

4世代のニュートリノ振動

東京都立大学理学研究科物理学専攻
荒井亮平

概要

今日ではニュートリノ振動現象が確立され、それは微小なニュートリノにも質量が存在することを意味する。さらに LEP の実験は、そのニュートリノの世代数が 3 であることを示した。しかし世代数が 3 であることでは説明できない実験結果が LSND で示されていて、それはニュートリノにもう一つエキストラな世代数を要求するものであった。現象論的に導入された 4 番目のニュートリノは弱い相互作用を禁止されることからステライルニュートリノと呼ばれ、素粒子標準模型を超える手がかりとしてその存在の発見が期待されている。本論は LSND 実験結果を再現し得るための原子炉実験を 4 世代のニュートリノ振動で数値解析したものである。

目次

1	序	1
2	標準模型からの言及	3
2.1	ヒッグス機構とニュートリノ	3
2.2	ディラック質量項	7
2.3	マヨラナ質量項	8
2.4	シーソーメカニズムとニュートリノ質量	10
3	3世代間のニュートリノ振動	12
3.1	2世代における振動確率	12
3.2	太陽ニュートリノ問題	13
3.2.1	太陽ニュートリノ欠損	13
3.2.2	物質振動解	15
3.3	大気ニュートリノ問題	19
3.3.1	大気ニュートリノ欠損	19
3.3.2	大気ニュートリノ振動解	22
3.4	3世代の混合行列	24
3.5	LSNDでの実験	26
4	4世代間のニュートリノ振動	30
4.1	4世代の場合と質量ヒエラルキー	30
4.1.1	(2+2)スキームの場合	30
4.1.2	(3+1)スキームの場合	33
4.1.3	(2+2)スキームの棄却	35

5	振動シミュレーション	37
5.1	解析の原理	37
5.2	$\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(1 \text{ eV}^2)$ 近傍でのフィット	41
6	結論	47
A	補遺：(3+2) スキーム	48

1 序

ニュートリノ振動という現象が示している実験事実は、微小なニュートリノにも質量があるということである。質量そのものが直接測定できるわけではないが、異なる世代のニュートリノの間で質量 2 乗差を測定することができる。

LEP の実験によると、Z ボソンの崩壊から計算される軽いニュートリノの世代数 N_ν は

$$N_\nu = 2.9841 \pm 0.0083 \quad (1.1)$$

と求められており [1]、これからニュートリノの世代数は 3 と読むしかなく、それぞれ電子ニュートリノ、 μ ニュートリノ、 τ ニュートリノと割り当てられている。3 世代のニュートリノからその質量 2 乗差を求めようとすれば、独立な自由度は

$$\begin{aligned} \Delta m_{31}^2 &\equiv m_3^2 - m_1^2 \\ &= (m_3^2 - m_2^2) + (m_2^2 - m_1^2) \\ &= \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

という関係式から 2 つしかなく、測定される質量 2 乗差も 2 種類しかないことが容易に予想される。実際 1 つは太陽ニュートリノ、1 つは大気ニュートリノの質量 2 乗差としてそれぞれ $\Delta m_{\odot}^2 \sim \mathcal{O}(10^{-4} \text{eV}^2)$ 、 $\Delta m_{atm}^2 \sim \mathcal{O}(10^{-3} \text{eV}^2)$ であることが知られている。

ところがその予想に反する実験結果が LSND¹ の実験で示されている。それはニュートリノ振動を示す LSND の実験結果 [2] が示す質量 2 乗差の値が、上記の太陽、大気の両方とも明らかに異なる値 $\Delta m_{\text{LSND}}^2 \sim \mathcal{O}(1 \text{eV}^2)$ であったことである。これは太陽、大気とは別個の質量 2 乗差と見るべきものであり、即ち 3 世代のニュートリノでは説明のできない実験結果が現れたことになる。

この現象を説明するために単純にニュートリノの世代数を一つ増やそうとすると、LEP の実験結果と直ちに衝突してしまう。しかし通常の標準模型における電弱相互作用に関わ

¹Liquid Scintillator Neutrino Detector, Los Alamos Meson Physics Facility

らないニュートリノとしてなら現象論的に導入することは可能であり、ステライルニュートリノとしてその存在があることが期待されている。また当然ながらこれは何らかのモデルから必然的に予言されたものではない。

本論は3つの質量2乗差の値から、4世代のニュートリノの質量パターンを $(3+1)$ スキーム²で計算を行い、原子炉から生成されるニュートリノの振動をLSNDの質量2乗差をパラメータとして数値シミュレーション行ったものである。

²これについては後の章で説明する

2 標準模型からの言及

2.1 ヒッグス機構とニュートリノ

ニュートリノは明らかに質量を持つ。標準模型（特に Minimal Standard Model とよばれるもの）によると、素粒子はヒッグス機構によってその質量が獲得される。今、スカラー場 ϕ に対してラグランジアンが

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) \quad (2.1)$$

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4 \quad (2.2)$$

であるとする。もしヒッグスポテンシャル (2.2) が $\mu^2 < 0$ であれば、極小点は

$$\frac{\partial V}{\partial\phi} = \phi(\mu^2 + \lambda\phi^2) \quad (2.3)$$

から、これを 0 と置いた時に

$$\phi = \pm\sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \quad (2.4)$$

となり、これが極小点を与える。この値を $\pm v$ とするとこれが真空期待値となり、この真空の値を基準にして

$$\phi(x) = v + \eta(x) \quad (2.5)$$

と書き直したものを元の式 (2.1) に戻すと

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta - \frac{1}{2}(-2\mu^2)\eta^2 + (\text{相互作用項}) \quad (2.6)$$

となり、 η 場が質量 $\sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2\lambda v^2}$ の粒子として記述されていることがわかる。真空を (2.5) で再定義したために、元の対称性は相互作用項において $\eta \rightarrow -\eta$ で不変性を失ったが、その代わりとして質量 $\sqrt{2\lambda v^2}$ を得た。このことを自発的対象性の破れという。

次に ϕ を SU(2) doublet の複素スカラー場として考えてみよう。この時は

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \phi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2), \quad \phi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 + i\phi_4) \quad (2.7)$$

である。またラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - V(\phi) \quad (2.8)$$

$$V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{1}{4} \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (2.9)$$

と少し違ってくる。 $\phi^\dagger \phi$ は

$$\phi^\dagger \phi = \frac{1}{2} (\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2) \quad (2.10)$$

であり、この段階では SU(2) に対しても U(1) に対しても (2.8) は不変であることがわかる。

(2.5) のように $\mu^2 < 0$ によって $V(\phi)$ の極小値としての真空が

$$\langle \phi^\dagger \phi \rangle_0 = \frac{v^2}{2} \quad (2.11)$$

となったとする。この真空値を (2.10) で例えば ϕ_3^2 に押し込むことによって真空では $\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0$ とすることができる。これによって ϕ 場は

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

と、真空とそのずれという形で表すことができる。

例によって、この (2.11) を元のラグランジアンに代入するわけだが、その時とヒッグス場が局所ゲージ変換を受けていると $\partial_\mu \rightarrow D_\mu$ と共変微分に置き換わり、(2.8) は

$$(D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) = \phi^\dagger \left(\partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu - ig_2 \frac{\tau_i}{2} W_\mu^i \right)^\dagger \times \left(\partial^\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B^\mu - ig_2 \frac{\tau_i}{2} W^{\mu i} \right) \phi \quad (2.13)$$

となる。ここで B_μ 、 g_1 は U(1) ゲージ場とその結合定数、 W_μ^i 、 g_2 は SU(2) ゲージ場とその結合定数、 τ_i は SU(2) 生成子 (パウリ行列) であり、また Y は超電荷でここでは 1 を取る。この中で ϕ 場とゲージ場の相互作用項、ひいては質量に関係する項のみを考え (つまり、 ∂_μ の微分結合の項は横において計算する) (2.13) の共変微分は

$$\begin{aligned} D_\mu &\rightarrow \frac{-i}{2} \begin{pmatrix} g_1 B_\mu + g_2 W_\mu^3 & g_2 (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ g_2 (W_\mu^1 + iW_\mu^2) & g_1 B_\mu - g_2 W_\mu^3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{-i}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{g_1^2 + g_2^2} (\sin \theta_W B_\mu + \cos \theta_W W_\mu^3) & g_2 (W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ g_2 (W_\mu^1 + iW_\mu^2) & \sqrt{g_1^2 + g_2^2} (\sin \theta_W B_\mu - \cos \theta_W W_\mu^3) \end{pmatrix} \\ &= \frac{-i}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{g_1^2 + g_2^2} A_\mu & g_2 W_\mu^- \\ g_2 W_\mu^+ & -\sqrt{g_1^2 + g_2^2} Z_\mu \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

と書ける。ここで

$$\begin{aligned} \sin \theta_W &\equiv \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad , \quad \cos \theta_W \equiv \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \\ W_\mu^\pm &\equiv W_\mu^1 \pm iW_\mu^2 \end{aligned}$$

$$A_\mu \equiv \sin \theta_W B_\mu + \cos \theta_W W_\mu^3 \quad , \quad Z_\mu \equiv \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu$$

であり、特に θ_W はワインバーグ角と呼ばれるものである。今、(2.11) の真空期待値に対して (2.13) を計算すると

$$\begin{aligned}
((D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi))_{\text{vacuum}} &= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{g_1^2 + g_2^2}A_\mu & g_2W_\mu^- \\ g_2W_\mu^+ & \sqrt{g_1^2 + g_2^2}Z_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{8}g_2^2v^2W_\mu^+W^{\mu-} + \frac{1}{8}(g_1^2 + g_2^2)v^2Z_\mu Z^\mu \quad (2.15)
\end{aligned}$$

となる。これによりゲージ場 W_μ^\pm 、 Z_μ は質量を持ち、それぞれ $g_2v/2$ 、 $\sqrt{g_1^2 + g_2^2}/2$ の値をとる。

最初にラグランジアンを持っていた $SU(2)\otimes U(1)$ 対称性はヒッグスポテンシャル (2.9) を取ることにより自発的に破れ、そのことによりゲージ場が質量を獲得するこの機構をヒッグス機構という。

このヒッグス場を用いることで物質場のラグランジアンに質量項を導入することができる。もともと電弱の相互作用は

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \psi_R = e_R \quad (2.16)$$

と左巻き、右巻きに分かれていて、質量項

$$m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R) \quad (2.17)$$

を最初に入れるとラグランジアンは2重項と1重項が直接当たっておかしな量になる。しかしここにヒッグス場 (2.7) を挟み、湯川結合の形で

$$\mathcal{L}_Y = g(\bar{\psi}_L\phi\psi_R + \bar{\psi}_R\phi^\dagger\psi_L) \quad (2.18)$$

とすればこれは $SU(2)\otimes U(1)$ ゲージ不変であり、全体として singlet な量となる。この ϕ として (2.12) を代入すると

$$\mathcal{L}_Y = \frac{g}{\sqrt{2}}(v\bar{e}e + \bar{e}eH) \quad (2.19)$$

となってフェルミオン (この場合は電子) の質量項が現れる。しかしここで注意しなければならないのはニュートリノに質量項が現れて来ないことである。標準模型にはニュートリノの質量が含まれていない。

先にも述べたが、ニュートリノは振動現象から明らかに質量を持つ素粒子である。したがってこの事実を反映させるためには否応なくニュートリノの質量項を導入しなければならず、少なからず標準模型は拡張を求められることになる。

2.2 ディラック質量項

ニュートリノの弱い相互作用においては (2.16) のように左巻きの成分としてしか入ってこないが、もしニュートリノに右巻き成分 ν_R が存在すれば、質量項が作れて

$$\mathcal{L}^D = \frac{1}{2}m_D(\bar{\nu}_R\nu_L + \bar{\nu}_L\nu_R) \quad (2.20)$$

となる。これは特にディラック質量項と言われる形である。

(2.16) のように、弱い力は ν_L のみに作用する。 ν_R は SU(2) 変換に対して singlet であり、さらに電荷と弱アイソスピン、超電荷との関係

$$Q = I_3 + Y \quad (2.21)$$

を考えれば、 $Y = 0$ であるから U(1) に対しても相互作用はなく、 ν_R は検出できないステライルニュートリノとして考えられる。したがって SU(2) \otimes U(1) singlet になるだけでゲージ理論を阻害するわけではなく、 ν_R は別に存在してはいけないわけではない。

ニュートリノは明らかに質量を持つが、質量を持つということは光速より遅いことを意味しているので、走っているニュートリノよりも先の座標へローレンツ変換を行えばヘリシティは逆転し、そうすることで ν_L に対して ν_R が存在することになる。その時には質量が (2.18) のように

$$\mathcal{L}_{mass} = f_Y \bar{\nu}_L \phi \nu_R \quad (2.22)$$

という湯川型で入ることができ、 $SU(2) \otimes U(1)$ 不変である。しかしヒッグス粒子の結合の強さは、結合する相手の質量に比例することを考えれば、この湯川相互作用は検証することが途方もなく困難である。したがって ν_R が無いのは、 ν_R は存在しないとしても理論は困らないというだけである。

