



Nambu-Goldstone Modes in Magnetized T^{2n} Extra Dimensions

廣瀬拓哉

(九州大→九州産業大)

共同研究者: 大塚啓、津村浩二 (九州大)
内田祥紀 (華南師範大)

arxiv:2403.16801 [hep-th]
Phys. Rev. D.に掲載予定



目次

1. 導入
2. Magnetized torus
3. Counting NG modes
4. Matter spectrum in $M^4 \times T^{2n}$
5. Corrections to WL scalar mass
6. Summary

1. 導入

ヒッグス粒子の発見により、
素粒子標準模型は完成！！

しかし、まだいくつかの
問題がある・・・



そのうちの1つに、

階層性問題

というものがある。

1. 導入

階層性問題とは



- ヒッグス粒子の質量補正が新物理スケール Λ （プランクスケール等）の2乗に比例し、観測値の125 GeVより大きくなる問題

$$\delta m_H^2 \propto \Lambda^2$$

- 上記を認めて、質量補正の絶妙な相殺が起きていると考えたとんでもなく不自然なパラメータ調整が必要（微調整問題）
- 階層性問題はスカラー場に特有の問題

1. 導入

階層性問題の解決案は？

➡ **余剰次元模型**

- ゲージ場の余剰次元成分をヒッグス場とみなす
(ゲージヒッグス統一理論)
- 余剰次元空間に背景磁場を導入
(Flux compactification)

新物理スケールと電弱スケールが乖離しても
階層性問題が解決できると嬉しい

1. 導入

fluxがある利点は？



1. 4次元カイラル理論が実現できる D. Cremades, L. E. Ibanez, F. Marchesano (2004)
2. SUSYの自発的破れを実現できる C.Bachas [hep-th/9503030]
3. 世代数やフレーバー構造の説明ができる

M. Sakamoto, M. Takeuchi, Y. Tatsuta (2020)
T. Kobayashi, H. Otsuka, H. Uchida (2019)

1. 導入

Flux compactificationにおける高次元ゲージ場の質量補正の計算

- 6次元スカラーQED, QED @1-loop

W. Buchmuller, M. Dierigl and E. Dudas (2017, 2018)

- 6次元SU(2) Yang-Mills理論, +高次元演算子@1-loop

N. Maru and T. H. (2019, 2021)

- 6次元QED @2-loop

M. Honda and T. Shibaasaki (2019)

- 6次元スカラーQED @1-loop, 有限の質量補正

N. Maru and T. H. (2019, 2021)

このままだと高次元ゲージ場=ヒッグス場
としたいのに質量がゼロに。。



1. 導入

今回の発表では...

- T^2 を T^4 に拡張
- masslessの高次元ゲージ場の数が
背景磁場を表す行列のランクで決まる
- 実際に高次元ゲージ場(WLスカラー)の質量補正が
相殺する

結局、高次元ゲージ場がmasslessになるが、
massiveにすることは今後の展望



2. Magnetized torus

Set up

- 8次元QED

$$M, N = 0, 1, 2, 3, 5, \dots 8$$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{MN}F^{MN} + \bar{\Psi}i\not{D}\Psi$$

- 時空は4次元Minkowski時空 $\times T^4$
- WLスカラーとWeyl fermionが登場する場

$$A_{zi} = \langle A_{zi} \rangle + \frac{\varphi_{zi}}{\sqrt{2}}$$

Magnetic flux

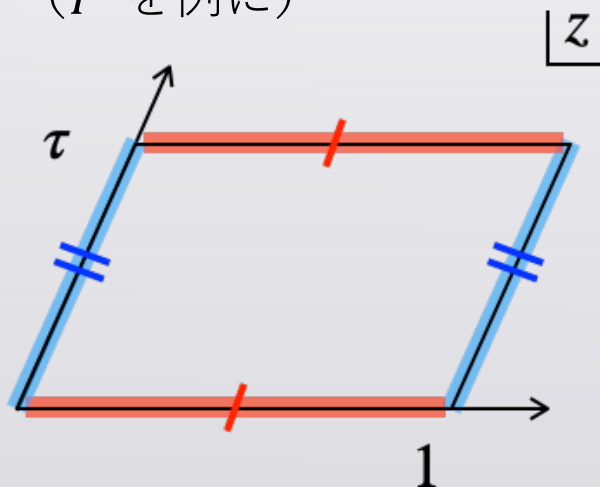
WLスカラー
(高次元ゲージ場の
ゼロモード)

