微分であり、対称性の生成子 I^a, Y を用いて

$$\mathcal{D} = \not{\partial} + igA^a I^a + i\frac{g'}{2}Y\mathcal{B} \quad (2.2.10)$$

である。例えば L_L, e_R に作用するときには

$$\not{D}L_L = \left(\not{\partial} + igA^a \frac{\tau^a}{2} + i\frac{g'}{2}(-1)\not{B} \right) L_L \quad (2.2.11)$$

$$\not{D}e_R = \left(\not{\partial} + i\frac{g'}{2}(-2)\not{B} \right) e_R \quad (2.2.12)$$

$$(2.2.13)$$

などとなる。ここで、 $A_\mu^a (a = 1, 2, 3), B_\mu$ はそれぞれ $SU(2)_L, U(1)_Y$ の対称性により導入されるゲージ場である。(2.2.8) の 2 行目にある $A_{\mu\nu}^a, B_{\mu\nu}$ はそれぞれゲージ場 A_μ^a, B_μ の場の強さを表し、

$$A_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g\epsilon_{abc}A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.2.14)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.2.15)$$

である。

2.3 電弱相互作用

Lagrangian(2.2.8) の共変微分の項から相互作用項を取り出すと、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int.} = & -\frac{1}{2}\overline{L}_L (gA^a \tau^a - g'\not{B}) L_L - \frac{1}{2}\overline{Q}_L \left(gA^a \tau^a + \frac{1}{3}g'\not{B} \right) Q_L \\ & + g'\overline{e}_R \not{B} e_R - \frac{2}{3}g'\overline{u}_R \not{B} u_R + \frac{1}{3}g'\overline{d}_R \not{B} d_R \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

となる。まずレプトンについて抜き出してみると、

$$\mathcal{L}_{int.L} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{\nu}_{eL} & \overline{e}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} gA^3 - g'\not{B} & g(A^1 - iA^2) \\ g(A^1 + iA^2) & -gA^3 - g'\not{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} + g'\overline{e}_R \not{B} e_R \quad (2.3.2)$$

となる。最初に第一項の非対角項について見ていく。ここでゲージ場を組み直して

$$W_\mu \equiv \frac{A_\mu^1 - iA_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad (2.3.3)$$

を定義する。すると非対角項は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_L^{(CC)} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left(\overline{\nu}_{eL} W e_L + \overline{e}_L W^\dagger \nu_{eL} \right) \\ &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_{W,L}^\mu W_\mu + h.c. \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

$$j_{W,L}^\mu \equiv \overline{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e = 2\overline{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L \quad (2.3.5)$$

と書くことができる。ここで W^μ は弱い相互作用の荷電ゲージボソン、 $j_{W,L}^\mu$ は弱荷電カレントと呼ばれ、この相互作用は荷電カレント相互作用と呼ばれる。 $j_{W,L}^\mu$ の表式を見れば分かるとおり、 W_μ と結合するのは左巻きの粒子のみである。

式 (2.3.2) の残りの部分 (中性カレント相互作用) を見ていく前に $SU(2)_L \times U(1)_Y$ は弱い力と電磁気力を含むということについて考える。ここで電磁気力が含まれているとは量子電磁力学 (QED)

が導出できることを意味する。QED の相互作用 Lagrangian は

$$\mathcal{L}_L^{(\gamma)} = -e j_{\gamma,L}^\mu A_\mu \quad (2.3.6)$$

$$j_{\gamma,L}^\mu = -\bar{e}\gamma^\mu e \quad (2.3.7)$$

である。ここで (2.3.6) の e は電気素量、 A_μ は QED のゲージ場である光子である。(2.3.6) で現れる $j_{\gamma,L}^\mu$ は中性カレントであるためフェルミオン場と光子の相互作用は (2.3.2) の中性カレント相互作用の部分に含まれていなければならない。そこで A_μ^3 と B_μ を次のように組み合わせ、次の場を定義する。

$$A_\mu = \sin \theta_W A_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \quad (2.3.8)$$

$$Z_\mu = \cos \theta_W A_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \quad (2.3.9)$$

ここで A_μ は QED のゲージボソンである光子、 Z_μ は中性ウィークボソンであり、 θ_W はワインバーグ角または弱混合角と呼ばれる。ニュートリノは光子と相互作用しないことを考慮すると中性カレント相互作用は

$$\mathcal{L}_L^{(NC)} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} Z_\mu j_{Z,L}^\mu - e A_\mu j_{\gamma,L}^\mu \quad (2.3.10)$$

$$= \mathcal{L}_L^{(Z)} + \mathcal{L}_L^{(\gamma)} \quad (2.3.11)$$

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g} \quad (2.3.12)$$

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e \quad (2.3.13)$$

などと書ける。ここで $j_{Z,L}^\mu$ はレプトンの弱中性カレントと呼ばれ、以下のように書ける。

$$j_{Z,L}^\mu = 2g_L^{\nu} \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu \nu_{eL} + 2g_L^e \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + 2g_R^e \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \quad (2.3.14)$$

ただし係数 $g_{L,R}^f$ はアイソスピン I_3 の固有値とハイパーチャージ Y の固有値を使ってより一般的に次のように書ける。

$$g_L^f = I_3 - q_f \sin^2 \theta_W \quad (2.3.15)$$

$$g_R^f = -q_f \sin^2 \theta_W \quad (2.3.16)$$

$q_f = I_3 - Y/2$ は粒子 f の電荷（を電気素量で割ったもの）を表す。この式はレプトンに限らずクォークにも適用できる。 $j_{Z,L}^\mu$ の表式 (2.3.14) を見ると、荷電カレントの時とは異なり右巻き成分が電荷を通して Z ボソンと結合することが分かる。これはもちろんハイパーチャージのゲージボソンが Z ボソンに含まれるため、結果として弱い相互作用のうち W ボソンは左巻きの粒子にのみ結合するが、 Z ボソンは右巻きの粒子にも結合する。ただしニュートリノは電荷を持たないため、もし右巻きのニュートリノが存在しても電弱相互作用の範囲ではゲージボソンとは相互作用しない。

次に (2.3.1) のクォーク部分を見ていく。上述の中で導入したウィークボソン W, Z と光子 A を使

表 3: 中性ウィークカレントの係数

	ν_e, ν_μ, ν_τ	e, μ, τ	u, c, t	d, s, b
g_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + s_W^2$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{3}s_W^2$	$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}s_W^2$
g_R	0	s_W^2	$-\frac{2}{3}s_W^2$	$\frac{1}{3}s_W^2$

うと以下のように書ける。

$$\mathcal{L}_{int,Q} = \mathcal{L}_Q^{(CC)} + \mathcal{L}_Q^{(NC)} + \mathcal{L}_Q^{(\gamma)} \quad (2.3.17)$$

$$\mathcal{L}_Q^{(CC)} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} W_\mu j_{W,Q}^\mu + h.c. \quad (2.3.18)$$

$$\mathcal{L}_Q^{(NC)} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} Z_\mu j_{Z,Q}^\mu \quad (2.3.19)$$

$$\mathcal{L}_Q^{(\gamma)} = -e A_\mu j_{\gamma,Q}^\mu \quad (2.3.20)$$

$$j_{W,Q}^\mu = \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) d = 2\bar{u}_L \gamma^\mu d_L \quad (2.3.21)$$

$$j_{Z,Q}^\mu = \sum_{q_f=u,d} (2g_L^{q_f} \bar{q}_{fL} \gamma^\mu q_{fL} + 2g_R^{q_f} \bar{q}_{fR} \gamma^\mu q_{fR}) \quad (2.3.22)$$

$$j_{\gamma,Q}^\mu = \frac{2}{3} \bar{u} \gamma^\mu u - \frac{1}{3} \bar{d} \gamma^\mu d \quad (2.3.23)$$

クォークの場合にはアップクォーク、ダウルクォーク共に電荷を持つため、電磁相互作用のカレントには二つの粒子が含まれている。また、(2.3.22) に現れる係数 $g_{L,R}^{q_f}$ はレプトンのときに定義したものと同じ式 (2.3.15), (2.3.16) で与えれ、第一世代に限らず他の世代でも同じ値を持つ。それぞれのフレーバーでの値を表 3 にまとめる。最後にウィークボソンと光子で書いたときにゲージ場の運動項がどうなるかを見ておく

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gauge} &= -\frac{1}{4} A_{\mu\nu}^a A^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ &= -\frac{1}{2} F_{W\mu\nu}^\dagger F_{W\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{Z\mu\nu}^\dagger F_{Z\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^\dagger F^{\mu\nu} + \mathcal{L}_{int,gauge} \end{aligned} \quad (2.3.24)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.3.25)$$

$$F_{W\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu \quad (2.3.26)$$

$$F_{Z\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu \quad (2.3.27)$$

ここで $\mathcal{L}_{int,gauge}$ はゲージ場どうしの 3 次以上の相互作用を含む。ゲージ場どうしの相互作用はこの論文では議論しないため具体的な表式は省略する。以上で弱い相互作用と電磁相互作用を記述することができた。これらはニュートリノに関連した相互作用であるフェルミの 4 点相互作用と密接につながっていて、それについては後述する。

2.4 Higgs 機構

Higgs 機構では Higgs 場 Φ が自発的対称性の破れを起こすことによって、物質場やウィークボソンに質量を与えることができる。まず式 (2.2.8) に現れる Higgs 場のポテンシャルについてみてみよう。標準模型では

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.4.1)$$

と書かれる。ここで Higgs 場 Φ は $SU(2)_L$ 二重項であり、

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.4.2)$$

である。 ϕ^+, ϕ^0 は複素スカラー場であり、 ϕ^+ はアイソスピン $I_3 = +1/2$, 電荷 $Q = +1$ を持ち、 ϕ^0 は $I_3 = -1/2, Q = 0$ を持つ。また二重項としてハイパーチャージ $Y = +1$ を持つ。ポテンシャルの係数 λ は Higgs 場の安定性のために $\lambda > 0$ と取られる。もう一つの係数 μ^2 は標準模型では自発的対称性の破れを引き起こすために $\mu^2 < 0$ であるように取られる。以下では自発的対称性の破れがなにを指すのかなどを簡単に見ていく。

Higgs 場のポテンシャルは $\Phi^\dagger \Phi = (\phi^+)^* \phi^+ + (\phi^0)^* \phi^0$ にのみ依存する対称的な形を取る。 $\lambda > 0, \mu^2 < 0$ であるとき

$$v = \sqrt{\frac{|\mu^2|}{\lambda}} \quad (2.4.3)$$

を定義すると、ポテンシャルは

$$\Phi^\dagger \Phi = -\frac{v^2}{2} \quad (2.4.4)$$

のときに極小値を持つ。ポテンシャルが極小値を取るところが真空に対応するが、この場合 (2.4.4) を満たす全ての $\Phi = (\phi^+, \phi^0)^T$ は同じ極小値を持つことになる。ただし真空は電荷を持たないはずであるから真空期待値を取るとき $\phi^+ = 0$ となるべきである。そこで二重項 Φ の真空期待値として

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (2.4.5)$$

を取ることとする。真空期待値を求めたにもかかわらず 0 でない値が含まれている事が特殊な点である。この真空期待値はアイソスピンとハイパーチャージの生成子 $I^a = \tau^a/2, Y = +1$ をそれぞれかけてもゼロにはならない。したがって一般にこれらの生成子で作られる $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 変換で $\langle \Phi \rangle$ は不変ではなくなる。ただし、電荷を与える $Q = I_3 + Y/2$ を作用させたとき

$$Q \langle \Phi \rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (2.4.6)$$

のみゼロとなる。したがって Q で生成される $U(1)_Q$ 変換の対称性が残ることになる。これを $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の対称性が真空においては自発的に破れて $U(1)_Q$ の対称性になるなどと言われ

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q \quad (2.4.7)$$

と表記する。

Φ はこの真空期待値の付近で量子揺らぎを持つと考えられるため

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(\frac{i}{2v} \xi^a \tau^a\right) \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \quad (2.4.8)$$

と書く。ここで $\xi^a (a = 1, 2, 3), H$ は実スカラー場でそれらの真空期待値は 0 である。また Lagrangian 自体は変わらず $SU(2)_L \times U(1)_Y$ の対称性を持っているため、その変換の中で ξ を消すような変換を選び、

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \quad (2.4.9)$$

と書くことができる。このように変換パラメータを一つに定めることをゲージを選ぶという。また (2.4.9) となるようなゲージをユニタリーゲージと呼ぶ。\$SU(2)_L \times U(1)_Y\$ の対称性からこのゲージで得た物理はより一般的に成立するため、以下では Higgs 場はこのユニタリーゲージで表記する。

次に Higgs ボソンとゲージボソンとの結合を見ていこう。ユニタリーゲージを使うと Higgs 場の Lagrangian((2.2.8) の 3 行目) は

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \frac{1}{2}(\partial H)^2 - \lambda v^2 H^2 + \frac{g^2}{4} W^\mu W_\mu^\dagger + \frac{g^2 v^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z^\mu Z_\mu + \mathcal{L}_{Higgs-int}. \quad (2.4.10)$$

などを書く。ここで \$\mathcal{L}_{Higgs-int}\$ は Higgs 場の自己相互作用とウィークボソンとの相互作用をまとめたものであるが、この論文においては議論に関係が無いため具体的な表記は省略する。この Lagrangian を見ると Higgs ボソン、\$W, Z\$ ボソンに質量項が現れたことが分かる。それぞれ

$$m_H = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-\mu^2} \quad (2.4.11)$$

$$m_W = \frac{gv}{2}, \quad m_Z = \frac{gv}{2 \cos \theta_W} \quad (2.4.12)$$

である。したがって自発的対称性の破れからゲージ場に質量を与えることができたことになる。また Higgs 場 \$H\$ にも質量があることが分かった。それぞれの質量は既の実験で測定されている。

最後に Lagrangian(2.2.8) の四行目にある湯川相互作用について述べていく。具体的に Higgs 場 \$H\$ を使って書き下すがその前に \$\mathcal{L}_{Yukawa}(2.2.9)\$ に現れる \$\tilde{\Phi}\$ について述べておく。これは \$SU(2)_L \times U(1)_Y\$ 対称性を保つためハイパーチャージ \$Y = -1\$ を持った \$SU(2)_L\$ 二重項である。そのような粒子は既にある Higgs 場 \$\Phi\$ から作ることができ、ユニタリーゲージでは

$$\tilde{\Phi} = i\tau^2 \Phi^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + H \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.4.13)$$

となる。これらを使って書き下すと \$\mathcal{L}_{Yukawa}\$ は、

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = - \left(\frac{v}{\sqrt{2}} \right) \sum_{f=e,u,d} y^f \bar{f}_L f_R - \left(\frac{H}{\sqrt{2}} \right) \sum_{f=e,u,d} y^f \bar{f}_L f_R + h.c. \quad (2.4.14)$$

と書ける。したがって各フェルミオン場の質量

$$m_f = \frac{y^f v}{\sqrt{2}}, \quad (f = e, u, d) \quad (2.4.15)$$

が得られることが分かった。

以上から Higgs 場が自発的に \$SU(2)_L \times U(1)_Y\$ の対称性を破る事で \$U(1)_Q\$ という対称性を保ちつつ、フェルミオン場、ゲージ場に質量を与えることができた。次にこのことを三代に拡張してみる。

2.5 三代への拡張

三代への拡張は一代の場合を単純に三代分繰り返すだけであり、変更を受けるのはフェルミオン場の運動項と湯川相互作用の項のみである。それにあたり次の量を定義する。

$$L'_{eL} \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ e'_L \end{pmatrix}, \quad L'_{\mu L} \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{\mu L} \\ \mu'_L \end{pmatrix}, \quad L'_{\tau L} \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{\tau L} \\ \tau'_L \end{pmatrix} \quad (2.5.1)$$

$$Q'_{1L} \equiv \begin{pmatrix} u'_L \\ d'_L \end{pmatrix}, \quad Q'_{2L} \equiv \begin{pmatrix} c'_L \\ s'_L \end{pmatrix}, \quad Q'_{3L} \equiv \begin{pmatrix} t'_L \\ b'_L \end{pmatrix} \quad (2.5.2)$$

$$l'_{fR} \equiv f'_R, (f = e, \mu, \tau) \quad (2.5.3)$$

$$q'_{fR}{}^U \equiv f'_R, (f = u, c, t) \quad (2.5.4)$$

$$q'_{fR}{}^D \equiv f'_R, (f = d, s, b) \quad (2.5.5)$$

ここでプライムがついているのは必ずしも質量固有状態ではないことを示す。これについては湯川相互作用を三代に拡張する際に言及する。

Lagrangian を書き下すと

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{kinetic} + \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa} \quad (2.5.6)$$

の四つの部分に分けられるが、 $\mathcal{L}_{gauge}, \mathcal{L}_{Higgs}$ は1世代の場合と同じく

$$\mathcal{L}_{gauge} = -\frac{1}{4}A_{\mu\nu}^a A^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.5.7)$$

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\rho \Phi)^\dagger (D^\rho \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.5.8)$$

と書ける。次に運動項は、

$$\mathcal{L}_{kinetic} = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{L'_{\alpha L}}(i\not{D})L'_{\alpha L} + \sum_{j=1,2,3} \overline{Q'_{jL}}(i\not{D})Q'_{jL} \quad (2.5.9)$$

$$+ \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{l'_{\alpha R}}(i\not{D})l'_{\alpha R} + \sum_{\alpha=u,c,t} \overline{q'_{\alpha R}}{}^U(i\not{D})q'_{\alpha R}{}^U + \sum_{\alpha=d,s,b} \overline{q'_{\alpha R}}{}^D(i\not{D})q'_{\alpha R}{}^D \quad (2.5.10)$$

となる。さらに相互作用項を抜き出していくがその前に簡略化のために以下の配列を定義する。

$$\nu'_L = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}, l'_L = \begin{pmatrix} e'_L \\ \mu'_L \\ \tau'_L \end{pmatrix}, l'_R = \begin{pmatrix} e'_R \\ \mu'_R \\ \tau'_R \end{pmatrix} \quad (2.5.11)$$

$$q'^U = \begin{pmatrix} u'_L \\ c'_L \\ t'_L \end{pmatrix}, q'^U = \begin{pmatrix} u'_R \\ c'_R \\ t'_R \end{pmatrix}, q'^D = \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix}, q'^D = \begin{pmatrix} d'_R \\ s'_R \\ b'_R \end{pmatrix} \quad (2.5.12)$$

$$l' \equiv l'_L + l'_R, q'^U \equiv q'^U_L + q'^U_R, q'^D \equiv q'^D_L + q'^D_R \quad (2.5.13)$$

そして運動項の共変微分から光子やウィークボソンとの相互作用を取り出すと、

$$\mathcal{L}_{gauge \text{ int.}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}(W_\mu j_W^\mu + W_\mu^\dagger j_W^{\dagger\mu}) - \frac{g}{2\cos\theta_W} Z_\mu j_Z^\mu - eA_\mu j_\gamma^\mu \quad (2.5.14)$$

$$j_W^\mu = 2\nu'_L \overline{\nu'_L} \gamma^\mu l'_L + 2q'^U \overline{q'^U} \gamma^\mu q'^D \quad (2.5.15)$$

$$j_Z^\mu = 2g'_L \overline{\nu'_L} \gamma^\mu \nu'_L + 2 \left(g'_L \overline{l'_L} \gamma^\mu l'_L + g'_R \overline{l'_R} \gamma^\mu l'_R \right) \\ + 2 \left(g'_L \overline{q'^U} \gamma^\mu q'^U + g'_R \overline{q'^U} \gamma^\mu q'^U \right) + 2 \left(g'_L \overline{q'^D} \gamma^\mu q'^D + g'_R \overline{q'^D} \gamma^\mu q'^D \right) \quad (2.5.16)$$

$$j_\gamma^\mu = -\overline{l'} \gamma^\mu l' + \frac{2}{3} \overline{q'^U} \gamma^\mu q'^U - \frac{1}{3} \overline{q'^D} \gamma^\mu q'^D \quad (2.5.17)$$

となる。それぞれのカレントには三代の和があるものの、各世代が独立して結合している。

次に湯川相互作用項について見ていく。この項は三代になることでより一般的に次の形で書くことができる。

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = - \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} Y_{\alpha\beta}^l \overline{L'_{\alpha L}} \Phi l_{\beta R} \quad (2.5.18)$$

$$- \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=d,s,b} Y_{\alpha\beta}^D \overline{Q'_{\alpha L}} \Phi q_{\beta R}^D - \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=u,c,t} Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q'_{\alpha L}} \tilde{\Phi} q_{\beta R}^U + h.c. \quad (2.5.19)$$

