基研研究会
場の量子論2002」

Strings on PP-waves from Super Yang-Mills

A review of the recent progress in
the duality between string theory on
pp-waves and super Yang-Mills theory

高柳　匡　　東大理）

① Introduction

最近、pp-waveにおけるTypeIIB超弦理論(M理論)と、それと双対の関係にある超対称ゲージ理論の研究が盛んに行われている。

その発端となった2つの発見

Blau-Figueroa O'Farrill-Hull-Papadopoulos (hep-th/0110242,0201081)

Brenstein-Maldacena-Nastase (BMN) (hep-th/0202021)

Type IIB超重力理論には、最大の超対称性(32個)をもつ重力波解(pp-wave)が存在し、それは $AdS_5 \times S^5$ のある極限(Penrose limit)として得られる！

Metsaev (hep-th/0112044)

IIB pp-waveの背景にはRR-fluxが存在するにもかかわらず、light-cone gaugeで、弦理論として厳密に解ける!

AdS/CFT対応(Maldacena 97')

4次元N=4 SU(N)
ゲージ理論

$\downarrow \ \beta = 0$

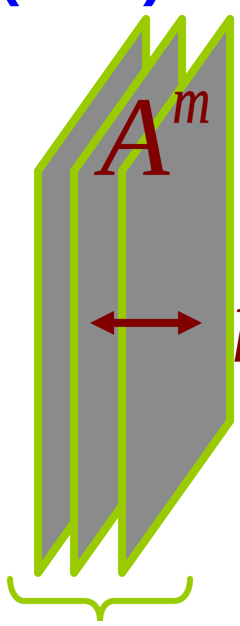
共形不変な理論
(CFT) **SO(4,2)**

$\Longleftrightarrow$

IIB String(SUG RA)

on $AdS_5 \times S^5$

SO(4,2) **SO(6)**



$f^1 \sim f^6$

SO(6)

N枚のD3-brane

$\Longleftrightarrow$

D3-braneのnear horizon を背景とする重力理論

$$g_{YM}^2 = 4\pi g_s$$

$$\lambda \equiv g_{YM}^2 N \sim R^4$$

例

$$\mathrm{Tr}[f^{i_1} f^{i_2} \cdots f^{i_k}] \Longleftrightarrow$$

Kaluza-Kleinモード
$\sim Y_k(\Omega_5)$

pp-wave limit
(Penrose limit)

Brenstein-Maldacena-Nastase (BMN)

pp-wave背景の超弦理論と4次元
N=4超対称 Large N ゲージ理論の
ある特定のsubsectorは双対である。

'almost BPS operators '
から成る1次元量子力学系

Cf. Large N ゲージ理論と弦理論 ('t Hooft 1974)

摂動計算 $\sim \sum_{g=0}^{\infty}\left(\frac{1}{N}\right)^{2(g-1)} f_g(l)$: YMの$\frac{1}{N}$展開

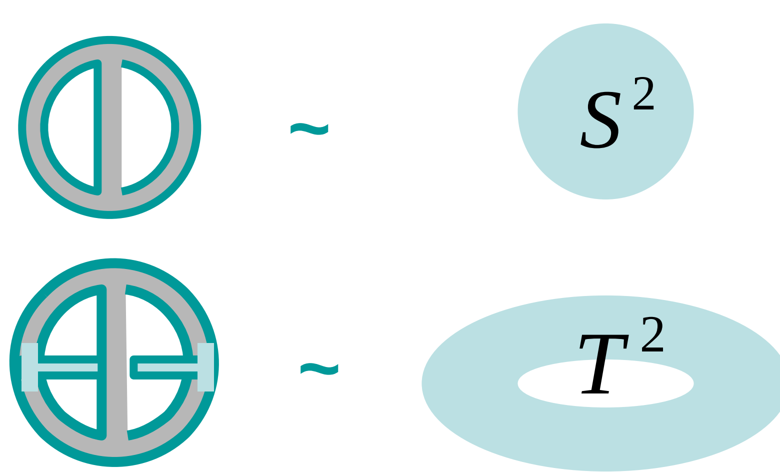
$$\|$$

$\sum_{g=0}^{\infty}\left(g_s\right)^{2(g-1)} f_g(l)$:弦の結合定数展開

planar g=0

nonplanar g=1

⋮



BMN双対性の長所

- 超弦理論側が厳密に解ける。
- ゲージ理論側の計算が、almost BPS operatorに関してはBPSでなくても比較的容易である。

超弦理論の結果とゲージ理論の摂動論の計算を具体的に比較できる。

Cf.従来のAdS/CFTでは、超重力理論と双対なのはゲージ理論の強結合領域であり、比較がBPSな場合に限定されていた。

例

弦のスペクトラム ↔ ゲージ理論の演算子の共形次元

Light-cone String Field Theoryの 3点相互作用 ↔ 三点関数

Contents

② PP-Waves and Penrose Limit

PP-wave とは？

plane-fronted gravitational waves with parallel rays
~ covariant const. vector in the null direction

$$ds^2 = -2dx^+dx^- + H(x^+, x^i)(dx^+)^2 + \sum_{i=1}^{8}(dx^i)^2$$

Brinkmann 1923

(a) Einstein 方程式 (Ricci flat) より

$$\partial_i \partial_i H = 0\,(= R_{++}).$$ **(Laplace 方程式)**

(b) Type IIB 超重力（弦）理論 ではRR-5formが存在するので次のように運動方程式が変形される。

$$\partial_i \partial_i H = -\tfrac{1}{3} F_{+jklm} F_{+jklm}.$$

特に $H(x^+, x^i) = -m^2 \sum_{i=1}^{8}(x^i)^2$ とすると最大の超対称性（32個）をもつpp-waveとなる。

(Blau-Figueroa O'Farrill-Hull-Papadopoulos hep-th/0110242)

cf. 32 SUSY solution: flat, AdS5×S5 and the pp-wave

Penrose 極限とは？

Penrose 76'　"Any spacetime has a plane wave as a limit.''