2. Magnetized torus

$$T^4 \simeq \mathbb{C}^2 / \Lambda$$

- $\vec{z} \sim \vec{z} + \vec{e}_i \sim \vec{z} + \Omega \vec{e}_i$ の同一視で作られる空間
- $\vec{z}$ は複素座標、 $\vec{e}_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) は格子ベクトル
- Ω は complex structure moduli

～イメージ (T^2 を例に) ～



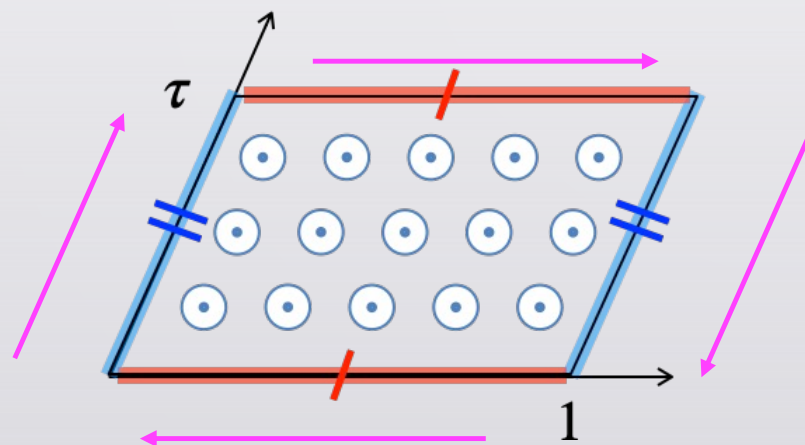
- 対辺同士を同一視
- T^4 でも同様に考える

2. Magnetized torus

Magnetic flux

$$\langle F_{z^i \bar{z}^j} \rangle = \pi [N^T (\text{Im} \Omega)^{-1}]_{i\bar{j}}$$

- fluxを T^4 で積分した量は量子化される (Dirac量子化)
- 量子化された部分が、 2×2 整数行列の N



←波動関数が1周回って
元に戻るよう要請

3. Counting NG modes

場に対する T^4 の並進変換+ゲージ変換を考える

- 並進変換

$$\begin{aligned}\delta_{T^4}\varphi_{z^i} &= (\epsilon_j\partial_{z^j} + \bar{\epsilon}_j\partial_{\bar{z}^{\bar{j}}})\varphi_{z^i} - \frac{i}{\sqrt{2}}\bar{\epsilon}_j\langle F_{z^j\bar{z}^{\bar{i}}}\rangle \\ \delta_{T^4}\Psi &= (\epsilon_j\partial_{z^j} + \bar{\epsilon}_j\partial_{\bar{z}^{\bar{j}}})\Psi\end{aligned}\quad i=1,2$$

fluxによる
並進の破れを表す

- ゲージ変換

$$\begin{aligned}\delta_{\Lambda}\varphi_{z^i} &= -\sqrt{2}\partial_{z^i}\Lambda = -\frac{i}{\sqrt{2}}\bar{\alpha}_j\langle F_{z^j\bar{z}^{\bar{i}}}\rangle \\ \delta_{\Lambda}\Psi &= iq\Lambda\Psi = iq(\alpha_j\langle A_{z^j}\rangle + \bar{\alpha}_j\langle A_{\bar{z}^{\bar{j}}}\rangle)\Psi \\ \Lambda &= \frac{i}{2}\langle F_{z^j\bar{z}^{\bar{i}}}\rangle(\bar{\alpha}_jz^i - \alpha_j\bar{z}^{\bar{i}})\end{aligned}$$

3. Counting NG modes

- 並進変換+ゲージ変換

無限小パラメータ ϵ と複素パラメータ α と合わせると

$$\begin{aligned}\delta\varphi_{z^i} &= (\delta_{T^4} + \delta_\Lambda)\varphi_{z^i} = -\sqrt{2}i\bar{\epsilon}_j \langle F_{z^j \bar{z}^i} \rangle \\ \delta\Psi &= (\delta_{T^4} + \delta_\Lambda)\Psi = (\epsilon_j \mathcal{D}_{z^j} + \bar{\epsilon}_j \mathcal{D}_{\bar{z}^j})\Psi\end{aligned}$$

$$\mathcal{D}_{z^i} \equiv \partial_{z^i} + iq\langle A_{z^i} \rangle, \mathcal{D}_{\bar{z}^i} \equiv \partial_{\bar{z}^i} + iq\langle A_{\bar{z}^i} \rangle$$

