

太陽ニュートリノ振動における非標準相互作用の
位相の寄与

松坂勇志

首都大学東京大学院 理工学研究科 物理学専攻

概要

素粒子標準模型はニュートリノを質量のない粒子として理論を構成し、成功を収めた。しかし、1969年からR.Davisによる太陽ニュートリノの観測が始まると、太陽から飛来するニュートリノの数が予測値の約1/3しか発見されないことが判明した。1980年代後半にカミオカンデ実験から、やはり太陽ニュートリノの数が少ないことが発表され、太陽ニュートリノ問題が現実問題となった。その後スーパーカミオカンデによる大気ニュートリノの観測から、ニュートリノは有限の質量を持ち、ニュートリノ振動が引き起こされていることが発表された。SNOの太陽ニュートリノ実験も、太陽ニュートリノでニュートリノ振動が起こっていることを示す結果であり、これにより長年問題となっていた太陽ニュートリノ問題は解決を見た。ニュートリノ振動は素粒子標準模型では説明できない現象であり、標準模型を超えた新しい物理 (Beyond the Standard Model) の入り口になる。

ニュートリノが有限の質量を持ち振動していることで、それに付随して振動パラメータが現れる。標準世代の振動において3つの混合角 ($\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$)、CP位相 (δ_{CP})、ニュートリノ質量2乗差 ($\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2$) が振動確率に寄与するパラメータである。種々の実験を経て現在ではこれらのパラメータのうち、CP位相 δ_{CP} 、混合角 θ_{23} の正確な値、 Δm_{31}^2 の符号を残して決定されている。今後はより高精度の実験によりこれらの未決定パラメータの測定、及び新物理の兆候を探ることが可能になっていく。そのような実験としてスーパーカミオカンデをアップデートしたハイパーカミオカンデといった高統計の実験が計画されている。

本研究では、今後行われる太陽ニュートリノの精密測定実験を念頭に置き、現在議論されている非標準相互作用 (Non Standard Interaction, NSI) について研究した。NSIとは標準模型にない新しいフレーバーに依存した相互作用で、NSIを導入することで、現在のKamLANDと太陽ニュートリノ実験からの Δm_{21}^2 が有意にずれていることを説明出来る可能性がある。また、太陽ニュートリノ生存確率が標準的な物質効果のみでは実験結果の再現が悪く、NSIを導入したほうがよく再現している。こうした現状を踏まえ、先行研究 [1] では考慮されていない、NSIを導入した場合の非断熱的效果と、NSIによる新しい位相の寄与について研究した。

目次

第 1 章	標準模型	3
1.1	Weinberg-Salam 理論	3
1.2	フェルミオンの質量と世代の混合	8
1.3	低エネルギーでの有効 Lagrangian	12
第 2 章	ニュートリノ振動	13
2.1	ニュートリノの質量	13
2.2	真空中のニュートリノ振動	15
2.3	物質中のニュートリノ振動	16
2.4	非断熱的効果	20
第 3 章	太陽ニュートリノ実験	24
3.1	太陽ニュートリノ	24
3.2	太陽ニュートリノ実験	24
3.3	実験結果と標準模型からのずれ	28
第 4 章	非標準相互作用 (NSI)	30
4.1	Non Standard Interaction	30
4.2	物質ポテンシャル	31
4.3	NSI の許容領域	32
第 5 章	NSI が存在する場合の非断熱的効果	34
5.1	NSI が存在する場合の準位遷移確率	34
5.2	NSI パラメータと遷移確率の振る舞い	37
第 6 章	NSI phase と振動確率の振る舞い	40
6.1	NSI が存在する場合の振動確率	40
6.2	NSI phase と振動確率	41
6.3	NSI パラメータの縮退	43
第 7 章	まとめと今後の展望	45
	謝辞	46
	参考文献	47

第 1 章

標準模型

この章では標準模型でのニュートリノについて解説する。まず標準模型の電弱相互作用を記述する Weinberg-Salam 理論について解説し、Higgs 機構による質量生成と世代の混合について解説する。以下では $\hbar = c = 1$ の自然単位系を用い、 \mathcal{L} は Lagrangian 密度を表すものとする。

1.1 Weinberg-Salam 理論

標準模型における電弱相互作用の理論が定式化されたのは、1967 年の S.Weinberg と A.Salam による。この理論は S.L.Glashow が 1961 年に提唱した $SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論に基づいている。

1.1.1 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 対称性とゲージ場

Weinberg-Salam 理論において Lagrangian に組み込む対称性は $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ対称性である。ゲージ対称性とは、Lagrangian に変換パラメータが時空座標 x の関数 $\theta^a(x)$ である局所変換

$$\psi'_i(x) = U_i^j(x)\psi_j(x) = [\exp(ig\theta^a(x)T_a)]_i^j\psi_j(x) \quad (1.1)$$

に対して不変を要求することである。ここでは変換パラメータに結合定数 g だけスケール変換をしている。対称性の変換は群をなし、 T_a は生成子でエルミート行列である。この局所不変性を実現するには、ゲージ場 A_μ を導入して微分を共変微分

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu \quad (1.2)$$

に置き換える。ゲージ場自身は生成子 T_a の線形結合

$$A_\mu^j(x) = \sum_a A_\mu^a(x)(T_a)_i^j \quad (1.3)$$

で与えられる。一般に生成子 T_a は交換関係

$$[T_a, T_b] = if_{abc}T_c \quad (1.4)$$

を満たし、 f_{abc} は群の構造定数である。ゲージ群が $SU(2)$ のとき、構造定数は、

$$f_{abc} = \varepsilon_{abc} \text{ (3 階完全反対称テンソル)} \quad (1.5)$$

となり、生成子 T_a はよく知られた Pauli 行列 τ_i の $1/2$ 倍で、

$$T_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad T_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad T_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

$$T_i = \frac{1}{2} \tau_i \quad (1.7)$$

となる。U(1) は可換な Abel 群である。Weinberg-Salam 理論では後述の左手型 ψ_L のみが SU(2) で変換する。したがって左手型は SU(2) 2重項、右手型は 1重項となる。ゲージ群 U(1) の生成子を Y とし、電磁相互作用の電荷を Q とすると、

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \quad (1.8)$$

という関係があり、これを Gell-Mann-西島の関係式という。

Weinberg-Salam 理論はゲージ群が $SU(2)_L \times U(1)_Y$ であり、SU(2) に付随するゲージ場として 3つ (W_1, W_2, W_3) と、U(1) に付随するゲージ場 1つ (B) が導入される。ゲージ場は物質場と共変微分

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\mathbf{W}_\mu \cdot \mathbf{T} + ig'B_\mu Y \quad (1.9)$$

を通して相互作用する。

1.1.2 物質場とゲージ場の Lagrangian

理論に導入する物質場はフェルミオンである強い相互作用をしないレプトンとクォークであり、それぞれ6個のレプトンとクォークを対称に、

$$\begin{aligned} \text{レプトン: } & \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \quad e_R, \quad \mu_R, \quad \tau_R \\ \text{クォーク: } & \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, \quad u_R, \quad d_R, \quad c_R, \quad s_R, \quad t_R, \quad b_R \end{aligned} \quad (1.10)$$

として導入する。ただしここで、 L は左手型の SU(2) に関する 2重項であり、例えば、

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

であり、 R は SU(2) に関する 1重項、

$$e_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)e \quad (1.12)$$

として導入する。ここで γ^μ は 2×2 の単位行列 $\mathbf{1}$ および Pauli 行列 τ_i を用いて

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \tau_i \\ -\tau_i & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

で与えられる。電荷はニュートリノ (ν_e, ν_μ, ν_τ) が中性、荷電レプトン (e, μ, τ) が -1 、アップ型クォーク (u, c, t) が $2/3$ 、ダウン型クォーク (d, s, b) が $-1/3$ である。

ここからは簡単の為、 e と ν_e のセクターについて Lagrangian を書き下す。前小節の Gell-Mann-西島の関係式を使い、ゲージ不変な物質場の Lagrangian は、

$$\mathcal{L}_{\text{matter}} = i\bar{\psi}_L \not{D}\psi_L + i\bar{\psi}_R \not{D}\psi_R \quad (1.15)$$

ただし、

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \quad (1.16)$$

$$\psi_R = e_R \quad (1.17)$$

と書ける。ここで、フェルミオンの質量項

$$\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R \quad (1.18)$$

は SU(2) ゲージ対称性を破る為、ここでは禁止される。ゲージ場の Lagrangian については、U(1) ゲージ変換を2回行くと、

$$[D_\mu, D_\nu]\psi_L = i\frac{g'}{2}B_{\mu\nu}\psi_L \quad (1.19)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (1.20)$$

を得るので、 $B_{\mu\nu}$ がゲージ不変と言える。同様に、SU(2) ゲージ変換を2回行えば、

$$[D_\mu, D_\nu]\psi_L = igF_{\mu\nu}^a T_a \psi_L \quad (1.21)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\varepsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c \quad (1.22)$$

を得るので、 $F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$ がゲージ不変である。以上からゲージ場の Lagrangian は、

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (1.23)$$

と書ける。また、ここでもゲージ不変性からゲージ場の質量項は禁止されている。

1.1.3 自発的対称性の破れと電弱相互作用

前節までは Lagrangian に質量項が含まれていないが、フェルミオン場とゲージ場の相互作用を記述している。フェルミオンの質量項については世代の混合と共に後述し、ここでは自発的対称性の破れと相互作用について扱い、Higgs 機構によるゲージボソンの質量獲得について記述する。前節の Lagrangian ($\mathcal{L}_{\text{matter}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}}$) について具体的に書き下し、運動項を落とせば、

$$\mathcal{L}_{\text{I,L}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{eL} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} gW_3 - g'\not{B} & g(W_1 - iW_2) \\ g(W_1 + iW_2) & -gW_3 - g'\not{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} + g'\bar{e}_R \not{B} e_R \quad (1.24)$$

を得る。ただし表記として

$$A \equiv A^\mu \gamma_\mu \quad (1.25)$$

を用いている。この相互作用 Lagrangian を対角部分と非対角部分に分ける。対角部分

$$\mathcal{L}_{\text{I,L}}^{\text{CC}} = -\frac{g}{2} \{ \bar{\nu}_{eL}(W_1 - iW_2)e_L + \bar{e}_L(W_1 + iW_2)\nu_{eL} \} \quad (1.26)$$

を荷電カレント (charged-current, CC) 相互作用と呼ぶ。非対角部分

$$\mathcal{L}_{L,L}^{\text{NC}} = -\frac{1}{2} \{ \bar{\nu}_{eL}(gW_3 - g'B)\nu_{eL} - \bar{e}_L(gW_3 + g'B)e_L - 2g'\bar{e}_R B e_R \} \quad (1.27)$$

を中性カレント (neutral-current, NC) 相互作用と呼ぶ。

ゲージ場の Lagrangian にスピン 0 で電荷が +1 と 0 の 2 つの複素スカラー場 (Higgs 2 重項)

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} i\phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \varphi_2 + i\varphi_1 \\ \varphi - i\varphi_3 \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

を、くりこみ可能な ϕ に関して 4 次以下に限定し

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \lambda \left[\phi^\dagger \phi - \frac{\mu^2}{2\lambda} \right]^2, \quad (\mu^2 > 0) \quad (1.29)$$

として導入する。この Lagrangian は $SU(2) \times U(1)$ ゲージ変換で不変である。ポテンシャル項 $V(\phi) = \lambda(\phi^\dagger \phi - \mu^2/2\lambda)^2$ が図 1.1 の形を持つことから $\phi = 0$ ではなく

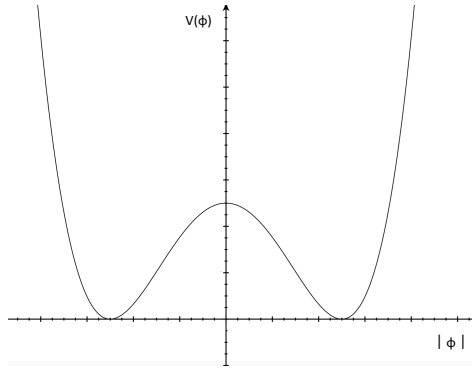


図 1.1 複素スカラー場のポテンシャル

$\phi^\dagger \phi = \mu^2/2\lambda = v^2/2$ が安定点 (真空) を定義する。そこで真空を電氣的に中性な

$$\langle \phi(x) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \langle \varphi \rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

と選ぶ。実際には式 (1.30) とエネルギー的に無限に縮退した

$$\exp[i\omega^a T^a + i\omega Y/2] \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

から 1 つの真空を選び出したことになる。こうして ϕ が 0 でない真空期待値 (vacuum expectation value, VEV) を持つことにより、Lagrangian が元々持っていた対称性が破れることを自発的対称性の破れという。

対称性が破れる前の Lagrangian は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ & + (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \lambda \left[\phi^\dagger \phi - \frac{\mu^2}{2\lambda} \right]^2 \end{aligned} \quad (1.32)$$

であり、 ϕ を自発的対称性の破れの後、 $\langle \phi \rangle = 0$ となる場として次のように再定義する。

$$\phi(x) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \phi(x) \quad (1.33)$$

(1.32) の Lagrangian は $SU(2) \times U(1)$ ゲージ変換に対して不変なので、ゲージを適当に選ぶことで

$$\varphi_1(x) = \varphi_2(x) = \varphi_3(x) = 0 \quad (1.34)$$

とすることができ、このゲージをユニタリーゲージと呼ぶ。ユニタリーゲージで ϕ は

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \varphi(x) \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

と書け、 φ が物理的な Higgs 場である。ユニタリーゲージの下、対称性が破れた後の Lagrangian にゲージ場の質量項が現れ、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{gauge mass}} &= \left| -\frac{i}{2} \begin{pmatrix} g'B_\mu + gW_\mu^3 & gW_\mu^1 - igW_\mu^2 \\ gW_\mu^1 + igW_\mu^2 & g'B_\mu - gW_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{g^2 v^2}{8} [(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2] + \frac{v^2}{8} (g'B_\mu - gW_\mu^3)^2 \end{aligned} \quad (1.36)$$

となることから、ゲージ場を

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (1.37)$$

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \begin{pmatrix} gW_\mu^3 - g'B_\mu \\ g'W_\mu^3 + gB_\mu \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (1.38)$$

と組み直して再定義する。すると質量項が対角化され、

$$\mathcal{L}_{\text{gauge mass}} = \frac{1}{4} g^2 v^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{8} (g^2 + g'^2) v^2 Z_\mu Z^\mu \quad (1.39)$$

となり、W ボソン、Z ボソンの質量がそれぞれ

$$M_W^2 = \frac{1}{4} g^2 v^2, \quad M_Z^2 = \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) v^2 = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_W} \quad (1.40)$$

となる。式 (1.38) で Z_μ に直行するよう定義した A_μ に質量項は現れず、質量 0 の光子に対応する電磁場である。また、対角化に際に導入した、

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g} \quad (1.41)$$

なる角度 θ_W を Weinberg 角という。

上記で定義した W^\pm 、 Z を用いると、Lagrangian の相互作用項が、

$$\mathcal{L}_{I,L} = \frac{g}{2\sqrt{2}} (W_\mu^+ J_{W,L}^\mu + W_\mu^- J_{W,L}^{\mu\dagger}) + e A_\mu J_{em,L}^\mu + \frac{g}{\cos \theta_W} Z_\mu J_{Z,L}^\mu \quad (1.42)$$

と書ける。ここで電磁相互作用項の結合定数として

$$e \equiv \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (= g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W) \quad (1.43)$$

を定義した。また、第 1 項は荷電カレント相互作用であり、 $J_{W,L}^\mu$ はレプトン部分の荷電カレント

$$J_{W,L}^\mu = \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu_e \quad (1.44)$$

