



測定型量子計算の基礎

竹内勇貴

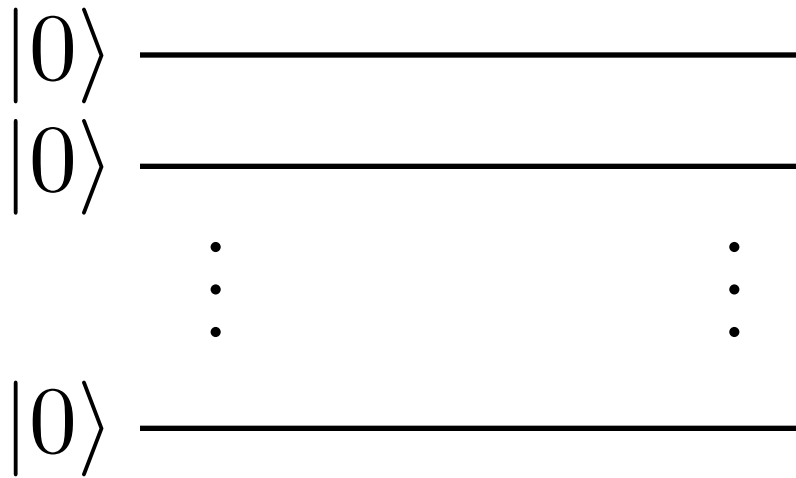
NTT コミュニケーション科学基礎研究所

基研量子情報スクール

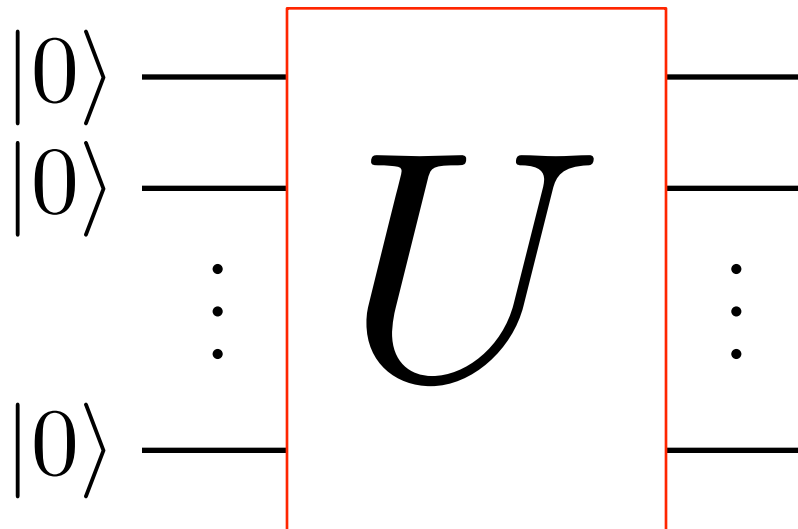
3/18 13:30 – 15:00

量子回路モデル(復習)

量子回路モデル(復習)

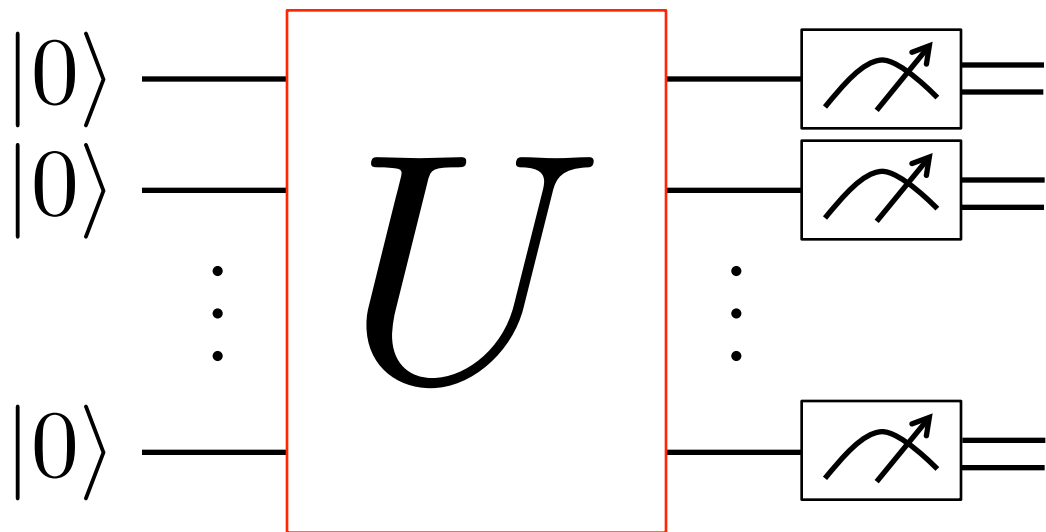


量子回路モデル(復習)



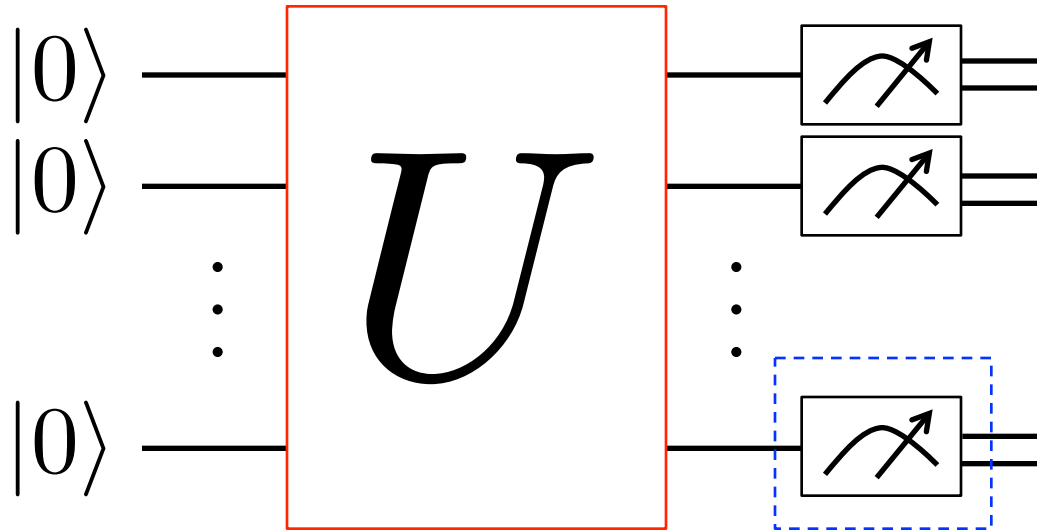
解きたい問題に依存した
ユニタリオペレータ

量子回路モデル(復習)



解きたい問題に依存した
ユニタリオペレータ

量子回路モデル(復習)



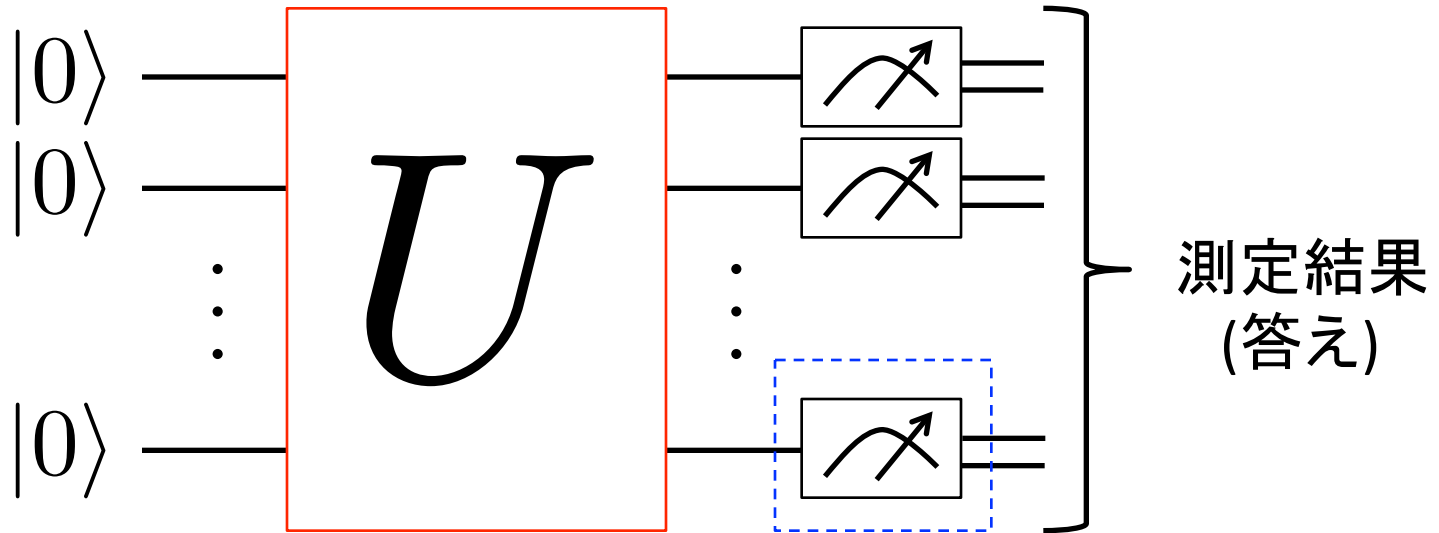
解きたい問題に依存した
ユニタリオペレータ

計算基底での測定

$$\{|0\rangle\langle 0|, |1\rangle\langle 1|\}$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

量子回路モデル(復習)



解きたい問題に依存した
ユニタリオペレータ

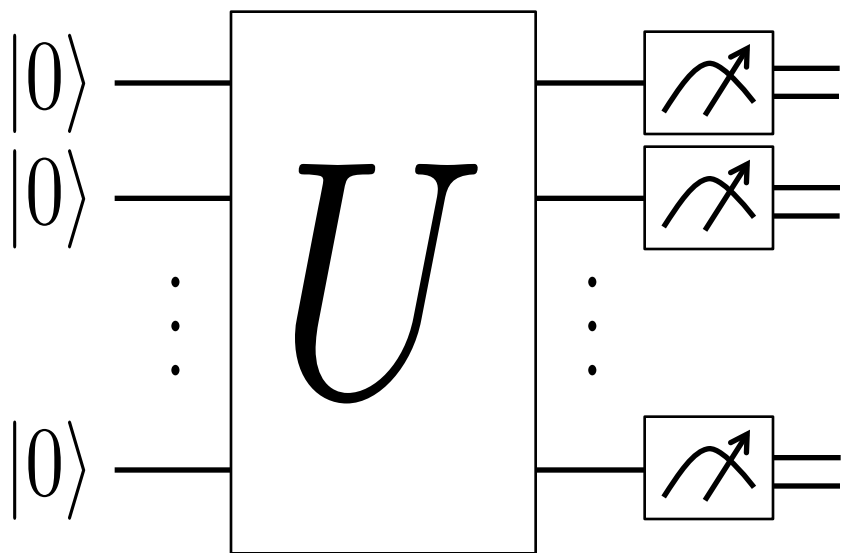
計算基底での測定

$$\{|0\rangle\langle 0|, |1\rangle\langle 1|\}$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

等価な万能量子計算モデル

量子回路モデル



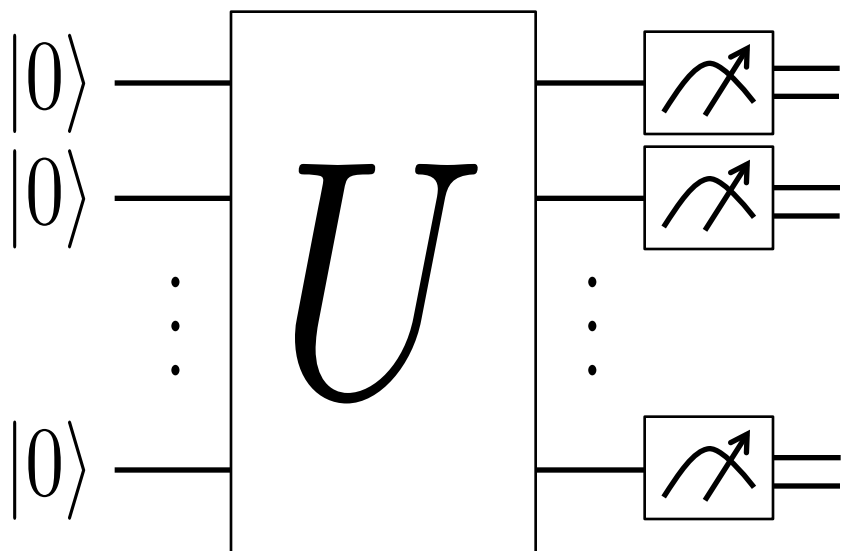
測定型量子計算



量子状態の生成 + 1量子ビット測定

等価な万能量子計算モデル

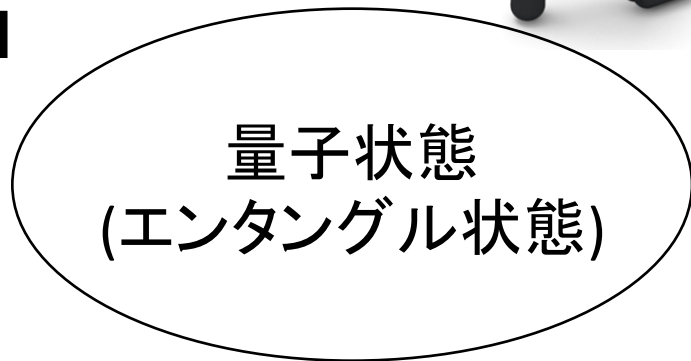
量子回路モデル



測定型量子計算

今回扱うモデル

=



量子状態の生成 + 1量子ビット測定

目次

1. どんな量子状態を準備すれば良いのか？
2. どういう風に測定すれば良いのか？
3. 量子回路モデルとの等価性
4. 測定型量子計算の応用



量子状態の生成 + 1量子ビット測定

目次

1. どのような量子状態を準備すれば良いのか？
2. どういう風に測定すれば良いのか？
3. 量子回路モデルとの等価性
4. 測定型量子計算の応用



量子状態の生成 + 1量子ビット測定

グラフ状態

$|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ をCZゲートで繋げた状態

$$CZ = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes Z$$

$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

グラフ状態

$|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ をCZゲートで繋げた状態

$$CZ = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes Z$$

$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

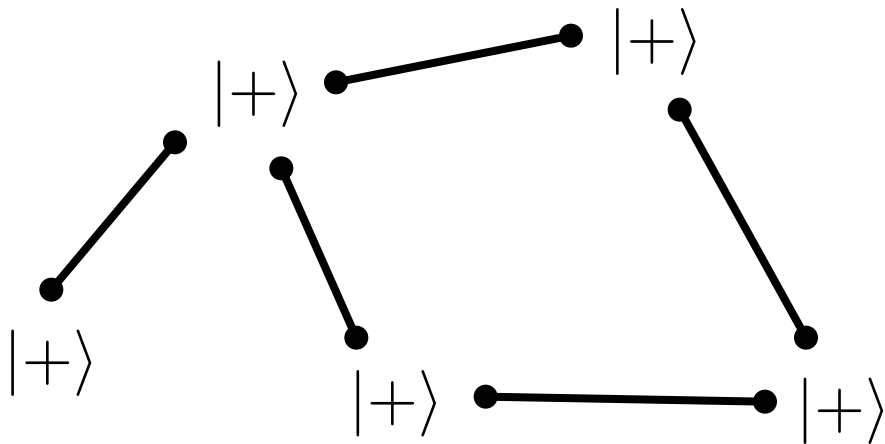
$|+\rangle$ $|+\rangle$
 $|+\rangle$

$|+\rangle$ $|+\rangle$ $|+\rangle$

グラフ状態

$|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ をCZゲートで繋げた状態

$$CZ = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes Z$$
$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$

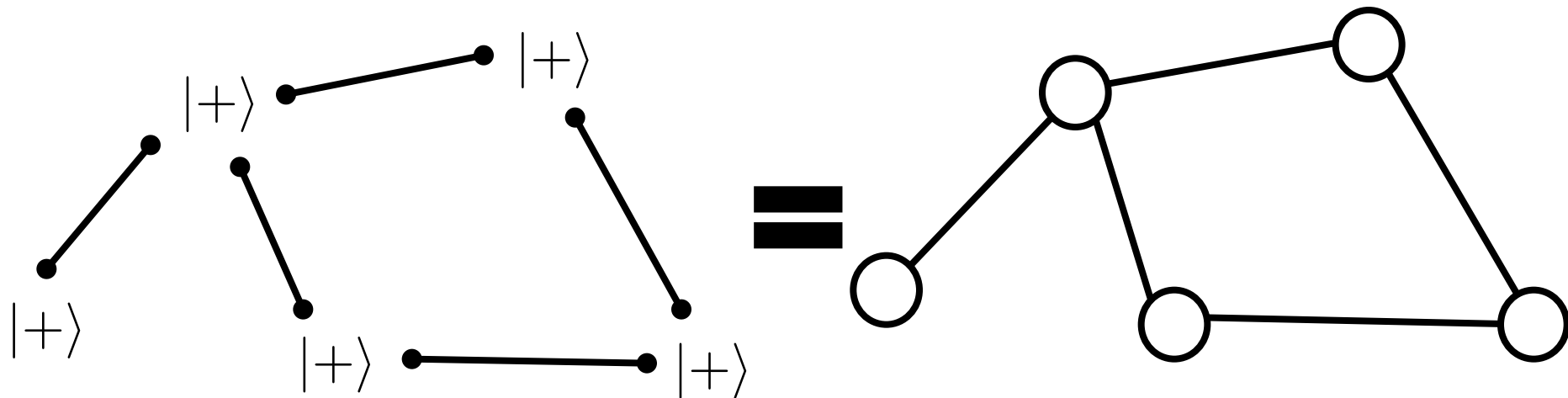


グラフ状態

$|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ をCZゲートで繋げた状態

$$CZ = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes Z$$

$$Z = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$$



グラフ状態の性質

$$X = |1\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1|$$

n -qubit グラフ状態 $|G_n\rangle$ は n 個の スタビライザー

$$\left\{ S_i \equiv X_i \prod_{j \in N_i} Z_j \right\}_{i=1}^n$$

可換

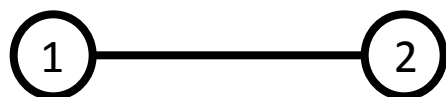
i 番目の頂点に
隣接する頂点の集合

の同時+1固有状態になっている。

$$\forall i, S_i |G_n\rangle = |G_n\rangle$$

グラフ状態の性質

具体例: 2-qubitグラフ状態



$$\begin{aligned} CZ|+\rangle|+\rangle &= \frac{|0\rangle|+\rangle + |1\rangle|-\rangle}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{|+\rangle|0\rangle + |-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$|\pm\rangle \equiv \frac{|0\rangle \pm |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

グラフ状態の性質

具体例: 2-qubitグラフ状態

$$|\pm\rangle \equiv \frac{|0\rangle \pm |1\rangle}{\sqrt{2}}$$



スタビライザーは

$$S_1 = X_1 Z_2$$

$$S_2 = Z_1 X_2$$

$$CZ|+\rangle|+\rangle$$

$$= \frac{|0\rangle|+\rangle + |1\rangle|-\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{|+\rangle|0\rangle + |-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$S_1(CZ|+\rangle|+\rangle) = X_1 Z_2 \left(\frac{|+0\rangle + |-1\rangle}{\sqrt{2}} \right) = CZ|+\rangle|+\rangle$$

グラフ状態の性質

具体例: 2-qubitグラフ状態

$$|\pm\rangle \equiv \frac{|0\rangle \pm |1\rangle}{\sqrt{2}}$$



スタビライザーは

$$S_1 = X_1 Z_2$$

$$S_2 = Z_1 X_2$$

$$CZ|+\rangle|+\rangle$$

$$= \frac{|0\rangle|+\rangle + |1\rangle|-\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{|+\rangle|0\rangle + |-\rangle|1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$S_2(CZ|+\rangle|+\rangle) = Z_1 X_2 \left(\frac{|0+\rangle + |1-\rangle}{\sqrt{2}} \right) = CZ|+\rangle|+\rangle$$

グラフ状態の性質

一般的な証明

$$\begin{aligned} |G_n\rangle &= \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left(\prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left(\prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i \overbrace{\left(\prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) \left(\prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right)}^{I^{\otimes n}} |+\rangle^{\otimes n} \end{aligned}$$

グラフ状態の性質

一般的な証明

$$\begin{aligned} |G_n\rangle &= \prod_{(j,k)\in E} CZ_{jk} |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left(\prod_{(j,k)\in E} CZ_{jk} \right) X_i |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left(\prod_{(j,k)\in E} CZ_{jk} \right) X_i \left(\prod_{(j,k)\in E} CZ_{jk} \right) \underbrace{\left(\prod_{(j,k)\in E} CZ_{jk} \right) |+\rangle^{\otimes n}}_{|G_n\rangle} \end{aligned}$$

$I^{\otimes n}$

グラフ状態の性質

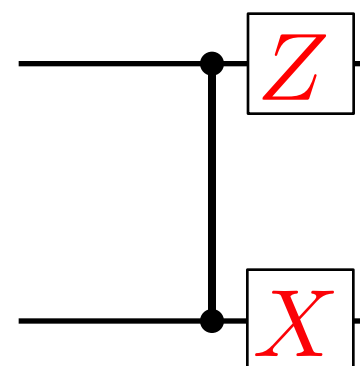
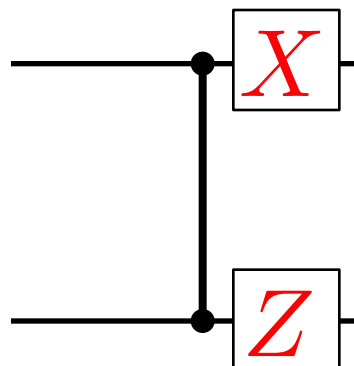
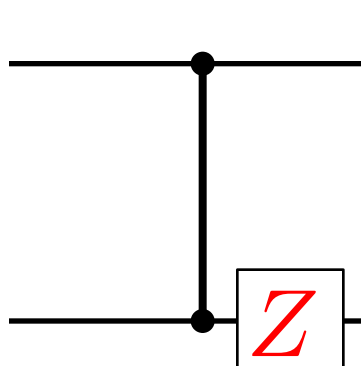
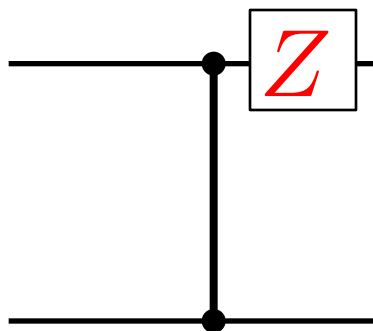
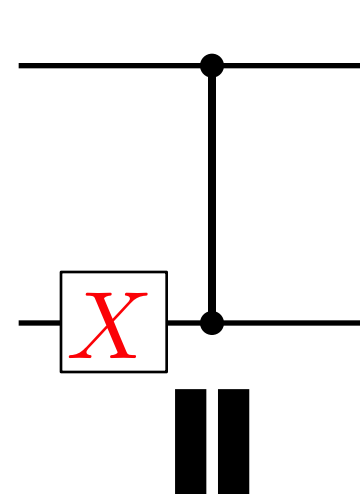
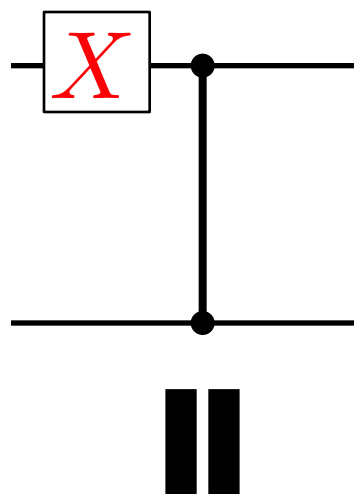
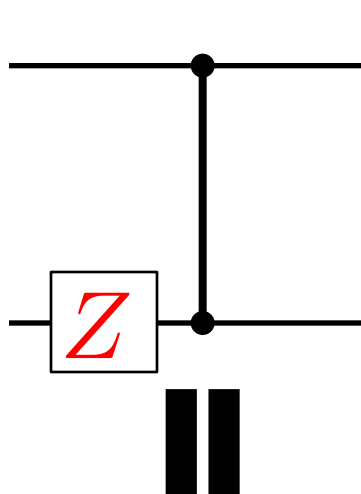
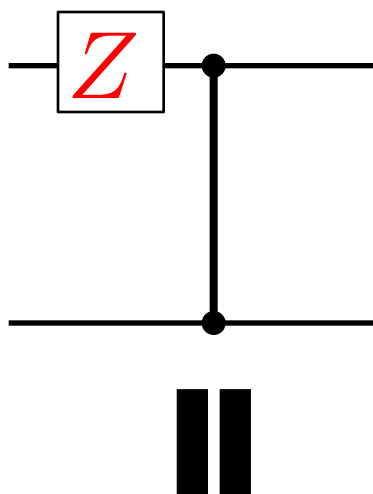
一般的な証明

$$\begin{aligned} |G_n\rangle &= \prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} |+\rangle^{\otimes n} \\ &= \left(\prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i |+\rangle^{\otimes n} \quad I^{\otimes n} \\ &= \left(\prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) X_i \left(\prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) \left(\prod_{(j,k) \in E} CZ_{jk} \right) |+\rangle^{\otimes n} \end{aligned}$$