この組み合わせでLagrangianが不変になる。

3. Counting NG modes

$$\delta\varphi_{z^i} = -\sqrt{2}i\bar{\epsilon}_j \langle F_{z^j \bar{z}^i} \rangle$$

- $\langle F_{z^j \bar{z}^i} \rangle \neq 0$ の場合
 - ➡ 定数シフトの対称性
 - ➡ WLスカラーは **massless mode** (NG mode)
- $\langle F_{z^j \bar{z}^i} \rangle = 0$ の場合
 - ➡ シフト対称性なし
 - ➡ mass correctionが現れる (NOT NG mode)

fluxによる並進の破れ
➡シフト対称性に

3. Counting NG modes

$$\delta\varphi_{zi} = -\sqrt{2}i\bar{\epsilon}_j \langle F_{zj\bar{z}\bar{i}} \rangle$$

NG modeの数は、fluxを表す行列のランクで決まる！

$$n_{\text{NG}} = \text{rank}\langle F \rangle$$

$\langle F \rangle$ のゼロでない
固有値の数

例. T^4 の場合

- $\text{rank}\langle F \rangle = 2$: NG modeが2個
- $\text{rank}\langle F \rangle = 1$: NG modeが1個、massive modeが1個
- $\text{rank}\langle F \rangle = 0$: massive modeが2個

一般の T^{2n} に拡張可能



4. Matter spectrum in $M^4 \times T^{2n}$

NG modeの議論を確認するため、質量補正を計算

そのためにはMatter spectrum(KK mass)が必要

→ Dirac operatorの二乗を計算

$$i\mathcal{D}_z = i \left(\Gamma^{z^j} \mathcal{D}_{z^j} + \Gamma^{\bar{z}^{\bar{j}}} \mathcal{D}_{\bar{z}^{\bar{j}}} \right) = 2i \begin{pmatrix} 0 & \rho_1 \mathcal{D}_{z^1} & \rho_2 \mathcal{D}_{z^2} & 0 \\ \rho_1 \mathcal{D}_{\bar{z}^1} & 0 & 0 & \rho_2 \mathcal{D}_{z^2} \\ \rho_2 \mathcal{D}_{\bar{z}^2} & 0 & 0 & -\rho_1 \mathcal{D}_{z^1} \\ 0 & \rho_2 \mathcal{D}_{\bar{z}^2} & -\rho_1 \mathcal{D}_{\bar{z}^1} & 0 \end{pmatrix}$$
$$\rho_i = \frac{1}{2\pi R_i}$$

4. Matter spectrum in $M^4 \times T^{2n}$

生成消滅演算子を定義

$$a_1 = \frac{i}{\sqrt{q\langle F_{z^1\bar{z}^1}\rangle}} \mathcal{D}_{z^1}, \quad a_1^\dagger = \frac{i}{\sqrt{q\langle F_{z^1\bar{z}^1}\rangle}} \mathcal{D}_{\bar{z}^1},$$

$$a_2 = \frac{i}{\sqrt{q\langle F_{z^2\bar{z}^2}\rangle}} \mathcal{D}_{z^2}, \quad a_2^\dagger = \frac{i}{\sqrt{q\langle F_{z^2\bar{z}^2}\rangle}} \mathcal{D}_{\bar{z}^2}$$

Dirac operatorの二乗は

$$(i\mathcal{D}_z)^2 = 4q \operatorname{diag} \left(\rho_1^2 \langle F_{z^1\bar{z}^1} \rangle (n_1 + 1) + \rho_2^2 \langle F_{z^2\bar{z}^2} \rangle (n_2 + 1), \right.$$

対角化

$$\rho_1^2 \langle F_{z^1\bar{z}^1} \rangle n_1 + \rho_2^2 \langle F_{z^2\bar{z}^2} \rangle (n_2 + 1),$$

$$\rho_1^2 \langle F_{z^1\bar{z}^1} \rangle (n_1 + 1) + \rho_2^2 \langle F_{z^2\bar{z}^2} \rangle n_2,$$