で与えられる。第 2 項が電磁相互作用で $J_{em,L}^\mu$ は電磁相互作用カレント

$$J_{em,L}^\mu = -\bar{e} \gamma^\mu e \quad (1.45)$$

であり、第3項は中性カレント相互作用で $J_{Z,L}^\mu$ は中性カレント

$$J_{Z,L}^\mu = (\bar{\nu}_{eL} \quad \bar{e}_L) \gamma^\mu \left(\frac{\tau^3}{2} \right) \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} - \sin^2 \theta_W J_{em}^\mu \quad (1.46)$$

である。

電弱相互作用のクォークの部分について述べておく。ここでも簡単のため u と d のセクターについて扱う。レプトンの場合と同様にクォークの場合の相互作用 Lagrangian は、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I,Q} = & -\frac{1}{2} (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \begin{pmatrix} gW_3 + \frac{1}{3}g'\mathcal{B} & g(W_1 - iW_2) \\ g(W_1 + iW_2) & -gW_3 + \frac{1}{3}g'\mathcal{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \\ & -\frac{2}{3}g'\bar{u}_R\mathcal{B}u_R + \frac{1}{3}g'\bar{d}_R\mathcal{B}d_R \end{aligned} \quad (1.47)$$

と書ける。ここから荷電カレント J^μ と電磁カレント J_{em}^μ のクォーク部分の寄与が、

$$J_{W,Q}^\mu = \bar{u}\gamma^\mu(1 - \gamma^5)d \quad (1.48)$$

$$J_{em,Q}^\mu = \frac{2}{3}\bar{u}\gamma^\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma^\mu d \quad (1.49)$$

となる。中性カレント J_Z^μ についても、

$$J_{Z,Q}^\mu = (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \gamma^\mu \left(\frac{\tau^3}{2} \right) \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} - \sin^2 \theta_W J_{em}^\mu \quad (1.50)$$

で与えられる。

1.2 フェルミオンの質量と世代の混合

前節において、導入するゲージ対称性から Lagrangian に質量項は許されていないが、Higgs 機構によりゲージ場が質量を獲得することをみた。本節ではフェルミオンの質量獲得についてと、それによる世代の混合について記述する。

始めにレプトン部分について述べる。ここからはフェルミオンについて3世代で扱う為、まず記号を導入する。3つの世代の左巻きの弱アイソスピン2重項として、

$$L'_{eL} \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ e'_L \end{pmatrix}, \quad L'_{\mu L} \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{\mu L} \\ \mu'_L \end{pmatrix}, \quad L'_{\tau L} \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{\tau L} \\ \tau'_L \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

を導入し、右巻きの1重項として

$$l'_{eR} \equiv e'_R, \quad l'_{\mu R} \equiv \mu'_R, \quad l'_{\tau R} \equiv \tau'_R \quad (1.52)$$

を導入する。ここで「 l 」を付けたのは、後に見るように、上で定義した場はフレーバー固有状態であり、質量固有状態ではないからである。さて、前節で述べたように単純に Lagrangian に質量項を導入することはできないが、Higgs 2重項を導入することで、

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} Y_{\alpha\beta}^n \bar{L}'_{\alpha L} \phi'_{\beta R} + h.c. \quad (1.53)$$

という形の相互作用は $SU(2) \times U(1)$ ゲージ対称性を破らない。この相互作用を湯川相互作用という。係数行列として出てきた $Y'_{\alpha\beta}$ は一般的に複素 3×3 行列となる。ユニタリーゲージをとり、対称性の破れの後、

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \left(\frac{v+\varphi}{\sqrt{2}} \right) \bar{l}'_L Y^n l'_R + h.c. \quad (1.54)$$

ここで、

$$l'_L \equiv \begin{pmatrix} e'_L \\ \mu'_L \\ \tau'_L \end{pmatrix}, \quad l'_R \equiv \begin{pmatrix} e'_R \\ \mu'_R \\ \tau'_R \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

となる。ここから v (Higgs の VEV) に比例する項が質量項となる。しかし Y^l が対角行列でない為、フェルミオン場 (e', μ', τ') は確定した質量を持っていない。そこで Y^l を対角化するように l'_L, l'_R をユニタリー変換した状態が、質量固有状態であり、定まった質量を持つ状態となる。

一般の複素行列 Y^l はユニタリー行列2つを用いたバイユニタリー変換によって対角化できる。すなわち、

$$V_L^{l\dagger} Y^l V_R^l = Y^l, \quad Y_{\alpha\beta}^l = y_{\alpha}^l \delta_{\alpha\beta} \quad (1.56)$$

となるユニタリー行列 V_L^l, V_R^l で、左巻きと右巻きの状態をユニタリー変換する。ユニタリー行列 V のパラメトライズについては後ほど述べることにして、

$$l_L = V_L^{l\dagger} l'_L \equiv \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}, \quad l_R = V_R^{l\dagger} l'_R \equiv \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix} \quad (1.57)$$

が質量固有状態となり、この時 Lagrangian は

$$\mathcal{L}_{H,L} = - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y_{\alpha}^l v}{\sqrt{2}} \bar{l}_{\alpha} l_{\alpha} - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{y_{\alpha}^l}{\sqrt{2}} \bar{l}_{\alpha} l_{\alpha} H \quad (1.58)$$

$$l_{\alpha} = l_{\alpha L} + l_{\alpha R}, \quad l_e = e, \quad l_{\mu} = \mu, \quad l_{\tau} = \tau \quad (1.59)$$

となる。第1項が荷電レプトンの質量項で、その質量は

$$m_{\alpha} = \frac{y_{\alpha}^l v}{\sqrt{2}} \quad (1.60)$$

である。第2項はフェルミオンと Higgs ボソンの3点相互作用である。

質量固有状態を用いて Lagrangian の相互作用項を書き下すことを考える。始めに3世代のニュートリノを縦に並べた

$$\nu'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ \nu'_{\mu L} \\ \nu'_{\tau L} \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

の記号を導入して、荷電カレントを書き下すと、

$$J_{W,L}^{\mu} = 2\overline{\nu'_L} \gamma^{\mu} \nu'_L = 2\overline{\nu'_L} \gamma^{\mu} V_L^l l_L \quad (1.62)$$

となる。ニュートリノは massless であることから、基底を自由に交換でき、

$$\nu_L = V_L^{l\dagger} \nu'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} \quad (1.63)$$

という基底を用いれば、

$$J_{W,L}^{\mu} = 2\overline{\nu_L} \gamma^{\mu} l_L \quad (1.64)$$

となり、質量固有状態でも同じ形で書ける。次に中性カレント $J_{Z,L}^{\mu}$ についても質量固有状態で書き直すと、

$$J_{Z,L}^{\mu} = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{L'_{\alpha L}} \gamma^{\mu} \left(\frac{\tau^3}{2} \right) L'_{\alpha L} - \sin^2 \theta_W \overline{l'} \gamma^{\mu} l' \quad (1.65)$$

$$\mathbf{l}' = \mathbf{l}'_L + \mathbf{l}'_R \quad (1.66)$$

となる。これは V_L^l と V_L^l がユニタリーであることから、

$$J_{Z,L}^\mu = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \overline{L_{\alpha L}} \gamma^\mu \left(\frac{\tau^3}{2} \right) L_{\alpha L} - \sin^2 \theta_W \bar{l} \gamma^\mu l \quad (1.67)$$

と同じであり、中性カレントは質量固有状態を用いても同様の形で書ける。これは中性カレント相互作用によるフレーバーを変える相互作用は tree level で起こらず、強く制限されることを意味する。このメカニズムを GIM 機構と呼ぶ。GIM 機構は第2項から電磁カレント $J_{em,L}^\mu$ でも同様に働くことがわかる。

次にクォークの質量生成について記述する。対称性が破れる前のゲージ不変な Lagrangian を構成する為、ハイパーチャージ $Y = -1$ である場

$$\tilde{\phi}(x) = i\tau_2 \phi^*(x) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + \varphi(x) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.68)$$

を導入し、レプトンの場合と同様、湯川相互作用によりゲージ不変な Lagrangian を構成すると、

$$\mathcal{L}_{H,Q} = - \sum_{\alpha=1,2,3} \left[\sum_{\beta=d,s,b} Y_{\alpha\beta}^{iD} \overline{Q'_{\alpha L}} \phi q_{\beta R}^{iD} + \sum_{\beta=u,c,t} Y_{\alpha\beta}^{iU} \overline{Q'_{\alpha L}} \tilde{\phi} q_{\beta R}^{iU} \right] + h.c. \quad (1.69)$$

となる。対称性の破れの後、行列の表記を

$$\mathbf{q}_L^{iU} \equiv \begin{pmatrix} u'_L \\ c'_L \\ t'_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_R^{iU} \equiv \begin{pmatrix} u'_R \\ c'_R \\ t'_R \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_L^{iD} \equiv \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_R^{iD} \equiv \begin{pmatrix} d'_R \\ s'_R \\ b'_R \end{pmatrix} \quad (1.70)$$

として導入すれば、

$$\mathcal{L}_{H,Q} = - \left(\frac{v + \varphi}{\sqrt{2}} \right) \left[\overline{\mathbf{q}_L^{iD}} Y^{iD} \mathbf{q}_R^{iD} + \overline{\mathbf{q}_L^{iU}} Y^{iU} \mathbf{q}_R^{iU} \right] + h.c. \quad (1.71)$$

を得る。質量固有状態はレプトンの場合と同様、 Y^{iD}, Y^{iU} を対角化するよう、バイユニタリー変換を行う。

$$V_L^{D\dagger} Y^{iD} V_R^D = Y^D, \quad Y_{\alpha\beta}^D = y_\alpha^D \delta_{\alpha\beta} \quad (1.72)$$

$$V_L^{U\dagger} Y^{iU} V_R^U = Y^U, \quad Y_{\alpha\beta}^U = y_\alpha^U \delta_{\alpha\beta} \quad (1.73)$$

なる4つのユニタリー行列を用いて、ユニタリー変換により、

$$\mathbf{q}_L^U = V_L^{U\dagger} \mathbf{q}_L^{iU} \equiv \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_R^U = V_R^{U\dagger} \mathbf{q}_R^{iU} \equiv \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} \quad (1.74)$$

$$\mathbf{q}_L^D = V_L^{D\dagger} \mathbf{q}_L^{iD} \equiv \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_R^D = V_R^{D\dagger} \mathbf{q}_R^{iD} \equiv \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} \quad (1.75)$$

となる質量固有状態を得る。これらを用いて Lagrangian を書き下せば、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{H,Q} = & - \sum_{\alpha=d,s,b} \frac{y_\alpha^D v}{\sqrt{2}} \overline{q_\alpha^D} q_\alpha^D - \sum_{\alpha=u,c,t} \frac{y_\alpha^U v}{\sqrt{2}} \overline{q_\alpha^U} q_\alpha^U \\ & - \sum_{\alpha=d,s,b} \frac{y_\alpha^D}{\sqrt{2}} \overline{q_\alpha^D} q_\alpha^D \varphi - \sum_{\alpha=u,c,t} \frac{y_\alpha^U}{\sqrt{2}} \overline{q_\alpha^U} q_\alpha^U \varphi \end{aligned} \quad (1.76)$$

$$q_\alpha^D \equiv q_{\alpha L}^D + q_{\alpha R}^D, \quad q_\alpha^U \equiv q_{\alpha L}^U + q_{\alpha R}^U \quad (1.77)$$

を得るので、クォークの質量が

$$m_\alpha = \frac{u_\alpha^D v}{\sqrt{2}} \quad (\alpha = d, s, b) \quad (1.78)$$

$$m_\alpha = \frac{u_\alpha^U v}{\sqrt{2}} \quad (\alpha = u, c, t) \quad (1.79)$$

で与えられる。第2項はクォークと Higgs の3点相互作用である。

クォークの場合についても、Lagrangian の相互作用項が質量固有状態でどのように書けるかをみていく。荷電カレントは、

$$J_{W,Q}^\mu = 2\bar{q}_L^U \gamma^\mu q_L^D \quad (1.80)$$

であり、質量固有状態で書き直すと、

$$J_{W,Q}^\mu = 2\bar{q}_L^U V_L^{U\dagger} \gamma^\mu V_L^D q_L^D = 2\bar{q}_L^U \gamma^\mu V_L^{U\dagger} V_L^D q_L^D = 2\bar{q}_L^U \gamma^\mu V q_L^D \quad (1.81)$$

$$V \equiv V_L^{U\dagger} V_L^D \quad (1.82)$$

と書ける。これは荷電カレント相互作用が tree level でフレーバーを変える相互作用を含むことを意味する。ここで定義した行列 V がクォークの混合を表す行列で、Cabbibo-小林-益川行列 (CKM 行列) という。一般に混合行列である $N \times N$ ユニタリー行列は $N(N-1)/2$ 個の混合角と $(N-1)(N-2)/2$ 個の物理的な位相でパラメトライズでき、

$$\text{「2世代」 } V = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \quad \theta_C : \text{Cabibbo angle} \quad (1.83)$$

$$\text{「3世代」 } V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.84)$$

$$s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}, \quad c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij} \quad (1.85)$$

のパラメトライズを用いる。この3世代のパラメトライズは

$$V = R^{23}W^{13}R^{12} \quad (1.86)$$

の形で書け、 R^{ab} は a-b 平面の回転行列で、例えば

$$R^{12} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.87)$$

を表し、 W^{ab} は位相付きの回転で

$$W^{13} = D^1(\delta)R^{13}D^{1\dagger}(\delta), \quad D^1(\delta) = \begin{pmatrix} e^{i\delta} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.88)$$

を表している。

中性カレント及び電磁カレントについてはレプトンの場合と同様に、質量固有状態でも形は変わらず、GIM 機構が働くことがわかる。

1.3 低エネルギーでの有効 Lagrangian

弱い相互作用を媒介する W ボソンや Z ボソンの質量 ($\sim O(10^2)\text{GeV}$) より低エネルギーの領域では、4-Fermi 相互作用の形が実現する。荷電カレント相互作用では、

$$\left(\frac{g}{2\sqrt{2}}\right)^2 J_{W\mu}^\dagger \frac{g^{\mu\nu}}{p^2 - M_W^2} J_{W\nu} \rightarrow -\frac{G_F}{\sqrt{2}} J_{W\mu}^\dagger J_W^\mu \quad (1.89)$$

となる。 G_F はフェルミ結合定数で、W ボソンの質量と

$$\frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \quad (1.90)$$

という関係を持つ。 G_F の大きさは μ 粒子の崩壊 ($\mu \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$) 確率などから

$$G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2} [2] \quad (1.91)$$

で与えられることが知られている。また、中性カレント相互作用においても同様に、低エネルギーでは

$$\frac{1}{2} \left(\frac{g}{\cos\theta_W}\right)^2 J_Z^\mu \frac{g_{\mu\nu}}{p^2 - M_Z^2} J_Z^\nu \rightarrow -4\frac{G_F}{\sqrt{2}} J_{Z\mu} J_Z^\mu \quad (1.92)$$

と 4-Fermi 相互作用の形になる。

第 2 章

ニュートリノ振動

標準模型ではニュートリノの質量は 0 として記述される。しかし、ニュートリノ振動の観測により、ニュートリノは有限の質量を持つことがわかっている。この章ではニュートリノが質量を持つメカニズムと、世代の混合により引き起こるニュートリノ振動について述べる。また、物質中を伝播する際の物質効果と非断熱的效果についても述べる。

2.1 ニュートリノの質量

2.1.1 Dirac 型質量

Lagrangian に質量項を導入するには、荷電レプトンの場合と同様に右巻きニュートリノを導入する。右巻きニュートリノを、

$$\nu'_R = \begin{pmatrix} \nu'_{eR} \\ \nu'_{\mu R} \\ \nu'_{\tau R} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

として導入し、Lagrangian の Higgs 項はユニタリーゲージで、

$$\mathcal{L}_H = - \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[\overline{l}_L Y^l l'_R + \overline{\nu}'_L Y^{\nu} \nu'_R \right] + h.c. \quad (2.2)$$

となる。前章と同様にして行列 Y を対角化する。レプトンについては同様で、ここでは新たにユニタリー行列

$$V_L^{\nu\dagger} Y^{\nu} V_R^{\nu} = Y^{\nu}, \quad Y_{kj}^{\nu} = y_k^{\nu} \delta_{kj} \quad (2.3)$$