スタビライザー: $S_i = X_i \prod_{j \in N_i} Z_j$ $|G_n\rangle$

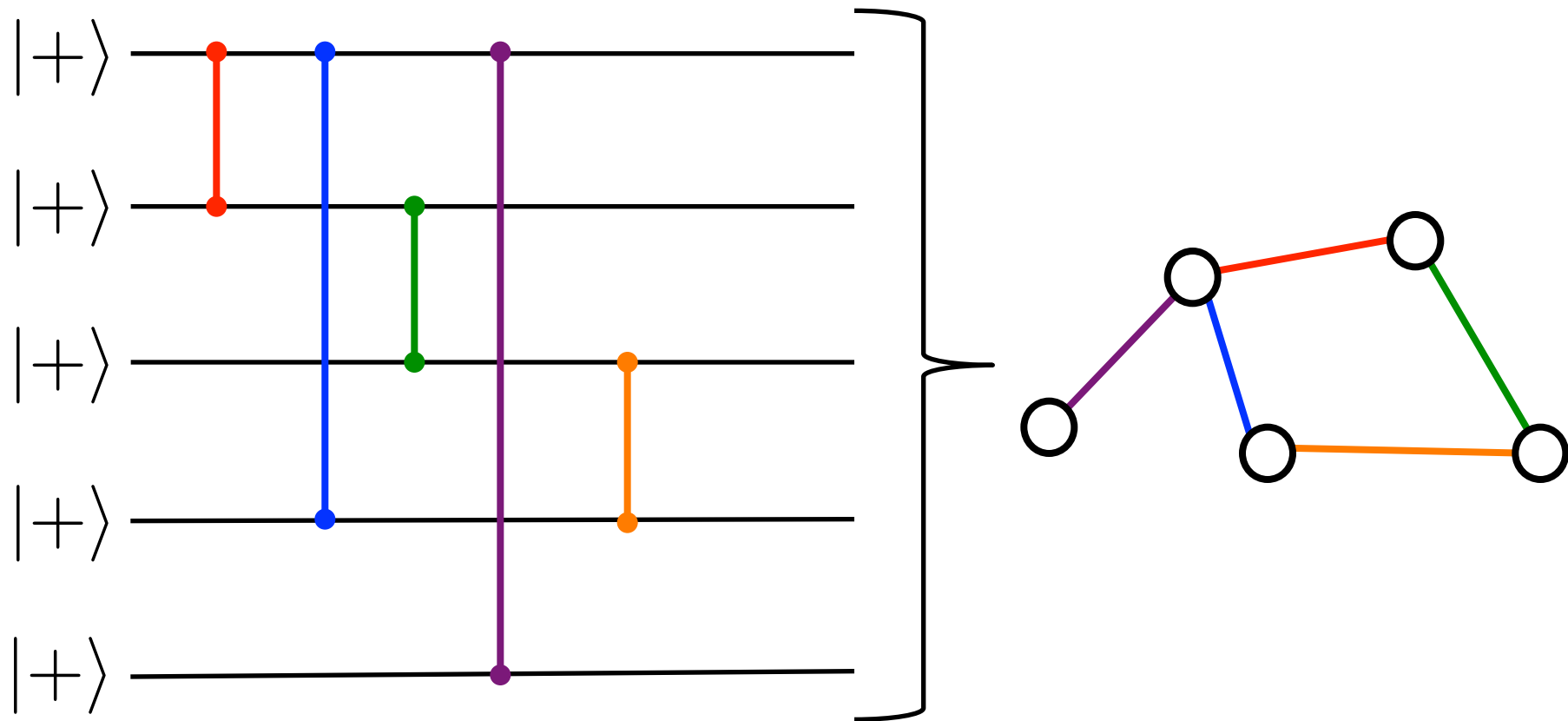
グラフ状態の性質

一般的な証明



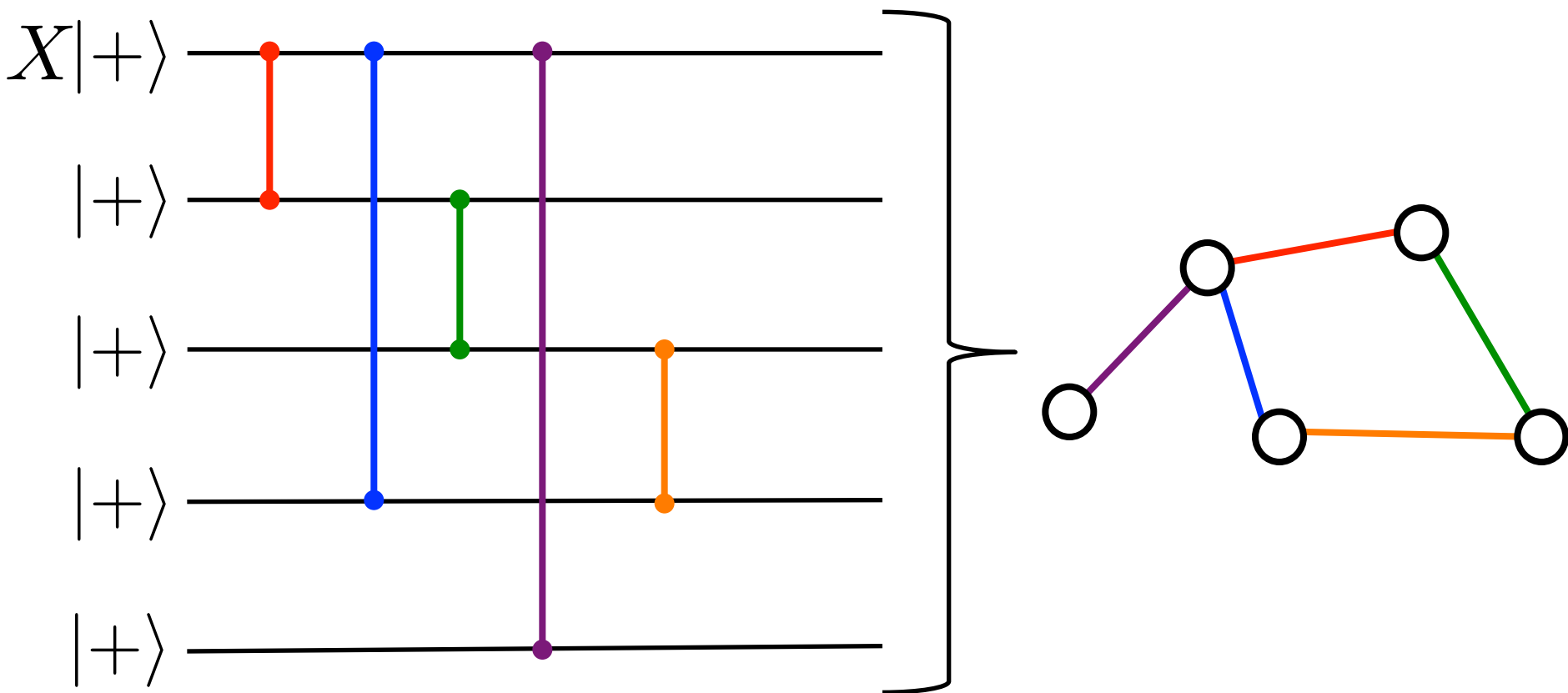
グラフ状態の性質

一般的な証明



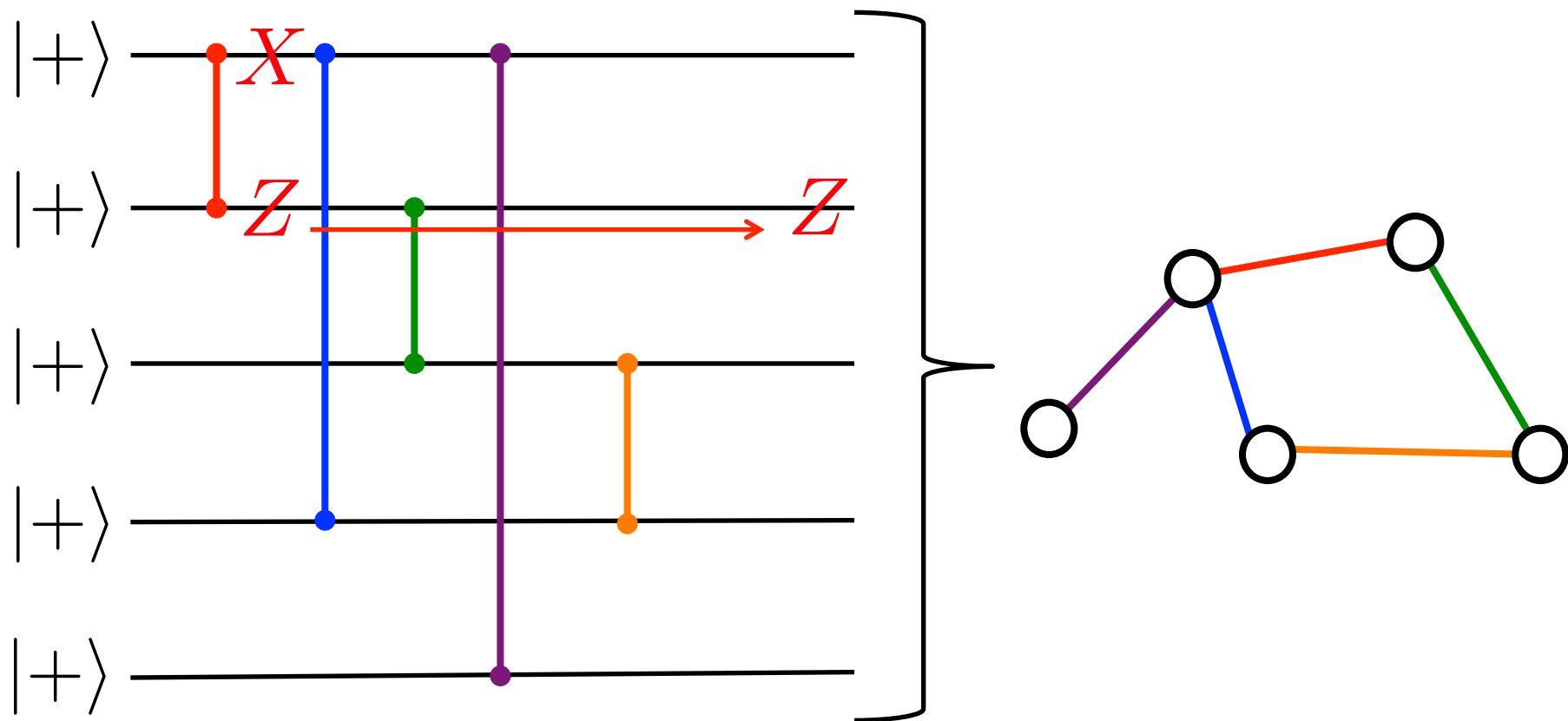
グラフ状態の性質

一般的な証明



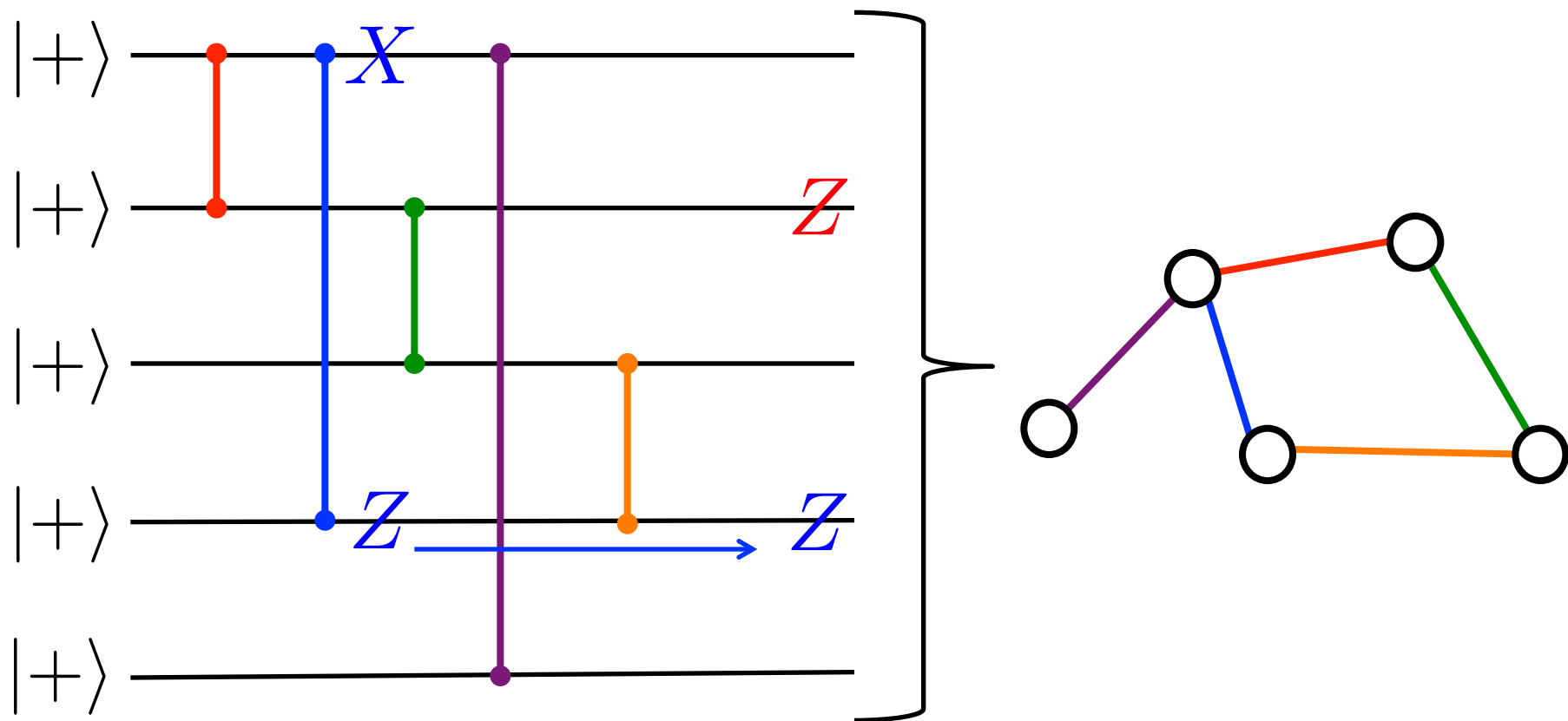
グラフ状態の性質

一般的な証明



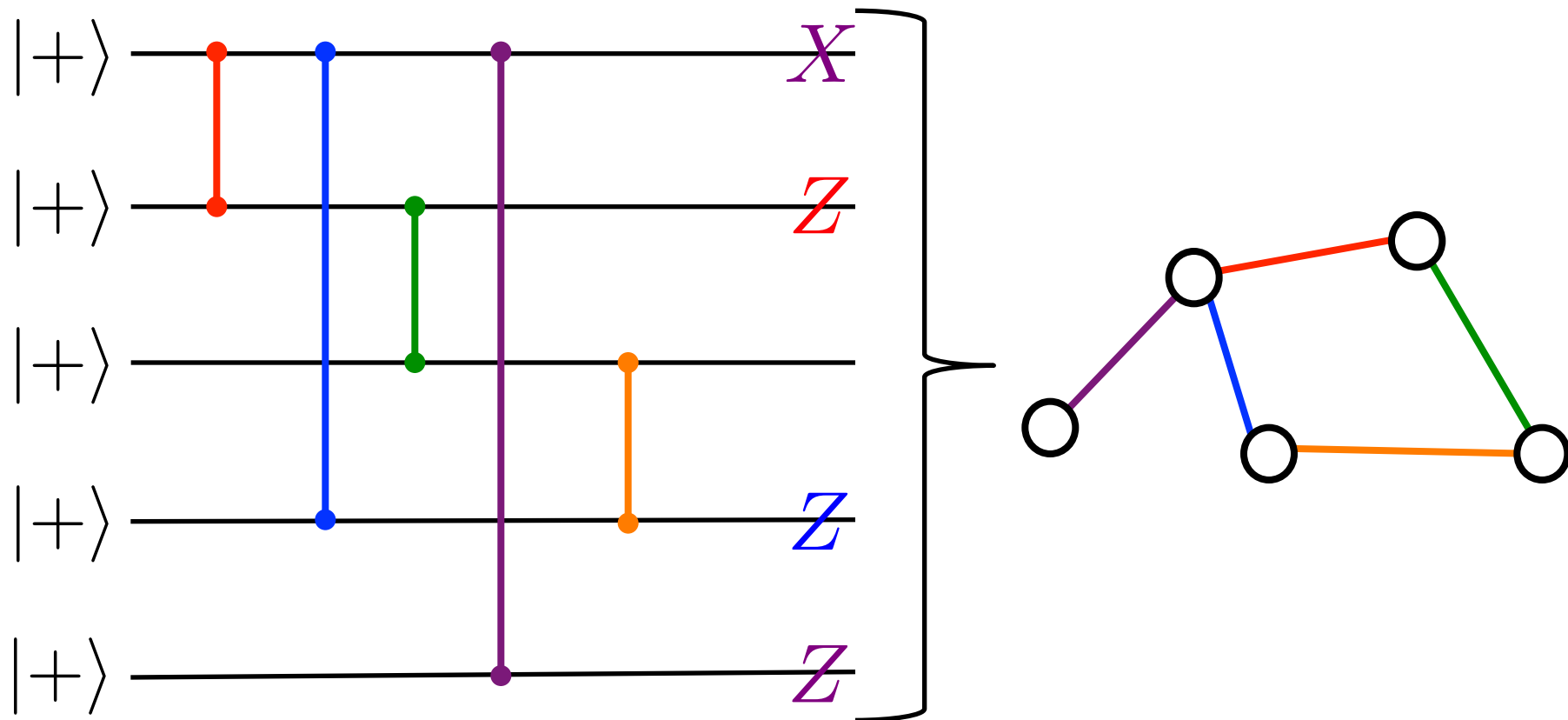
グラフ状態の性質

一般的な証明



グラフ状態の性質

一般的な証明



グラフ状態の性質

n -qubitグラフ状態 $|G_n\rangle$ は n 個のスタビライザー

$$\left\{ S_i \equiv X_i \prod_{j \in \underline{N_i}} Z_j \right\}_{i=1}^n$$

i 番目の頂点に
隣接する頂点の集合

の同時+1固有状態になっている。

グラフ状態の性質

n -qubitグラフ状態 $|G_n\rangle$ は n 個のスタビライザー

$$\left\{ S_i \equiv X_i \prod_{j \in \underline{N_i}} Z_j \right\}_{i=1}^n$$

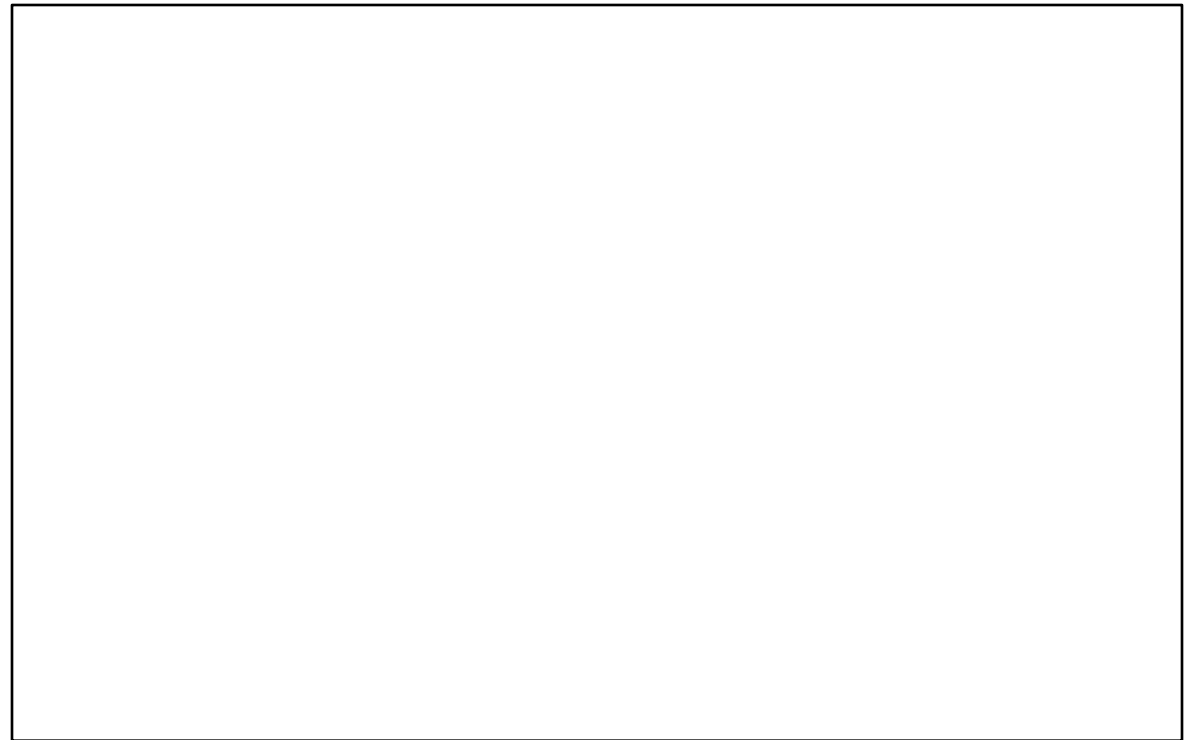
i 番目の頂点に
隣接する頂点の集合

の**唯一の**同時+1固有状態になっている。

グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$ の同時+1固有状態は $|G_n\rangle$ だけ

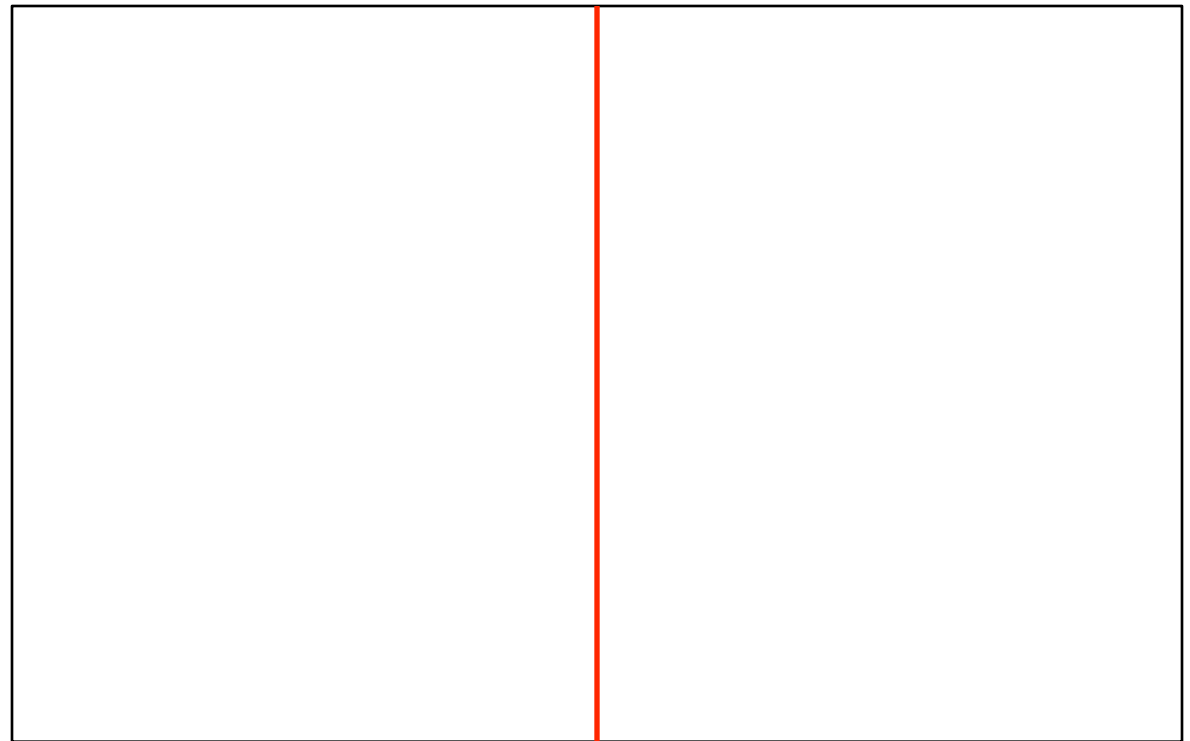
n -qubitのヒルベルト空間



グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$ の同時+1固有状態は $|G_n\rangle$ だけ

n -qubitのヒルベルト空間 S_1 の+1固有状態 S_1 の-1固有状態



グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$ の同時+1固有状態は $|G_n\rangle$ だけ

n -qubitのヒルベルト空間 S_1 の+1固有状態 S_1 の-1固有状態

S_2 の+1固有状態

S_2 の-1固有状態

グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$ の同時+1固有状態は $|G_n\rangle$ だけ

n -qubitのヒルベルト空間 S_1 の+1固有状態 S_1 の-1固有状態

S_2 の+1固有状態

S_2 の-1固有状態

グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$ の同時+1固有状態は $|G_n\rangle$ だけ

同様に、 S_3, S_4, \dots とスタビライザーでヒルベルト空間を分割していくと、

$\{S_i\}_{i=1}^n$ 全てに対して+1の固有状態になっているのは、ヒルベルト空間全体の

$$\frac{1}{2^n}$$

グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$ の同時+1固有状態は $|G_n\rangle$ だけ

同様に、 S_3, S_4, \dots とスタビライザーでヒルベルト空間を分割していくと、

$\{S_i\}_{i=1}^n$ 全てに対して+1の固有状態になっているのは、ヒルベルト空間全体の

$$\frac{1}{2^n}$$

一方で、 n -qubitのヒルベルト空間の次元(基底の数)は 2^n

グラフ状態の性質

$\{S_i\}_{i=1}^n$ の同時+1固有状態は $|G_n\rangle$ だけ

同様に、 S_3, S_4, \dots とスタビライザーでヒルベルト空間を分割していくと、

$\{S_i\}_{i=1}^n$ 全てに対して+1の固有状態になっているのは、ヒルベルト空間全体の

$$\frac{1}{2^n}$$

一方で、 n -qubitのヒルベルト空間の次元(基底の数)は 2^n

$\therefore \{S_i\}_{i=1}^n$ の同時+1固有状態は $\frac{1}{2^n} \times 2^n = 1$ しかない!!

グラフ状態の性質

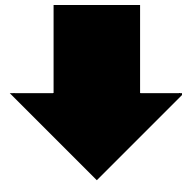
ここまでの話のまとめ

任意のグラフ状態は**スタビライザー**を n 個指定すれば、一意に決まる。

グラフ状態の性質

ここまでの話のまとめ

任意のグラフ状態はスタビライザーを n 個指定すれば、一意に決まる。



言い換えると...

任意のグラフ状態は n 個のパラメータで書き表わせる。

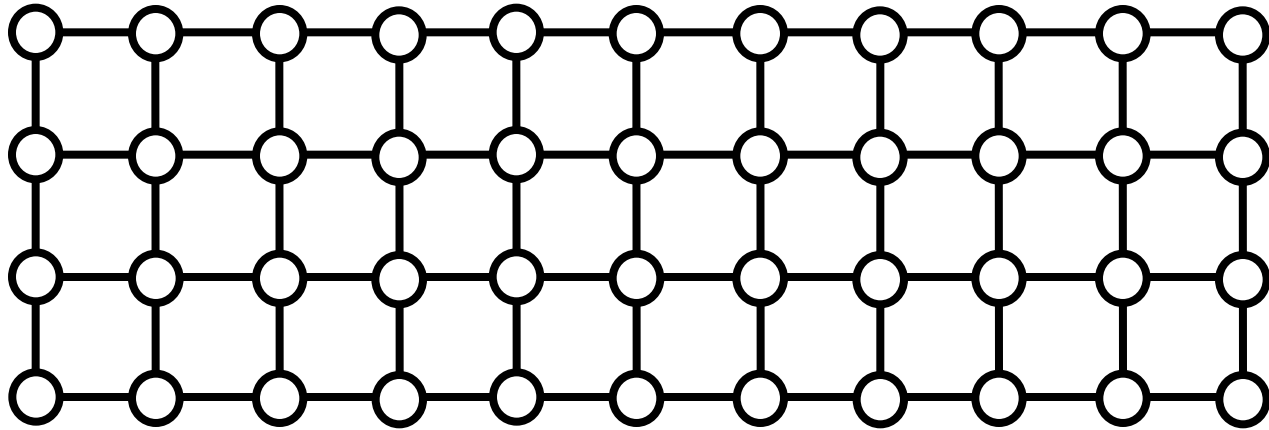
効率的な記述が可能!!

