Supersymmetry breaking by large-N matrices

黒木 経秀 (KEK)

杉野文彦氏（岡山光量子研）との共同研究

Introduction

matrix model (Matrix theory, IIB matrix model,$\cdots$): 弦理論の非摂動的定式化
適当な large-N limit が存在して

- 量子重力か？
- 標準模型か？

$\Uparrow$

large-N で dynamical SUSY br.? (cf. low energy SUSY, metastable vacua, etc.)
cf. IIB 行列模型の平均場近似

Nishimura-Sugino

Kawai-Kawamoto-Kuroki-Matsuo-Shinohara

Aoyama-Kawai-Shibusa, $\cdots$

一方、

- **構成的定義:** finite N、**摂動論的には** SUSY **は不可欠** (**重力の存在、**etc.)
- finite N **では** SUSY (WT identity) **が自発的に破れるのは考えにくい** (**正則化、**measure)

目標:

finite N で SUSY、$N \to \infty$ で SUSY br. を起こす模型の構成 <u>new!</u>

Dynamical SUSY br. は有限系でも起こる (i.e. 何らかの相転移が付随するわけではない)

例

Witten

$$S=\int d^2x\left(\frac{1}{2}(\partial\phi)^2+\bar{\psi}i\partial\!\!\!/\psi+\frac{\lambda^2}{2}(\phi^2+a)^2+\lambda\phi\bar{\psi}\psi\right),\quad W(\phi)=\lambda\left(\frac{1}{3}\phi^3+a\phi\right).$$

$\underline{a>0}$

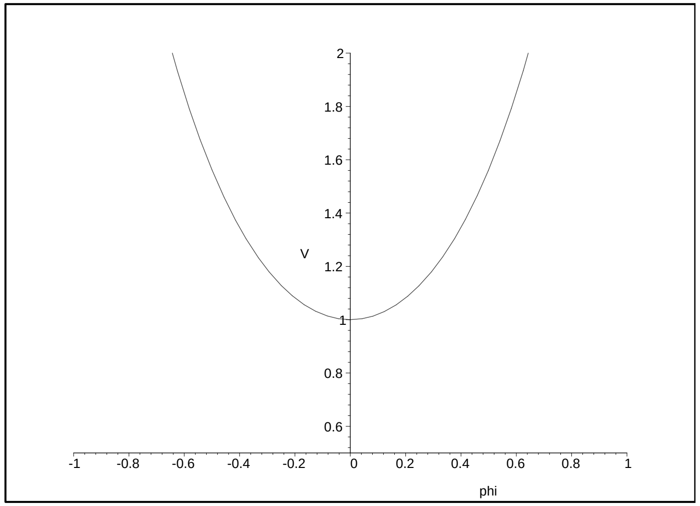

図 1: $a>0$ のときのポテンシャル

$\longrightarrow$ dynamical SUSY br.

$a < 0$

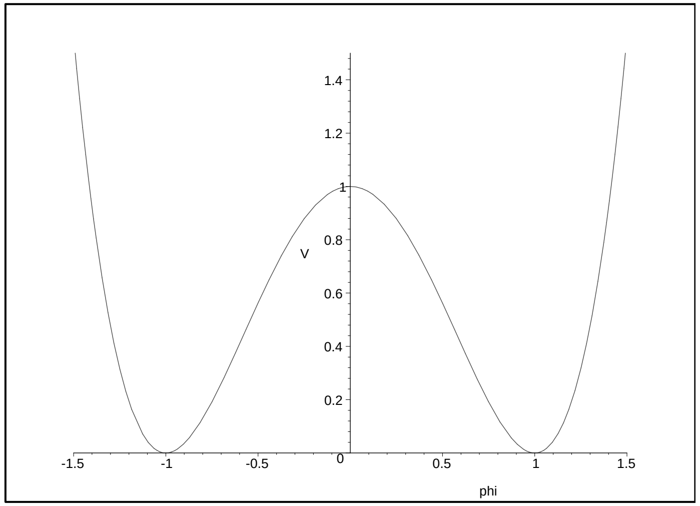

図 2: $a < 0$ のときのポテンシャル

しかしながら、もし有限系であればこのときも dynamical SUSY br. が起きる:
有限系であれば、tunneling が可能。instanton が vac. energy をかせぎ、SUSY を破る。
しかし、無限体積極限では、instanton が suppress され、SUSY が回復。実際、