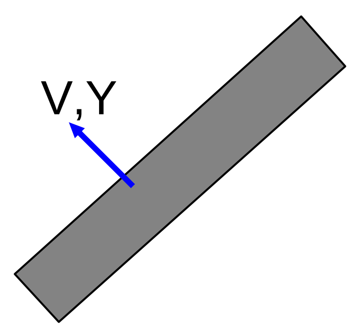
リーマン多様体	↔	擬リーマン多様体
点	↔	ヌル測地線 γ
接空間　Tp	↔	"Penrose 極限"

一般の計量（一般座標変換を用いる）

$$ds^2 = dV\left(dU + a(U,V,Y^i)dV + \sum_i b_i(U,V,Y^i)dY^i\right) + \sum_{ij} C_{ij}(U,V,Y^i)dY^i dY^j$$

Penrose limit　$\Omega \to 0$

$$\underbrace{U = u,\ V = \Omega^2 v,}_{\text{boosting}}\ \underbrace{Y^i = \Omega y^i}_{\text{localizing}}$$



$$ds'^2 = \Omega^{-2} ds^2 = du dv + \sum_{ij} C_{ij}(u) dy^i dy^j$$

Equivalent　（Rosen coordinate）

$$ds''^2 = -2dx^+ dx^- + \sum_{ij} A(x^+)_{ij} x^i x^j (dx^+)^2 + \sum_i (dx^i)^2$$

（Brinkmann coordinate）

•それでは、$AdS_5 \times S^5$ のPenrose極限を考える。

今回使う座標の定義 (Global Coordinate)

AdS_5

$$X_0^2 + X_1^2 - X_2^2 - X_3^2 - X_4^2 - X_5^2 = R^2$$

$$\begin{cases} X_0 = R\cosh r \cos t \\ X_1 = R\cosh r \sin t \quad (i = 2 \sim 5) \\ X_i = R\sinh r \,\Omega_i \end{cases}$$

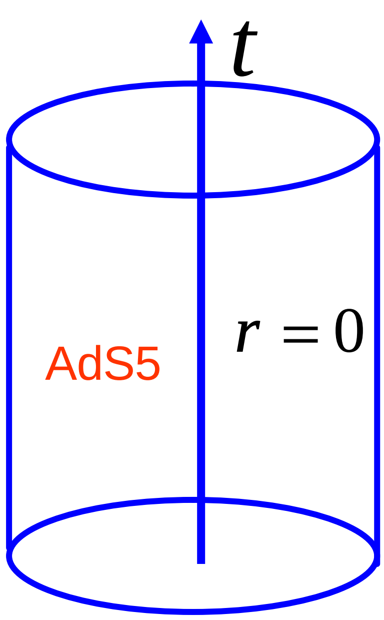
S^5

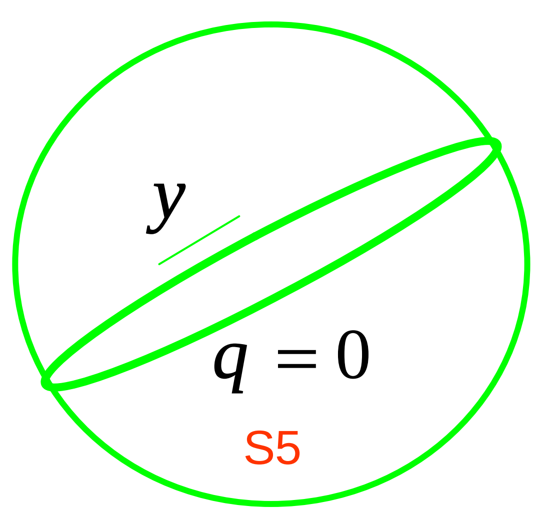
$$Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2 + Y_4^2 + Y_5^2 + Y_6^2 = R^2$$

$$\begin{cases} Y_1 = R\cos q \cos y \\ Y_2 = R\cos q \sin y \quad (i = 3 \sim 6) \\ Y_i = R\sin q \,\Omega'_i \end{cases}$$

この座標での計量

$$ds^2 = R^2\left[-(dt)^2\cosh^2 r + (dr)^2 + \sinh^2 r\,(d\Omega_3)^2\right] \quad \text{AdS5}$$
$$+ R^2\left[(dy)^2\cos^2 q + (dq)^2 + \sin^2 q\,(d\Omega'_3)^2\right] \quad \text{S5}$$





AdS5×S5のPenrose 極限

ヌル測地線を $t = y$, $r = q = 0$ **とする。**

$$x^{+} = \frac{t+y}{2m}, \quad x^{-} = R^{2} m^{2} (t - y), \quad r = Rr, \quad y = Rq$$

$$\textbf{極限}: R = (4pg_s N a'^{2})^{\frac{1}{4}} \xrightarrow{N \to \infty} \infty$$

結果は、最大の超対称性をもつpp-wave解となる。

$$ds^{2} = -2dx^{+}dx^{-} - m^{2}(r^{2} + y^{2})(dx^{+})^{2}$$
$$+ dr^{2} + r^{2}(d\Omega_{3})^{2} + dy^{2} + y^{2}(d\Omega'_{3})^{2}$$
$$= -2dx^{+}dx^{-} - m^{2}\sum_{i=1}^{8}(X^{i})^{2}(dx^{+})^{2} + \sum_{i=1}^{8}(dX^{i})^{2},$$

with the self-dual RR5-form flux $F_{+1234} = F_{+5678} = m.$

(注) 同様に最大(32個)の超対称性を有する
11次元超重力理論 (M理論)のpp-wave解 (KG解)
は、$AdS_{4,7} \times S^{7,4}$ のPenrose極限となっている。