※ 一般の量子状態を表現するためには、指数個のパラメータが必要

測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態

= 2次元正方格子の形をしたグラフ状態



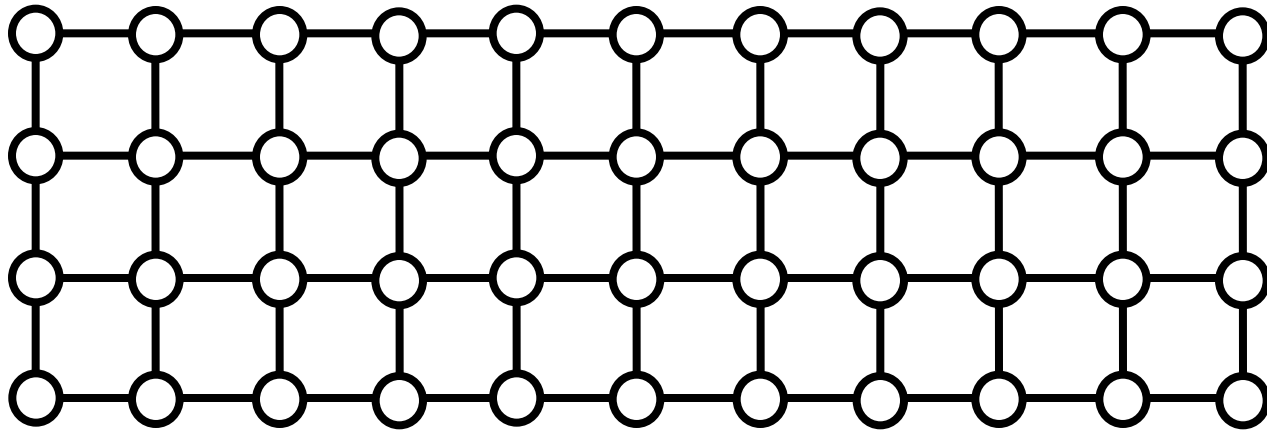
特徴:

1. 後で説明するように、上手く測定すれば万能量子計算が出来る。
2. 定数ステップ(定数時間)で準備出来る。

測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態

= 2次元正方格子の形をしたグラフ状態




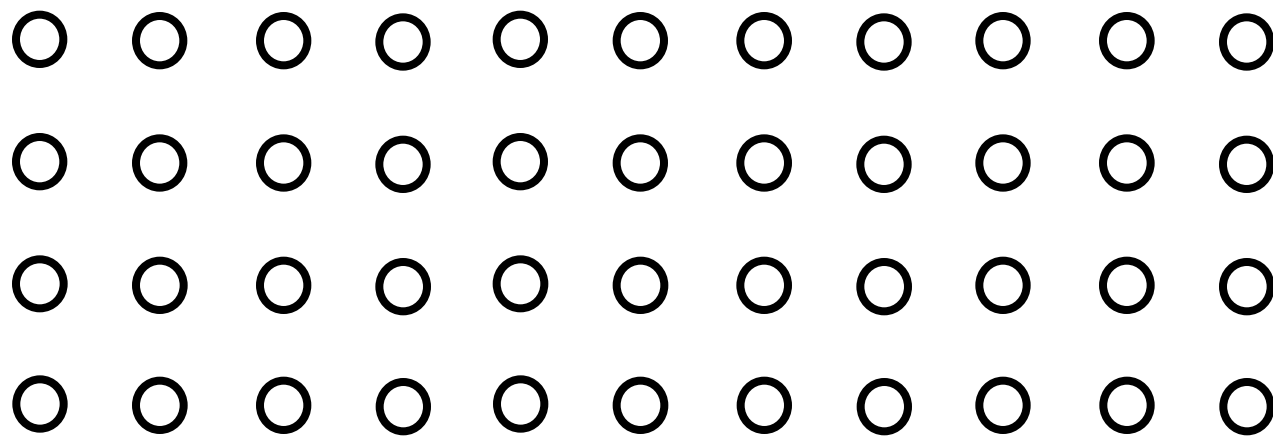
特徴:

1. 後で説明するように、上手く測定すれば万能量子計算が出来る。
2. 定数ステップ(定数時間)で準備出来る。

測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態の作り方

$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$


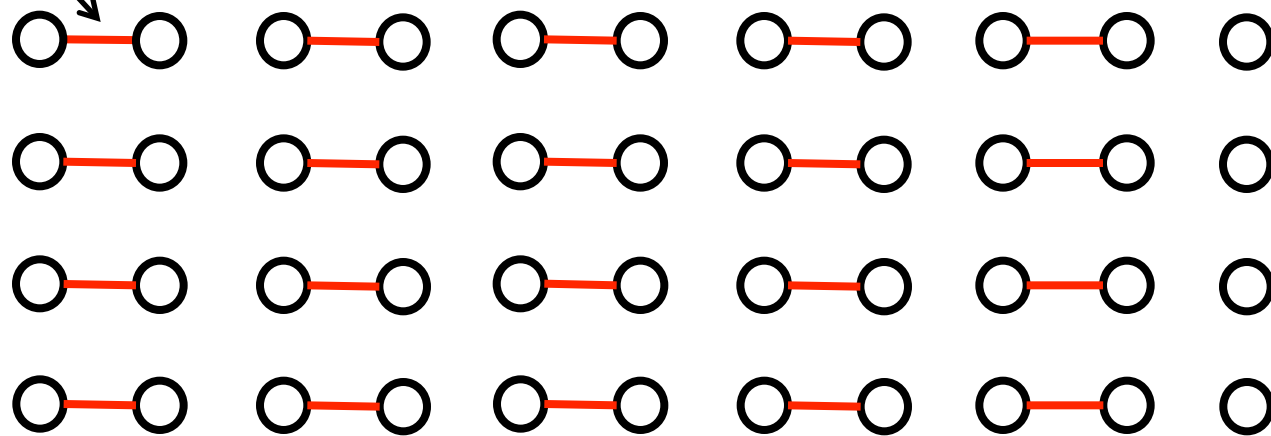


0 ステップ目

測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態の作り方

CZ



$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

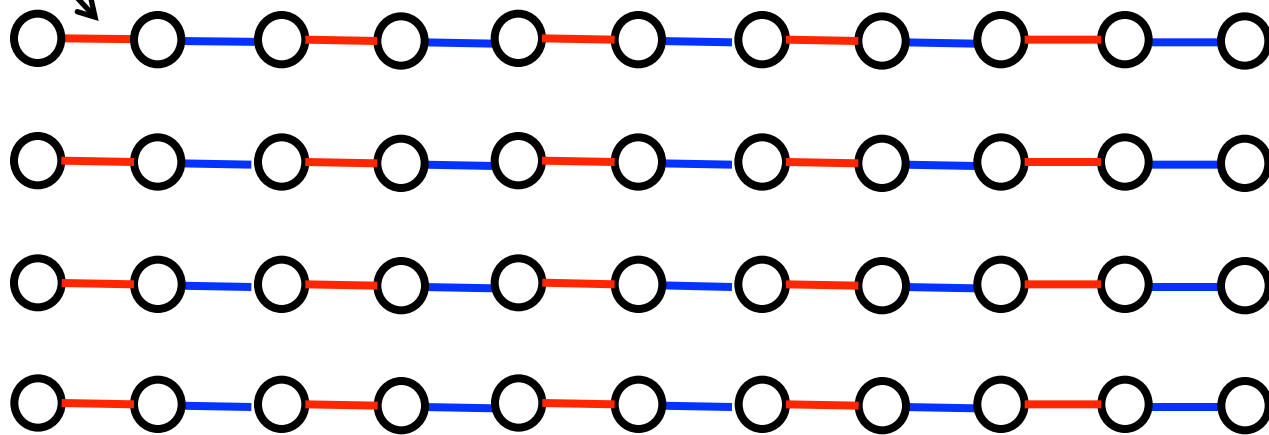


1 ステップ目

測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態の作り方

CZ



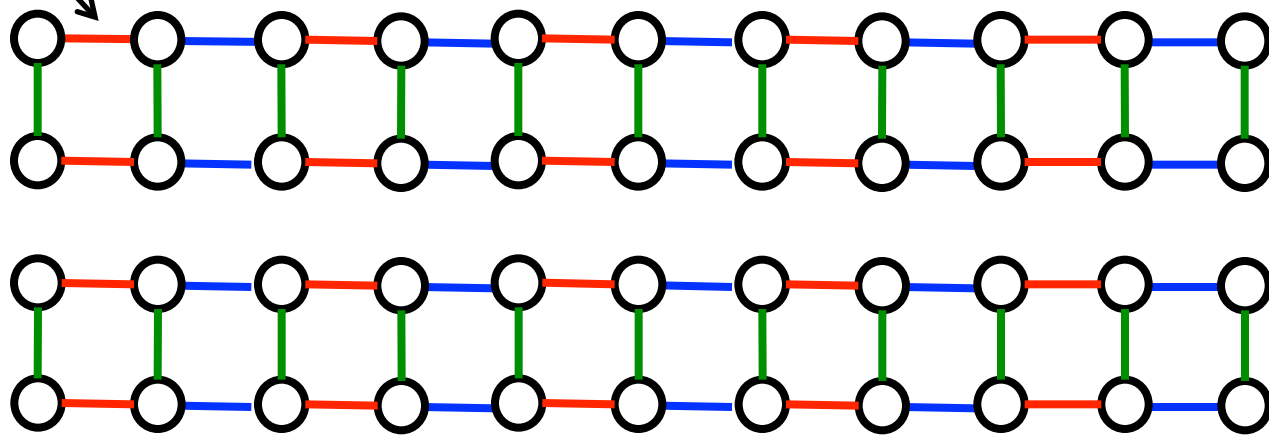
$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

2 ステップ目

測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態の作り方

CZ



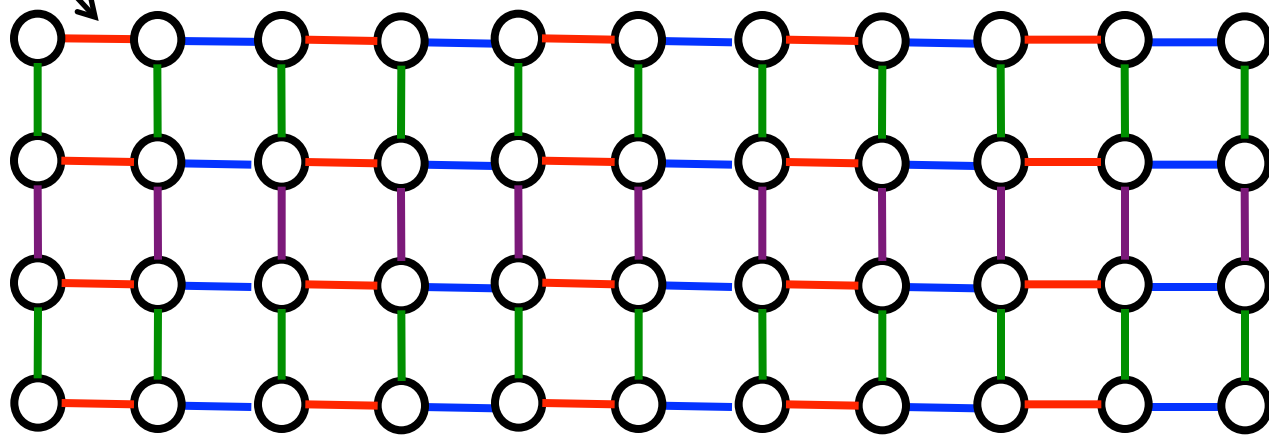
$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

3 ステップ目

測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態の作り方

CZ



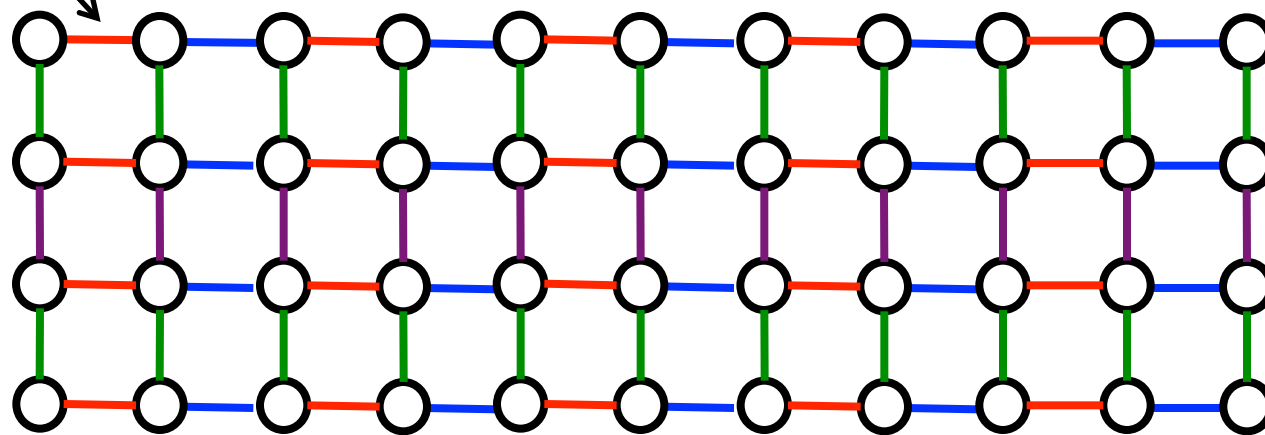
$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

4 ステップ目

測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態の作り方

CZ



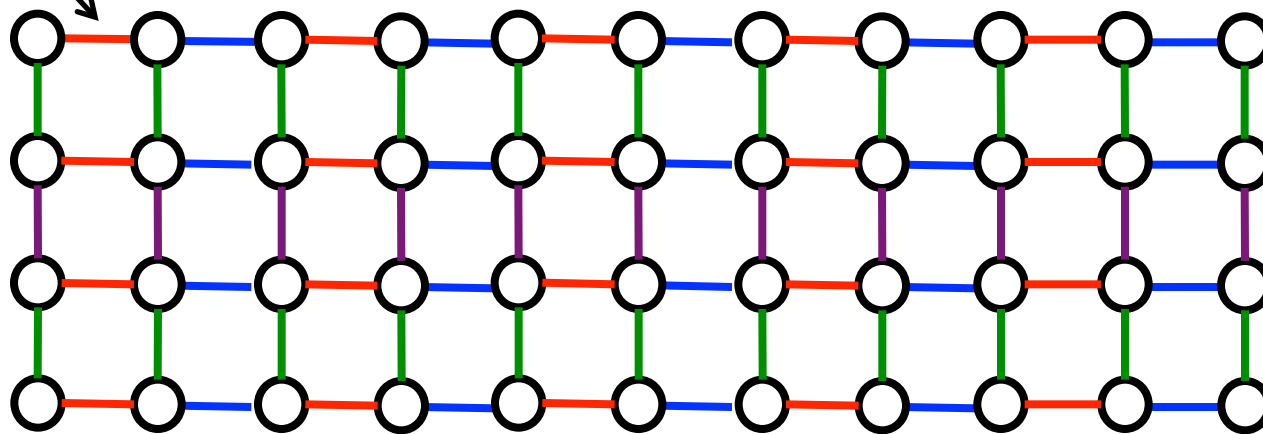
$$|+\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

4 ステップ目 ■ 辺彩色数

測定型量子計算に有用なグラフ状態

クラスター状態の作り方

CZ

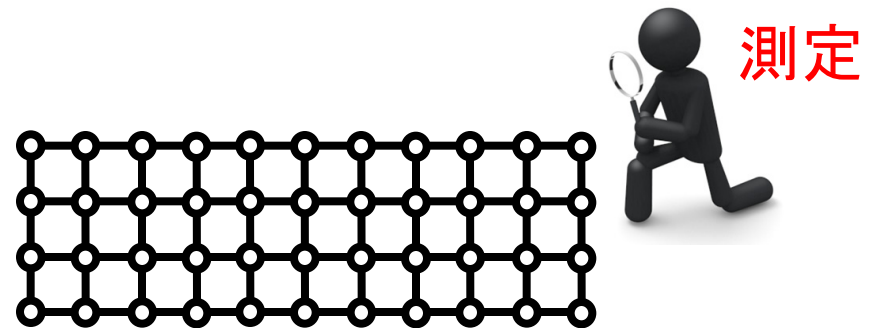


ビジングの定理

4 ステップ目 ■ 辺彩色数 ■ 次数 or 次数+1

目次

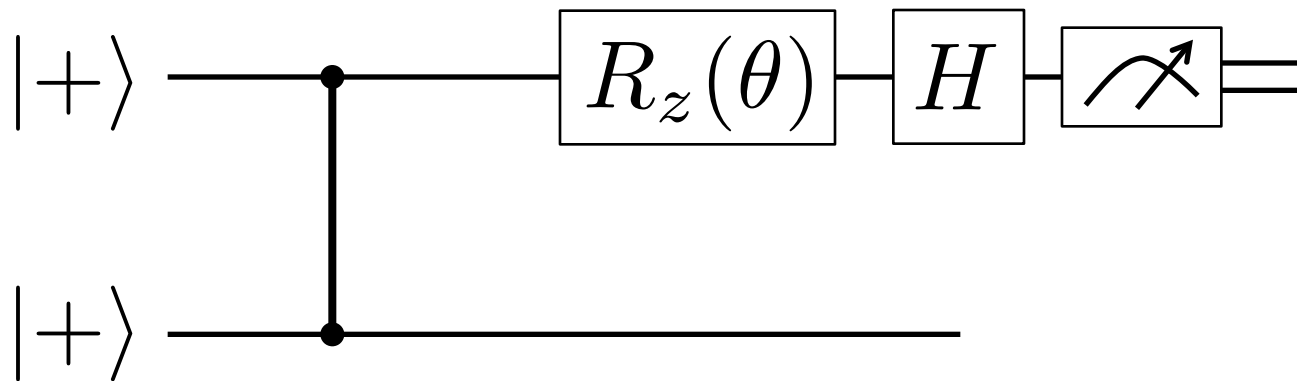
1. どんな量子状態を準備すれば良いのか？
2. どういう風に測定すれば良いのか？
3. 量子回路モデルとの等価性
4. 測定型量子計算の応用



クラスター状態の生成 + 1量子ビット測定

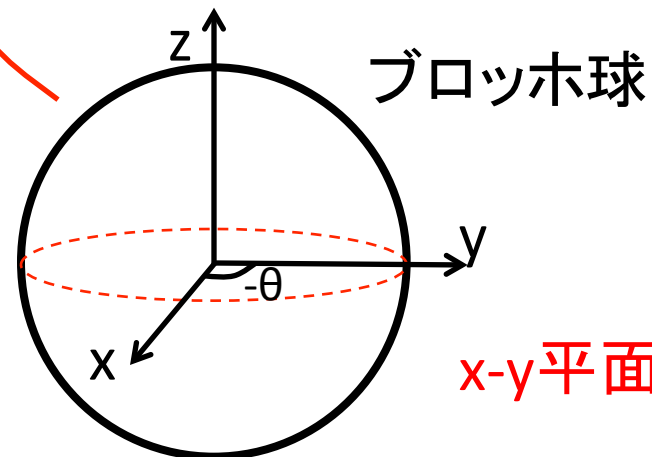
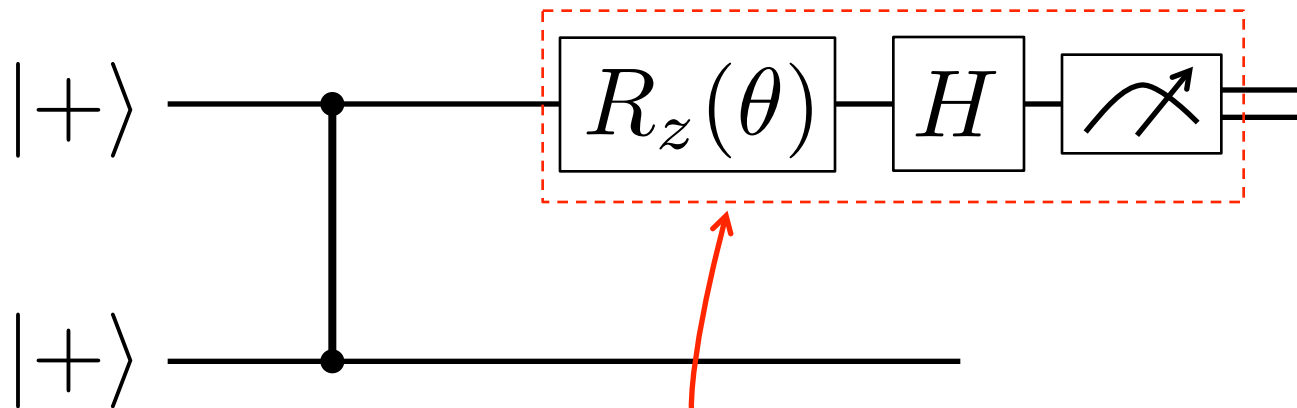
ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



ゲートテレポーテーション

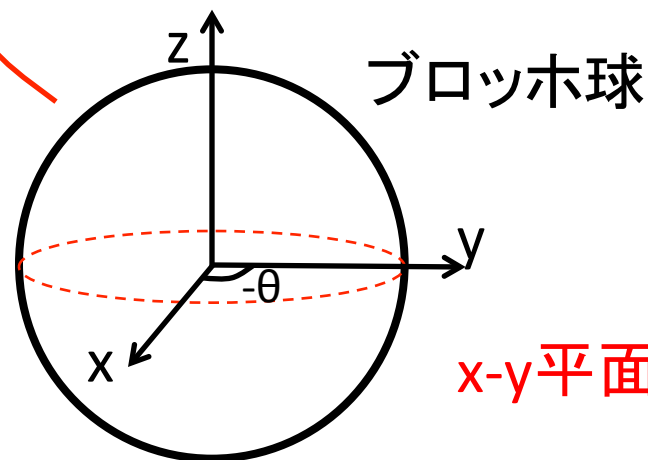
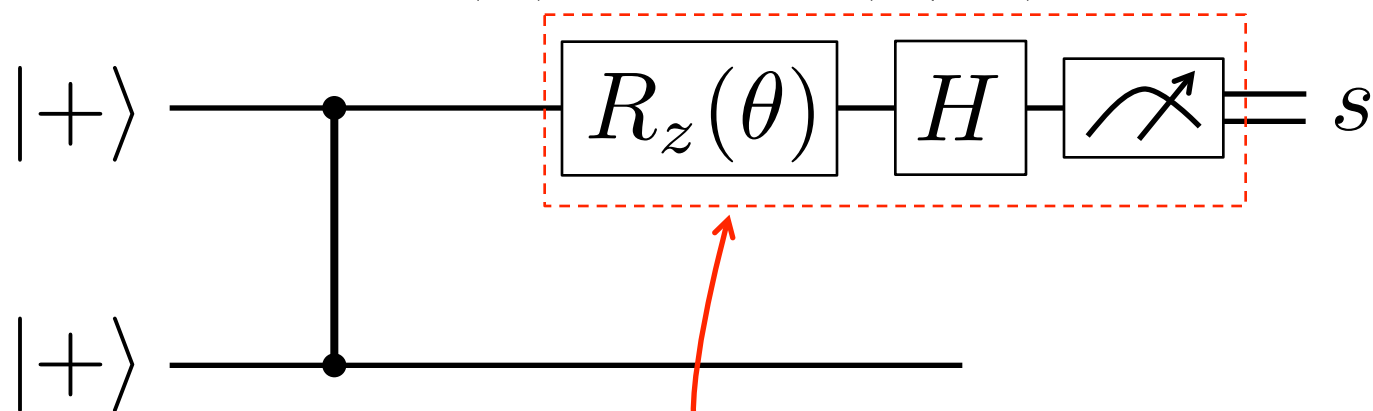
$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



x-y平面での測定

ゲートテレポーテーション

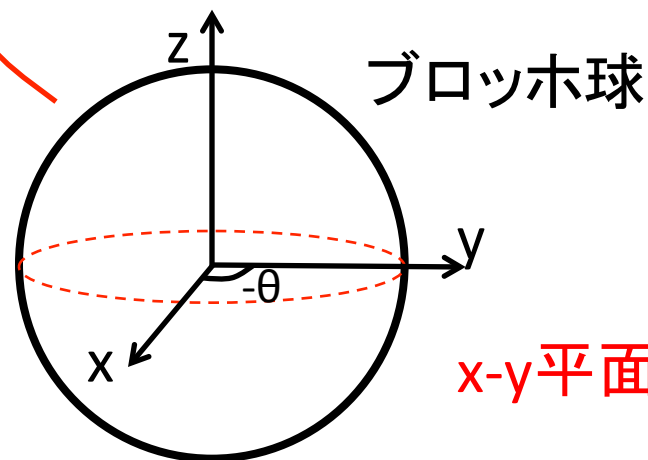
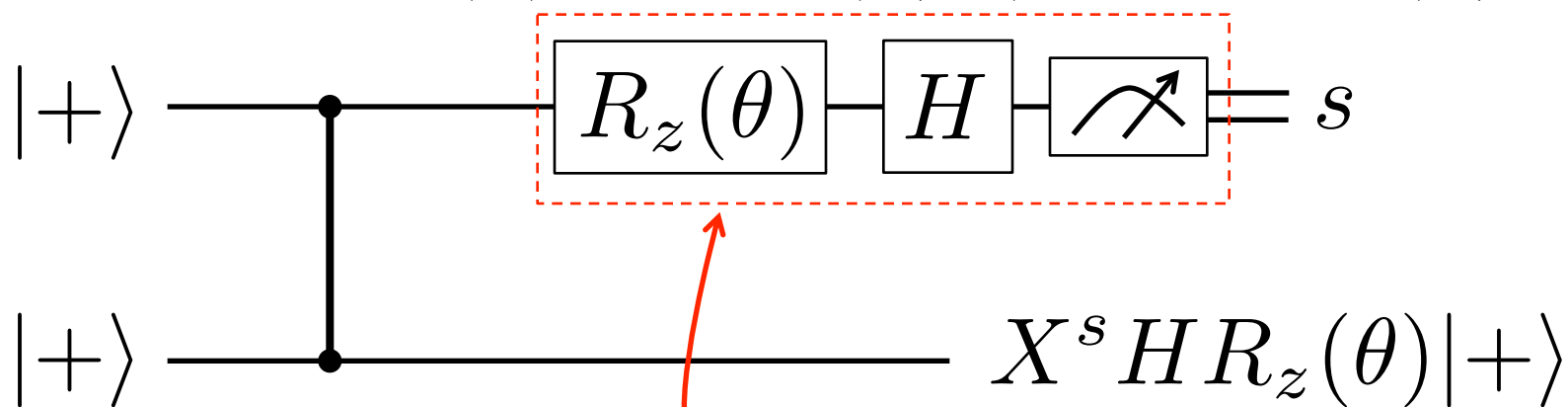
$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



x-y平面での測定

ゲートテレポーテーション

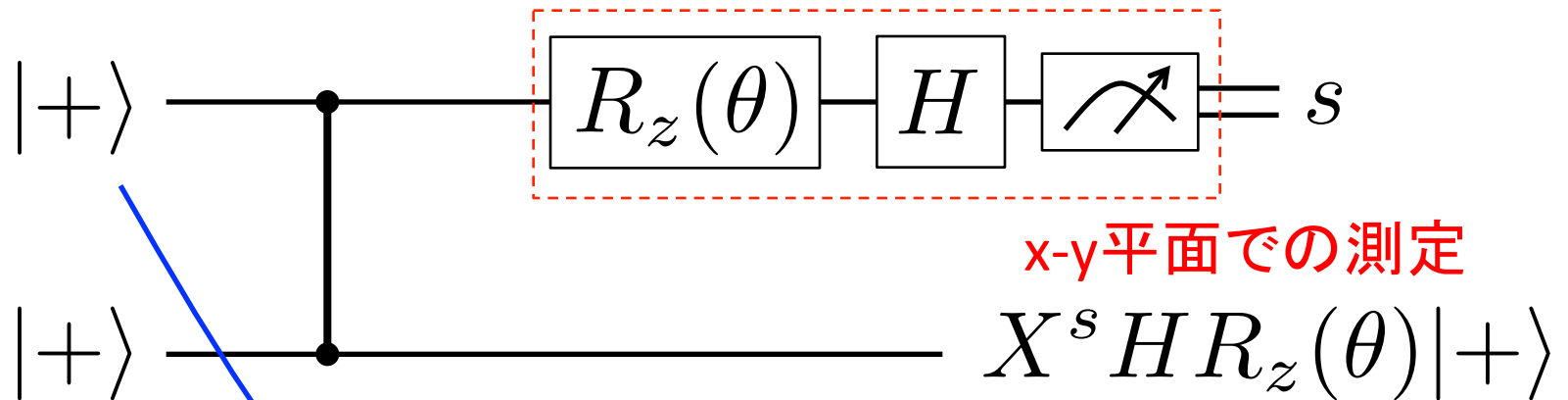
$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



x-y平面での測定

ゲートテレポーション

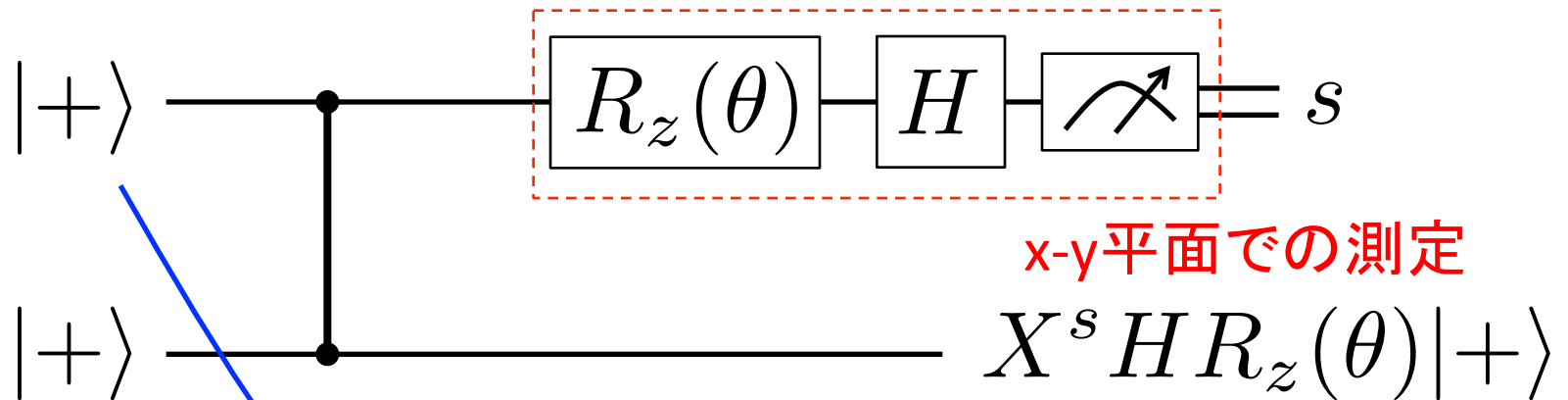
$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