によってニュートリノの質量固有状態を

$$\mathbf{n}_L = V_L^{\nu\dagger} \nu'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{n}_R = V_R^{\nu\dagger} \nu'_R \equiv \begin{pmatrix} \nu_{1R} \\ \nu_{2R} \\ \nu_{3R} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

と定義する。行列 Y は対角化され、Higgs 項は

$$\mathcal{L}_H = - \left(\frac{v+H}{\sqrt{2}} \right) \left[\overline{l}_L Y^l l_R + \overline{\mathbf{n}}_L Y^{\nu} \mathbf{n}_R \right] + h.c. \quad (2.5)$$

であり、ニュートリノは Dirac 場として、

$$\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kR} \quad (2.6)$$

と記述すれば最終的に Lagrangian にニュートリノの質量項が現れ、

$$\mathcal{L}_H = - \sum_{k=1}^3 \frac{y_k^\nu v}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k - \sum_{k=1}^3 \frac{y_k^\nu}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_k \nu_k H \quad (2.7)$$

$$m_k = \frac{y_k^\nu v}{\sqrt{2}} \quad (2.8)$$

となる。このように現れる質量が Dirac 型質量である。

2.1.2 Majorana 型質量

ニュートリノが Majorana 粒子であった場合、すなわち、

$$\nu_L^c = \mathcal{C} \bar{\nu}_L^T \quad (\mathcal{C}: \text{荷電共役演算子}) \quad (2.9)$$

が右巻きである場合、新たに右巻きニュートリノを導入せずに質量項を作ることができる。式 (2.6) の ν_R を置き換え、ニュートリノを Majorana 場として、

$$\nu = \nu_L + \nu_L^c \quad (2.10)$$

とすると、Lagrangian の質量項は、

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -\frac{1}{2} m \bar{\nu}_L^c \nu_L + h.c. \quad (2.11)$$

の形で書ける。

2.1.3 Dirac-Majorana 型質量

より一般的な場合としてニュートリノが Majorana 粒子であり、さらに右巻きニュートリノ ν_R が存在する場合を考える。この場合、左巻きと右巻きで Dirac 質量項が作れ、左巻きのみ、右巻きのみでそれぞれ Majorana 質量項を作ることができる。簡単のため左巻きニュートリノを一代、右巻きニュートリノを一代とした場合について考える。この時 Lagrangian の質量項は、

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = \mathcal{L}_{\text{mass}}^L + \mathcal{L}_{\text{mass}}^R + \mathcal{L}_{\text{mass}}^D \quad (2.12)$$

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^L = \frac{1}{2} m_L \nu_L^T \mathcal{C}^\dagger \nu_L + h.c. \quad (2.13)$$

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^R = \frac{1}{2} m_R \nu_R^T \mathcal{C}^\dagger \nu_R + h.c. \quad (2.14)$$

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^D = -m_D \bar{\nu}_R \nu_L + h.c. \quad (2.15)$$

と書ける。ここで次の左巻きカイラル場を導入する。

$$N_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

すると、質量項は、

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{D+M} = \frac{1}{2} N_L^T \mathcal{C}^\dagger M N_L + h.c. \quad (2.17)$$

$$M = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

と書くことができる。行列 M を対角化する適当なユニタリー行列 U を見つければ、質量固有状態が定義できて、

$$U^T M U = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

$$N_L = U n_L, \quad n_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

となり、Dirac-majorana 質量項として Lagrangian に、

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{D+M} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1,2} m_k \bar{\nu}_k \nu_k \quad (2.21)$$

として質量項が導入される。

2.2 真空中のニュートリノ振動

ニュートリノの伝搬は Dirac 方程式に従う。すなわち質量固有状態 (ν_1, ν_2, ν_3) で伝搬する。他方、ニュートリノが生成、検出される際には弱い相互作用の固有状態、すなわちフレーバー固有状態 $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ である。前節で見たように質量固有状態はフレーバー固有状態の混合になっている。すると、あるフレーバーとして生成したニュートリノが伝搬し、別のフレーバーとして検出される現象が起こる。これがニュートリノ振動である。この節では真空中をニュートリノが伝搬する場合について、ニュートリノ振動を定式化する。

質量固有状態 $|\nu_k\rangle$ とフレーバー固有状態 $|\nu_\alpha\rangle$ はユニタリー行列 U によって、

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle \quad (2.22)$$

として結びつけられる。ここで U のパラメトライズとして MNS 行列

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

$$(s_{ij} = \sin \theta_{ij}, \quad c_{ij} = \cos \theta_{ij})$$

を用いる。MNS 行列は 1 章で導入したクォークの混合を表す CKM 行列と同じパラメトライズを用い、3つの混合角と1つの CP 位相がパラメータとして入っている。

質量固有状態 $|\nu_k\rangle$ は Dirac 方程式、

$$i \frac{d}{dt} |\nu_k(t)\rangle = \mathcal{H} |\nu_k(t)\rangle \quad (2.24)$$

に従い伝搬するため、時間 t での状態ベクトル $|\nu_k(t)\rangle$ は、

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle, \quad (E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}) \quad (2.25)$$

と記述される。時刻 $t = 0$ において $|\nu_\alpha\rangle$ として生成したニュートリノが伝搬した後、時刻 t における状態は式 (2.22)、(2.25) より、

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (2.26)$$

となる。ここでMNS行列のユニタリー性 ($UU^\dagger = U^\dagger U = \mathbf{1}$) を用いて、

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left(\sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle \quad (2.27)$$

と書け、したがって t 秒後ニュートリノのフレーバーが α から β に遷移する確率は、

$$P_{\alpha \rightarrow \beta}(t) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i\Delta E_{kj} t} \quad (2.28)$$

$$(\Delta E_{kj} \equiv E_k - E_j)$$

となる。ここで、ニュートリノは光速に非常に近い超相対論的粒子であることから、

$$t = L \text{ (基線長)} \quad (2.29)$$

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \simeq |\vec{p}| + \frac{m_k^2}{2|\vec{p}|} \quad (2.30)$$

と書け、

$$E = |\vec{p}|, \quad \Delta m_{kj} \equiv m_k - m_j$$

を用いて、振動確率は基線長 L とエネルギー E の関数として、

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj} L}{2E}\right) \quad (2.31)$$

と記述される。これを変形すると、

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E}\right) \quad (2.32)$$

$$+ 2 \sum_{k>j} \Im[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right)$$

を得る。ただし、

$$\Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2 \quad (2.33)$$

である。

ここで後の便宜を考え、電子ニュートリノの生存確率 $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}$ の表式を書き下すと、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = 1 - 4|U_{e1}|^2|U_{e2}|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}\right) \quad (2.34)$$

$$- 4|U_{e3}|^2(1 - |U_{e3}|^2) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E}\right)$$

となる。

2.3 物質中のニュートリノ振動

前節ではニュートリノが真空中を伝搬する場合を扱った。この節では、物質中をニュートリノが伝搬する際に、物質とニュートリノが相互作用するために物質中での有効混合角が大きくなり、振動確率が変わる。これを物質効果、あるいはMSW効果 [3, 4] という。本研究では後節で述べる太陽ニュートリノを扱うため、物質効果を考慮する必要がある。

2.3.1 物質中の有効ポテンシャル

ニュートリノは物質中を伝搬する際、物質中に存在する電子、陽子、中性子と弱い相互作用をする。この反応は非常に起こりづらいが、惑星などの密度が大きく半径も大きい物質中を伝搬する際には、コヒーレントな前方散乱として寄与する。ここではニュートリノがその寄与によって感じるポテンシャルを議論する。

始めに電子ニュートリノと電子の荷電カレント (CC) 相互作用について議論する。低エネルギーでの有効ハミルトニアンは前述の 4-Fermi 相互作用として、

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{CC}}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_e(x)\gamma^\rho (1 - \gamma^5) e(x)] [\bar{e}(x)\gamma_\rho (1 - \gamma^5) \nu_e(x)] \quad (2.35)$$

で与えられる。ここではニュートリノが物質中を伝搬する際のコヒーレントな前方散乱を問題とし、散乱前後で電子は 4 元運動量、ヘリシティを変えずにポテンシャルのみに寄与する。有効ハミルトニアンを電子の静止系で積分すると、

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}}^{\text{CC}}(x) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_e(x)\gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_e(x) \int d^3p_e f(E_e, T) \\ &\quad \times \frac{1}{2} \sum_{h_e} \langle e^-(p_e, h_e) | \bar{e}(x)\gamma_\rho (1 - \gamma^5) | e^-(p_e, h_e) \rangle \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\int d^3p_e f(E_e, T) = N_e V, \quad (N_e : \text{電子密度})$$

となる。積分を実行すれば最終的に、

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}}^{\text{CC}}(x) = V_{CC} \bar{\nu}_{eL}(x)\gamma^0 \nu_{eL}(x) \quad (2.37)$$

$$V_{CC} = \sqrt{2}G_F N_e \quad (2.38)$$

を得る。 V_{CC} が荷電カレント相互作用によるポテンシャルとなる。

次に中性カレント (NC) 相互作用によるポテンシャルについて議論する。有効ハミルトニアンは前述と同様に 4 フェルミ相互作用の形で、

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{NC}}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} [\bar{\nu}_\alpha(x)\gamma^\rho (1 - \gamma^5) \nu_\alpha(x)] \sum_{\text{f}} [\bar{\text{f}}(x)\gamma_\rho (g_V^{\text{f}}(x) - g_A^{\text{f}}\gamma^5) \text{f}(x)] \quad (2.39)$$

で与えられる。電氣的に中性な物質を考え、CC の場合と同様の計算から、

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}}^{\text{NC}}(x) = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} V_{NC} \bar{\nu}_{\alpha L}(x)\gamma^0 \nu_{\alpha L}(x) \quad (2.40)$$

$$V_{NC} = -\frac{1}{2}\sqrt{2}G_F N_n \quad (2.41)$$

となり V_{NC} が中性カレント相互作用によるポテンシャルである。

以上から CC と NC による寄与をまとめて書くと、

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}}(x) = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} V_\alpha \bar{\nu}_{\alpha L}(x)\gamma^0 \nu_{\alpha L}(x) \quad (2.42)$$

となり、ニュートリノが物質中を伝搬する際のポテンシャルは、

$$\begin{aligned} V_\alpha &= V_{CC}\delta_{\alpha e} + V_{NC} \\ &= \sqrt{2}G_F \left(N_e \delta_{\alpha e} - \frac{1}{2}N_n \right) \end{aligned} \quad (2.43)$$

と書ける。

2.3.2 物質中を伝搬する振動確率

前節で物質中の有効ポテンシャルが求まったので、ニュートリノが伝搬する際の有効ハミルトニアンが、

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \mathcal{H}_{\text{vac}} + \mathcal{H}_{\text{mat}} \quad (2.44)$$

$$\mathcal{H}_{\text{vac}} |\nu_k\rangle = E_k |\nu_k\rangle, \quad \mathcal{H}_{\text{mat}} |\nu_\alpha\rangle = V_\alpha |\nu_\alpha\rangle$$

で与えられる。フレーバー固有状態での時間発展は、

$$|\nu_k\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle \quad (2.45)$$

を用いて、

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} &= (E + V_{NC}) \mathbf{1} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \\ &+ \left[\frac{1}{2E} U \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} V_{CC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.46)$$

と書ける。 $\mathbf{1}$ は 3×3 の単位行列である。ここで、位相の再定義により $\mathbf{1}$ に比例する項は落とすことができるので、

$$(E + V_{NC} + m_1^2) \mathbf{1}$$

を位相として取り除くと、ニュートリノの伝播が、

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} (U \mathcal{M}^2 U^\dagger + \mathcal{A}) \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

と書ける。ニュートリノが超相対論的粒子であることと、

$$\mathcal{M}^2 = \text{diag}(0, \Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2) \quad (2.48)$$

$$\mathcal{A} = \text{diag}(A_{CC}, 0, 0) \quad (2.49)$$

$$(A_{CC} = 2EV_{CC} = 2\sqrt{2}G_F N_e E)$$

という表式を用いた。ここで、適当なユニタリ行列 \tilde{U} を用いて (2.47) の右辺係数行列を対角化する。

$$\tilde{U} \mathcal{H}_{\text{eff}} \tilde{U}^\dagger = \tilde{\mathcal{M}}^2 \quad (2.50)$$

前節における真空中のニュートリノ振動確率の表式で $U \rightarrow \tilde{U}$ と置き換え、質量 2 乗差を有効質量 2 乗差 $\Delta m_{kj}^2 \rightarrow \Delta \tilde{m}_{kj}^2$ で置き換えて、

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re[\tilde{U}_{\alpha k}^* \tilde{U}_{\beta k} \tilde{U}_{\alpha j} \tilde{U}_{\beta j}^*] \sin^2 \left(\frac{\Delta \tilde{m}_{kj}^2 L}{4E} \right) \\ &+ 2 \sum_{k>j} \Im[\tilde{U}_{\alpha k}^* \tilde{U}_{\beta k} \tilde{U}_{\alpha j} \tilde{U}_{\beta j}^*] \sin \left(\frac{\Delta \tilde{m}_{kj}^2 L}{2E} \right) \end{aligned} \quad (2.51)$$

として物質中の振動確率を得る。

ここからは、本研究で扱う太陽ニュートリノ振動を念頭に置いて、

$$\Delta m_{21}^2 \ll |\Delta m_{31}^2|, \quad L \rightarrow \infty \quad (2.52)$$

の下での ν_e の生存確率 ($P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}$) の表式を議論する。混合行列 U のパラメトライズが、

$$U = R^{23} W^{13} R^{12} \quad (2.53)$$

で与えられていたので、式 (2.47) において新たに、

$$\begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix} = W^{13\dagger} R^{23\dagger} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

を定義すると、時間発展が、

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} (R^{12} \mathcal{M}^2 R^{12\dagger} + W^{13\dagger} \mathcal{A} W^{13}) \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

で与えられる。ここで $\Delta m_{21}^2 \ll |\Delta m_{31}^2|$ であるから ν'_τ は decouple し、

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dx} |\nu'_\tau(x)\rangle &= \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} |\nu'_\tau(x)\rangle \\ \Rightarrow |\nu'_\tau(x)\rangle &= e^{-i \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} x} |\nu'_\tau(0)\rangle \end{aligned} \quad (2.56)$$

に従い伝搬する。 ν_e の生存確率振幅 $\mathcal{A}_{\nu_e \rightarrow \nu_e}$ は、

$$\mathcal{A}_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(x) = \langle \nu_e(x) | \nu_e(0) \rangle \quad (2.57)$$

$$= \langle \nu'_\gamma(x) | (R^{23} W^{13})_{e\gamma}^* (R^{23} W^{13})_{e\gamma'} |\nu'_{\gamma'}\rangle \quad (2.58)$$

$$= \sum_{\gamma, \gamma' = e, \mu} (R^{23} W^{13})_{e\gamma}^* (R^{23} W^{13})_{e\gamma'} \langle \nu'_\gamma(x) | \nu'_{\gamma'}(0) \rangle \quad (2.59)$$

$$+ (R^{23} W^{13})_{e\tau}^* (R^{23} W^{13})_{e\tau} e^{-i \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} x} \quad (2.60)$$

ここで、 $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = |\mathcal{A}_{\nu_e \rightarrow \nu_e}|^2$ であるが、 $x = L \gg 1$ を仮定しており、干渉項は $e^{-i \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} x}$ により激しく振動する。実験的なエネルギー分解能で平均をとると掃き出せることになり、結局生存確率は、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(x) = c_{13}^4 |\langle \nu'_e(x) | \nu'_e(0) \rangle|^2 + s_{13}^4 \quad (2.61)$$

と書けることになる。ここに出てきた、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2 \times 2}(x) \equiv |\langle \nu'_e(x) | \nu'_e(0) \rangle|^2 \quad (2.62)$$

は式 (2.54) から左上 2×2 を取り出して得られる二世代振動の確率である。書き下すと、

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} = \mathcal{H}_{\text{eff}}^{2 \times 2} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