ここで、 $Y_{\alpha\beta}^{l,U,D}$ は一般の複素行列である。一世代のみの場合と異なる点はまさにこの $Y_{\alpha\beta}^{l,U,D}$ が対角行列ではなく一般に非対角項がゼロでない行列であることにある。そのため一世代のときと質量項に対応する項が異なってくる。標準模型ではレプトンとクォークでは事情が異なるためまずはレプトンについて見ていこう。湯川相互作用項は

$$\mathcal{L}_{Yukawa,L} = - \frac{v+H}{\sqrt{2}} \overline{l'_L} Y^l l'_R + h.c. \quad (2.5.20)$$

となる。質量項を導出するために Y^l を対角化していく。一般に複素行列は二つのユニタリ行列を用いて対角化できることが知られていて、

$$V_L^{l\dagger} Y^l V_R^l = Y^l, \quad Y_{\alpha\beta}^l = y_{\alpha\beta}^l \delta_{\alpha\beta} \quad (\alpha, \beta = e, \mu, \tau) \quad (2.5.21)$$

とできる (α については和を取らない)。ここで $V_L^{l\dagger}, V_R^l$ は適切なユニタリ行列である。これらの行列を用いて

$$l_L = V_L^{l\dagger} l'_L = \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}, \quad l_R = V_R^l l'_R = \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix} \quad (2.5.22)$$

を定義すると、

$$\mathcal{L}_{Yukawa,L} = - \frac{v+H}{\sqrt{2}} \overline{l_L} Y^l l_R + h.c. \quad (2.5.23)$$

$$= - \sum_{\alpha=e, \mu, \tau} \frac{y_{\alpha}^l v}{\sqrt{2}} \overline{l_{\alpha}} l_{\alpha} - \sum_{\alpha=e, \mu, \tau} \frac{y_{\alpha}^l}{\sqrt{2}} \overline{l_{\alpha}} l_{\alpha} H \quad (2.5.24)$$

$$l_{\alpha} \equiv l_{\alpha L} + l_{\alpha R} \quad (l_{\alpha} = e, \mu, \tau) \quad (2.5.25)$$

となる。この式を見ると分かる通り新しく定義した l_{α} が質量 ($y_{\alpha}^l v/\sqrt{2}$) を持つ固有状態である。物理で観測される粒子は基本的に質量が定まっているから、この質量固有状態で式を見直すことは有意義なことである。そしてその影響を受けるのは弱荷電カレントである。

$$j_{W,L}^{\mu} = 2\overline{\nu'_L} \gamma^{\mu} l'_L = 2\overline{\nu'_L} \gamma^{\mu} V_L^l l_L \quad (2.5.26)$$

となる。ここでニュートリノに対して

$$\nu_L = V_L^{l\dagger} \nu'_L \quad (2.5.27)$$

を定義すると

$$j_{W,L}^{\mu} = 2\overline{\nu_L} \gamma^{\mu} l_L \quad (2.5.28)$$

となり、 W ボソンとの相互作用で荷電レプトン (の質量固有状態) と 1 対 1 対応するニュートリノが選べる。これをフレーバー固有状態と呼ぶ。電子などは質量の定まった状態で検出されるがニュー

トリノは上記のウィークボソンとの相互作用を通して検出される。つまりフレーバー固有状態として検出されるのである。

次にクォークについて述べておく。基本的にはレプトンの場合と同じであるが異なる点はいずれのクォークも質量を持っていることである。まず湯川相互作用の結合定数行列 Y^{U}, Y^{D} を対角化しよう。

$$V_L^{U\dagger} Y^{U} V_R^U = Y^U = \text{diag}(y_1^U, y_2^U, y_3^U), \quad V_L^{D\dagger} Y^{D} V_R^D = Y^D = \text{diag}(y_1^D, y_2^D, y_3^D) \quad (2.5.29)$$

ここで $V_L^U, V_R^U, V_L^D, V_R^D$ は適切なユニタリー行列である。ここで質量固有状態は

$$\mathbf{q}_L^U \equiv V_L^{U\dagger} \mathbf{q}_L^U = \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_R^U \equiv V_R^{U\dagger} \mathbf{q}_R^U = \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} \quad (2.5.30)$$

$$\mathbf{q}_L^D \equiv V_L^{D\dagger} \mathbf{q}_L^D = \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_R^D \equiv V_R^{D\dagger} \mathbf{q}_R^D = \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} \quad (2.5.31)$$

となりクォークの質量はそれぞれ

$$m_\alpha = \frac{y_\alpha^U}{\sqrt{2}} \quad (\alpha = u, c, t), \quad m_\alpha = \frac{y_\alpha^D}{\sqrt{2}} \quad (\alpha = d, s, b) \quad (2.5.32)$$

となる。最後に弱荷電カレントを見ていくと、

$$j_{W,Q}^\mu = 2\overline{\mathbf{q}}_L^U V \gamma^\mu \mathbf{q}_L^D = 2\overline{\mathbf{q}}_L^D V \gamma^\mu \mathbf{q}_L^U \quad (2.5.33)$$

$$V \equiv V_L^{U\dagger} V_L^D \quad (2.5.34)$$

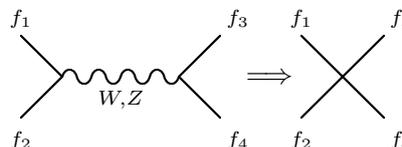
となる。ここで V は一般の 3×3 のユニタリー行列であり、弱荷電カレント (2.5.33) を見ると異なる世代のクォークどうしが結合できる事が分かる。この V のことをクォーク混合行列あるいは発見者の名前から Cabibbo-小林-益川行列 (CKM 行列) と呼ぶ。一般に 3×3 のユニタリー行列には 9 つの自由度があり、6 つの位相と 3 つの混合角で表される。しかしながら、ウィーク荷電カレントが関わらない Lagrangian は各クォークの位相をそれぞれグローバルに変換する

$$q_\alpha^U \rightarrow e^{-i\xi_\alpha} q_\alpha^U \quad (\alpha = u, c, t), \quad q_\alpha^D \rightarrow e^{-i\xi_\alpha} q_\alpha^D \quad (\alpha = d, s, b) \quad (2.5.35)$$

のもとで不変であるから、全体の位相を残して 5 つの位相を CKM 行列 V から取り除くことができる。よって残った 1 つの位相と 3 つの混合角が物理的に意味を持つ量になる。この考え方は後にニュートリノ振動を扱う場合にも役に立つ。

2.6 有効相互作用

ニュートリノ振動実験におけるニュートリノのエネルギーは高々数 GeV 程度であるが一方ウィークゲージボソンの質量は $100GeV$ 程度になる。そのため、 W, Z ボソンとニュートリノが関わる 4 点相互作用を考える場合にはボソンの伝搬が一点につぶれた有効相互作用を考えれば十分であることが知られている。



$$(2.6.1)$$

この有効相互作用の形の相互作用はフェルミの4点相互作用として以前から知られており、それらと比較すると弱い相互作用の結合定数 g に対して

$$\frac{g^2}{8m_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \quad (2.6.2)$$

という関係が与えられる。ここで G_F はフェルミ結合定数で、実験でよく測定された定数である。

この有効相互作用の Lagrangian は荷電カレント (CC) 由来のものと中性カレント (NC) 由来のものに別れて与えられる。

$$\mathcal{L}_{eff}^{CC}(\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_e] [\bar{e} \gamma_\rho (1 - \gamma^5) e] \quad (2.6.3)$$

$$\mathcal{L}_{eff}^{NC}(\nu_\alpha + f \rightarrow \nu_\alpha + f) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_\alpha \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_\alpha] [\bar{f} \gamma_\rho (g_V^f - g_A^f \gamma^5) f] \quad (2.6.4)$$

ここで CC については、相互作用の相手は荷電レプトンのうち電子に限った。理由としては μ, τ が自然には存在しないため、その結果 CC 相互作用が効果を及ぼすのは ν_e のみである。その一方 NC については相手が荷電レプトンだけでなくクォークとも相互作用する。そのためここでは f として e, u, d を想定し、実際には u, d の代わりに陽子 p 、中性子 n を考える。物質中においては電子、陽子、中性子がほとんど連続して存在するため平均化することでニュートリノが感じるポテンシャルを

$$V^{CC} = \sqrt{2}G_F N_e, \quad V^{NC} = -\frac{1}{2}\sqrt{2}G_F N_n \quad (2.6.5)$$

と求めることができる。ここで N_e, N_n はそれぞれ電子、中性子の数密度を表す。また、 V^{CC} は ν_e のみに働き、 V^{NC} は ν_e, ν_μ, ν_τ 全てに働く。このポテンシャルの効果はニュートリノ振動において非常に重要な役割を果たすことになる。

3 ニュートリノの質量

今日までの様々なニュートリノ実験から、次の章で説明するニュートリノ振動という現象は確実に存在し、そのためニュートリノ振動を引き起こすために必要なニュートリノの質量が有限であることも確実であると言える。ただしその質量は実験で測定できないほどに小さく、例えばトリチウムを用いた実験では $m_\nu < 2eV$ であり [2]、他の素粒子の中で最も軽い電子の質量 $0.5MeV$ よりもはるかに小さい。ここではニュートリノの質量項と、質量がなぜそれほど小さいのかを説明するモデルについて簡単に述べていく。

3.1 ディラック質量項

標準模型には存在しない右巻きのニュートリノを導入し、アップクォークと同様の湯川相互作用項を作ることでニュートリノにも質量項を作ることができる。つまり、

$$\mathcal{L}_{Yukawa}^\nu = - \sum_{\alpha\beta} Y_{\alpha\beta}^{\nu\nu} \bar{L}'_\alpha \tilde{\Phi} \nu'_{\beta R} + h.c. \quad (3.1.1)$$

$$= - \frac{v+H}{\sqrt{2}} \bar{\nu}'_L Y^{\nu\nu} \nu'_R + h.c. \quad (3.1.2)$$

を定義する。ここで

$$\nu'_R = \begin{pmatrix} \nu'_{eR} \\ \nu'_{\mu R} \\ \nu'_{\tau R} \end{pmatrix} \quad (3.1.3)$$

である。 $Y_{\alpha\beta}^{\nu\nu}$ は一般の複素行列で2つのユニタリ行列を使うことで対角化でき

$$V_L^{\nu\dagger} Y^{\nu\nu} V_R^\nu = Y^\nu, \quad Y^\nu = \text{diag}(y_1^\nu, y_2^\nu, y_3^\nu) \quad (3.1.4)$$

となる。ここで V_L^ν, V_R^ν は適切なユニタリ行列である。これを使って

$$\nu_L \equiv V_L^{\nu\dagger} \nu'_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix}, \quad \nu_R \equiv V_R^{\nu\dagger} \nu'_R = \begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \\ \nu_{3R} \end{pmatrix} \quad (3.1.5)$$

を定義する。すると湯川相互作用は

$$\mathcal{L}_{Yukawa}^\nu = - \sum_{j=1,2,3} \frac{v+H}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{jL} y_j^\nu \nu_{jR} + h.c. \quad (3.1.6)$$

となる。よってニュートリノの質量は

$$m_j^\nu = \frac{v y_j^\nu}{\sqrt{2}} \quad (3.1.7)$$

となる。この質量項は各質量固有状態のグローバルな位相変換に対して不変である。

次に弱荷電カレントについて見ておく。

$$j_{W,L}^\mu = 2\bar{\nu}'_L \gamma^\mu \nu'_L = 2\bar{\nu}_L V_L^{\nu\dagger} V_L^\nu \gamma^\mu \nu_L \quad (3.1.8)$$

標準模型の時とは違い、ニュートリノに質量があるために W ボソンと相互作用するときに質量固有状態どうしで世代が混合する。ここで

$$U \equiv V_L^\dagger V_L^\nu, \quad \nu_\alpha = \sum_{j=1}^3 U_{\alpha j} \nu_j = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (3.1.9)$$

を定義する。ただし下付きに j を使って表した ν_j は上で定義した質量固有状態である。新しく定義した ν_α を使うと荷電カレントは

$$j^\mu = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\mu l_{\alpha L} \quad (3.1.10)$$

となって荷電レプトンに 1 対 1 対応のニュートリノを定義できたことが分かる。そのため ν_α はフレーバー固有状態などと呼ばれる。

最後にユニタリー行列 $U = V_L^\dagger V_L^\nu$ について述べておく。これはクォークの CKM 行列に対応した行列であり牧-中川-坂田混合行列 (MNS 行列) と呼ばれ、各ニュートリノ、荷電レプトンの位相変換を適切に行うことで 6 つあるうちの 5 つの位相を消すことができ、 V には 3 つの混合角と 1 つの位相の物理的自由度がある。

この節で出てくる質量項は一般にディラック粒子に対して作ることでできる項のためディラック質量項と呼ばれる。次の節で見るのはこれとはまた違った質量項になる。

3.2 マヨラナ質量項

実はニュートリノには更にマヨラナ質量項というものを考えることができる。まずマヨラナ粒子であるとは

$$\nu = (\nu)^C = C\bar{\nu}^T \quad (3.2.1)$$

$$\Leftrightarrow \nu = \nu_L + \nu_L^C \quad (3.2.2)$$

ということである。ここで上付き添字の C はその粒子の荷電共役を取ることを表し、行列の C は荷電共役行列を意味する。 ν_L^C は ν_R と同じ右巻きであり、 ν_R と同じ運動方程式に従う。したがってある粒子がマヨラナ粒子であるということは右巻き、左巻きのどちらか一方が自由度ではなくなった粒子ということになる。上式では今後の都合から左巻きのニュートリノに合わせた。また荷電共役は自身の反粒子を表すためマヨラナ粒子はそれ自身が反粒子になる。

次に ν_L のみを使って質量項を組んでみる。 ν_R の代わりに ν_L^C を使えば良いのでディラック質量項との類推から、

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^M = -\frac{1}{2} m \left(\bar{\nu}_L^C \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_L^C \right) \quad (3.2.3)$$

$$= -\frac{1}{2} m \left(-\nu_L^T C^\dagger \nu_L + \bar{\nu}_L C \bar{\nu}_L^T \right) \quad (3.2.4)$$

などと組める。この式自体はニュートリノがマヨラナ粒子でなくとも作ることができる。特に二式目を後で使う。ここで改めてニュートリノがマヨラナ粒子であると仮定して $\nu = \nu_L + \nu_L^C$ を定義すると

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^M = -\frac{m}{2} \bar{\nu} \nu \quad (3.2.5)$$

と質量の形で書ける。

ディラック質量項の場合には各ニュートリノのグローバルな位相変換に対して不変であったがマヨラナ質量項 (3.2.4) を見ると分かる通り、各ニュートリノの位相変換で不変ではないことに注意する必要がある。

次に三世代のマヨラナニュートリノについても考えておこう。 $SU(2)_L$ 二重項の一成分としての左巻きのニュートリノ $\nu'_{\alpha L}$, ($\alpha = e, \mu, \tau$) は質量固有状態とは限らないため、

$$\nu'_L = \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ \nu'_{\mu L} \\ \nu'_{\tau L} \end{pmatrix} \quad (3.2.6)$$

を定義すると質量項は

$$\mathcal{L}_{mass}^M = -\frac{1}{2} (-\nu'^T_L C^\dagger M' \nu'_L) + h.c. \quad (3.2.7)$$

と書ける。ここでフェルミオンの反交換性から $M'^T = M'$ であり、質量行列 M' は対称行列でなければならない。対称行列は一つのユニタリー行列を用いて対角化できることが知られていて、適切なユニタリー行列を V_L^ν とすると、

$$(V_L^\nu)^T M' V_L^\nu = M = \text{diag}(m_1, m_2, m_3) \quad (3.2.8)$$

と書ける。また質量固有状態は

$$\nu_L \equiv V_L^{\nu\dagger} \nu' = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix} \quad (3.2.9)$$

となる。マヨラナ粒子として

$$\nu_j = \nu_{jL} + \nu_{jL}^C, \quad (j = 1, 2, 3) \quad (3.2.10)$$

を定義すると質量項は

$$\mathcal{L}_{mass}^M = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 m_j (-\nu_{jL} C^\dagger \nu_{jL} + \bar{\nu}_{jL} C \bar{\nu}_{jL}^T) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 m_j \bar{\nu}_j \nu_j \quad (3.2.11)$$

と書ける。

最後にディラック質量項でも考えたウィーク荷電カレントについて見ていこう。質量固有状態で見ると

$$j_{W,L}^\mu = 2\bar{\nu}_L U \gamma^\mu \nu_L, \quad U = V_L^{\nu\dagger} V_L^l \quad (3.2.12)$$

と書ける。ここで U はディラック質量の時にも出てきた MNS 行列である。ディラックの場合と異なる点はマヨラナニュートリノは各ニュートリノに位相変換の自由度が無いいため、 U に含まれる物理的位相が1つから3つになることである。

3.3 小さい質量の導出

以下ではマヨラナニュートリノを導入することによりニュートリノが持つ他の物質粒子よりもはるかに小さい質量について説明する模型を2つ紹介する。一世代の模型による説明であるが三世代に拡張しても同様である。

3.3.1 有効 Lagrangian

マヨラナ粒子である場合には標準模型にない右巻きのニュートリノを導入せずにニュートリノに対して質量項 $(-m\bar{\nu}\nu/2)$ を与えることができる。しかしながら、マヨラナ質量項はディラック質量項と同じく標準模型の対称性である $SU(2)_L$ を破るためそのまま模型に組み込むことはできない。そこで対称性を守る形である

$$\mathcal{L} = \frac{g}{\mathcal{M}}(L_L^T \tau_2 \Phi) C^\dagger (\Phi^T \tau_2 L_L) + h.c. \quad (3.3.1)$$

という有効 Lagrangian を考える。ここで g は無次元の結合定数、 \mathcal{M} は質量の次元を持つ定数である。 Φ は Higgs 二重項で自発的対称性の破れの結果、上式から

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{1}{2} \frac{gv^2}{\mathcal{M}} \nu_L^T C^\dagger \nu_L + h.c. \quad (3.3.2)$$

という項が現れ、マヨラナ質量項を与えることができる。その質量は

$$m = \frac{gv^2}{\mathcal{M}} \quad (3.3.3)$$

となりマヨラナ質量と呼ばれる。 v は Higgs 場の真空期待値であり、これはディラック質量に関連する量であったから

$$m \propto \frac{m_D^2}{\mathcal{M}} \quad (3.3.4)$$

となる。 m_D は典型的なディラック粒子の質量である。 $m_D \approx v \approx 10^2 \text{ GeV}$, $\mathcal{M} \approx 10^{15} \text{ GeV}$ などとすると、 $m \approx 10^{-2} \text{ eV}$ となり、現在の実験で否定されない程度の小さい質量を作ることができる。よってニュートリノが他の物質粒子よりもはるかに小さい質量を持つことを説明することができる。しかし残念ながら (3.3.1) は繰りこみ可能性を破るためこの項は単純に標準模型に組み込むことはできない。また、この有効相互作用を標準模型の中から導くこともできないため、標準模型を超える物理のヒントになっているのではないかと考えられている。

3.3.2 ディラック・マヨラナ質量項

最後に、ニュートリノが他と比べて非常に小さい質量を持っていることを説明するもうひとつの方法を述べていく。まず、右巻き、左巻きが独立に存在するとしてそれぞれのマヨラナ質量項と、ディラック質量項を

$$\mathcal{L}_L^M = -\frac{m_L}{2} \nu_L^T C^\dagger \nu_L + h.c. \quad (3.3.5)$$

$$\mathcal{L}_R^M = -\frac{m_R}{2} \nu_R^T C^\dagger \nu_R + h.c. \quad (3.3.6)$$

$$\mathcal{L}^D = -m_D \bar{\nu}_R \nu_L + h.c. \quad (3.3.7)$$

とする。ここで \mathcal{L}_L^M は ν_L に対するマヨラナ質量項で、このままでは標準模型の対称性を破るため実際には前節の有効 Lagrangian などを利用する必要がある。一方 \mathcal{L}_R^M では ν_R が標準模型の対称性変換の下で変換されないため、この質量項は自由に入れることができる。ディラック質量項につい

ては以前にやったとおり湯川相互作用から導出できる。ここでは簡単のため標準模型で禁止されている \mathcal{L}_L^M をゼロとし、残りの質量項を足して

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \mathcal{L}_R^M + \mathcal{L}^D \quad (3.3.8)$$

を考えていこう。これは左巻きの配列

$$\mathbf{N}_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_L \\ C\bar{\nu}_R^T \end{pmatrix} \quad (3.3.9)$$

を用いて

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{1}{2} \mathbf{N}_L^T C^\dagger M \mathbf{N}_L + h.c. \quad (3.3.10)$$

と書ける。ここで、

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \quad (3.3.11)$$

である。対称行列は1つの適切なユニタリ行列 U を用いて

$$U^T M U = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \quad (3.3.12)$$

と対角化できる。また、それぞれの質量固有状態 \mathbf{n} を

$$\mathbf{N} = U \mathbf{n}, \quad \mathbf{n} = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} \quad (3.3.13)$$

と定義しておく。すると

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \nu_{kL}^T C^\dagger \nu_{kL} + h.c. \quad (3.3.14)$$