2.3 マヨラナ質量項

もっともニュートリノが粒子・反粒子の区別のできるディラックニュートリノか、またはその区別の無いマヨラナニュートリノなのかは今現在もわからない。もしニュートリノがマヨラナ粒子であれば、特に ν_R の存在を仮定しなくても質量項を作ることができる。だがこのときレプトン数保存は破れてしまう。 ψ がマヨラナ粒子であればその荷電共役変換 ψ^C と等しく、カイラル演算で左右に分けた上で

$$\begin{aligned} \psi_L^C &= C \bar{\psi}_L^T \\ &= \frac{1 + \gamma^5}{2} C \bar{\psi}^T \\ &= \psi_R \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$(C = i\gamma^2 \gamma^0)$$

であって、(2.17) は $\psi = \psi^C$ と (2.23) を使うと

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_L^C \psi_R &= \psi_R^T C \psi_L \\ \bar{\psi}_R^C \psi_L &= \psi_L^T C \psi_R\end{aligned}\tag{2.24}$$

となって位相変換に対して不変でなくなるから、レプトン数が保存しないのだ。レプトン数の保存を求めなくて良いとするならば、ニュートリノ質量項に ν_R が必要なディラック質量項に対して、その必要の無いマヨラナ質量項を考えることができる。そのラグランジアンは (2.24) を使って

$$\mathcal{L}^M = \frac{1}{2} m_L (\nu_L^T C \nu_L + h.c.) + \frac{1}{2} m_R (\nu_R^T C \nu_R + h.c.)\tag{2.25}$$

と与えられる。標準理論では左巻きニュートリノのみが左巻きの荷電粒子と SU(2) doublet を組む形で絡んでいることから、マヨラナニュートリノにおいても左巻きのみが質量に絡めると考えた上で (2.25) の質量項 (第一項) をよくよく見ると、アイソスピンが 1/2 であるので $\nu_L^T C \nu_L$ は SU(2) triplet となり、通常のヒッグス粒子とは結合しなくなってしまう。

マヨラナ質量でもっとも単純に表せる質量項は、SU(2) triplet に対してヒッグス 2 重項を 2 つ入れることで

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \frac{G \bar{\psi}_L^C \psi_L \phi \phi}{M}\tag{2.26}$$

という形をとり、質量は $m_M = G \langle \phi_0^2 \rangle / M$ と与えられる。このラグランジアンは繰り込み不可能であり、高次のエネルギーにおける相互作用の、低エネルギーにおける実効ラグランジアンであると解釈できる。ニュートリノの質量が非常に小さいことを考えると分母にある M は非常に大きいことが必要で、ニュートリノ質量を生成する機構は非常に高いエネルギースケールでの新しい物理が要求されていて、大統一理論はそのひとつの候補になっている。

2.4 シーソーメカニズムとニュートリノ質量

もし重いステライルニュートリノが存在すれば、それを ν_s として質量項は

$$\mathcal{L} = f_Y \bar{\nu}_L \phi \nu_s + \frac{1}{2} M_N \bar{\nu}_s \nu_s \quad (2.27)$$

と一般的に表せられる。第一項の f_Y 、 ϕ は湯川結合定数、ヒッグス場であり、この部分はディラック質量項と見ることもできる。また第二項の M_N はステライルニュートリノの質量行列である。今、ニュートリノ場として

$$\psi = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_s \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

を考える。ここで ν_L は左巻きの軽いニュートリノを、 ν_s は重いステライルニュートリノで1成分とは限らない。s個のステライルニュートリノに対して、(2.28)の質量行列は

$$M_\nu \simeq \begin{pmatrix} 0 & \frac{f_Y v}{\sqrt{2}} \\ \frac{f_Y^T v}{\sqrt{2}} & M_N \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

と書くことができる。(2.29)の(1,1)成分は、既存の ν_e 、 ν_μ 、 ν_τ の質量が軽いことを反映している。また非対角項は自発的破れからの質量である。

ここで(2.26)と(2.29)を見比べてみると、 $m = f_Y v / \sqrt{2}$ として

$$\frac{G\langle\phi^2\rangle}{M} = \frac{m^2}{M_N} \quad (2.30)$$

とみなせる。よって軽いニュートリノの質量が

$$m_{\nu_L} \simeq \frac{m^2}{M_N} \quad (2.31)$$

であるとすれば、それは重い M_N によるものであり、これをシーソーメカニズムと呼ぶ。

いずれにせよニュートリノは他の粒子に比べ、その質量が遥かに小さい。この非常に小さい質量というものを考えるときに、何らかの対称性や保存則の (小さな) 破れにその起源を求めることは自然な発想であると考えられる。その「破れ」として、レプトン数の非保存を考えるのが適当に思われる。

そもそも既存の実験結果からニュートリノが反応の前後でレプトン数を保存しているとは実は断言できない。確かに良く知られている反応として

$$\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p \quad (2.32)$$

$$\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n \quad (2.33)$$

とレプトン数 (μ^- を 1 とする) を保存するよう見える。実際 ν_μ を p にあてても μ^+ は現れないからだ。しかしニュートリノの質量が小さく、ほとんど 0 であるとして扱えば、ニュートリノはワイル方程式に従うワイル粒子となり、粒子は左巻きに反粒子は右巻きという具合に 1 対 1 の関係がある。つまりニュートリノ質量が非常に小さいとして計算される上ではニュートリノはほとんどワイル粒子として挙動し、(2.32)、(2.33) にあるような一見レプトン数を保存しているかに思える反応がヘリシティの保存を見ているだけの可能性があるということだ。

このような状況と、ニュートリノをディラック粒子としてその質量が極微であることの由来が見えにくいことから、ニュートリノがマヨラナ粒子として質量項を作った方が理論の見通しが良くなると考えられている。

3 3世代間のニュートリノ振動

4世代のニュートリノ振動を考える前に、まずはその基盤となる3世代の解析について言及するのは自然であろう。ここでは特に太陽ニュートリノや大気ニュートリノの問題について簡単に触れ、その後に実験室(短基線)でのニュートリノ振動現象を考え、結果として4世代振動の計算の必要性まで話を進めることにする。

3.1 2世代における振動確率

本論における計算も、あるいはニュートリノ振動全般に関わる振動計算も、基本的には2世代解析を基軸にしており、後々のためにも簡単な計算を表してみる。

ニュートリノはディラック方程式に従い、質量固有状態に対して

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\nu_1(t) \\ \nu_2(t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}E_1 & 0 \\ 0 & E_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_1(t) \\ \nu_2(t)\end{pmatrix} \quad (3.1)$$

になる。フレーバー状態への変換は混合行列 U によって

$$\begin{pmatrix}\nu_\alpha(t) \\ \nu_\beta(t)\end{pmatrix} = U\begin{pmatrix}\nu_1(t) \\ \nu_2(t)\end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$U = \begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix} \quad (3.3)$$

と関係付けられる。また

$$\begin{aligned}\nu_\alpha(t) &= \cos\theta\nu_1(t) + \sin\theta\nu_2(t) \\ &= \cos\theta e^{-iE_1t}\nu_1(0) + \sin\theta e^{-iE_2t}\nu_2(0)\end{aligned}$$

であるから、時刻0で生成された ν_α が時刻 t で ν_β として遷移する確率 $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ は

$$\begin{aligned}
P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= |\langle \nu_\alpha(0) | \nu_\beta(t) \rangle|^2 \\
&= |-\sin\theta \cos\theta e^{-E_1 t} + \sin\theta \cos\theta e^{-E_2 t}| \\
&= \sin^2\theta \cos^2\theta |e^{-E_1 t} - e^{-E_2 t}|^2 \\
&= \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right) \tag{3.4}
\end{aligned}$$

ここでニュートリノの静止質量が小さいことから $E_i = \sqrt{p_i^2 + m_i^2} \sim p_i + m_i^2/2p_i$ であるので

$$|E_1 - E_2| \sim \frac{m_1^2 - m_2^2}{2E} = \frac{\Delta m^2}{2E}$$

とできることを使った。計算では自然単位系が用いられているので $\hbar = c = 1$ であり、また $t = L$ と距離に置き換えている。したがって単位まで書くと

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2 2\theta \sin^2\left(\frac{1.27\Delta m^2(eV^2)L(m)}{E(MeV)}\right) \tag{3.5}$$

となる。

3.2 太陽ニュートリノ問題

3.2.1 太陽ニュートリノ欠損

太陽ニュートリノは太陽の熱核融合反応において



によって生成される。これは pp チェインと呼ばれる一連の核融合反応の結果であり、途中には様々な過程を経ているものである³。

太陽ニュートリノは Davis 等によるホームステイク実験によって 1968 年に初めて検出された。この実験では太陽ニュートリノ (電子ニュートリノ) はシグナルとして

³太陽の中心部では CNO チェインが主になる



によって検出される。反応で生成された ${}^{37}\text{Ar}$ を活性炭に吸収させ、塩素に崩壊するとき
に現れる特性 X 線を比例計数管によってニュートリノを測定する。その結果は

$$N_{HS} = 2.56 \pm 0.16 \pm 0.16 \quad (\text{SNU}) \quad (3.8)$$

であった [12]。ここで SNU とは Solar Neutrino Unit の略で単位は $(10^{-36} \text{atoms} \cdot \text{sec}^{-1})$ である。この結果は標準太陽模型 (SSM) の予測する理論値の半分以下であった。

ホームステイク実験では (3.7) のエネルギー閾値が 0.81(MeV) 以上であるため、 ${}^7\text{Be}$ 、 ${}^8\text{B}$ ニュートリノにしか感度がなく、イベント数も少ない。しかし SAGE、GALLEX 実験では



が 233(keV) 以上の閾値で起こるので、pp チェインの低いエネルギーのニュートリノにも感度があり、その結果は

$$N_{GALLEX} = 69.7 \pm 6.7_{-4.5}^{+3.9} \quad (\text{SNU}) \quad (3.10)$$

であり、SSM の予測する 130(SNU) の半分程であった [13]。

またこれらとは別に、水中での



から⁴チェレンコフ光を光電子増倍管で受信することでニュートリノのシグナルとするカミオカンデ実験においても、観測されたニュートリノフラックスは

$$\Phi_{Kamioka} = (2.80 \pm 0.19 \pm 0.33) \times 10^6 \text{ (cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{)} \quad (3.12)$$

であった [14]。これも理論値との比で約 54% であり、いずれにしろ SSM とは折り合いが合わず、太陽ニュートリノ問題として知られていた。

3.2.2 物質振動解

太陽ニュートリノ問題では観測されたニュートリノ数は理論の約 1/2 から 1/3 であった。振動確率 (3.5) は

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4E} \right) \quad (3.13)$$

となり、地球から太陽までの距離が $\mathcal{O}(10^{11} \text{ m})$ であることから、

$$\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(10^{-10} \text{ eV}^2) \quad (3.14)$$

$$\sin^2 2\theta \simeq 1.0 \quad (3.15)$$

であれば、 $\Delta m^2 L / 4E \sim \mathcal{O}(1)$ であることからホームステイクなどの実験結果を説明できる。これは just-so 解と呼ばれる。

これに対し 1986 年にスミルノフ、ミケエフは真空中ではわずかな混合であっても物質中で何らかの共鳴現象が起こり、それが太陽中で起こることによって実験結果が説明できる可能性を示した。(3.1) のフレーバーに対する方程式は、混合行列 U を使って 2 世代解析で

⁴約 1/6 で ν_μ や ν_τ も (3.11) の反応をする。

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \end{pmatrix} &= U \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} U^{-1} \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \end{pmatrix} \\
&= \frac{\xi_m}{2} \begin{pmatrix} M+1-\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & M+1+\cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e(t) \\ \nu_\mu(t) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

となるのだが、これは真空中での方程式である。ここで ξ_m 、 M はそれぞれ

$$\begin{aligned}
\xi_m &= \frac{E_1 - E_2}{2} = \frac{m_1^2 - m_2^2}{4p} \\
M &= p + \frac{m_1^2}{2p} \simeq p + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4p}
\end{aligned}$$

である。ところで実効相互作用

$$H_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \nu_e \bar{e} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) e \tag{3.17}$$

$$G_F = 1.17 \times 10^{-5} \text{ (GeV}^{-2}\text{)} : \text{ (フェルミ結合定数)}$$

の下では電子ニュートリノは新たな物理的寄与を受け、ディラック方程式は (3.16) の行列において (1,1) 成分が

$$M + 1 - \cos 2\theta \quad \rightarrow \quad M + 1 - \cos 2\theta + \sqrt{2} G_F n_e \tag{3.18}$$

と変更される。これによる方程式の固有値 λ は

$$\lambda = M + \frac{G_F n_e}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\xi_m \cos 2\theta - \sqrt{2} G_F n_e)^2 + \xi_m^2 \sin^2 2\theta} \tag{3.19}$$