M2,M5-brane

$$ds^{2} = -2dx^{-}dx^{+} - \left[\left(\frac{m}{3}\right)^{2}\sum_{i=1}^{3} x_i^{2} + \left(\frac{m}{6}\right)^{2}\sum_{i=4}^{9} x_i^{2}\right](dx^{+})^{2}$$
$$+ \sum_{i=1}^{9}(dx_i)^{2}$$

Kowalski-Glikman 1984

Killing Spinor

$$ds^2 = -2dx^- dx^+ + \frac{1}{4}\left(\sum_{i,j=1}^{8} A_{ij} x^i x^j\right)(dx^+)^2 + \sum_{i=1}^{8} (dx^i)^2$$

$$F = m\, dx^+ \wedge (dx^1 \wedge dx^2 \wedge dx^3 \wedge dx^4 + dx^5 \wedge dx^6 \wedge dx^7 \wedge dx^8)$$

gravitinoの超対称性変換: $dy_m = (\underbrace{\nabla_m}_{\text{共変微分}} + \underbrace{\Omega_m}_{\text{RR-flux}})h = 0$

$$\Omega_m \equiv -\tfrac{i}{480} F_{abgde} \Gamma^{abgde} \Gamma_m h$$

$$h = \left(1 + \tfrac{im}{2} \sum_{i=1}^{4} x^i \Gamma^+ \Gamma^i \Gamma^{1234} + \tfrac{im}{2} \sum_{i=5}^{8} x^i \Gamma^+ \Gamma^i \Gamma^{5678}\right) c(x^+)$$

$$\left(\partial_+ + \tfrac{im}{2}(\Gamma^{1234} + \Gamma^{5678})\right)c - \left(\tfrac{1}{8} \sum_{i,j} A_{ij} x^i \Gamma^j + \tfrac{m^2}{2} \sum_i x^i \Gamma^i\right)\Gamma^+ c = 0$$

- A_{ij}が一般のとき、１６個の超対称性$(\Gamma^+ c = 0)$が存在する。
- 特に、$A_{ij} = -4m^2 d_{ij}$　のとき３２個の超対称性（最大の個数）が存在する。

$$c = \exp\left(-\tfrac{im}{2} x^+ (\Gamma^{1234} + \Gamma^{5678})\right) c^{(0)}$$

SUSY代数 (IIB maximal susy pp-wave）

(Blau-Figueroa O'Farrill-Hull-Papadopoulos hep-th/0110242)

30 Killing Vectors

$$P^- = \partial_+,\ P^+ = \partial_-,\ P^i = \cos(mx^+)\partial_i + m\sin(mx^+)x^i\partial_-,$$
$$J^{+i} = \tfrac{1}{m}\left(\sin(mx^+)\partial_i - m\cos(mx^+)x^i\partial_-\right),$$
$$J^{ij} = x^i\partial_j - x^j\partial_i \qquad (i,j=1\sim 4\ \text{or}\ i,j=5\sim 8)$$

SUSY代数

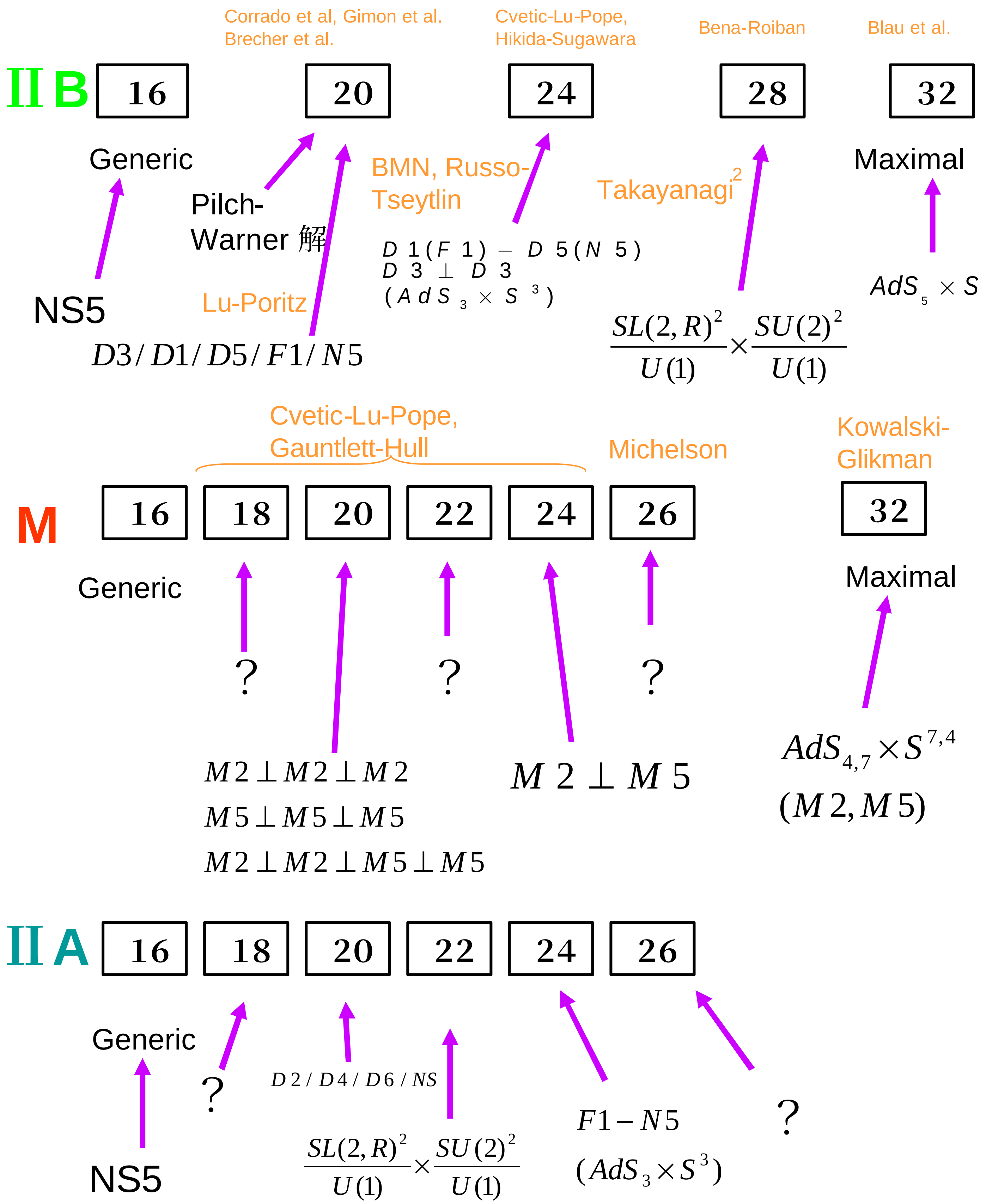
$$[P^-,P^i]=m^2J^{+i},\ [P^i,J^{+i}]=-d^{ij}P^+,\ [P^-,J^{+i}]=P^i,$$
$$[P^i,J^{jk}]=d^{ij}P^k-d^{ik}P^j,\ [J^{+i},J^{jk}]=d^{ij}J^{+k}-d^{jk}J^{+j},$$
$$[J^{ij},J^{kl}]=d^{jk}J^{il}+3terms, \quad (P^+\text{はすべてと可換})$$