有限系: $\langle\phi\rangle = 0 \to {}^{\exists}$**Goldstone fermion**

無限系: $\langle\phi\rangle \neq 0 \to$ **no Goldstone fermion**

i.e. finite V で SUSY br.、$V \to \infty$ で SUSY

Lessons:

- $N \to \infty$ でのみ値を持つ量を構成する必要がある $\to$ 自発的対称性の破れ
しかしながら、自発的対称性の破れを起こすような真空の縮退があると instanton 効果により finite N でも SUSY が破れてしまいそうである。

- 知られている large-N SUSY br. の模型は (もちろん dynamical ではあるが)finite N でも破れているであろう。 Zanon, Higashijima-Uematsu

Idea:

SUSY sector(場の理論) と large-N sector (matrix model) が結合した系を考える。total system として SUSY がある。matrix model (hidden sector) のある量 (vacuumu energy でない) が large-N でのみ期待値を持ち、それが SUSY sector に伝染して SUSY sector の SUSY が破れる ("mediation")。SUSY br. の仕方は従来知られているものを用いるが、場の理論と matrix model の coupling を工夫。

Witten's model coupled to matrix model

$$
\begin{aligned}
S &= S_{\rm FT} + S_{\rm MM}, \\
S_{\rm FT} &= \int d^2x \left(\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 + \bar{\psi} i \partial\!\!\!/ \psi + \frac{\lambda^2}{2}(\phi^2 + a)^2 + \lambda\phi\bar{\psi}\psi \right), \\
S_{\rm MM} &= N {\rm tr} V(M), \quad M : N \times N, \ \text{Hermitian},
\end{aligned}
$$

ここで、

$$
a = \frac{m^2}{2\lambda^2} \frac{\epsilon^2}{\left(\frac{1}{N}{\rm tr}M\right)^2 + \epsilon^2}
$$

with $\epsilon \longrightarrow 0$, i.e.

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{1}{N}{\rm tr}M\right)^2 = 0 \ &\longrightarrow \ a = \frac{m^2}{2\lambda^2}, \\
\left(\frac{1}{N}{\rm tr}M\right)^2 \neq 0 \ &\longrightarrow \ a = 0.
\end{aligned}
$$

$V(M)$ は $\mathbb{Z}_2$-symmetric, $V(-M) = V(M)$ で、下に有界。Gaussian で OK。

<u>SUSY</u>

$$
\begin{aligned}
\delta_\xi \phi &= \bar{\xi}\psi \\
\delta_\xi \psi &= -(\partial\!\!\!/\phi + W'(\phi))\xi, \quad W(\phi) = \lambda(\phi^2 + a^2), \\
\delta_\xi M &= 0.
\end{aligned}
$$

$N \to \infty$ のとき

$N \to \infty$ の後、$\epsilon \to 0$ とする。

free energy における、matrix model sector の積分を先に考えると、

$$e^{-N^2 F_{\mathrm{MM}}} = \int dM e^{-N\mathrm{tr}V(M)} e^{-\frac{\tilde{\lambda}^2}{2}\left(\phi^2 + \frac{\epsilon^2}{\left(\frac{1}{N}\mathrm{tr}M\right)^2 + \epsilon^2}\right)^2}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left(-\frac{\tilde{\lambda}^2}{2}\right)^n \sum_{l=0}^{2n} {}_{2n}C_l\, \phi^{2(2n-l)} \sum_{k_i=0\,(i=1\sim l)}^{\infty} \left(-\frac{1}{\epsilon^2}\right)^{\sum_i k_i} Z_M \left\langle \left(\frac{1}{N}\mathrm{tr}M\right)^{2\sum_i k_i} \right\rangle,$$

