

一般のWilson Line演算子入りの指数のための Giant Graviton展開

arXiv:2406.19777; 共同研究者：東工大 今村洋介, 明治大 横山大輔

東京工業大学 今村研究室 清 亮弘

Abstract：AdS/CFT対応において、CFT側を有限のランクを持つゲージ理論とすると、AdS側ではGiant Gravitonという構造を入れる必要がある。本発表ではそれにWilson Lineの構造を入れた理論でどのように指数を計算するかを述べる。

指数

超対称性理論で定義できる、
結合定数に依存しない特別な分配関数

$$I(\beta, q, v, \dots) \equiv \text{tr}_{\mathcal{H}} \left[(-1)^{\hat{F}} e^{-\beta \hat{\Delta}} q^{\hat{L}_1} v^{\hat{L}_2} \dots \right]$$

$\hat{F}$: フェルミオン数演算子
 $\hat{\Delta} \equiv \{\hat{Q}, \hat{Q}^\dagger\}$ $\hat{Q}$: 任意の超電荷
 $\hat{L}_1, \hat{L}_2, \dots$: 大域対称性のカルタン生成子

例：AdS₅ × S⁵ 上のIIB型超重力理論

(N → ∞)枚のD3-brane近辺のIIB型超弦理論

$$I_{\text{AdS}}(x, y) = I_{\text{grav.}} \equiv \text{Pexp} \left[\frac{x}{1-x} + \frac{y}{1-y} - \frac{xy}{1-xy} \right]$$

Pexp : Plethystic exponential

何の役に立つのか

AdS/CFT対応の検証

互に対応しあうAdS側の指数 I_{AdS} と
CFT側の指数 I_{CFT} は等しくなる。

AdS₅ × S⁵ 上のIIB型超重力理論 $\longleftrightarrow$ 4次元 $\mathcal{N} = 4$ U(N → ∞)SYM

$$I_{\text{CFT}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_{\text{U}(N)} dU \text{Pexp} \left[\left(1 - \frac{(1-x)(1-y)}{1-xy} \right) \chi_{\text{adj.}}^{\text{U}(N)}(U) \right]$$

$\chi_{\text{adj.}}^{\text{U}(N)}(U)$: U(N)の随伴表現の指標

4次元 $\mathcal{N} = 4$ U(N → ∞)SYM理論のAdS/CFT対応は非常によく知られている。

Nが有限の時の、AdS側の理論は？
Wilson Lineを入れた時の、AdS側の理論は？

既知の結果あり

Giant Graviton

4次元 $\mathcal{N} = 4$ U(N)SYM理論

$$I_{\text{CFT}} = \int_{\text{U}(N)} dU \text{Pexp} \left[\left(1 - \frac{(1-x)(1-y)}{1-xy} \right) \chi_{\text{adj.}}^{\text{U}(N)} \right]$$

