

場の量子論に基づくマヨラナニュートリノのカイラル振動確率

田原智治

広島大学 先進理工系科学研究科 素粒子ハドロン理論研究室(共同研究者 両角卓也)

1. イントロダクション

なぜ場の量子論でニュートリノ振動を記述したいのか？

量子力学によるニュートリノ振動公式は不完全

→ 基本的な問題点が未だに残っている

- 生成・検出過程に依存しないニュートリノ振動確率
- 同一エネルギーと同一運動量について etc

場の量子論における代表的なアプローチ

- 波束を用いたモデル
- Source-propagator モデル
- フレーバー固有状態を Fock 空間で定義する Blasone, Vitiello (BV) モデル

本研究の特徴

- ニュートリノのフレーバー電荷を SU(2) 2重項と荷電レプトンの質量固有状態から定義している。
- レプトン数の固有状態を定義し、その時間変化を Bogoliubov 変換を用いて表した。
- レプトン数の時間変化と振動確率の関係について調べた。

2. ハミルトニアンと時間発展演算子

1つの Majorana 場に対するハミルトニアンは次のようになる。

$$H = \sum_{\mathbf{p} \in A} h(\mathbf{p}) \quad (1)$$

このハミルトニアンはゼロモードの寄与を除いている。ここで、 \mathbf{p} セクターのハミルトニアン $h(\mathbf{p})$ は次のように定義した。

$$h(\mathbf{p}) = |\mathbf{p}| [N_{\alpha}(\mathbf{p}) + N_{\beta}(\mathbf{p}) + N_{\alpha}(-\mathbf{p}) + N_{\beta}(-\mathbf{p})] - im [B_{\alpha}(\mathbf{p}) + B_{\beta}(\mathbf{p}) - B_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{p}) - B_{\beta}^{\dagger}(\mathbf{p})] \quad (2)$$

ここで、 $N_{\alpha, \beta}(\mathbf{p}, t)$ と $B_{\alpha, \beta}(\mathbf{p}, t)$ は

- $N_{\alpha, \beta}(\mathbf{p})$ 数演算子

$$N_{\alpha}(\mathbf{p}, t) = \alpha^{\dagger}(\mathbf{p}, t) \alpha(\mathbf{p}, t) \quad (3)$$

(4)

- $B_{\alpha, \beta}(\mathbf{p}, t)$ Cooper 対演算子

$$B_{\alpha}(\mathbf{p}, t) = \alpha(\mathbf{p}, t) \alpha(-\mathbf{p}, t) \quad (5)$$

$h(\mathbf{p})$ は可換であることから、レプトン数 0 の固有状態の時間発展は

$$|0, t_f\rangle = \prod_{\mathbf{p} \in A} |0, t_f\rangle_{\mathbf{p}} = e^{iH\tau} |0, t_i\rangle = \prod_{\mathbf{p} \in A} e^{ih(\mathbf{p})\tau} |0, t_i\rangle_{\mathbf{p}} \quad (6)$$

3. Bogoliubov 変換

レプトン数と粒子数で定義される固有状態は時間発展したのちに図のような重ね合わせになる。

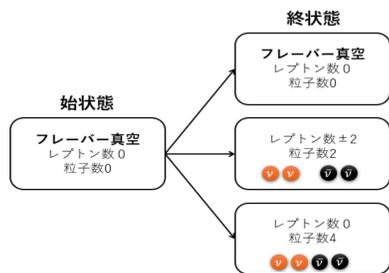


Figure: 固有状態の重ね合わせ

この固有状態に重ね合わせは Bogoliubov 変換を用いて次のように表せる。

$$(|0, t_f\rangle_{\mathbf{p}} |2, t_f\rangle_{\mathbf{p}} |4, t_f\rangle_{\mathbf{p}}) = e^{ih(\mathbf{p})\tau} (|0, t_i\rangle_{\mathbf{p}} |2, t_i\rangle_{\mathbf{p}} |4, t_i\rangle_{\mathbf{p}}) = (|0, t_i\rangle_{\mathbf{p}} |2, t_i\rangle_{\mathbf{p}} |4, t_i\rangle_{\mathbf{p}}) G(\mathbf{p}, \tau) \quad (7)$$

$$G(\mathbf{p}, \tau) = \begin{pmatrix} G_{11}(\mathbf{p}, \tau) & G_{12}(\mathbf{p}, \tau) & G_{13}(\mathbf{p}, \tau) \\ G_{21}(\mathbf{p}, \tau) & G_{22}(\mathbf{p}, \tau) & G_{23}(\mathbf{p}, \tau) \\ G_{31}(\mathbf{p}, \tau) & G_{32}(\mathbf{p}, \tau) & G_{33}(\mathbf{p}, \tau) \end{pmatrix} \quad (8)$$

4. S 行列

ニュートリノが観測される \mathbf{p} セクターと観測されない \mathbf{q} セクターにわけて、それぞれの系における S 行列を考える。

- \mathbf{p} セクター

ただし $|+1, t\rangle_{\mathbf{p}} = \alpha^{\dagger}(\mathbf{p}, t) |0, t\rangle_{\mathbf{p}}$, $|-1, t\rangle_{\mathbf{p}} = B_{\beta}^{\dagger}(\mathbf{p}, t) \alpha^{\dagger}(\mathbf{p}, t) |0, t\rangle_{\mathbf{p}}$ とする。

$$\begin{pmatrix} |+1, t_f\rangle_{\mathbf{p}} \\ |-1, t_f\rangle_{\mathbf{p}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{\mathbf{p}}^{11} & S_{\mathbf{p}}^{13} \\ S_{\mathbf{p}}^{31} & S_{\mathbf{p}}^{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |+1, t_i\rangle_{\mathbf{p}} \\ |-1, t_i\rangle_{\mathbf{p}} \end{pmatrix} \quad (9)$$