量子ゲートがかかりながらテレポート

ゲートテレポーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$

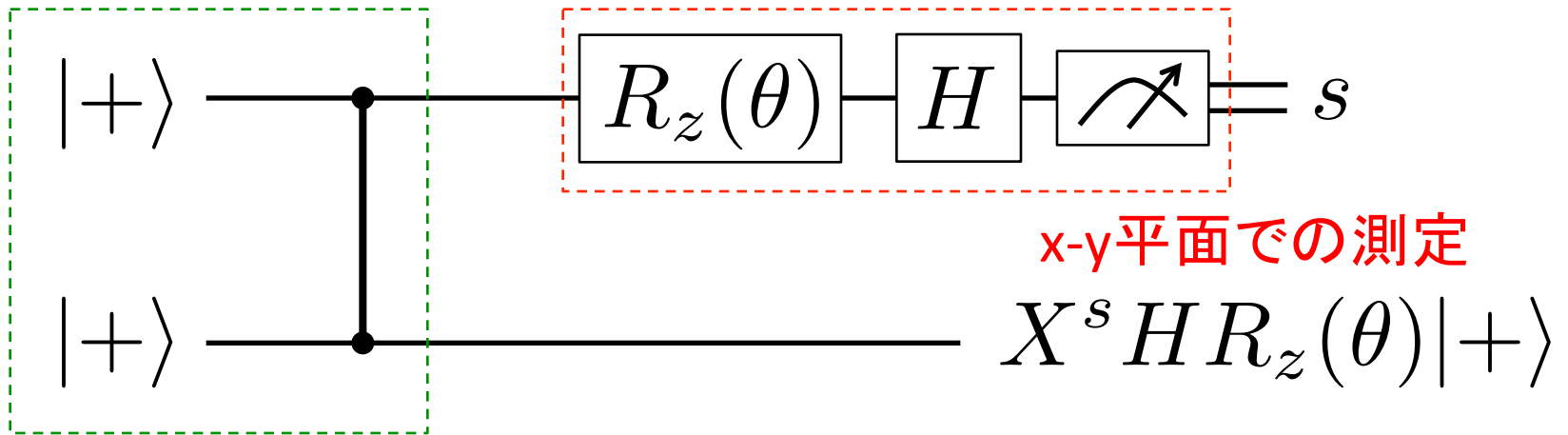


量子ゲートがかかりながらテレポート

■ 量子計算

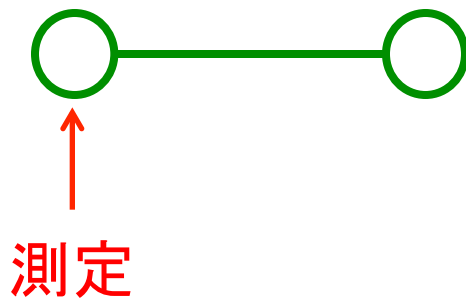
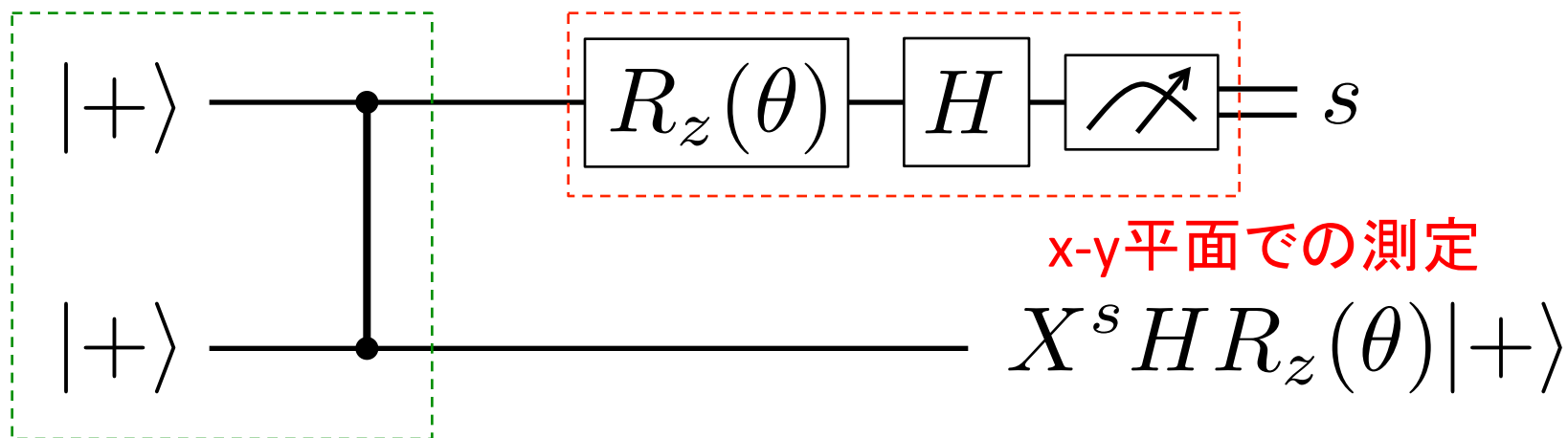
ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



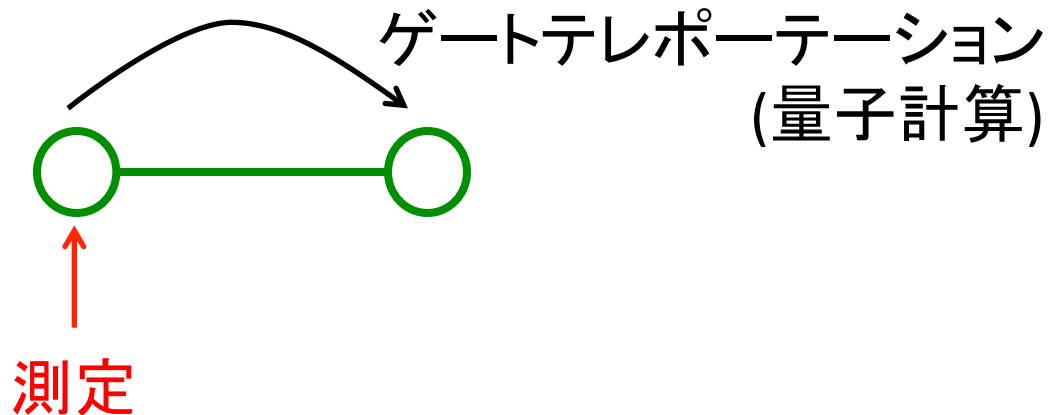
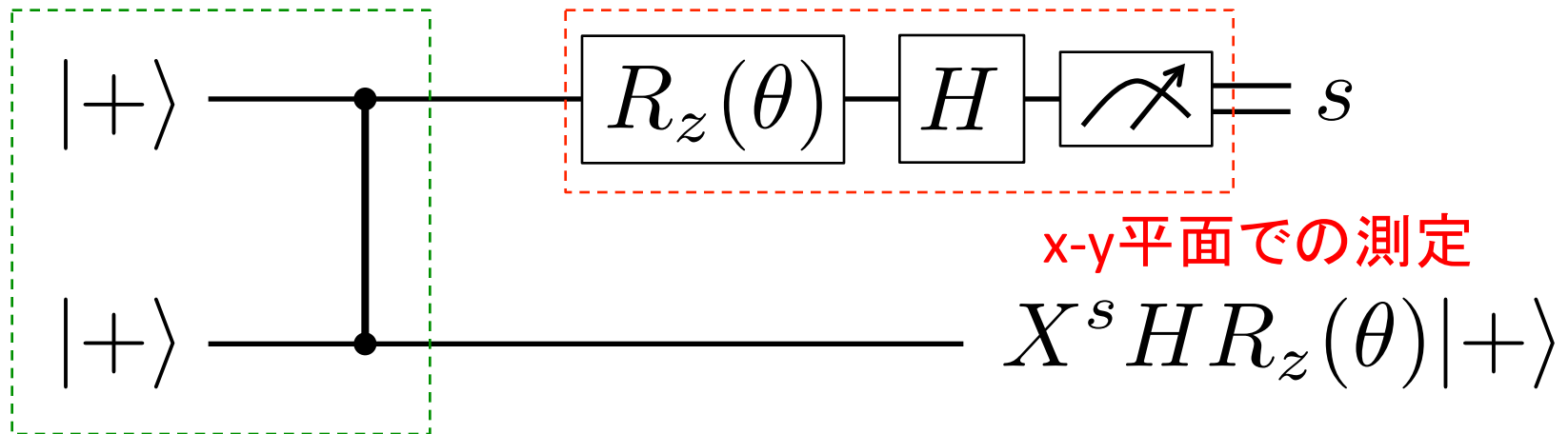
ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



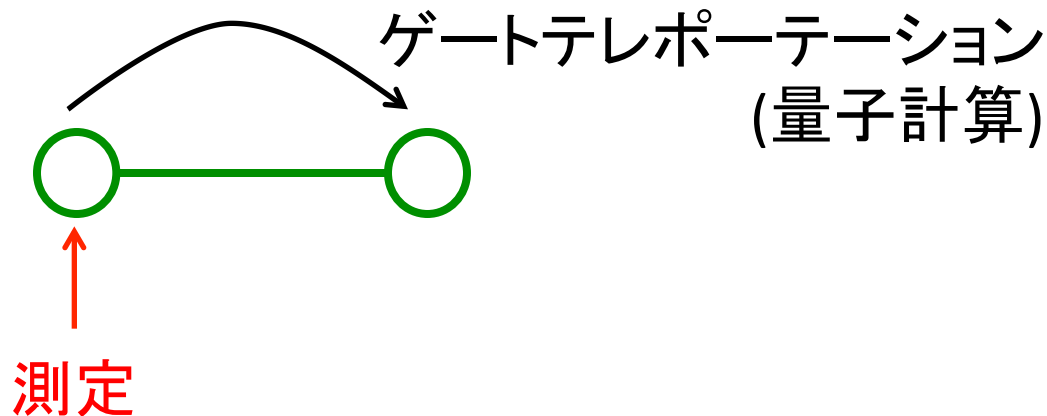
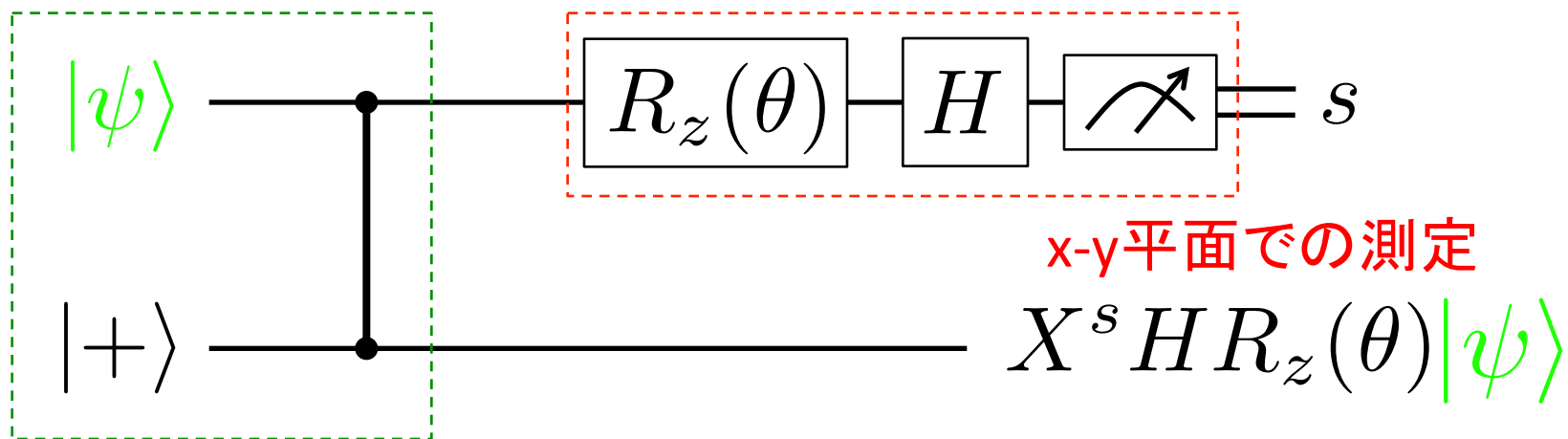
ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



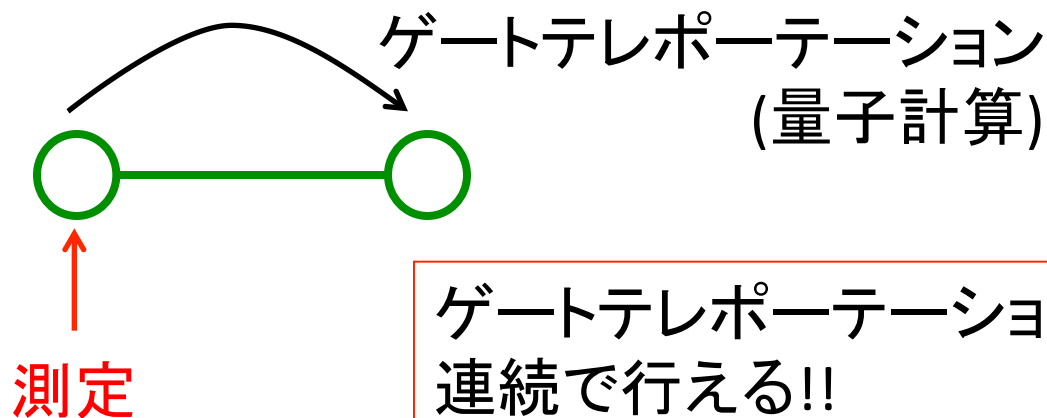
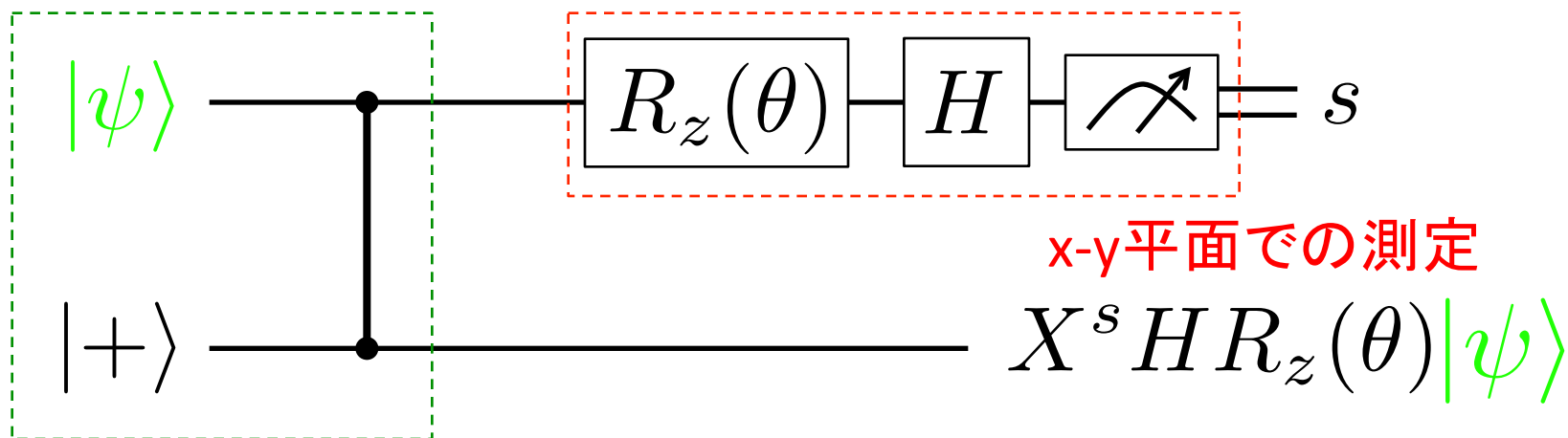
ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$



ゲートテレポーテーション

$$R_z(\theta) \equiv \cos(\theta/2)I - i \sin(\theta/2)Z$$

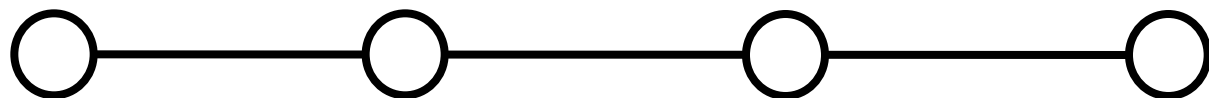


ゲートテレポーテーションを
連続で行える!!

ゲートテレポーテーション

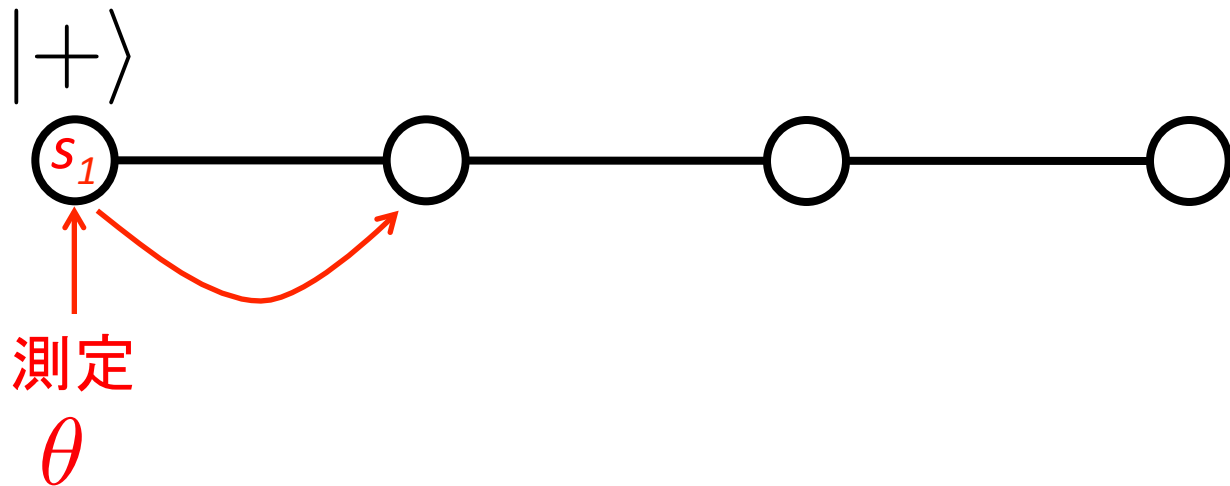
任意の1-qubit量子ゲート

$|+\rangle$



ゲートテレポーテーション

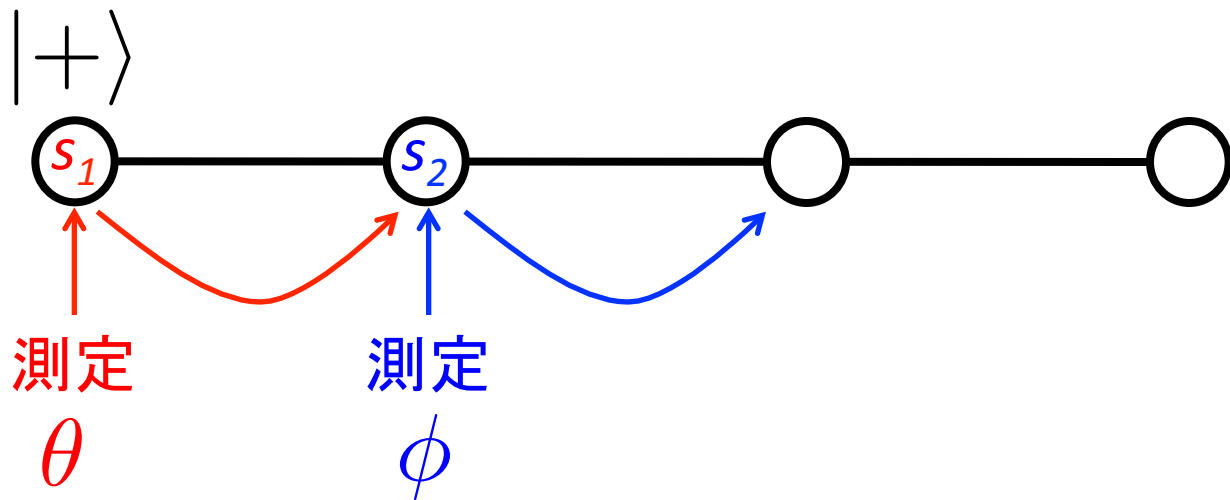
任意の1-qubit量子ゲート



$$X^{S_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

ゲートテレポーテーション

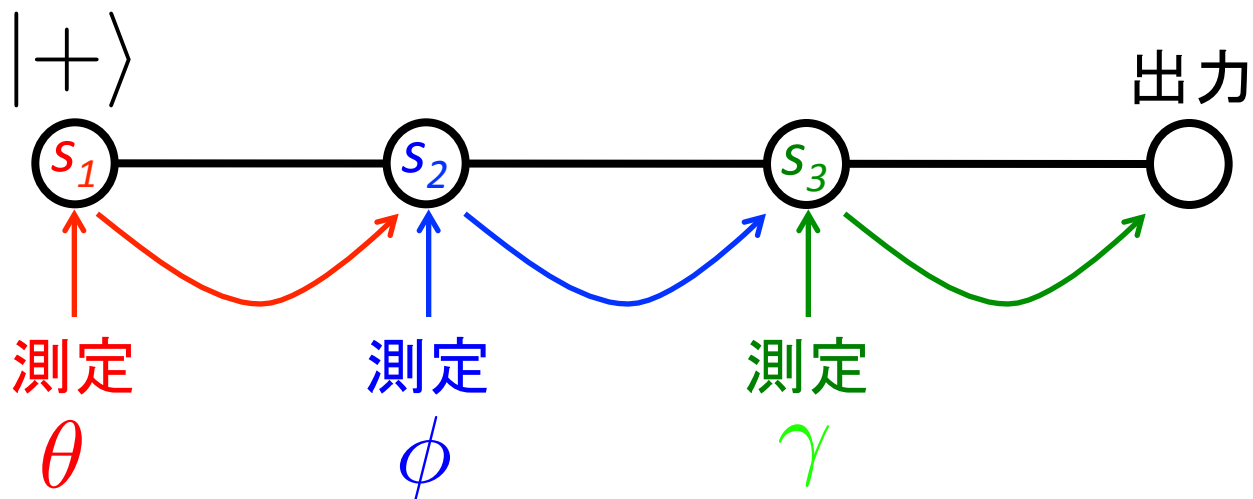
任意の1-qubit量子ゲート



$$X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

ゲートテレポーテーション

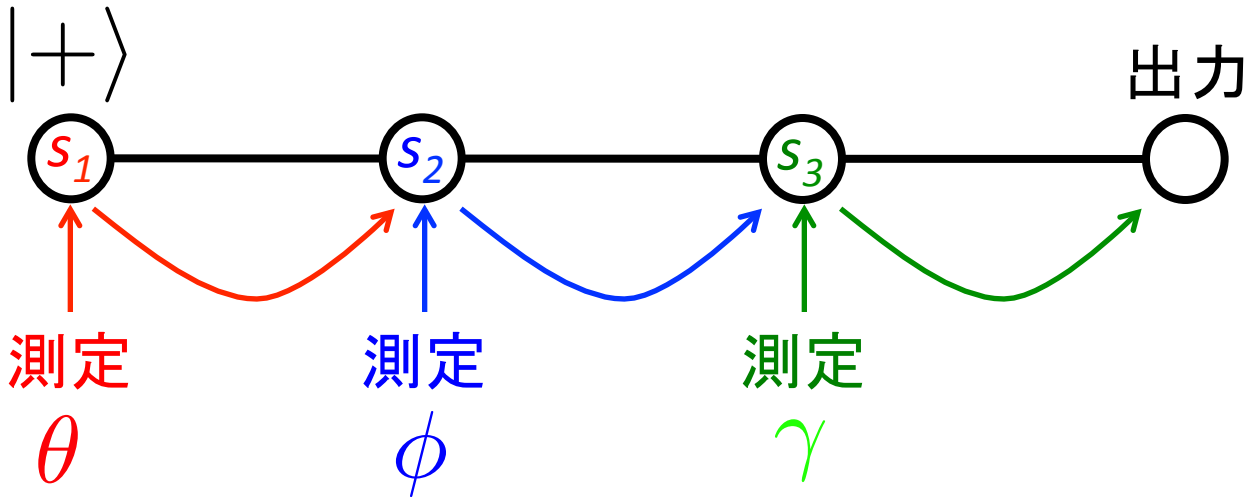
任意の1-qubit量子ゲート



$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート

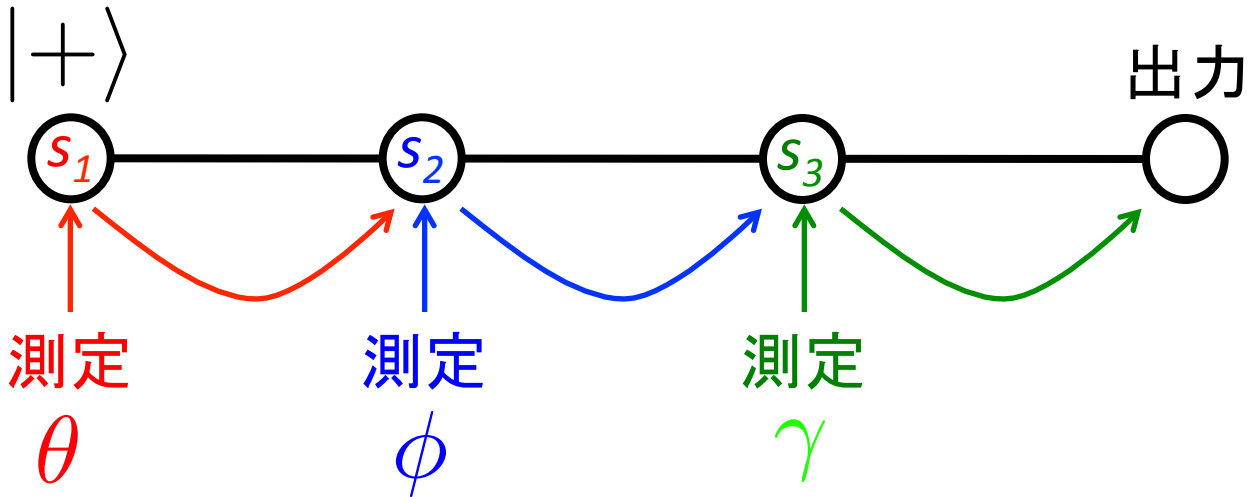


$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} H R_z((-1)^{s_2} \gamma) H R_z((-1)^{s_1} \phi) H R_z(\theta) |+\rangle$$

ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート



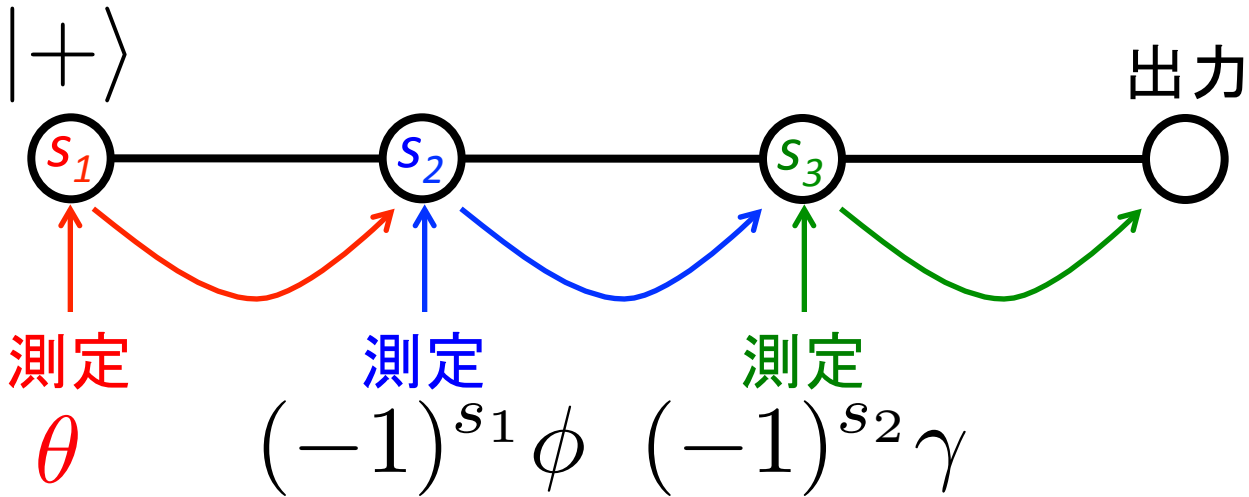
$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} H R_z(\underline{(-1)^{s_2} \gamma}) H R_z(\underline{(-1)^{s_1} \phi}) H R_z(\theta) |+\rangle$$