等価

N枚D3-brane近辺のIIB型超弦理論

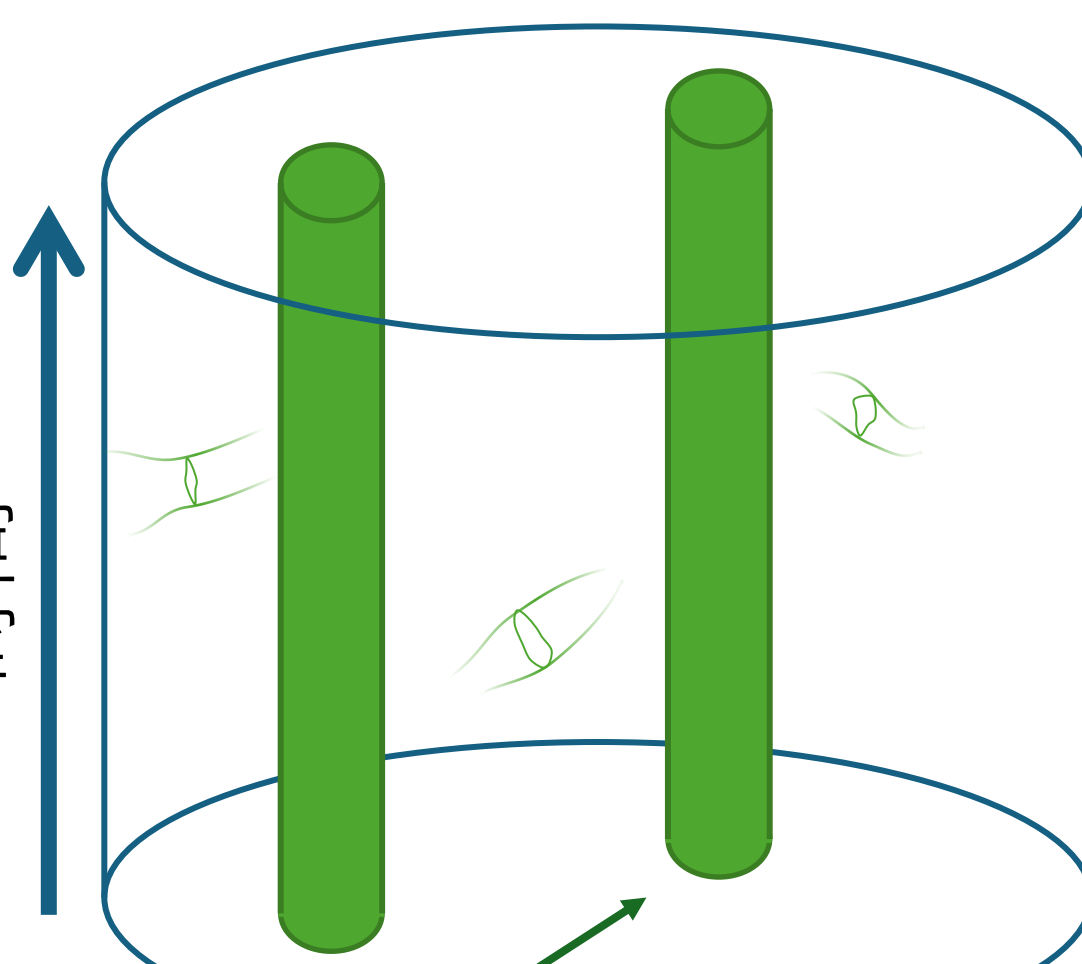
AdS₅ × S⁵ 上のIIB型超重力理論の寄与
+ **Giant Gravitonの寄与**

指数：

$$I_{\text{AdS}} = I_{\text{grav.}} + I_{\text{grav.}} I_{\text{G.G.}}^{(1)} + I_{\text{grav.}} I_{\text{G.G.}}^{(2)} + \dots = I_{\text{CFT}}$$

G.G.が一個の時の寄与
G.G.が二個の時の寄与

AdS時空



Giant Graviton (S⁵に巻き付いたD3-brane)

Wilson Line

4次元 $\mathcal{N} = 4$ U(N → ∞)SYM理論+W.L.

$$I_{\text{CFT}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_{\text{U}(N)} dU \text{Pexp} \left[\left(1 - \frac{(1-x)(1-y)}{1-xy} \right) \chi_{\text{adj.}}^{\text{U}(N)} \chi_{\lambda}^{\text{U}(N)} \chi_{\lambda'}^{\text{U}(N)} \right]$$

