

de Sitter時空におけるブラックホールの第一法則と宇宙検閲官仮説の検証

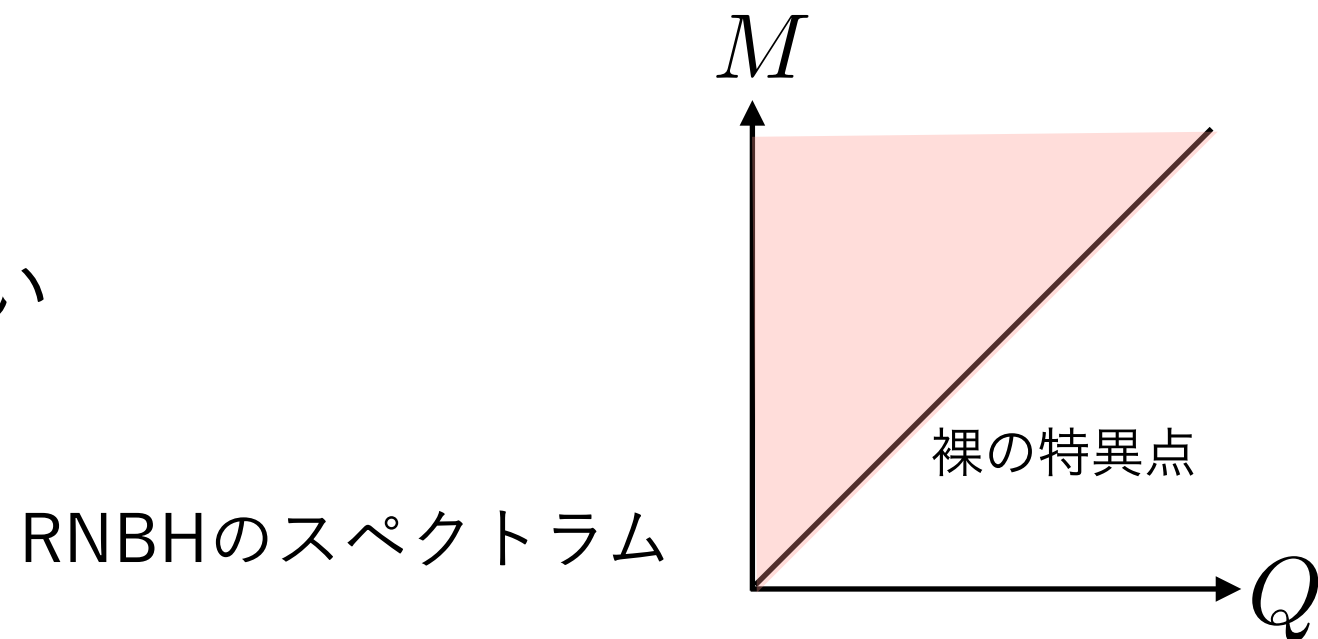
arXiv: 24xx.xxxx with Daisuke Yoshida (Nagoya U.)

吉村果保 D1 (東大総合文化研究科)

宇宙検閲官仮説 [1]

重力崩壊によって形成される全ての特異点はブラックホールの地平面によって隠されていなければならない
電荷を持つブラックホール(Reissner-Nordstrom BH)については $GM^2 \geq kQ^2$

BHの質量: M BHの電荷: Q



宇宙検閲官仮説が破れるかどうかの思考実験

極限BHからわずかにずれているBHに物質を投げ入れて、
裸の特異点を持つ時空を作れるか

摂動の1次のオーダーまでみると → 破れる [2]
摂動の2次のオーダーまでみると → 破れない

Sorce-Wald形式

$$\epsilon = \frac{\sqrt{M^2 - Q^2}}{M} \quad \delta M \geq \delta Q(1 - \epsilon) \quad (M + \delta M) - (Q + \delta Q) \approx -\epsilon \delta Q + \frac{M\epsilon^2}{2}$$

負になりうる!