$$[P^-,Q]=m(\Gamma^{1234}+\Gamma^{5678})Q,\ [P^i,Q]=-m\Gamma^{1234}\Gamma_i\Gamma_+Q,$$
$$[J^{+i},Q]=-\Gamma^{1234}\Gamma_i\Gamma_+Q \quad (i=1,2,3,4), \quad [J^{ij},Q]=\Gamma^{ij}Q$$

$$\{Q,Q\}\sim P^{\pm}+mJ^{+i}+mJ^{ij}$$

※この代数は $AdS_5\times S^5$ のPenrose limitとしても得られる。 (Hatsuda-Kamimura-Sakaguchi hep-th/0202190)

様々なPP-wave解の超対称性



③Strings on PP-waves

RRfluxが存在しているが、pp-wave背景の超弦理論はGreen-Schwarz形式のlight-coneゲージで量子化することができる。(Metsaev, hep-th/0112044)

Green-Schwarz形式 $\begin{cases} 10\,\text{bosons:}\ X^+, X^-, X^i\ (i=1\sim 8) \\ 32\,\text{fermions:}\ q^1{}_a, q^2{}_a\ (a=1\sim 16) \end{cases}$

Light-cone ゲージ: $X^+ = 2a'p^+t, \quad \Gamma^+q^1 = \Gamma^+q^2 = 0$

$$S_{LC} = \frac{1}{pa'}\int dtds\,(\partial_+X^i\partial_-X^i - \underline{(ma'p^+)^2X^iX^i)}$$

$$+\frac{i}{p}\int dtds\,(S^{1a}\partial_+S^{1a} + S^{2a}\partial_-S^{2a} - \underline{2ma'p^+S^{1a}\Pi_{ab}S^{2b}})$$

$$(\partial_\pm \equiv \tfrac{1}{2}(\partial_t \pm \partial_s)), \quad \Pi \equiv \Gamma^1\Gamma^2\Gamma^3\Gamma^4)$$

ボソンの質量項 $\sim m^2(X^i)^2\partial_+X^+\partial_-X^+$ (pp-wave metric)

フェルミオンの質量項 $\sim\ \partial^a X^m \bar{q}g_m D_a q$

$$D_a \equiv \partial_a + \tfrac{1}{4}w_m^{ns}\Gamma_{ns}\partial_a X^m - \tfrac{i}{480}\Gamma^{mnrst}\Gamma_e\partial_a X^e \underline{F_{mnrst}}$$

(RR-flux)

従ってlight-coneゲージでは、自由場理論となり厳密に解ける。

モード展開

$$X^i(t,s) = \cos(2ma'p^+t)x_0^i + \frac{1}{mp^+}\sin(2ma'p^+t)p_0^i$$

$$+ i\sqrt{\frac{a'}{2}}\sum_{n\neq 0}\left(\frac{a_n^i}{w_n}e^{-2iw_n t - 2ins} + \frac{\tilde{a}_n^i}{w_n}e^{-2iw_n t + 2ins}\right),$$

$$\textit{where} \qquad w_n = \begin{cases} \sqrt{n^2 + (ma'p^+)^2} & (n \geq 0) \\ -\sqrt{n^2 + (ma'p^+)^2} & (n < 0) \end{cases}.$$

正準量子化

$$[a_n^i, a_m^j] = [\tilde{a}_n^i, \tilde{a}_m^j] = w_n d_{n+m} d^{ij},$$

$$\{S_n^a, S_m^b\} = \{\tilde{S}_n^a, \tilde{S}_m^b\} = d_{n+m} d^{ab}$$

スペクトラム

Metsaev-Tseytlin hep-th/0202109,
BMN, hep-th/0202021

$$H_{Lc} = -p^- = \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_n \sqrt{m^2 + \left(\frac{n}{a' p^+}\right)^2} \geq 0$$

Level matching condition: $$P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} n N_n = 0$$

left-moving

$$N_n \equiv \begin{cases} n > 0 & \text{the number of } a_n^{+i} (\equiv a_{-n}^{i}),\ S_n^{+a} (\equiv S_{-n}^{a}) \\ n = 0 & \text{the number of } a_0^{+i} (\equiv a_0^{i}),\ S_0^{+a} (\equiv S_0^{a}) \\ n < 0 & \text{the number of } a_n^{+i} (\equiv \tilde{a}_n^{i}),\ S_n^{+a} (\equiv \tilde{S}_n^{a}) \end{cases}$$

right-moving

(注) 上の式は次のように書き直せる。

$$\tfrac{a'}{2}(m_{2D})^2 \sim -p^- p^+ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_n \sqrt{n^2 + (m a' p^+)^2}$$

$$\Big\downarrow\ m \to 0$$

$$N_L + N_R$$

⑤ BMN duality

•AdS/CFT対応の`Penrose limit'を考える。

String on $AdS_5 \times S^5$ ⟷ **4D N=4 SYM (CFT4)**

SO(4,2)×SO(6)=共形対称性×R対称性

a string(or SUGRA) state

$$j_{SUGRA}(x^m, t) \sim e^{i\Delta t + Jy}$$

a single trace operator

$$\begin{cases} \text{共形次元} = \Delta \\ \mathrm{U}(1)_\mathrm{R}\ \text{charge} = \mathrm{J} \end{cases}$$