等価

(N → ∞)枚D3-brane近辺のIIB型超弦理論

+境界に端を持つ、開弦の束

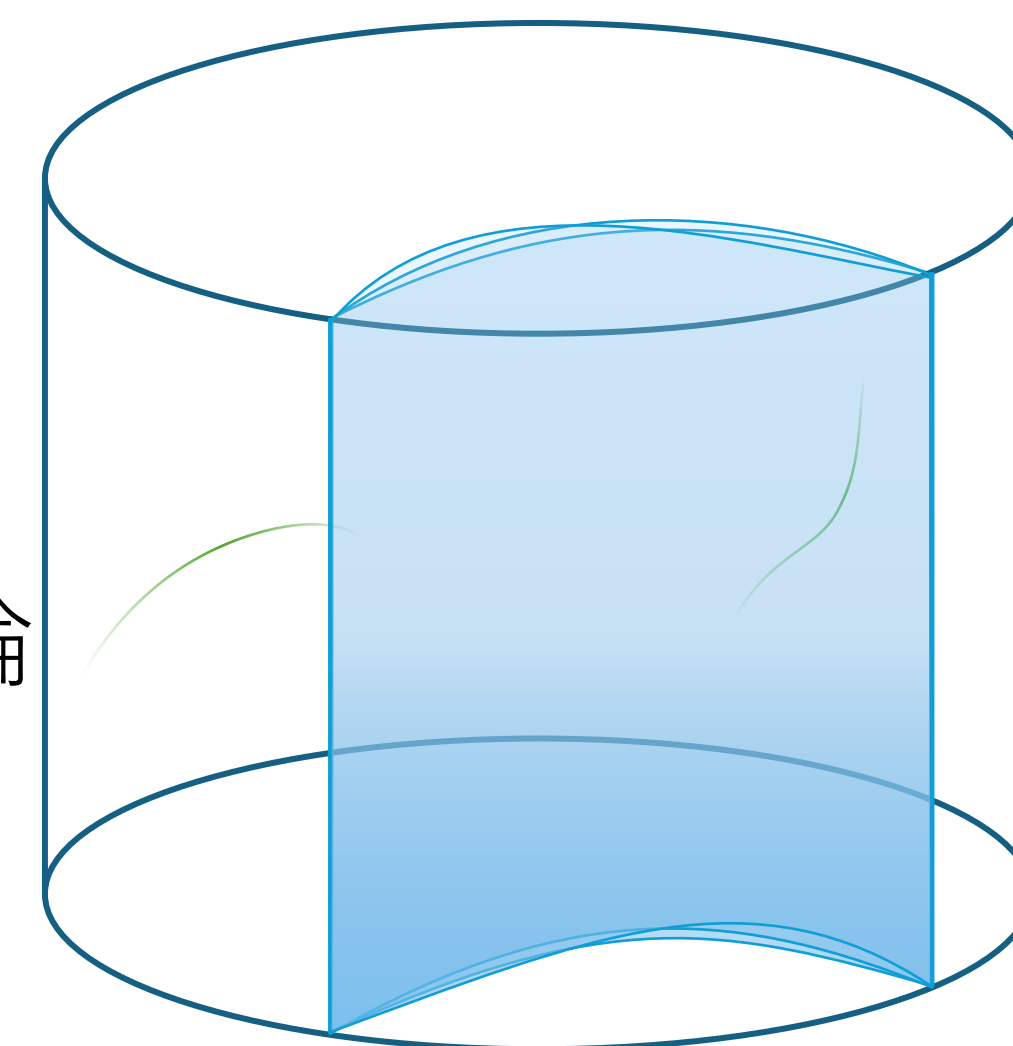
or

+境界に端を持つ、D-brane

指数：

$$I_{\text{AdS}} = (-1)^{l(\lambda)+l(\lambda')} z_{\lambda} \delta_{\lambda, \lambda'} I_{\text{grav.}} [I_{\text{F1}}]_{\lambda} = I_{\text{CFT}}$$

表現 λ, λ' に依存する
ある定数 開弦の寄与



この二つを組み合わせるとどうなるのか

Giant Graviton + Wilson Line

4次元 $\mathcal{N} = 4$ U(N)SYM理論+W.L.

