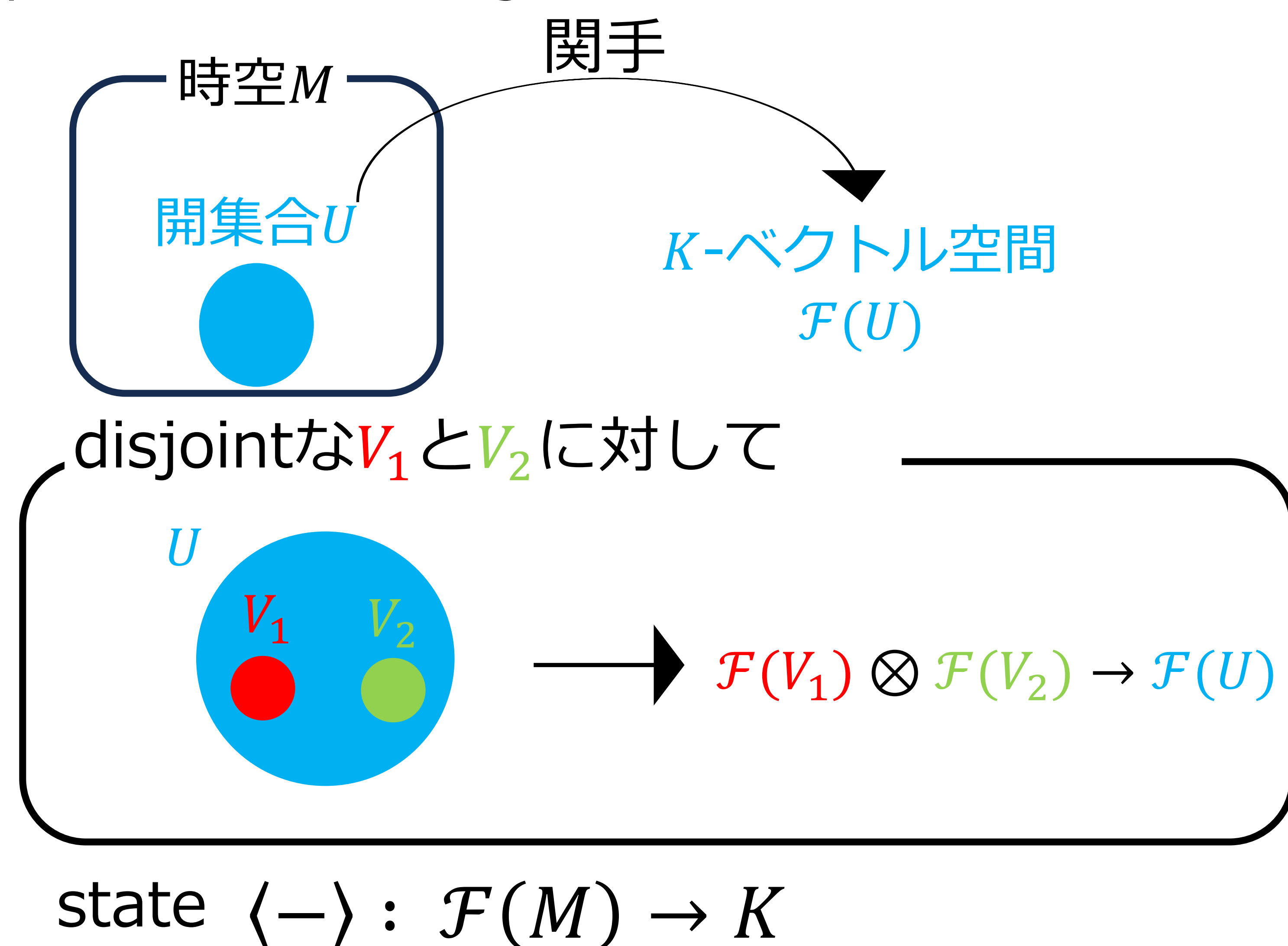


compact scalar and prefactorization algebra

川平将志（京都大学基礎物理学研究所 博士3年）

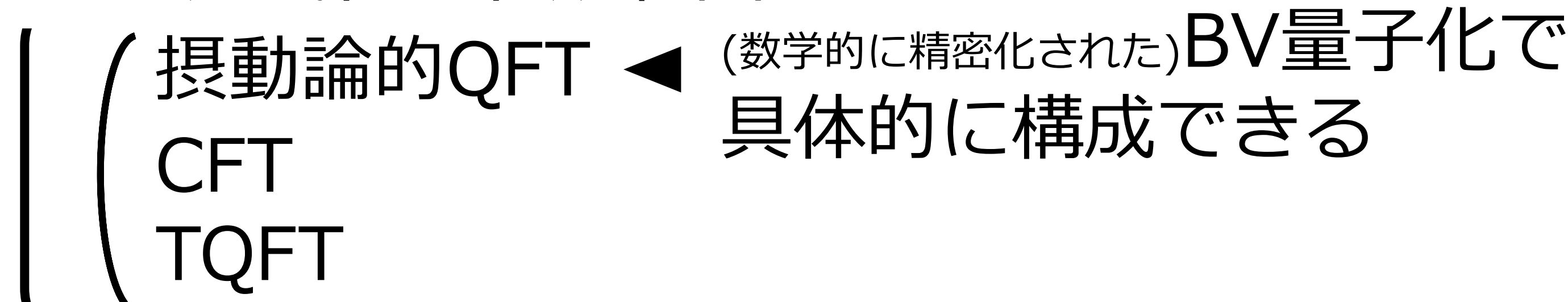
arXiv:2407.21784に基づく

1. prefactorization algebra（前因子化代数） $\mathcal{F}$ とは



2. Costello達によるQFTの定式化と結論

彼らの定式化の有効範囲



▶ 非摂動効果は見れないか？（この研究の動機）

- 具体的にトポロジカル演算子を構成
- 離散ゲージ化によりインスタントン効果を確認（今回は省略）

3. (数学的に精密化された)BV量子化

$\approx$ 経路積分法の数学的定式化

(例)自由スカラー理論

Field space

$$C^\infty(M)$$

Observable space

$$\text{Obs}(U) := \text{Sym}(C_c^\infty(U, \mathbb{C}))$$

$\text{Obs}(U)$ の元

$$\mathcal{O} = c + f + f_1 * f_2 + \cdots \left(\begin{array}{l} c \in \mathbb{C}, \\ f, f_1, f_2 \in C_c^\infty(U, \mathbb{C}) \end{array} \right)$$

$$C^\infty(M) \xrightarrow{\mathcal{O}} \mathbb{C}$$

Ψ

Ψ

$$\Phi \mapsto \mathcal{O}[\Phi] = c + \int_U f \Phi + \int_U f_1 \Phi \int_U f_2 \Phi$$

4. トポロジカル演算子の構成

1次元無質量スカラー理論のシフト対称性を考えた

$$\Phi \mapsto \Phi + \alpha$$

$\mathcal{F}(I) := H^0(\text{Obs}^q(I))$ は次の2つで生成される

$$P_t(\cdot) := -\delta'(\cdot - t) \quad Q_t(\cdot) := \delta(\cdot - t)$$

t は I の中点

※実際には δ_{smearred} を使う(コホモロジーとしては同じ)

主定理①以下がコホモロジーとして等価である

$$I \quad \underline{I_1 \quad U_{t_1, \alpha}}$$

$$I \quad \underline{I_2 \quad U_{t_2, \alpha}}$$

Classical derived observable space

$$\text{Obs}^{\text{cl}}(U) := (\text{Sym}(C_c^\infty(U)^{-1} \oplus C_c^\infty(U)^0), \Delta_{\text{BV}}^{\text{cl}})$$

$$\begin{array}{ll} f^* & \in C_c^\infty(U)^{-1} \\ := (f, -1) & := (C_c^\infty(U, \mathbb{C}), -1) \\ f & \in C_c^\infty(U)^0 \\ := (f, 0) & := (C_c^\infty(U, \mathbb{C}), 0) \end{array}$$

