

特異点まわりの巻き付きによるオービフォールドモデルへの制限

今井 広紀（大阪公立大学）

共同研究者：丸信人（大阪公立大学、NITEP）

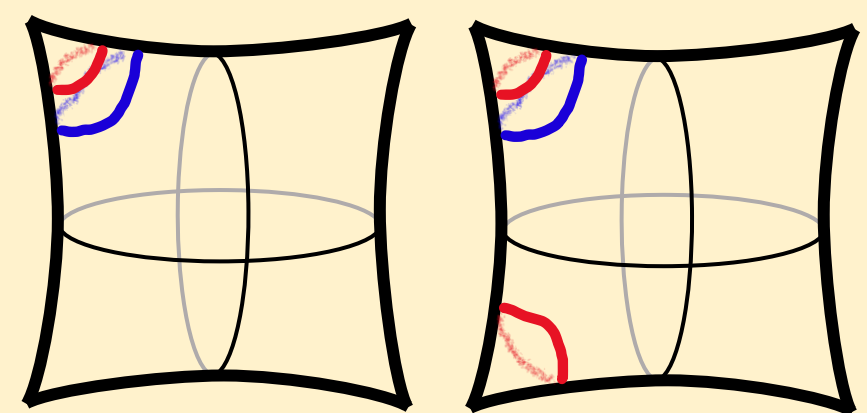
論文：H. Imai and N. Maru, “Toward Realistic Models in $T^2/\mathbb{Z}_2$ Flux Compactification” PTEP 2024 (2024) 053 B 06 [arXiv:2311.10324]

概要とメッセージ

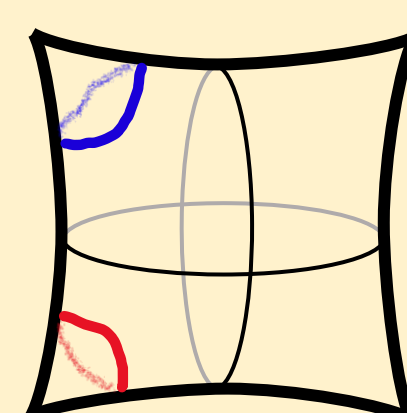
設定：磁束のかかった $T^2/\mathbb{Z}_2$ を余剰次元とする高次元理論を考える