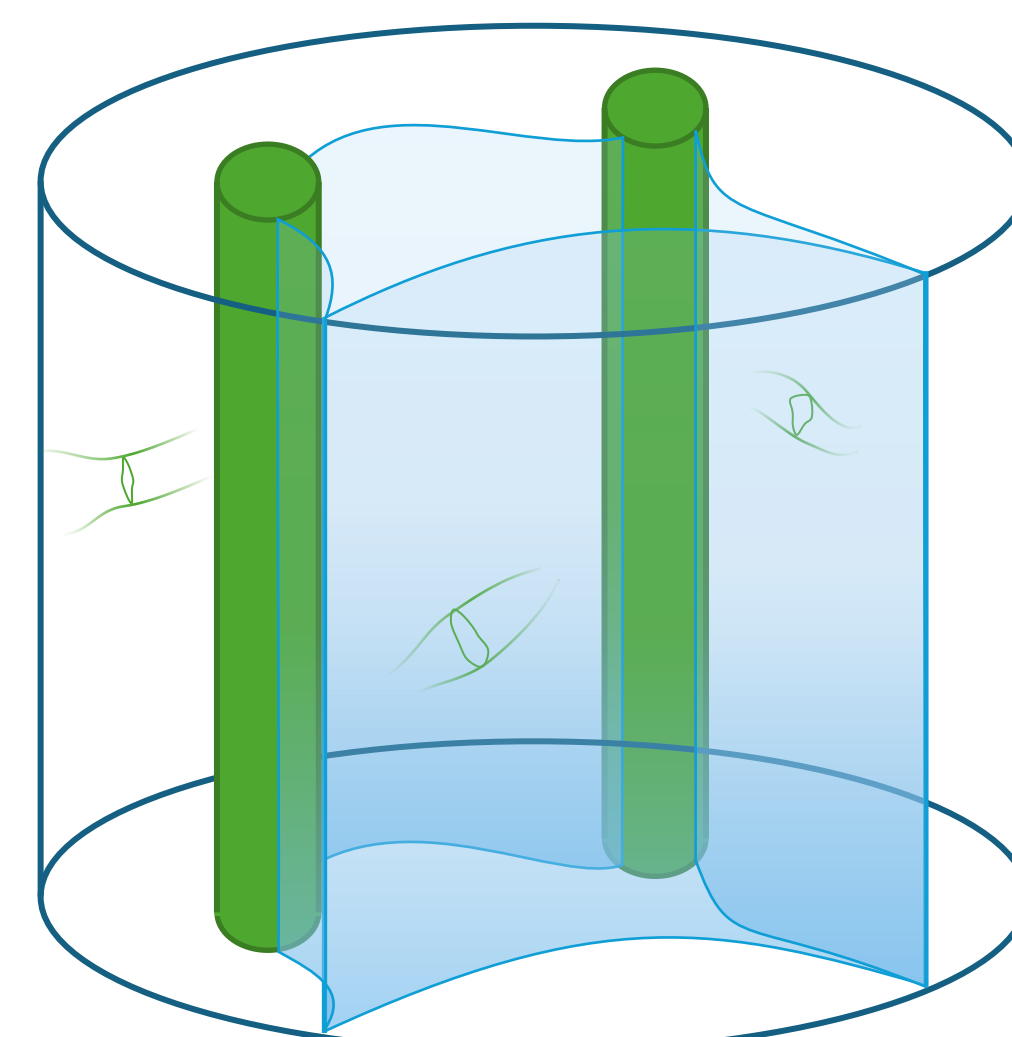
等価

$$I_{\text{CFT}} = \int_{\text{U}(N)} dU \text{Pexp} \left[\left(1 - \frac{(1-x)(1-y)}{1-xy} \right) \chi_{\text{adj.}}^{\text{U}(N)} \chi_R^{\text{U}(N)} \chi_{\bar{R}}^{\text{U}(N)} \right]$$

