

# 高次Holst項を含むEinstein-Cartan重力理論 におけるフェルミオンの粒子生成



Theoretical Particle and  
Hadron Physics Group

発表者：吉岡 直樹 (博士課程後期1年) <sup>A</sup>

共同研究者：稲垣 知宏 <sup>B</sup>

所属：広島大学先進理工系科学研究科 <sup>A</sup>、広島大学IMC <sup>B</sup>

## 背景

## Einstein-Cartan重力理論とは

計量と接続が独立な重力理論

- 計量  $g$  : 時空間の大きさを定義 ( $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ )
- 接続  $\Gamma$  : 共変微分を定義 ( $\nabla_\mu A_\nu = \partial_\mu A_\nu - \Gamma^\rho_{\nu\mu} A_\rho$ )

### EC重力理論で スカラー $\varphi$ を得られる

$$H(\varepsilon R) = b\varepsilon R + c(\varepsilon R)^2$$

$$V(\varphi) = \frac{m_p^2}{16c} (\sinh(X(\varphi)) - b)^2$$

$$X(\varphi) = \frac{\sqrt{2}(\varphi + \delta)}{\sqrt{3}m_p}$$

平行なベクトルの大きさは変化せず  
時空の捻じれ (振率) は存在する。

- 計量条件が成り立つ ( $\nabla_\mu g_{\nu\rho} = 0$ )
- 時空の捻じれ  $T$  ( $T^\mu_{\nu\rho} = \Gamma^\mu_{\nu\rho} - \Gamma^\mu_{\rho\nu}$ )
- $[\nabla_\mu, \nabla_\nu] A_\rho = -R^\sigma_{\rho\mu\nu} A_\sigma + T^\sigma_{\mu\nu} \nabla_\sigma A_\rho$

### フェルミオンと 振率の相互作用

$$\mathcal{L}_{int} = \hat{T}_\mu A^\mu + T_\mu (\alpha V^\mu + \beta A^\mu)$$

$$\hat{T}^\mu = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} T_{\nu\rho\sigma} \quad A^\mu = i\bar{\psi}\gamma^5\gamma^\mu\psi$$

$$T_\mu = T^\nu_{\mu\nu} \quad V^\mu = i\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$$

## 高次Holst項

Holst項  $\varepsilon R$  : 曲率スカラー  $R = R^{\mu\nu}_{\mu\nu}$  以外  
に定義できるスカラー量

- $\varepsilon R = \frac{\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} R_{\mu\nu\rho\sigma}}{\sqrt{-g}} : T = 0 \Rightarrow \varepsilon R = 0$
- 高次Holst項  $H(\varepsilon R)$  はスカラー場の  
自由度 (スカラー) を与える。

Alberto Salvio. Phys.Rev. D, Vol. (2022)

## スカラーとフェルミオンの相互作用

$$\mathcal{L}_{int} = f_\mu(\varphi) A^\mu + g_\mu(\varphi) V^\mu$$

$$f_\mu(\varphi) = \frac{\sqrt{3}}{2m_p\sqrt{2}} \partial_\mu \varphi (\sinh(X(\varphi)) + \beta \tanh(X(\varphi)))$$

$$g_\mu(\varphi) = \frac{\sqrt{3}\alpha}{2m_p\sqrt{2}} \partial_\mu \varphi \tanh(X(\varphi))$$

## フェルミオンと接続

無次元パラメータ  $\alpha, \beta$  が含まれた  
フェルミオン

$$\rightarrow \mathcal{L}_{matter} \ni \bar{\psi} (1 + i\alpha + i\beta\gamma^5) \gamma^\mu D_\mu \psi$$

L. Freidel, D. Minic and T. Takeuchi, Phys. Rev. D72 (2005)

- フェルミオンの導入に局所ローレンツ  
変換についての共変微分  $D$  が必要
- $D = D(\partial, \Gamma)$  より接続とカップリング