ただし、

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{2 \times 2} = \mathcal{H}_{\text{vac}}^{2 \times 2} + \mathcal{H}_{\text{mat}}^{2 \times 2} \quad (2.64)$$

$$\mathcal{H}_{\text{vac}}^{2 \times 2} = \frac{\Delta m_{21}^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta_{12} & \sin 2\theta_{12} \\ \sin 2\theta_{12} & \cos 2\theta_{12} \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

$$\mathcal{H}_{\text{mat}}^{2 \times 2} = \sqrt{2} G_F N_e \begin{pmatrix} c_{13}^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

に従い時間発展する ν'_e と ν'_μ の二世代振動の生存確率である。

2.3.3 MSW 効果

前小節の式 (2.63) における $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{2 \times 2}$ を対角化することを考える。位相として $\frac{1}{2}A_{CC}c_{13}^2 \mathbf{1}_{2 \times 2}$ を取り除くと、

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} + c_{13}^2 A_{CC} & \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12} \\ \Delta m_{21}^2 \sin 2\theta_{12} & \Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} - c_{13}^2 A_{CC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

となり、右辺係数行列は実対称行列であるから回転行列により対角化できる。これを ν'_e 、 ν'_μ の混合行列として、

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \tilde{U}^{2 \times 2} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

$$\tilde{U}^{2 \times 2} \equiv e^{-i\theta_M \sigma_2} = \begin{pmatrix} \cos \theta_M & -\sin \theta_M \\ \sin \theta_M & \cos \theta_M \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

と定義する。 θ_M が物質中の有効混合角となる。対角化する手順については後の5章、6章に回し、ここでは結果を記すと、 θ_M は、

$$\tan 2\theta_M = \frac{\tan 2\theta_{12}}{1 - \frac{c_{13}^2 A_{CC}}{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12}}} \quad (2.70)$$

を満たす。従って、

$$A_{CC} = 2\sqrt{2}G_F N_e E = \frac{\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12}}{c_{13}^2} \quad (2.71)$$

となる時、真空中の混合角 θ_{12} が小さくとも、有効混合角 θ_M が大きくなるのがわかる。これを MSW 効果という。

2.4 非断熱的效果

前節では物質中の振動確率を密度 N_e が一定として導出した。しかし一般には密度は位置の関数 $N_e(x)$ となる。この節では、物質密度が一定でない場合に振動確率に加わる補正について議論する。ただし、本研究では太陽ニュートリノを扱うので、以下の議論においても前節における二世代で扱うこととする。また以下では、

$$\theta_{12} \rightarrow \theta$$

と略記し、行列の 2×2 の表記を省略する。

2.4.1 断熱近似

二世代間での時間発展は前節で見たように、

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta \cos 2\theta + A & \Delta \sin 2\theta \\ \Delta \sin 2\theta & \Delta \cos 2\theta - A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

$$\Delta \equiv \frac{\Delta m_{21}^2}{4E} \quad (2.73)$$

$$A \equiv \sqrt{2}G_F N_e c_{13}^2 \quad (2.74)$$

で与えられる。ここで密度が位置依存性を持つと、 A も依存性を持ち、

$$A \Rightarrow A(x), \quad \tilde{U} \Rightarrow \tilde{U}(x) \quad (2.75)$$

となり混合行列が位置依存性を持つことになる。ユニタリー変換により (2.72) を対角化すると、左辺からユニタリー行列の微分項が出て、

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-\Delta m_M^2}{4E} & -i \frac{d\theta_M(x)}{dx} \\ i \frac{d\theta_M(x)}{dx} & \frac{\Delta m_M^2}{4E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

$$\Delta m_M^2 = \sqrt{(A - \Delta \cos 2\theta)^2 + (\Delta \sin 2\theta)^2} \quad (2.77)$$

となり、非対角項が出る。非対角項が対角項に比べ十分小さい時、つまり、

$$\gamma \equiv \frac{\Delta m_M^2}{4E |d\theta_M/dx|} \gg 1 \quad (2.78)$$

の時は 0 とみなして、時間発展は、

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-\Delta m_M^2}{4E} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta m_M^2}{4E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

となる。この場合を断熱近似と呼び、 γ を断熱近似の評価に用いる断熱パラメータと呼ぶ。断熱近似の下での生存確率 $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{\text{adia}}$ を求める。式 (2.79) より、

$$|\nu_1(x)\rangle = e^{i \int_0^x \frac{\Delta m_M}{2} dx} |\nu_1(0)\rangle \quad (2.80)$$

$$|\nu_2(x)\rangle = e^{-i \int_0^x \frac{\Delta m_M}{2} dx} |\nu_2(0)\rangle \quad (2.81)$$

であり、この下確率振幅は、

$$\mathcal{A}_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{\text{adia}} = \langle \nu'_e(x) | \nu'_e(0) \rangle \quad (2.82)$$

$$= \langle \nu_i(x) | (U^\dagger)_{ie} (\tilde{U})_{ej} | \nu_j(0) \rangle \quad (2.83)$$

$$= (U^\dagger)_{1e} (\tilde{U})_{e1} e^{-i \int_0^x \frac{\Delta m_M}{2} dx} + (U^\dagger)_{2e} (\tilde{U})_{e2} e^{i \int_0^x \frac{\Delta m_M}{2} dx} \quad (2.84)$$

と書ける。ただし、太陽ニュートリノ実験を想定し、位置 x は地球表面であり、 U は真空中の混合行列である。前節同様干渉項が掃き出せることを用いれば、二世代生存確率は、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{\text{adia}} = (U^\dagger)_{1e} (U)_{e1} (\tilde{U}^\dagger)_{1e} (\tilde{U})_{e1} + (U^\dagger)_{2e} (U)_{e2} (\tilde{U}^\dagger)_{2e} (\tilde{U})_{e2} \quad (2.85)$$

$$= \cos^2 \theta \cos^2 \theta_M + \sin^2 \theta \sin^2 \theta_M \quad (2.86)$$

$$\therefore P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{\text{adia}} = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\theta \cos 2\theta_M) \quad (2.87)$$

となる。有効混合角の電子密度依存性を示したのが次の図 2.1 であり、質量固有値の電子密度依存性を現したのが図 2.2 である。図から、前節でも扱った通り、

$$A(x_R) = \Delta \cos 2\theta \quad (2.88)$$

を満たす、有効混合角が大きくなり、質量固有値が接近する点の存在がわかる。この特徴的な点を resonance point と呼ぶ。

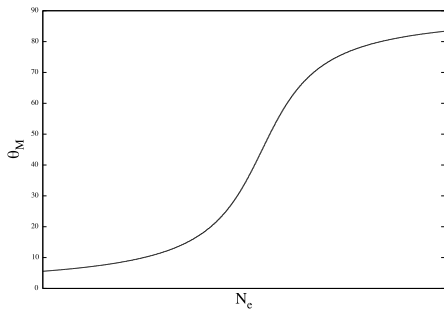


図 2.1 θ_M の密度依存性

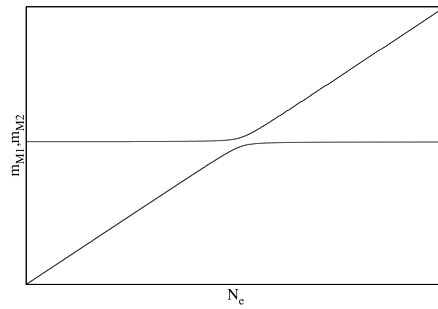


図 2.2 m_{M1}, m_{M2} の密度依存性

2.4.2 非断熱的効果

前小節において断熱パラメータが大きく断熱近似として扱える場合を議論した。ここでは非対角項の存在により生存確率に加わる補正について議論する。

非対角項が存在すると、2つの状態 $|\nu_1\rangle$ 、 $|\nu_2\rangle$ の間で遷移が起こることが知られている。この確率を level crossing probability (準位遷移確率 P_c) と呼び Landau[5] によりその形が、

$$\ln P_c = -\Im \int_C \tilde{E} dx \tag{2.89}$$

で与えられている。ここで積分経路 C は $\Delta \tilde{E} = \tilde{E}_2 - \tilde{E}_1 = 0$ となる古典的回帰点を $\exp(-i\tilde{E}_2 t/h) / \exp(-i\tilde{E}_1 t/h) > 0$ ($\tilde{E}_2 > \tilde{E}_1$) となるように迂回した経路である。太陽ニュートリノの二世代振動の場合で P_c を計算する。今、

$$\Delta \tilde{E} = \frac{\Delta m_M^2}{2E} = \frac{1}{2E} \sqrt{(A - \Delta \cos 2\theta)^2 + (\Delta \sin 2\theta)^2} \tag{2.90}$$

であり、古典的回帰点は、

$$A_c = A(x_c) = \Delta \cos 2\theta + i\Delta \sin 2\theta \tag{2.91}$$

である。回帰点を迂回する積分経路を下図の Γ とする。

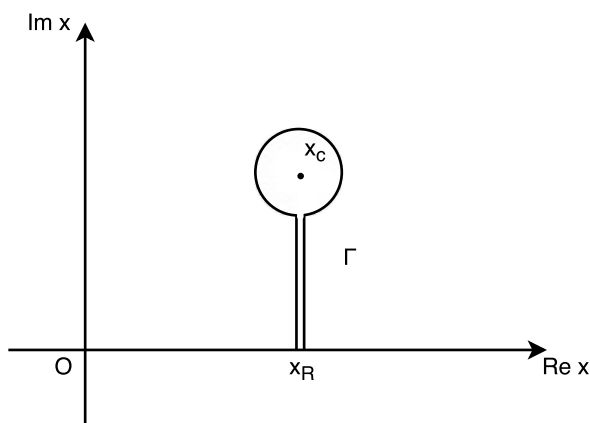


図 2.3 積分経路

すると積分は、

$$\begin{aligned} -\Im \int_C \tilde{E} dx &= -\Im \int_{x_R}^{x_c} \frac{\Delta m_M^2}{2E} dx - \Im \int_{x_c}^{x_R} -\frac{\Delta m_M^2}{2E} dx \\ &= -\frac{1}{E} \Im \int_{x_R}^{x_c} \sqrt{(A - \Delta \cos 2\theta)^2 + (\Delta \sin 2\theta)^2} dx \end{aligned} \quad (2.92)$$

に帰着する。積分を実行するにあたり、積分変数を x から A に変更する。

$$dx = \frac{1}{\frac{dA}{dx}} dA = -x_0 \frac{1}{A} dA \quad (2.93)$$

ただし最後の等号では太陽の電子密度分布が、

$$N_e(x) = N_e(0) \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right) \quad (2.94)$$

であることを用いた [6]。 $N_e(0)$ は太陽中心での電子密度で係数 x_0 は $x_0 = R_\odot/10.54$ である。 R_\odot は太陽半径で、

$$R_\odot = 6.961 \times 10^{10} \text{cm} [7] \quad (2.95)$$

である。変数変換により、

$$-\frac{x_0}{E} \Im \int_{A=\Delta \cos 2\theta}^{A=\Delta \cos 2\theta + i\Delta \sin 2\theta} \frac{1}{A} \sqrt{(A - \Delta \cos 2\theta)^2 + (\Delta \sin 2\theta)^2} dA \quad (2.96)$$

と書くことができる。さらに見やすくするためこの積分を、

$$A = \alpha + i\beta y, \quad y: 0 \rightarrow 1 \quad (2.97)$$

$$\alpha \equiv \Delta \cos 2\theta, \quad \beta \equiv \Delta \sin 2\theta \quad (2.98)$$

に置き換えて計算すると、

$$\begin{aligned} &-\frac{x_0}{E} \Im \int_0^1 \beta \sqrt{1-y^2} \frac{i\beta}{\alpha + i\beta y} dy \\ &= -\frac{x_0}{E} \beta \Im \int_0^1 \left\{ \frac{\sqrt{1-y^2}}{y^2 + \zeta^2} y + i\zeta \frac{\sqrt{1-y^2}}{y^2 + \zeta^2} \right\} dy \quad (\zeta \equiv \frac{\alpha}{\beta}) \end{aligned} \quad (2.99)$$

第1項は実であるから捨てて、第2項について、

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{\sqrt{1-y^2}}{y^2 + \zeta^2} dy &= \left[-\sin^{-1} x + \frac{\sqrt{1+\zeta^2} \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1+\zeta^2} y}{\zeta \sqrt{1-y^2}} \right)}{\zeta} \right]_0^1 \\ &= -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{\sqrt{1+\zeta^2}}{\zeta} \end{aligned} \quad (2.100)$$

と計算でき、最終的に P_c が、

$$\ln P_c = -\frac{x_0}{E} \cdot \beta \cdot \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(-\frac{\pi}{2}\right) \cdot \left\{ 1 - \frac{\beta}{\alpha} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2} \right\} \quad (2.101)$$

$$\therefore P_c = e^{-\pi x_0 \frac{\Delta}{2E} (1 - \cos 2\theta)} \quad (2.102)$$

と導ける。level crossing が起こる時の生存確率は、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = \frac{1}{2} \{ 1 + (1 - P_c) \cos 2\theta \cos 2\theta_M \} \quad (2.103)$$

と書き下せ、 $P_c \rightarrow 0$ とした時、断熱的生存確率に帰着する。

第 3 章

太陽ニュートリノ実験

太陽は内部の核融合反応により、1MeV のオーダーのエネルギーを持った電子ニュートリノを豊富に放出している。この太陽から放出されたニュートリノを観測するのが太陽ニュートリノ実験である。この章では、太陽ニュートリノ実験についてと、その結果から導かれる問題について議論する。

3.1 太陽ニュートリノ

太陽から飛来するニュートリノは太陽内部の核融合反応により生成している。ニュートリノが生成する過程は下の表 3.1 であり、それぞれ pp chain、CNO cycle と呼ばれる。

表 3.1 ニュートリノの生成過程

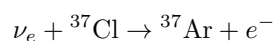
pp chain	CNO cycle
$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$ (pp)	$^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e$ (^{13}N)
$p + e^- + p \rightarrow d + \nu_e$ (pep)	$^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu_e$ (^{15}O)
$^3\text{He} + p \rightarrow ^4\text{He} + e^+ + \nu_e$ (hep)	$^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O} + e^+ + \nu_e$ (^{17}F)
$e^- + ^7\text{Be} \rightarrow ^7\text{Li} + \nu_e$ (^7Be)	
$^8\text{B} \rightarrow ^8\text{Be} + e^+ + \nu_e$ (^8B)	

これらのニュートリノがどの程度のエネルギーとフラックスで飛来するかは、標準太陽模型 (SSM) から見積もられている。生成するニュートリノのエネルギーとフラックスを示したのが図 3.1 である。太陽程度の質量では CNO cycle の寄与は小さく ($\sim 1.5\%$ [8])、主に pp chain の寄与によることが知られている。