→ 座布団カバーのような形状で、4つの特異点をもつ。特異点まわりに巻き付き数を定義できる。

メッセージ 特異点まわりの巻き付き数が、湯川結合を構成可能かどうかを決める。



可能



不可能

○: 左手型フェルミオンが巻き付き数1をもつ

●: 右手型フェルミオンが巻き付き数1をもつ

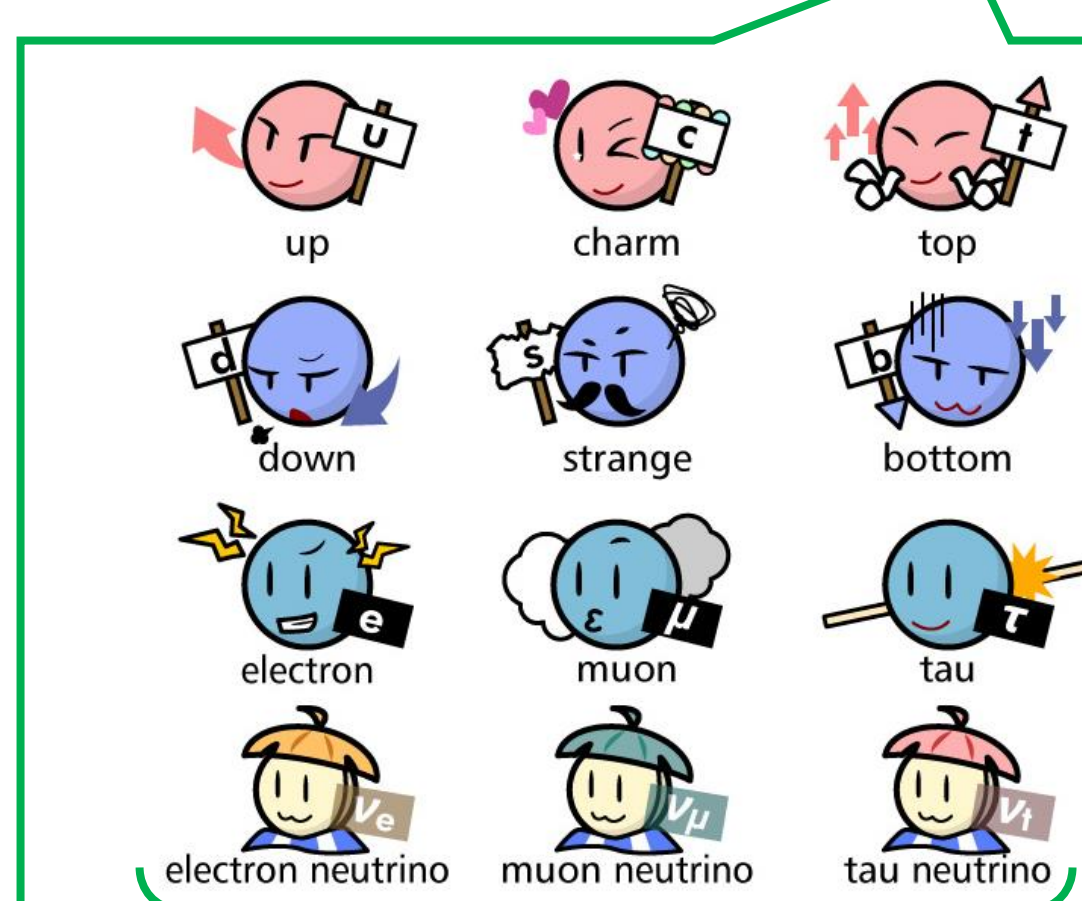
イントロダクション

高次元理論…我々の住む4次元時空に加え、余剰次元を考察

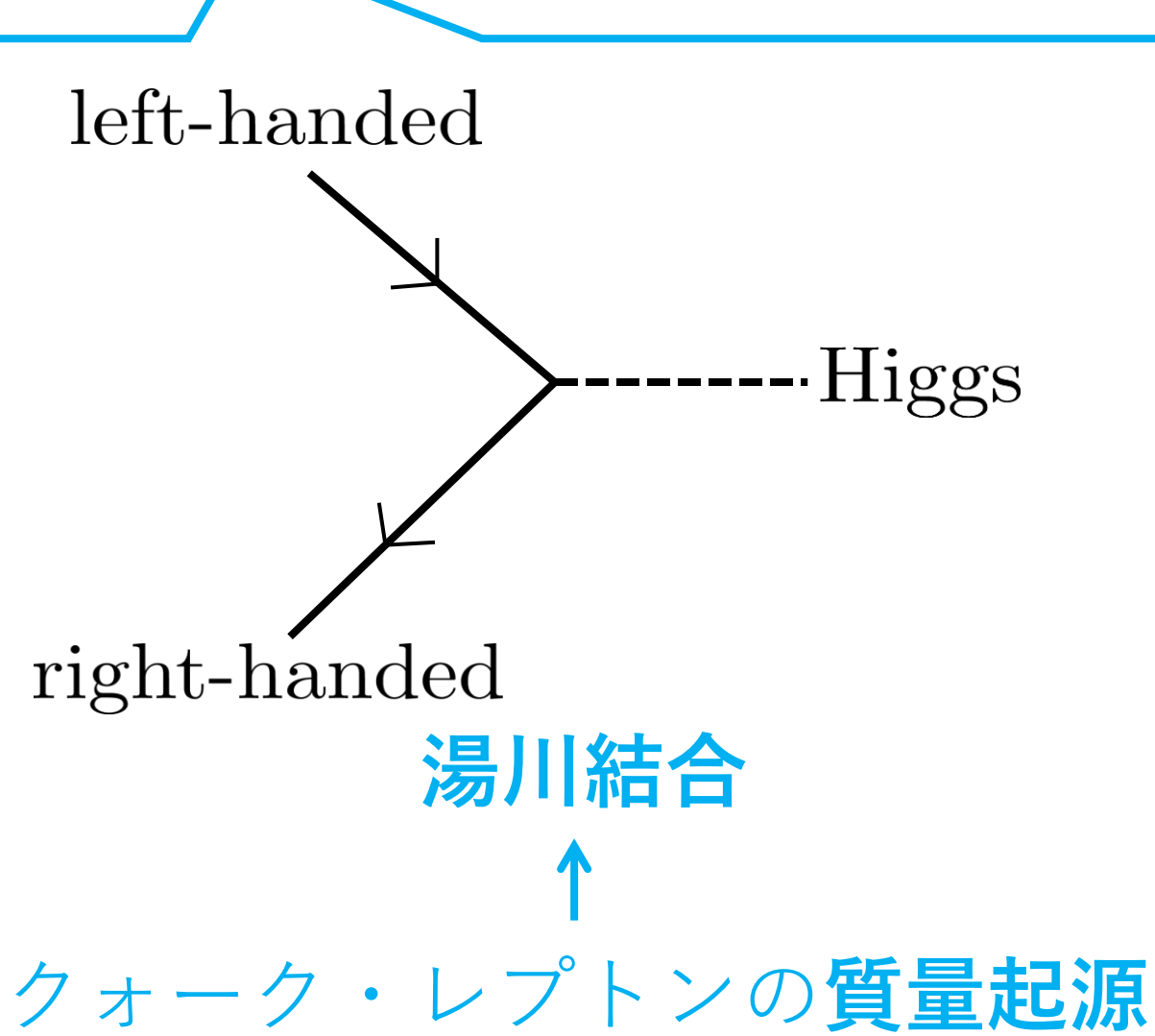
今回は2次元