Sorce-Wald形式 [3]

- ブラックホールの質量への2次のオーダーの寄与までの完全な解析
- 2次のオーダーは自己エネルギーや有限サイズの効果を含む

n次元の一般座標変換不変なラグランジアンn形式

ダイナミカルな場 $\{\phi\} = \{g_{\mu\nu}, \psi\}$

1パラメータ族 $\phi(\lambda)$

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\lambda} = \underbrace{E(\phi) \cdot \frac{d\phi}{d\lambda}}_{\text{EOM } E(\bar{\phi})=0} + \underbrace{d\theta\left(\phi, \frac{d\phi}{d\lambda}\right)}_{\text{境界項}} \quad \frac{d\phi}{d\lambda}\bigg|_{\lambda=0} = \delta\phi \quad \frac{d^2\phi}{d\lambda^2}\bigg|_{\lambda=0} = \delta^2\phi$$

任意のベクトル ξ^a に関連したネーターカレント

$$\mathcal{J}(\phi) = \theta(\phi; \mathcal{L}_\xi \phi) - i_\xi \mathcal{L}(\phi)$$

$$\mathcal{J}(\phi) = dQ_\xi + C_\xi$$

Key identity

$$\int_{\partial\Sigma} [\delta Q_\xi - i_\xi \theta(\phi, \delta\phi)] = \int_\Sigma \omega(\phi; \delta\phi, \mathcal{L})_\Sigma - \int_\Sigma \delta C_\xi - i_\xi (\mathbf{E}(\bar{\phi}) \cdot \delta\phi)$$

保存チャージ 境界項 シンプレクティックカレント ソース項 EOM(=0)

Ex) Einstein-Maxwellラグランジアン 4形式

$$\mathcal{L}(\phi) = \left[\frac{1}{16\pi G} R - \frac{1}{4} F_{ab} F^{ab} \right] \epsilon \quad T^{\mu\nu} := \frac{1}{8\pi G} \left[R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R + \Lambda g^{\mu\nu} - 8\pi G T^{EM\mu\nu} \right]$$

$$\int_B (\delta Q_\xi^{GR} - i_\xi \theta^{GR}(\phi, \delta\phi)) = \frac{\kappa}{4\pi G} \delta A_B$$

$$\int_B (\delta Q_\xi^{EM} - i_\xi \theta^{EM}(\phi, \delta\phi)) = \Phi_H \delta Q_B$$

$$\int_{S_\infty} (\delta Q_\xi^{GR} - i_\xi \theta^{GR}(\phi, \delta\phi)) = \Phi_H \delta M$$

$$\begin{aligned} \theta &:= \theta^{GR} + \theta^{EM} \\ \omega &:= \omega^{GR} + \omega^{EM} \\ Q_\xi &:= Q_\xi^{GR} + Q_\xi^{EM} \\ (C_\xi)_{bcd} &:= \epsilon_{ebcd} (T_a{}^e + A_a j^e) \xi^a \end{aligned}$$

B : 分岐面(キリングベクトル0) S_∞ : 空間的無限遠

仮定

- 背景時空のキリングベクトル ξ^a ($\xi^\mu \partial_\mu = \partial_t$) $\mathcal{L}_\xi \bar{\phi} = 0$
- 背景時空の場合はEOMを満たす $E(\bar{\phi}) = 0$
- 分岐面B付近で摂動なし(ソースありのとき)

1次の摂動(ソースなし)

$$\int_{\partial\Sigma} (\delta Q_\xi - i_\xi \theta(\bar{\phi}, \delta\phi)) = 0 \quad \delta M - \frac{\kappa}{4\pi G} \delta A_B - \Phi_H \delta Q = 0$$

1次の摂動(ソースあり)

$$\int_{\partial\Sigma} (\delta Q_\xi - i_\xi \theta(\bar{\phi}, \delta\phi)) = - \int_\Sigma \delta C_\xi$$

$$\delta M - \Phi_H \delta Q = \int_{\mathcal{H}} \tilde{\epsilon}_{bcd} \delta T^{ae} \xi_a k_e$$

$$\delta T^{ae} \xi_a \xi_e \geq 0$$

$$\delta M - \Phi_H \delta Q > 0$$

2次の摂動

$$\int_{\partial\Sigma} [\delta^2 Q_\xi - i_\xi \delta \theta(\phi, \delta\phi)] = \mathcal{E}_\Sigma(\bar{\phi}; \delta\phi) - \int_\Sigma [\delta^2 C_\xi - i_\xi (\delta \mathbf{E}(\bar{\phi}) \cdot \delta\phi)]$$

$$\delta^2 M - \Phi_H \delta^2 Q \geq -\frac{\kappa}{8\pi} \delta^2 A_B^{RN} \quad GM^2 - kQ^2 \geq 0 \quad \mathcal{E}_\Sigma(\bar{\phi}; \delta\phi, \mathcal{L}\delta\phi) \equiv \int_\Sigma \omega(\bar{\phi}; \delta\phi, \mathcal{L}\delta\phi)$$