- \mathbf{q} セクター

ただし $|\theta_1, t\rangle = |0, t\rangle_{\mathbf{q}}$, $|\theta_2, t\rangle = |+2, t\rangle_{\mathbf{q}}$, $|\theta_3, t\rangle = |-2, t\rangle_{\mathbf{q}}$, $|\theta_4, t\rangle = |4, t\rangle_{\mathbf{q}}$ とする

$$\begin{pmatrix} |\theta_1, t_f\rangle \\ |\theta_2, t_f\rangle \\ |\theta_3, t_f\rangle \\ |\theta_4, t_f\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{\mathbf{q}}^{11} & S_{\mathbf{q}}^{12} & S_{\mathbf{q}}^{13} & S_{\mathbf{q}}^{14} \\ S_{\mathbf{q}}^{21} & S_{\mathbf{q}}^{22} & S_{\mathbf{q}}^{23} & S_{\mathbf{q}}^{24} \\ S_{\mathbf{q}}^{31} & S_{\mathbf{q}}^{32} & S_{\mathbf{q}}^{33} & S_{\mathbf{q}}^{34} \\ S_{\mathbf{q}}^{41} & S_{\mathbf{q}}^{42} & S_{\mathbf{q}}^{43} & S_{\mathbf{q}}^{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\theta_1, t_i\rangle \\ |\theta_2, t_i\rangle \\ |\theta_3, t_i\rangle \\ |\theta_4, t_i\rangle \end{pmatrix} \quad (10)$$

5. 振動確率

$v^2 = \frac{|\mathbf{p}|^2}{E_{\mathbf{p}}^2}$, $1 - v^2 = \frac{m^2}{E_{\mathbf{p}}^2}$ として、ニュートリノの振動確率とレプトン数の時間変化の期待値について議論する。

- $P_{\nu \rightarrow \nu}(\mathbf{p}, \tau)$

$$P_{\nu \rightarrow \nu}(\mathbf{p}, \tau) = |\langle +1, t_f | +1, t_i \rangle|^2 \quad (11)$$

$$= \left(\prod_{\mathbf{q} \neq \mathbf{p} \in A} \sum_{j=1}^4 |\langle \theta_j, t_f | \theta_j, t_i \rangle_{\mathbf{q}}|^2 \right) |\langle +1, t_f | +1, t_i \rangle_{\mathbf{p}}|^2 = 1 - (1 - v^2) \sin^2 E_{\mathbf{p}} \tau \quad (12)$$

- $P_{\nu \rightarrow \nu \bar{\nu}}(\mathbf{p}, \tau)$

$$P_{\nu \rightarrow \nu \bar{\nu}}(\mathbf{p}, \tau) = |\langle -1, t_f | +1, t_i \rangle|^2 \quad (13)$$

$$= \left(\prod_{\mathbf{q} \neq \mathbf{p} \in A} \sum_{j=1}^4 |\langle \theta_j, t_f | \theta_j, t_i \rangle_{\mathbf{q}}|^2 \right) |\langle -1, t_f | +1, t_i \rangle_{\mathbf{p}}|^2 = (1 - v^2) \sin^2 E_{\mathbf{p}} \tau \quad (14)$$

レプトン数の時間変化の期待値との関係

[1] のレプトン数の時間変化の期待値との期待値の結果と比較すると

$$\langle \nu(\mathbf{p}) | L(\mathbf{p}, \tau) | \nu(\mathbf{p}) \rangle = P_{\nu \rightarrow \nu}(\mathbf{p}, \tau) - P_{\nu \rightarrow \nu \bar{\nu}}(\mathbf{p}, \tau) \quad (15)$$

$$= v^2 + (1 - v^2) \cos(2E_{\mathbf{p}} \tau) \quad (16)$$

超相対論的極限では $|\mathbf{p}|^2 \gg m^2$ であるから $v^2 \approx 1$ となり、以上の結果は量子力学における結果とも一致する。

6. 結果

- Bogoliubov 変換により、時間発展するとレプトン数 0 の真空は偶数個のレプトン数に依存する固有状態の重ね合わせが現れた。
- 実際に観測する際には、運動量 \mathbf{p} の部分だけに着目し、部分系の S 行列を考えた。
- レプトン数の時間変化の期待値はニュートリノの生き残り確率とカイラル振動確率の差で書けることが分かった。

7. 今後の展望

- 3世代に拡張し、振動確率を導出すること。
- 物質効果を考慮してより実験に即した振動確率を求める。
- ステライルニュートリノの導入を試みる。

8. Reference

[1] A. Salim Adam, N. J. Benoit, Y. Kawamura, Y. Matsuo, T. Morozumi, Y. Shimizu and N. Toyota, Phys. Rev. D 108, no.5, 056009 (2023) doi:10.1103/PhysRevD.108.056009 [arXiv:2106.02783 [hep-ph]]