モチベーション：標準模型を超えた余剰次元モデルの構築

世代数・湯川結合を再現する必要がある

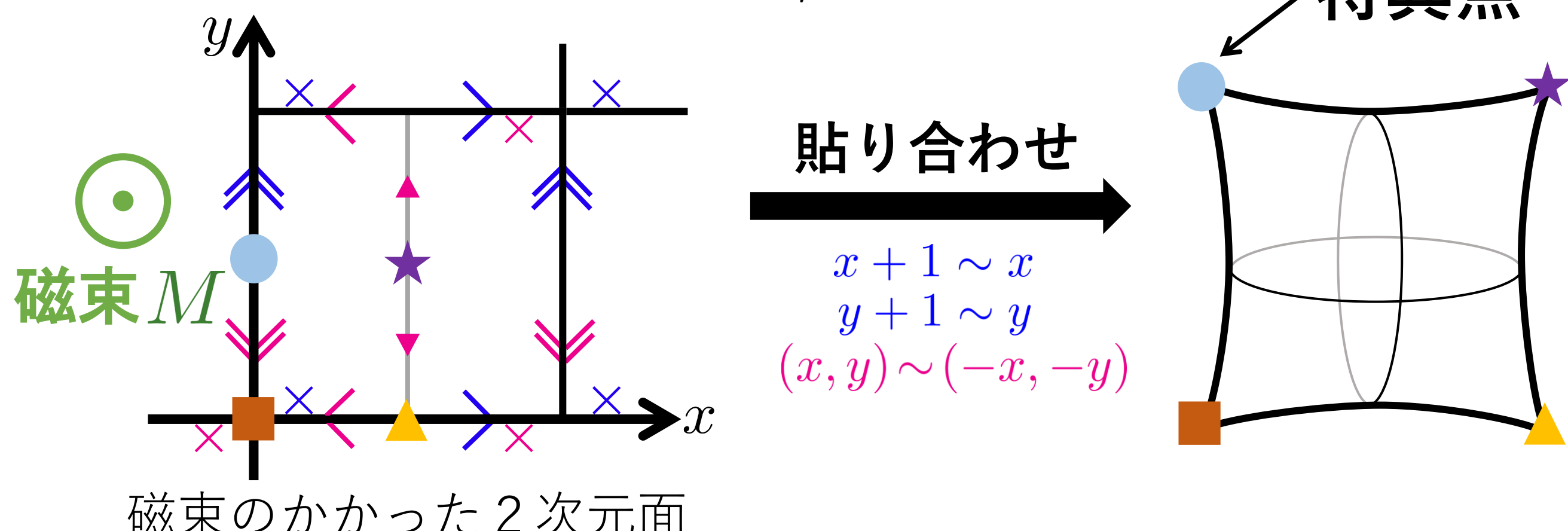


図の出典：Higgstan.com



磁束のかかったオービフォールド

・オービフォールド… $T^2/\mathbb{Z}_2$



磁束のかかった2次元面

→ 各特異点ごとに、 $\mathbb{Z}_2$ 回転の下でのフェルミオンの巻き付き数 W_I ($I = \blacksquare, \blacktriangle, \bullet, \star$) を定義できる ($W_I = 0, 1$)