となり、ここでマヨラナニュートリノ

$$\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kL}^C \quad (3.3.15)$$

を定義すると、

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \bar{\nu}_k \nu_k \quad (3.3.16)$$

となって、フェルミオンの質量項の形に落ち着く。したがってディラック・マヨラナ質量項を扱う場合にはニュートリノの質量固有状態はマヨラナ粒子でなければならない。

ここでニュートリノの質量の小ささを説明するために M の固有値 m_1, m_2 を具体的に見ていこう。固有値を求めると、

$$m_{2,1} = \frac{1}{2} \left[m_R \pm \sqrt{m_R^2 + 4m_D^2} \right] \quad (3.3.17)$$

となる。二重根の中身が m_R よりも大きいため負の質量が現れるが実はこの対角化には符号の任意性がある。一般に実の対称行列は直行行列 \mathcal{O} で対角化できるため、 $\mathcal{O}^T M \mathcal{O} = \text{diag}(m'_1, m'_2)$ となる。ここでユニタリ行列 U を

$$U = \mathcal{O} \rho, \quad \mathcal{O} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_2 \end{pmatrix} \quad (3.3.18)$$

と定義する。ここで ϕ は回転角、 $\rho_k^2 = \pm 1$ の位相を表す。これを使うと

$$U^T M U = \rho^T \text{diag}(m'_1, m'_2) \rho = \text{diag}(\rho_1^2 m'_1, \rho_2^2 m'_2) \quad (3.3.19)$$

となる。したがって固有値が負になったとしても質量としては常に正の値を取ることができる。ここで \mathcal{O} に含まれる回転角 ϕ は

$$\tan 2\phi = \frac{2m_D}{m_R} \quad (3.3.20)$$

を満たす。最後に $m_R \gg m_D$ である状況を考えたい。このとき質量固有値は

$$m_1 = \frac{m_D^2}{m_R}, m_2 = m_R \quad (3.3.21)$$

となる。 $m_R \gg m_D$ であるから、 m_1 は非常に軽く、 m_2 はそれに対して重い。また m_1 の軽さについてもニュートリノ以外のレプトンやクォークと同程度の質量である m_D よりも m_D/m_R で小さくなるのがわかる。片方が重くなり、もう一方が軽くなるため、これをシーソー機構などと呼ぶ。このとき回転角は $\tan 2\phi \ll 1$ となるため、各質量の固有状態は $\nu_{1L} \approx -i\nu_L$ 、 $\nu_{2L} \approx \nu_R^C$ となる。したがって、レプトンと相互作用する ν_L ではほぼ非常に軽い m_1 の状態が観測される。逆に重い ν_{2L} などはもともと相互作用しない ν_R の中に現れる。そのため観測されるニュートリノは非常に軽くなると説明できる。

ここまでニュートリノが他の素粒子に比べ非常に軽いことを説明する方法をいくつか説明してきたが実はまだはっきりと分かっているわけではない。まずニュートリノがマヨラナであるのかないのかをはっきりさせる必要がある、これはマヨラナであった場合には粒子自身が反粒子であるという性質を使った「ゼロニュートリノダブルベータ崩壊」の実験ではっきりとわかるはずである。

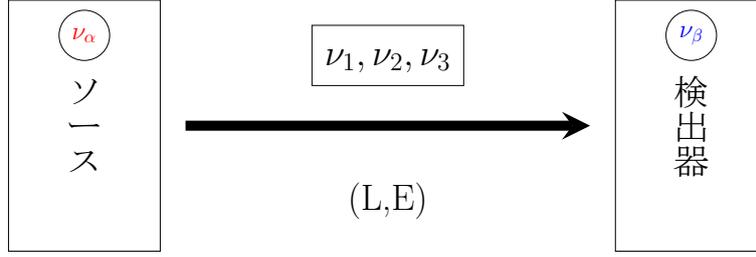


図 1: ニュートリノ振動実験の模式図。ニュートリノはソースにおいてフレーバー固有状態 ν_α として生成され、質量固有状態 ν_j として伝播し、検出器において ν_β として検出される。この時の $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ となる確率は L, E に依存する。

4 ニュートリノ振動

ニュートリノに質量がある場合、ニュートリノ振動という現象が起きる。ニュートリノ振動実験ではソースにおいて弱い相互作用によってある粒子が崩壊し、その過程でフレーバー固有状態のニュートリノ ν_α が生成される。その後あるエネルギー E を持って、距離 L を質量固有状態 ν_i として伝播し検出器においてあるフレーバー固有状態 ν_β として検出される。この模式図を図 1 に示す。この時 ν_α が ν_β となる確率は L, E に依存して振動する。このことをニュートリノ振動と呼ぶ。

以下ではニュートリノ振動がどのように記述されるのかを見る。その後ニュートリノ振動に関する実験について紹介する。

4.1 真空中のニュートリノ振動

ニュートリノ振動では質量固有状態とフレーバー固有状態の混合を表す MNS 行列 U が重要になってくる。まず U は具体的に

$$U = R^{23}(\theta_{23})W^{13}(\theta_{13}, \delta_{CP})R^{12}(\theta_{12}) \quad (4.1.1)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ s_{13}e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.1.2)$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (4.1.3)$$

と書ける。ここで混合角 $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ と位相 δ_{CP} はディラックニュートリノの場合の 3 つの混合角と 1 つの位相に対応している。また $s_{ij} = \sin \theta_{ij}, c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ 。マヨラナであった場合に存在するもう 2 つの位相はニュートリノ振動には現れないため、ここでは無視する。

ここからはニュートリノのフレーバー固有状態 $|\nu_\alpha\rangle$ の時間発展を求めていきたい。そのためにまず質量固有状態 $|\nu_j\rangle$ を見ていく。ただし以下では $|\nu_\alpha\rangle, |\nu_j\rangle$ などと表記していても左巻きニュートリノを扱っているものとする。3 つの質量固有状態が同じ三次元運動量 $\mathbf{p}, p = |\mathbf{p}|$ を持つとして自由

ディラック場の運動方程式を用いて、正エネルギー解の成分のみを取り出すと、

$$i \frac{d\nu^m}{dt} = \epsilon \nu^m, \epsilon = \text{diag}(E_1, E_2, E_3), \nu^m = \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix} \quad (4.1.4)$$

などとなる。ここで $|\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle, |\nu_3\rangle$ は質量固有状態で、 $E_j = \sqrt{m_j^2 + p^2}$ 、 m_1, m_2, m_3 はそれぞれの質量固有状態の質量になる。この方程式は簡単に解けて

$$|\nu_j(t)\rangle = e^{-iE_j t} |\nu_j(0)\rangle \quad (4.1.5)$$

となる。次にフレーバー固有状態の時間発展を見ていこう。フレーバー固有状態はユニタリ行列である MNS 行列 U を用いて

$$|\nu_\alpha\rangle = U_{\alpha j} |\nu_j\rangle \quad (4.1.6)$$

と質量固有状態 $|\nu_j\rangle$ の重ね合わせとして書かれるから時間発展の方程式は、

$$i \frac{d\nu^f}{dt} = H \nu^f, H = U \epsilon U^\dagger, \nu^f = \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix} \quad (4.1.7)$$

などとなり、方程式の解は

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(t)\rangle &= U_{\alpha j} |\nu_j(t)\rangle = \sum_{j=1}^3 U_{\alpha j} e^{-iE_j(t-t_0)} |\nu_j(t_0)\rangle \\ &= \sum_{j,\beta} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-iE_j(t-t_0)} |\nu_\beta(t_0)\rangle \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

となる。

次にフレーバー固有状態間の遷移確率を求めたい。ここで規格直交化として

$$\langle \nu_j(t) | \nu_k(t) \rangle = \delta_{jk}, \langle \nu_\alpha(t) | \nu_\beta(t) \rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad (4.1.9)$$

と取る。ただし t は任意の時間を表す。これを用いると ν_α が時間 t 後に ν_β になる遷移振幅は

$$\mathcal{A}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sum_j U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-iE_j t} \quad (4.1.10)$$

となり、遷移確率は

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |\mathcal{A}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)| \\ &= \sum_{j,k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-i\Delta E_{jk} t} \end{aligned} \quad (4.1.11)$$

となる。各ニュートリノは非常に軽い粒子であって超相対論的な運動をするため

$$p \gg m_j \rightarrow E_j = \sqrt{p^2 + m_j^2} \approx p + \frac{m_j^2}{2p} \quad (4.1.12)$$

であり、また $p \gg m_j$ より、各ニュートリノはほぼ等しいエネルギー $p = E$ を持つから

$$E_j = E + \frac{m_j^2}{2E} \quad (4.1.13)$$

と書ける。また、質量が無視できることからニュートリノはほとんど光速で飛んでいるため、ニュートリノが時間 t の間に距離 L だけ進むとすると $t \approx L$ となる。これらを用いて遷移確率は

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sum_{j,k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{jk}^2 L}{2E}\right) \quad (4.1.14)$$

$$\Delta m_{jk}^2 \equiv m_j^2 - m_k^2 \quad (4.1.15)$$

となる。この式から ν_α として生成されたニュートリノは時間発展の間に異なるフレーバーの ν_β に移り L, E に依存して振動することが分かる。そのためこの現象をニュートリノ振動と呼ぶ。

4.2 物質中のニュートリノ振動

物質中にあるとき、ニュートリノは弱い相互作用を通して物質中の素粒子 (電子、陽子、中性子) から影響を受け、それをポテンシャルとして感じる。すると時間発展の方程式は

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \quad H = (U \text{diag}(E_1, E_2, E_3) U^\dagger + V) \quad (4.2.1)$$

となる。ここで V は上述のポテンシャルを示して

$$V = \text{diag}(V^{CC} + V^{NC}, V^{NC}, V^{NC}) \quad (4.2.2)$$

である。ここで $V^{CC} = \sqrt{2} G_F N_e, V^{NC} = -\frac{1}{2} G_F N_n$ は標準模型の最後に紹介した CC 相互作用、NC 相互作用に関連したポテンシャルである。数密度 N_e, N_n は一般に時間変化するため単純にこのまま解くことはできない。

しかしながら N_e, N_n の時間変化が H の対角項よりも十分に小さい場合には

$$\tilde{H}(t) = \tilde{U}(t) H(t) \tilde{U}^\dagger(t), \quad \tilde{H}(t) = \text{diag}(\tilde{E}_1, \tilde{E}_2, \tilde{E}_3) \quad (4.2.3)$$

などと対角化して解くことができる。ここで \tilde{U} は物質中での混合行列で時間に依存するが、その時間変化はゆるやかであり時間微分は無視できるものとする。するとこの方程式は真空中と同様に解くことができ、

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sum_{j,k} \tilde{U}_{\alpha j}^{(i)} \tilde{U}_{\beta j}^{(f)*} \tilde{U}_{\alpha k}^{(i)*} \tilde{U}_{\beta k}^{(f)} \exp\left(-i \int_0^t \Delta \tilde{E}_{jk}(s) ds\right) \quad (4.2.4)$$

と解ける。ここで $\tilde{U}^{(i)}, \tilde{U}^{(f)}$ はそれぞれニュートリノの発生時と観測時の物質中での混合行列である。ここで用いた数密度 N_e, N_n の時間変化がゆっくりであるとする近似を断熱近似と呼ぶ。一方時間変化による効果で断熱近似から変化してしまうことを非断熱効果などと呼ぶ。

4.3 振動パラメータの測定

ニュートリノの振動を決定するパラメータは混合行列 U に含まれる混合角 $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ と物理的な位相 δ_{CP} の4つ、それと振動確率に現れる質量二乗差 $\Delta m_{21}, \Delta m_{31}, \Delta m_{32}$ の内

$$\Delta m_{21}^2 + \Delta m_{31}^2 - \Delta m_{32}^2 = 0 \quad (4.3.1)$$

の制約で2つの独立な質量二乗差があり、合計6つの独立なパラメータでニュートリノ振動の振る舞いが決まる。これらは様々な実験を通して決定されるが、実際にパラメータを定めるときは3ν振動のまま扱うのではなく2ν近似を使ってパラメータを決定する。そこでまず2ν振動の公式を述べておき、その後いくつかの実験について簡単に触れる。

4.3.1 真空中の2ν振動

時間発展方程式は

$$i\frac{d\nu}{dt} = U\epsilon U^\dagger \nu \quad (4.3.2)$$

となりここで

$$\nu = \begin{pmatrix} |\nu_a\rangle \\ |\nu_b\rangle \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \epsilon = \text{diag}(E_1, E_2) \quad (4.3.3)$$

である。 $|\nu_a\rangle, |\nu_b\rangle$ はフレーバー固有状態、 θ は混合角、 E_1, E_2 はそれぞれ質量固有状態が持つエネルギーで $E_j \approx E + m_j^2/2E$ となる。時間 t の間に距離 L 進むとすると、 $\alpha, \beta = a, b$ で $\alpha \neq \beta$ に対して

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}\right) \quad (4.3.4)$$

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}\right) \quad (4.3.5)$$

などを書ける。ここで Δm_{21}^2 は各質量固有値の質量二乗差であり、これを後の物質中のニュートリノ振動を考慮して真空中の質量二乗差と呼ぶこととする。

4.3.2 物質中の2ν振動

ここでは ν_e と ν_μ ではないフレーバー固有状態 ν_a の間のニュートリノ振動について見ていく。時間発展方程式は

$$i\frac{d\nu}{dt} = H\nu \quad (4.3.6)$$

となりここで

$$H = (U\epsilon U^\dagger + V) \quad (4.3.7)$$

$$\nu = \begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_a\rangle \end{pmatrix}, V = \sqrt{2}G_F \begin{pmatrix} N_e - N_n/2 & 0 \\ 0 & -N_n/2 \end{pmatrix} \quad (4.3.8)$$

であり、書き下すと

$$H = E_1 + V_n + \begin{pmatrix} \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} s^2 + V_e & \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} cs \\ \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} cs & \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} c^2 \end{pmatrix} \quad (4.3.9)$$

となる。ここで

$$V_e = \sqrt{2}G_F N_e, V_n = -\frac{\sqrt{2}}{2}G_F N_n \quad (4.3.10)$$

$s = \sin\theta, c = \cos\theta$ である。時間発展方程式においては単位行列に比例する項はニュートリノの全体の位相に吸収できるためニュートリノ振動を扱う場合には無視することができる。そのため E_1, V_n は3ν振動を考える上ではニュートリノ振動には寄与しない。

まず H を対角化してみると

$$U^{M\dagger} H U^M = H^M \quad (4.3.11)$$

$$U^M = \begin{pmatrix} \cos \theta^M & \sin \theta^M \\ -\sin \theta^M & \cos \theta^M \end{pmatrix}, H^M = \begin{pmatrix} E_1^M & 0 \\ 0 & E_2^M \end{pmatrix} \quad (4.3.12)$$

などを書ける。ここで θ^M は物質中の混合角、 E_1^M, E_2^M は物質中でのエネルギー固有値である。 θ^M は

$$\tan 2\theta^M = \frac{\tan 2\theta}{1 - \frac{A_{CC}}{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta}} \quad (4.3.13)$$

を満たす。ここで Δm_{21}^2 は真空中の質量二乗差であり、 A_{CC} は

$$A_{CC} \equiv 2\sqrt{2}G_F N_e E \quad (4.3.14)$$

である。特に

$$A_{CC} = \Delta m_{21}^2 \cos 2\theta \quad (4.3.15)$$

が満たされるときに共鳴が起き、混合角 θ^M が $\pi/4$ となり混合が最大になる。この効果は発見者の名前を取り、Mikheev-Smirnov-Wolfenstein(MSW) 効果と呼ばれる。

断熱近似が成立するとして振動確率を求めると

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta^{(f)} \cos 2\theta^{(i)} + \frac{1}{2} \sin 2\theta^{(f)} \sin 2\theta^{(i)} \cos \left(\int_{t_i}^{t_f} \Delta E_{21}^M(s) ds \right) \quad (4.3.16)$$

などとなる。 $\theta^{(i)}, \theta^{(f)}$ はそれぞれ発生した時刻 t_i と観測時などの終状態の時刻 t_f での物質中の混合角である。 ΔE_{21}^M は物質中でのエネルギーの差で、

$$\Delta E_{21}^M(s) \equiv E_2^M - E_1^M = \frac{\Delta(m_{21}^M)^2}{2E} \quad (4.3.17)$$

$$\Delta(m^M)^2 = \sqrt{(\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta - A_{CC})^2 + (\Delta m_{21}^2 \sin 2\theta)^2} \quad (4.3.18)$$

である。ニュートリノの終状態は基本的に観測時であるため真空中の混合角とされることが多い。振動確率 (4.3.16) の第三項は振動項である。

この断熱近似は密度がほとんど一様である場合や星などのなめらかに密度変化する状況で扱える。例えば太陽において中心部から表面に伝播するニュートリノに対して用いることが出来る。太陽の場合には観測での距離の誤差が振動の波長よりも十分に大きいため振動項は平均化されて見えなくなるため、

$$P^{solar}(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta^{(f)} \cos 2\theta^{(i)} \quad (4.3.19)$$

となる。太陽ニュートリノ振動では基本的にこの式を用いて解析が行われるが、振動項がなくても 4.3.13 に従って $\theta^{(i)}$ がエネルギー依存性を持ち、そこに Δm_{21}^2 の情報を持っているため真空振動のパラメータ $\theta, \Delta m_{21}^2$ を決めることが出来る。

次の節からはニュートリノ振動のパラメータを決める実験について見ていく。

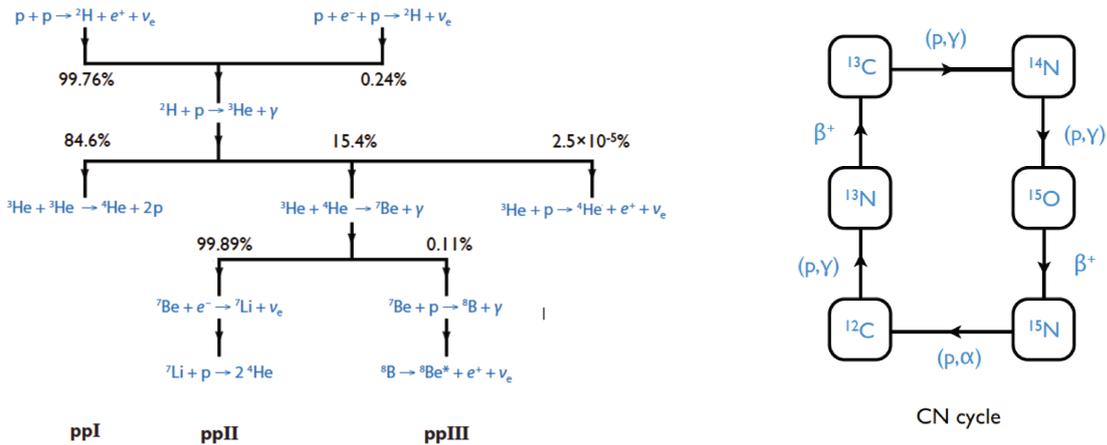


図 2: 太陽における熱核反応である pp 連鎖反応 (左) と CNO サイクル (右) の反応過程 [3]。反応が進むにつれて複数の過程で ν_e が生成される。

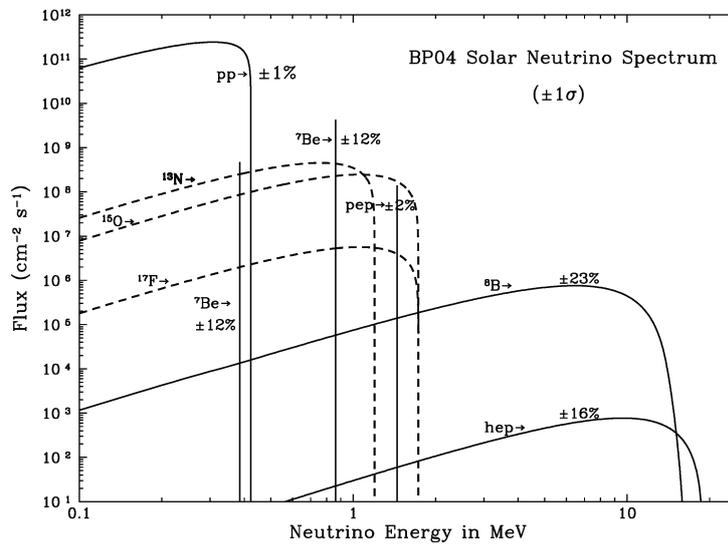


図 3: 標準太陽模型 (BP04) での太陽ニュートリノフラックスのエネルギースペクトル [4]。SK 実験では高エネルギー側の $^8B, hep$ のニュートリノが測定される。

4.3.3 太陽ニュートリノ実験

太陽の中心部では pp 連鎖反応や CNO サイクル (図 2) という一連の核反応によってニュートリノが生成される。また、核反応過程で生成されるニュートリノのフラックスのエネルギースペクトルを図 3 に示す。