測定結果に依存して異なったゲートになっている☹

ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート

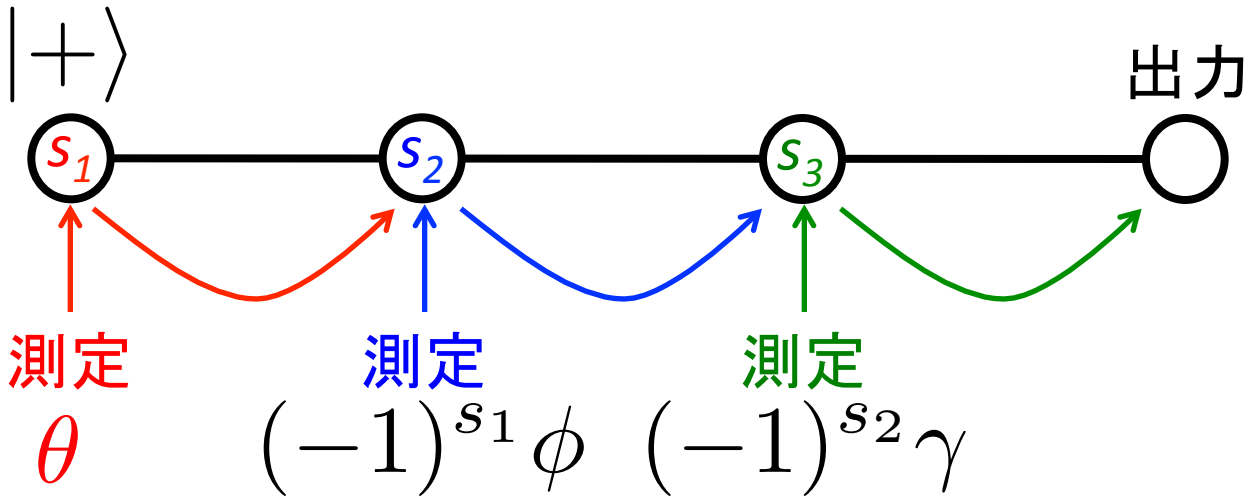


$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta) |+\rangle$$

ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート

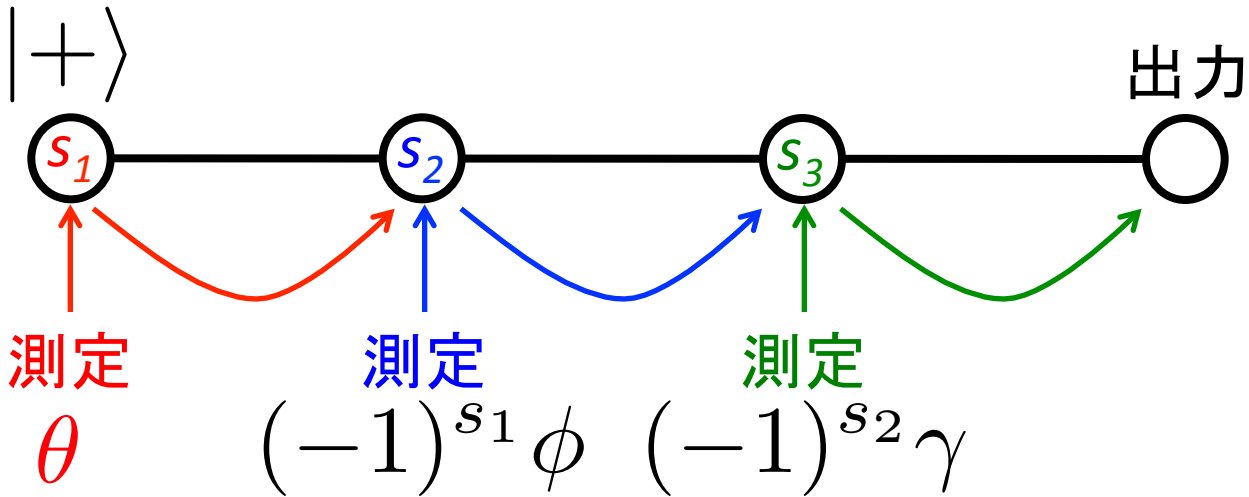


$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta) |+\rangle$$

ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート



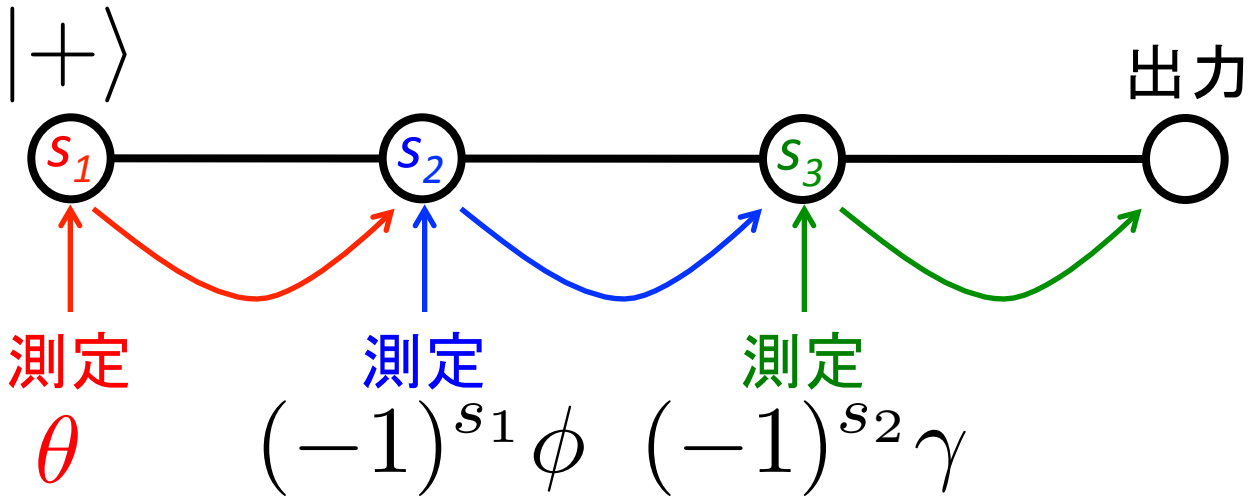
$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

$$= X^{s_1 + s_3} Z^{s_2} \underbrace{H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta)}_{\text{任意の1-qubit量子ゲート}} |+\rangle$$

任意の1-qubit量子ゲート☺

ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート



$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |+\rangle$$

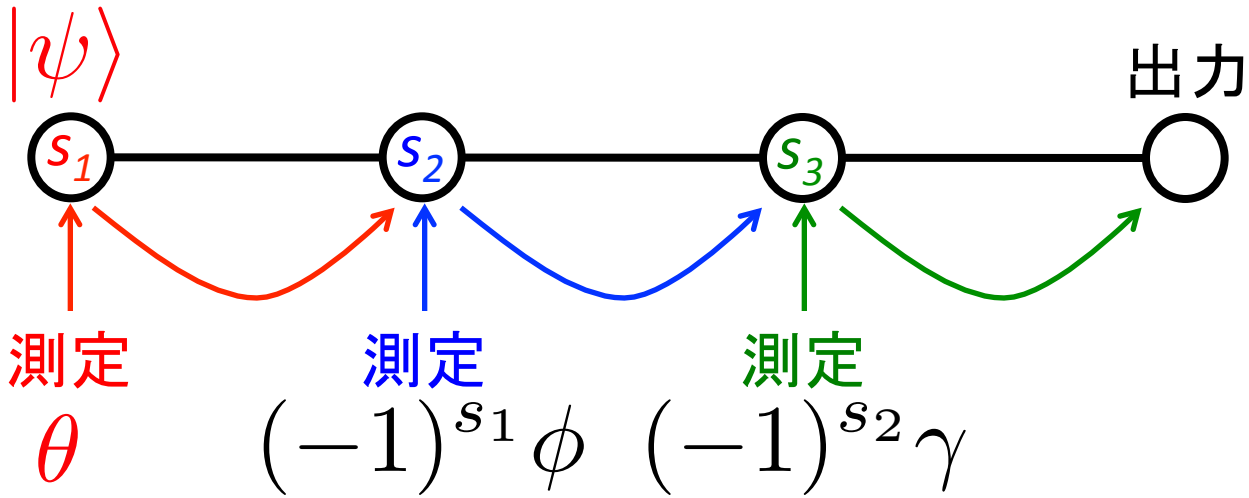
$$= \underbrace{X^{s_1 + s_3} Z^{s_2}}_{\text{バイプロダクト}} \underbrace{H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta)}_{\text{任意の1-qubit量子ゲート}} |+\rangle$$

バイプロダクト

任意の1-qubit量子ゲート☺

ゲートテレポーテーション

任意の1-qubit量子ゲート



$$X^{s_3} H R_z(\gamma) X^{s_2} H R_z(\phi) X^{s_1} H R_z(\theta) |\psi\rangle$$

$$= \underbrace{X^{s_1+s_3} Z^{s_2}}_{\text{バイプロダクト}} \underbrace{H R_z(\gamma) H R_z(\phi) H R_z(\theta)}_{\text{任意の1-qubit量子ゲート}} |\psi\rangle$$

バイプロダクト

任意の1-qubit量子ゲート☺

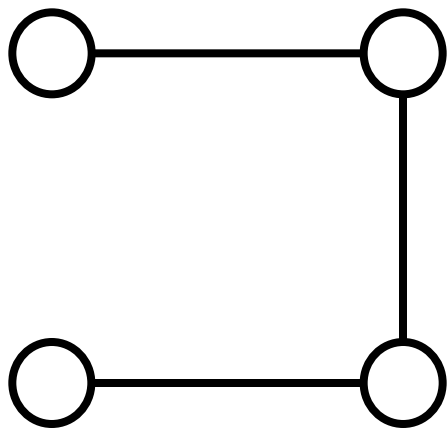
ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート



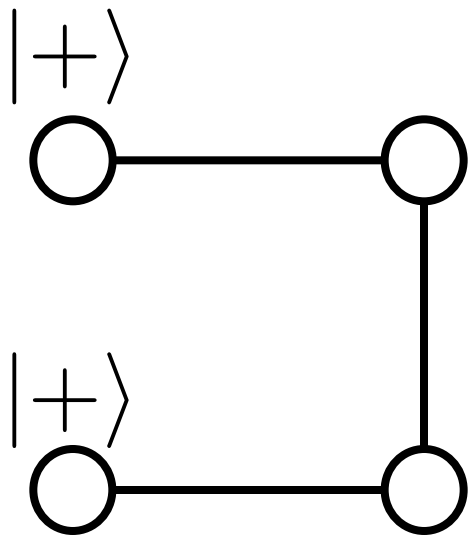
ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート



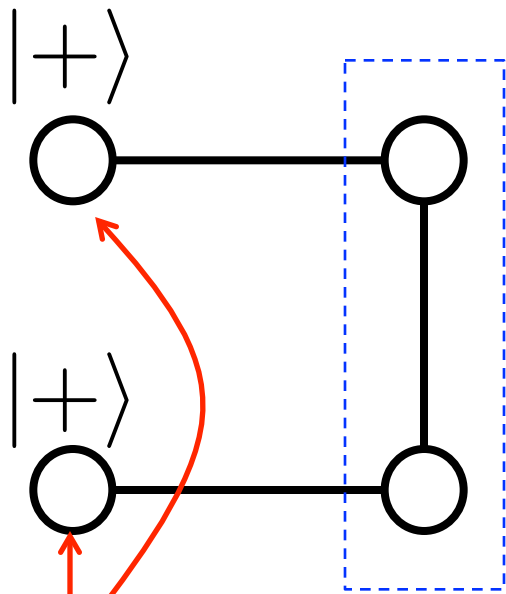
ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート



ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート

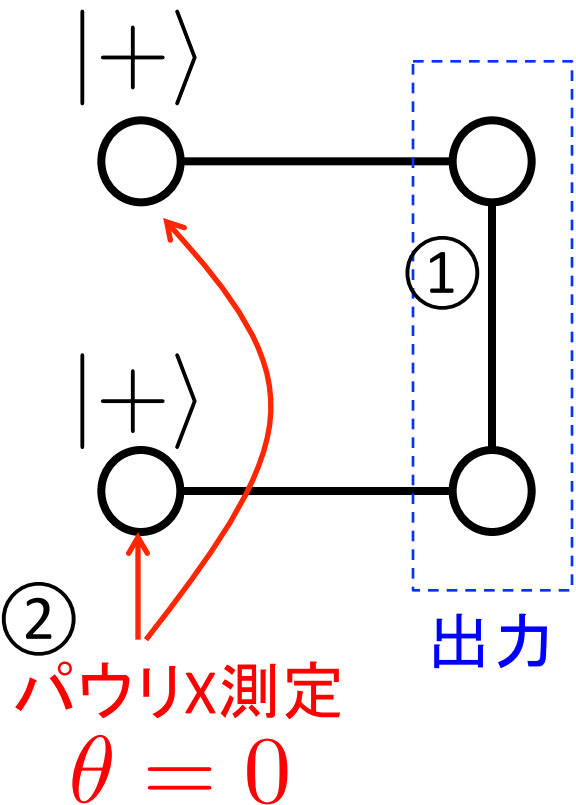


パウリX測定
 $\theta = 0$

出力

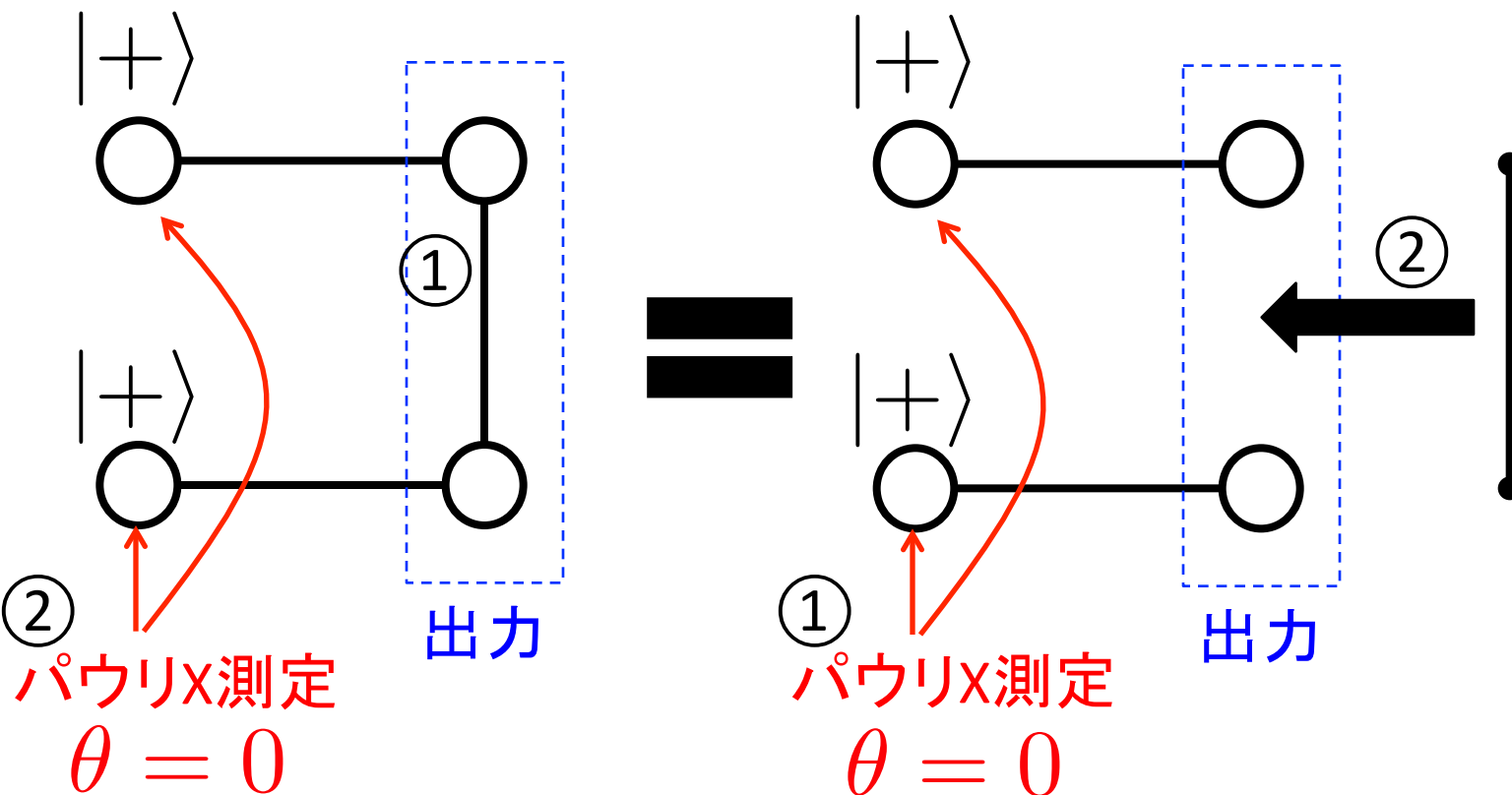
ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート



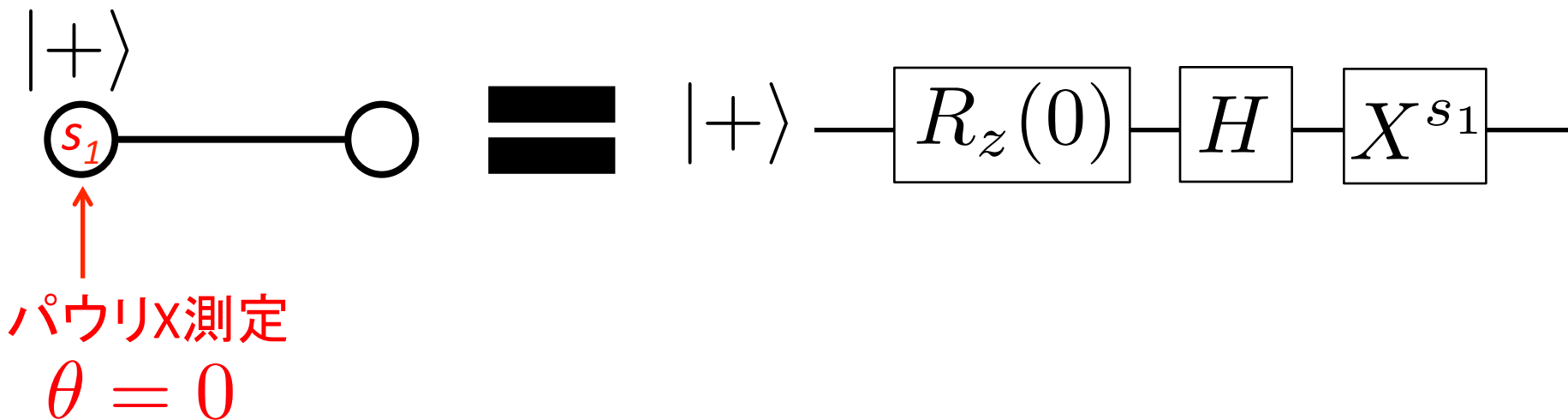
ゲートテレポレーション

2-qubit量子ゲート



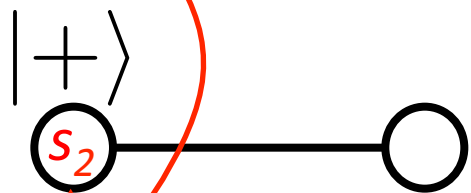
ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート

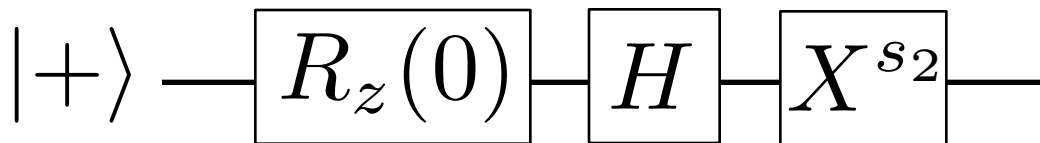
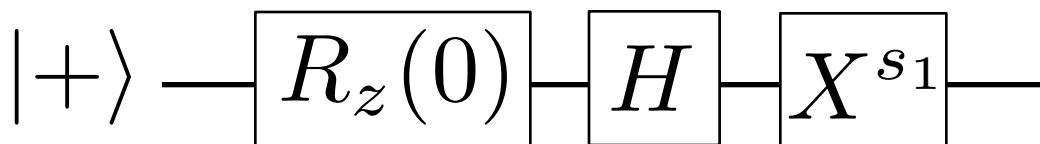