となる。物質中での混合角は、

$$\tan 2\theta_m = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta - \sqrt{2} G_F n_e / \xi_m} \tag{3.20}$$

と真空中での混合角と関係付けられる。これを見ると、

$$\cos 2\theta \sim \frac{\sqrt{2}G_F n_e}{\xi_m} \quad (3.21)$$

の時に「共鳴」が起こり、その結果 Δm^2 の許容範囲が広がって

$$\mathcal{O}(10^{-11} \text{ eV}^2) \lesssim \Delta m_{\odot}^2 \lesssim \mathcal{O}(10^{-4} \text{ eV}^2) \quad (3.22)$$

と拡張される。上記の許容範囲の中には LOW(low mass, low probability) 解

$$\begin{aligned} \Delta m_{\odot}^2 &\simeq 10^{-7} \text{ (eV}^2\text{)} \\ \sin^2 2\theta_{\odot} &\simeq 0.84 \end{aligned} \quad (3.23)$$

も含まれている。これらの情報に地球効果の影響をはじめ、他の実験データを考慮した結果のグラフが (図 1) である。

最新の解析によると (図 1) はさらに SNO ⁵ や KamLAND ⁶ の実験結果を合わせることにより SMA (Small Mixing Angle) 解、真空解 (just-so 解)、LOW 解が除外されることが知られていて、太陽ニュートリノ振動のパラメータは LMA (Large Mixing Angle) 解で与えられる。

以上の結果により、太陽ニュートリノ振動の解は

$$\begin{aligned} \Delta m_{\odot}^2 &\sim \mathcal{O}(10^{-4} \text{ eV}^2) \\ \sin^2 2\theta_{\odot} &\simeq 0.8 \end{aligned} \quad (3.24)$$

の値をとる。

⁵Sudbury Neutrino Observatory

⁶Kamioka Liquid-scintillator Anti-Neutrino Detector

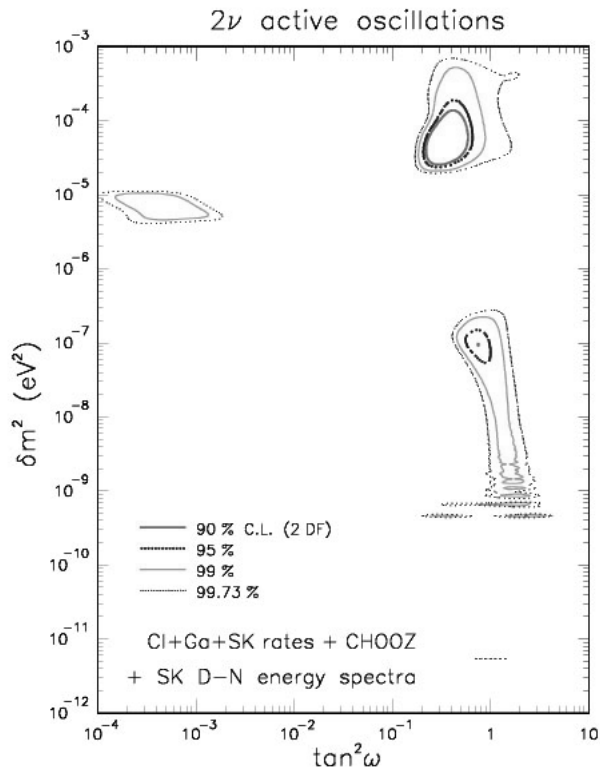


図 1: 図は太陽ニュートリノ振動のパラメータを2フレーバー間で解析した結果の許容範囲である。右上が LMA 解、その左にあるのが SMA 解、そして下方にあるのが LOW 解と(準)真空解である。

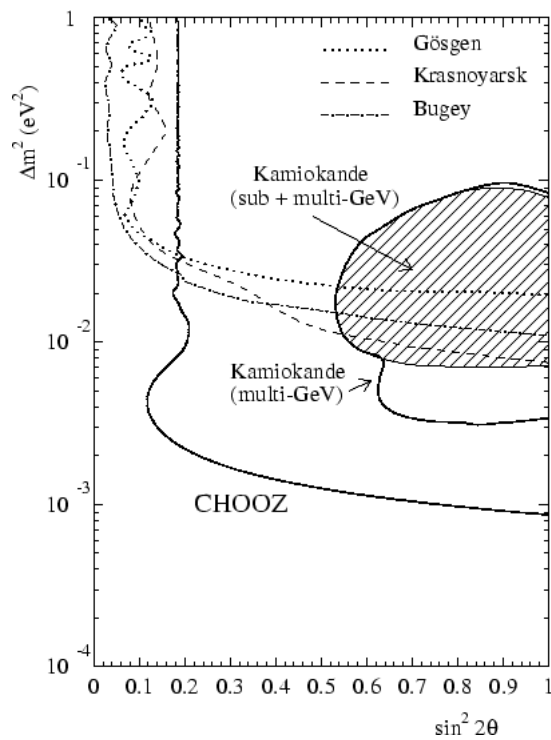


図 2: 原子炉実験等の排除領域を示す。斜線部は神岡実験の結果で、これについては許容領域。

3.3 大気ニュートリノ問題

3.3.1 大気ニュートリノ欠損

大気ニュートリノは絶え間なく地球に降り注ぐ宇宙線が大気中において、気体分子に衝突するなどして生成されるニュートリノである。大気中で生成される π^\pm 、 K^\pm が例えば



の反応によってニュートリノを作り出すのだが、(3.25) からわかるように $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$ と、 $(\nu_e + \bar{\nu}_e)$ の比率は大体 2 になることが容易に予測される。しかし実際の観測によれば予測値の 6 割程であり、この比率の比率、つまり理論との二重比は

$$\frac{(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/(\nu_e + \bar{\nu}_e)_{ex}}{(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/(\nu_e + \bar{\nu}_e)_{MC}} = 0.61 \pm 0.03(sta) \pm 0.05(sys)\tag{3.26}$$

であると報告された [16]。MC はモンテ・カルロ法で計算されたことを表す。

大気ニュートリノは地下実験であるカミオカンデ、スーパーカミオカンデ (SK) において、巨大な水槽の内壁にびっしりと埋め込まれている光電子増倍管 (PMT) を用いて、水槽中で生じたチェレンコフ光を観測する。観測されたイベントが電子であるか μ 粒子であるかはチェレンコフ光の輪が拡散するか鋭いかで区別し、それぞれ e-like、 μ -like と呼ぶ。SK 実験の特徴はニュートリノイベントが起きたとき、それがどこから来てどのくらいのエネルギーを持っているのかがリアルタイムでわかることである。

大気ニュートリノのエネルギーには大きな幅があり、数百 MeV のイベントを sub-GeV、数 GeV のイベントを multi-GeV として区別する。さらに検出器である水槽内で荷電粒子が生成され、それが水槽から逃げ出さなかったイベントを FC (fully contained) イベント、逃げ出したものを PC (partially contained) イベントとして区別する。また multi-GeV よりも高いエネルギーを持つ ν_μ ($\bar{\nu}_\mu$) も、検出器の近くで生成された μ 粒子という形で間接的

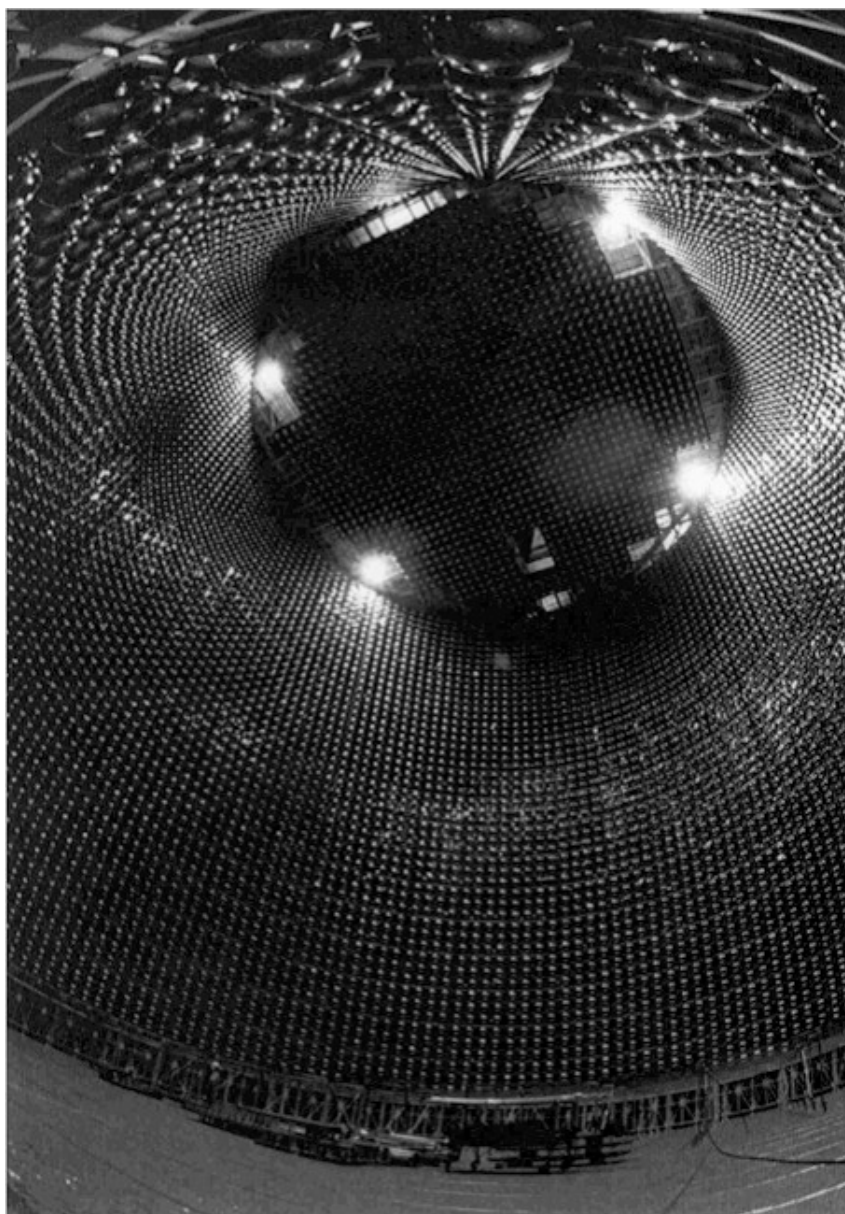


図 3: SK の内部の写真。50kton の水が入る容器の内側にびっしりと光電子増倍管が埋め込まれている。

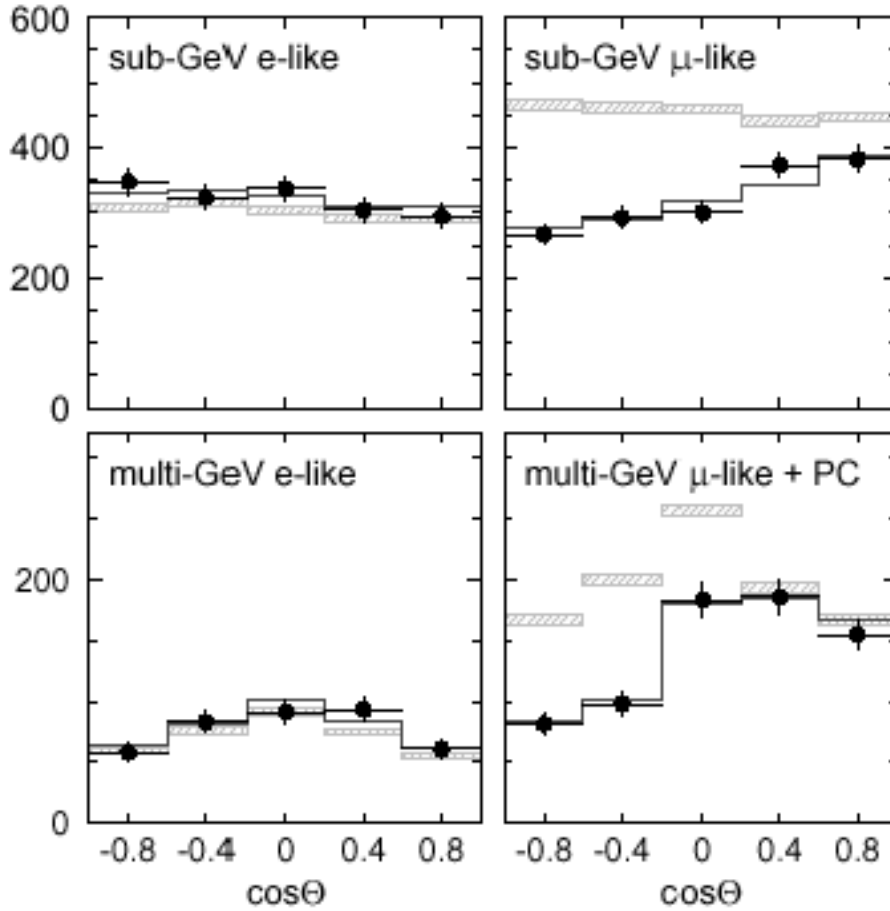


図 4: e-like イベント、 μ -like イベントを、sub-GeV と multi-GeV のそれぞれで見た天頂角分布。斜線のある線が理論値で黒丸が観測値。

