

題目: Wetterich方程式に対する無固定点定理

発表：日大理工 田中 太一

繰り込み群変換

繰り込み群変換は場の理論全体の集合(理論空間)に作用する変換で、Wilsonは (i) 粗視化(カットオフを下げる) (ii) スケール変換(カットオフを戻す) (iii) 場の再規格化(ずれた規格化を戻す)の3つからなる変換として導入した。[K.G.Wilson(1974)]

Polchinski方程式

Polchinskiは粗視化のみからなる繰り込み群変換を用いて、そのフロー方程式(Polchinski方程式)を導入した。[J.Polchinski(1984)]

固定点

応用上は繰り込み群変換の固定点が重要だが、Polchinski方程式から得られる繰り込み群のフローには固定点は存在しない。[Y. Igarashi, K. Itoh, and H. Sonoda(2010)]

Wetterich方程式

繰り込み群のフロー方程式には複数の種類がある。特に有効平均作用に対するフロー方程式をWetterich方程式と呼ぶ。[C. Wetterich(1993)]

有効平均作用はWilson作用の凸部分をLegendre変換したもので、その定義には Γ_t と $\Gamma_{I,t}$ の2種類の流儀がある。

$$\frac{\partial \Gamma_t[\Phi]}{\partial t} = -\frac{1}{2} \text{tr} \left(-\dot{R}_t \left(\frac{\delta^2 \Gamma_t[\Phi]}{\delta \Phi \delta \Phi} \right)^{-1} \right) - \frac{1}{2} (\Phi, -\dot{R}_t \Phi), \quad \frac{\partial \Gamma_{I,t}[\Phi]}{\partial t} = -\frac{1}{2} \text{tr} \left(-\dot{R}_t \left(\frac{\delta^2 \Gamma_{I,t}[\Phi]}{\delta \Phi \delta \Phi} + R_t \right)^{-1} \right)$$

これらは粗視化のみからなる繰り込み群変換の無限小形の1つで、Polchinski方程式と本質的に等価。

無固定点定理

Wetterich方程式にも固定点はない。有効平均作用の凸性から、その t 微分は常に0未満になることが証明できる。

$$\frac{\partial \Gamma_t[\Phi]}{\partial t} < 0, \quad \frac{\partial \Gamma_{I,t}[\Phi]}{\partial t} < 0$$