3.2 太陽ニュートリノ実験

3.2.1 Homestake

歴史上初めて太陽ニュートリノを検出した実験が、1968 年アメリカの Homestake 実験である。検出に用いた反応は、Cl と Ar の反応で、



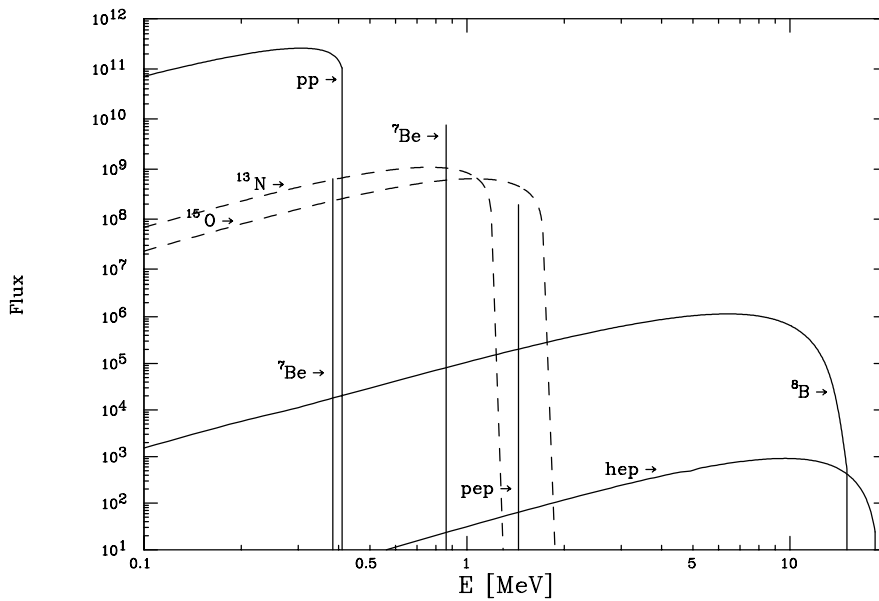


図 3.1 太陽ニュートリノのエネルギースペクトル [9]

energy threshold : $E > 0.81 \text{ MeV}$

である。検出器には 615 トンの C_2Cl_4 を用いていた。Homestake 実験では飛来したニュートリノのフラックスは分かるが、方向、時刻、エネルギーについての情報は得られないため、すべて信号が太陽からのニュートリノであると断定はできなかった。しかしそれでも、標準太陽模型からの予測値が 7.9 SNU(太陽ニュートリノ単位) であるのに対し、観測値は 2.1 SNU であり [10]、予測値より少ない結果が問題となった。

3.2.2 Kamiokande, Super-Kamiokande

1983 年から日本の神岡でカミオカンデ実験が行われた。この実験で使われた検出器は 3000[t] の water Cherenkov detector と呼ばれるもので、弾性散乱

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$$

により放出されるチェレンコフ光を検出する。threshold は $E > 7.5 \text{ MeV}$ であり、ターゲットは Homestake 実験と同じく ${}^8\text{B}$ neutrino であった。Kamiokande 実験では飛来したニュートリノの方向、時刻、エネルギーを決定できる。これにより、飛来しているニュートリノが太陽の方向からであり、太陽ニュートリノであることが示された。さらにこの実験の結果も Homestake 実験と同様、標準太陽模型と比較してニュートリノが予測値よりも少ないという結果を出した。

1996 年から同じく日本の神岡でスーパーカミオカンデ実験 (SK) が開始された。検出器には 50000[t] の water Cherenkov detector が用いられ、threshold は $E > 5 \text{ MeV}$ であり、さらに高精度の測定が可能となった。SSM によるモンテカルロシミュレーション結果と SK の観測結果をエネルギースペクトルで比較したのが図 3.2 である。予測値と比べ観測値が減少しており、ニュートリノ振動を示唆する結果となっている。

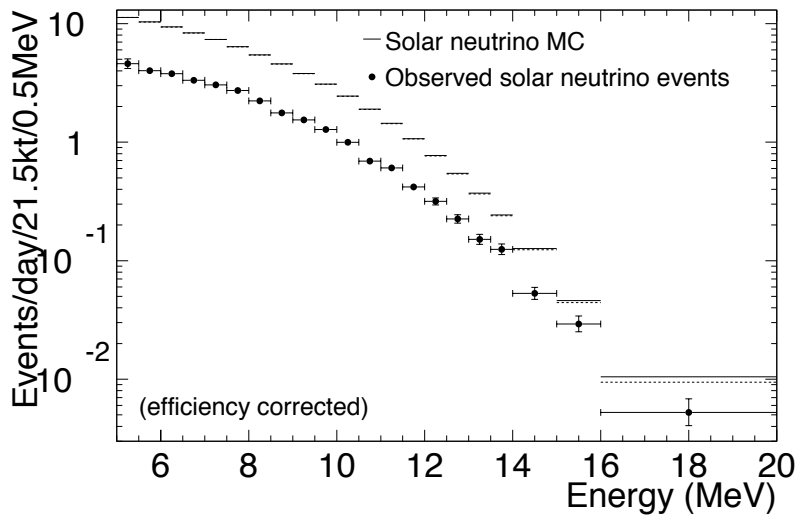


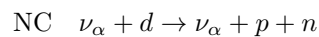
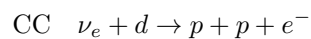
図 3.2 SK のエネルギースペクトル [11]

3.2.3 Sudbury Neutrino Observatory (SNO)

1999 年から 2006 年にカナダのサドベリーで、水の代わりに重水 (D₂O) を使った検出器 heavy water Cherenkov detector を用いた実験が行われた。SNO では弾性散乱

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$$

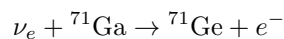
に加えて、原子核との CC 散乱、NC 散乱についても感度がある。



ここから太陽で生成した電子ニュートリノがミューニュートリノやタウニュートリノへ振動した事を直接検証する。結果が図 3.3 であり、それぞれの許容領域が交差している。これにより、太陽ニュートリノ問題がニュートリノ振動による事が直接示された。

3.2.4 Gallium experiments

ガリウムを用いた太陽ニュートリノ実験として、イタリアの”GALLEX/GNO”、ロシアの”SAGE”がある。ガリウムを用いる実験は、



$$\text{energy threshold : } E = 0.233 \text{ MeV}$$

という反応からニュートリノを観測しており、threshold が低い。したがって、Ar や water Cherenkov detector で観測する ⁸B neutrino よりエネルギーの低い、pp chain の

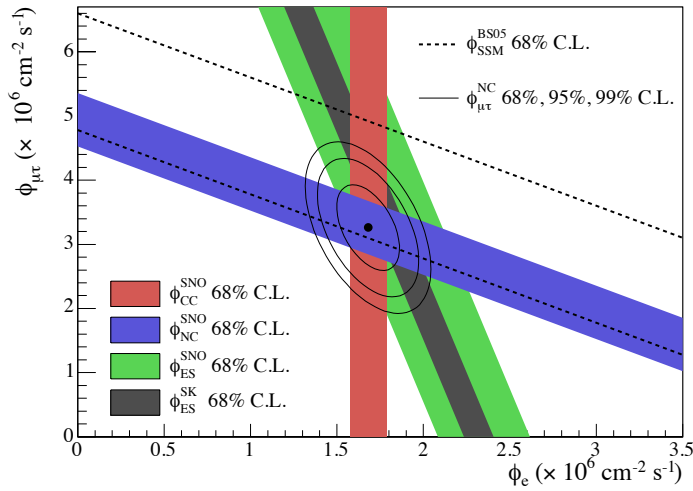


図 3.3 SNO[12]

主要反応の生成物である pp neutrino にも感度がある。ガリウム実験から、低エネルギーでもニュートリノに振動が起きている事が確認された。

3.2.5 KamLAND (Long-baseline reactor experiments)

Kamiokande の跡地を使い液体シンチレーターを用いた KamLAND 実験が行なわれている。この実験で観測対象としているニュートリノは、日本国内 53 箇所の原子力発電所の原子炉から飛来する反ニュートリノ及び、寄与としては小さいが韓国の原子炉からの反ニュートリノである。これらの約 80 パーセントは距離が 140km~215km から飛来しており、平均距離は 180km である。純水を用いた Kamiokande と違い液体シンチレーターを使う事で、より小さいエネルギーにも感度がある。L ~ 200km、E ~ 4MeV として、3 世代振動は式 (2.34) より、

$$\begin{aligned}
 P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = & 1 - 4|U_{e1}|^2|U_{e2}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \\
 & - 4|U_{e3}|^2(1 - |U_{e3}|^2) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right)
 \end{aligned} \quad (3.1)$$

となる。ここで $\sin^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right)$ が激しく振動するので、1/2 として、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = 1 - \cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_{13} \quad (3.2)$$

となり、太陽ニュートリノ振動の振動パラメーター $\{\Delta m_{21}^2, \theta_{12}\}$ に感度を持つ。太陽ニュートリノ実験と KamLAND 実験を組み合わせる事で、高い精度での振動パラメーターの決定ができる。KamLAND からの振動パラメータへの制限は次節図 3.4 に示されている。

3.3 実験結果と標準模型からのずれ

太陽ニュートリノ実験及び KamLAND の結果を合わせ、現在わかっている振動パラメーターの値は、

$$\sin^2 \theta_{12} = 0.305 \pm 0.014 \quad (3.3)$$

$$\Delta m_{21}^2 = (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{eV}^2 \quad (3.4)$$

となっている (図 3.4)。

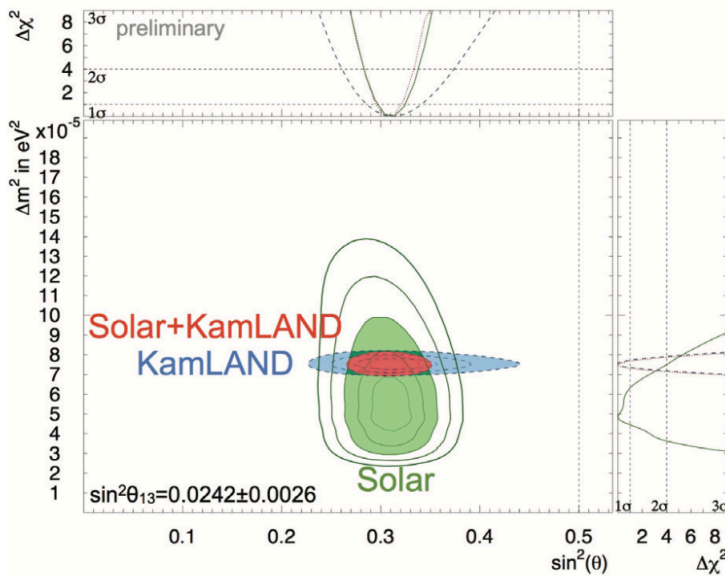


図 3.4 太陽ニュートリノ実験 +KamLAND からの制限 [13]

これらの値は、標準模型内の相互作用のみを仮定した結果である。しかし、 Δm_{21}^2 の観測値が図からも読み取れるように、太陽ニュートリノ実験のみから得られる値と、KamLAND のみの値でずれている [13]。

$$\begin{aligned} \text{Solar} : \Delta m_{21}^2 &= 4.84 \times 10^{-5} \text{eV}^2 \\ \text{KamLAND} : \Delta m_{21}^2 &= 7.54 \times 10^{-5} \text{eV}^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

これは KamLAND が真空振動であるのに対し、太陽ニュートリノは物質中の振動であるから物質効果が入り、標準的な物質効果では説明ができない。

また、SNO や Super-Kamiokande、Borexino の結果から電子ニュートリノの生存確率 $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} (\equiv P_{ee})$ を横軸 $E[\text{MeV}]$ で KamLAND の Δm_{21}^2 を用いてプロットすると、標準模型で予想される振る舞いからずれが見られことが先行研究 [1] から示されており、図 3.5 である。高エネルギーから低エネルギーへ見ていくと、実験結果は生存確率が下がる振る舞いをするのに対し、標準模型からのプロットは上がる振る舞いをしている。急速に生存確率が上昇する”up-turn”も、実験結果に対し高エネルギー側にある。

これらの標準模型からのずれを説明する一つの可能性が、次章で詳しく解説する「非標準相互作用」である。さらに今後ニュートリノの精密測定が行われていくことで、新物理への入り口になると予測されている。

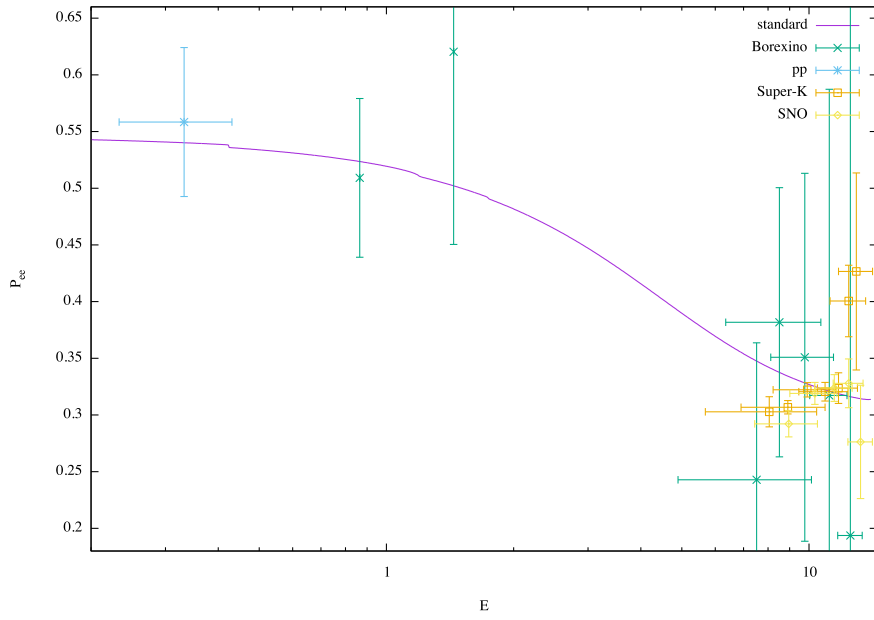


図 3.5 太陽ニュートリノ生存確率の振る舞いと観測値 [1]

第 4 章

非標準相互作用 (NSI)

前章の最後でも述べた通り、標準模型の枠組みでニュートリノ振動を記述した場合、太陽ニュートリノ実験では電子ニュートリノの生存確率のエネルギースペクトルにずれが見られる。さらに KamLAND の結果ともずれがある。このずれを解消する 1 つの可能性として、ニュートリノの標準模型を超えた相互作用、非標準相互作用 (Non Standard Interaction, NSI) の存在が議論されている。この章では導入する NSI についてと、NSI の存在するときの物質ポテンシャル及び太陽ニュートリノ実験と KamLAND から導かれる許容領域について議論する。

4.1 Non Standard Interaction

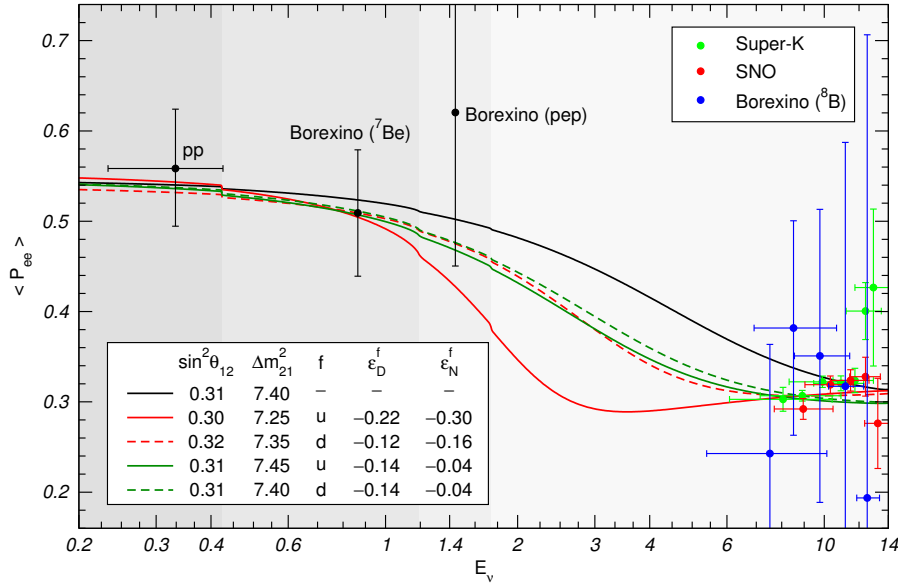
下の図 4.1 に示すのは、先行研究からわかっている太陽ニュートリノ実験と標準模型とのずれである。このずれを解消するために、標準模型の枠組みを超えたフレーバーに依存した新しい相互作用を導入する。ここでは新しい相互作用を Lagrangian に、低エネルギー有効理論である 4-Fermi 相互作用を拡張して、

$$\mathcal{L}_{\text{NSI}}^{\text{eff}} = -2\sqrt{2}G_F \varepsilon_{\alpha\beta}^{fP} (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu \nu_\beta) (\bar{f} \gamma_\mu P f) \quad (4.1)$$