に測定できる。これは up-going muon と呼ばれる。 $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ のエネルギーが 10GeV 程度なら検出器内で消失し、これを stopping muon と呼び、数百 GeV にも及ぶ高いエネルギーであれば検出器を貫通し、これは through-going muon と呼ばれる⁷。それに対して検出器の垂直上方から来る down-going muon もあるが、これは宇宙線からのバックグラウンドイベントと区別がつかない。

(図 4) は観測した e-like、 μ -like イベント数を sub-GeV、multi-GeV のそれぞれで天頂角に対してプロットしたものである。e-like イベントは MC 計算での理論値と相違はなく、したがって (3.26) は $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ の欠損に原因があることがわかる。これが大気ニュートリノ

⁷エネルギーの高い $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ の場合は検出器を取り囲む岩にぶつかってすぐに電子を生成し、検出できない。

異常である。

3.3.2 大気ニュートリノ振動解

地球の裏側から飛来する up-going イベント U と、大気だけを通過する down-going イベント D の比は μ -like で

$$R_\mu \equiv \frac{U - D}{U + D} = -0.316 \pm 0.042(\text{sta}) \pm 0.005(\text{sys}) \quad (3.27)$$

と報告されている。このことはニュートリノの基線が長いほうがより大気ニュートリノの欠損に関係していることを意味している。生成された荷電粒子の進行方向は、ニュートリノのエネルギーが高ければ高いほどその飛来方向と揃い、(図 4) を見てわかるように、multi-GeV イベントに関しては $\cos \Theta = 0$ (検出器の垂直上方) よりも、水平方向から飛来するニュートリノの方が少なくなっている。

単純に up-going ミューオンが他のフレーバー状態に振動し、down-going ミューオンは振動していないと仮定すると 2 世代解析による混合角の概算は

$$\begin{aligned} R_\mu &\sim \frac{(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta) - 1}{(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta) + 1} \\ &= \frac{-\sin^2 2\theta}{4 - \sin^2 2\theta} \end{aligned} \quad (3.28)$$

となる。 $|R_\mu|$ として (3.27) の値から 0.3 とすると (3.28) は

$$\sin^2 2\theta \simeq 0.9 \quad (3.29)$$

と見積もることができる。

SK での実験結果は (図 5) のようであり、振動パラメータのベストフィットは $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ で

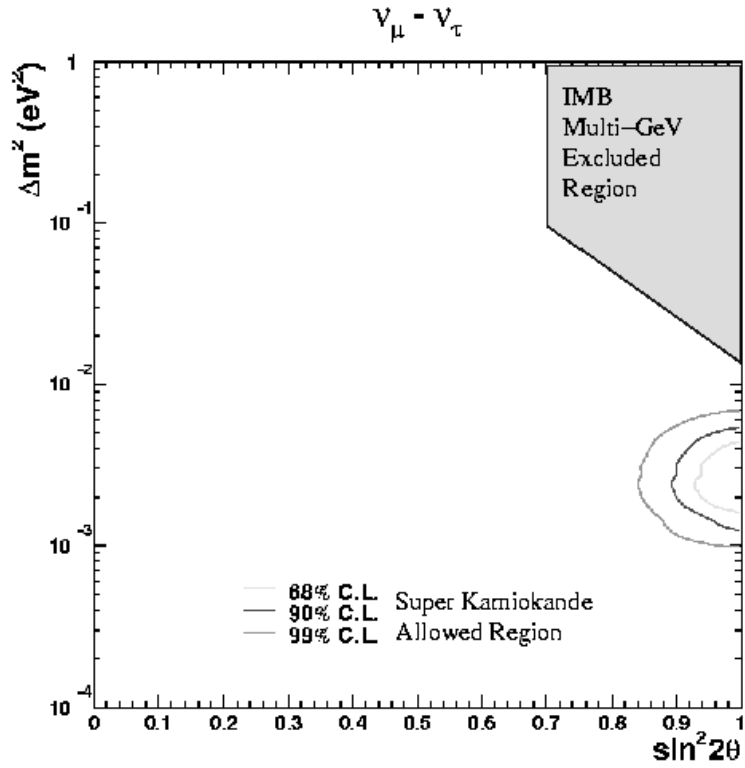


図 5: 図で右端中央の曲線で囲まれた領域が振動パラメータの許容領域。振動は $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ 。

$$\Delta m_{\text{atm}}^2 = 2.1 \times 10^{-3} \quad (3.30)$$

$$\sin^2 2\theta = 1.00 \quad (3.31)$$

であった。3世代では ν_μ は ν_e か ν_τ に可能な振動チャンネルがあるが、CHOOZの実験結果(図2)から ν_e への振動は少ないことがわかっている。CHOOZの結果はSK実験の許容領域全体を排除するもので、このことから $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ は完全に否定されたことになる。

いずれにしろ大気ニュートリノ異常は、太陽ニュートリノ異常よりもぶれなくパラメータが決まり、

$$\begin{aligned} \Delta m_{\text{atm}}^2 &\sim \mathcal{O}(10^{-3} \text{eV}^2) \\ \sin^2 2\theta_{\text{atm}} &\simeq 1.0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

であることがわかった。

3.4 3世代の混合行列

前記の太陽、大気のニュートリノ問題から3世代での混合行列を考える。一般に3世代では、状態間の混合角を θ_{ij} として

$$U \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} & \sin \theta_{12} \cos \theta_{13} & \\ -\sin \theta_{12} \cos \theta_{23} - \cos \theta_{12} \sin \theta_{23} \sin \theta_{13} e^{i\delta} & \cos \theta_{12} \cos \theta_{23} - \sin \theta_{12} \sin \theta_{23} \sin \theta_{13} e^{i\delta} & \\ \sin \theta_{12} \cos \theta_{23} - \cos \theta_{12} \sin \theta_{23} \sin \theta_{13} e^{i\delta} & -\cos \theta_{12} \cos \theta_{23} - \sin \theta_{12} \sin \theta_{23} \sin \theta_{13} e^{i\delta} & \\ \sin \theta_{13} e^{-i\delta} & & \\ \sin \theta_{23} \cos \theta_{13} & & \\ \cos \theta_{23} \cos \theta_{13} & & \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

と与えられる。 $e^{i\delta}$ は CP 不変を破る位相として導入されている。

混合角に関しては2世代の解析を3世代の解析に移しかえるのは簡単である。振動確率には(3.5)にあるように質量2乗差がパラメータになっているが、3世代の場合には(3.24)と(3.32)の質量2乗差が独立な振動パラメータとなる。

一般に n 世代での振動確率は n 行 n 列の混合行列 U において

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j < k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{jk}^2 L}{4E} \right) \quad (3.34)$$

$$\Delta m_{jk}^2 \equiv |m_j^2 - m_k^2| \quad (3.35)$$

と表すことができる。図(6)にあるように、2つの質量2乗差のうち、大きい大気ニュートリノの方を $\Delta m_{\text{atm}} \equiv \Delta m_{13}^2$ 、太陽ニュートリノの方を $\Delta m_{\odot} \equiv \Delta m_{12}^2$ とすれば、(3.35)は

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^* U_{\alpha 2}^* U_{\beta 2} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\odot}^2 L}{4E} \right) - 4(U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^* + U_{\alpha 2} U_{\beta 2}^*) U_{\alpha 3}^* U_{\beta 3} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{atm}}^2 L}{4E} \right) \quad (3.36)$$

となる。ここで $\Delta m_{13}^2 \simeq \Delta m_{23}^2$ を使った。

混合行列の内容を具体的に決めるために、例えば $\bar{\nu}_e$ を生成する原子炉を使った CHOOZ 実験を考えると、ニュートリノのエネルギーが数 MeV、基線が 1km 程であるので(3.36)の第一項、 Δm_{\odot}^2 の振動項は

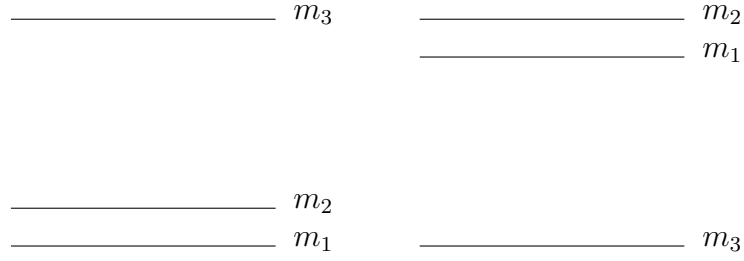


図 6: 3 世代における質量固有状態のヒエラルキー。左が順スキームで右が逆スキーム。いずれにしる $\Delta m_{13}^2 \simeq \Delta m_{23}^2$ が成り立つ。

$$\frac{\Delta m_{\odot}^2 L}{4E} \ll 1$$

であるために落とすことができる。すると (3.36) は簡単になり、

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - 4|U_{e3}|^2(1 - |U_{e3}|^2) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{atm}}^2 L}{4E} \right) \quad (3.37)$$

となる。この式は 2 世代解析での振動確率と同じ形をしているので (3.5) の混合角 $\sin^2 2\theta$ を $4|U_{e3}|^2(1 - |U_{e3}|^2)$ で置き換えることができる。図 (2) から、 Δm_{atm}^2 の値に対応する混合角の値を読むと $4|U_{e3}|^2(1 - |U_{e3}|^2) \lesssim 0.1$ なので、(3.33) の U_{e3} 成分を代入した結果、

$$\theta_{13} \simeq 0 \quad (3.38)$$

であることがわかる。

大気ニュートリノ振動についても、ニュートリノのエネルギーが 1GeV 程度、基線が大体 1000km として同様な理由により太陽ニュートリノの振動項が落ちるので ν_{μ} の生存確率は 2 世代解析の形で

$$P(\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\mu}) = 1 - 4|U_{\mu 3}|^2(1 - |U_{\mu 3}|^2) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{atm}}^2 L}{4E} \right) \quad (3.39)$$

となる。(3.32)の値から $4|U_{\mu 3}|^2(1-|U_{\mu 3}|^2) \simeq 1$ とみなせる。 $U_{\mu 3}$ として (3.33) から $\sin \theta_{23} \cos \theta_{13}$ を代入して

$$\theta_{23} \simeq \frac{\pi}{4} \quad (3.40)$$

となる。

太陽ニュートリノ振動に関しては物質効果を考え、物質中での厳密な3世代での振動確率 [17] から

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \simeq 1 - 2|U_{e3}|^2(1 - |U_{e3}|^2) - \left(\frac{\Delta E_{21}}{\Delta \tilde{E}_{21}}\right)^2 (1 - |U_{e3}|^2)^2 \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left(\frac{\Delta \tilde{E}_{21} L}{2}\right)^2 \quad (3.41)$$

であることが示される。ただし

$$\Delta E_{21} \equiv E_2 - E_1$$

$$\Delta \tilde{E}_{21} \equiv \sqrt{(\Delta E_{21} \cos 2\theta_{12} - \sqrt{2}G_F n_e(1 - |U_{e3}|^2))^2 + (\Delta E_{21} \sin 2\theta_{12})^2}$$

これに (3.38) を代入すると結局 (3.41) は2世代解析の形になり、(3.24)の混合角の値を使って $\sin^2 2\theta_{\odot} \rightarrow \sin^2 2\theta_{12}$ と読み替えるだけでよくなる。

以上の結果から、3世代でのニュートリノの混合行列は

$$U \simeq \begin{pmatrix} \cos \theta_{\odot} & \sin \theta_{\odot} & 0 \\ -\sin \theta_{\odot}/\sqrt{2} & \cos \theta_{\odot}/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \sin \theta_{\odot}/\sqrt{2} & -\cos \theta_{\odot}/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

であることがわかる。

3.5 LSNDでの実験

本論のテーマである4世代のニュートリノ振動は、このLSND(The Liquid Scintillator Neutrino Detector, LosAlamos Meson Physics Facility)の結果に由来するものである。