全体的な反応としては

$$4p + 2e^- \rightarrow ^4He + 2\nu_e + Q \tag{4.3.20}$$

となる。ここで Q は発熱エネルギーで太陽の熱エネルギーの元になっている。

この太陽ニュートリノが最初に観測されたのは”Homestake” 鉱山でのニュートリノ観測実験で

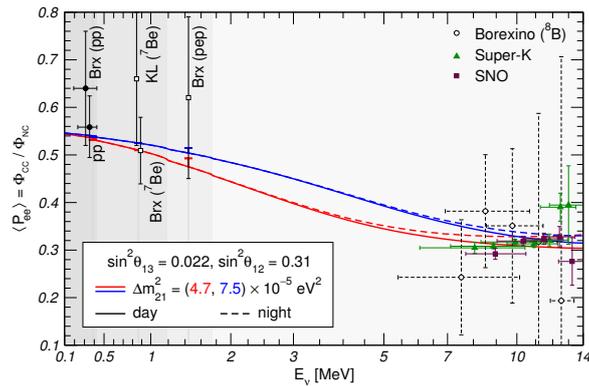


図 4: 太陽ニュートリノ振動の $\nu_e \rightarrow \nu_e$ の遷移確率のエネルギースペクトル。[5]day,night とあるのはニュートリノが地球の内部を通ると地球内部の物質効果の影響を受けるためスペクトルに少し変化が現れる。Brx=Borexino,KL=KamLAND

あった。測定過程は



で Cl の減り具合でニュートリノの観測をする。この実験で観測されたニュートリノの数は標準太陽モデルという太陽に関するモデルで予言されるニュートリノの数よりも明らかに少ないことがわかった。この問題を「太陽ニュートリノ問題」と呼ぶ。

この太陽ニュートリノの欠損は Kamiokande 実験でも確認された。更に後に説明する原子炉ニュートリノ実験による $|\theta_{13}| \ll 1$ の制約から、この太陽ニュートリノ問題は物質中の 2ν 振動近似を用いて解くことができることが分かった。

それらの実験から真空中での振動パラメータを決めることが出来て、[6]

$$\Delta m_{\text{SOL}}^2 \approx 5.13_{-0.96}^{+1.29} \times 10^{-5} \text{ eV}^2, \tan^2 \theta \approx 0.427_{-0.028}^{+0.028} \quad (4.3.22)$$

となった。

4.3.4 KamLAND 実験

KamLAND 実験は日本にある複数の原子炉から飛んでくるニュートリノを観測する実験である。原子炉では放射性元素 X が Y に崩壊する過程



で $\bar{\nu}_e$ が生成され、それを



という過程を用いて測定する。原子炉から測定器までの距離は原子炉によって異なるがおよそ $L \sim 200\text{km}$ 、 $\bar{\nu}_e$ のエネルギーは $E \sim$ 数 MeV 程度である。このとき振動の位相が

$$\frac{\Delta m_{\text{SOL}}^2 L}{2E} \approx 1 \quad (4.3.25)$$

となって、太陽ニュートリノと同じ振動パラメータ (Δm_{SOL}^2) においてニュートリノ振動を調べることができる。太陽ニュートリノ実験と合わせたパラメータの実験値は [6]

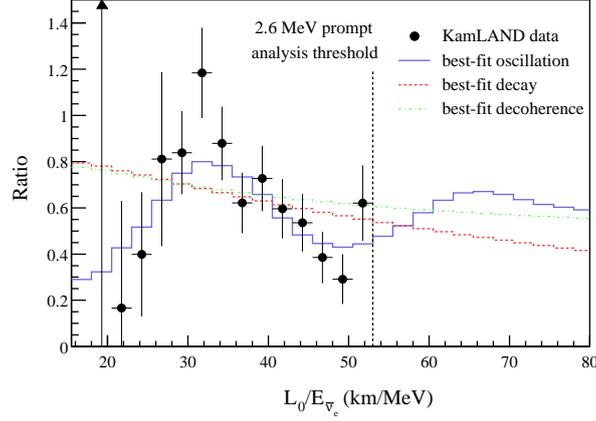


図 5: 原子炉から飛んでくる $\bar{\nu}_e$ のイベント数の期待値と KamLAND 実験において測定されたイベント数の比 [7]。 $L \approx 200\text{km}$ としている。振動の様子が実験のデータから読み取れる。

$$\Delta m_{SOL}^2 \approx 7.46_{-0.19}^{+0.20} \times 10^{-5} eV^2, \tan^2 \theta \approx 0.427_{-0.024}^{+0.027} \quad (4.3.26)$$

となる。太陽ニュートリノ実験のみの場合と比較すると、 Δm_{SOL}^2 が大きくなり、また精度が非常に良くなっていることが分かる。

太陽ニュートリノ実験、KamLAND 実験は本論文で扱う実験であるため、後で詳しく説明する。

4.3.5 大気ニュートリノ実験

地球には絶えず宇宙から宇宙線と呼ばれる粒子線が降り注いでいる。これらは大気分子と衝突して主に π 中間子などを生成する。この π はさらに

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu^{(-)} \quad (4.3.27)$$

と崩壊する。ここで生成された μ^\pm は $E \lesssim 1\text{GeV}$ では地表に到達する前に

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_e^{(-)} + \nu_\mu^{(-)} \quad (4.3.28)$$

と崩壊する。これらの反応で生成されたニュートリノを大気ニュートリノと呼ぶ。上記の反応過程から大気ニュートリノの成分比はおよそ

$$\frac{\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu}{\nu_e + \bar{\nu}_e} = 2 \quad (4.3.29)$$

となるはずである。実際には 2 つ目の反応が起きない場合もあるため

$$R = \frac{((N_{\mu\text{-like}})/(N_{e\text{-like}}))_{data}}{((N_{\mu\text{-like}})/(N_{e\text{-like}}))_{MC}} \quad (4.3.30)$$

という量を定義して測定する。ここで $N_{\mu\text{-like}}, N_{e\text{-like}}$ はそれぞれ ν_μ, ν_e を観測したイベント数を表し、下付き添字の *data* は実験値、*MC* はニュートリノ振動がないとした場合のモンテカルロシミュレーションの結果を用いる。ニュートリノ振動がなければこれは 1 になるはずである。

最初にこの R が 1 にならないことを指摘したのは Kamiokande であった。この実験では $e\text{-like}$ イベント数がモンテカルロシミュレーションでのイベント数と一致する一方、 $\mu\text{-like}$ イベント数は

モンテカルロシミュレーションでのイベント数の 60% 程度になってしまうことがわかった。この問題は $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ のニュートリノ振動で解決でき、振動パラメータ

$$\Delta m_{ATM}^2 \sim O(10^{-3})eV^2, \sin^2(2\theta_{ATM}) \sim 1 \quad (4.3.31)$$

を与える。

Δm_{ATM}^2 と同じ質量二乗差に関するニュートリノ振動実験として原子炉ニュートリノを $L \sim 1km$ で観測する CHOOZ 実験がある。この実験では $\Delta m^2 \sim \Delta m_{ATM}^2$ で振動項の位相が 1 程度になり、 $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ の消滅を見ることができる。その結果 $\sin^2 2\theta \lesssim 0.15$ となったため大気ニュートリノでの $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_e$ 振動が否定された。つまり大気ニュートリノでのニュートリノ振動は $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ で行われると考えられる。

Super-Kamiokande などでも大気ニュートリノの測定が行われ、90% C.L. で [8]

$$1.9 \times 10^{-3} eV^2 < \Delta m^2 < 3.0 \times 10^{-3} eV^2, \sin^2 2\theta > 0.90 \quad (4.3.32)$$

となった。ただし、 2ν 真空振動近似の範囲では Δm^2 については絶対値しか分からないため、その符号を決めるためには 3ν 振動をきちんと解析する必要がある。

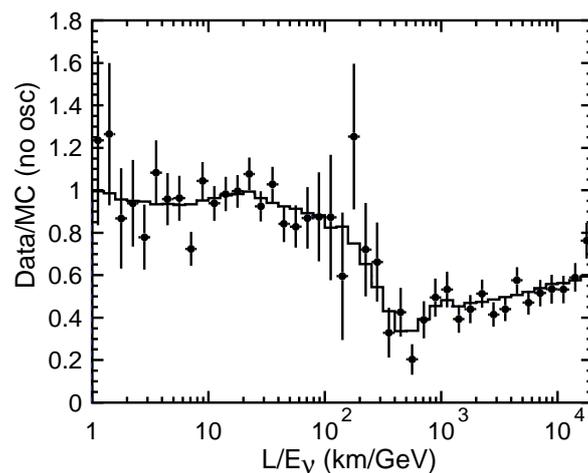


図 6: Super-Kamiokande で測定されたデータとモンテカルロシミュレーションでの値の比 [9] (点)。線で表現されているのは 2ν 近似における振動パラメータの best-fit 値を用いたニュートリノ振動を含めた理論値。点に付いているエラーバーは統計誤差のみを含む。1 よりも小さくなる場所があり、ニュートリノ振動の存在が確認できる。

4.3.6 2ν 振動近似

太陽ニュートリノ、大気ニュートリノ実験から質量二乗差には

$$\Delta m_{SOL}^2 \sim 7 \times 10^{-5} eV^2, \Delta m_{ATM}^2 \sim 2 \times 10^{-3} eV^2 \quad (4.3.33)$$

の二種類があることがわかった。 3ν として考えた場合

$$\Delta m_{21}^2 = \Delta m_{SOL}^2, |\Delta m_{31}^2| \approx |\Delta m_{32}^2| = \Delta m_{ATM}^2 \quad (4.3.34)$$

と取ると2つの質量二乗差 $\Delta m_{SOL}^2, \Delta m_{ATM}^2$ がうまく説明できる。ここで Δm_{31}^2 が絶対値になっているのは太陽ニュートリノの場合には物質効果のために符号を決めることができたが、大気ニュートリノの場合にはそれができなかったためである。そのため $\Delta m_{31}^2 > 0$ と $\Delta m_{31}^2 < 0$ の2つの可能性がある。前者を Normal Hierarchy、後者を Inverted Hierarchy と呼ぶ。

この二つの Δm_{jk}^2 が大きく離れているため、 2ν 近似がうまくいく場合がある。まず真空振動の場合を見てみよう。真空振動の公式 (4.1.11) は少し計算をすると

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j>k} \text{Re} [U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}] \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{j>k} \text{Im} [U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}] \sin \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{2E} \right) \quad (4.3.35)$$

と書き直すことができ、反ニュートリノの場合には第三項の符号が逆になる。質量二乗差 Δm_{jk}^2 はニュートリノ振動の表式の中に $\Delta m_{jk}^2 L/E$ として現れる。ニュートリノ観測実験では基本的にこの位相が $\Delta m_{jk}^2 L/E \sim 1$ となるように設定される。そのため次の2つの場合が考えられる。

- (1) $\Delta m_{SOL}^2 L/E \sim 1, \Delta m_{ATM}^2 L/E \gg 1$
- (2) $\Delta m_{SOL}^2 L/E \sim 0, \Delta m_{ATM}^2 L/E \sim 1$

(1) の場合にあてはまるのは KamLAND 実験などの場合である。実験ではエネルギーは厳密に決まるわけではなく、ある程度の範囲で平均化されて測定される。そのため (1) の場合には $|\Delta m_{31}^2| \sim |\Delta m_{32}^2| \sim \Delta m_{ATM}^2$ の振動項は平均化されて

$$\sin^2 \left(\frac{\Delta m_{ATM}^2 L}{4E} \right) \rightarrow \frac{1}{2} \quad (4.3.36)$$

$$\sin \left(\frac{\Delta m_{ATM}^2 L}{2E} \right) \rightarrow 0 \quad (4.3.37)$$

となって振動が見えなくなる。一方 (2) の場合には

$$\sin^2 \left(\frac{\Delta m_{SOL}^2 L}{4E} \right) \sim \sin \left(\frac{\Delta m_{SOL}^2 L}{2E} \right) \sim 0 \quad (4.3.38)$$

となって $\Delta m_{21}^2 = \Delta m_{SOL}^2$ の振動は見えなくなる。(1) の場合を Δm_{SOL}^2 が支配的、(2) の場合を Δm_{ATM}^2 が支配的であるなどと言う。これらの近似を使っていくつかの実験での確率振動を見ておこう。

まず一般に原子炉ニュートリノの $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ の振動確率は、

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \cos^4(\theta_{13}) \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2(\Delta m_{21}^2 L/4E) - \cos^2(\theta_{12}) \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta m_{31}^2 L/4E) - \sin^2(\theta_{12}) \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta m_{32}^2 L/4E) \quad (4.3.39)$$

となる。(2) の Δm_{ATM}^2 が支配的である場合を考えると

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \approx 1 - \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta m_{32}^2 L/4E) \quad (4.3.40)$$

と近似できる。ここで $\Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{32}^2$ とした。この近似を使えば 2ν 近似で θ_{13} を求めることが出来る。例えば前述した CHOOZ 実験などから $\sin^2(2\theta_{13}) \sim 0$ であることが分かっている。

一方 Δm_{30L}^2 が支配的な場合を考えると

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \approx 1 - \frac{1}{2} \sin^2(2\theta_{13}) - \cos^4(\theta_{13}) \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2(\Delta m_{21}^2 L/4E) \quad (4.3.41)$$

となる。この確率振動の公式は KamLAND 実験で用いることが出来るので $\sin^2(2\theta_{13}) \sim 0$ の近似を用いると

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \approx 1 - \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2(\Delta m_{21}^2 L/4E) \quad (4.3.42)$$

となり、純粋な 2ν 振動のように扱うことができる。

大気ニュートリノで見られた $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\mu$ の確率振動の近似を見ておくと Δm_{ATM}^2 が支配的である場合で $\Delta m_{31}^2 \approx \Delta m_{32}^2$ とし、 $\sin(\theta_{13}) \rightarrow 0$ とすると

$$P(\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\mu) \approx 1 - \sin^2(2\theta_{23}) \sin^2(\Delta m_{32}^2 L/4E) \quad (4.3.43)$$

となって θ_{23} を決めることが出来る。

物質中のニュートリノ振動も 2ν 近似を行うことができる。これを見るために新しく

$$\nu_i^f \equiv (W_{13}^\dagger R_{23}^T)_{i\alpha} \nu_\alpha \quad (4.3.44)$$

という配列を考える。これを行うと物質中での時間発展方程式は

$$i \frac{d}{dt} \nu^f = \tilde{H} \nu^f \quad (4.3.45)$$

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} s_{12}^2 + c_{13}^2 V_e & \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} c_{12} s_{12} & -c_{13} s_{13} e^{-\delta_C P} V_e \\ \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} c_{12} s_{12} & \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} c_{12}^2 & 0 \\ -c_{13} s_{13} e^{-\delta_C P} V_e & 0 & \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} + s_{13}^2 V_e \end{pmatrix} \quad (4.3.46)$$

となる。太陽の場合について考えると $\Delta m_{31}^2/2E \gg \Delta m_{21}^2/2E, V_e$ であるため、 \tilde{H} を対角化した場合、固有値の一つは $\Delta m_{31}^2/2E$ そのままになる。そのため、この新しい配列 ν^f では第三成分が他の成分とほとんど振動せず分離して時間発展する。これは \tilde{H} が

$$\tilde{H} \sim \begin{pmatrix} \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} s_{12}^2 + c_{13}^2 V_e & \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} c_{12} s_{12} & 0 \\ \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} c_{12} s_{12} & \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} c_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} + s_{13}^2 V_e \end{pmatrix} \quad (4.3.47)$$

と書けることを意味する。したがって ν^f の第一、第二成分どうしの物質中の 2ν 振動を考えれば良い。また $\sin \theta_{13} \rightarrow 0$ の近似では

$$\nu^f \sim \begin{pmatrix} \nu_e \\ c_{23} \nu_\mu + s_{23} \nu_\tau \\ -s_{23} \nu_\mu + c_{23} \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (4.3.48)$$

となるため、太陽ニュートリノの ($\nu_e \rightarrow \nu_e$) を考える限り、前述の物質中の 2ν 振動の公式を使えば良いことが分かる。

パラメータ	NH	IH
$\sin^2 \theta_{12}$	0.304 ± 0.014	
Δm_{21}^2	$(7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5}$	
$\sin^2 \theta_{23}$	0.51 ± 0.05	0.50 ± 0.05
$ \Delta m_{32}^2 $	$(2.44 \pm 0.06) \times 10^{-3}$	$(2.51 \pm 0.06) \times 10^{-3}$
$\sin^2 \theta_{13}$	$(2.19 \pm 0.12) \times 10^{-2} \pm 0.05$	

表 4: ニュートリノ振動パラメータの実験値 [10]。NH、IH によって値が異なる場合にはそれぞれを表示している。そうでない場合は NH の方に記す。

残ったニュートリノ振動パラメータである位相 δ_{CP} と、 Δm_{31}^2 の符号の問題は実は 2ν 振動近似では調べることができない。そのため 3ν 振動を詳細に測定する必要があり、今現在も実験が進んでいる最中である。しかしながら本論文では議論に関係しないためこれ以上の言及はしない。

最後に δ_{CP} 以外のニュートリノ振動パラメータの現在の実験値を表 4 にまとめておく。

5 ステライルニュートリノ

この章では本論文の主題であるステライルニュートリノについての説明を行い、本論文中で用いた振動確率の公式を求める。

5.1 ステライルニュートリノの概説

LEP 実験から Z ボソンと結合する軽いニュートリノの個数は 3 個であると分かっている [11]。これは標準模型とよく一致する。今回扱うステライルニュートリノは標準模型にあるゲージ相互作用をしないためこの LEP 実験の制約を受けない。そのため今までの実験結果に矛盾しない形でステライルニュートリノを加えることができる。

ステライルニュートリノが議論に挙げたのは原子炉ニュートリノ ($E \sim 1\text{eV}$) の短基線観測実験 ($L \sim 1\text{m}$) など新しく現れた $\Delta m^2 \sim 1\text{eV}^2$ という結果を説明するためである。これはまだ未決着の問題であるが、近年はニュートリノの質量そのものを測定する実験なども進んでおり、積極的に調べられている。

しかしながらこの論文において扱うステライルニュートリノはそれとは異なる趣旨で導入されるものである。その質量二乗差は

$$\Delta m_{01}^2 \sim 10^{-5}\text{eV}^2 \quad (5.1.1)$$

であり太陽ニュートリノ振動に影響を与える。その効果で太陽ニュートリノ振動スペクトルの測定実験で upturn という現象が見られない問題が説明できるのではないかという点で注目されている。この論文ではこのステライルニュートリノを加えた系で Super Kamiokande 実験や KamLAND 実験での解析の結果を示す。また将来の精密実験である JUNO 実験での sensitivity についても議論する。そのために、まずこれらの実験の情報と解析の方法を示す。

なお、 $\Delta m_{01}^2 \sim 10^{-5}\text{eV}^2$ を持つニュートリノは超軽量ステライルニュートリノ (super light sterile neutrino) などと呼ばれ、短基線実験で現れる $\Delta m^2 \sim 1\text{eV}^2$ の軽いステライルニュートリノ (light sterile neutrino) と区別されるが、この論文内では $\Delta m_{01}^2 \sim 10^{-5}\text{eV}^2$ のステライルニュートリノを意味して軽いステライルニュートリノと呼ぶこととする。また通常の弱い相互作用をするニュートリノをアクティブニュートリノと呼び、ステライルニュートリノと区別する。

5.2 アクティブ・ステライル混合と振動確率

本研究では 4ν 系の一番単純な混合として通常の MNS 行列に R^{10} をかけて

$$U^{4 \times 4} = U^{std} R^{01} = R^{23} W^{13} R^{12} R^{10}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{01} & s_{01} & 0 & 0 \\ -s_{01} c_{12} c_{13} & c_{01} c_{12} c_{13} & s_{12} c_{13} & s_{13} e^{-i\delta} \\ -s_{01} U_{\mu 1}^{std} & c_{01} U_{\mu 1}^{std} & c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta} & s_{23} c_{13} \\ -s_{01} U_{\tau 1}^{std} & c_{01} U_{\tau 1}^{std} & -c_{12} s_{23} - s_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta} & c_{23} c_{13} \end{pmatrix} \quad (5.2.1)$$

$$R^{10} = \begin{pmatrix} c_{10} & -s_{10} & 0 & 0 \\ s_{10} & c_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.2.2)$$

$$U_{\mu 1}^{std} = (-s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) \quad (5.2.3)$$

$$U_{\tau 1}^{std} = (s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta}) \quad (5.2.4)$$

という混合行列を考えた。ここでニュートリノの配列は

$$\nu^{Af} = \begin{pmatrix} \nu_s \\ \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \nu^{Am} = \begin{pmatrix} \nu_0 \\ \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (5.2.5)$$