`Penrose limit'

String on the pp-wave ⟷ **A subsector of 4D Large N N=4 SYM**

a string state $(m=1)$

an almost BPS operator

$$\Delta \sim J \sim O(R^2)$$

$$p^- = i\partial_{x^+} = i(\partial_t + \partial_y) = \Delta - J$$

$$p^+ = i\partial_{x^-} = \frac{i}{2R^2}(\partial_t - \partial_y) = \frac{\Delta + J}{2R^2}$$

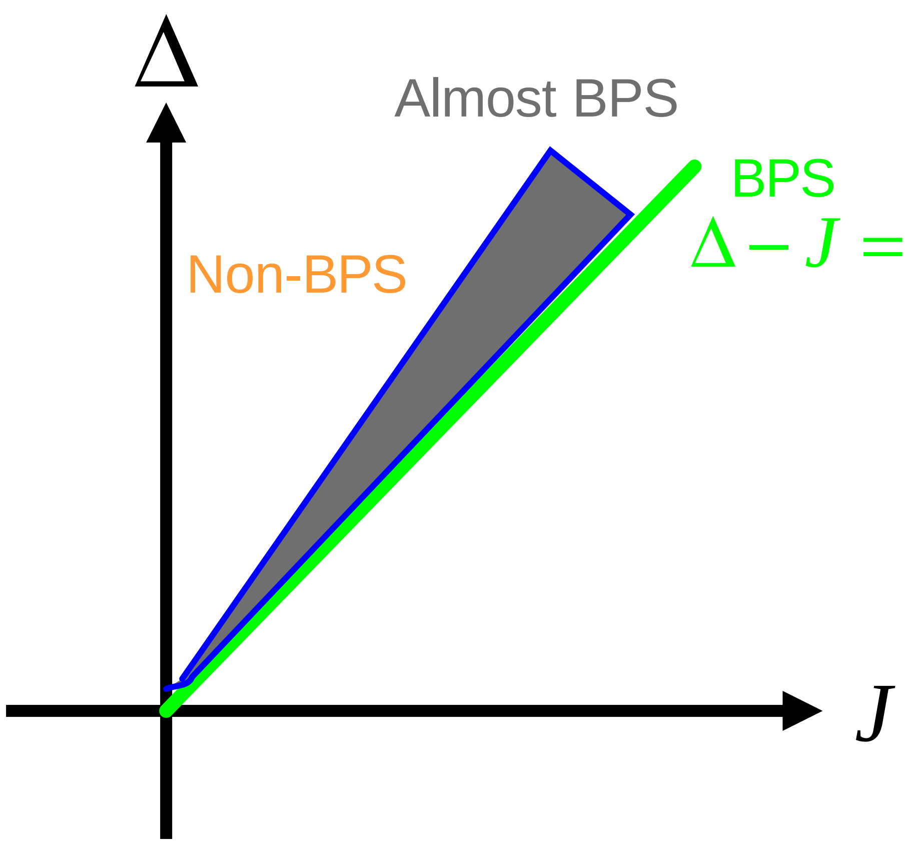
(補足)

$$\Delta - J = 0 \longrightarrow \text{BPS}$$

`Almost BPS'とは

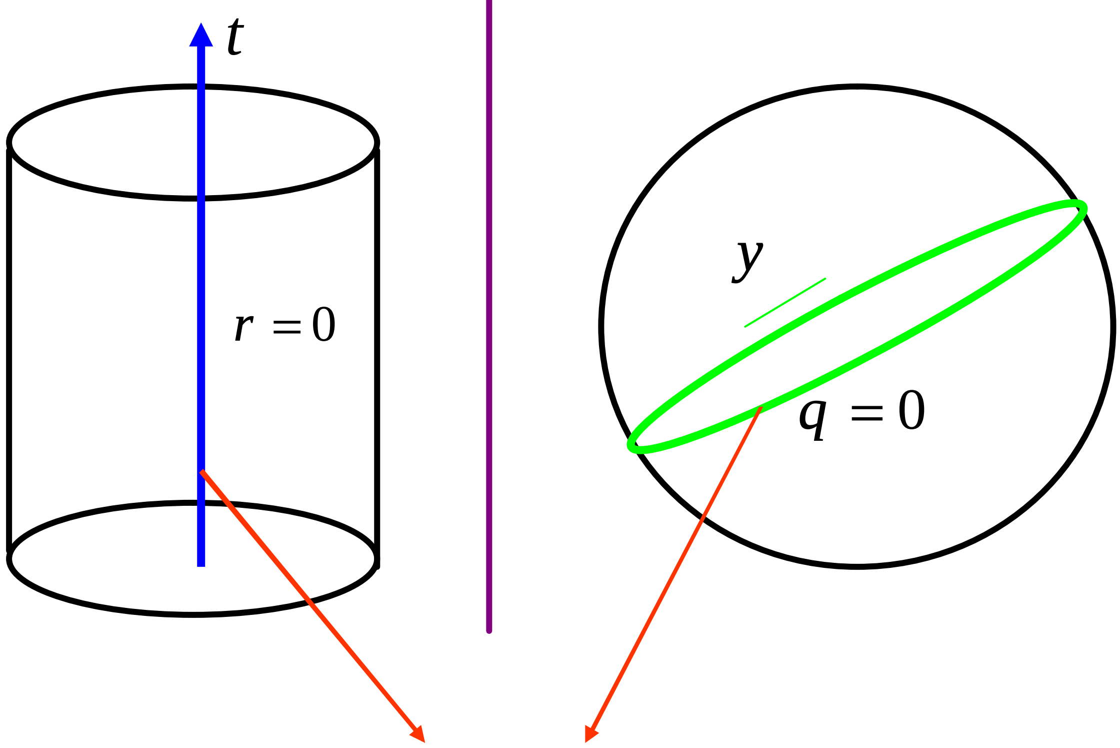
$$\Delta \sim J \sim O(\sqrt{g_{YM}^2 N}) >> 1, \quad \Delta - J = \text{有限}$$