LSND は 30 メートル程の基線をもつショートベースライン (SBL) の実験であり、

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (3.43)$$

の反応で π^+ から生成される μ^+ が続いて起こる

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (3.44)$$

によって崩壊して現れる $\bar{\nu}_\mu$ の $\bar{\nu}_e$ への振動を調べている。また静止して崩壊しない π^+ が約 3.4%程あるが、これは (3.43) で $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振動 (この場合には約 0.001%で ν_e が ν_μ に混じることがある) を調べるのに使われる。この時の π^+ からの ν_μ は

$$\nu_e + {}^{12}\text{C} \rightarrow e^- + X \quad (3.45)$$

によってシグナルを得る。ここで X としては ${}^{12}\text{N}$ の基底状態が用いられる。

(3.43) から始まる素粒子反応においては、 $\bar{\nu}_e$ が現れて来ないことを利用して、液体シンチレータの中にあるプロトンを

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (3.46)$$

の反応でポジトロンの生成を見ることでシグナルとする。これが $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ であるかどうかは、(3.46) で生成された中性子が

$$n + p \rightarrow d + \gamma(2.2\text{MeV}) \quad (3.47)$$

からの遅延 γ 線を見ることによって識別する。ただ π^- における (3.43) から始まる過程でバックグラウンドとして $\bar{\nu}_e$ が $\bar{\nu}_\mu$ のフラックスに混じることがあるが、それは π^+ の約 8×10^{-4}

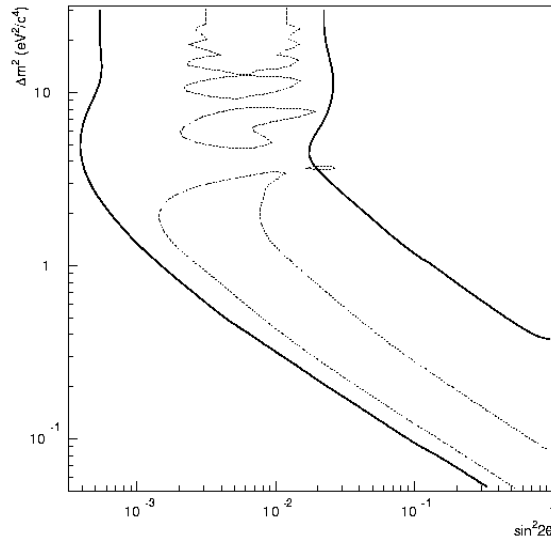


図 7: 90%信頼係数によるグラフ [7]。図の領域の内側が許容領域となる。実線は 95% C.L. での $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 振動。点線は同じく 95% C.L. での $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ 振動。

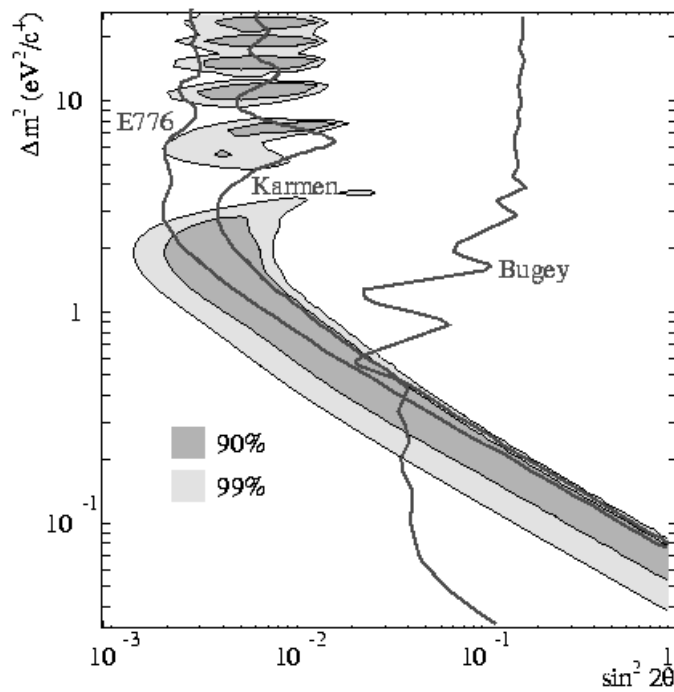


図 8: LSND 実験における質量 2 乗差と混合角の許容領域。同時に Bugey、Karmen、E776 の 90% C.L. での許容領域も示されている。これらは線の右側が排除領域。

程度であることが知られていて問題はない。このような e^+ による $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ からのイベントが $51.0_{-19.5}^{+20.2} \pm 8.0$ であり、その振動確率は $\sim O(10^{-3})$ であることが報告されている [2]。それによると振動パラメータのベストフィットは

$$\Delta m_{\text{best}}^2 = 1.2 \text{ eV}^2, \sin^2 2\theta_{\text{best}} = 0.003 \quad (3.48)$$

であった。

混合角と質量 2 乗差のグラフは図 (8) にあるとおり、有効な振動があるとするためにも LSND の結果から

$$\Delta m_{\text{LSND}}^2 \sim O(1 \text{ eV}^2) \quad (3.49)$$

と考えねばならない。

この結果を素直に受け入れるとすると質量 2 乗差が 2 つではないことになり、LEP の実験結果が教えるニュートリノが 3 世代であることと相反する。本論の序でも述べたが、(3.49) を信じるとエキストラなニュートリノ、それも弱い相互作用をせずニュートリノ振動という形でしか「相互作用」をしないステライルニュートリノを導入する動機がここにある。またこの結果については MiniBooNE によって追試されており、現在も実験が行われている。

4 4世代間のニュートリノ振動

LSNDの実験結果を信じれば、ニュートリノが3世代ではないという結論に至る。この章ではニュートリノが4世代であるとして振動解析を行うための議論を、特に振動確率について行う。

4.1 4世代の場合と質量ヒエラルキー

世代数 $n = 4$ として、(3.35) を計算すると6つの Δm_{jk}^2 とその混合行列成分の係数をあらわに書き下さなければならないところであるが、基線 L の短い実験においては

$$\frac{\Delta m_{\text{LSND}}^2 L}{4E} \sim \mathcal{O}(1) \quad (4.1)$$

によって、 $\Delta m_{\text{LSND}}^2 \gg \Delta m_{\text{atm}}^2$ 、 $\Delta m_{\text{LSND}}^2 \gg \Delta m_{\odot}^2$ から

$$\sin^2\left(\frac{\Delta m_{\text{atm}}^2 L}{4E}\right) \ll 1, \quad \sin^2\left(\frac{\Delta m_{\odot}^2 L}{4E}\right) \ll 1$$

であるため Δm_{12}^2 、 Δm_{13}^2 、 Δm_{23}^2 の振動項は落として、2世代における振動確率の式と同じ形になるのでこれを利用して計算を進める。

4世代の場合は図(9)のように3つの質量固有状態が縮退して1つの状態が離れている(3+1)スキームと2つの状態が縮退し、それが間隔を置いてもうひとつある(2+2)スキームが考えられる。その両方について、 4×4 行列の要素を次に考えてみる。

4.1.1 (2+2)スキームの場合

最初にニュートリノの質量固有状態が縮退した形が、大きなLSNDの質量2乗差を挟んで2つある場合(図9の右)を考えてみる。混合行列の成分を調べるために、まずはこのスキームでの振動確率を(3.34)から求めると

$$\begin{aligned}
P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \delta_{\alpha\beta} - 4(U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 2}^*U_{\beta 2}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\odot}^2 L}{4E} \right) - 4(U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^*U_{\alpha 4}^*U_{\beta 4}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{atm}}^2 L}{4E} \right) \\
&\quad - 4(U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 3}^*U_{\beta 3} + U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 4}^*U_{\beta 4} \\
&\quad + U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^*U_{\alpha 3}^*U_{\beta 3} + U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^*U_{\alpha 4}^*U_{\beta 4}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{LSND}}^2 L}{4E} \right) \quad (4.2)
\end{aligned}$$

ここで $\Delta m_{\text{LSND}}^2 \equiv \Delta|m_{13}^2| \simeq \Delta|m_{14}^2| \simeq \Delta|m_{23}^2| \simeq \Delta|m_{24}^2|$ を使っている。また $\Delta m_{\odot}^2 = \Delta|m_{12}^2|$ 、 $\Delta m_{\text{atm}}^2 = \Delta|m_{34}^2|$ である。

次にこの振動確率の式を短基線の実験にかけてみる。基線が短いので大気、太陽の振動項は落ちて (4.2) は

$$\begin{aligned}
P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &= 1 - 4(|U_{e1}|^2|U_{e3}|^2 + |U_{e2}|^2|U_{e3}|^2 + |U_{e1}|^2|U_{e4}|^2 + |U_{e1}|^2|U_{e4}|^2) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{LSND}}^2 L}{4E} \right) \\
&= 1 - 4((|U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2)|U_{e3}|^2 + (|U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2)|U_{e4}|^2) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{LSND}}^2 L}{4E} \right) \\
&= 1 - 4(1 - |U_{e3}|^2 - |U_{e4}|^2)(|U_{e3}|^2 + |U_{e4}|^2) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{LSND}}^2 L}{4E} \right) \quad (4.3)
\end{aligned}$$

となる。ここで図 (8) の Bugey の実験結果を見る。Bugey は原子炉であり、生成されるニュートリノのエネルギーは数 MeV、基線は 15m と 40m の検出器が主であり、短基線の実験結果として (4.3) を評価するのに適している。 $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(1eV^2)$ において、

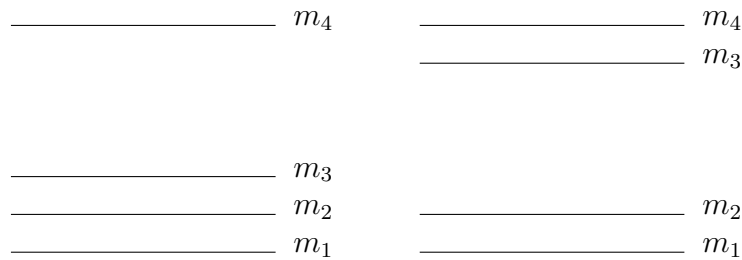


図 9: (3+1) スキームと (2+2) スキーム。実験値とのフィットの問題もあって本論では左の (3+1) スキームを採用する。また質量固有状態は必ずしもこの順序ではなく m_2 と m_3 が入れ替わった逆スキームもある。

$$4(1 - |U_{e3}|^2 - |U_{e4}|^2)(|U_{e3}|^2 + |U_{e4}|^2) < 0.1 \quad (4.4)$$

であることが(図8)から読めるのだが、この式で $|U_{e3}|^2 + |U_{e4}|^2 \simeq 1$ の解は $|U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2 \simeq 0$ となつて電子ニュートリノが欠損せず、太陽ニュートリノ異常の実験結果と矛盾することになるので

$$|U_{e3}|^2 + |U_{e4}|^2 \simeq 0 \quad (4.5)$$

が言える。

ν_μ についてはCDHSWの実験結果[18]を参照する。CDHSWは ν_μ の消失を扱った実験でニュートリノエネルギーが $1(GeV)$ のオーダー、基線が885mと約1kmであり、振動確率は(4.2)から

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = 1 - 4(1 - |U_{\mu3}|^2 - |U_{\mu4}|^2)(|U_{\mu3}|^2 + |U_{\mu4}|^2) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{LSND}^2 L}{4E} \right) \quad (4.6)$$

である。実験結果から同様に $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(1 \text{ eV}^2)$ での値を読み取って

$$4(1 - |U_{\mu3}|^2 - |U_{\mu4}|^2)(|U_{\mu3}|^2 + |U_{\mu4}|^2) < 0.1 \quad (4.7)$$

が成り立つ。他方大気ニュートリノの生存確率は $E \sim 1(GeV)$ 、 $L \sim 1000(km)$ において

$$\begin{aligned} P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = & 1 - 2(1 - |U_{\mu3}|^2 - |U_{\mu4}|^2)(|U_{\mu3}|^2 + |U_{\mu4}|^2) \\ & - 4|U_{\mu3}|^2 |U_{\mu4}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

となるが第二項は(4.7)によって落とすことができるので、大気ニュートリノ異常と矛盾しないために

$$4|U_{\mu 3}|^2|U_{\mu 4}|^2 \simeq 1 \quad (4.9)$$

が必要となる。また、この結果から (4.7) で $|U_{\mu 3}|^2 + |U_{\mu 4}|^2 \simeq 0$ は許されないので

$$|U_{\mu 1}|^2 + |U_{\mu 2}|^2 \simeq 0 \quad (4.10)$$

が成り立つ。

以上を踏まえると、(4.5)、(4.9)、と同様な $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau)$ の考察から、(2+2) スキームでの混合行列は

$$U \simeq \begin{pmatrix} \cos \theta_\odot & \sin \theta_\odot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\sin \theta_\odot & \cos \theta_\odot & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

と書くことができる。

この混合行列によると太陽ニュートリノは振動によって ν_μ 、 ν_τ には行かず、 ν_s と振動することになる。つまり、太陽ニュートリノの振動による欠損はほとんど全てステライルニュートリノに振動することになる。

4.1.2 (3+1) スキームの場合

(3+1) スキームでは (4.2) は

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = & \delta_{\alpha\beta} - 4(U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 2}^*U_{\beta 2}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_\odot^2 L}{4E} \right) \\ & - 4(U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 3}^*U_{\beta 3} + U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^*U_{\alpha 3}^*U_{\beta 3}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{atm}}^2 L}{4E} \right) \\ & - 4(U_{\alpha 1}U_{\beta 1}^*U_{\alpha 4}^*U_{\beta 4} + U_{\alpha 2}U_{\beta 2}^*U_{\alpha 4}^*U_{\beta 4} \\ & + U_{\alpha 3}U_{\beta 3}^*U_{\alpha 4}^*U_{\beta 4}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{LSND}}^2 L}{4E} \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