ここで、

$$Z_M = \int dM e^{-N\mathrm{tr}V(M)}, \quad \langle O \rangle = \frac{1}{Z_M}\int dM\, O\, e^{-N\mathrm{tr}V(M)}.$$

$\mathbb{Z}_2$-symmetry と large-N limit により、

$$\left\langle \frac{1}{N}\mathrm{tr}M \right\rangle_0 = 0, \quad \left\langle \left(\frac{1}{N}\mathrm{tr}M\right)^{2l} \right\rangle_c = \mathcal{O}\left(\frac{1}{N^{2l}}\right),$$

より、$\left(\frac{1}{N}\mathrm{tr}M\right)^2$ の部分はゼロとおいてよい $\to a = \dfrac{m^2}{2\lambda^2} > 0$

$\to$ SUSY br. in FT sector:

finite N のとき

$\mathbb{Z}_2$-symmetry のおかげで $\left(\frac{1}{N}\mathrm{tr}M\right)^2$ の $O(1)$ は消えるが、cylinder amplitude

$$\left\langle \frac{1}{N}\mathrm{tr}M\frac{1}{N}\mathrm{tr}M \right\rangle_c ,$$

が生き残るので、

$$a = \frac{m^2}{2\lambda^2}\frac{\epsilon^2}{\left(\frac{1}{N}\mathrm{tr}M\right)^2+\epsilon^2},$$

において $\epsilon \to 0$ で $a \to 0$ と予想される。実際、finite N では厳密に証明できる。

$\to$ SUSY

注意

$\left(\frac{1}{N}\mathrm{tr}M\right)^2$ のところは $N \to \infty$ でゼロになる量なら何でも可。今の場合自然に cylinder amplitude が選ばれた $\to$ matrix model ならでは

couplingの不自然さ

もう一つSUSY sectorを導入すると回避できる$(\phi \leftrightarrow X \leftrightarrow M)$

$$
\begin{aligned}
\tilde{S} &= \tilde{S}_{\mathrm{FT}} + S_{MM}, \\
\tilde{S}_{\mathrm{FT}} &= \int d^2x \left(\frac{1}{2}(\partial\phi)^2 + \bar{\psi} i \partial\!\!\!/ \psi + \frac{\lambda^2}{2}\phi^4 + \lambda\phi\bar{\psi}\psi \right. \\
&\qquad \left. + \frac{1}{2}\mu(M)^2 X^2 + \frac{1}{2}\mu(M)\bar{\Xi}\Xi + i\sqrt{2}\Lambda^2\phi X + \frac{\lambda^2}{2}a^4 \right), \\
\mu(M^2) &= \frac{2\Lambda^4}{m^2}\left(1 + \frac{1}{\epsilon^2}\left(\frac{1}{N}\mathrm{tr}M\right)^2\right).
\end{aligned}
$$

一つの行列に埋め込めるか？

$$
\left(\begin{array}{c|c}
\text{SUSY} & \text{"messenger"} \\
\hline
\text{"messenger"}^\dagger & \text{MM}
\end{array}\right)
$$

simplest O'Raifeartaigh type model (→ 川野さんの talk):

$$S = \int d^4x \left(\int d^4\theta \bar{\Phi}\Phi + f \int d^2\theta \Phi + \text{h.c.} \right), \quad \text{i.e. } W(\Phi) = f\Phi,$$
$$\Phi \ : \ \text{chiral s.f. in } d = 3+1,$$

dynamical SUSY br.:

$$S = \int d^4x \bar{F}F + \lambda F + \text{h.c.} + \cdots \Longrightarrow \ \langle \bar{F} \rangle = -f, \quad V = |f|^2 > 0$$