となる。また、 ν_s はステライルニュートリノであり、それに合わせ新しく質量固有状態 ν_0 を導入した。この論文では新しい質量 m_0 を

$$m_1 < m_0 < m_2 \quad (5.2.6)$$

の範囲で定義して扱う。

さらに以下では Δm_{SOL}^2 が支配的な場合を考え、物質中の 2ν 近似と同様の近似を行い、 $s_{13} \rightarrow 0$ として

$$i \frac{d}{dt} \nu^f = H \nu^f, H = \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} U \varepsilon U^{-1} + V \quad (5.2.7)$$

$$U = R^{21} R^{10} = \begin{pmatrix} c_\alpha & -s_\alpha & 0 \\ s_\alpha c_\theta & c_\alpha c_\theta & s_\theta \\ -s_\alpha s_\theta & -c_\alpha s_\theta & c_\theta \end{pmatrix} \quad (5.2.8)$$

$$\varepsilon = \text{diag}(R_\Delta, 0, 1), V = \text{diag}(0, V_e + V_n, V_n) \quad (5.2.9)$$

という時間発展を扱う。ここで $s_\alpha = \sin \alpha$ など $\alpha = \theta_{10}, \theta = \theta_{12}$ である。この新しく導入された振動パラメータ α はアクティブ、ステライル間の混合角であり、ステライルニュートリノを加えた効果の大きさを表す。 R_Δ は質量二乗差の比で

$$R_\Delta = \frac{\Delta m_{01}^2}{\Delta m_{21}^2} \quad (5.2.10)$$

である。また、ニュートリノの配列は

$$\nu^f = \begin{pmatrix} \nu_s \\ \nu_e \\ \nu_a \end{pmatrix} \quad (5.2.11)$$

を考える。ここで ν_a は電子ニュートリノではないアクティブニュートリノである。

KamLAND 実験と JUNO 実験は真空中での振動となるのでポテンシャルをゼロして考えれば良い。そこで $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$ の振動確率 P_{ee} は真空振動の公式を利用すると振動確率は、

$$P_{ee}(E, L) = 1 - 4c_\theta^2 \left[c_\alpha^2 s_\theta^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) + c_\alpha^2 s_\alpha^2 c_\theta^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{01}^2 L}{4E} \right) + s_\alpha^2 s_\theta^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{20}^2 L}{4E} \right) \right] \quad (5.2.12)$$

となる。質量二乗差は R_Δ を使って

$$\Delta m_{01}^2 = \Delta m_{21}^2 R_\Delta, \quad \Delta m_{20}^2 = \Delta m_{21}^2 (1 - R_\Delta) \quad (5.2.13)$$

などとなる。振動確率を見ると $\alpha \rightarrow 0$ で、また $R_\Delta \rightarrow 0$ でも標準的な 2ν 振動に帰着することができ、ステライルニュートリノの影響が現れないことになる。一方 $\alpha \sim \mathcal{O}(1)$ の場合にはステライルニュートリノの効果が現れる事がわかる。

後述にもある通り本来 JUNO 実験は Δm_{ATM}^2 が測定できるほどに精密な実験である。しかし本論文ではステライルニュートリノを加えた場合の結果を太陽ニュートリノ実験と比較したいため JUNO 実験の評価でも上記の振動確率を用いる。また、振動パラメータとして Δm_{01}^2 ではなく R_Δ を用いる。

最後に本研究の中における物質中のニュートリノ振動、具体的には太陽ニュートリノ振動の振動確率の取り扱い方について述べておく。太陽ニュートリノは幾つかの核融合過程を通して、

- (1) 太陽のコア付近で生成され表面に向けて太陽の物質中を伝播する。
- (2) その後宇宙空間を真空振動して伝播し、地球に到達する。
- (3) 観測時間が夜間の場合はさらに地球内部の物質中を振動しながら伝播し測定器において測定される。

本研究では (2),(3) についてはそれぞれ、地球・太陽間の距離に対する観測誤差に対して真空中の振動波長が短く激しい振動が平均化されていること、地球の直径では太陽ニュートリノ振動にはあまり影響がない、という理由からこれらを見捨てる、(1) の場合のみを考慮した。ただしステライルニュートリノが加わった場合、非断熱効果が強く現れ単純に解析解を求めることができない。そのため Runge-Kutta 法を用いてコアから太陽表面までの数値計算を行うことで振動確率を求めた。また、3つの解析を通して計算時間の短縮化のために OpenMP を用いた計算の並列化を行った。しかしながらこれらの技術的なことは物理とは本質的には関係がないためこれ以上は立ち入らない。

6 太陽ニュートリノ振動に関連する実験と解析方法について

ここでは太陽ニュートリノ実験、KamLAND 実験、JUNO 実験に関しての解析の方法などを述べる。結果については次章で扱う。

6.1 Δm_{SOL}^2 の値のズレの問題

太陽ニュートリノ実験と、同じ質量二乗差を与えるはずの KamLAND 実験では測定される Δm_{21}^2 にズレがあるという問題がある (図 7)。この問題の原因は太陽ニュートリノ振動におけるエネルギー

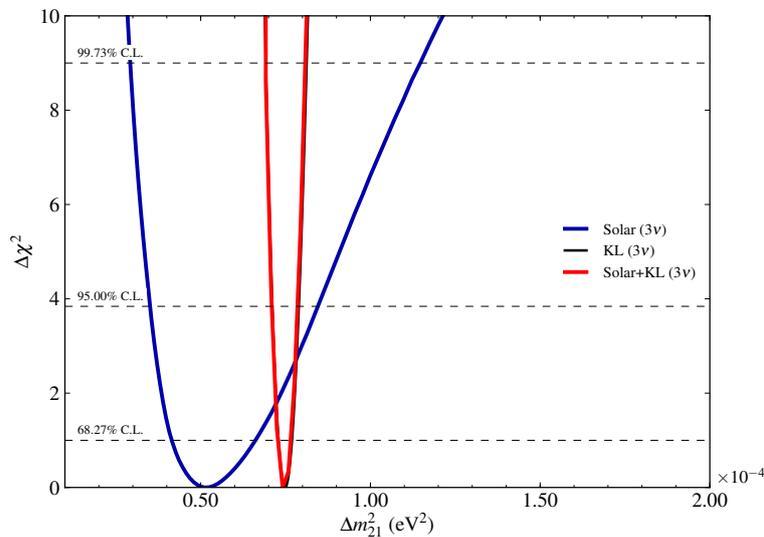


図 7: Δm_{21}^2 に対して太陽ニュートリノ実験のみの場合と KamLAND 実験を組み合わせた場合について $\Delta\chi^2$ の値を示す。[6]。 $\Delta\chi^2$ が大きいほどその値が否定されるが、KamLAND のデータの有無で二つの値がずれていることが分かる。(3 ν と書いてあるのは標準的な 3 ν 振動という意味であり、ステライルニュートリノが入っているわけではない。)

スペクトルで見られる upturn を見ることで理解できる。upturn とは高エネルギー側から低エネルギー側に向かって振動確率が大きくなることを指す。これは物質中の 2 ν 振動における共鳴が式 (4.3.15) から

$$E_{\text{res}} = \frac{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F N_e} \quad (6.1.1)$$

のエネルギーで起こること、また電子密度 N_e は太陽コアでの上限値があることから共鳴を起こすニュートリノのエネルギーに下限があることで発生する。つまり共鳴の発生しない低エネルギー側では共鳴による強い混合がないため振動確率が大きくなり、高エネルギー側では共鳴の影響で振動確率が小さくなる。その結果が upturn が発生する。上式から upturn の立ち上がりは Δm_{21}^2 が大きいほど高エネルギー側にずれる事が理解できる。

ここで再掲になるが振動確率についての理論値と実験データを示したものを図 8 に示す。こ

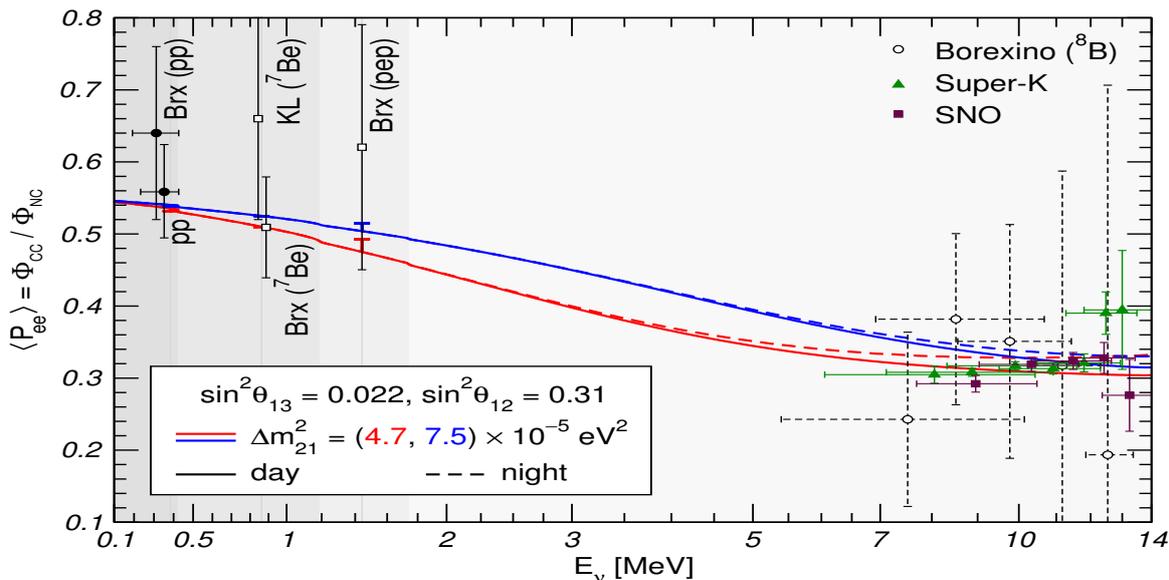


図 8: 太陽ニュートリノ振動の $\nu_e \rightarrow \nu_e$ の遷移確率のエネルギースペクトル。[5]

の図において $\Delta m_{21}^2 = 4.7 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ は太陽ニュートリノ振動実験のみから得られた値であり、 $\Delta m_{21}^2 = 7.5 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ はさらに KamLAND 実験の結果を含めた値である。高エネルギー側 (7MeV 以上) に実験結果が集中しているがそのスペクトルはエネルギーの変化に対して平坦である。その一方 KamLAND 実験などから与えられる $\Delta m_{21}^2 = 7.5 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ を用いたスペクトルでは実験データの集中している領域で upturn の立ち上がりを持っている。この違いが質量二乗差のズレの原因になっている。

この問題を解決する方法としてステライルニュートリノを新しく系に加えることが考えられている。まず振動確率のエネルギースペクトルは図 9 のようになる。ステライルニュートリノがない場合の標準的な確率を見ると前述の upturn が見られる。一方、ステライルニュートリノが存在する場合、upturn に変化が生じその途中の振動確率が減少する”dip”(へこみ)が発生する。そしてステライルニュートリノの存在によって発生する dip によって実験データが平坦であることを説明できるのではないかというのが軽いステライルニュートリノを導入する動機である。

6.2 太陽ニュートリノ振動実験での解析方法

dip に関しては混合が $\sin^2(2\alpha) < 10^{-3}$ と小さい場合についての議論は [13] で行われている。前述の通り一般にステライルニュートリノを加えた場合については非断熱効果が強くなるため解析的に振動確率を求めることが難しい。そのため本研究では数値計算を用いて $\sin^2 2\alpha, R_\Delta$ に対しての制限を考える。制限を与えるための実験のデータとして太陽ニュートリノの解析では Super-Kamiokande(SK) IV のデータを用いた [14]。

パラメータに制限をかける方法としては χ^2 検定を用いた解析を行うことが多い。 χ^2 検定では実際の実験で観測されるイベント数を理論的に計算する必要があるが、時間的な制約からこの方法が使

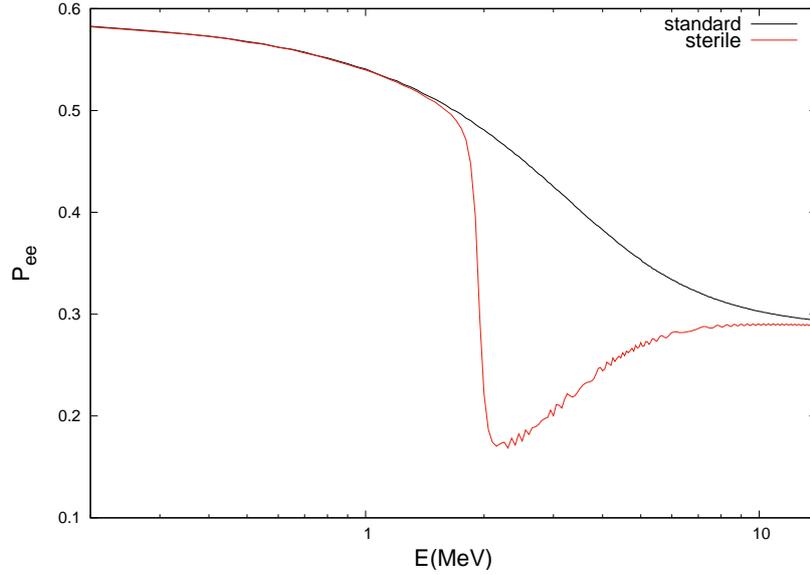


図 9: 太陽ニュートリノ振動における $\nu_e \rightarrow \nu_e$ の振動確率のエネルギースペクトル。standard はステライルニュートリノのない場合の振動確率で、sterile はステライルニュートリノを加えた場合の振動確率である。振動パラメータは standard に対しては $\Delta m_{21}^2 = 7.1 \times 10^{-5} eV^2$, $\tan^2 \theta = 0.40$ とし、sterile の場合には加えて $\sin^2 2\alpha = 10^{-3}$, $R_\Delta = 0.25$ とした。

えないため近似的な χ^2 を考えた。まず χ^2 の定義は

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \sum_i \frac{(N_{exp}^i - N_{th}^i)^2}{N_{exp}^i} \\ &= \sum_i \frac{(N_{exp}^i/N_0^i - N_{th}^i/N_0^i)^2}{N_{exp}^i/N_0^i} N_0^i \end{aligned} \quad (6.2.1)$$

である。ここで i はエネルギーの領域を分割した bin の番号あり、 $N_{exp}^i, N_{th}^i, N_0^i$ はそれぞれ実験で観測されたイベント数、ニュートリノ振動を含めて計算したイベント数の理論値、振動を含めないで計算したイベント数である。SK では H_2O 中の電子を用いてニュートリノを観測するが、その反応過程は

$$e^- + \nu_a \rightarrow e^- + \nu_a \quad (6.2.2)$$

という弾性散乱である。ここで ν_a はいずれかのアクティブニュートリノを表す。相互作用の種類は ν_μ, ν_τ については弱中性カレント相互作用のみであり、 ν_e についてはさらに弱荷電カレント相互作用が加わる。そのため ν_e と ν_μ, ν_τ では散乱断面積が異なる。その比は $E_\nu \gg m_e$ で [15]

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\nu_\mu, \tau}}{\sigma_{\nu_e}} \sim \frac{(-1 + 2 \sin^2 \theta_W)^2 + \frac{4}{3} \sin^4 \theta_W}{(1 + 2 \sin^2 \theta_W)^2 + \frac{4}{3} \sin^4 \theta_W} \sim 0.16 \quad (6.2.3)$$

となる。ここで θ_W は Weinberg 角 (weak-mixing angle) で [10] から $\sin^2 \theta_W \sim 0.23$ を使った。これらを用いるとイベント数は

$$N_{th} \propto \phi \times (\sigma_e P_{ee} + \sigma_{\mu, \tau} P_{e\mu, \tau}) = \phi \times \sigma_e (P_{ee} + R_\sigma P_{e\mu, \tau}) \quad (6.2.4)$$

と書ける。ここで ϕ はニュートリノ振動がない場合の ν_e の本来のフラックスを表す。振動がない場合は ($P_{ee} = 1, P_{e\mu,\tau} = 0$) の場合を考えればよく、それは式 (6.2.1) の N_0 に相当する。これらから確率振動を用いた近似的な χ^2 として、

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(R_{th}^i - R_{exp}^i)^2}{R_{th}^i} * N_0^i \quad (6.2.5)$$

$$R_{th}^i = P_{ee}(\bar{E}_\nu^i) + R_\sigma P_{e\mu,\tau}(\bar{E}_\nu^i), R_{exp}^i = N_{exp}^i / N_0^i \quad (6.2.6)$$

を定義し、評価する。ここでニュートリノのエネルギー E_ν は、観測される電子の運動エネルギー T_e と

$$T_e = \frac{2m_e E_\nu^2 \cos^2 \psi}{(m_e + E_\nu)^2 - (E_\nu \cos \psi)^2} \quad (6.2.7)$$

の関係にある。ここで ψ は弾性散乱で電子が弾かれる角度を表す。一般に $\cos \psi = 1$ となる割合が最も多い [14]。そのためここでは簡単のため、 $\cos \psi = 1$ として扱い、

$$E_\nu \sim \frac{T_e}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2m_e}{T_e}}\right) \quad (6.2.8)$$

を用い、さらに各エネルギービンの中心値を取ってきて \bar{E}_ν とした。

6.3 原子炉ニュートリノ

原子炉ニュートリノの観測実験である KamLAND, JUNO の説明に入る前にこれらの実験の解析で行う χ^2 検定で用いるイベント数の計算方法について述べておきたい。まず χ^2 の定義については太陽ニュートリノの節で触れたとおり

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(N_{exp}^i - N_{th}^i)^2}{N_{exp}^i} \quad (6.3.1)$$

とする。イベント数はおよそニュートリノのフラックス ϕ と検出するときの散乱断面積 σ に比例する。それぞれについてみていく。

原子炉では放射性元素が核分裂を起こしその際に発生したエネルギーを使って発電をする。ある放射性元素 X が崩壊して Y になるとすると



として熱量 Q を放出する。 X として主に発電に寄与する放射性元素は

$$^{235}\text{U}, ^{239}\text{Pu}, ^{238}\text{U}, ^{241}\text{Pu} \quad (6.3.3)$$

である。原子炉で発生するエネルギーに対するこれらの放射性元素の寄与の比率 R_i は反応が進むに従って変化する (図 10)。しかしながら本論文では簡単のため KamLAND 実験の稼働時間における平均値を用いる [7]。

$$^{235}\text{U} : ^{239}\text{Pu} : ^{238}\text{U} : ^{241}\text{Pu} = 0.563 : 0.301 : 0.079 : 0.057 \quad (6.3.4)$$

また、一回の核分裂で放出するエネルギー ε を表 5 にまとめる。核分裂で出てくる反電子ニュートリノ

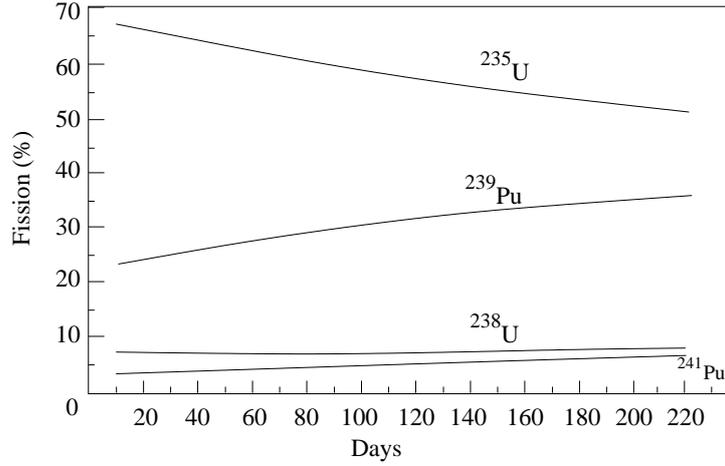


図 10: 放射性元素の比率の時間変化 [16]。

放射性元素 i	^{235}U	^{239}Pu	^{238}U	^{241}Pu
発熱量 ε_i (MeV)	201.7	205.0	210.0	212.4

表 5: 一回の核分裂あたりの各放射性元素の発熱量 ε [16]

Isotope	^{235}U	^{239}Pu	^{238}U	^{241}Pu
a_0	0.870	0.896	0.976	0.793
a_1 (/MeV)	-0.160	-0.239	-0.162	-0.080
a_2 (/MeV ²)	-0.0910	-0.0981	-0.0790	-0.1085

表 6: 原子炉ニュートリノにおけるエネルギースペクトル (6.3.5) の定数係数の値 [16]

$\bar{\nu}_e$ のエネルギースペクトルは Vogel and Engel の式として 1 崩壊あたり

$$\frac{dN_\nu}{dE_\nu} = e^{a_0 + a_1 E_\nu + a_2 E_\nu^2} \quad (6.3.5)$$

と近似できることが分かっている [16]。ここで E はニュートリノのエネルギーで単位は MeV でありこの式自体もエネルギーの逆数の次元を持つ。 a_0, a_1, a_2 は定数係数で、放射性元素によってことなり、その値を表 6 にまとめる。