$$(N \to \infty)$$



直感的イメージ

AdS5	S^5
共形対称性	R対称性
$SO(4,2)$	$SU(4) \cong SO(6)$
$\cup$	$\cup$
$\Delta \in SO(1,1)$	$J \in U(1)$



Penrose limit ~ 2D部分の重力?

$\updownarrow$ Holography

1D 量子力学 $\subset$ N=4 SYM

pp-waveの境界は一次元（ヌル方向） (Berenstein-Nastase)

•それでは、ゲージ理論と弦理論の具体的対応を調べてみる。

4D N=4 超対称ゲージ理論

ボソン: $(\underbrace{\overset{\text{vector}}{A_1, A_2, A_3, A_4}) + (\overset{\text{scalars}}{f_1, f_2, f_3, f_4}}_{J=0}, \underset{J=1}{Z}, \underset{J=-1}{\bar{Z}})$

フェルミオン: $C^a_{J=1/2}, \quad C^a_{J=-1/2} \quad (a = 1 \sim 8)$

弦理論のスペクトラムをゲージ理論で解釈すると

$$p^- = \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_n \sqrt{1 + \left(\frac{n}{a' p^+}\right)^2}$$ より

$$\boxed{\Delta - J = \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_n \sqrt{1 + \frac{4p\, g_s N n^2}{J^2}}.}$$

有効結合定数(有限）

$(4p g_s = g_{YM}^2)$

真空状態 $(p^- = \Delta - J = 0)$ の対応

$$\boxed{\mathrm{Tr}\left[Z^J\right] \leftrightarrow |0, p^+\rangle.}$$

(almost) BPS 演算子

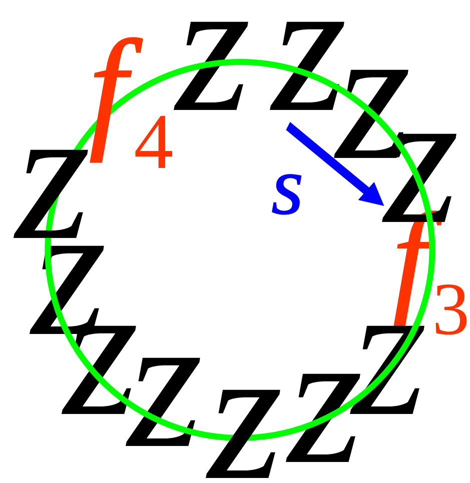
・ゲージ理論の演算子(Δ-J=1のものだけ考える)と弦理論の生成演算子が次のように対応する。

$$
\begin{aligned}
D_i Z &\leftrightarrow a_n^{+i} \quad (i=1,2,3,4) \\
f_i &\leftrightarrow a_n^{+(i+4)} \quad (i=1,2,3,4) \\
c_{J=1/2}^{a} &\leftrightarrow S_n^{a} \quad (a=1\sim 8)
\end{aligned}
$$

整数nは、弦の世界面(2D)の運動量と解釈される。

$$
\sum_{l=0}^{J} e^{2pi\frac{nl}{J}} \mathrm{Tr}\left[f_3 Z^l f_4 Z^{J-l}\right] \leftrightarrow a_n^{+8} a_{-n}^{+7} \,|\, 0, p^+\rangle
$$

`string' of Z's



(注) n=0のときはトレースが対称になるので、BPSとなり、Kaluza-Kleinモード(ゼロモード)と対応する。

Anomalous dimension

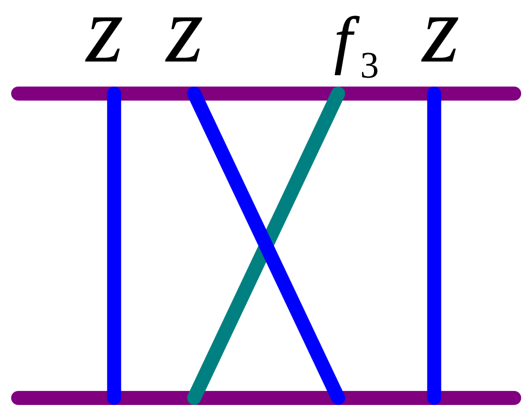
•前述のゲージ理論との対応の検証として、共形次元の量子補正(anomalous dimension)を計算する。

$$O_n = \sum_{l=0}^{J} e^{2pi\frac{nl}{J}} \mathrm{Tr}\left[f_3 Z^l f_4 Z^{J-l}\right]$$

特に、n=0の場合はBPSなので、$(\Delta - J)_{n=0} = 2$ となる。
よって、l の値を変える相互作用を計算すればよい。

$$S_{\rm int} = \frac{1}{pg_s}\int (dx)^4 \left(\sum_{i=1}^{4} \mathrm{Tr}[f_i Z f_i Z]\right)$$

対応するplanar diagram
(Large N limitを考え、1/N補正を無視する)



・このとき、2点関数をgNの一次まで計算すると、

$$\langle O_n(x) O_n^*(0) \rangle = \frac{C}{|x|^{2(J+2)}} \left[1 + 8pg_s N \left(e^{2pin/J} + e^{-2pin/J} - 2 \right) \right.$$

$$\left. \times \int \frac{(dy)^4}{4p^2} \frac{|x|^4}{|y|^4 |x-y|^4} + \cdots \right]$$

$$= \frac{C}{|x|^{2(J+2)}} \left[1 - \frac{8pg_s N n^2}{J^2} \log|x| + \cdots \right].$$