ゲートテレポーターション

2-qubit量子ゲート



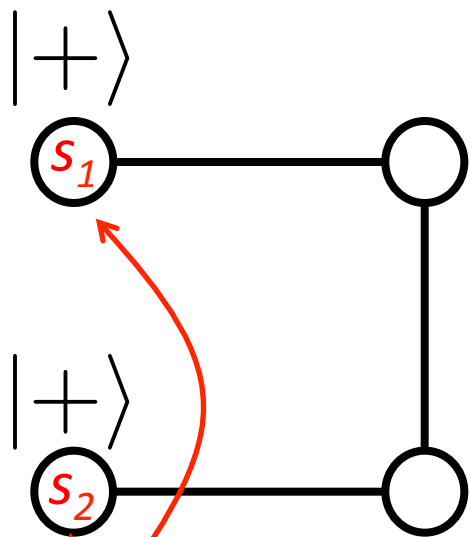
==



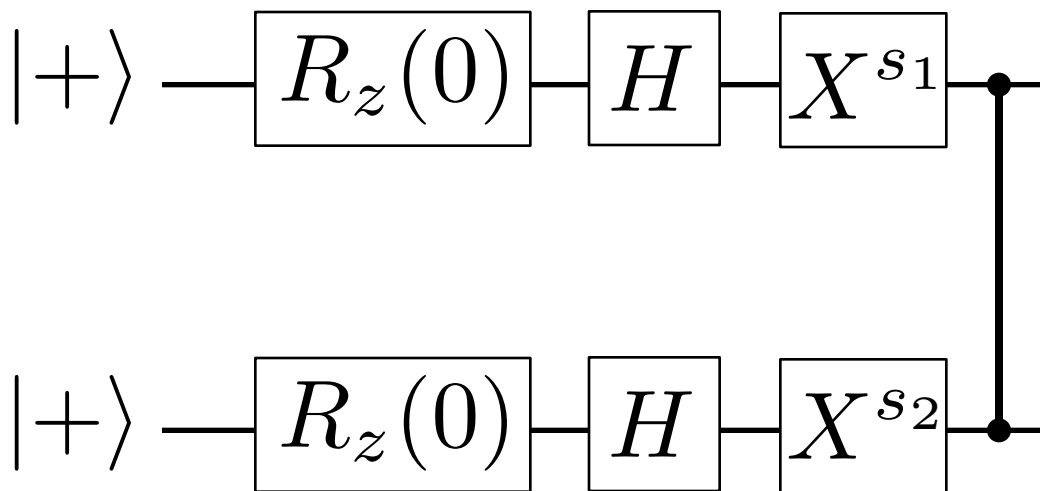
パウリX測定
 $\theta = 0$

ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート



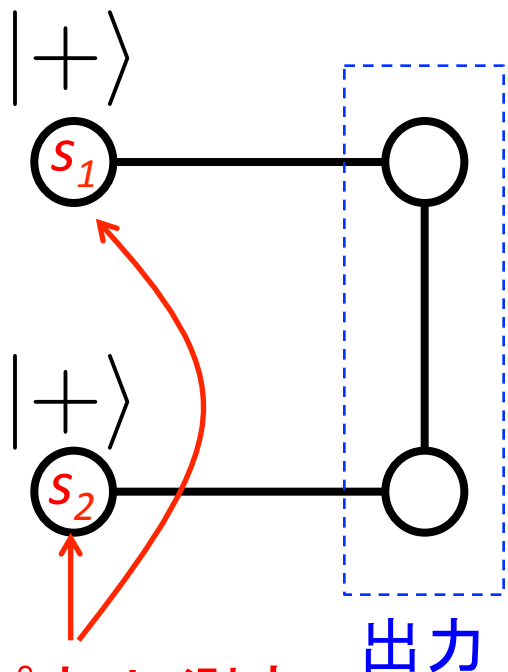
=



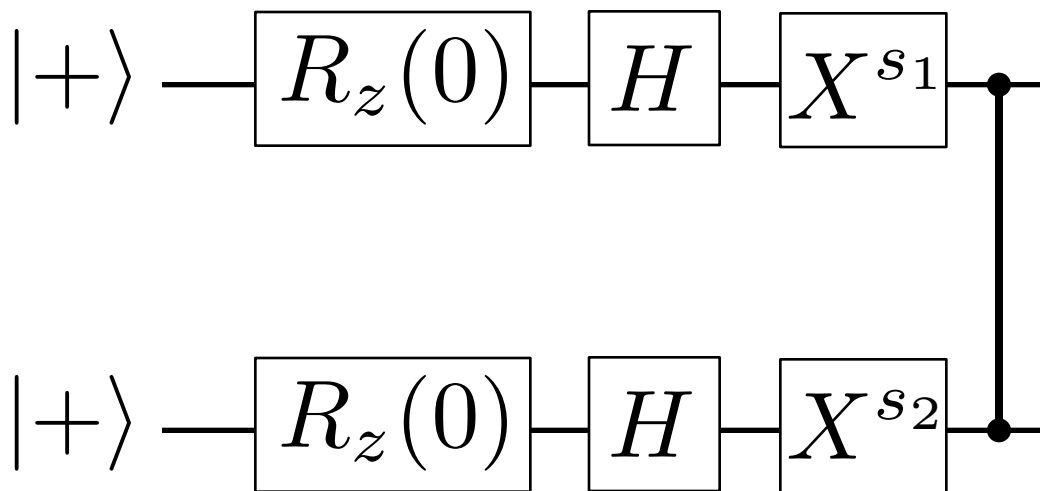
パウリX測定
 $\theta = 0$

ゲートテレポーターション

2-qubit量子ゲート



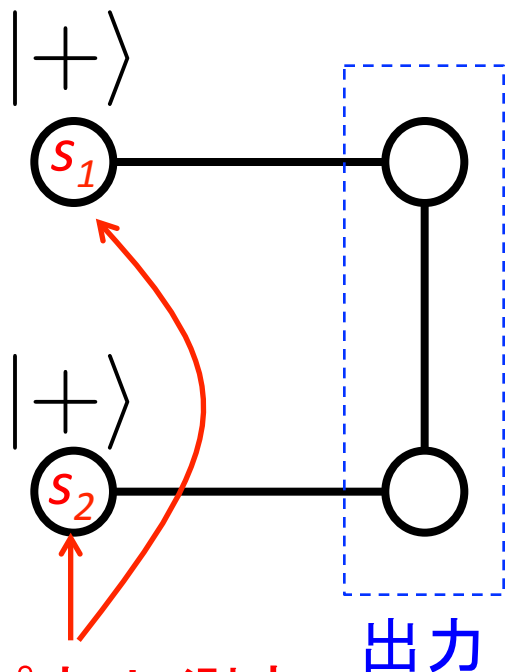
=



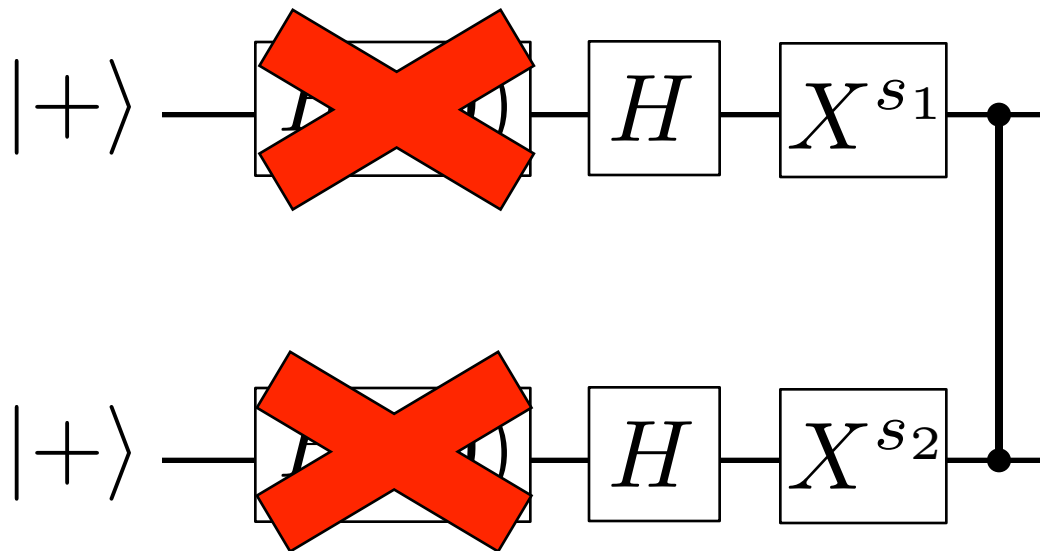
パウリX測定
 $\theta = 0$

ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート



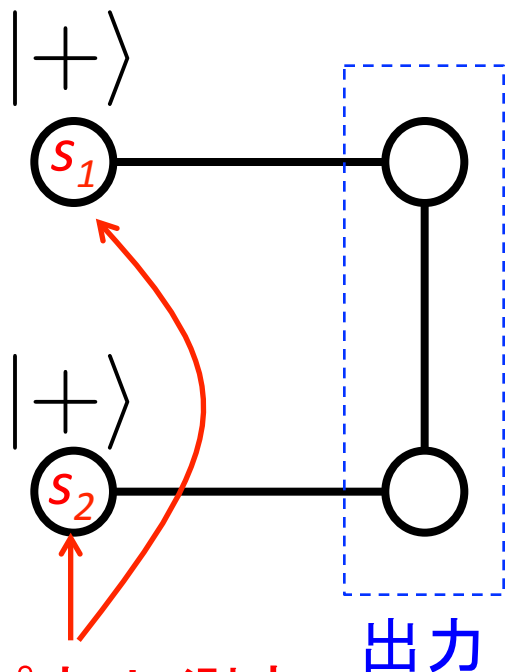
=



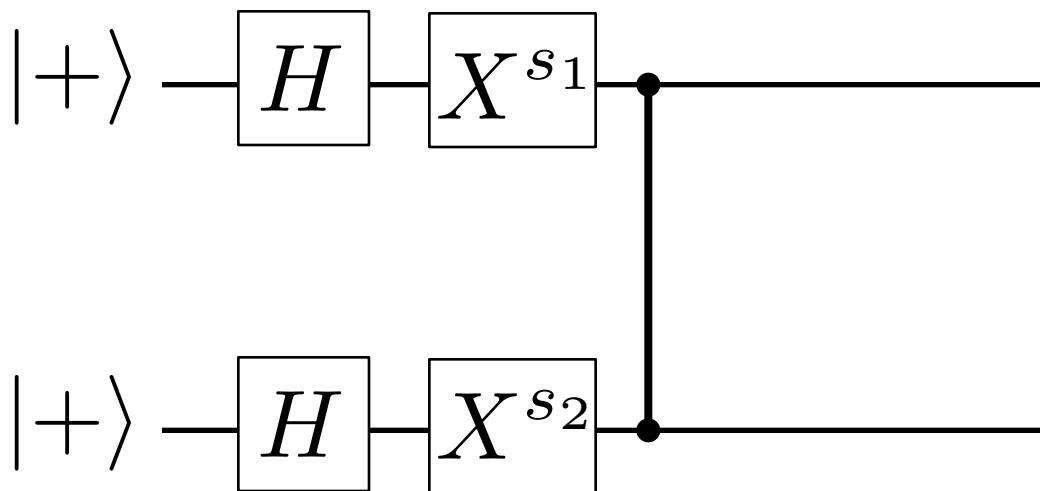
パウリX測定
 $\theta = 0$

ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート

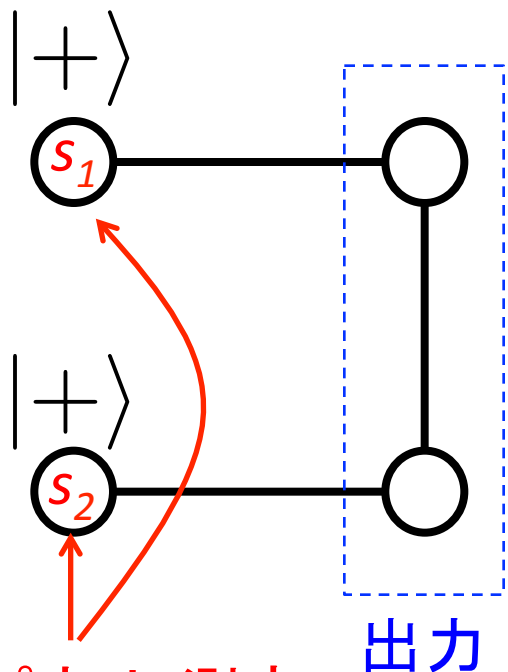


=

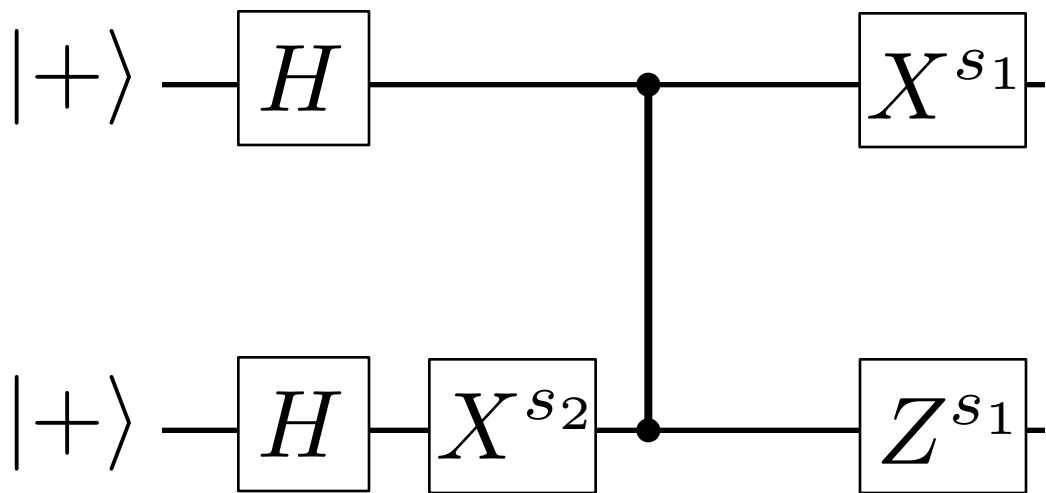


ゲートテレポレーション

2-qubit量子ゲート



=

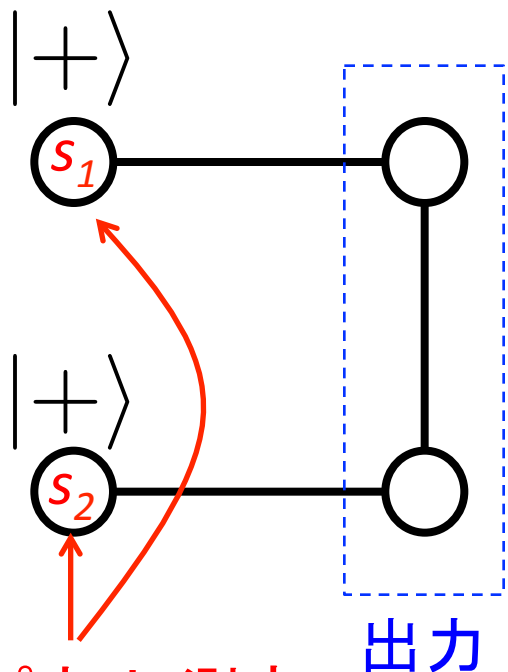


パウリX測定
 $\theta = 0$

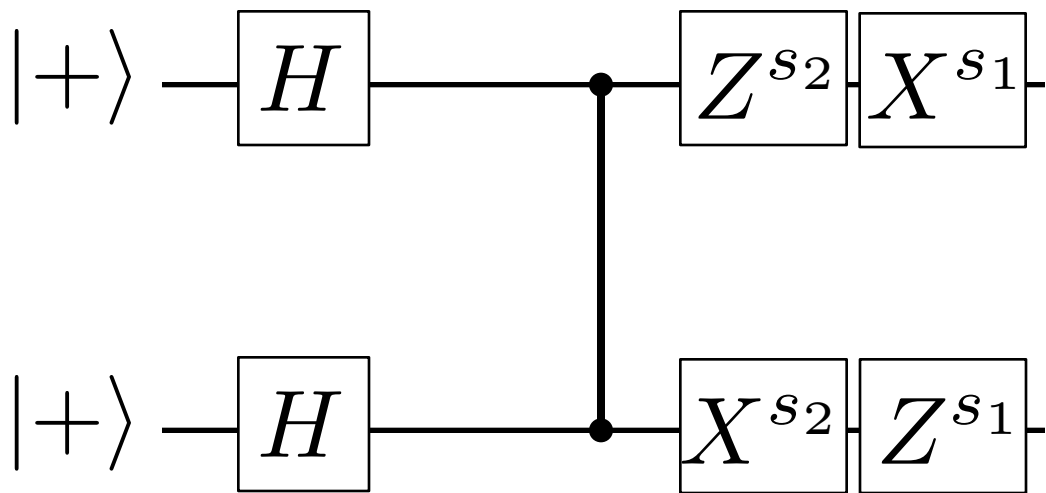
出力

ゲートテレポレーション

2-qubit量子ゲート



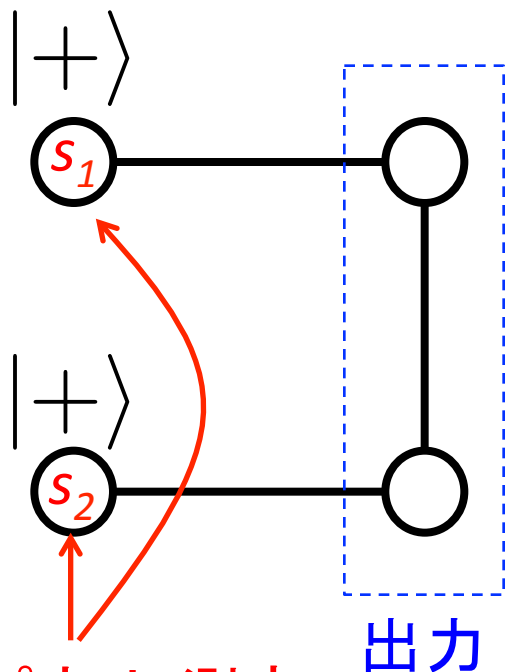
=



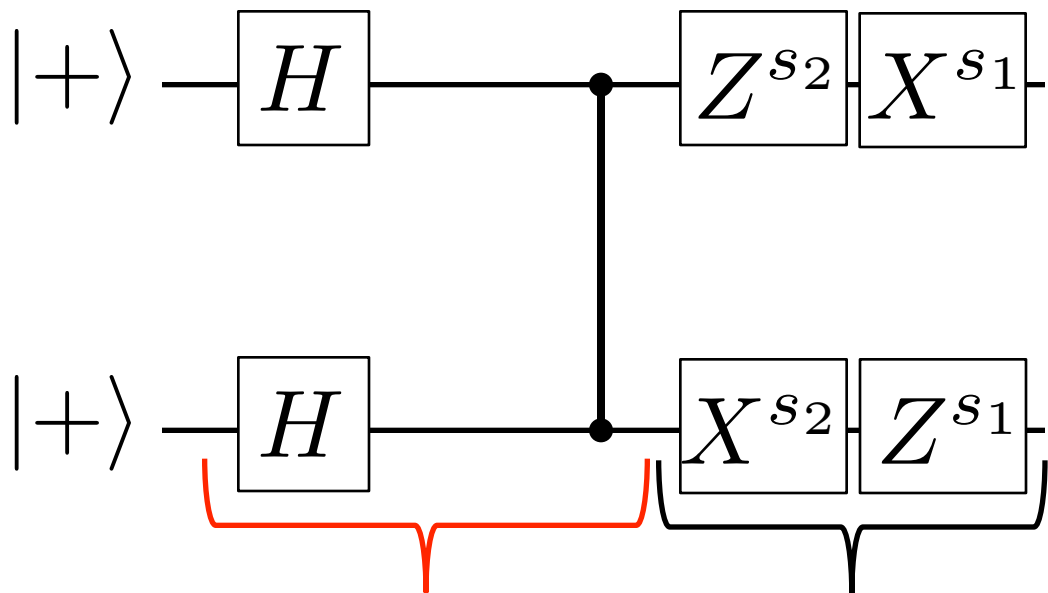
パウリX測定
 $\theta = 0$

ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート



=



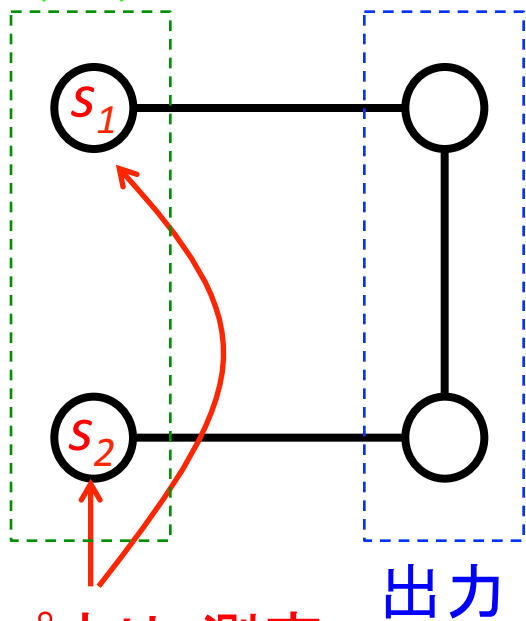
2-qubit量子ゲート バイプロダクト

パウリX測定
 $\theta = 0$

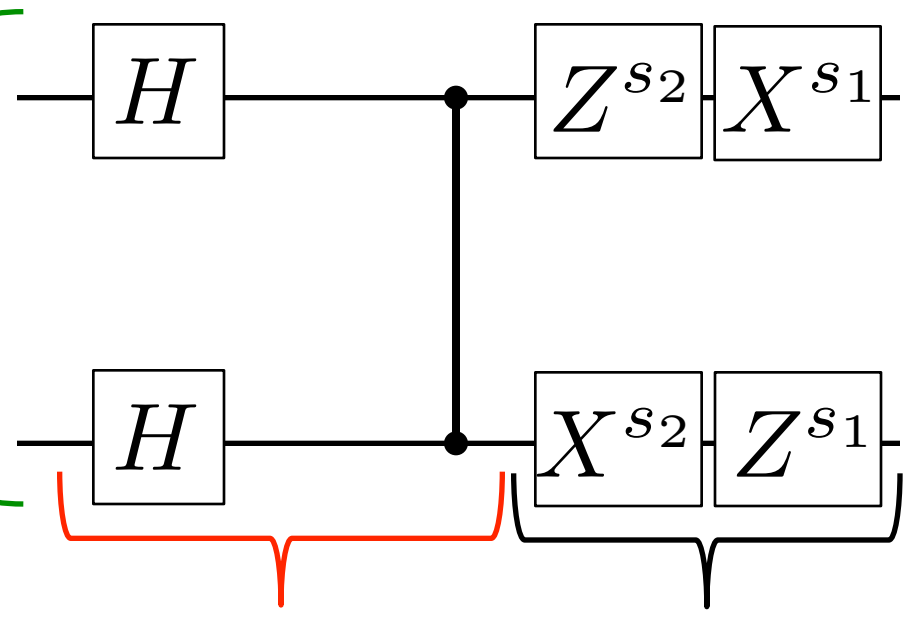
ゲートテレポーテーション

2-qubit量子ゲート

$|\phi\rangle$



$|\phi\rangle$



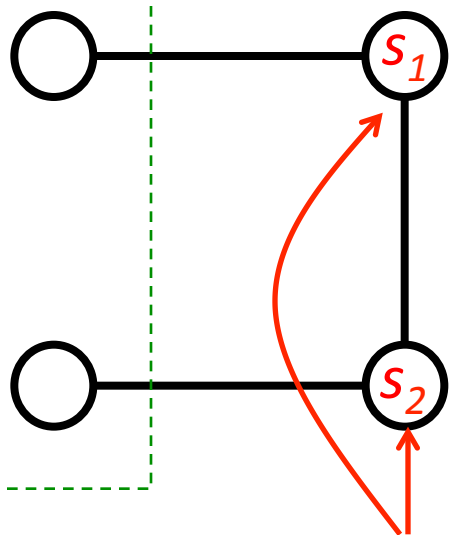
2-qubit量子ゲート バイプロダクト

パウリX測定
 $\theta = 0$

ゲートテレポーテーション

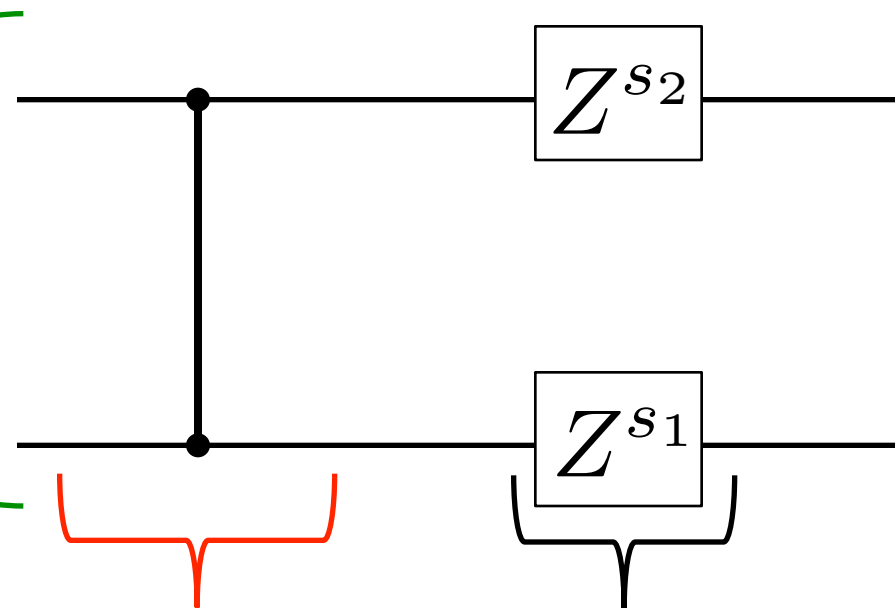
2-qubit量子ゲート

$|\phi\rangle$



パウリX測定
 $\theta = 0$

$|\phi\rangle$



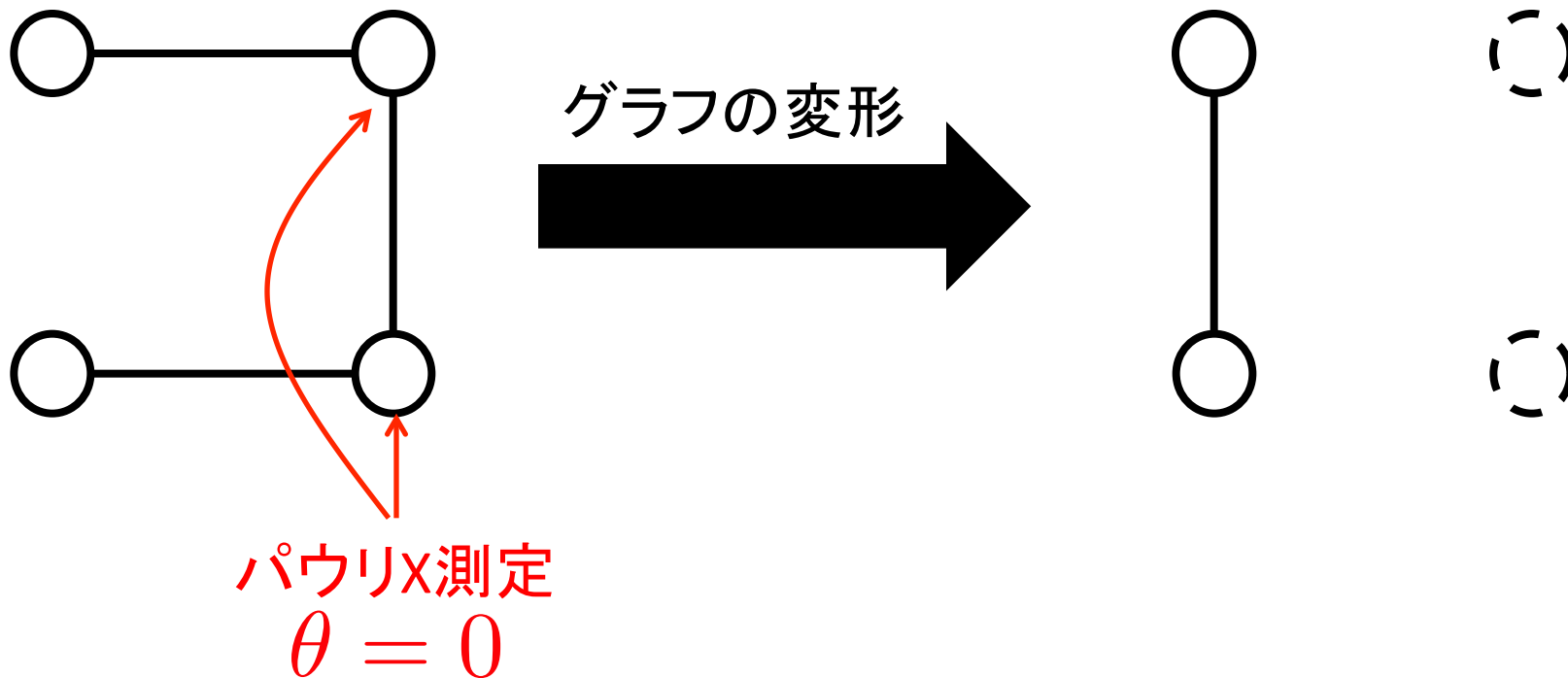
2-qubit量子ゲート

バイプロダクト

ゲートテレポーターション

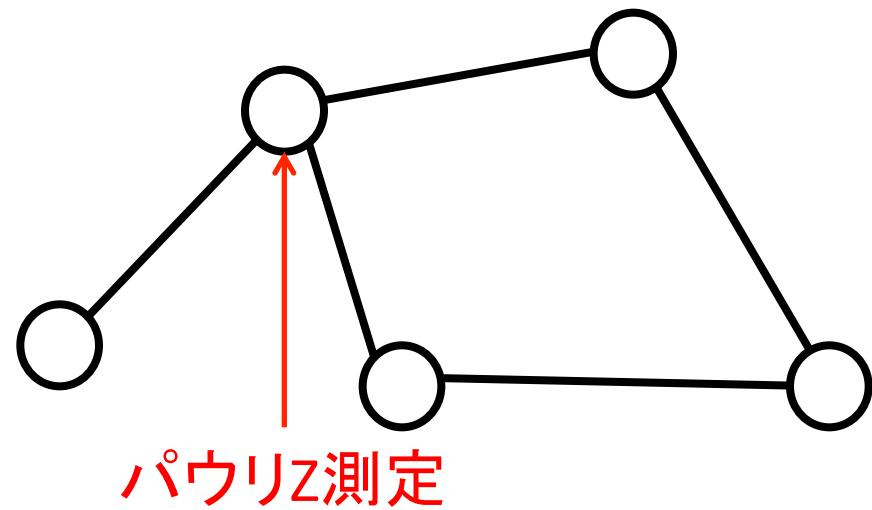
2-qubit量子ゲート

$|\phi\rangle = |++\rangle$ の時



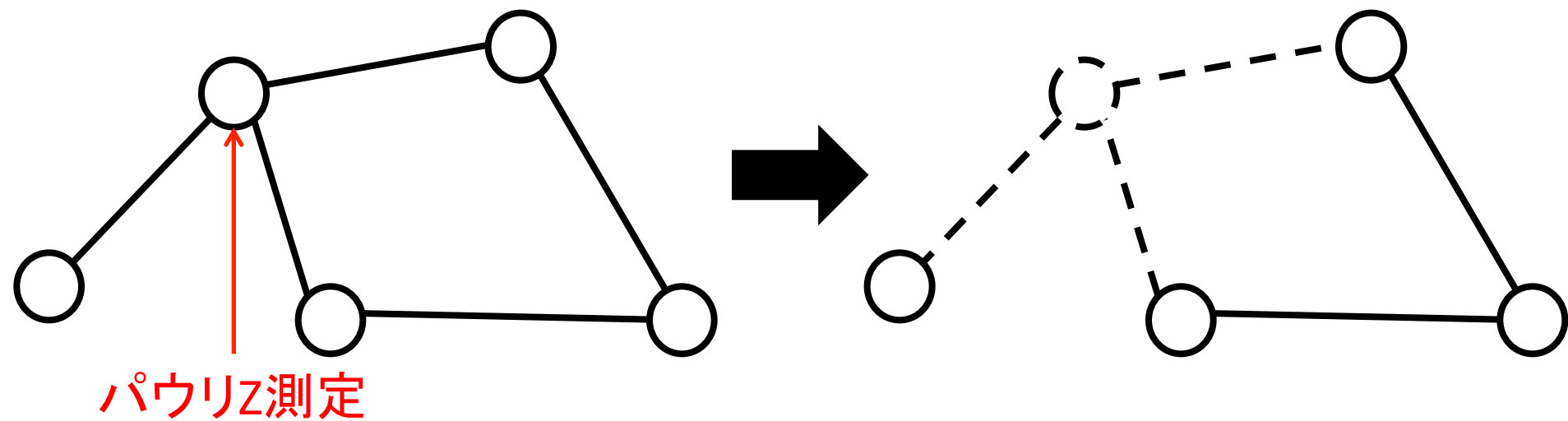
ゲートテレポーターション

Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)



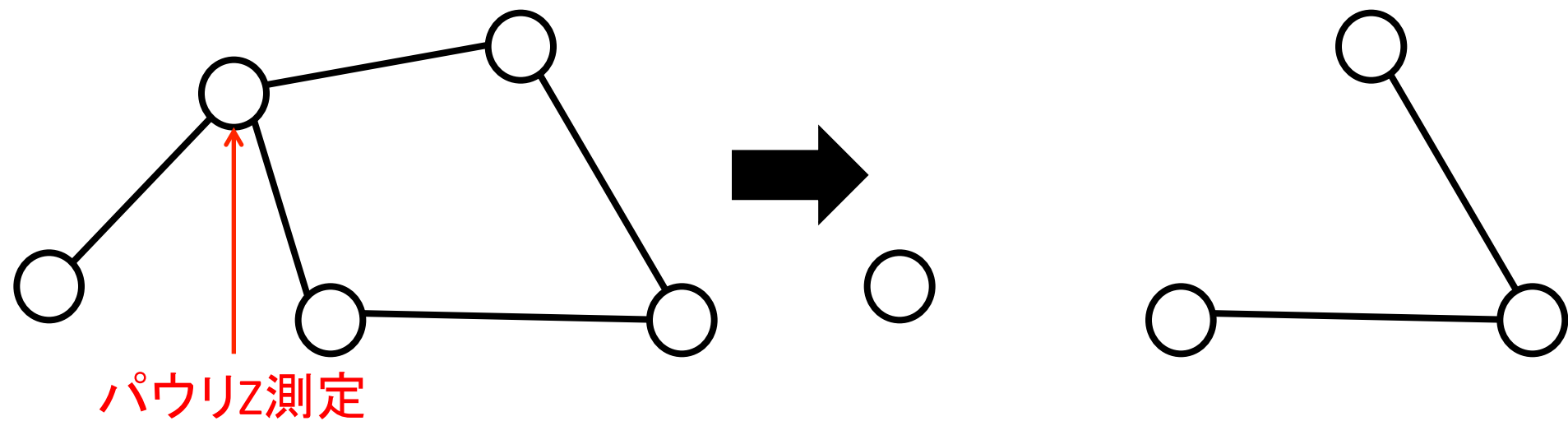
ゲートテレポーターション

Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)



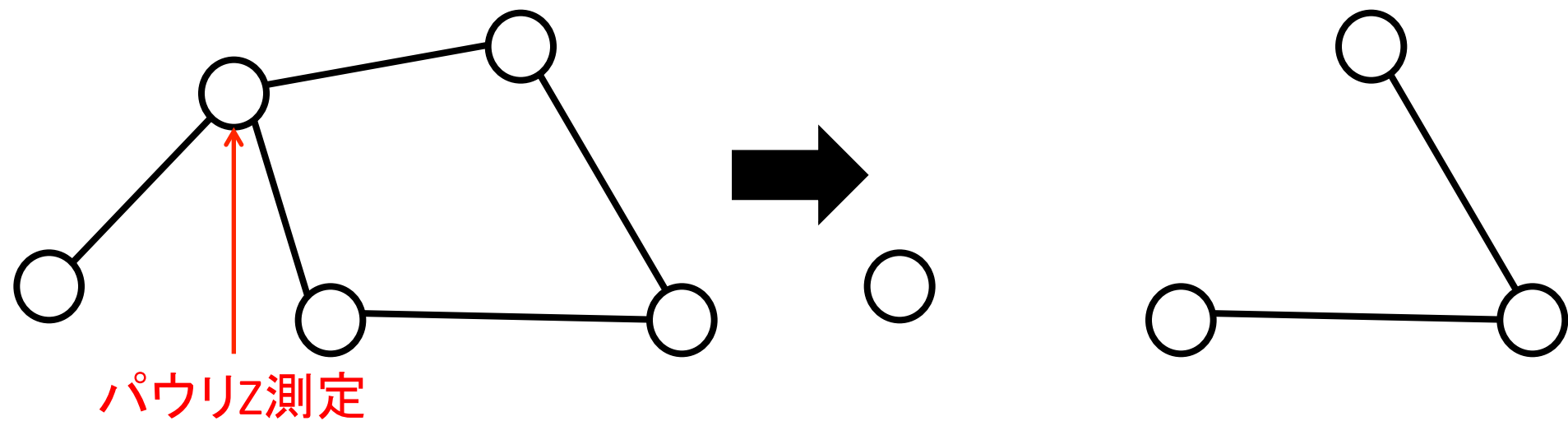
ゲートテレポレーション

Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)