例えばある原子炉において、時間あたりの発熱量が $W[\text{GW}]$ であるとき時間あたりに生成されるニュートリノのエネルギースペクトル $S(E)$ は

$$S(E) = \frac{W}{\sum_j \varepsilon_j R_j} \sum_i R_i * \frac{dN_\nu^i}{dE} \quad (6.3.6)$$

となる。原子炉からは等方的にニュートリノが放射されているため原子炉から観測機までの距離を L とすると観測場所での $\bar{\nu}_e$ のフラックス ϕ は

$$\phi(E, L) = \frac{S(E)}{4\pi L^2} P_{ee}(E, L) \quad (6.3.7)$$

となる。ここで P_{ee} はニュートリノ振動による ($\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e$) の振動確率であり、もちろん振動がなければ $P_{ee} = 1$ となる。

原子炉から放射された $\bar{\nu}_e$ は

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (6.3.8)$$

という β^+ 崩壊過程を通して検出される。その散乱断面積は [17] から第一近似で

$$\sigma(E_\nu) = \frac{2\pi^2 \ln 2}{m_e^2 f \tau_n} p_e E_e \quad (6.3.9)$$

である。ここで f は中性子の β 崩壊のフェルミ関数を積分したもので $f \sim 1.71$ 、 τ_n は中性子の半減期で $\tau_n = 622s$ であり、 m_e, p_e, E_e はそれぞれ陽電子の質量、運動量、エネルギーである。 E_e は E_ν と

$$E_\nu = E_e + 1.293MeV \quad (6.3.10)$$

の関係にある。

最後にイベント数の公式を求める。検出効率を ζ とするとあるエネルギーのビン i で検出するニュートリノの個数 N_i は

$$N_i = \mathcal{L} \int \int \phi(E_T, L) \sigma(E_T) R_E(E_T, E_M) \zeta dE_T dE_M \quad (6.3.11)$$

となる。ここで \mathcal{L} は測定実験の稼働時間 T と検出過程のターゲットとなる陽子の数 N_t の積で、

$$\mathcal{L} = T \times N_t \quad (6.3.12)$$

でありその値は実験によって異なる。また E_M は実際に測定されたニュートリノのエネルギーでエネルギービンの中を走り、 E_T は本来ニュートリノが持っていたはずのエネルギーを表し全エネルギーを走る。実験ではエネルギーの分解能が有限であるためにこれら2つを区別する必要がある。そして R_E がそのエネルギー分解能に関する関数でこの論文では正規分布を仮定し、

$$R_E(E_T, E_M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(E_M)}} \exp\left(-\frac{(E_M - E_T)^2}{2\sigma^2(E_M)}\right) \quad (6.3.13)$$

である。ここで $\sigma(E_M)$ はエネルギー分解能であり、KamLAND 実験では [7] から

$$\sigma(E) = 0.063\sqrt{E(MeV)}(MeV) \quad (6.3.14)$$

とした。簡単のため JUNO においても同様の値として計算する。

以上の計算は原子炉が1つである場合を考えたが、一般には複数の原子炉が同時に寄与しているため、

$$N_i = \int \int \left(\sum_s \phi(E_T, s) \right) \sigma(E_T) R_E(E_T, E_M) \zeta dE_T dE_M \quad (6.3.15)$$

となる。ここで s は各原子炉を表し、これによって変化するのは原子炉の時間あたりの発熱量 W と観測機までの距離 L のみである。

原子炉	L(km)	W(GW)
Kashiwazaki	160	24.6
Ohi	180	13.7
Takahama	194	10.2
Hamaoka	213	10.6
Tsuruga	139	4.5
Shiga	81	1.6
Mihama	145	4.9
Fukushima-1	344	14.2
Fukushima-2	344	13.2
Tokai-II	295	3.3
Shimane	414	3.5
Ikata	561	4.5
Genkai	755	6.7
Onagawa	430	4.1
Tomari	784	3.3
Sendai	824	5.3

表 7: KamLAND 実験に寄与する各原子炉の観測機までの距離と最大の発熱量を表す [16]。

6.4 KamLAND 実験

KamLAND 実験は日本中の原子炉から飛来する反電子ニュートリノ $\bar{\nu}_e$ を測定する実験である。この実験に寄与する原子炉について表 7 にまとめる。また、測定器の能力として実際の観測に有効な体積が 543.7ton あり、その中の陽子の数が $N_t = 4.61 \times 10^{31}$ である。実際の稼働時間 T を与える量として、稼働時間中の総熱フラックス量が $F_{total} = 701\text{J}/\text{cm}^2$ であり、

$$T = F_{total} / \left(\sum_s \frac{W_s}{4\pi L_s^2} \right) \quad (6.4.1)$$

から T を求めることができる。[7]

KamLAND 実験で得られたイベント数のエネルギースペクトルは図 11 にある通りである。ただし、横軸の E_{prompt} は検出過程で放出された e^+ が測定器中の e^- と対消滅して放出される全エネルギーを表し、 $E_\nu = E_{\text{prompt}} + 0.8\text{MeV}$ である。KamLAND 実験ではバックグラウンドを減らすために観測される陽電子のエネルギーに下限 $E^{th} = 2.6\text{MeV}$ を置く。今回の解析においてもこの下限を守る。検出効率 ζ は [7] から 89.8% である。

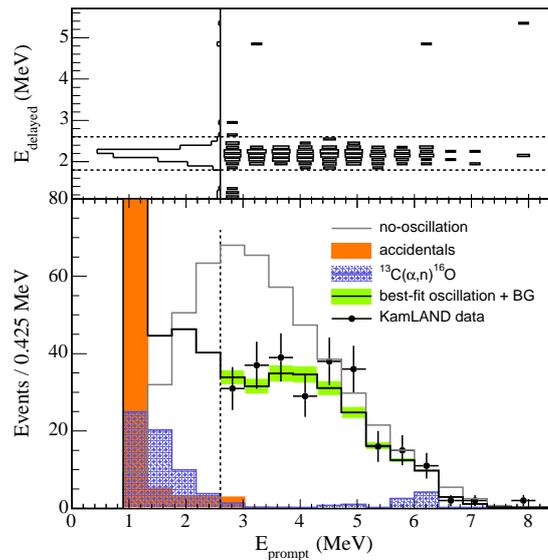


図 11: KamLAND 実験でのイベント数のエネルギースペクトル [7]。色つきの領域はバックグラウンドを表す。上部についている図はニュートリノの検出過程で陽電子とともに検出される中性子のエネルギーに制限をつけていることを表す。このことによってバックグラウンドを減らす事ができる。

6.5 JUNO 実験

JUNO 実験は KamLAND 実験と同様に原子炉から飛来する反電子ニュートリノ $\bar{\nu}_e$ を測定する実験であり、中国で行われる。この実験の目的は質量階層性問題の解決と太陽ニュートリノの振動パラメーターの精密測定である。そのために Δm_{21}^2 による大きな振動の中に存在する Δm_{31}^2 による細かい振動が精密に測定される。

本論文ではこの JUNO 実験で軽いステライルニュートリノの効果が見られると考え、ステライルニュートリノの有無でどのような影響が出るかを議論する。ステライルニュートリノの影響を注視し、太陽ニュートリノ実験との比較をするため議論の中では Δm_{31}^2 の振動については考慮しない。JUNO でのニュートリノのソースとなる原子炉の情報を表 8 にまとめる。ここで主に効いてくる Yangjiang, Taishan の原子炉についてはほぼ同じ距離となるよう観測機が設置されているため、この二つの施設については実際に発電しているコアユニット毎に情報が記されている。また、測定器の有効体積は 20kton で KamLAND の 40 倍にもなる。有効稼働日数は 2000 日であり、検出効率は 73% である。[19]

JUNO 実験はまだ稼働していない実験であるため、当然実験データはない。そのためステライルニュートリノが存在しない場合に観測されるデータを計算し実験データの代わりとする。したがってこの解析からは JUNO 実験のステライルニュートリノに対する感度が分かる。ここで、実験データとして、

$$\tan^2 \theta = 0.45, \Delta m_{21}^2 = 8.0 \times 10^{-5} \text{eV}^2 \quad (6.5.1)$$

を用いた。

原子炉	L(km)	W(GW)
YJ-C1	52.75	2.9
YJ-C2	52.84	2.9
YJ-C3	52.42	2.9
YJ-C4	52.51	2.9
YJ-C5	52.12	2.9
YJ-C6	52.21	2.9
TS-C1	52.76	4.6
TS-C2	52.63	4.6
TS-C3	52.32	4.6
TS-C4	52.20	4.6
DYB	215	17.4
HZ	265	17.4

表 8: JUNO に関連した原子炉のコアユニット毎の観測機までの距離 L と、最大発熱量 W [18]。YJ=Yangjiang, TS=Taishan, DYB=Daya Bay, HZ=Huizhou

7 結果

この章では Super Kamiokande IV(SKIV), KamLAND, JUNO 実験について行った解析の結果について述べる。なお、多くの図を並べることになるため、図を章の最後にまとめて添付する。

7.1 SKIV 実験の解析

まず太陽ニュートリノ実験である SKIV に関する解析の結果を述べていく。この解析においては近似的な χ^2 の公式を用いているため厳密性に欠けるがある程度まで定量的にパラメータに対して制限をかけることができる。元の文献 [14] によればステライルニュートリノを含まない場合のパラメータのベストフィットの値は

$$\tan^2 \theta = 0.485, \Delta m_{21}^2 = 3.2 \times 10^{-5} eV^2 \quad (7.1.1)$$

である。この値がステライルニュートリノを加えることでどのように変化したかを見ていく。その結果を許容領域として示したのが図 12-13 である。まず図 12 はもともとある振動パラメータの $\tan^2 \theta, \Delta m_{21}^2$ の許容領域である。ステライルニュートリノがない場合と異なり $\Delta m_{21}^2 \sim 5 \times 10^{-5} eV^2$ の付近が許容されていることが分かる。

このことを理解するために $\sin^2 2\alpha, \Delta m_{21}^2$ の許容領域を図 13 に示す。この図を見ると $\sin^2 2\alpha$ が小さい部分 ($\sim 10^{-4}$) と大きい部分 (~ 1) に分かれている事がわかる。また $\sin^2 2\alpha$ が小さい場合には、ステライルニュートリノがない場合の値 (7.1.1) と同程度の Δm_{21}^2 となっていることが分かった。

一方 $\sin^2 2\alpha$ が大きい部分ではいくつかの Δm_{21}^2 でフィットが良くなっているが、これはステライ

ルニュートリノとアクティブニュートリノの混合が強いためにその影響が強くなり、この実験で良い値を与えていることになる。混合が強いため解析を行う他の実験にも影響が出るため、このことについては KamLAND や JUNO 実験の解析と合わせて議論したい。またいずれにしても KamLAND で与えられていた $\Delta m_{21}^2 \sim 8 \times 10^{-5} eV^2$ はあまり好まれていないことが分かった。

この解析における最適解は

$$\tan^2 \theta = 0.5, \Delta m_{21}^2 = 5 \times 10^{-5} eV^2 \quad (7.1.2)$$

$$\sin^2 2\alpha = 0.5, R_\Delta = 0.99 \quad (7.1.3)$$

となった。(7.1.1)と比較すると Δm_{21}^2 の値が大きくなっているが、これは前述の通り大きな $\sin^2 2\alpha$ の影響である。

7.2 KamLAND 実験の解析

次に KamLAND の結果について示す (図 14-15)。KamLAND 実験はイベント数があまり多くないため、図に現れない振動パラメータで χ^2 を最小化してしまうとあまり強く制限をかけることができないため広い領域が許容される。ステライルニュートリノがある場合の特徴として $\Delta m_{21}^2 \sim 8 \times 10^{-5}$ が強く好まれることが分かる。

一方大きな $\sin^2 2\alpha$ については制限が弱くなることが分かるので、この実験からはなんとも言えない結果となった。

KamLAND 実験の解析における最適解は

$$\tan^2 \theta = 0.31, \Delta m_{21}^2 = 8.3 \times 10^{-5} eV^2 \quad (7.2.1)$$

$$\sin^2 2\alpha = 1.0, R_\Delta = 0.03 \quad (7.2.2)$$

である。

SK IV 実験と KamLAND 実験で Δm_{21}^2 のベストフィット値が近づいたのかについて、図 16 に示す。図を見ると分かる通り、ステライルニュートリノを加えてもズレは解消されなかった。これはやはり SKIV での結果において KamLAND で与えられる $\Delta m_{21}^2 \sim 8 \times 10^{-5} eV^2$ があまり許容されなかったことが原因である。

7.3 JUNO 実験の解析結果

JUNO 実験でのステライルニュートリノに対する感度について計算した結果を図 17-18 に示す。ここで実験データの代わりとして使用したのは前述の通り、

$$\tan^2 \theta = 0.45, \Delta m_{21}^2 = 8.0 \times 10^{-5} eV^2 \quad (7.3.1)$$

で、ステライルニュートリノの混合をゼロとした場合の計算値である。ここで図 18 の中で気になる点は $\sin^2 2\alpha$ に対してほとんど制限がつかないことである。そこで $\sin^2 2\alpha, R_\Delta$ の許容領域を図 19 に示す。図から R_Δ が小さい場合には $\sin^2 2\alpha$ の制限が弱いことが分かる。これは式 (5.2.12) から $R_\Delta \rightarrow 0$ では混合角 α の寄与がなくなることから理解できる。

また図 17 から分かる一般論としてステライルニュートリノの混合パラメータによらず Δm_{21}^2 は JUNO 実験ではっきりと定まるといえることである。

7.4 大きな $\sin^2 2\alpha$ について

SKIV でも KamLAND 実験でも大きな $\sin^2 2\alpha$ については制限が弱くなっている。ここでは SKIV, KamLAND 実験で大きな $\sin^2 2\alpha$ について互いに否定しあうかを議論したい。そのためには

$$\chi^2 = \chi_{SKIV}^2 + \chi_{KamLAND}^2 \quad (7.4.1)$$

なる新しい χ^2 を定義して許容領域を見るのが手早い。それらを示したのが図 20-22 である。図 20 では KamLAND の影響を受け $\Delta m_{21}^2 \sim 7 \times 10^{-5} eV^2$ となる一方 $\tan^2 \theta$ は SKIV の影響で $\tan^2 \theta = 0.5$ の前後ということになった。また SKIV の影響で $\Delta m_{21}^2 \sim 20 \times 10^{-5} eV^2$ 付近が許容される。これは図 21 によれば大きい $\sin^2 2\alpha$ からの影響である。図 22 からも大きな $\sin^2 2\alpha$ が $R_\Delta \sim 1$ 付近で許容され、KamLAND 実験では排除することができなかつたことが分かった。

大きい $\sin^2 2\alpha$ のステライルニュートリノがあるかどうかは十分に感度のある JUNO 実験を通して判断できるはずである。そこでまた新しく

$$\chi^2 \equiv \chi_{SKIV}^2 + \chi_{KamLAND}^2 + \chi_{JUNO}^2 \quad (7.4.2)$$

を用いて解析を行った結果を図 23-25 に示す。図を見ると JUNO 実験の十分な精度のおかげで Δm_{21}^2 についてはテストパラメータ通り $\Delta m_{21}^2 \sim 8 \times 10^{-5} eV^2$ となった。一方 $\tan^2 \theta$ については JUNO 実験では不定性があったものの SKIV の影響で $\tan^2 \theta \sim 0.45$ に落ち着いた。大きな $\sin^2 2\alpha$ についてはステライルニュートリノがないと想定した JUNO 実験のためにかなり否定されている。これらのことから、JUNO 実験で十分に調べられることで大きな $\sin^2 2\alpha$ については否定あるいは肯定ができるだろうことが予想される。しかしながら仮に大きな $\sin^2 2\alpha$ が否定されたとしても、小さな $\sin^2 2\alpha \sim 10^{-3}$ については好まれている領域があるため、軽いステライルニュートリノを考えることは未だ有意義である。

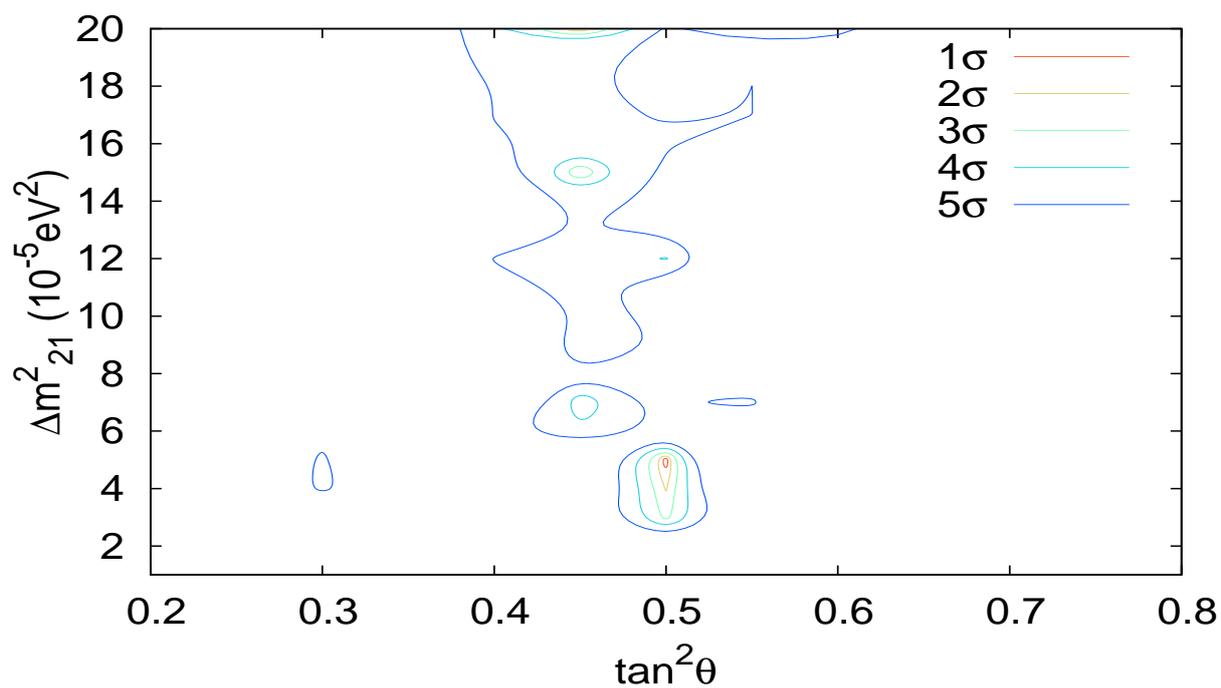


図 12: SKIV 実験についての解析結果 : $\tan^2 \theta$ V.S. Δm_{21}^2 。ここで図に現れていないパラメータについては変数において χ^2 を最小にするような値をとっている。また、以下の図でも同様とする。