$\Delta W = \frac{1}{2}\epsilon\Phi^2 \longrightarrow$ new SUSY vacuum with

$$\langle \Phi \rangle = -\frac{f}{\epsilon}, \quad \text{i.e. } \langle \phi \rangle = -\frac{f}{\epsilon}, \ \langle F \rangle = 0 \Longrightarrow V = 0 : \ \text{SUSY vac.}$$
$$\langle \Phi \rangle \longrightarrow \infty \ (\epsilon \longrightarrow 0)$$

<u>simplest model coupled to matrix model</u>

$$S = \int d^4x \left(\int d^4\theta \bar{\Phi}\Phi + \int d^2\theta \left(f + \lambda \frac{1}{N}\text{tr}\hat{\Phi} \right) \Phi + \text{h.c.} \right)$$
$$+ \ \text{tr} \left(\int d^4\theta \hat{\bar{\Phi}}\hat{\Phi} + \int d^2\theta W(\hat{\Phi}) + \text{h.c.} \right),$$

$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}(\theta)$: $N \times N$ matrix in the chiral variable (same θ) without x-dependence:

$$\hat{\Phi} = \hat{\phi} + \sqrt{2}\theta\hat{\psi} + \theta^2\hat{F}, \quad \hat{\phi}, \hat{\psi}, \hat{F} : \ N \times N \text{ matrices without constraint}$$

Note

$\hat{\Phi}$: large-N reduction in $\mathcal{N}=1$ superfield formalism

or zero mode of Φ^a

Kawai, T.K. and Morita

$$W(\hat{\Phi}) = \frac{m}{2}\hat{\Phi}^2$$

$\hat{\Phi}$ 積分 $\longrightarrow$ 場の理論セクターの Φ のゼロモードの S_{eff} が変更を受ける:

$$\begin{aligned} e^{-S_{\text{eff}}} &= \int dM e^{-S}, \\ S_{\text{eff}}|_0 &= \int d^4\theta \left(1 - \frac{\lambda\bar{\lambda}}{m\bar{m}N}\right)\bar{\Phi}_0\Phi_0 + \int d^2\theta \left(f\Phi_0 + \frac{\lambda^2}{2mN}\Phi_0^2\right) + \text{h.c.}, \\ \Phi_0 &= \int d^4x\,\Phi : \text{ zero mode of } \Phi \end{aligned}$$

これは次を実現:

$$\Delta W = \frac{1}{2}\epsilon\Phi^2, \text{ with } \epsilon = \frac{\lambda^2}{mN}.$$

finite N: SUSY

$N \to \infty$: superpotential $W = f\Phi$ (simplest O'Raifeartaigh) $\Longrightarrow$ SUSY br.

Note

- the matrix model naturally gives the small value of $\epsilon \sim \mathcal{O}(1/N)$.
- "averaging" of f by matrix model

Comments on the metastable vacua

Consider in the modified simplest model with

$$W = f\Phi + \frac{1}{2}\epsilon\Phi^2,$$

the Kähler potential is modified as

$$K = \bar{\Phi}\Phi - \frac{c}{\Lambda^2}(\bar{\Phi}\Phi)^2 + \cdots ,$$

with $c > 0$. Then the potential becomes

$$V(\Phi, \bar{\Phi}) = (\partial_X \partial_{\bar{X}} K)^{-1} |f + \epsilon\Phi|^2 = |f|^2 + \bar{f}\epsilon\Phi + f\bar{\epsilon}\bar{\Phi} + \frac{4c\,|f|^2}{\Lambda^2}|\Phi|^2 + \cdots , \quad (\Phi \approx 0,\ \epsilon \ll 1),$$

and has a local minimum with broken supersymmetry at

$$\langle\Phi\rangle_{\mathrm{meta}} = -\frac{\bar{\epsilon}\Lambda^2}{4c\bar{f}},$$

which is far from the SUSY vacuum at $\langle\Phi\rangle = -f/\epsilon$, so long-lived (metastable) as long as $|\epsilon| \ll \sqrt{c}\,|f/\Lambda|$. It sounds nice, but seems artificial.