よって、anomalous dimension は

$$\Delta = (J+2) + \frac{4pg_S N n^2}{J^2} + \cdots \approx J + 2\sqrt{1 + \frac{4pg_S N n^2}{J^2}}$$

と求まり、弦理論からの予想とO(gN)で一致する。

(その後の進展)

g^2N^2の検証: Gross-Mikhailov-Roiban hep-th/0205066

All orderの検証: Santambrogio-Zanon hep-th/0206079

しかしながら、実際には $\dfrac{1}{N}$ 補正を無視できない！

Kristjansen-Plefka-Semenoff-Staudacher hep-th/0205033,
Constable-Freedman-Headrick-Minwalla
-Motl-Postnikov-Skiba hep-th/0205089.

何故なら、$J \sim O(N^{1/2})$ も同時に発散するからである。

例１（2点関数）

$$N^{-J} J^{-1} \langle \mathrm{Tr}Z(x)^J \, \mathrm{Tr}\bar{Z}(0)^J \rangle = \frac{\sinh(J^2/2N)}{J^2/2N} (2px)^{-2J}$$

そこで新しい結合定数 $g_2 = \dfrac{J^2}{N}$ を定義する。

例２（anomalous dim.）

$$\Delta - J = 2 + l' n^2 - \underbrace{\frac{g_2^2 l'}{4p^2}\left(\frac{1}{3} + \frac{5}{2p^2 n^2}\right)}_{\text{弦理論の 2点関数の 1−loop補正}} + \cdots\cdots$$

よって２つのパラメータ

$l' = \dfrac{g_{YM}^2 N}{J^2}$ と $g_2 = \dfrac{J^2}{N}$ で記述される。

⑤Various PP-wave/Gauge Dualities

(i) SUSY enhancement

conifold型特異点に置かれたD3-brane を考える。
(Klebanov-Witten)

$$AdS_5 \times T^{1,1} \quad \left(T^{1,1} = \frac{SU(2)\times SU(2)}{U(1)} \right)$$

8個の超対称性

↓ **Penrose limit**

Itzhaki-Klebanov-Mukhi hep-th/0202153
Gomis-Ooguri hep-th/0202157
Zayas-Sonnenschein hep-th/0202186

最大の超対称性(３2個)を持つpp-wave解

この事実をゲージ理論側で解釈すると、N=1 SYM (G=SU(N)×SU(N)) に、N=4にenhanceした超対称性を持つセクターが存在することを意味する。

Cf. Pilch-Warne解 (with NSNS,RR 3-form)
N=1 SU(N) SYM

↓ **Penrose limit**

20個の超対称性を持つpp-wave解

Corrado-Halmagyi-Kennaway-Warner hep-th/0205314
Gimon-Zayas-Sonnenschein hep-th/0206033
Brecher-Johnson-Lovis-Myers hep-th/0206045

(ii) Orbifold

Kim-Pankiewicz-Rey-Theisen hep-th/0203080
Takayanagi-Terashima hep-th/0203093

MN D3-branes at the orbifold C^2/Z_M

$\Downarrow$ near horizon limit

$$AdS_5 \times S^5 / Z_M$$

$\Downarrow$ Penrose limit

the orbifolded pp-wave

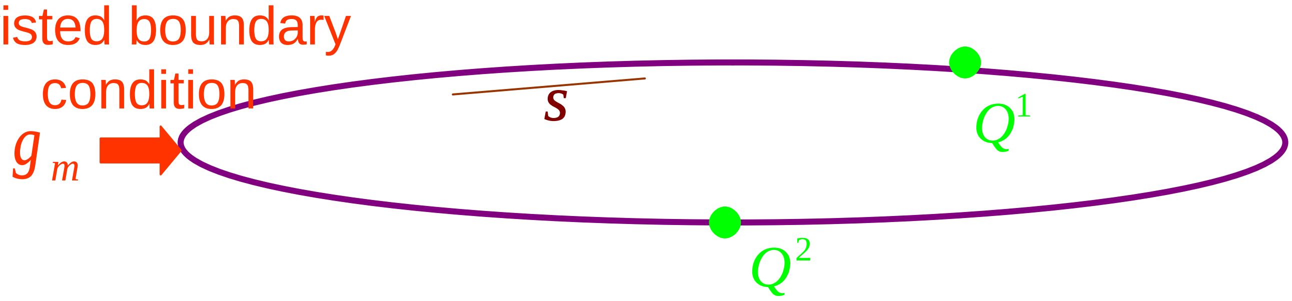
この時、双対のゲージ理論はN=2 quiver ゲージ理論 $G=SU(N)^M$ となる。

$$\boxed{\sum_{l=0}^{J} e^{2\pi i\frac{l(n+m/M)}{J}} \mathrm{Tr}\left[g_m Q^1 Z^l Q^2 Z^{J-l}\right] \leftrightarrow a_n^{+2} a_{-n}^{+1} | 0, p^+ \rangle_m .}$$

m回twistしたsector

$$g_m Q^1 \equiv e^{-2\pi i m/M} Q^1 g_m$$

twisted boundary condition



※この結果はtype0B stringにも応用できる。

Bigazzi-Cotrone-Girardello-Zaffaroni hep-th/0205296
Takayanagi hep-th/0206010

(iii)D-branes (Half-SUSY)

Dabholkar-Parvizi (hep-th/0203231)