$$a * b = (-1)^{|a||b|} b * a$$

$$\begin{array}{ccc} C_c^\infty(U)^{-1} & \xrightarrow{\Delta_{\text{BV}}^{\text{cl}}} & C_c^\infty(U)^0 \\ \Psi & & \Psi \\ f^* & \longmapsto & -(-\Delta + m^2)f \end{array}$$

Classical BV chain complex

$$\cdots \xrightarrow{\Delta_{\text{BV}}^{\text{cl}}} \text{Obs}^{\text{cl}}(U)^{-2} \xrightarrow{\Delta_{\text{BV}}^{\text{cl}}} \text{Obs}^{\text{cl}}(U)^{-1} \xrightarrow{\Delta_{\text{BV}}^{\text{cl}}} \text{Obs}^{\text{cl}}(U)^0 \rightarrow 0$$

- $(\Delta_{\text{BV}}^{\text{cl}})^2 = 0$ ▶ Classical BV cohomology
- $\Delta_{\text{BV}}^{\text{cl}}(A * B) = (\Delta_{\text{BV}}^{\text{cl}} A) * B + (-1)^{|A|} A * (\Delta_{\text{BV}}^{\text{cl}} B)$
 - ▶ $[A] * [B]$ が well-defined

Quantum BV chain complex

$$\cdots \xrightarrow{\Delta_{\text{BV}}^q} \text{Obs}^q(U)^{-2}[\hbar] \xrightarrow{\Delta_{\text{BV}}^q} \text{Obs}^q(U)^{-1}[\hbar] \xrightarrow{\Delta_{\text{BV}}^q} \text{Obs}^q(U)^0[\hbar] \rightarrow 0$$

- $(\Delta_{\text{BV}}^q)^2 = 0$ ▶ Quantum BV cohomology
- $\Delta_{\text{BV}}^q(A * B) = (\Delta_{\text{BV}}^q A) * B + (-1)^{|A|} A * (\Delta_{\text{BV}}^q B) + (-1)^{|A|} \{A, B\}$
 - ▶ $[A] * [B]$ が ill-defined

A の台 V_1 と B の台 V_2 が disjoint なとき $\{A, B\} = 0$

▶ $[A] * [B]$ が well-defined

▶ $\mathcal{F}(U) := H^0(\text{Obs}^q(U))$ が prefactorization algebra になっている

主定理②以下がコホモロジーとして等価である

$$I \quad \underline{I_1 \quad Q_{t_1} \quad I_2 \quad U_{t_2, \alpha}}$$

$$I \quad \underline{I_3 \quad U_{t_3, \alpha} \quad I_4 \quad Q_{t_4} + \hbar \alpha}$$