Reissner-Nordstrom BH

$$\mathcal{L}(\phi) = \left[\frac{1}{16\pi G} (R - 2\Lambda) - \frac{1}{4} F_{ab} F^{ab} \right] \epsilon$$

Reissner-Nordstrom BH

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{\text{dS}} + h_{\mu\nu}$$

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad A_\mu dx^\mu = -\Phi(r)dt$$

$$f(r) = 1 - \frac{2Gm}{r} + \frac{GkQ^2}{r^2} - H^2 r^2, \quad \Phi(r) = k \frac{Q}{r}$$

$$ds^2 = -F(a(\tau)\rho)d\tau^2 + \frac{1}{F(a(\tau)\rho)}a(\tau)^2 d\rho^2 + a(\tau)^2 \rho^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

$$F(r) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4H^2 r^2}{f(r)^2}} \right) f(r) \quad h_{\tau\tau} = \frac{2Gm}{H^2 r^3} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^4}\right), \quad h_{\rho\rho} = \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^3}\right)$$

座標変換

漸近的dS時空の質量

保存チャージとして定義した質量

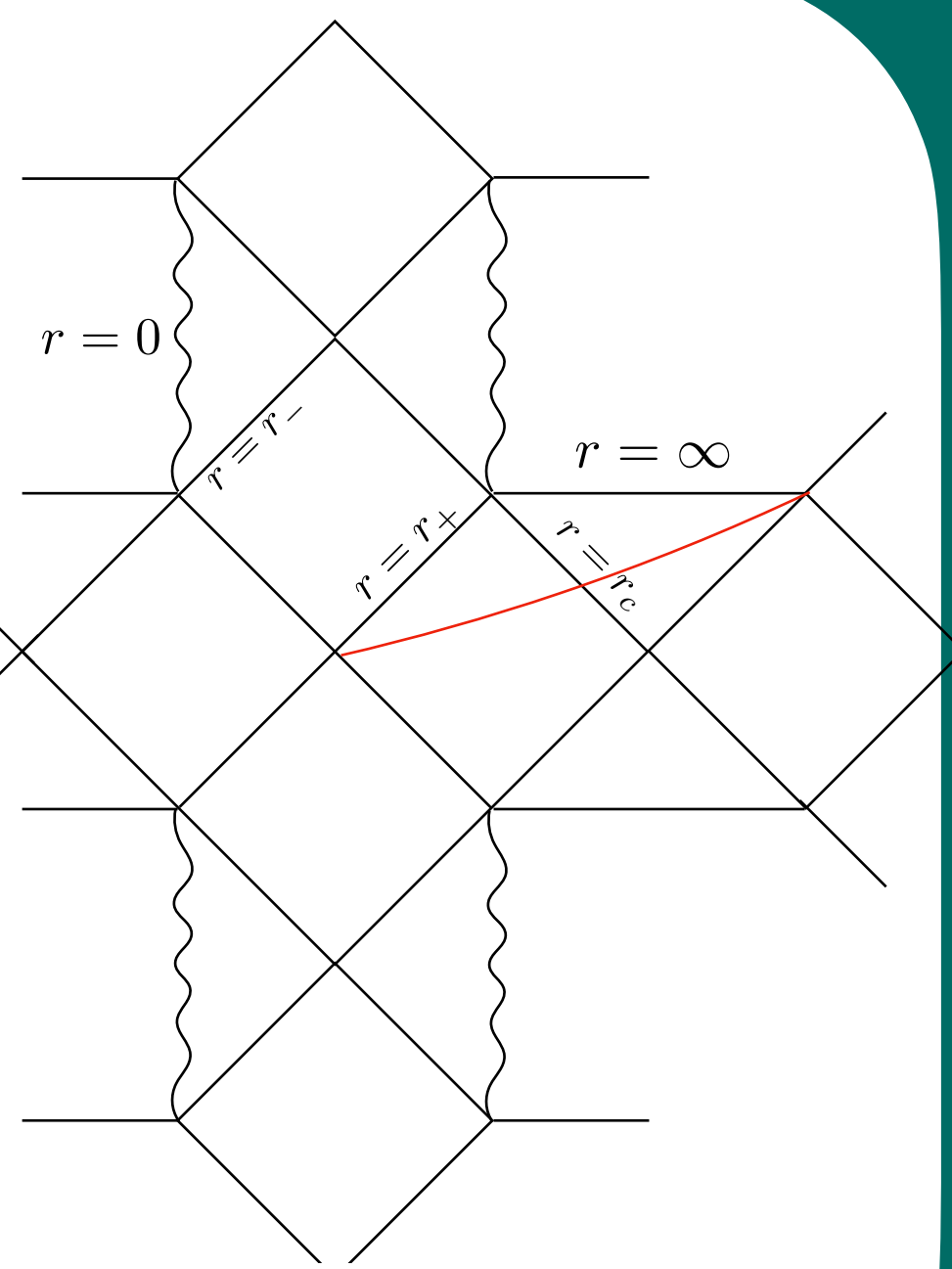
$$M(\lambda) = \int_{S_\infty} \left(Q_\xi^{\text{GR}} - i_\xi \mathbf{B}^{\text{GR}}(\phi, \delta\phi) \right), \quad \theta^{GR} = \delta \mathbf{B}^{\text{GR}} \quad \dots \times$$