ゲートテレポレーション

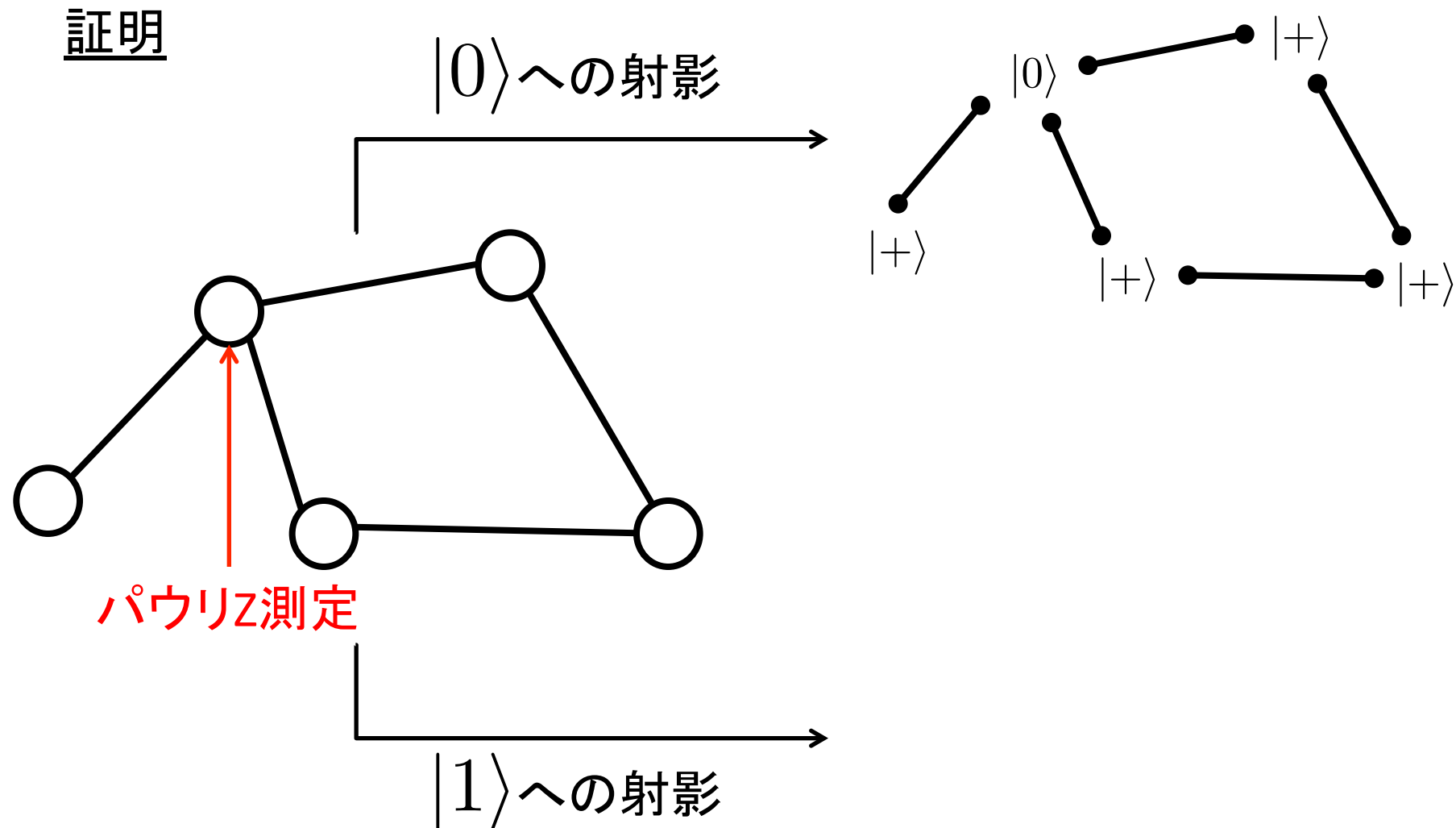
Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)



任意のグラフ状態の任意の頂点に対して成り立つ

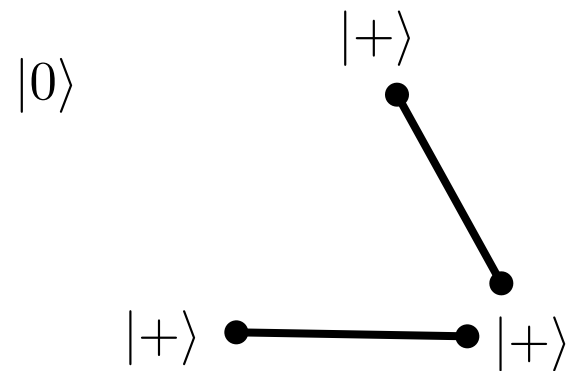
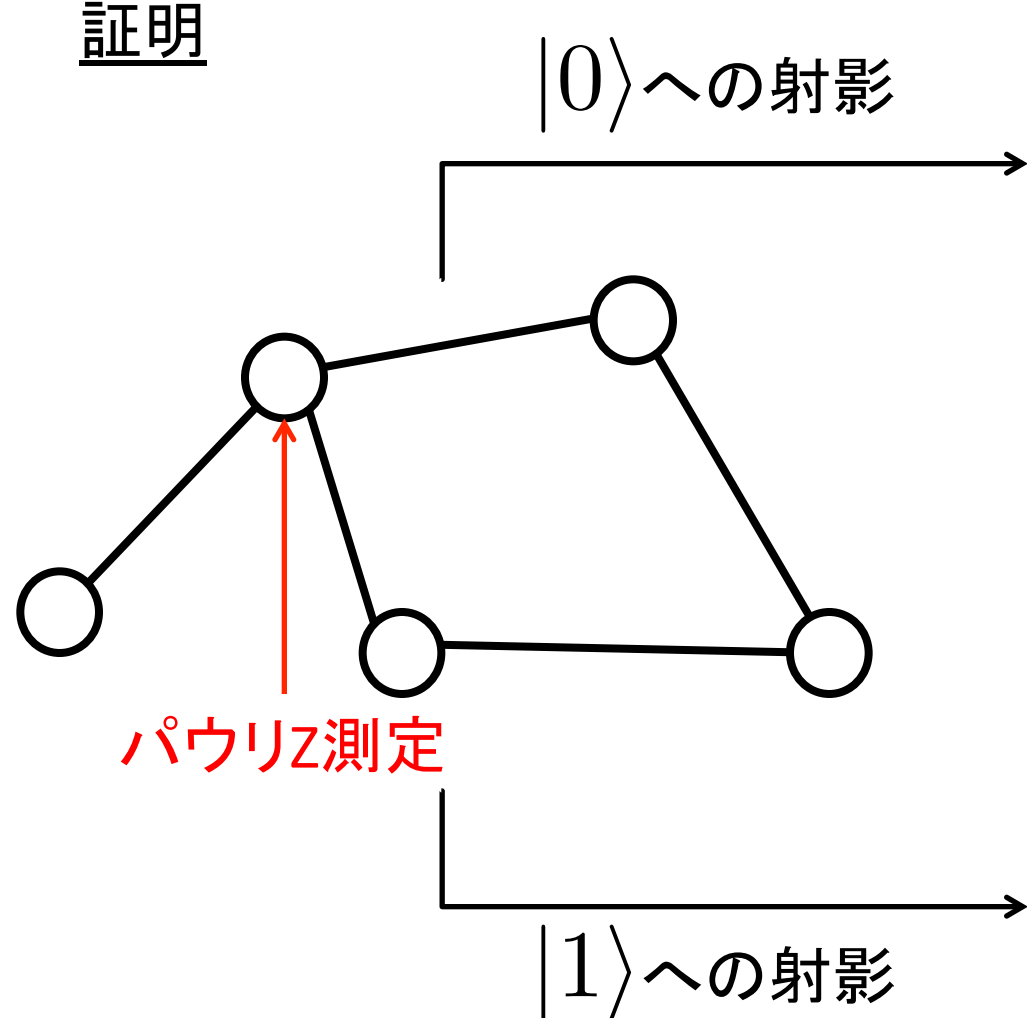
ゲートテレポーターション

証明



ゲートテレポーターション

証明



ゲートテレポレーション

証明

$|0\rangle$ への射影

$|0\rangle$

$|+\rangle$

$|+\rangle$

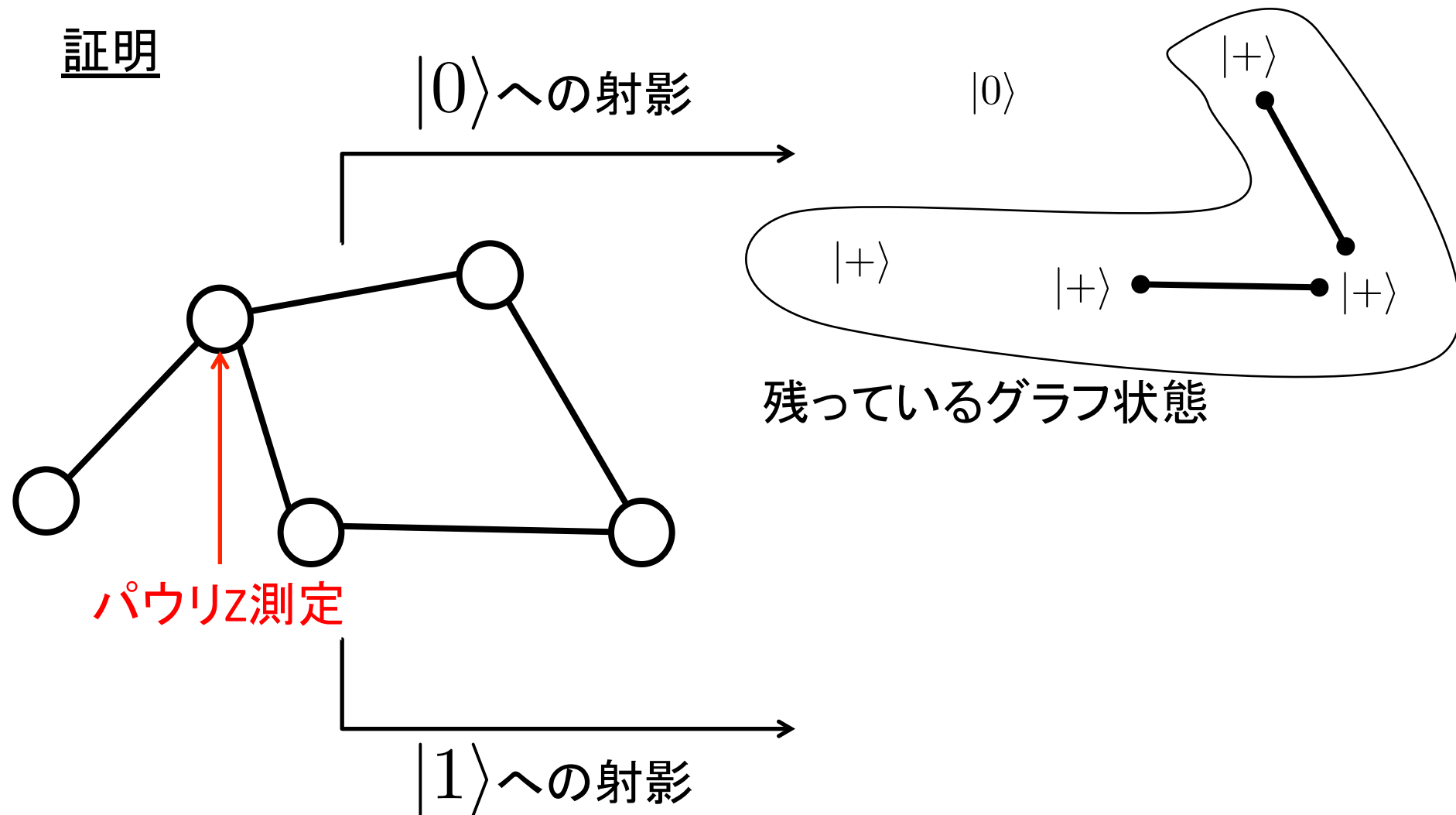
$|+\rangle$

$|+\rangle$

残っているグラフ状態

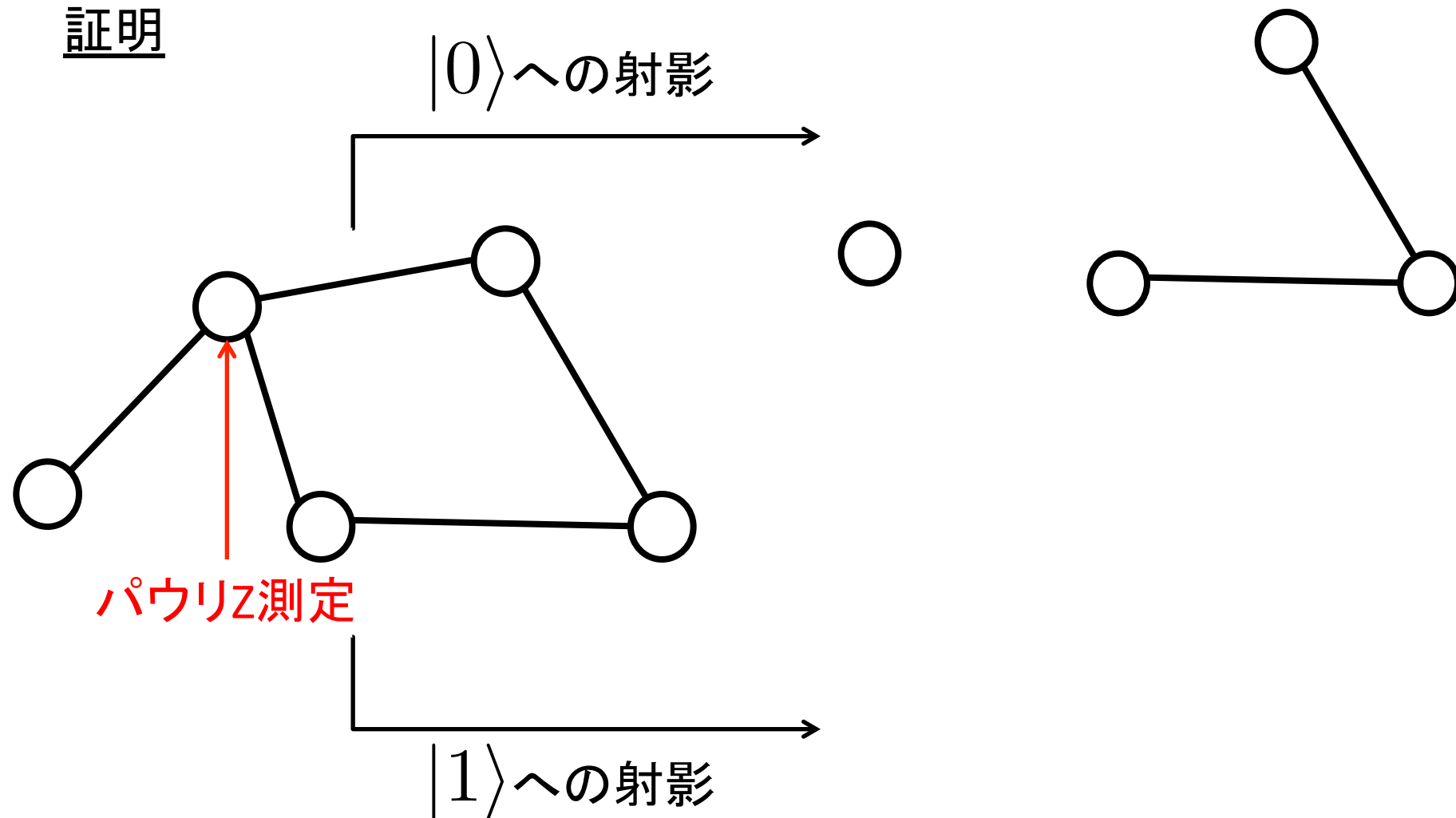
パウリZ測定

$|1\rangle$ への射影



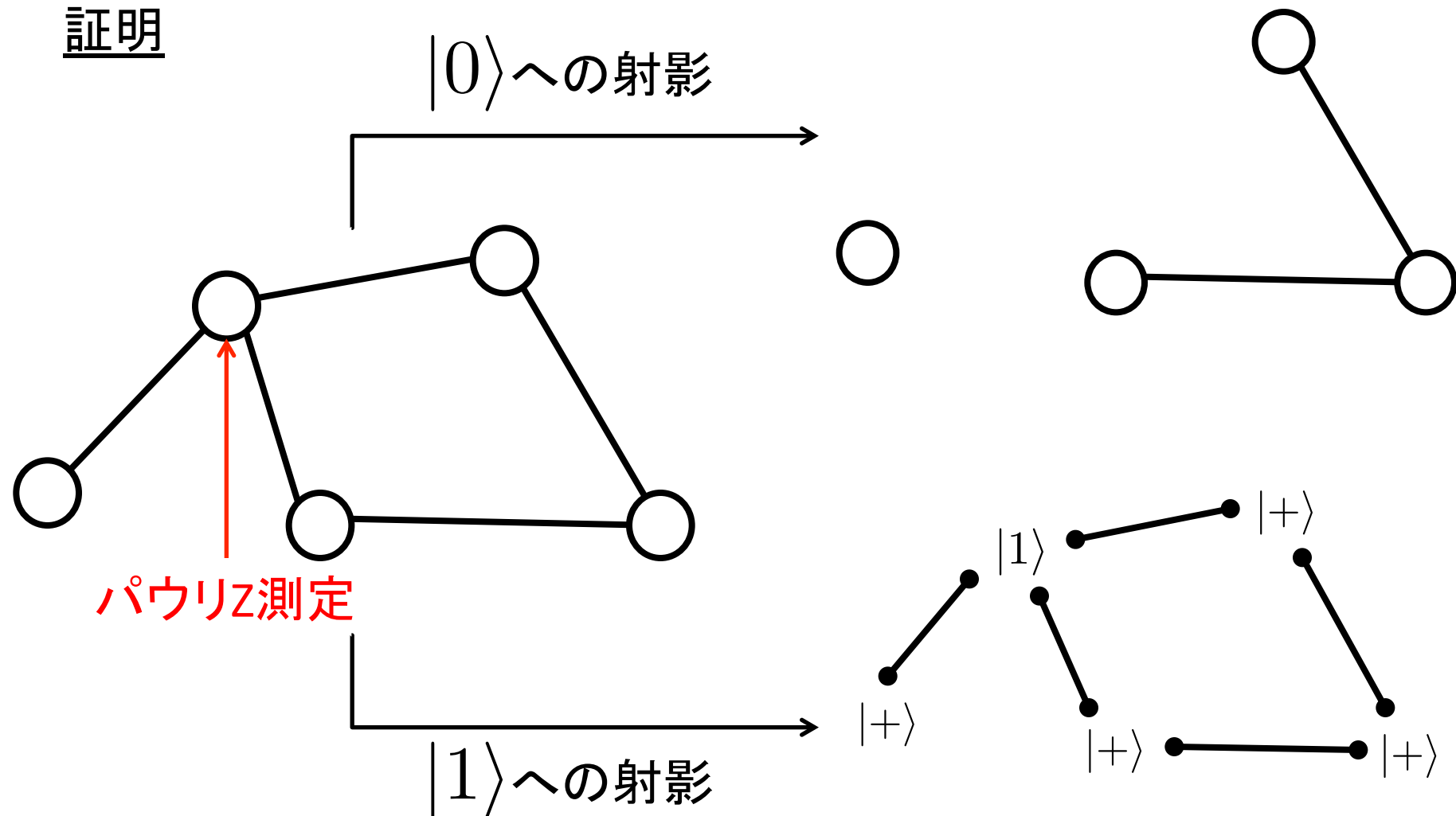
ゲートテレポーターション

証明



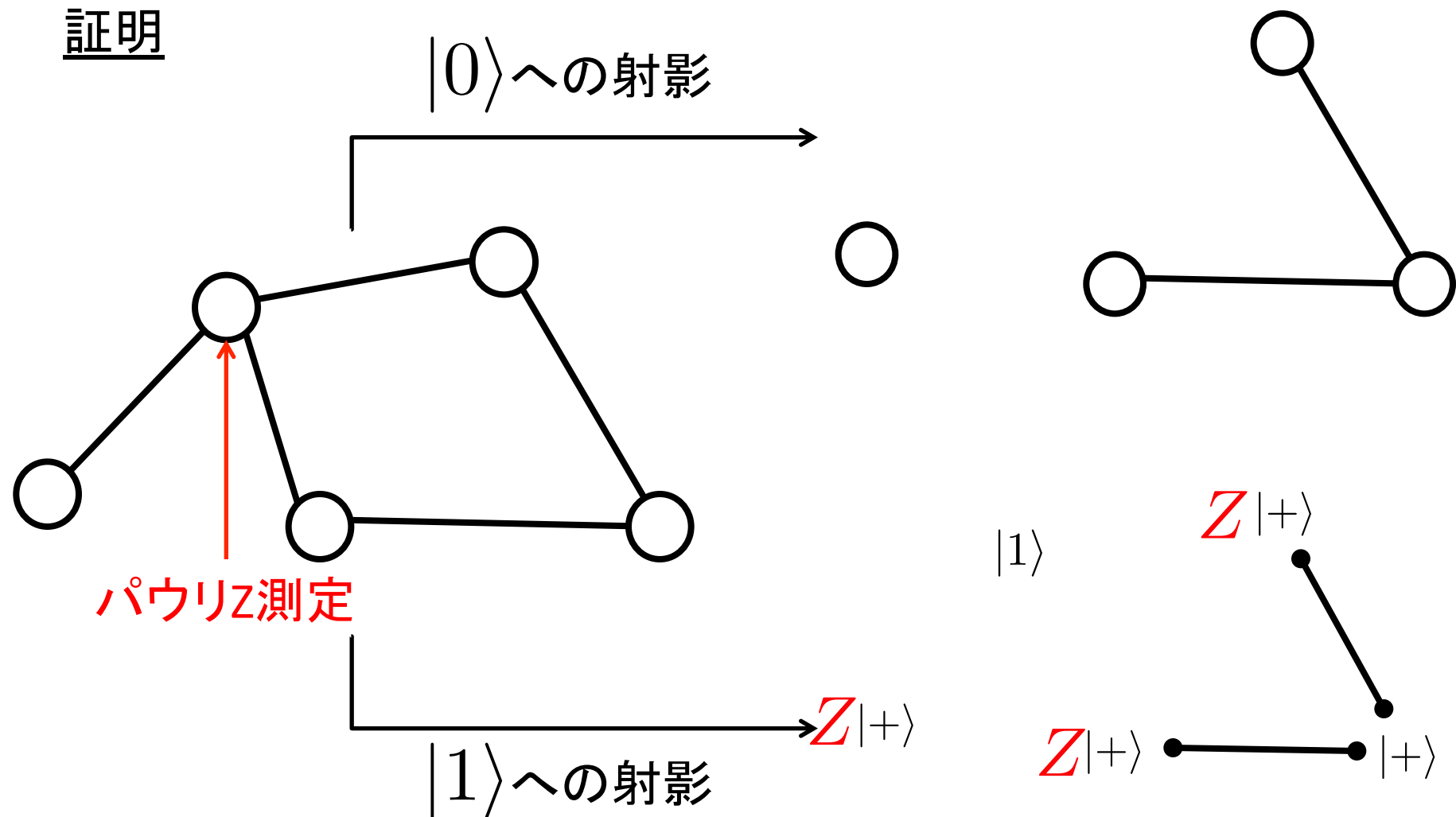
ゲートテレポレーション

証明



ゲートテレポーターション

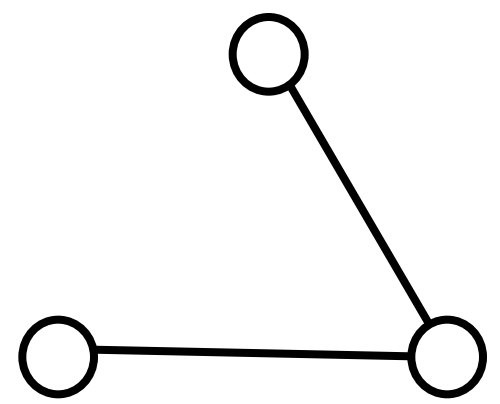
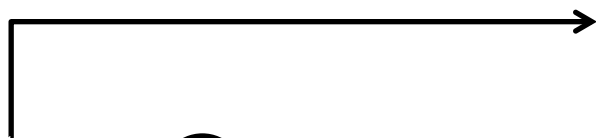
証明



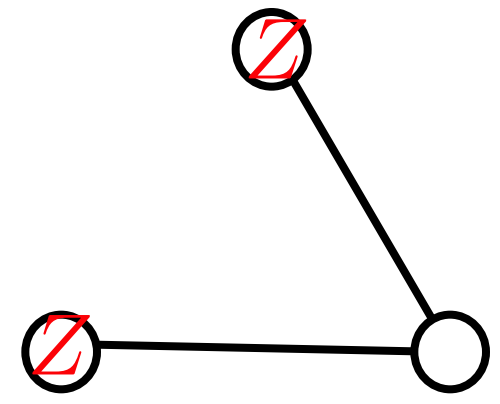
ゲートテレポーターション

証明

$|0\rangle$ への射影



パウリZ測定



$|1\rangle$ への射影

ゲートテレポーテーション

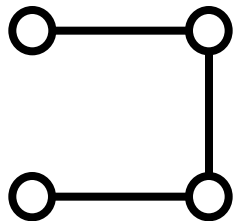
まとめ

- 任意の1-qubit量子ゲート



x-y平面の(適応的な)1qubit測定

- 2-qubit量子ゲート



パウリX測定

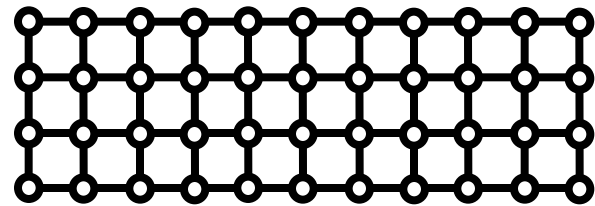
- Break operation (頂点とその周りの辺を取り除く操作)

パウリZ測定

目次

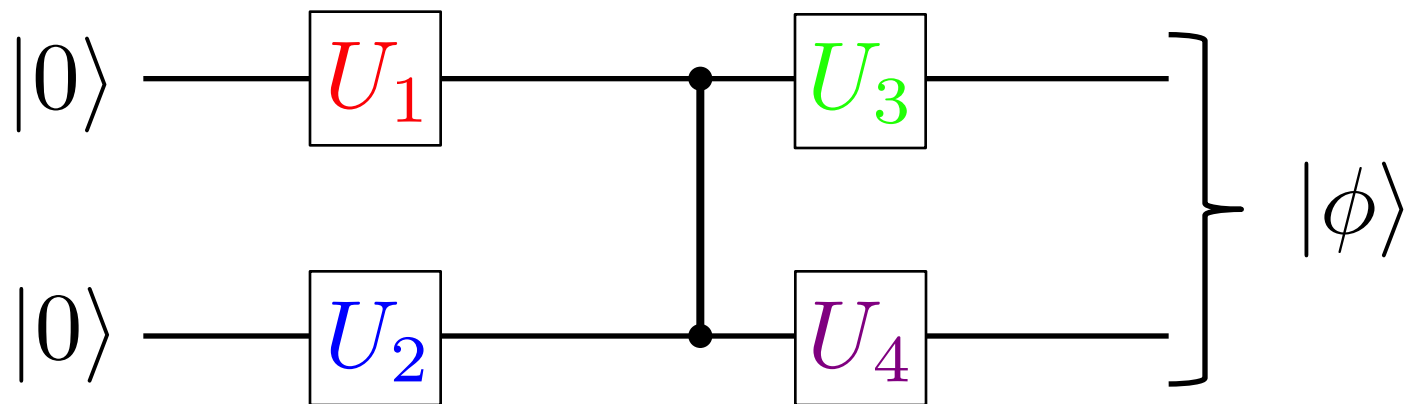
1. どんな量子状態を準備すれば良いのか？
2. どういう風に測定すれば良いのか？
3. 量子回路モデルとの等価性
4. 測定型量子計算の応用