今の場合、scalar potential は

$$V(\Phi_0,\bar{\Phi}_0)=\left(1-\frac{\lambda\bar{\lambda}}{m\bar{m}}\right)^{-1}\left|f+\frac{\lambda^2}{mN}\Phi_0\right|^2,$$

Gaussian potential $W(\hat{\Phi})=m\hat{\Phi}^2/2$ のときは
ϵ が小さいことの説明を与えるが、metastable vacua は存在しない

interacting matrix model case: $W(\Phi)=\frac{m}{2}\hat{\Phi}^2+\frac{g}{3}\hat{\Phi}^3$

$$\begin{aligned}S_{\rm eff}|_0 \;=\; &\int d^4\theta\left(\left(1-\frac{\lambda\bar{\lambda}}{m\bar{m}N}+\frac{\lambda\bar{\lambda}g\bar{g}}{(m\bar{m})^3}\right)\bar{\Phi}_0\Phi_0+\frac{\lambda^2\bar{\lambda}^2g\bar{g}V^2}{(m\bar{m}N)^3}\bar{\Phi}_0^2\Phi_0^2\right)\\ &+\int d^2\theta\left(f\Phi_0+\frac{\lambda^2}{2mN}\Phi_0^2+\frac{\lambda^3g}{3m^3N^2}\Phi_0^3+\frac{\lambda^4g^2}{2m^5N^3}\Phi_0^4+\cdots\right)+\text{h.c.},\end{aligned}$$

$\rightarrow c<0\rightarrow$ other matrix models (flavor?)

我々の例では

- N は単なるパラメーターではなく、行列の rank cf.) $\tanh(hN)$
- $N \times N$ 行列の積分が本質的
- しかし依然として kinematical, i.e. action の形はさほど重要でない

$$\Downarrow$$

非自明な matrix model dynamics によって自発的に SUSY が破れる模型を構成したい

他に、

- 模型の分類、universality は？
- 一個の行列への埋め込み (とくに後半の模型)
- basic O'Raifeartaigh 等への応用 $\longrightarrow$ metastable vacua: 存在条件 $\longrightarrow$ matrix model の量に対する制限。また、life time が N の関数になる

comments on difficulty of finite N SUSY

$$S_{FT} = \int d^4x \left(\int d^4\theta \bar{\Phi}\Phi + \int d^2\theta \mathrm{Tr}\phi\Phi \right)$$

$$S_{\mathrm{Ising}} = \mathrm{Tr}\left((\partial_\mu \phi)^2 + V(\phi) \right), \quad V(\phi) = -\frac{m}{2}\phi^2 + \frac{g}{4}\phi^4.$$

$$\begin{aligned} e^{-S_{eff}} &= \int d\phi e^{-S_{\mathrm{FT}} - S_{\mathrm{Ising}}} \\ &= e^{-\int d^4x \int d^4\theta \bar{\Phi}\Phi} \int d\phi e^{-\int d^4x \int d^2\theta \Phi \mathrm{Tr}\phi} e^{-S_{\mathrm{Ising}}} \\ &= e^{-\int d^4x \int d^4\theta \bar{\Phi}\Phi} \left\langle e^{-\int d^4x \int d^2\theta \Phi \mathrm{Tr}\phi} \right\rangle \end{aligned}$$

$$S_{\mathrm{eff}} = \int d^4x \int d^4\theta \bar{\Phi}\Phi + \int d^4x \int d^2\theta \left\langle \mathrm{Tr}\phi \right\rangle \Phi + \int d^4x d^4x' d^2\theta d^2\theta' \Phi\Phi' \left\langle \mathrm{Tr}\phi \mathrm{Tr}\phi \right\rangle_c + \cdots,$$

we have a "jump" which triggers SUSY breaking at large-N, but second term offen breaks SUSY even for finite N.