となる。(2+2)スキームの時と同様、 $U_{\alpha 4}$ を調べるにはまず短基線の実験結果を見る。Bugey
 においては混合行列のユニタリー性を使って

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &= 1 - 4|U_{e4}|^2(1 - |U_{e4}|^2) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{LSND}}^2 L}{4E} \right) \\ &= 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{LSND}}^2 L}{4E} \right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

となり、ここで再び図(8)から $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(1eV^2)$ の混合角の許容領域を読んで $4|U_{e4}|^2(1 - |U_{e4}|^2) < 0.1$ であるが、太陽ニュートリノ欠損が起こる事実と矛盾しないために $|U_{e4}|^2 \simeq 1$ は許されず

$$|U_{e4}|^2 \ll 1 \quad (4.14)$$

が成り立つ。 ν_μ についても同じくCDHSWの $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(1eV^2)$ での排除領域を読んで(4.13)の、 $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ にした振動確率から $4|U_{\mu 4}|^2(1 - |U_{\mu 4}|^2) < 0.1$ が言え、大気ニュートリノ異常と矛盾しないために、やはり

$$|U_{\mu 4}|^2 \ll 1 \quad (4.15)$$

となる。 $U_{\tau 4}$ についてもスーパーカミオカンデで

$$\begin{aligned} P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) &= -4(U_{\mu 1}U_{\tau 1}^*U_{\mu 3}^*U_{\tau 3} + U_{\mu 2}U_{\tau 2}^*U_{\mu 3}^*U_{\tau 3}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{atm}}^2 L}{4E} \right) \\ &\quad + 4|U_{\mu 4}|^2|U_{\tau 4}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\text{LSND}}^2 L}{4E} \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

と(4.15)を使うと3世代の解析によるものと同じであることがわかる⁸。したがって

⁸ $(U_{\mu 1}U_{\tau 1}^* + U_{\mu 2}U_{\tau 2}^* + U_{\mu 3}U_{\tau 3}^*) = \delta_{\mu\tau} - U_{\mu 4}U_{\tau 4}^*$

$$|U_{\tau 4}|^2 \ll 1 \quad (4.17)$$

が成り立つ。(4.14)、(4.15)、(4.17) から 4 世代での (3+1) スキームの混合行列は

$$U \simeq \left(\begin{array}{ccc|c} & & & \epsilon \\ & U^{(3 \times 3)} & & \delta \\ & & & \eta \\ \hline \epsilon' & \delta' & \eta' & 1 \end{array} \right) \quad (4.18)$$

とすることができる。 $U^{(3 \times 3)}$ は 3 世代のときの混合行列 (3.42) である。

4.1.3 (2+2) スキームの棄却

(4.11) によると、太陽ニュートリノは振動によってほとんど全てがステライルニュートリノに振動することになる。この真偽を確かめる実験として、まず SNO の実験が挙げられる。SNO は重水を用いたチェレンコフ光の観測でニュートリノイベントを検出する実験施設である。イベントとして荷電カレント反応 (CC)、中性カレント反応 (NC)、弾性散乱 (ES) があり、

$$\nu_e + d \rightarrow p + p + e^- \quad (CC) \quad (4.19)$$

$$\nu_\alpha + d \rightarrow n + p + \nu_\alpha \quad (NC) \quad (4.20)$$

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- \quad (ES) \quad (4.21)$$

という反応を起こす。エネルギー閾値としては (CC) が 5(MeV) 程度、(NC) が 2.2(MeV) である。(NC) では Phase I⁹ において $n + d \rightarrow t + \gamma$ によってシグナルを得る。実験結果は

⁹Phase I とは検出器に重水のみある場合の実験である。これに対し、Phase II では NaCl を加え、さらに Phase III では ${}^3\text{He}$ を加えて (NC) イベントを起こしやすくする。

$$\phi_{CC}^{SNO} = 1.59_{-0.07}^{+0.08}(stat)_{-0.08}^{+0.06}(sys) \quad (\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}) \quad (4.22)$$

$$\phi_{ES}^{SNO} = 2.21_{-0.26}^{+0.31}(stat) \pm 0.10(sys) \quad (\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}) \quad (4.23)$$

$$\phi_{NC}^{SNO} = 5.21 \pm 0.27(stat) \pm 0.38(sys) \quad (\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}) \quad (4.24)$$

であった [8]。また標準太陽模型において 8B ニュートリノの BP2000 の値は

$$\phi^{BP2000} = 5.05_{-0.16}^{+0.20} \times 10^6 (\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}) \quad (4.25)$$

であるので、フラックスの理論値との比を

$$R_{process}^{SNO} \equiv \phi_{process}^{SNO} / \phi_{process}^{BP2000} \quad (4.26)$$

で定義すると、

$$R_{CC}^{SNO} \simeq 0.35, \quad R_{NC}^{SNO} \simeq 1.0 \quad (4.27)$$

と見積られる。

これらのイベントは数 MeV 程度のニュートリノに対するフラックスであるので、(NC) フラックスは大気圏で生成された μ 粒子の崩壊による 1(GeV) 程度の ν_μ ではない。もし太陽ニュートリノが振動によってステライルニュートリノに行くとすれば弱い相互作用をしない ν_s は実験で検出されず $R_{CC}^{SNO} \simeq R_{NC}^{SNO}$ になるはずであり (4.22)、(4.24) の結果はこれに整合せず、(2+2) スキームの結果である混合行列 (4.11) は適切ではないことになる。

とは言うものの (3+1) スキームも現在の実験データでは存在を明確に示すことは困難で、[9] によれば複数の原子炉実験のデータを 99%CL に広げた場合にのみ、共通の許容領域が見える程度である。いずれにしる (2+2) スキームは実験値とのフィットが悪く [19]、したがって (2+2) スキームは棄却し、(3+1) スキームを採用する。

5 振動シミュレーション

5.1 解析の原理

本論では一基の原子炉から現れるニュートリノ ($\bar{\nu}_e$) の振動を見ようとするものである。具体的には原子炉の底面、炉心棒の中心に原点を置いた座標系で位置の関数としての χ^2 の値¹⁰を計算し、あるパラメータ ($\theta, \Delta m^2$) における、ある信頼係数での解析を行うものである。

シミュレーションとして計算されるイベント数 N_i は

$$N_i = A \int dE \sigma(E) \phi(E) P_{\bar{\nu}_e \bar{\nu}_e}(E) \quad (5.1)$$

ここで添え字の i はニュートリノエネルギー E の、ある bin¹¹ に対するものであることを意味する。A は規格化定数と考えて差し支えない。 $\sigma(E)$ はプロセス (3.46) における散乱断面積であり、

$$\begin{aligned} \sigma(E) &= \frac{2\pi^2}{m_e^5 f \tau_n} (E - \Delta M) ((E - \Delta M)^2 - m_e^2)^{1/2} \\ &= 0.952 \frac{(E - \Delta M) ((E - \Delta M)^2 - m_e^2)^{1/2}}{1(\text{MeV}^2)} \times 10^{-43} (\text{cm}^2) \end{aligned} \quad (5.2)$$

であること [3] が知られている。ここで m_e は電子の質量、 ΔM は中性子と陽子の質量差、 τ_n は中性子の寿命、 f は位相因子と呼ばれる量である。また $\phi(E)$ はニュートリノのフラックスで

$$\phi(E) = e^{a_0 + a_1 E + a_2 E^2} \quad (5.3)$$

¹⁰ χ^2 は正規分布に従う独立で規格化された確率変数 x_i の平方和で与えられる。素粒子では統計がポアソン分布であるので、採られたデータを n_i 、分布の平均を λ_i とすると $\chi^2 \equiv \sum_i \frac{(n_i - \lambda_i)^2}{\lambda_i}$ によって計算される。

¹¹エネルギースペクトルに分けた内の一つの幅

放射性同位体	^{235}U	^{239}Pu	^{238}U	^{241}Pu
a_0	0.870	0.896	0.976	0.793
a_1	-0.160	-0.239	-0.162	-0.080
a_2	-0.0910	-0.0981	-0.0790	-0.1085

表 1: 各同位元素における、核分裂で生成されるニュートリノフラックスの現象論的パラメータ。

と現象論的なパラメータとして Vogel、Engel [4] によって見出された。指数関数にある a_0 などは、放射性同位体によって異なる現象論的定数であり、表 (1) にその具体的な値を示す。なお $P_{\bar{\nu}_e \bar{\nu}_e}$ はニュートリノの振動確率であり、ここでは

$$P_{\bar{\nu}_e \bar{\nu}_e} = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{1.27 \Delta m_{\text{LSND}}^2 (\text{eV}^2) L(m)}{E(\text{MeV})} \right) \quad (5.4)$$

を使用する。振動をしない場合は $P_{\bar{\nu}_e \bar{\nu}_e} = 1$ である。

解析は統計学的手法によって、混合角や質量 2 乗差をパラメータとして変えていきながら振動の理論値と言わば仮想実験値の両方を (5.1) を用いて数値積分し、その両者を χ^2 分布にかけるものである。今、あるエネルギー bin において、理論値としてのイベント数を $N_j^{(th)}(\theta_0, \Delta m^2_0)$ 、混合角 θ 、質量 2 乗差 Δm^2 での振動を仮定したイベント数を $N_j^{(ex)}(\theta, \Delta m^2)$ とすると χ^2 は

$$\Delta \chi^2(r, z) = \sum_j^{\text{bin}} \frac{(N_j^{(th)}(r, z, \theta_0, \Delta m^2_0) - N_j^{(ex)}(r, z, \theta, \Delta m^2))^2}{(\sigma_{sta}^j)^2 + (\sigma_{sys}^j)^2} \quad (5.5)$$

で与えられる。ここで σ_{sta}^j 、 σ_{sys}^j はそれぞれ統計誤差、系統誤差であり、統計誤差については Poisson 分布であるために

$$\sigma_{sta}^j = \sqrt{N_j(\theta, \Delta m^2)} \quad (5.6)$$

とでき、系統誤差についてはいろいろと議論があるが、本論では

$$\sigma_{sys}^j(E) \simeq 1.1 \times 10^{-2} \times E \times N_j(\theta, \Delta m^2) \quad (5.7)$$

と取ることとする¹²。これは bin to bin の系統誤差においてエネルギーの依存性があり、エネルギーが高くなるに伴ってエラーが高くなる傾向を反映しようとするものである [5]。なお (5.5) の分母には通常はバックグラウンドイベントに関する項を入れるべきであるが、例えば空から降ってくる μ 粒子からできるニュートリノからのイベント数は、炉心からすぐ近くを想定しているために、原子炉からのイベント数に比べれば無視できると考えられるので σ_{sys}^j に含めることにした。

イベント数については、ニュートリノの発生源である炉心が当然ながら立体であるので、炉心の各点から生成されるニュートリノを炉心の構造について積分していかなければならない。炉心の構造は原子炉によってまちまちであるが、基本的には円柱型であるので、ある座標点において円柱の各点からの寄与を積分しなければならない。したがってイベント数の式 (5.1) は

$$N_i(r, z) = A \iiint dE dz_c r_c dr_c d\varphi \sigma(E) \phi(E, L) P_{\alpha\beta}(E, L) \quad (5.8)$$

と修正される。ここで r_c 、 z_c 、 φ は炉心に関する円柱座標であり、 L は実座標と炉心座標の各点での距離 $L = \sqrt{(r - r_c)^2 + (z - z_c)^2}$ であり、 r と z は原子炉の実座標である。また炉心が方位角に対して対称であろうことから炉心座標の円柱積分に関しては3次元であるが、それによってプロットされるデータは方位角に対して対称であるので実座標は2次元とした。また、原子炉は本論では半径 2.4(m)、高さ 3.7(m) としている¹³。

次にイベント数の規格化を考える。本論では Bugey の実験値 [6] を参考にしているが、原子炉から 15(m) の位置にある検出器で一時間当たり 60 イベント、約 1700 時間の実験によって約 92,000 イベントを観測したので、計算の $L=15(m)$ で同様な数値になるようにした。原理的には (5.1) の規格化定数 A に測定時間 t 、検出器の体積 V 、原子炉の熱出力 Q の情報を埋め込むのであるが (5.3) の次元は、実は

¹²係数 1.1×10^{-2} に E^{-1} の次元を与えて全体として無次元の量である。

¹³東海第二原発がこの大きさ [20] である。

$$\phi(E) = \frac{dN_\nu(E)}{dE} \quad (s^{-1}MeV^{-1}N_{fission}^{-1}) \quad (5.9)$$