$$\delta M(\lambda) = \int_{S_\infty} \left(\delta Q_\xi^{\text{GR}} - i_\xi \theta^{\text{GR}}(\phi, \delta\phi) \right) \quad \text{改めて} M \text{を定義}$$

$$m(\lambda) = m(0) + \delta m \lambda + \frac{1}{2} \delta^2 m \lambda^2 + \dots$$

$$h_{\tau\tau} = \frac{2Gm(\lambda)}{H^2 r^3} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^4}\right), \quad h_{\rho\rho} = \mathcal{O}\left(\frac{1}{r^3}\right)$$

静的座標の質量パラメータの変化 = ※で定義した質量の変化
 $\delta M = \delta m$



Sorce-WaldのdS時空への応用

第一法則

$$\delta M - \frac{\kappa}{4\pi G} \delta A_B - \Phi_H \delta Q = 0$$

1次の摂動(ソースあり)

$$\delta M - \Phi_H \delta Q > 0$$

宇宙検閲官仮説

$$\text{極限BHの質量} \quad m^{\text{ext}} = \frac{12GH^2 kQ^2 - \sqrt{1 - 12GH^2 kQ^2} + 1}{3\sqrt{6}GH\sqrt{1 - \sqrt{1 - 12GH^2 kQ^2}}}$$