## 研究

目的: Einstein-Cartan重力理論におけるスカラーが初期宇宙でフェルミオンをいかに生成するかを見る。

### 熱的粒子生成

$$\text{インフラトンの崩壊幅を与える項は } \mathcal{L}_{int} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}m_p} \frac{(1+\beta b)}{\sqrt{1+b^2}} \partial_\mu \varphi \bar{\psi} i\gamma^5 \gamma^\mu \psi \rightarrow \Gamma_{\varphi\psi\psi} = \frac{3m_\varphi m_\psi^2 (1+\beta b)^2}{16\pi m_p^2 (1+b^2)} \sqrt{1 - \left(\frac{2m_\psi}{m_\varphi}\right)^2} \xrightarrow{\beta b > 1, b > 1} T_R \sim \beta \left(\frac{m_\psi}{m_\varphi}\right)^{\frac{1}{2}} m_\varphi$$

非熱的粒子生成 G.F. Giudice, M. Peloso, A. Riotto and I. Tkachev, JHEP 08 (1999) 014

### 解くべき方程式

$$\checkmark ds^2 = a^2(\eta)(-d\eta^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

$$\rightarrow (-\gamma^0 \partial_\eta - \gamma \nabla - am_\psi + if_0(\varphi)\gamma^5\gamma^0)\Psi = 0 \quad \Psi = a^{3/2}\psi$$

$$\checkmark \Psi = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-ikx} \sum_s (a_s(\mathbf{k})u_k^s(\eta) + b_s^\dagger(-\mathbf{k})v_{-k}^s(\eta)), \quad u_k^s = \begin{pmatrix} u_k^{s+} \xi_{ks} \\ u_k^{s-} \xi_{ks} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_k^{s+} \\ u_k^{s-} \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -\omega_{k,s}^2 + if_0' & -ia'm_\psi \\ -iam_\psi & -\omega_{k,s}^2 - if_0' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_k^{s+} \\ u_k^{s-} \end{pmatrix} \quad (') = \frac{d}{d\eta}(\cdot)$$

数値的に解く

$$\omega_{k,s}^2 = (ks + f_0)^2 + a^2(\eta)m_\psi^2$$

✓ 物質場  $\psi$  のハミルトニアン  $H_\psi$  を対角化する真空が時間変化する。

$$\left\{ \begin{aligned} H_\psi &= \sum_{s=\uparrow,\downarrow} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \{ E_{k,s} (a_{s,k}^\dagger a_{s,k} - b_{s,-k}^\dagger b_{s,-k}) + F_{k,s} b_{s,-k} a_{s,k} + F_{k,s}^* a_{s,k}^\dagger b_{s,-k}^\dagger \} \\ a_{k,s}(\eta) &\equiv \alpha_{k,s}(\eta) a_{s,k} + \gamma_{k,s}(\eta) b_{s,-k}^\dagger \\ b_{k,s}^\dagger(\eta) &\equiv -\gamma_{k,s}^*(\eta) a_{s,k} + \alpha_{k,s}^*(\eta) b_{s,-k}^\dagger \end{aligned} \right. \quad |\alpha_{k,s}|^2 = \frac{\omega_k + E_{k,s}}{2\omega_k}, \quad |\gamma_{k,s}|^2 = \frac{\omega_k - E_{k,s}}{2\omega_k}$$

$$\rightarrow H_\psi = \int \frac{d^3k \omega_k}{(2\pi)^3} (a_{k,s}^\dagger(\eta) a_{k,s}(\eta) + b_{k,s}^\dagger(\eta) b_{k,s}(\eta))$$

✓ ある時刻で  $\langle H_\psi(\eta_0) \rangle_{\eta_0} = 0$  でも  $\langle H_\psi(\eta) \rangle_{\eta_0} \neq 0, (\eta > \eta_0)$  となり得る。