として導入する。この相互作用項は $SU(2)_L$ ゲージ対称性を破り、標準模型には含まれない。このような相互作用は、SUSY や高次の新物理のシナリオに有効なレベルで現れる [3, 14, 15, 16] が本論文では触れない。式 (4.1) は NC の 4-Fermi 相互作用であり、ニュートリノの伝播に作用する相互作用である (NSI in propagation)。非標準相互作用として CC の 4-Fermi 相互作用を考える事もでき、

$$\mathcal{L}_{\text{NSI}}^{\text{eff}} = -2\sqrt{2}G_F \varepsilon_{\alpha\beta}^{fP} (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\mu l_\beta) (\bar{f} \gamma_\mu P f) \quad (4.2)$$

として Lagrangian に導入する。式 (4.2) はニュートリノの生成と検出に作用する (NSI in production/detection)。しかし、 π, μ, τ 崩壊、0 距離振動から $\sim O(10^{-2})$ の制限がかかっている [17]。本研究では式 (4.1) の非標準相互作用を扱う。


 図 4.1 太陽ニュートリノ実験での ν_e の生存確率 [1]

4.2 物質ポテンシャル

ニュートリノが物質中を伝播する際、式 (4.1) の NSI によって物質ポテンシャルが変更を受ける。2 章での議論と同様にして、NSI が存在する場合の物質ポテンシャルは、

$$\mathcal{H}_{\text{mat}} = \sqrt{2}G_F N_e(r) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$\rightarrow \mathcal{H}_{\text{mat}}^{\text{NSI}} = \sqrt{2}G_F N_e(r) \begin{pmatrix} 1 + \varepsilon_{ee} & \varepsilon_{e\mu} & \varepsilon_{e\tau} \\ \varepsilon_{e\mu}^* & \varepsilon_{\mu\mu} & \varepsilon_{\mu\tau} \\ \varepsilon_{e\tau}^* & \varepsilon_{\mu\tau}^* & \varepsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

という形をとる。ここで、

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta}(r) \equiv \sum_f \frac{N_f(r)}{N_e(r)} \varepsilon_{\alpha\beta}^f, \quad f = e, u, d \quad (4.5)$$

で定義した。ここに出てきた $\varepsilon_{\alpha\beta}$ が NSI のパラメータである。したがって NSI がある場合の物質中でのニュートリノの伝播は、

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \sqrt{2}G_F N_e(r) \begin{pmatrix} 1 + \varepsilon_{ee} & \varepsilon_{e\mu} & \varepsilon_{e\tau} \\ \varepsilon_{e\mu}^* & \varepsilon_{\mu\mu} & \varepsilon_{\mu\tau} \\ \varepsilon_{e\tau}^* & \varepsilon_{\mu\tau}^* & \varepsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

と書ける。

ここからは太陽ニュートリノの場合を想定し、2 世代振動の表式へ変形しておく。2 章

での議論と同様に、

$$\begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix} = W^{13\dagger} R^{23\dagger} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

として式 (4.6) に代入すると、

$$\text{(第1項)} \quad R^{12} \mathcal{M}^2 R^{12\dagger} = \begin{pmatrix} s_{12}^2 \Delta m_{21}^2 & c_{12} s_{12} \Delta m_{21}^2 & 0 \\ c_{12} s_{12} \Delta m_{21}^2 & c_{12}^2 \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

となり、 $\Delta m_{21}^2 \ll |\Delta m_{31}^2|$ であるから、 ν_3 が decouple して、左上 2×2 部分が太陽の場合の二世代振動となる。第2項について計算すると、

$$\begin{aligned} (1,1) &= c_{13}^2 \varepsilon_{ee} - s_{23} s_{13} c_{13} e^{i\delta} \varepsilon_{e\mu}^* - c_{23} s_{12} c_{13} e^{i\delta} \varepsilon_{e\tau}^* \\ &\quad - c_{13} s_{23} s_{13} e^{-i\delta} \varepsilon_{e\mu} + s_{23}^2 s_{13}^2 \varepsilon_{\mu\mu} + c_{23} s_{23} s_{13}^2 \varepsilon_{\mu\tau}^* \\ &\quad - c_{13} s_{13} c_{23} e^{-i\delta} \varepsilon_{e\tau} + s_{23} c_{23} s_{13}^2 \varepsilon_{\mu\tau} + c_{23}^2 s_{13}^2 \varepsilon_{\tau\tau} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$(2,2) = c_{23}^2 \varepsilon_{\mu\mu} - s_{23} c_{23} \varepsilon_{\mu\tau}^* - s_{23} c_{23} \varepsilon_{\mu\tau} + s_{23}^2 \varepsilon_{\tau\tau} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} (1,2) &= c_{13} c_{23} \varepsilon_{e\mu} - s_{23} s_{13} c_{23} e^{i\delta} \varepsilon_{\mu\mu} - c_{23}^2 s_{13} e^{i\delta} \varepsilon_{\mu\tau}^* \\ &\quad - c_{13} s_{23} \varepsilon_{e\tau} + s_{23}^2 s_{13} e^{i\delta} \varepsilon_{\mu\tau} + c_{23} s_{13} s_{23} e^{i\delta} \varepsilon_{\tau\tau} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$(2,1) = (1,2)^* \quad (4.12)$$

となる。以上をまとめると、ニュートリノの伝播は、

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} = \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{NSI}} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

と書け、トレースレスになるように位相の再定義を行い、

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{NSI}} &= \mathcal{H}_{\text{vac}} + \mathcal{H}_{\text{mat}}^{\text{NSI}} \\ &= \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta_{12} & \sin 2\theta_{12} \\ \sin 2\theta_{12} & \cos 2\theta_{12} \end{pmatrix} + A(r) \begin{pmatrix} c_{13}^2 - \varepsilon_D & \varepsilon_N \\ \varepsilon_N^* & \varepsilon_D \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.14)$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} A(r) &= \sqrt{2} G_F N_e(r) \\ 2\varepsilon_D &= -(1,1) + (2,2) \\ 2\varepsilon_N &= (1,2) \end{aligned}$$

である。ここで用いた表式は先行研究 [1] による。

4.3 NSI の許容領域

再び図 4.1 を見ると、NSI を考慮したほうが高エネルギー側での振る舞いがより実験結果を再現していることがわかる。先行研究 [1] により、太陽ニュートリノ実験と KamLAND の結果から、 $\varepsilon_D, \varepsilon_N$ に許容領域がついている。また、 $\sin^2 \theta_{12}$ と Δm_{21}^2 の許容領域も示されている。それが下図 4.2 である。左の図 ($f = u$) は物質中の up quark のみ、右の図 ($f = d$) は down quark のみと非標準相互作用をすることで解析した結果である。緑色の領域が太陽及び KamLAND からの制限で、青からピンクが SNO から

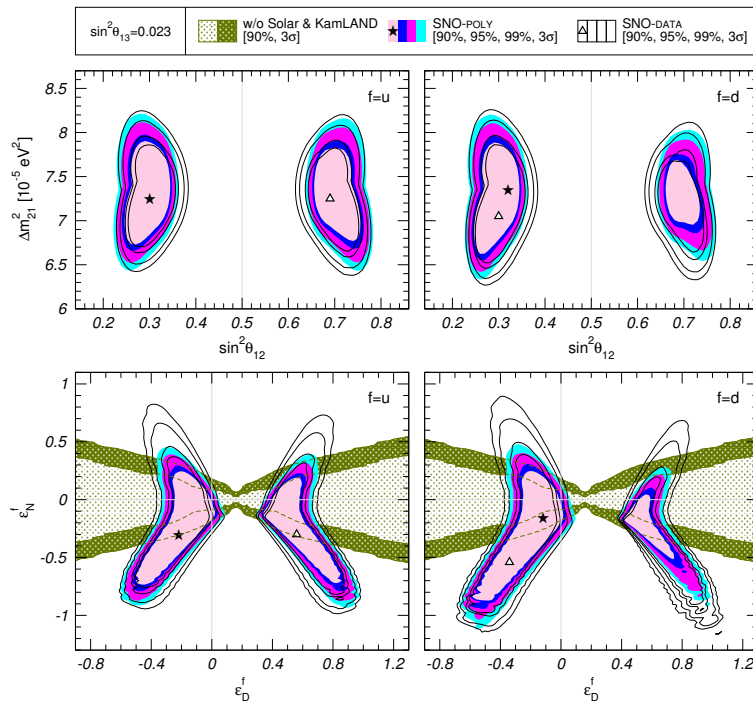


図 4.2 先行研究による ϵ_D, ϵ_N の許容領域 [1]

の制限である。許容領域が ϵ_D の正負どちらにも存在し、 $\epsilon_D < 0$ の領域を light-side、 $\epsilon_D > 0$ の領域を dark-side と呼ぶ。light-side では $\theta_{12} < 45^\circ$ が許容領域とり、dark-side では $\theta_{12} > 45^\circ$ が許容領域となる。また、 ϵ_N は複素数であり、 $\epsilon_N = |\epsilon_N|e^{i\delta_N}$ のように複素位相が入る。 δ_N を NSI の位相と呼ぶ。先行研究 [1] の解析では ϵ_N を実数、つまり $\delta_N = 0, \pi$ として解析されている。

第 5 章

NSI が存在する場合の非断熱的效果

前章において NSI が存在する場合に物質効果の変更を受けることを議論した。本研究では NSI が存在する場合の非断熱効果に着目し、準位遷移確率 P_c が特異的に大きくなる可能性を議論する。始めに NSI が存在する場合の準位遷移確率を解析的に計算し、NSI のパラメータと P_c の振る舞いについて議論する。その後数値計算により、準位遷移確率 P_c が特異的に大きくなる場合について議論する。

5.1 NSI が存在する場合の準位遷移確率

前章で議論した通り、NSI が存在する場合の物質中のハミルトニアンは、

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{NSI}} &= \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta_{12} & \sin 2\theta_{12} \\ \sin 2\theta_{12} & \cos 2\theta_{12} \end{pmatrix} + A(r) \begin{pmatrix} c_{13}^2 - \varepsilon_D & \varepsilon_N \\ \varepsilon_N^* & \varepsilon_D \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\Delta \cos 2\theta + A(r)(c_{13}^2 - \varepsilon_D) & \Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N \\ \Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N^* & \Delta \cos 2\theta + A(r)\varepsilon_D \end{pmatrix} \\ &\quad (\Delta \equiv \frac{\Delta m_{21}^2}{2E}, \quad \theta \equiv \theta_{12} \text{ と定義した}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

与えられる。準位遷移確率 P_c を計算する為に、ハミルトニアンを対角化し、エネルギー固有値を出す。そこで、一般のエルミート行列に対して成り立つ、

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & |B|e^{i\varphi} \\ |B|e^{-i\varphi} & C \end{pmatrix} = e^{i\frac{\varphi}{2}\sigma_3} \begin{pmatrix} A & |B| \\ |B| & C \end{pmatrix} e^{-i\frac{\varphi}{2}\sigma_3} \quad (5.2)$$

$$\varphi \equiv \arg(B)$$

という関係式を用いて、式 (5.1) は、

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}} &= e^{i\frac{\varphi}{2}\sigma_3} \begin{pmatrix} -\Delta \cos 2\theta + A(r)(c_{13}^2 - \varepsilon_D) & |\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N| \\ |\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N| & \Delta \cos 2\theta + A(r)\varepsilon_D \end{pmatrix} e^{-i\frac{\varphi}{2}\sigma_3} \\ &= e^{i\frac{\varphi}{2}\sigma_3} \{ -(\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_D)\sigma_3 + |\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N|\sigma_1 \\ &\quad + \frac{1}{2}A(r)c_{13}^2(\underbrace{\mathbf{1}}_{\text{位相として出す}} + \sigma_3) \} e^{-i\frac{\varphi}{2}\sigma_3} \\ &= e^{i\frac{\varphi}{2}\sigma_3} \{ -(\Delta \sin 2\theta - A(r)(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D))\sigma_3 + |\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N|\sigma_1 \} e^{-i\frac{\varphi}{2}\sigma_3} \end{aligned} \quad (5.3)$$

ただし、

$$\varphi \equiv \arg(\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N) \quad (5.4)$$

と書くことができる。ここで、 \mathcal{H}_{eff} を対角化するユニタリ行列を \tilde{U} として、質量固有状態をパラメータ $\tilde{\theta}$ を用いて、

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \tilde{U} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

$$\tilde{U} = e^{-i\tilde{\theta}\sigma_2} e^{-i\frac{\tilde{\theta}}{2}\sigma_3} \quad (5.6)$$

で定義する。すると、

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}} &\rightarrow \tilde{U} \mathcal{H}_{\text{eff}} \tilde{U}^\dagger \\ &= e^{-i\tilde{\theta}\sigma_2} \left\{ \underbrace{-(\Delta \sin 2\theta - A(r)) \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D \right) \sigma_3}_{\equiv \beta} + \underbrace{|\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N| \sigma_1}_{\equiv \alpha} \right\} e^{i\tilde{\theta}\sigma_2} \\ &= e^{-i\tilde{\theta}\sigma_2} (\alpha \sigma_1 + \beta \sigma_3) e^{i\tilde{\theta}\sigma_2} \\ &= (\alpha \cos 2\tilde{\theta} + \beta \sin 2\tilde{\theta}) \sigma_1 + (\beta \cos 2\tilde{\theta} - \alpha \sin 2\tilde{\theta}) \sigma_3 \end{aligned} \quad (5.7)$$

となる。したがって、対角化する為には σ_1 の係数が0になるよう、パラメータ $\tilde{\theta}$ を、

$$\begin{aligned} \alpha \cos 2\tilde{\theta} + \beta \sin 2\tilde{\theta} &= 0 \\ \therefore \tan 2\tilde{\theta} &= -\frac{\alpha}{\beta} = \frac{|\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N|}{(\Delta \sin 2\theta - A(r))(c_{13}^2/2 - \varepsilon_N)} \end{aligned} \quad (5.8)$$

とする。この下で、 $0 \leq \tilde{\theta} \leq \pi/2$ でとると、

$$\sin 2\tilde{\theta} = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (5.9)$$

$$\cos 2\tilde{\theta} = -\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (5.10)$$

であることを用いれば、対角化したハミルトニアンは、

$$\begin{aligned} \tilde{U} \mathcal{H}_{\text{eff}} \tilde{U}^\dagger &= -\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_3 \\ &= \begin{pmatrix} -\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} & 0 \\ 0 & \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{\Delta \tilde{E}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta \tilde{E}}{2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.11)$$

ただし、

$$\frac{\Delta \tilde{E}}{2} \equiv \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (5.12)$$

と導ける。

以上でエネルギー固有値が導けたので、ここからは準位遷移確率 P_c の計算を行う。2章で扱った通り、式(2.89)から、

$$\ln P_c = -\Im \int_C \tilde{E} dx$$

で計算でき、古典的回帰点周りの経路をとることで、

$$P_c = e^{-2\Im \int_{x_R}^{x_C} \Delta \tilde{E} dx} \quad (5.13)$$

となる。今、 $\Delta \tilde{E}$ が式 (5.12) で定義されているが、 α について、 $\varepsilon_N = |\varepsilon_N| e^{i\delta_N}$ の複素位相 δ_N を NSI phase と呼び、次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}\alpha &= |\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N| \\ &= |\Delta \sin 2\theta + A(r)(|\varepsilon_N| \cos \delta_N + i|\varepsilon_N| \sin \delta_N)| \\ &= \sqrt{(\Delta \sin 2\theta + A(r)|\varepsilon_N| \cos \delta_N)^2 + (A(r)|\varepsilon_N| \sin \delta_N)^2}\end{aligned}\quad (5.14)$$

したがって $\Delta \tilde{E}$ は、

$$\begin{aligned}\Delta \tilde{E} &= 2\sqrt{(\Delta \sin 2\theta + A(r)|\varepsilon_N| \cos \delta_N)^2 + (A(r)|\varepsilon_N| \sin \delta_N)^2} \\ &\quad + (\Delta \sin 2\theta - A(r))\left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)^2}\end{aligned}\quad (5.15)$$