評価すべき式

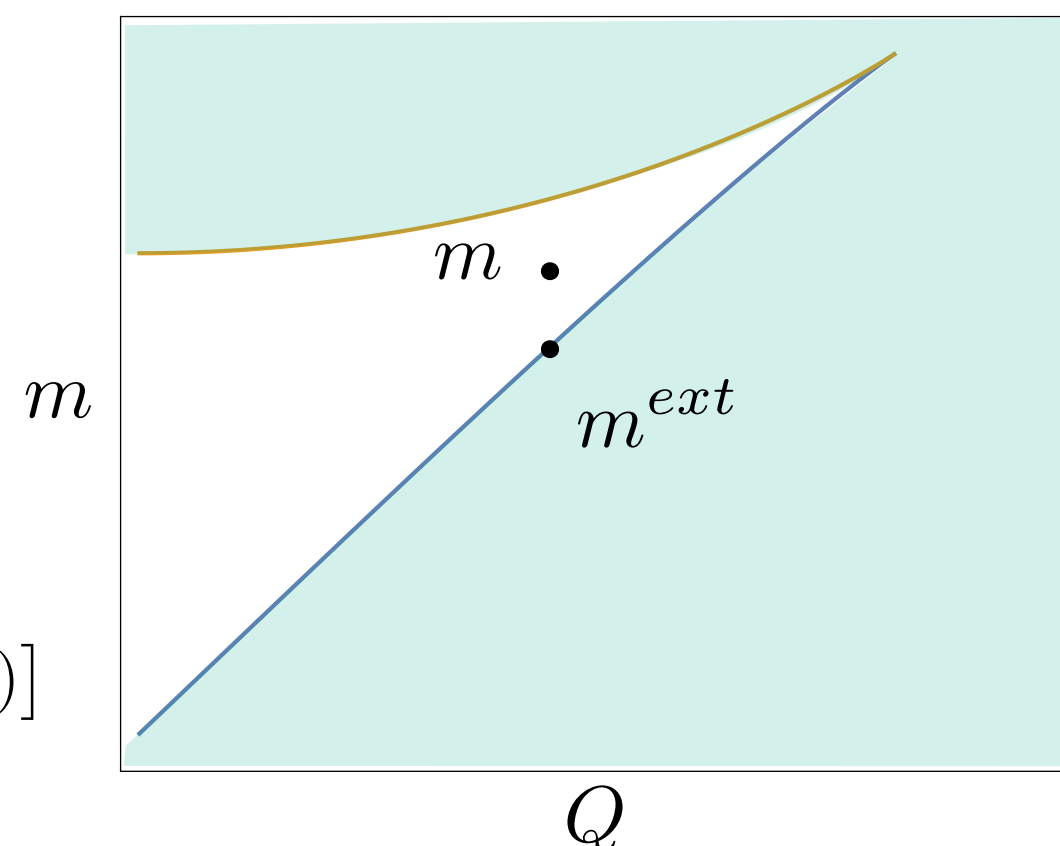
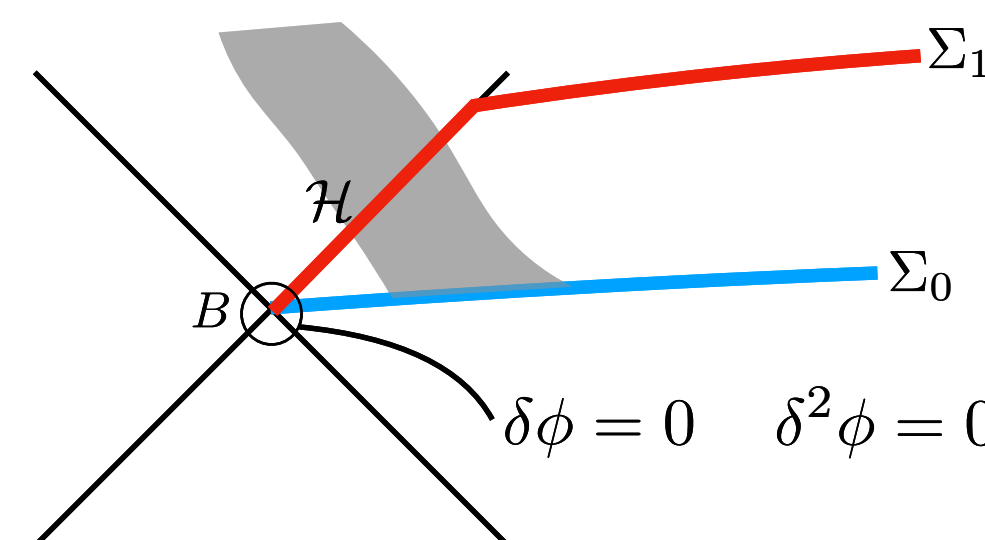
$$f(\lambda) = \frac{m(\lambda) - m^{\text{ext}}}{m}$$

摂動の2次

$$\int_{\partial\Sigma} [\delta^2 Q_\xi - i_\xi \delta \theta(\phi, \delta\phi)] = \mathcal{E}_\Sigma(\bar{\phi}; \delta\phi) - \int_\Sigma [\delta^2 C_\xi - i_\xi (\delta \mathbf{E}(\bar{\phi}) \cdot \delta\phi)]$$

$$\delta^2 M - \Phi_H \delta^2 Q \geq -\frac{\kappa}{8\pi} \delta^2 A_B^{RNdS}$$

$$f(\lambda) = \left(\epsilon - \# \frac{\delta M \lambda}{m} \right)^2 + \mathcal{O}(\lambda^3 + \dots) \geq 0 \quad \rightarrow \text{宇宙検閲官仮説は破れない}$$



まとめ・展望

- 漸近的dS時空における質量を保存チャージより定義した
- dS時空中のブラックホールにおける第一法則を導出
- 1次のオーダーでは、質量の変化はNull Energy Conditionを満たす物質のフラックスの言葉で表された。
- 摂動の2次のオーダーまで含むと、RNdS BHに物質に投げ入れる思考実験より、宇宙検閲官仮説が検証された

- Nariai極限(宇宙論的ホライズン=BHホライズン)にも応用可能か
- ブラックホールの蒸発に対しても応用可能か

[1] Penrose Riv. Nuovo Cimento 1, 252 (1969)

[2] V. E. Hubeny, Phys. Rev. D 59, 064013 (1999)

[3] J. Sorce, R.M. Wald Phys. Rev. D96(2017) 104014

本研究では、漸近的de Sitter時空に拡張し
第一法則および宇宙検閲官仮説を検証