・高次元上の場… $M^4 \otimes T^2/\mathbb{Z}_2$ に以下の場を用意

左手型フェルミオン Ψ_L 右手型フェルミオン Ψ_R , Higgs Φ_H
Weyl fermion

➤ 磁束のおかげで、ゼロモードに縮退が起こる。
縮退度が世代数であり、以下の公式で与えられる。

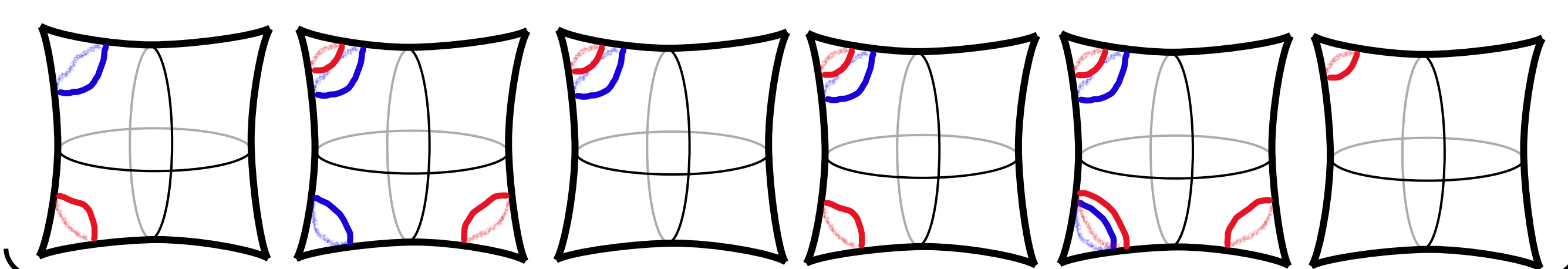
ゼロモードカウント公式

$$\text{世代数} = \text{縮退度} = \frac{|M|}{2} - \frac{V}{2} + 1$$

$M = \frac{q}{2\pi} \int_{T^2} F$: 磁束量子化数 (q は電荷) $V = \sum_i W_i$: 特異点まわりの巻き付き数の総和

文献: M. Sakamoto, M. Takeuchi, and Y. Tatsuta, Phys. Rev. D **102** (2020) 025008

➤ 湯川結合 $\bar{\Psi}_L \Phi_H \Psi_R$ を組む



この時点で左手型・右手型の巻き付き数の組み合わせは任意に思える
全部で $2^4 \times 2^4 = 256$ パターン。

→ ダメなパターンがある！

要請する条件

以下の3つの条件を要請する。

(1) 左手型の世代数 = 右手型の世代数

(2) ヒッグスが存在 (ヒッグスの世代数は1以上)

(3) 湯川結合を構成可能

要請の定式化

添字 L, R, H はそれぞれ左手型, 右手型, ヒッグスを表す。

※ $M_L > 0, M_R > 0$ の場合のみ考える。

(1), (2): ゼロモードカウント公式で定式化

$$(1) \frac{M_L}{2} - \frac{V_L}{2} + 1 = \frac{M_R}{2} - \frac{V_R}{2} + 1 \rightarrow M_L - M_R = V_L - V_R$$

$$(2) \frac{|M_H|}{2} - \frac{V_H}{2} + 1 \geq 1 \rightarrow |M_H| \geq V_H$$

(3): 境界条件の下で湯川結合 $\bar{\Psi}_L \Phi_H \Psi_R$ が不変
…課している境界条件は以下の2つ

① “周期的”境界条件

$$\left. \begin{aligned} \Psi(x+1, y) &\propto e^{i\pi M y} \Psi(x, y) \\ \Psi(x, y+1) &\propto e^{-i\pi M x} \Psi(x, y) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{湯川結合が不変であるために}} -M_L + M_H + M_R = 0$$

② オービフォールド

$$\begin{aligned} \Psi(X_I - x, Y_I - y) &\propto (-1)^{W_I} \Psi(X_I + x, Y_I + y) \\ \xrightarrow{\text{湯川結合が不変であるために}} -W_{L,I} + W_{H,I} + W_{R,I} &= 0 \pmod{2} \\ \xrightarrow{\text{値を1か0に限る}} W_{H,I} &= |-W_{L,I} + W_{R,I}| \end{aligned}$$