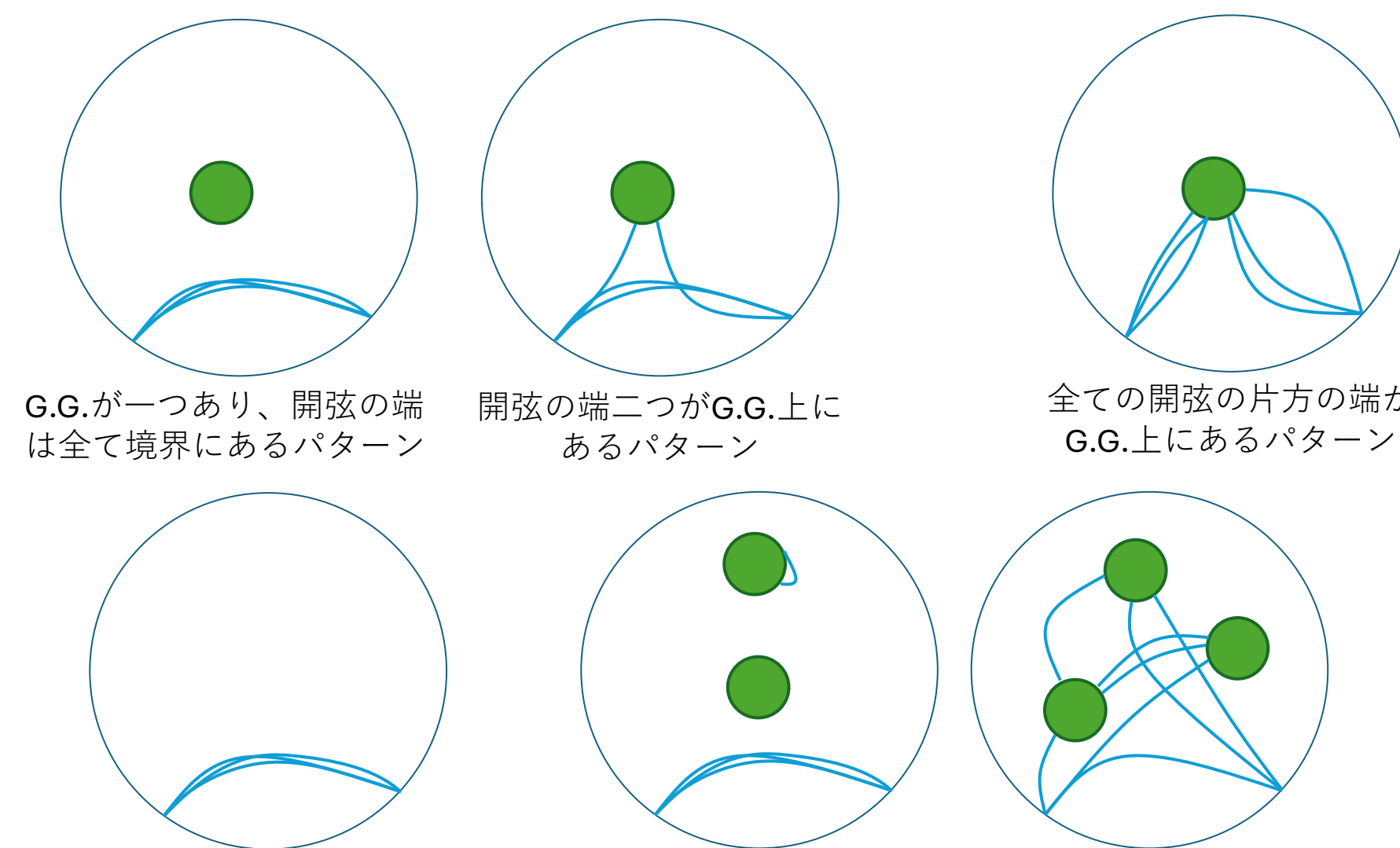
N枚D3-brane近辺のIIB型超弦理論

+境界に端を持つ、開弦の束

指数の計算には、両方の相互作用を考えて、
寄与を計算しなければならない。



開弦は境界やG.G.を端に持てる



$$I_{\text{AdS}} = (-1)^{l(\lambda)+l(\lambda')} I_{\text{grav.}} \left(\delta_{\lambda, \lambda'} [I_{\text{F1}}]_{\lambda} + \frac{x^N}{x^{|\lambda|}} I_{\text{G.G., } \lambda, \lambda'}^{(x)} [I_{\text{F1}}]_{\lambda} [I_{\text{F1}}]_{\lambda'} + \frac{y^N}{y^{|\lambda|}} I_{\text{G.G., } \lambda, \lambda'}^{(y)} [I_{\text{F1}}]_{\lambda} [I_{\text{F1}}]_{\lambda'} + \dots \right) = I_{\text{CFT}}$$

Reference

J. Kinney, J. M. Maldacena, S. Minwalla and S. Raju, "An Index for 4 dimensional super conformal theories," Commun. Math. Phys. 275, 209-254 (2007) doi:10.1007/s00220-007-0258-7 [arXiv:hep-th/0510251 [hep-th]].
Y. Imamura, "Giant graviton expansions for line operator index," [arXiv:2403.11543 [hep-th]].

J. McGreevy, L. Susskind and N. Toumbas, "Invasion of the giant gravitons from Anti-de Sitter space," JHEP 0006, 008 (2000) doi:10.1088/1126-6708/2000/06/008 [hep-th/0003075].
Y. Hatsuda and T. Okazaki, "Exact N = 2 Schur line defect correlators," JHEP 06, 169 (2023) doi:10.1007/JHEP06(2023)169 [arXiv:2303.14887 [hep-th]].