となる。(5.15) の根号の中が A についての2次関数になっていることから、平方完成により、

$$\begin{aligned}& \left(|\varepsilon_N|^2 + \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)^2\right) \left\{ A(r) + \frac{\Delta \sin 2\theta |\varepsilon_N| \cos \delta_N - \Delta \cos 2\theta \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)}{|\varepsilon_N|^2 + \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)^2} \right\}^2 \\ & - \frac{\{\Delta \sin 2\theta |\varepsilon_N| \cos \delta_N - \Delta \cos 2\theta \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)\}^2}{|\varepsilon_N|^2 + \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)^2} + (\Delta \sin 2\theta)^2 + (\Delta \cos 2\theta)^2\end{aligned}\quad (5.16)$$

と書ける。したがって、NSIが存在する場合の古典的回帰点 (x_c) での A_{cross} と、resonance point (x_R) での A_{res} はそれぞれ、

$$\begin{aligned}A_{\text{res}} &= -\frac{\Delta \sin 2\theta |\varepsilon_N| \cos \delta_N - \Delta \cos 2\theta \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)}{|\varepsilon_N|^2 + \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)^2} \\ &\equiv -\frac{b}{a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A_{\text{cross}} &= \frac{\sqrt{\{\Delta \sin 2\theta |\varepsilon_N| \cos \delta_N - \Delta \cos 2\theta \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)\}^2 - \Delta^2 (|\varepsilon_N|^2 + \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)^2)}}{|\varepsilon_N|^2 + \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)^2} \\ &\equiv \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a} \\ &= -\frac{b}{a} + \frac{\sqrt{ac - b^2}}{a}i\end{aligned}$$

となるのがわかる。以上を用いて、準位遷移確率 P_c の exponential の肩を計算していく。ただし、太陽ニュートリノを扱うことから、太陽内での電子密度分布は2章と同様に、

$$N_e(x) = N_e(0) \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right)\quad (5.17)$$

$$N_e(0) = 245 \text{ N}_A/\text{cm}^3, \quad x_0 = \frac{R_\odot}{10.54}\quad (5.18)$$

を用いる。積分変数を x から A に変更して、

$$dx = \frac{1}{\frac{dA}{dx}} dA = -x_0 \frac{1}{A} dA\quad (5.19)$$

とし、 A についての積分を実行する。

$$\begin{aligned} & -2\Im \int_{A_{\text{res}}}^{A_{\text{cross}}} \Delta \tilde{E} dA \\ & = -4\Im \int_{-\frac{b}{a}}^{-\frac{b}{a} + \frac{\sqrt{ac-b^2}}{a}i} \sqrt{a\left(A + \frac{b}{a}\right)^2 - \frac{b^2-ac}{a}} \cdot (-x_0) \frac{1}{A} dA \end{aligned}$$

ここで再び変数変換を行い、 A から y についての積分とし、経路を次のようにとる。

$$\begin{aligned} A & = -\frac{b}{a} + \frac{\sqrt{ac-b^2}}{a}i \cdot y \\ y & : 0 \rightarrow 1 \end{aligned} \quad (5.20)$$

ここでの経路の取り方は、積分の結果に影響を与えない。この下で積分を計算すると、

$$\begin{aligned} & -4 \cdot (-x_0) \Im \int_0^1 \sqrt{\frac{ac-b^2}{a}} \cdot \sqrt{1-y^2} \cdot \frac{1}{y + \underbrace{\frac{\sqrt{ac-b^2}}{a}i}_{\equiv \gamma}} dy \\ & = -4 \cdot (-x_0) \sqrt{\frac{ac-b^2}{a}} \Im \int_0^1 \underbrace{\left\{ \sqrt{1-y^2} \cdot \frac{y}{y^2+\gamma^2} - i\gamma \sqrt{1-y^2} \cdot \frac{1}{y^2+\gamma^2} \right\}}_{\text{real}} dy \\ & = -4 \cdot (-x_0) \sqrt{\frac{ac-b^2}{a}} \cdot (-\gamma) \int_0^1 \frac{\sqrt{1-y}}{y^2+\gamma^2} dy \\ & = -4 \cdot (-x_0) \sqrt{\frac{ac-b^2}{a}} \cdot (-\gamma) \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \frac{\sqrt{1+\gamma^2}}{\gamma} \right) \end{aligned}$$

最後の積分の計算には2章(2.100)を用いた。以上の計算から、準位遷移確率 P_c が求まり、最終的に、

$$P_c = e^{-2\pi x_0 \frac{b+\sqrt{ac}}{\sqrt{a}}} \quad (5.21)$$

を得る。

5.2 NSI パラメータと遷移確率の振る舞い

本節で実際に準位遷移確率 P_c が NSI パラメータにより特異的に大きくなる可能性について議論する。

前節の結果から、 P_c の exponential の肩 $-2\pi x_0 \frac{b+\sqrt{ac}}{\sqrt{a}}$ について太陽半径に起因する係数が、

$$x_0 = \frac{R_{\odot}}{10.53} \sim O(10^{15})$$

と非常に大きく、 P_c が1に近づくには NSI パラメータによる項が $\sim O(10^{-15})$ で0に近づく必要がある。その時の条件は、

$$\frac{b+\sqrt{ac}}{\sqrt{a}} \sim O(10^{-15}) \quad (5.22)$$

である。ここで解析的に式(5.22)が0になる条件を考える。それは $b < 0$ より

$$b^2 = ac \quad (5.23)$$

であり、 a, b, c をそれぞれ前節での定義に基づいて NSI パラメータで書き直せば、

$$\left(\Delta \sin 2\theta |\varepsilon_N| \cos \delta_N - \Delta \cos 2\theta \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)\right)^2 = \Delta^2 \left(|\varepsilon_N|^2 + \left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right)^2\right) \quad (5.24)$$

という条件を得る。ここで、

$$\left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right) \equiv \alpha \quad (5.25)$$

とにおいて、(5.24)を α の2次方程式と見て、

$$(\cos^2 2\theta - 1)\alpha^2 - \sin 4\theta |\varepsilon_N| \cos \delta_N \alpha + |\varepsilon_N|^2 (\sin^2 2\theta \cos^2 \delta_N - 1) = 0 \quad (5.26)$$

と書き換える。 ε_D が実数であることから、この2次方程式が α の実数解を持つには、判別式から、

$$4|\varepsilon_N|^2 \sin^2 2\theta \{\cos^2 \delta_N - 1\} \geq 0 \quad (5.27)$$

でなければならない。したがって NSI phase は、

$$\delta_N = 0 \text{ or } \pi \quad (5.28)$$

に限られる。この下で、条件(5.23)を満たすパラメータ $\varepsilon_D, \varepsilon_N$ の関係式が、2次方程式(5.26)を解くことで得られ、

$$\varepsilon_D + \frac{\cos 2\theta |\varepsilon_N| \cos \delta_N}{\sin 2\theta} - \frac{c_{13}^2}{2} = 0 \quad (5.29)$$

となる。この結果をプロットしたのが図5.1である。緑の直線が $\delta_N = 0$ 、紫の直線が $\delta_N = \pi$ を表している。また、 ε_D の正負で $\sin^2 \theta$ の値を変えて、

$$\begin{aligned} \varepsilon_D < 0 \text{ (light-side)} : \sin^2 \theta &= 0.32 \\ \varepsilon_D > 0 \text{ (dark-side)} : \sin^2 \theta &= 0.71 \end{aligned} \quad (5.30)$$

としている。NSI パラメータがこの直線上にあれば、準位遷移確率は1に近づく。

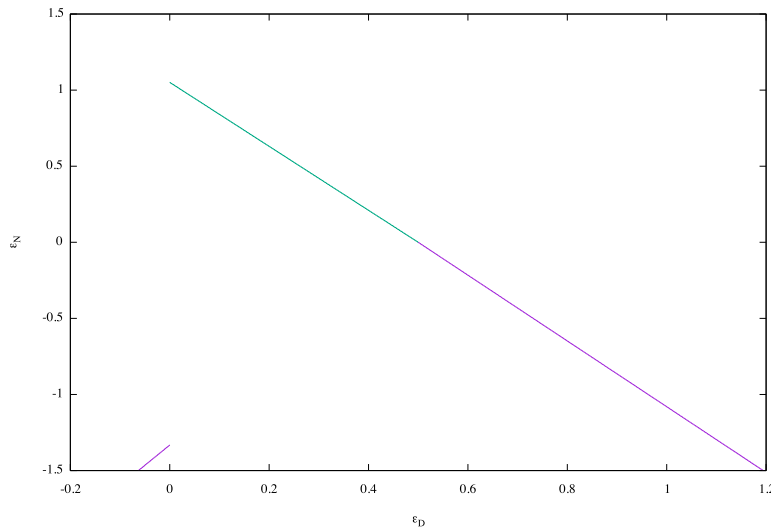


図5.1 準位遷移確率が1に近づく NSI パラメータ領域

図 5.1 の結果から、単位遷移確率 P_c が特異的に大きくなるのは図の直線付近であることがわかった。ここからは数値計算により、exponential の肩が、

$$2\pi(x_0)\frac{b + \sqrt{ac}}{\sqrt{a}} < 1.0 \quad (5.31)$$

となる領域を調べた。その結果が図 5.2 である。ただし light-side については、現在の許容領域から外れている為、dark-side について調べた。

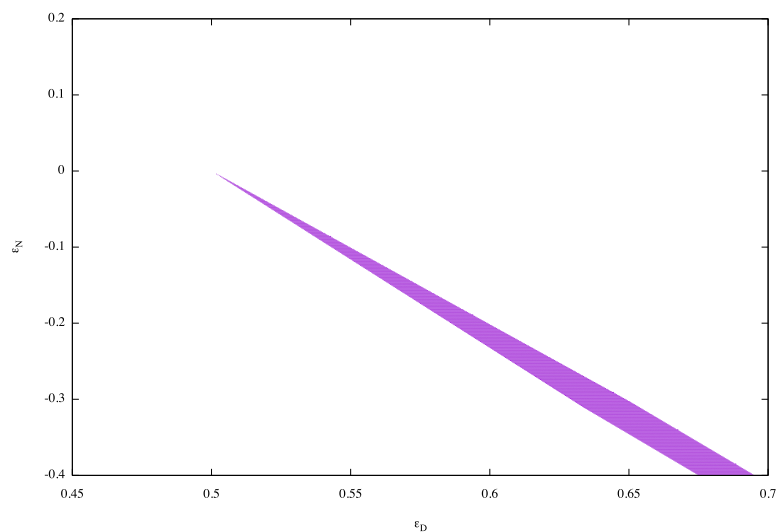


図 5.2 遷移確率が特異的に大きくなる NSI パラメータの領域

図 5.2 の結果から、NSI phase が π のとき、 $|\varepsilon_N|$ が大きい程領域は広く、0 に近づくと小さくなる。また、NSI phase が 0 の時は、ほとんど領域がないことも分かった。また、現在の NSI パラメータの許容領域 (図 4.2) と重なる領域を持っている。解析的に NSI を導入した太陽ニュートリノ振動を扱う場合には、図 5.2 のパラメータ領域では非断熱的効果を見逃すことが結論できる。

第 6 章

NSI phase と振動確率の振る舞い

前章で NSI パラメータが light-side にある場合は非断熱効果を考慮しなくて良いことがわかった。本章ではパラメータが light-side にある時の NSI phase まで入れた太陽ニュートリノの振動確率を計算し、phase を動かした時の ν_e 生存確率の変化を議論する。

6.1 NSI が存在する場合の振動確率

5.1 で NSI が存在する場合のニュートリノの質量固有状態が ν_1, ν_2 で与えられ、その伝播は微分方程式

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta \tilde{E}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta \tilde{E}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

$$\frac{\Delta \tilde{E}}{2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (6.2)$$

で記述される事がわかった。 α, β は式 (5.7) から

$$\begin{aligned} \alpha &\equiv |\Delta \sin 2\theta + A(r)\varepsilon_N| \\ \beta &\equiv -(\Delta \sin 2\theta - A(r))\left(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D\right) \end{aligned} \quad (6.3)$$

質量固有状態とフレーバー固有状態はユニタリ行列 \tilde{U} で、

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \tilde{U} \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

$$\tilde{U} = e^{-i\tilde{\theta}\sigma_2} e^{-i\frac{\tilde{\theta}}{2}\sigma_3} \quad (6.5)$$

と変換される。

以上を用いて、二世代振動の ν_e 生存確率を計算すると、

$$\begin{aligned} P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{2 \times 2} &= |\langle \nu'_e(L) | \nu'_e(0) \rangle|^2 \\ &= (U^*)_{e1}(U)_{e1}(\tilde{U}^*)_{e1}(\tilde{U})_{e1} + (U^*)_{e2}(U)_{e2}(\tilde{U}^*)_{e2}(\tilde{U})_{e2} \\ &= \cos^2 \theta \cos^2 \tilde{\theta} + \sin^2 \theta \sin^2 \tilde{\theta} \\ &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta \cos 2\tilde{\theta}) \end{aligned} \quad (6.6)$$

となり、したがって太陽ニュートリノの生存確率は、

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = \frac{c_{13}^4}{2}(1 + \cos 2\theta \cos 2\tilde{\theta}) + s_{13}^4 \quad (6.7)$$

と導ける。ここで、

$$\cos 2\tilde{\theta} = \frac{-\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad (6.8)$$

$$\alpha = \sqrt{(\Delta \sin 2\theta + A(r)|\varepsilon_N| \cos \delta_N)^2 + (A(r)|\varepsilon_N| \sin \delta_N)^2}$$

$$\beta = -(\Delta \cos 2\theta - A(r)(\frac{c_{13}^2}{2} - \varepsilon_D(r)))$$

であり、 α に NSI phase が含まれている。

6.2 NSI phase と振動確率

前節の結果から NSI phase の振動確率への寄与は、 $\cos \delta_N$ を通して効くので、 $\delta_N \rightarrow -\delta_N$ の対称性があり、

$$0 \leq \delta_N \leq \pi \quad (6.9)$$

としてプロットする。また、NSI パラメータとしては、先行研究 [18] の best fit である、

$$\varepsilon_D^u = -0.22, \quad |\varepsilon_N^u| = 0.30 \quad (6.10)$$

$$\varepsilon_D^d = -0.12, \quad |\varepsilon_N^d| = 0.16 \quad (6.11)$$

を用いる。振動パラメータは、

$$\Delta m_{21}^2 = 7.35 \text{ eV}^2$$

$$\sin^2 \theta_{12} = 0.32$$

$$\sin^2 \theta_{13} = 0.023$$

を用いた。NSI パラメータで $f = u$ のみ入れた場合が図 6.1、 $f = d$ のみ入れた場合が図 6.2 である。それぞれに現在実験から分かっている生存確率の値と誤差を示した。実験は Borexino($^8\text{B}, ^7\text{Be}, \text{pp}, \text{pep}$)、SNO、Super-Kamiokande の値である。NSI phase については δ_N を $\pi/4$ ごとに 0 から π まで 5 つのパターンをプロットしている。