となっており、即ち単位時間、エネルギー、核分裂した原子の個数当たりの総量 N_ν である。これが炉心から時刻 0 から $t(s)$ までの間に放出するニュートリノの総量は

$$\frac{N_\nu^{total}(E)}{dE} = \beta N_{fission} t e^{a_0+a_1E+a_2E^2} \quad (5.10)$$

となる。ここで β は 1 個の核物質が崩壊したときに生成されるニュートリノの数である。

検出器で測定される過程にはニュートリノ振動確率が入り、液体シンチレータの断面積が入る。ただ液体シンチレータといっても実際に反応に関与するのはシンチレータ分子に束縛されていない自由陽子であるから、規格化定数に含める検出器の体積は、より正確に言えば自由陽子の検出器中の個数ということになる。

さらにフラックスそのものは距離に対して逆 2 乗で減衰するため、これらを考慮すると液体シンチレータの密度を ρ として、観測されるニュートリノイベント N_ν^{obs} は

$$N_\nu^{obs} = \frac{\alpha\rho V}{A} \frac{\beta N_{fission} t}{4\pi L^2} \int dE \frac{dN_\nu^{total}(E)}{dE} \sigma(E) P_{\bar{\nu}_e \bar{\nu}_e}(E) \quad (5.11)$$

と考えられる。 A は液体シンチレータの分子量、 α は液体シンチレータ 1 分子当たりの自由陽子に対する割合である。

また誤差に関しては (5.5)、(5.6)、(5.7) からわかるように、統計誤差と系統誤差はオーダーが異なり、イベント数が多くなればなるほど統計誤差の項は無視できる。したがってニュートリノフラックスの、逆 2 乗の距離依存性を考えれば、実際には χ^2 の計算に統計誤差は必要ない。

(5.5) では理論値として振動パラメータを持っているが、最初の段階としては LSND 以外の実験においても $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(1eV^2)$ を再現するというのも物理の問題の重要な動機であり、したがって計算はまず「振動をしない」ということを統計的仮説において行った。

これらを勘案した上で、ある位置で得られた $N_j^{(ex)}(r, z, \theta, \Delta m^2)$ と振動の無い $N_j^{(th)}(r, z, 0, 0)$ を式 (5.5) に代入して位置座標としての χ^2 を計算し、排除領域を調べるものである。

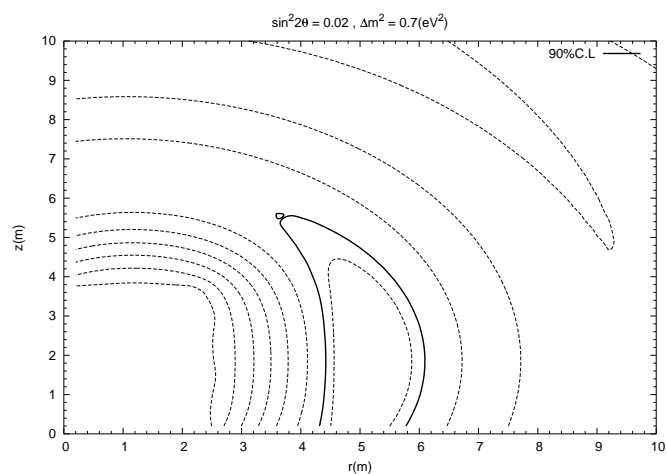
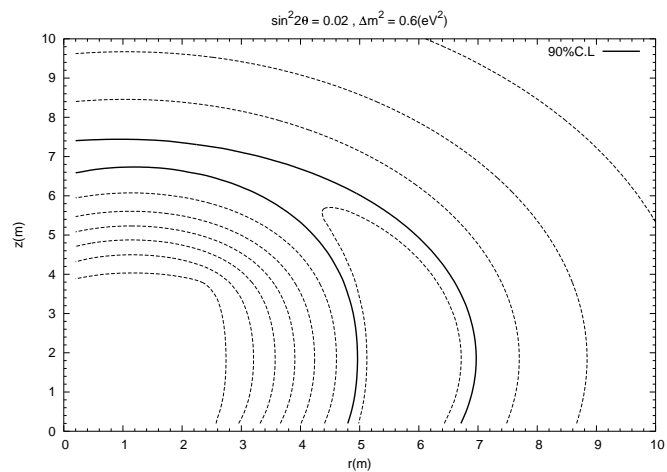
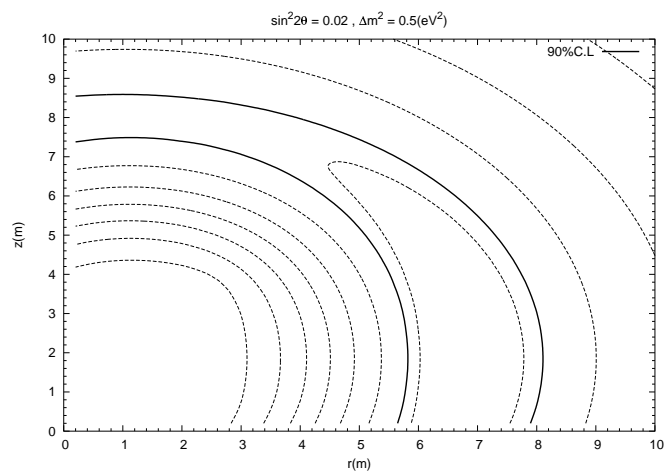
5.2 $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(1 \text{ eV}^2)$ 近傍でのフィット

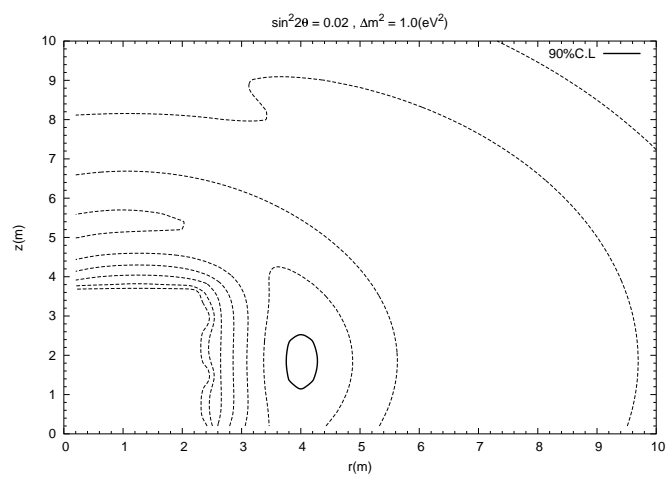
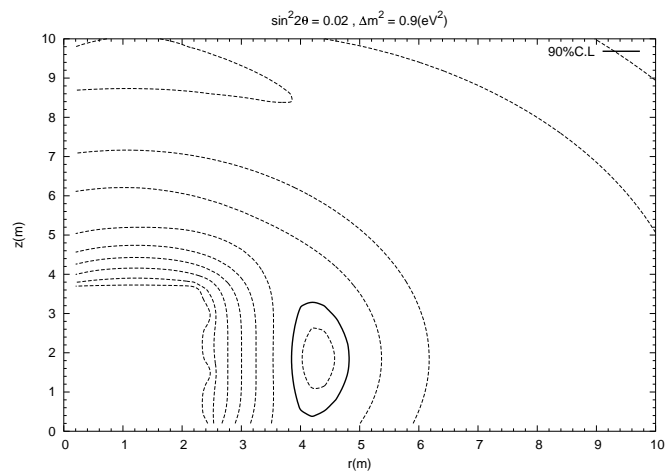
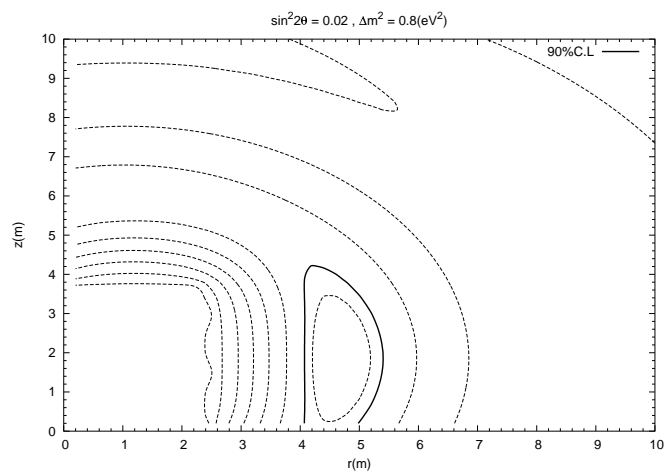
(図 8) を見てみると、 $\Delta m^2 \sim \mathcal{O}(1 \text{ eV}^2)$ の近傍ではどこを見ても許容される $\sin^2 2\theta_{\text{LSND}}$ の値は 0.1 よりも小さくなっている。この中で LSND が許容する領域や Bugey 等の実験が排除していない混合角の領域を選んでデータをプロットしてみたのが (図 10) である。これらは本論の数値計算において見ることでできた、各質量 2 乗差に対する最小の混合角でのグラフである。グラフにはその時の混合角と質量 2 乗差が記されてある。

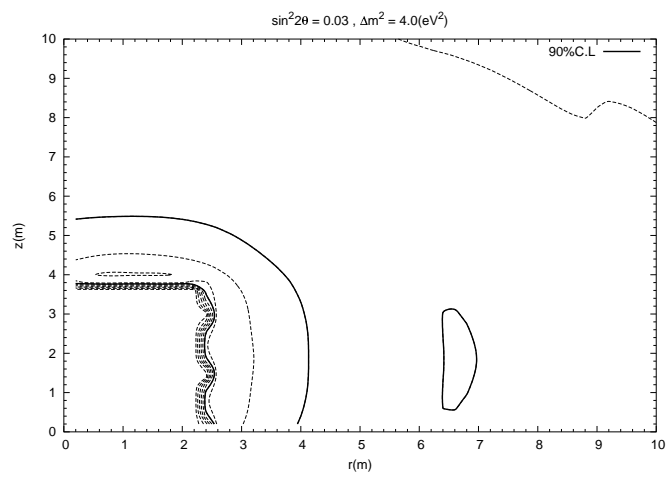
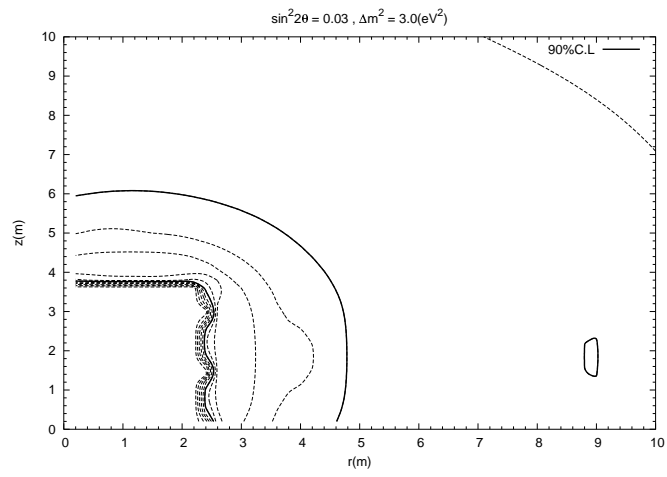
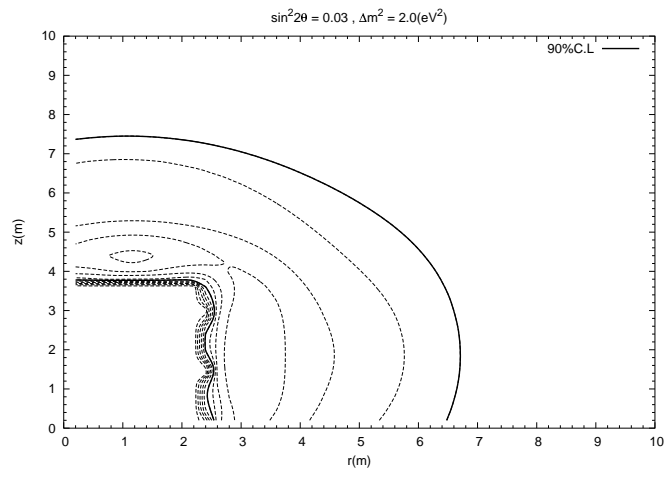
(図 10) のグラフは (5.5) において、理論値のイベント数の引数が $\theta_0 = 0, \Delta m^2 = 0$ でのものである。つまり統計仮説としては「振動していない」ことを意味している。この場合には、ある信頼係数における排除領域が $\Delta m_{\text{LSND}} \sim \mathcal{O}(1 \text{ eV}^2)$ の下でニュートリノ振動を検出できる領域ということになる。グラフを見ると 90% C.L で見れる最大振動を示す領域は、 $\sin^2 2\theta = 0.02, \Delta m^2 = 0.9$ までは明確にどの質量 2 乗差でもせいぜい 5(m) 前後に排除領域を伺うことができる。1.0(eV²) 以降は質量 2 乗差が大きくなるに連れてニュートリノの距離に対する周期が短くなり、一層原子炉方向に最大振動領域が移動している。残念ながら通常の原子炉において最大振動を示す 5(m) 程度の位置に検出器を設置することは、種々の制約があるために不可能と言わざるを得ない。