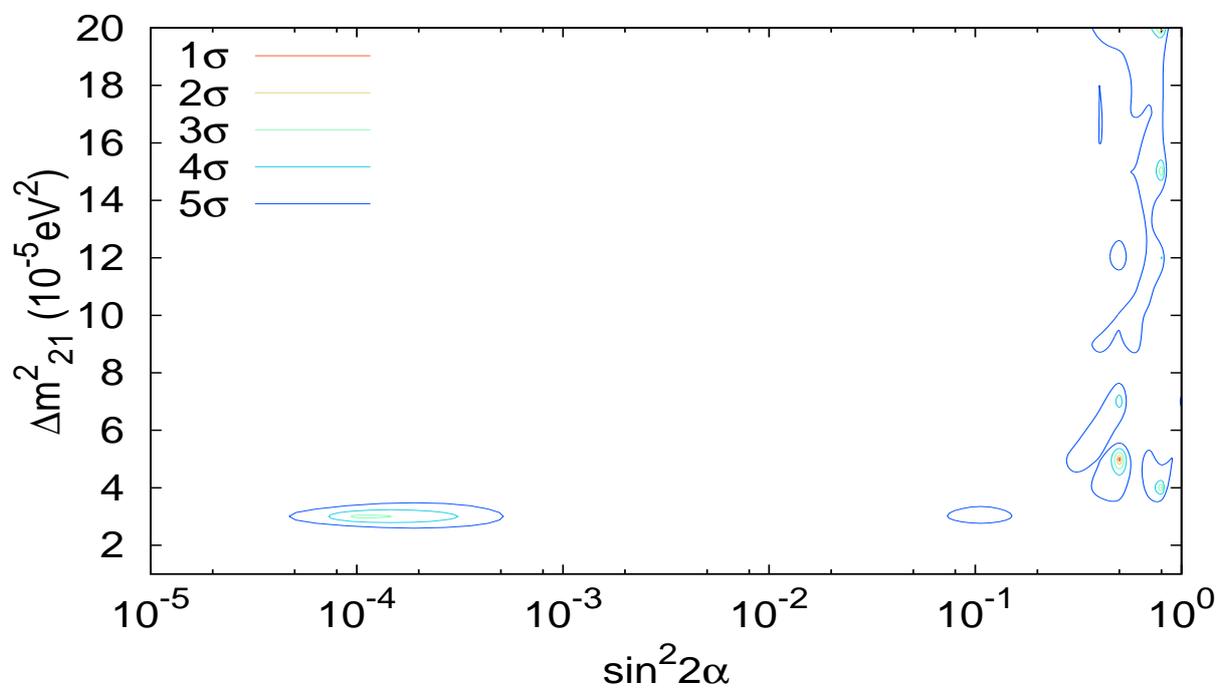


図 13: SKIV 実験についての解析結果 : $\sin^2 2\alpha$ V.S. Δm_{21}^2

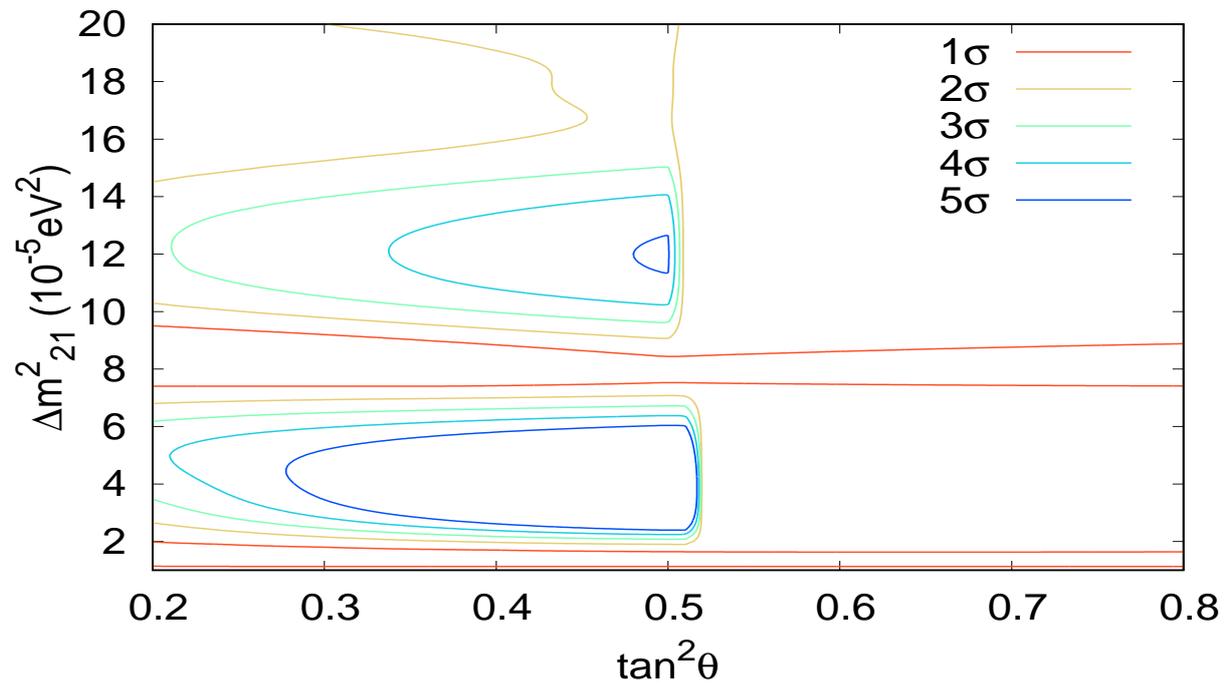


図 14: KamLAND 実験についての解析結果 : $\tan^2 \theta$ V.S. Δm^2_{21}

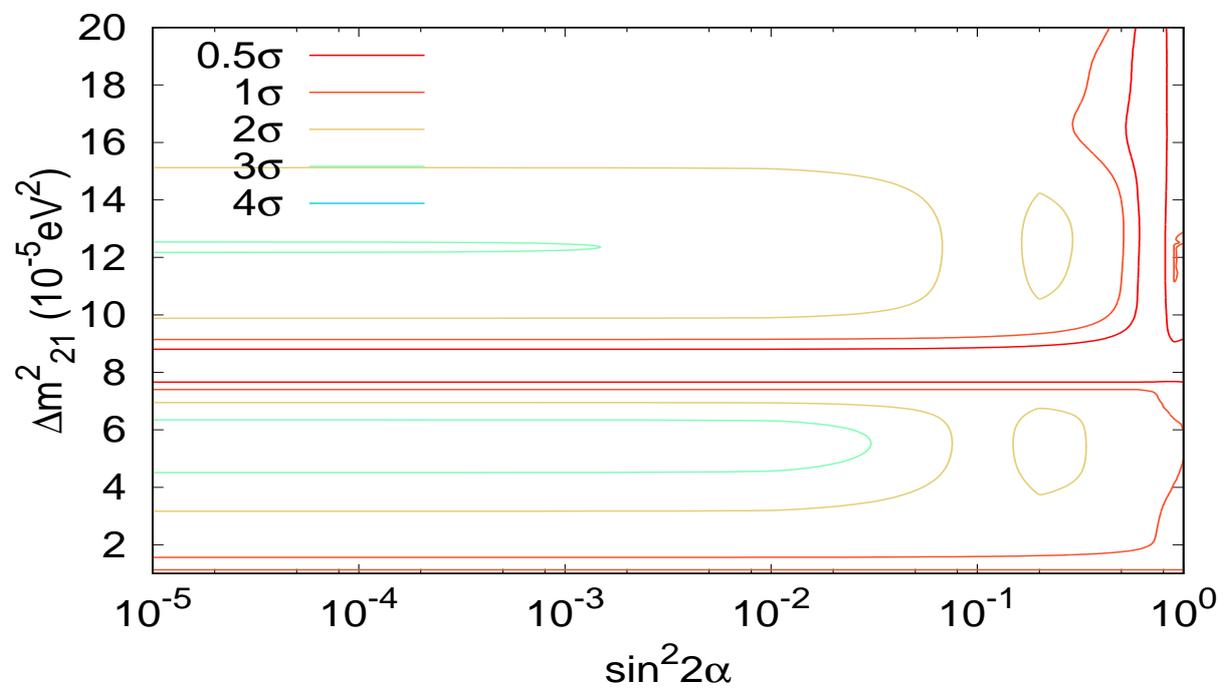


図 15: KamLAND 実験についての解析結果 : $\sin^2 2\alpha$ V.S. Δm^2_{21}

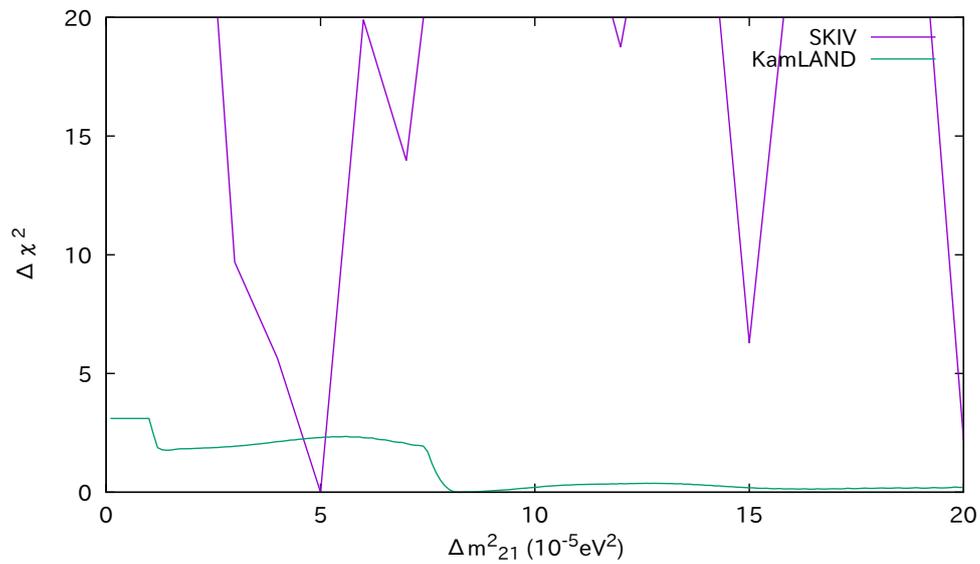


図 16: SK IV 実験と KamLAND 実験での Δm_{21}^2 の χ^2 の値。許容領域の図と同じく、 Δm_{21}^2 以外のパラメータは χ^2 の値が最小になる値をとっている。やはり、 Δm_{21}^2 の最適値は実験によって異なっている。

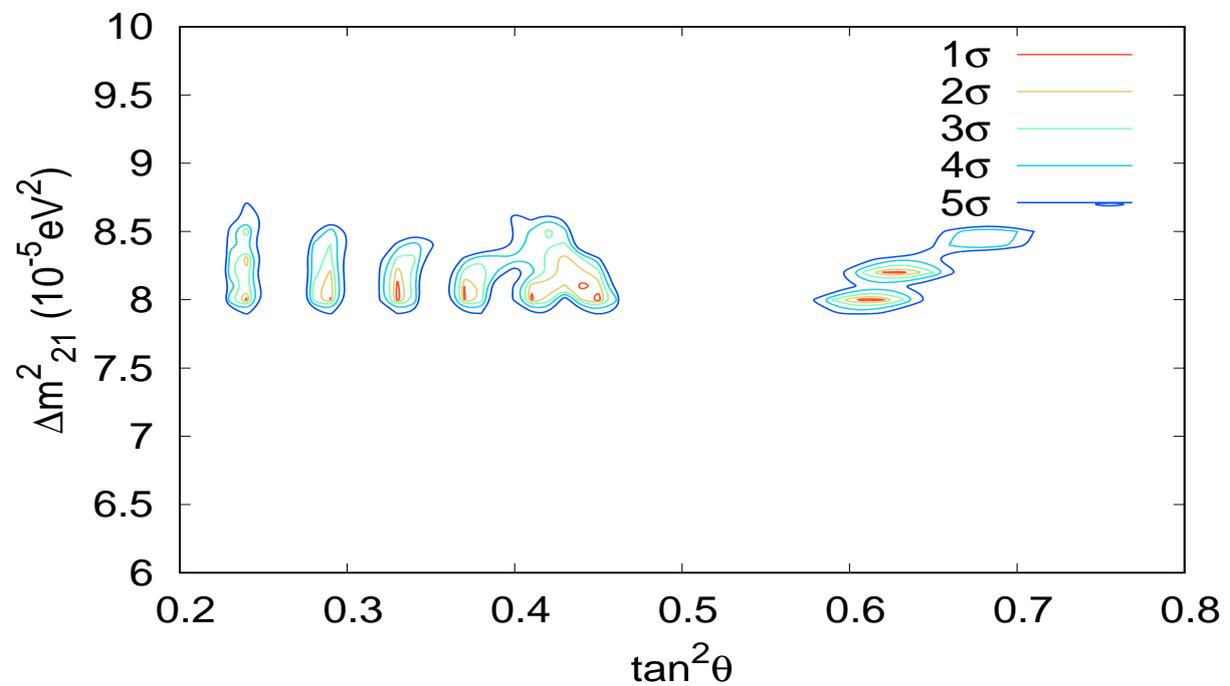


図 17: JUNO 実験についての解析結果 : $\tan^2 \theta$ V.S. $\Delta m_{21}^2 (10^{-5} eV^2)$

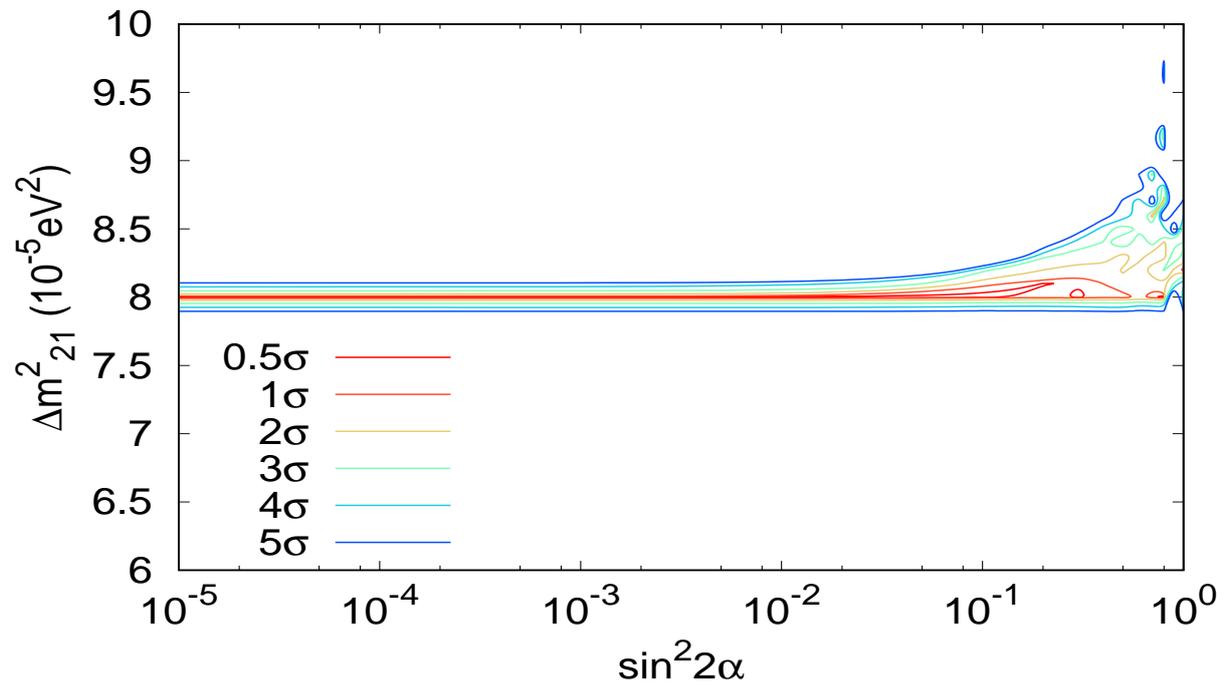


図 18: JUNO 実験についての解析結果 : $\sin^2 2\alpha$ V.S. $\Delta m_{21}^2 (10^{-5} eV^2)$

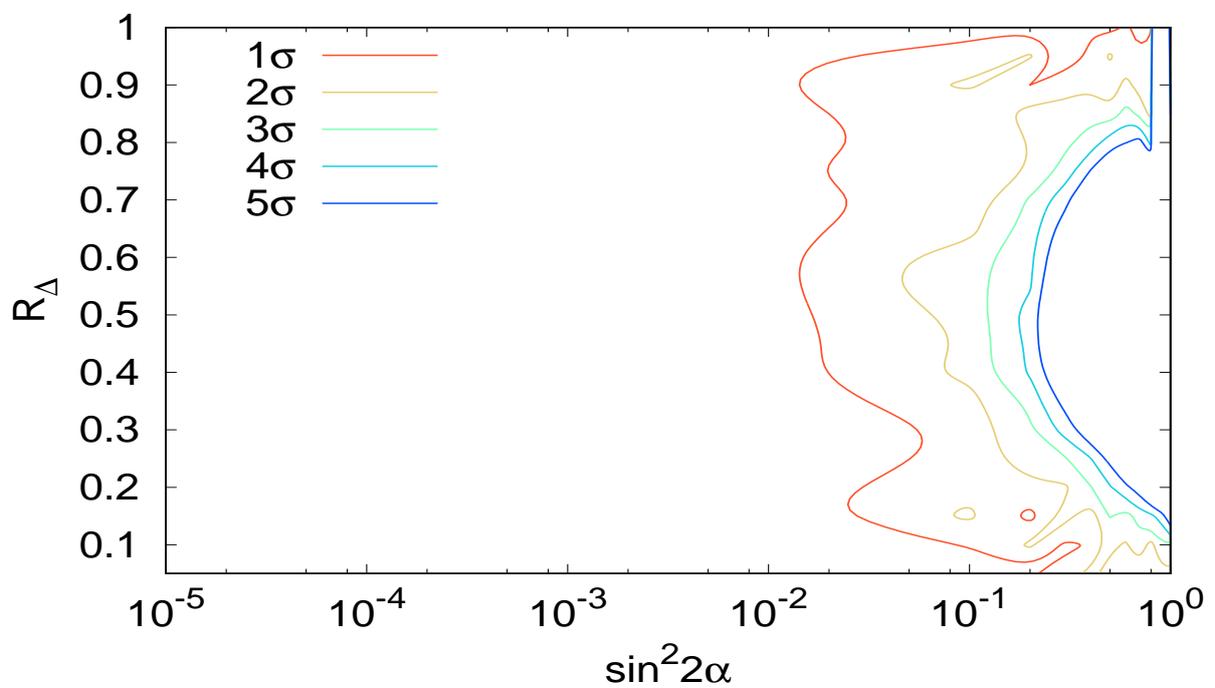
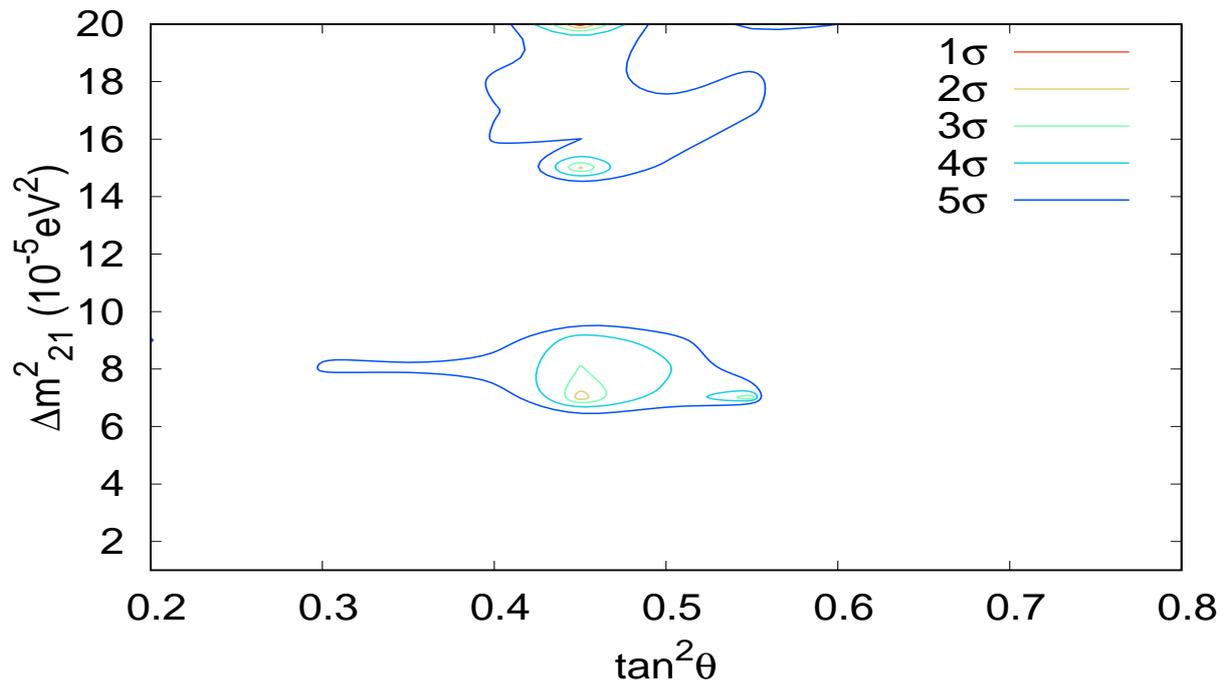
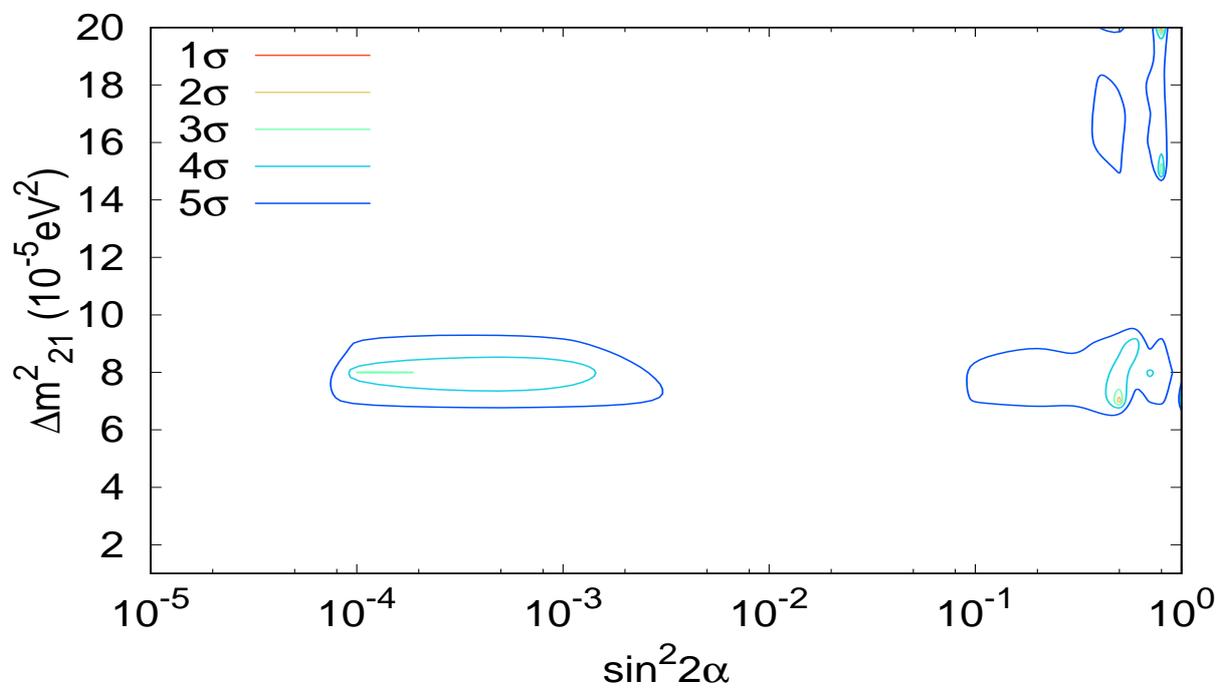