	$+-$	1234	5678	origin	dual
D3	OO		OO	$R\times S^3$	**giant graviton** Balasubramanian-Huang-Levi-Naqvi (hep-th/0204196)
D3	OO	OO		$AdS_3\times S^1$	**CFT defect** Lee-Park (hep-th/0203257) Skenderis-Taylor (hep-th/0204054)
D5	OO	OOO	O	$AdS_4\times S^2$	
D5	OO	O	OOO	$AdS_2\times S^4$	
D7	OO	OO	OOOO	$AdS_3\times S^5$	
D7	OO	OOOO	OO	$AdS_5\times S^3$	**orientifold** Berenstein-Gava-Maldacena-Narain-Nastase (hep-th/0203249)

open string $\longleftrightarrow$ $\bar{q}Z^J q$

Cf. Baryon D5 brane

Seki hep-th/0205266

Mateos-Ng hep-th/0205291

⑥Light-cone String Field Theory from Super Yang-Mills

Light-cone String Field Theory（3点相互作用）

平坦な時空の場合(Mandelstam,Kaku-Kikkawa, Green-Schwarz-Brink)の結果がそのまま使える。

Spradlin-Volovich (hep-th/0204146)

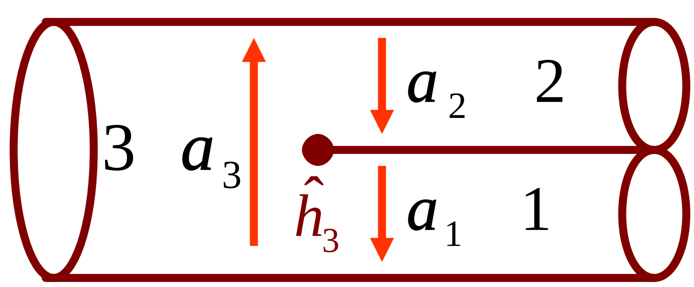
弦理論の作用において $4p^+t \to t,\ 4p^+s \to s$
と世界面の座標をスケールする。$(a \equiv a' p^+)$

$$S_b = \frac{1}{8p}\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^{2p|a|} ds \left(\partial_t X^i \partial_t X^i - \partial_s X^i \partial_s X^i - m^2 X^i X^i\right)$$

特に$m \to \infty$

(weak SYM)

を考える。



$\wr$

$$\int \Pi_{r=1}^{3}[DX^{(r)}(s)]\, d(X^1(s)+X^2(s)-X^3(s))$$

$$S_b \sim \frac{1}{8p}\int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^{2p|a|} ds \left(\partial_t X^i \partial_t X^i - m^2 X^i X^i\right)$$

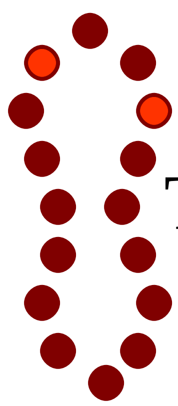
このときσ方向の相互作用は無視でき、
量子力学系とみなせる。(string bit)

String Bit: $X^i(s) \to X^i\left(2\pi l \big/ \sqrt{g_{YM}^2 N}\right)$

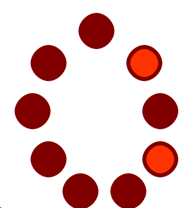
$$(l = 0, 1, \cdots, J-1)$$

see also Verlinde hep-th/0206059

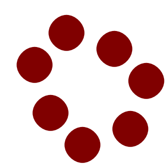
これから、ゲージ理論の三点関数との対応が次のように理解できる。



$\mathrm{Tr}[Z^{J-l} \phi Z^l \phi]$ $\longrightarrow$



$\mathrm{Tr}[Z^{J_1 - l} \phi Z^l \phi]$



$\mathrm{Tr}[Z^{J_2}]$

具体的には、次の対応が l' の一次のオーダーで成り立つ（ゲージ理論の弱結合領域）。

Constable-Freedman-Headrick-Minwalla-Motl-Postnikov-Skiba

$$\boxed{\langle 1 | H_{LC} | 2,3 \rangle = m(\Delta_1 - \Delta_2 - \Delta_3) C_{123},}$$

$(C_{123} \equiv$ ゲージ理論の 3点関数の係数$)$

LSFTでの詳細の検証 Huang hep-th/0205311, Chu-Khoze-Travaglini hep-th/0206005, Spradlin-Volovich hep-th/0206073

Prefactor Kiem-Kim-Lee-Park hep-th/0205279, Lee-Moriyama-Park hep-th/0206065

⑦ Conclusions and Discussions

・pp-wave背景におけるTypeIIB理論は厳密に解くことができる。

・このとき、弦理論の各状態と4次元N=4 ゲージ理論の演算子の対応を具体的に示すことができ、 広い意味の）AdS/CFTの特別な場合とみなせる。

・結果として、この理論は次の 2つのパラメーター 結合定数）を持つ。

$$l' = \frac{g_{YM}^2 N}{J^2} = \frac{1}{(mp^+ a')^2} \sim a' \text{展開}$$

$$g_2 \sqrt{l'} = g_{YM} \frac{J}{\sqrt{N}} = 4pg_s mp^+ a' \sim genus \text{ 展開}$$

Open problems

(i)Holography

•Light-cone stringとゲージ理論の対応を考えるとゲージ理論はユークリッド空間上に存在するとみなすべき?

•Covariant な扱いをすべきか？

•くりこみ群的解釈は？

Recent discussion on Holography: Das-Gomez-Rey hep-th/0203164, Kiritsis-Pioline hep-th/0204004, Leigh-Okuyama-Rozali hep-th/0204026, Berenstein-Nastase hep-th/0205048,
World-sheet calculation: Imamura hep-th/0204200,
Covariant formulation: Berkovits hep-th/0203248

(ii)Supersymmetric enhancementの本質的理解

(iii)時間発展するpp-wave（$H(x^+, x^i)$）

(iV)Giant Gravitonの寄与

今回は議論できなかった他のいくつかのテーマ

•M-theory pp-waveとMatrix理論

•ゲージ理論の半古典的弦理論による記述（Gubser-Klebanov-Polyakov hep-th/0204051）

•NS fluxによるpp-wave　　など。