物質場の数密度、エネルギー密度 (及び比) の時間発展を数値的に評価。

$$\frac{\rho_\psi}{\rho_\phi} \frac{\langle H_\psi \rangle_0}{V a^3 \rho_\phi} = \frac{1}{a^4 V \rho_\phi(\eta)} \sum_{s=\uparrow,\downarrow} \int \frac{d^3k \omega_{k,s}}{(2\pi)^3} (a_{k,s}^\dagger(\eta) a_{k,s}(\eta) + b_{k,s}^\dagger(\eta) b_{k,s}(\eta)) = \sum_{s=\uparrow,\downarrow} \int \frac{dk \rho_{\psi,k,s}}{\rho_\phi}$$

$$n_{s,k}^\psi \frac{\langle N_\psi \rangle_0}{V a^3} = \frac{1}{a^4 V} \sum_{s=\uparrow,\downarrow} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} (a_{k,s}^\dagger(\eta) a_{k,s}(\eta) + b_{k,s}^\dagger(\eta) b_{k,s}(\eta)) = \sum_{s=\uparrow,\downarrow} \int dk \frac{k^2 n_{s,k}^\psi}{2\pi^2}$$

### 結果

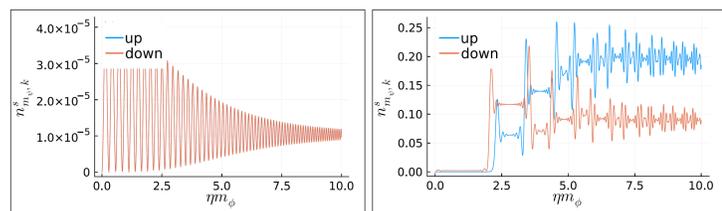


図1: 時間発展する数密度  $n_{s,k}$  (左:  $\beta = 0, k = 10, m_\psi = 4m_\phi$ , 右:  $\beta = 100, k = 10, m_\psi = 4m_\phi$ )

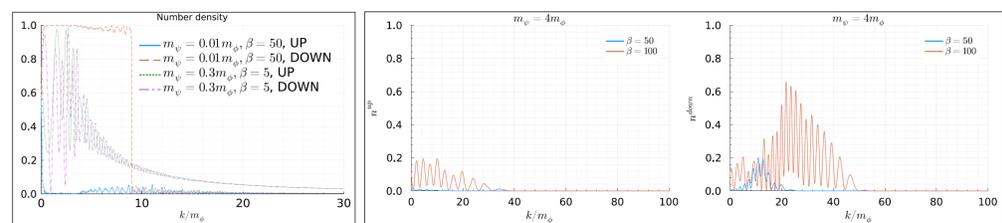


図2: 各質量での数密度  $n_{s,k}$  の運動量空間分布

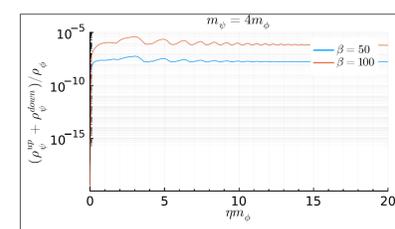


図3: エネルギー密度の時間発展とその比

### まとめ

- ✓ 無次元パラメータ  $\beta$  はフェルミオンの粒子生成を与える。
- ✓ ヘリシティの違いで生成量に違いが出る。
- ✓ フェルミオンの質量で分布が異なる。
- ✓ 生成される粒子の運動量は  $\beta$  が大きいほど高くなり十分なエネルギーを移しうる。

### 参考文献

Alberto Salvio. Phys.Rev. D, Vol. (2022)  
L. Freidel, D. Minic and T. Takeuchi, Phys. Rev. D72 (2005)  
G.F. Giudice, M. Peloso, A. Riotto and I. Tkachev, JHEP 08 (1999) 014

### 今後の研究

- 生成される粒子の集団について温度の見積もり
- DM生成、バリオジェネシスの実現