制限

$$(2): |M_H| \geq V_H$$

$$\begin{aligned} |M_H| &\stackrel{\text{①}}{=} |M_L - M_R| \\ &\stackrel{\text{①}}{=} |V_L - V_R| \\ &= \left| \sum_{I=1}^4 (W_{L,I} - W_{R,I}) \right| \leq \sum_{I=1}^4 |W_{L,I} - W_{R,I}| \\ &\stackrel{\text{②}}{=} \sum_{I=1}^4 |W_{L,I} - W_{R,I}| \end{aligned}$$

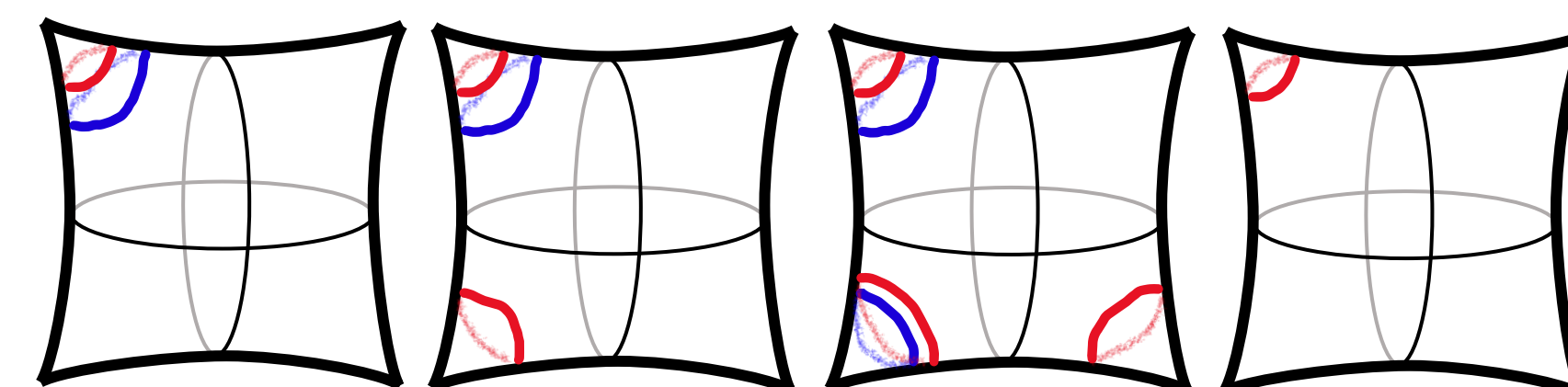
三角不等式

これらが両立するために、 $|M_H| = V_H$ が要求される
(三角不等式の等号が成立する場合のみ許される)

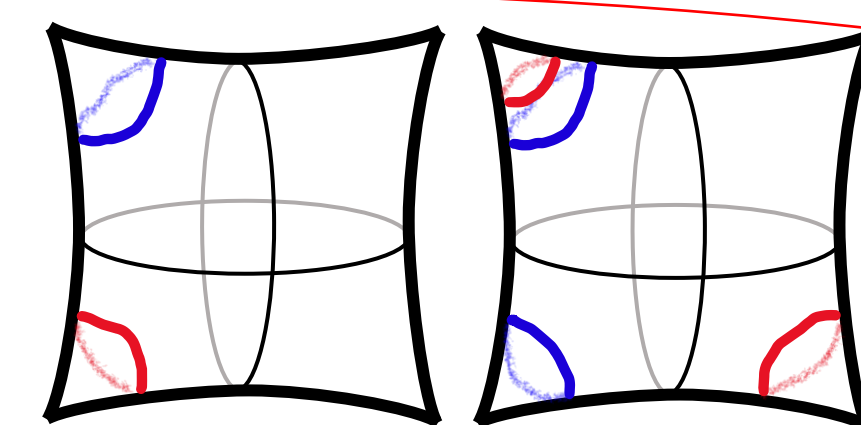
結論と展望

上記の関係は、左手型と右手型が別の特異点に単独で巻き付いている場合に破綻する。

湯川結合が組める例:



湯川結合が組めない例:



→ 標準模型を超える理論として、このような巻き付きは許されない

今後の展望

- $T^2/\mathbb{Z}_N$ ($N = 2, 3, 4, 6$) に議論を拡張できるか?
- 湯川結合の階層性 (質量階層性) を出せるか?
- $M_L < 0, M_R > 0$ の場合に制限はかかるか? (今回はかからなかった)

他にも、本研究会を通じて新たな展望が見出せたら嬉しいです!