図 19: JUNO 実験についての解析結果 : $\sin^2 2\alpha$ V.S. R_Δ

図 20: SKIV+KL の解析結果 : $\tan^2 \theta$ V.S. $\Delta m^2_{21} (10^{-5} eV^2)$ 図 21: SKIV+KL の解析結果 : $\sin^2 2\alpha$ V.S. $\Delta m^2_{21} (10^{-5} eV^2)$

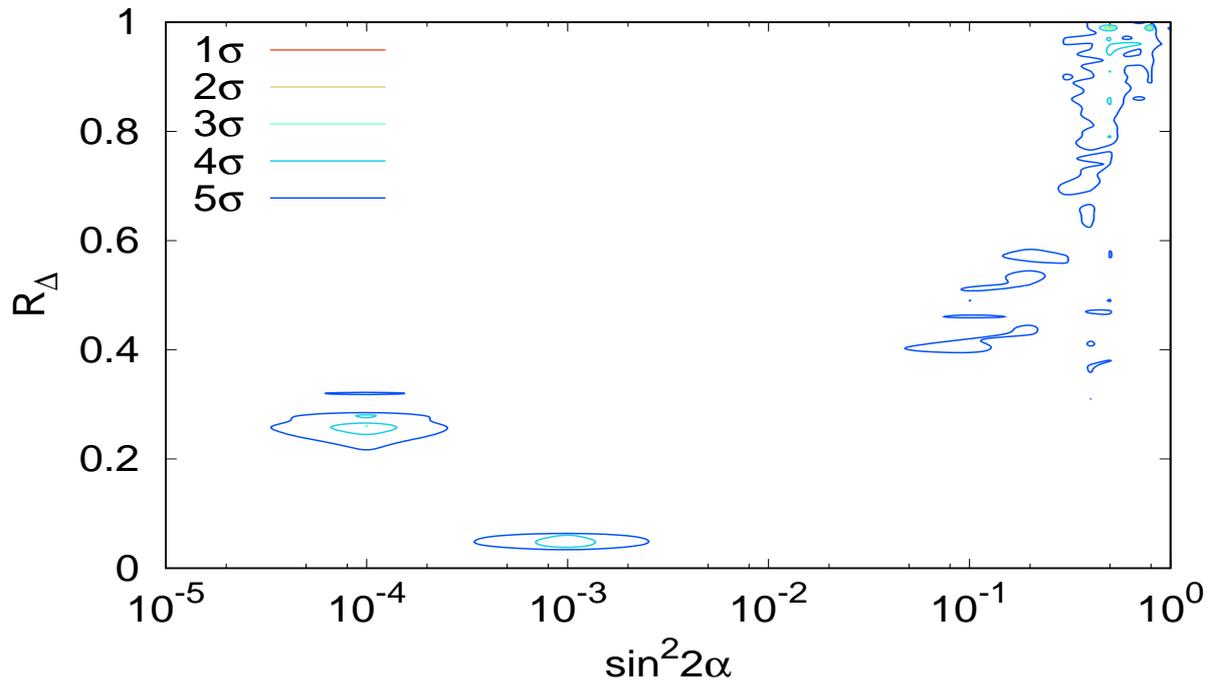


図 22: SKIV+KL の解析結果 : $\sin^2 2\alpha$ V.S. R_Δ

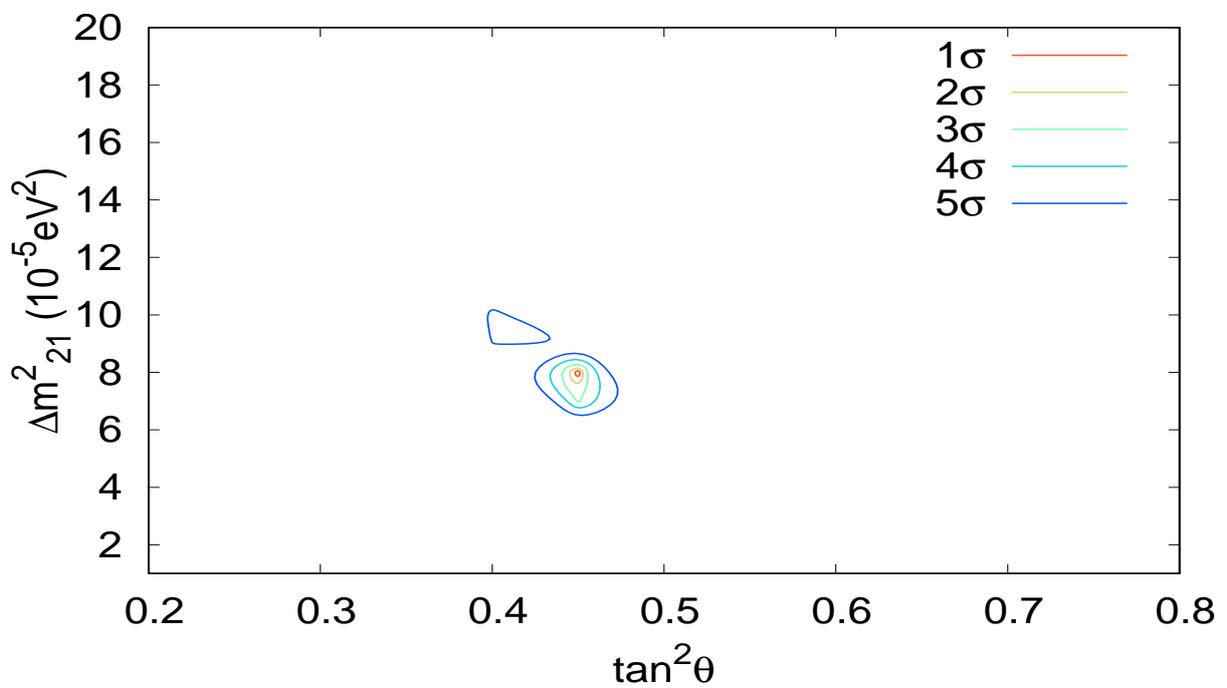
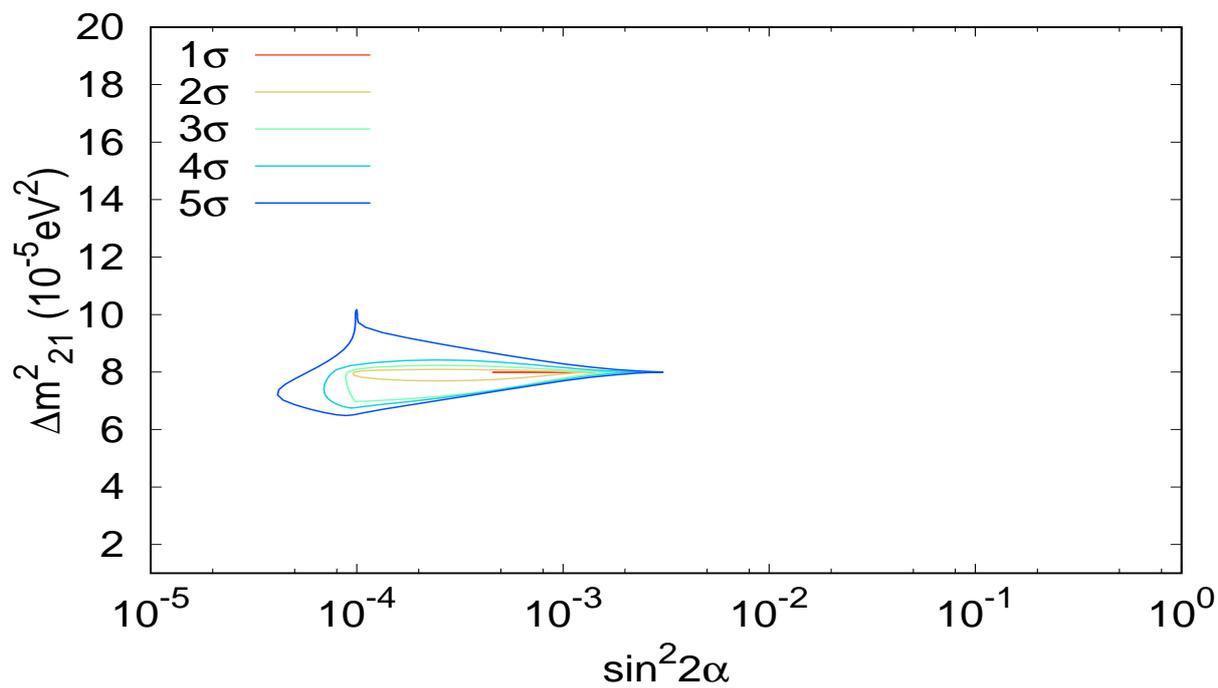
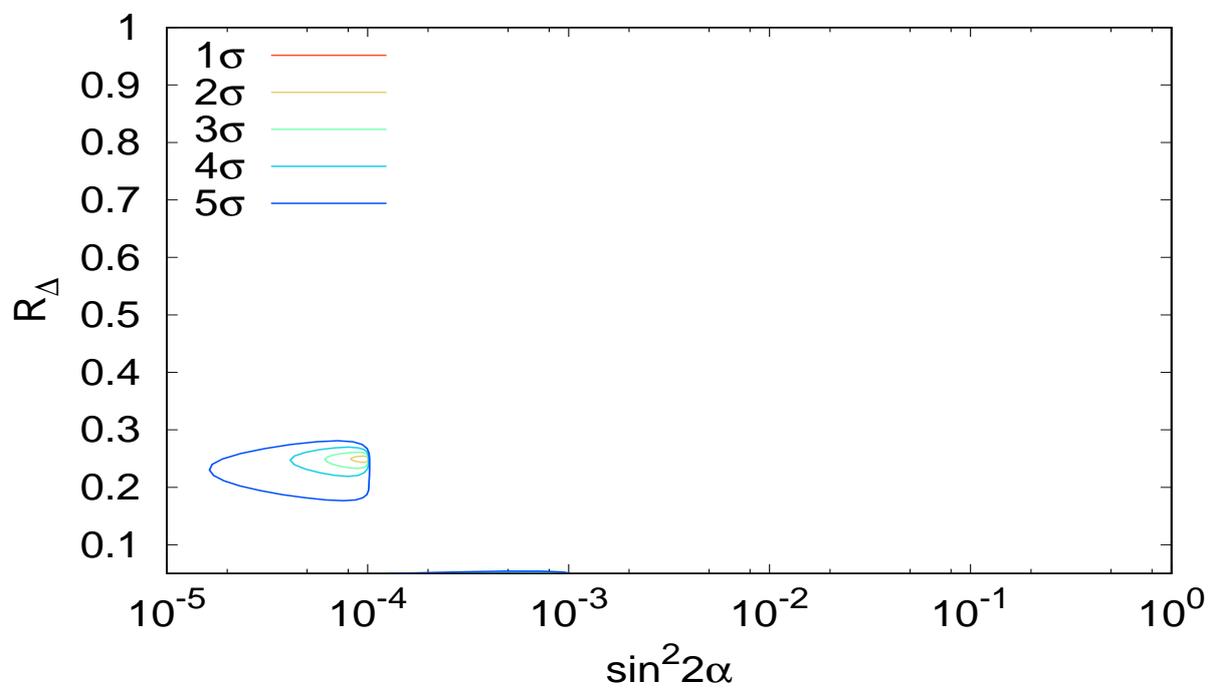


図 23: SKIV+KamLAND+JUNO の解析結果 : $\tan^2 \theta$ V.S. $\Delta m^2_{21} (10^{-5} \text{eV}^2)$

図 24: SKIV+KamLAND+JUNO の解析結果 : $\sin^2 2\alpha$ V.S. $\Delta m^2_{21} (10^{-5} eV^2)$ 図 25: SKIV+KamLAND+JUNO の解析結果 : $\sin^2 2\alpha$ V.S. R_Δ

8 結論と今後の展望

前章で Super Kamiokande IV と KamLAND 実験について実験データからステライルニュートリノの影響を調べた。また、将来の実験として JUNO 実験を取り上げステライルニュートリノに対する感度を調べた。SKIV ではステライルニュートリノの影響で Δm_{21}^2 のベストフィット値が上昇したものの KamLAND 実験でのベストフィット値とのズレはあまり解消されなかった。また、単純に SKIV と KamLAND で和をとった χ^2 解析では大きい $\sin^2 2\alpha$ の可能性があることがわかり、その可能性は JUNO 実験の結果によって判断できることがわかった。

今後の展望としてはまず第一に χ^2 解析をよりしっかりと評価することで厳密にパラメータに対して制限をかけることが考えられる。例えば、実は本論文の χ^2 解析では統計誤差のみを扱っており、系統誤差については一切含めていない。そのため本来の評価よりも制限が厳しくなっている。他に、太陽ニュートリノについてはエネルギーの分解能を考慮しておらず、また全体を通してバックグラウンドも無視している。したがって、正確に評価を行うためにはこれらを含めた計算を行うことが必要である

第二に質量二乗差 Δm_{31}^2 が十分大きいとして無視した 3 つ目のアクティブニュートリノを含めた系を考えなければならない。また第三に混合行列については本論文では簡単のため新しい混合角 α を一つ増やしたのみであるが、実際には加えるべき新しい混合角は全部で 3 つあり更に物理的位相は 2 つ増える。これらをすべて入れた評価をしていく必要がある。

最後に太陽ニュートリノについては SK についてのみ議論したが他にも SNO 実験や Borexino 実験などまだ太陽ニュートリノ実験のデータがある。特にアクティブニュートリノの総量を測定できる SNO の NC に関する実験における制限からステライルニュートリノに対する強い制限が期待される。また、今後太陽ニュートリノ振動実験でより低いエネルギーの結果が現れることが期待されるから、これらの結果に対しても解析を行えば upturn が見られないという問題が解決されるはずである。

謝辞

本論文執筆にあたり、時間と労力を割いてくださった指導教官の安田修教授に深く感謝申し上げます。最後まで協力していただけたからこそ、物理を納得するまで理解し論文を書くことができた。また北澤敬章先生には場の理論のゼミで大変お世話になった。あれほど深く物理を学べたことは私にとって僥倖であった。また深澤先輩、酒井先輩、柳田先輩、芝田先輩にも大学院生活の中で大変お世話になった。同期の増川くん、松坂くんには私のしつこい議論にも根気よく付き合っていたいただいた。そのおかげで非常に楽しく研究生活を送ることができたことは言うまでもないことである。合わせて、私生活を支えていただいた家族、話し相手となってくれた友人たちに深く感謝申し上げます。

参考文献

- [1] C. Giunti and K. C. Wook, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford Univ., Oxford, 2007. <https://cds.cern.ch/record/1053706>.
- [2] G. Drexlin, V. Hannen, S. Mertens, and C. Weinheimer, “Current direct neutrino mass experiments,” *Adv. High Energy Phys.* **2013** (2013) 293986, [arXiv:1307.0101](https://arxiv.org/abs/1307.0101) [physics.ins-det].
- [3] G. D. Orebi Gann, “Everything Under the Sun: A Review of Solar Neutrinos,” [arXiv:1504.02154](https://arxiv.org/abs/1504.02154) [nucl-ex].
- [4] J. N. Bahcall, “Solar models and solar neutrinos: Current status,” *Phys. Scripta* **T121** (2005) 46–50, [arXiv:hep-ph/0412068](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0412068) [hep-ph].
- [5] M. Maltoni and A. Yu. Smirnov, “Solar neutrinos and neutrino physics,” *Eur. Phys. J.* **A52** no. 4, (2016) 87, [arXiv:1507.05287](https://arxiv.org/abs/1507.05287) [hep-ph].
- [6] **SNO Collaboration**, B. Aharmim *et al.*, “Combined Analysis of all Three Phases of Solar Neutrino Data from the Sudbury Neutrino Observatory,” *Phys. Rev.* **C88** (2013) 025501, [arXiv:1109.0763](https://arxiv.org/abs/1109.0763) [nucl-ex].
- [7] **KamLAND Collaboration**, T. Araki *et al.*, “Measurement of neutrino oscillation with KamLAND: Evidence of spectral distortion,” *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 081801, [arXiv:hep-ex/0406035](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0406035) [hep-ex].
- [8] **Super-Kamiokande Collaboration**, Y. Ashie *et al.*, “Evidence for an oscillatory signature in atmospheric neutrino oscillation,” *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 101801, [arXiv:hep-ex/0404034](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0404034) [hep-ex].
- [9] **MACRO Collaboration**, G. Giacomelli and M. Giorgini, “Atmospheric neutrino oscillations,” in *Non-accelerator astroparticle physics. Proceedings, 7th School, Trieste, Italy, July 26-August 6, 2004*, pp. 54–67. 2005. [arXiv:hep-ex/0504002](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0504002) [hep-ex].
- [10] **Particle Data Group Collaboration**, C. Patrignani *et al.*, “Review of Particle Physics,” *Chin. Phys.* **C40** no. 10, (2016) 100001.
- [11] **SLD Electroweak Group, DELPHI, ALEPH, SLD, SLD Heavy Flavour Group, OPAL, LEP Electroweak Working Group, L3 Collaboration**, S. Schael *et al.*, “Precision electroweak measurements on the Z resonance,” *Phys. Rept.* **427** (2006) 257–454, [arXiv:hep-ex/0509008](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0509008) [hep-ex].
- [12] J. Pulido and C. R. Das, “Sterile neutrinos in the $3+s$ scenario and solar data,” *PoS EPS-HEP2013* (2013) 527, [arXiv:1310.0426](https://arxiv.org/abs/1310.0426) [hep-ph].
- [13] P. C. de Holanda and A. Yu. Smirnov, “Homestake result, sterile neutrinos and low-energy solar neutrino experiments,” *Phys. Rev.* **D69** (2004) 113002, [arXiv:hep-ph/0307266](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0307266) [hep-ph].
- [14] **Super-Kamiokande Collaboration**, K. Abe *et al.*, “Solar Neutrino Measurements in Super-Kamiokande-IV,” *Phys. Rev.* **D94** no. 5, (2016) 052010, [arXiv:1606.07538](https://arxiv.org/abs/1606.07538)

- [hep-ex].
- [15] **LSND Collaboration** Collaboration, L. B. Auerbach, R. L. Burman, D. O. Caldwell, E. D. Church, J. B. Donahue, A. Fazely, G. T. Garvey, R. M. Gunasingha, R. Imlay, W. C. Louis, R. Majkic, A. Malik, W. Metcalf, G. B. Mills, V. Sandberg, D. Smith, I. Stancu, M. Sung, R. Tayloe, G. J. VanDalen, W. Vernon, N. Wadia, D. H. White, and S. Yellin, “Measurement of electron-neutrino electron elastic scattering,” *Phys. Rev. D* **63** (May, 2001) 112001. <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.63.112001>.
- [16] H. Murayama and A. Pierce, “Energy spectra of reactor neutrinos at KamLAND,” *Phys. Rev. D* **65** (2002) 013012, [arXiv:hep-ph/0012075](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0012075) [hep-ph].
- [17] **CALTECH-SIN-TUM** Collaboration, G. Zacek *et al.*, “Neutrino Oscillation Experiments at the Gosgen Nuclear Power Reactor,” *Phys. Rev. D* **34** (1986) 2621–2636.
- [18] **JUNO** Collaboration, Z. Djurcic *et al.*, “JUNO Conceptual Design Report,” [arXiv:1508.07166](https://arxiv.org/abs/1508.07166) [physics.ins-det].
- [19] **JUNO** Collaboration, F. An *et al.*, “Neutrino Physics with JUNO,” *J. Phys. G* **43** no. 3, (2016) 030401, [arXiv:1507.05613](https://arxiv.org/abs/1507.05613) [physics.ins-det].