このスケールでの振動を見るためには炉心として研究炉を選ぶか、もしくは $\Delta m_{\text{LSND}} \sim \mathcal{O}(1 \text{ eV}^2)$ を測るための専用の炉心を作るしかない。前者の場合には、検出器の体積をどう稼ぐかが問題となる。実験での測定時間を T 、炉心の熱出力を Q 、検出器の体積を V とすると、ある実験に合わせるためには合わせられるものの実験と

$$T \times Q \times V(\text{yr} \cdot \text{MW} \cdot \text{t}) = T' \times Q' \times V'(\text{yr} \cdot \text{MW} \cdot \text{t}) \quad (5.12)$$







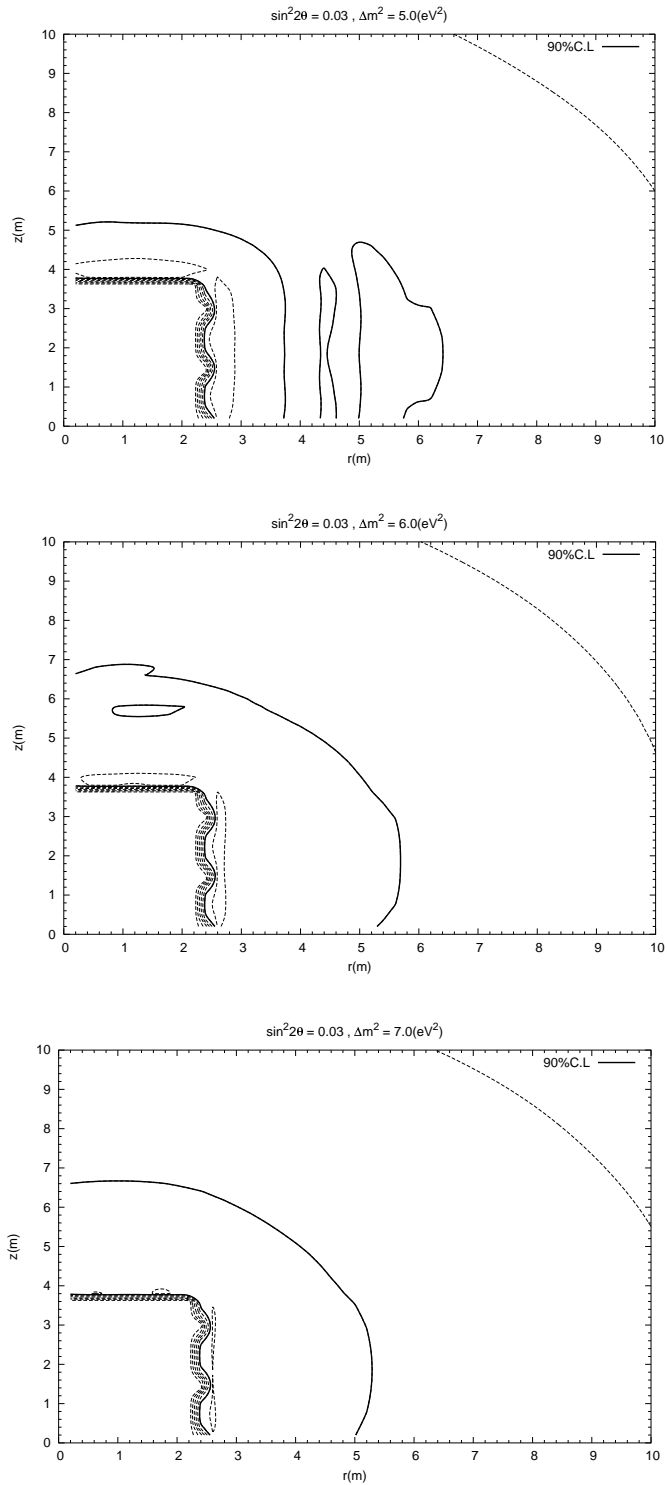


図 10: 各グラフの上にある $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$ における $\chi^2(r, z)$ のグラフ。太線で囲まれている領域が 90% 排除領域であり、本論で言うところの検出器を置くにふさわしい「設置場所」ということになる。また各グラフ左下の空白部分は原子炉本体の居場所である。

を満たしている必要がある。Bugey の実験と比較する場合には、 $T \simeq 1700(h)$ 、 $Q \simeq 2800(MW)$ 、 $V \simeq 0.6(t)$ であるがこのうち測定時間に関しては Bugey 同様、約 1,700 時間としているので残りは熱出力と体積ということになる。研究用原子炉はもともと工学的基礎データや、中性子を取り出すことを目的とする原子炉であり、当然熱出力は発電用のものに比べて格段に小さく、検出器の体積をそれなりに大きなものにしなければならない。例えば、20(MW) 程度の出力を出す研究炉であれば (5.12) に照らして 80(t) 程のシンチレータが必要となる。しかし、高々 5(m) 程度の位置にそれだけ多くの検出器を置くというのは極めて非現実的と言わざるを得ない¹⁴。

(3+1) スキームに対しては、(図 8) にある Bugey の許容領域が CDHSW との組み合わせで一層厳しく制限されており、 $\sin^2 2\theta_{\text{LSND}} \simeq 0.01$ 程度でも許容されないことを示すグラフもある [10]。いずれにしろ一基の検出器ではイベントが誤差に埋もれて正しく検出することは困難と言わざるを得ない。

¹⁴液体シンチレータの引火性にも問題がある。

6 結論

一基の検出器の解析で見ることのできた最小の $\sin^2 2\theta_{\text{LSND}}$ は 0.01 程度であった。しかし最大振動を示す位置は 5 メートル程であり、炉心に近く、安全性の観点からも大きな検出器は置けないと言わざるを得ず、十分なイベント数を稼ぐことができないものであった。また複数の実験結果を組み合わせた (3+1) スキームに対する解析は $\Delta m_{\text{LSND}}^2 \sim \mathcal{O}(1 \text{ eV}^2)$ で $\sin^2 2\theta_{\text{LSND}}$ の許容領域を更に制限して 0.01 程度の値も排除している。

但し、ステライルニュートリノを 2 種類加える (3+2) スキーム [21] で考えた場合には状況が変わってくる。(3+2) スキームでは付録 A(図 11)にあるように、そのベストフィットの 1 つの Δm^2 は $\Delta m^2 = 0.9(\text{eV}^2)$ で、原子炉実験での損失は約 6%と预言されている。この場合には本論で議論した仮想実験の可能測定範囲内ということになる。

3 世代の枠組みにおける $\sin^2 2\theta_{13}$ の測定実験でもそうであるが、ここまで低い感度の実験においては誤差をどうするかということが最大の問題であり、関門となる。上記のような困難な状況も、誤差を抑えることを考えていけば測定の可能性も残されている。

誤差のタイプとして統計誤差と系統誤差があることは前述の通りであるが、系統誤差には相関するものと、そうでないものがある。例えばフラックスについては単純に距離の逆 2 乗で減衰していくと考えると、近い所と遠い所に 2 基の検出器を置くことで、フラックスに関する誤差を相関係系統誤差として落とすことが可能である。更に Lindner 等 [11] によれば、R2D2 と言われる原子炉、検出器の設置デザインによって非相関の誤差にも相関化することが可能であるとしている。しかしその提案も、2 基の原子炉のうち片方が稼働している間に他方は停止していることを要求するなど現実的とは言えない課題も多い。いずれにしろ現在の時点で 2 基、またはそれ以上の検出器による解析によって誤差の改善が無い限り 4 世代のニュートリノ振動の効果を原子炉実験で示すのは難しいと結論される。

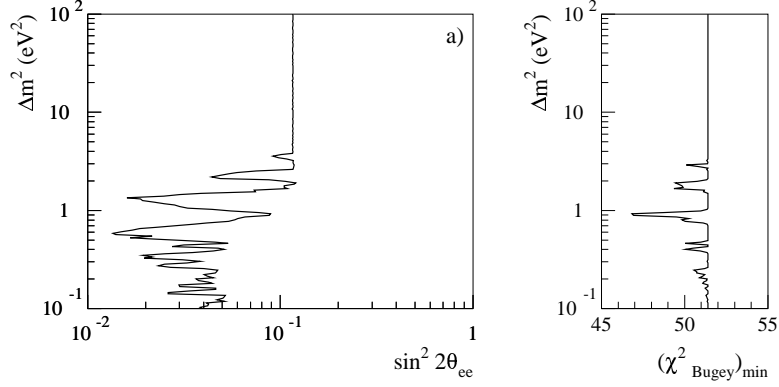


図 11: (3+2) スキームにおける振動パラメーターのグラフ。 $\Delta m^2 = 0.9(eV^2)$ の時に限り、 χ^2 が良くなっている (右図)。

A 補遺：(3+2) スキーム

ステライルニュートリノを2つ入れたスキームを扱っている論文もあり、この場合の質量ヒエラルキーは図(9)の(3+1)スキームの上に、もうひとつ高い位置に固有状態が来ることになる。短基線の振動確率は

$$\begin{aligned}
 P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = & 1 - 4(1 - |U_{e4}|^2 - |U_{e5}|^2)|U_{e4}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{LSND}^2 L}{4E} \right) \\
 & - 4(1 - |U_{e5}|^2)|U_{e5}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{15}^2 L}{4E} \right) \\
 & - 4|U_{e4}|^2 |U_{e5}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{45}^2 L}{4E} \right) \quad (A.1)
 \end{aligned}$$

となるが、Sorelら [21] の計算によれば U_{e4} 、 U_{e5} のベストフィット値は

$$\begin{aligned}
 U_{e4} &= 0.121 \\
 U_{e5} &= 0.036 \quad (A.2)
 \end{aligned}$$

であり、これから (A.1) は第3、4項が落ち、結局は2世代の解析で $\sin^2 2\theta = 0.055$ として扱うことができる。混合行列も (4.18) のように $3 \oplus 1 \oplus 1$ に似た形をとる。図(11)はSorelらによる5世代での振動パラメータのグラフであるが、限定的であるものの本論の4世代における計算結果の範囲内で肯定的な状況が伺える。

謝辞

本論を書くにあたり、東京都立大学理学研究科助手の安田修先生にはニュートリノ振動の基礎から全ての面で御指導下さいました。またオフィスメイトの皆様にも色々と多方面にわたり助言を賜りましたことを併せて深く感謝申し上げます。

参考文献

- [1] G. Altarelli and M. W. Grunewald, Phys. Rept. **403-404** (2004) 189
- [2] C.Athanassopoulos et al.,LSND Coll., Phys.Rev.Lett. 77 ,3082 (1996)
- [3] P.Vogel Phys.Rev.D 29 1918 (1984)
- [4] P.Vogel and J.Engel. Phys. Rev. D 39 3378 (1989)
- [5] M.Apollonio et al., Euro.Phys.J C27 331 (2003)
- [6] B.Achkar et al. Nuclear Physics B 434 (1995) 503-532
- [7] <http://dnp.nsl.msui.edu/current/lsnd.html>
- [8] S. N. Ahmed *et al.* [SNO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 181301
- [9] N. Okada and O. Yasuda, Int. J. Mod. Phys. **A12** (1997) 3669; S.M. Bilenky, C. Giunti and W. Grimus, Eur. Phys. J. **C1** (1998) 247; V.D Barger, B.Kayser, J.Learned, T.J.Weiler and K.Whisnant, Phys.Lett.B 489 (2000) 345.
- [10] C. Giunti and M. Laveder, JHEP **0102** (2001) 001; O.Yasuda hep-ph/0102166; W. Grimus and T. Schwetz, Eur. Phys. J. C **20** (2001) 1
- [11] P.Huber,M.Lindner and T.Schwetz hep-ph/0411166
- [12] B.T. Cleveland et al,Astrophys.J.496:505-526,1998
- [13] W.Hampel et al, Phys.Lett. 388 (1996) 384
- [14] Y.Fukuda et al., Kamiokande Coll., Phys.Lett.B388:397-401,1996
- [15] e.g., V. D. Barger, R. J. N. Phillips and K. Whisnant, Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 3084.

- [16] K.S.Hirata ,et al. ,Kamiokande group, Phys.Lett. B205(1998) 416. *ibid*; B280(1992) 146
Y.Fukuda et al. ,Phys.Lett. ,B433(1998) 9 etc
- [17] K.Kimura, A.Takamura and H.Yokomakura, Phys.Rev.D 66 (2002) 073005
- [18] F. Dydak et al. Phys.Lett.B134:281,1984
- [19] J. N. Bahcall, M. C. Gonzalez-Garcia and C. Pena-Garay, JHEP **0302** (2003) 009
- [20] <http://sta-atm.jst.go.jp/atomica/pict/02/02010101/01.gif>
- [21] M. Sorel, J. M. Conrad and M. Shaevitz, Phys. Rev. D **70** (2004) 073004