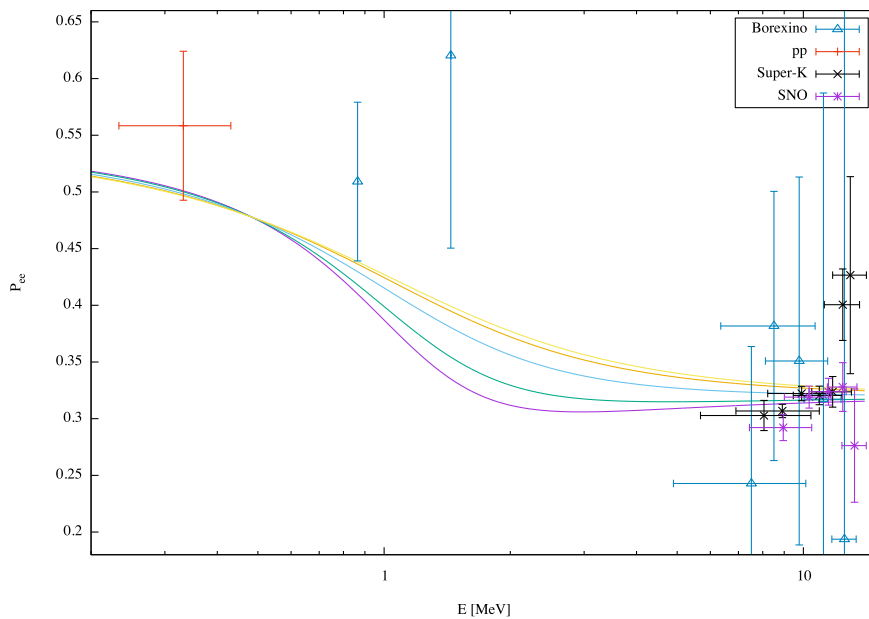


図 6.1 $f = u$ の場合の phase の寄与

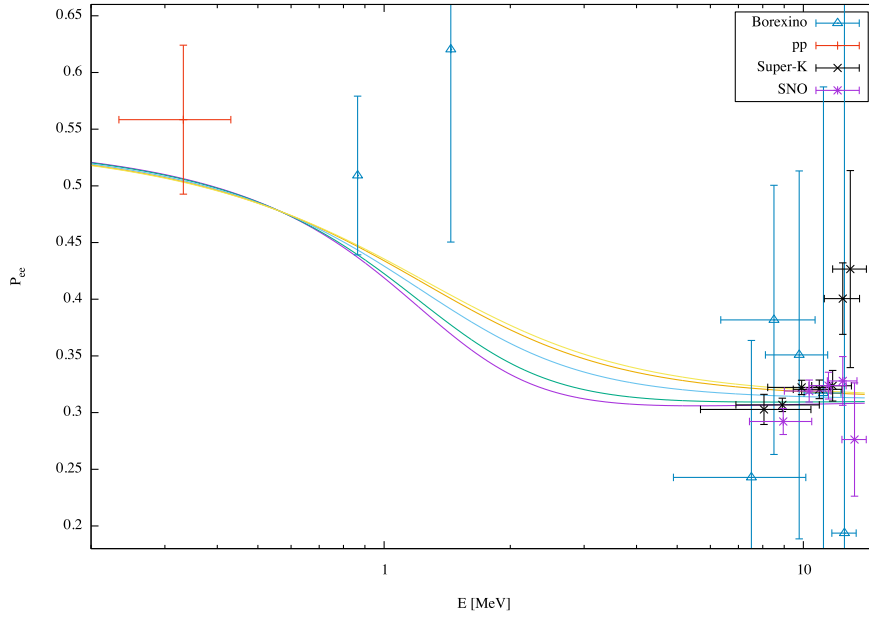


図 6.2 $f = d$ の場合の phase の寄与

図 6.1、6.2 では生存確率が up-turn での上から $\delta_N = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$ のグラフになっている。これらの結果から、生存確率の up-turn における phase の寄与は大きい。太陽ニュートリノ実験で観測する ^8B ニュートリノ ($\langle E \rangle = 6.73 \text{ MeV}$) や pp ニュートリノ ($\langle E \rangle = 0.27 \text{ MeV}$)、 ^7Be ニュートリノ ($\langle E \rangle = 0.86 \text{ MeV}$) のエネルギー領域ではあまり大きくない事がわかる。ここで、 $\delta_N = \pi$ を基準として、生存確率が位相により受ける変化の割合を

$$\Delta P_{ee}(\delta_N) = \frac{P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(\delta_N) - P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(\pi)}{P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(\pi)} [\%] \quad (6.12)$$

で定義する。 ΔP_{ee} を実際に計算した結果が下の図 6.3, 6.4 である。

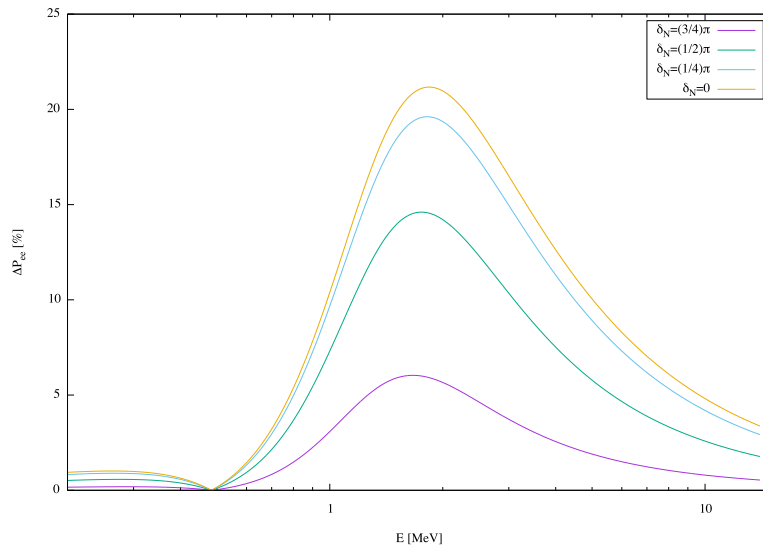
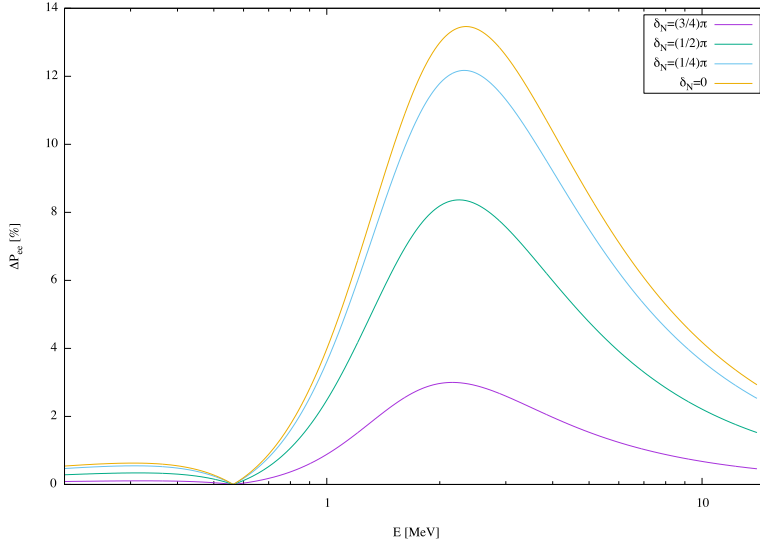


図 6.3 $f = u$ での $\delta_N = \pi$ からの生存確率のずれ

図 6.4 $f = d$ での $\delta_N = \pi$ からの生存確率のずれ

どちらの場合も up-turn 付近で $O(1) \sim O(10)$ [%] 程度のずれがあり、高エネルギー側でも $O(1)$ [%] のずれがある。低エネルギー領域 $\sim O(0.1\text{MeV})$ ではずれは小さい。また、上図から $f = u$ の場合の方が phase の影響は大きい事もわかる。

6.3 NSI パラメータの縮退

ここからは、生存確率に NSI が入る時、NSI パラメータによる生存確率の縮退について議論する。本研究では $|\varepsilon_N|$ と NSI phase を動かす場合について議論する。太陽ニュートリノ生存確率において $|\varepsilon_N|$ と NSI phase に依存するのは、前節で議論した通り、

$$\alpha = \sqrt{(\Delta \sin 2\theta + A(r)|\varepsilon_N| \cos \delta_N)^2 + (A(r)|\varepsilon_N| \sin \delta_N)^2} \quad (6.13)$$

である。根号内の 2 乗を計算すると、

$$\alpha = \sqrt{(\Delta \sin 2\theta_{12})^2 + 2\Delta \sin 2\theta_{12}A(r)|\varepsilon_N| \cos \delta_N + (A(r)|\varepsilon_N|)^2} \quad (6.14)$$

となる。 $\cos \delta_N$ に依存する項は係数に $\Delta \equiv \Delta m_{12}/4E$ が掛かっており、飛来するニュートリノのエネルギーに反比例している。したがって高エネルギーにおいて phase の影響は小さく、2つのパラメータによる生存確率の縮退は起こらない。低エネルギーでは $\Delta \sin 2\theta_{12}$ が支配的となり、生存確率の NSI パラメータによる寄与は小さく、生存確率は縮退する。 $|\varepsilon_N|$ と NSI phase について縮退が起こるのは、それぞれの項による寄与が同程度となる up-turn 付近である。次の図 6.5 は、 $f = u$ の場合について ε_D を固定し、 $|\varepsilon_N|$ と δ_N の値を変えた場合の太陽ニュートリノ生存確率である。図からも高エネルギーにおいて NSI phase の寄与が小さく生存確率は $|\varepsilon_N|$ で決まることがわかり、up-turn 付近で $|\varepsilon_N|$ と NSI phase の 2つのパラメータについて生存確率の縮退が起こっている事が見てとれる。

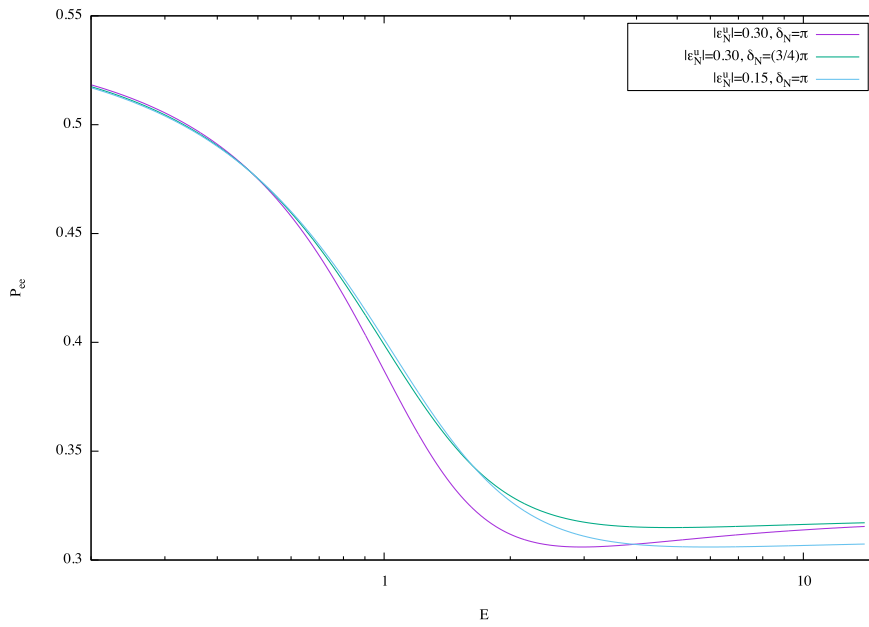


図 6.5 $f = u$ での代表的な δ_N と $|\epsilon_N|$ による生存確率の振る舞い

第7章

まとめと今後の展望

NSIが存在する場合の非断熱的効果について解析的な表式を導出し、dark-sideにおいて特異的に準位遷移確率 P_C が大きくなる場合が存在することを示した。解析的に太陽ニュートリノ振動を扱う際には、非断熱的効果を無視できない領域である。

先行研究では考慮されていない NSI phase まで入れた太陽ニュートリノ生存確率を導出し、phase による寄与を計算した。現状の観測結果ではまだ誤差が大きく、phase についての情報を得るのは難しいと予想される。また、NSI パラメータの縮退についても、高エネルギーでは小さく、現状で考慮する必要はないと考えられる。今後高統計の太陽ニュートリノ実験で誤差を小さくできれば、考慮する必要性が出てくると考えられる。

謝辞

本論文を執筆するにあたり、多大な時間を割いてご指導いただいた安田修教授、ゼミを担当してくださった北澤敬章助教に心より感謝の意を表します。集中講義を行ってくださった Monojit Ghosh 特任助教に感謝の意を表します。また、多くの手助けをしていただいた深澤信也さん、勉強会をしてくださった柳田秀明さん、先輩として様々なお話をいただいた酒井裕企さん、芝田健二さん、同期として、友人として共に進めてきた大場雅男君、増川京佑君、後輩の藤本侑貴君に心より感謝申し上げます。最後に私を支えてくれた友人と家族に感謝の意を表します。

参考文献

- [1] M. C. Gonzalez-Garcia and M. Maltoni, “Determination of matter potential from global analysis of neutrino oscillation data,” *JHEP* **09** (2013) 152, [arXiv:1307.3092 \[hep-ph\]](#).
- [2] **Particle Data Group** Collaboration, C. Patrignani *et al.*, “Review of Particle Physics,” *Chin. Phys.* **C40** no. 10, (2016) 100001.
- [3] L. Wolfenstein, “Neutrino Oscillations in Matter,” *Phys. Rev.* **D17** (1978) 2369–2374.
- [4] S. P. Mikheev and A. Yu. Smirnov, “Resonance Amplification of Oscillations in Matter and Spectroscopy of Solar Neutrinos,” *Sov. J. Nucl. Phys.* **42** (1985) 913–917. [*Yad. Fiz.*42,1441(1985)].
- [5] L.D.Landau and E.M.Lifshitz, *Course of Theoretical Physics, 2nd ed.*, vol. 3. Pergamon Press, 1965.
- [6] J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault, and S. Basu, “Solar models: Current epoch and time dependences, neutrinos, and helioseismological properties,” *Astrophys. J.* **555** (2001) 990–1012, [arXiv:astro-ph/0010346 \[astro-ph\]](#).
- [7] **Particle Data Group** Collaboration, S. Eidelman *et al.*, “Review of particle physics. Particle Data Group,” *Phys. Lett.* **B592** no. 1-4, (2004) 1–5.
- [8] J. N. Bahcall, *Neutrino Astrophysics*. Cambridge University Press, 1989.
- [9] V. Castellani, S. Degl’Innocenti, G. Fiorentini, M. Lissia, and B. Ricci, “Solar neutrinos: Beyond standard solar models,” *Phys. Rept.* **281** (1997) 309–398, [arXiv:astro-ph/9606180 \[astro-ph\]](#).
- [10] B. T. Cleveland, T. Daily, R. Davis, Jr., J. R. Distel, K. Lande, C. K. Lee, P. S. Wildenhain, and J. Ullman, “Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector,” *Astrophys. J.* **496** (1998) 505–526.
- [11] **Super-Kamiokande** Collaboration, J. Hosaka *et al.*, “Solar neutrino measurements in super-Kamiokande-I,” *Phys. Rev.* **D73** (2006) 112001, [arXiv:hep-ex/0508053 \[hep-ex\]](#).
- [12] **SNO** Collaboration, B. Aharmim *et al.*, “Electron energy spectra, fluxes, and day-night asymmetries of B-8 solar neutrinos from measurements with NaCl dissolved in the heavy-water detector at the Sudbury Neutrino Observatory,” *Phys. Rev.* **C72** (2005) 055502, [arXiv:nuc1-ex/0502021 \[nuc1-ex\]](#).
- [13] Y. Koshio, “Solar results from Super-Kamiokande,” *AIP Conf. Proc.* **1666** (2015) 090001.

-
- [14] M. M. Guzzo, A. Masiero, and S. T. Petcov, “On the MSW effect with massless neutrinos and no mixing in the vacuum,” *Phys. Lett.* **B260** (1991) 154–160.
- [15] E. Roulet, “MSW effect with flavor changing neutrino interactions,” *Phys. Rev.* **D44** (1991) R935–R938.
- [16] Y. Farzan, “A model for large non-standard interactions of neutrinos leading to the LMA-Dark solution,” *Phys. Lett.* **B748** (2015) 311–315, [arXiv:1505.06906 \[hep-ph\]](#).
- [17] C. Biggio, M. Blennow, and E. Fernandez-Martinez, “General bounds on non-standard neutrino interactions,” *JHEP* **08** (2009) 090, [arXiv:0907.0097 \[hep-ph\]](#).
- [18] M. Maltoni and A. Yu. Smirnov, “Solar neutrinos and neutrino physics,” *Eur. Phys. J.* **A52** no. 4, (2016) 87, [arXiv:1507.05287 \[hep-ph\]](#).