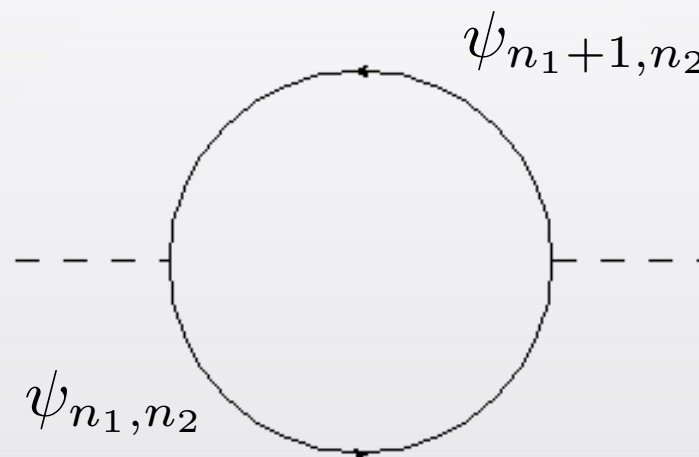
$$\rho_1^2 \langle F_{z^1\bar{z}^1} \rangle n_1 + \rho_2^2 \langle F_{z^2\bar{z}^2} \rangle n_2 \Big)$$

$n_i : a_i^\dagger a_i$ の固有値

massless
ゼロモード

5. Corrections to WL scalar mass

WLスカラーの質量補正を計算



←計算するFeynman図

- flux行列のランクが2と1を計算
- NG modeの数と質量補正の計算が合致するか確認

5. Corrections to WL scalar mass

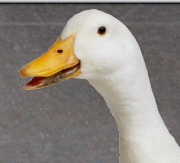
rankが2 = 非自明なfluxが2つの時

$$\delta m_{\varphi_{z1}}^2 = 0, \quad \delta m_{\varphi_{z2}}^2 = 0$$

rankが1 = 非自明なfluxが1つの時

$$\delta m_{\varphi_{z1}}^2 = 0, \quad \delta m_{\varphi_{z2}}^2 = 4q_2^2 \sum_{l,m=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^4}{(2\pi)^4} \frac{k^2}{(k^2 + \frac{l^2+m^2}{R_2^2})^2} + \dots$$

NG modeの数の議論と
対応して質量がゼロになっている！



5. Corrections to WL scalar mass

質量補正の計算(詳細)

$$\delta m_{\varphi_{z^1}}^2 \propto \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \sum_{n_1=0}^{\infty} \frac{k^2}{(k^2 + M_{n_1,0}^2)(k^2 + M_{n_1+1,0}^2)}$$

和に注目すると...

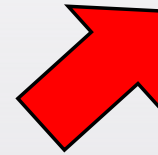
$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \frac{k^2}{(k^2 + M_{n_1,0}^2)(k^2 + M_{n_1+1,0}^2)} = \sum_{n_1=0}^{\infty} \left(\frac{n_1 + 1}{k^2 + M_{n_1+1,0}^2} - \frac{n_1}{k^2 + M_{n_1,0}^2} \right) = 0$$

$$\text{KK mass : } M_{n_1, n_2}^2 = 4q \left(\rho_1^2 \langle F_{z^1 \bar{z}^1} \rangle n_1 + \rho_2^2 \langle F_{z^2 \bar{z}^2} \rangle n_2 \right)$$

5. Corrections to WL scalar mass

非自明なfluxが1つの時

$$\delta m_{\varphi_{z^2}}^2 = 4q_2^2 \sum_{l,m=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^4}{(2\pi)^4} \frac{k^2}{(k^2 + \frac{l^2+m^2}{R_2^2})^2} + \dots$$



KK massに $\frac{l^2+m^2}{R_2^2}$ の形を含む

上のKK massの構造により、
質量補正が消えなくなる！



6. Summary

出発点

- 8次元QED、Magnetized torus T^4 でコンパクト化

$$\langle F_{z^i \bar{z}^j} \rangle = \pi [N^T (\text{Im} \Omega)^{-1}]_{i\bar{j}}$$

結果

- 高次元ゲージ場のゼロモード(WLスカラー)の変換

$$\delta \varphi_{z^i} = -\sqrt{2} i \bar{\epsilon}_i \langle F_{z^j \bar{z}^i} \rangle$$

- WLスカラー(NG mode)の数はfluxを表す行列のランクで決まる

$$n_{\text{NG}} = \text{rank} \langle F \rangle$$

- 実際に質量補正を計算した結果と合致

$$\delta m_{\varphi_{z^1}}^2 = 0, \quad \delta m_{\varphi_{z^2}}^2 = 0 \qquad \delta m_{\varphi_{z^1}}^2 = 0, \quad \delta m_{\varphi_{z^2}}^2 \neq 0$$

6. Summary

今後の課題

今回現れたNG modesをpseudo NG modesにできるか？

NG modeをpNG modeにして
Higgs massを再現したい...



方向性

1. orbifoldの固定点

固定点があれば、並進対称性(シフト対称性)を陽に破るはず

2. massless modesのstabilization

string theoryの観点から探る