- x-y平面の(適応的な)測定
 - パウリZ測定

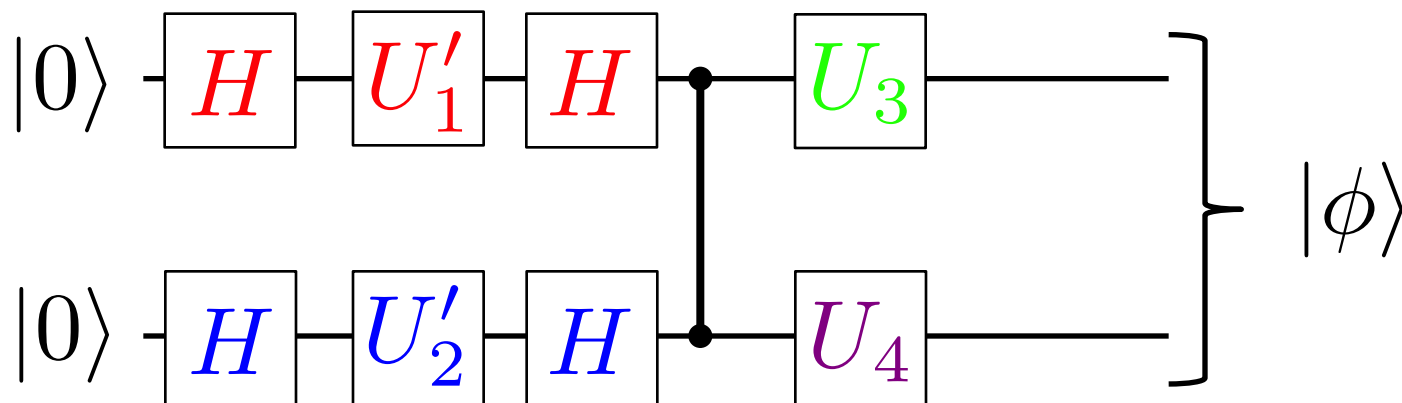


クラスター状態の生成 + x-y平面の測定、パウリZ測定

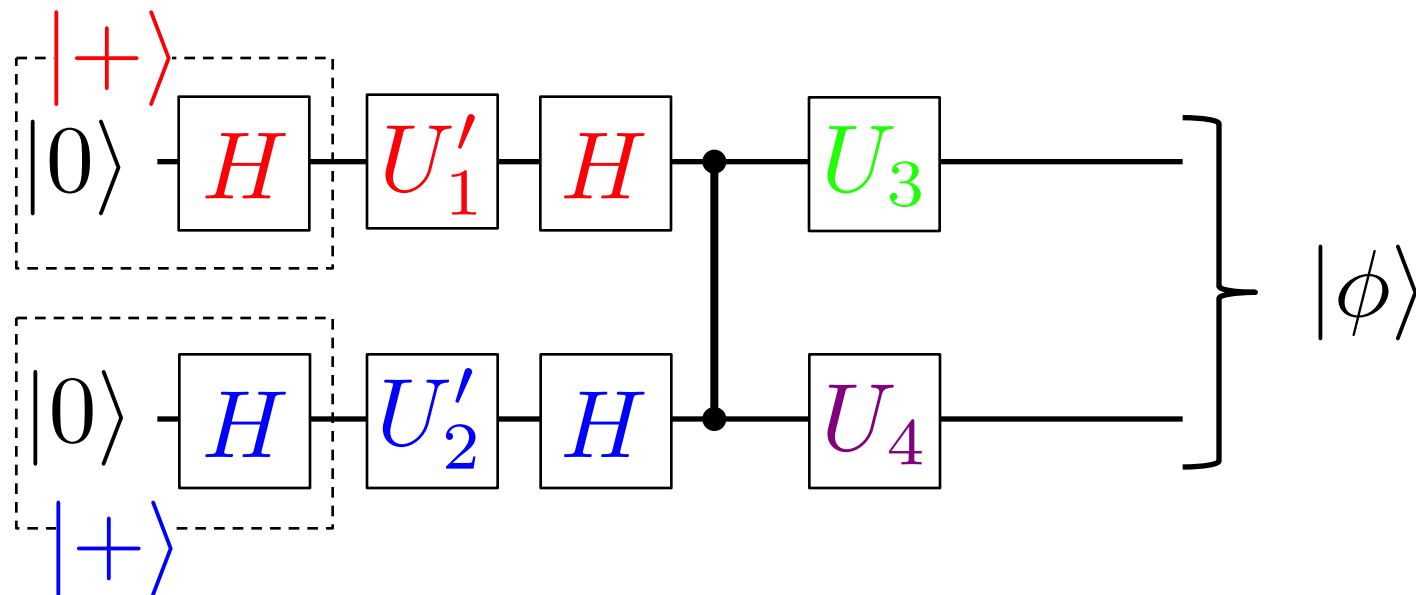
測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル



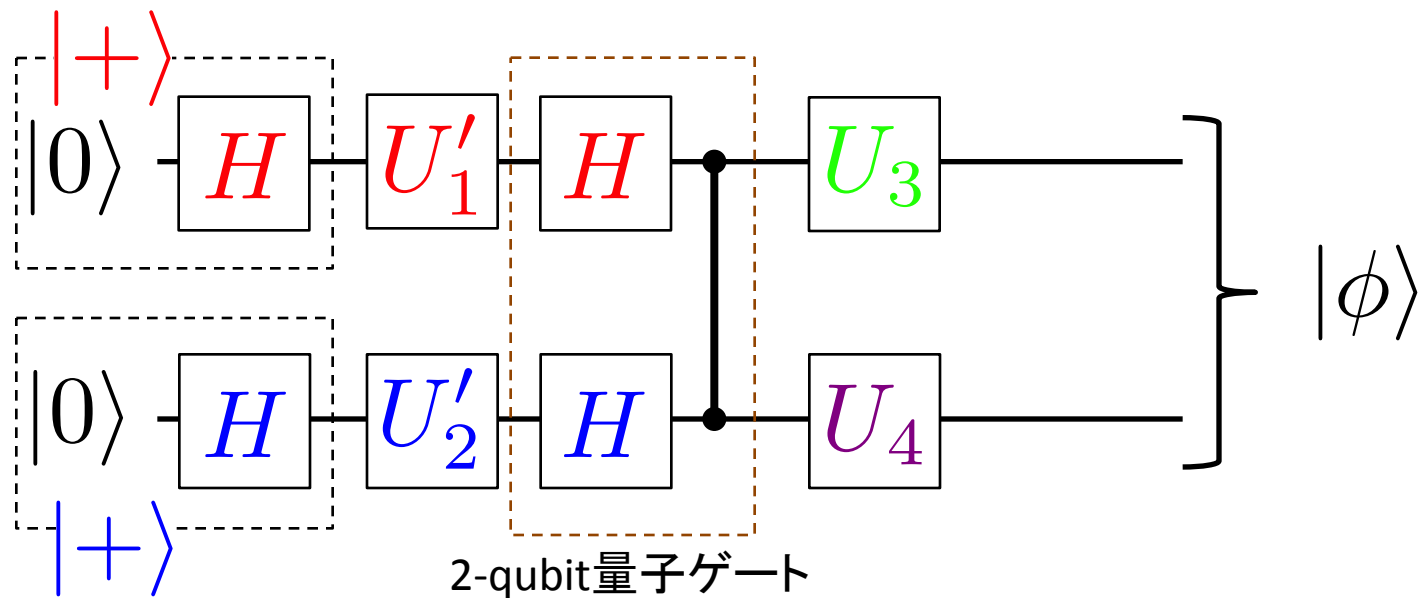
測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル



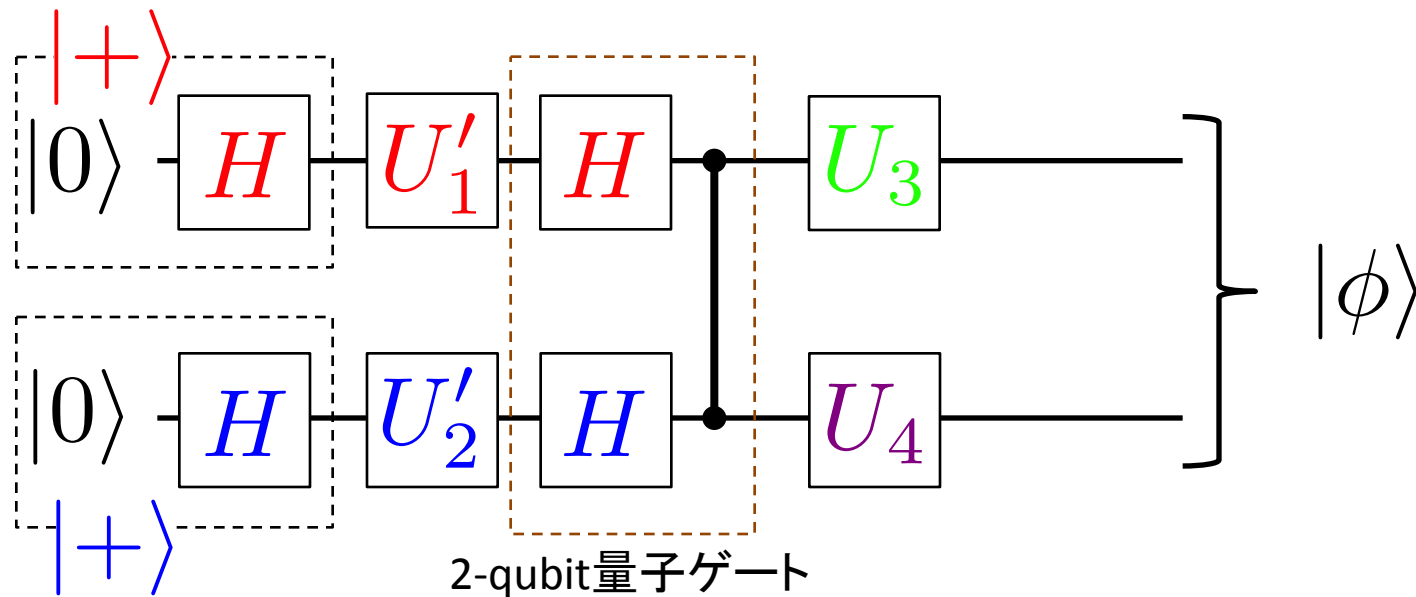
測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル



測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル

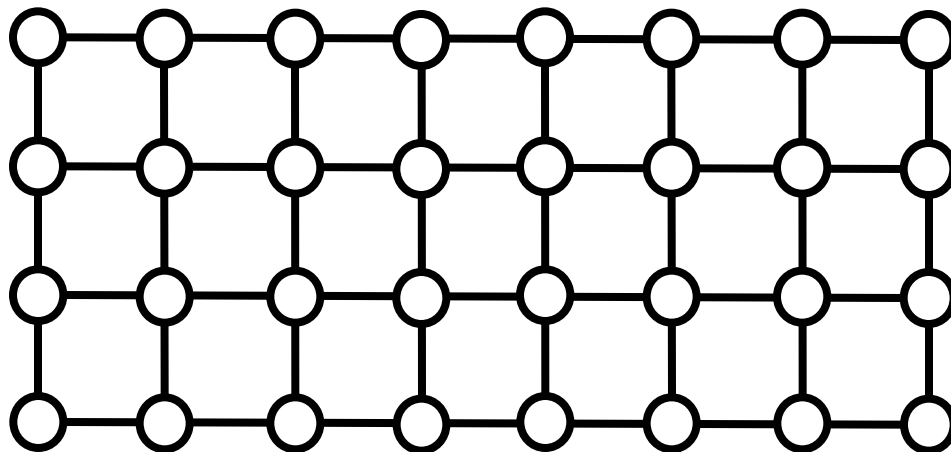


測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル

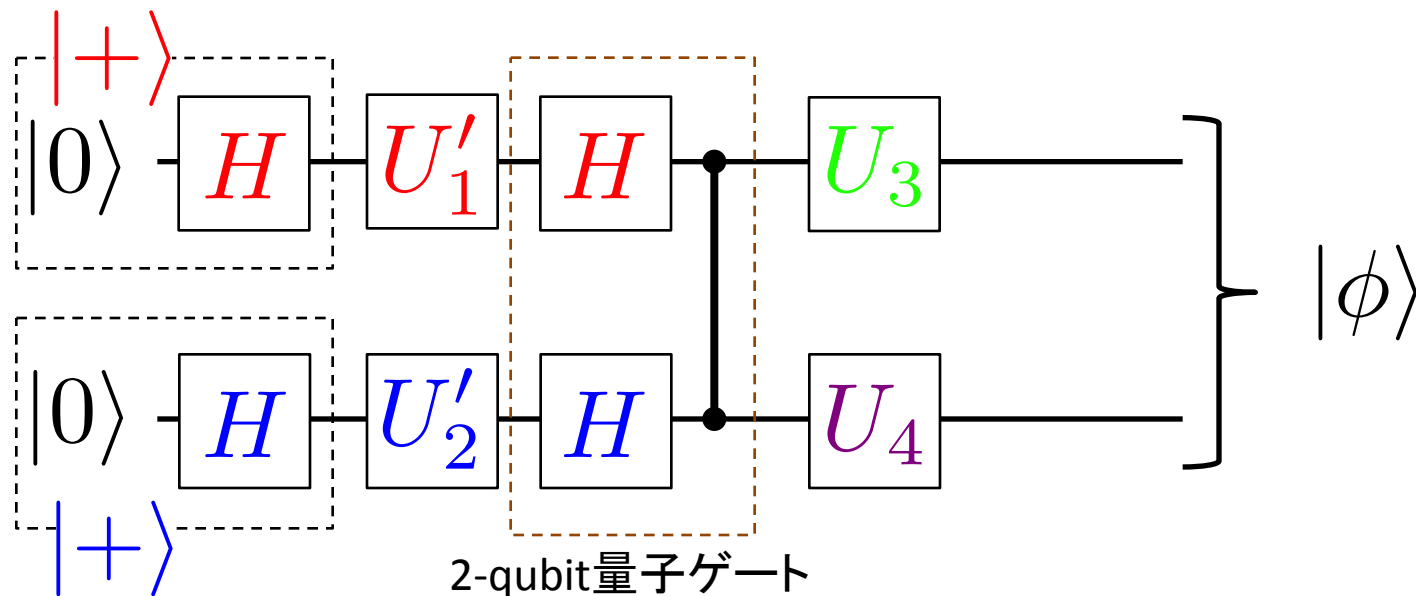


2-qubit量子ゲート

測定型量子計算
に変換

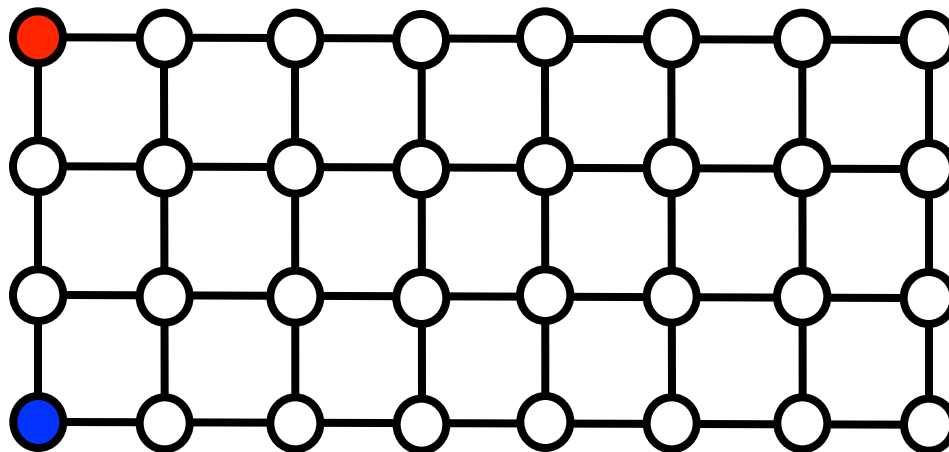


測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル

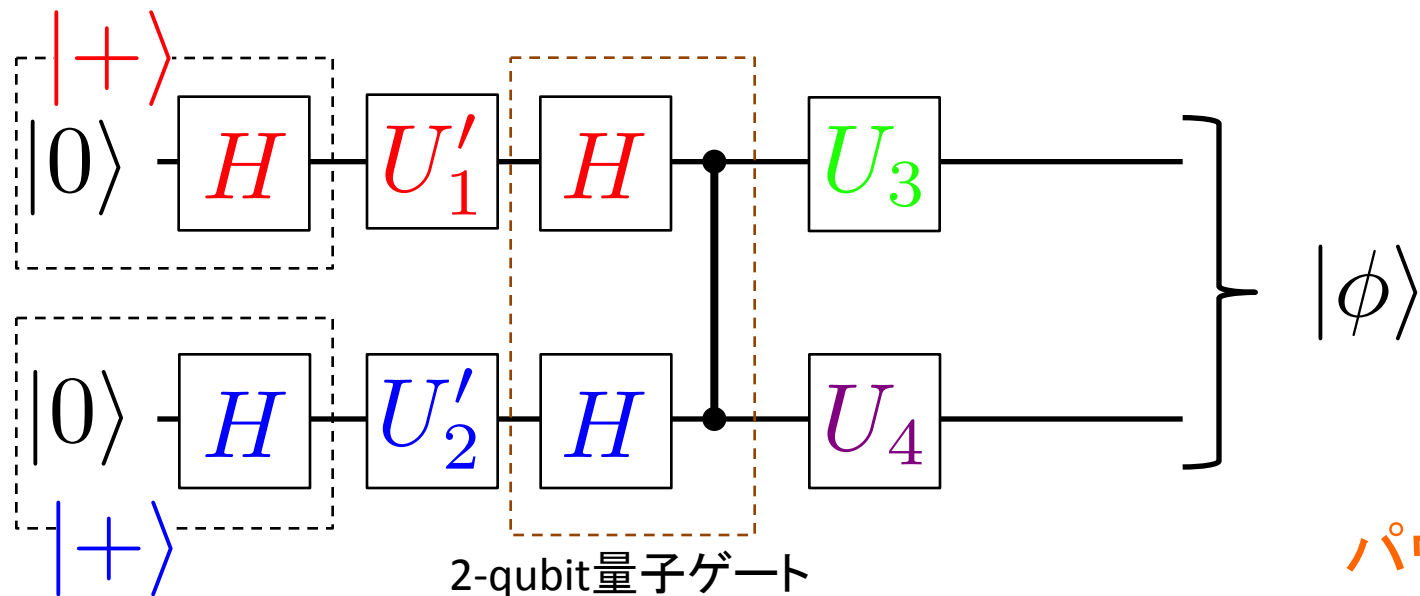


2-qubit量子ゲート

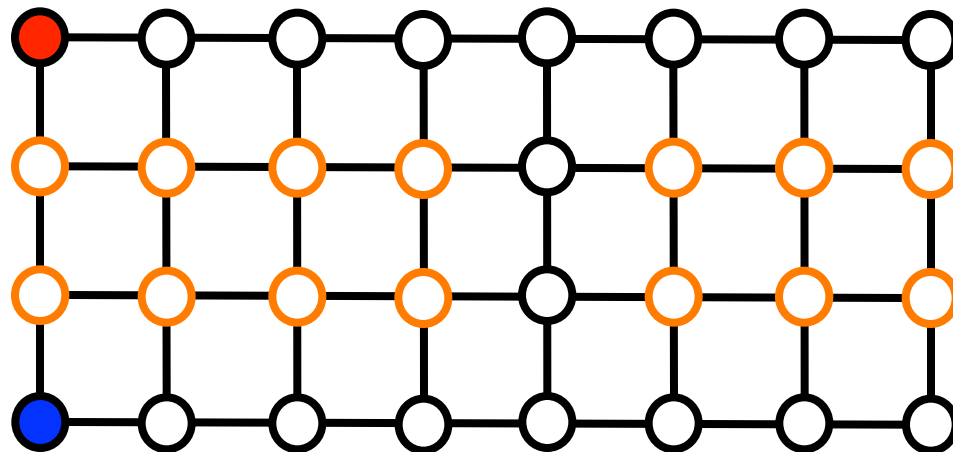
測定型量子計算
に変換



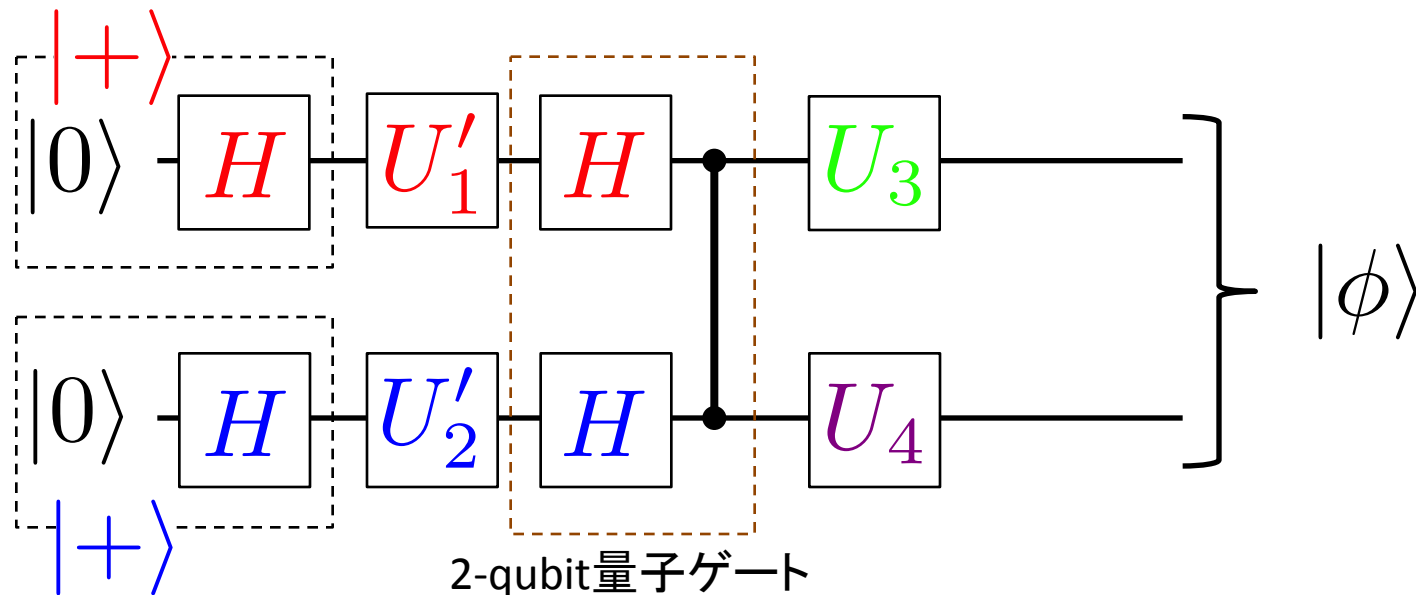
測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル



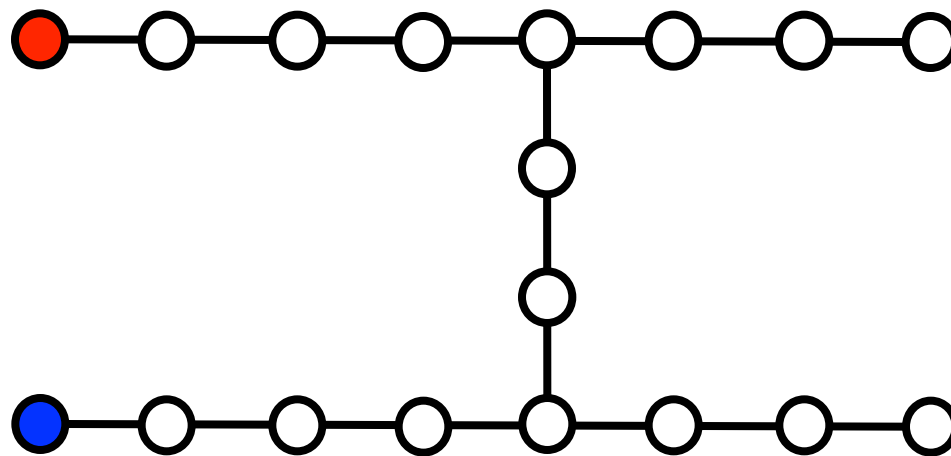
測定型量子計算
に変換



測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル

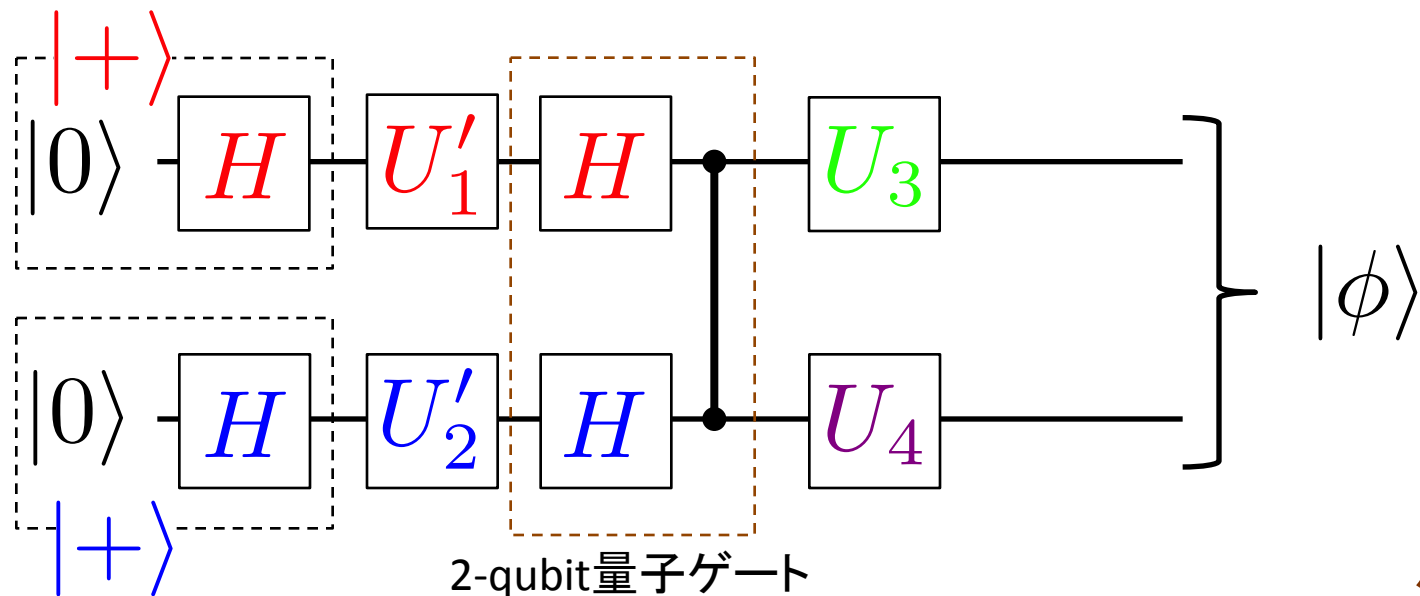


2-qubit量子ゲート

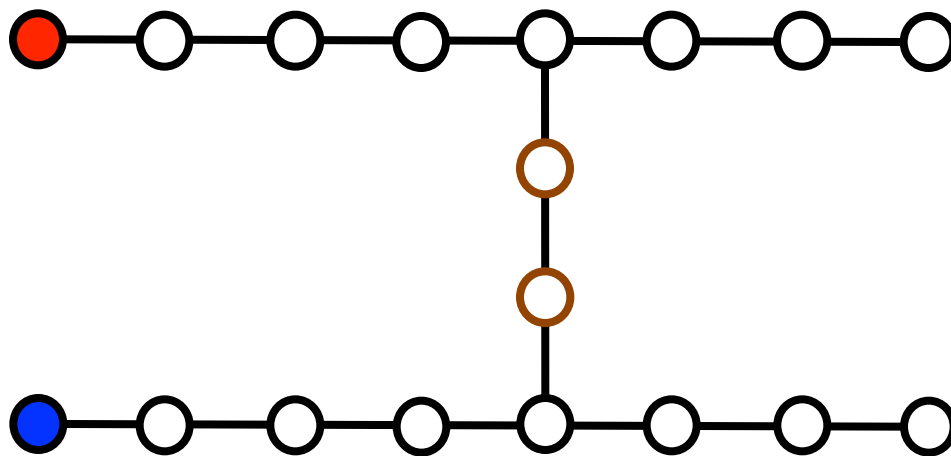


測定型量子計算
に変換

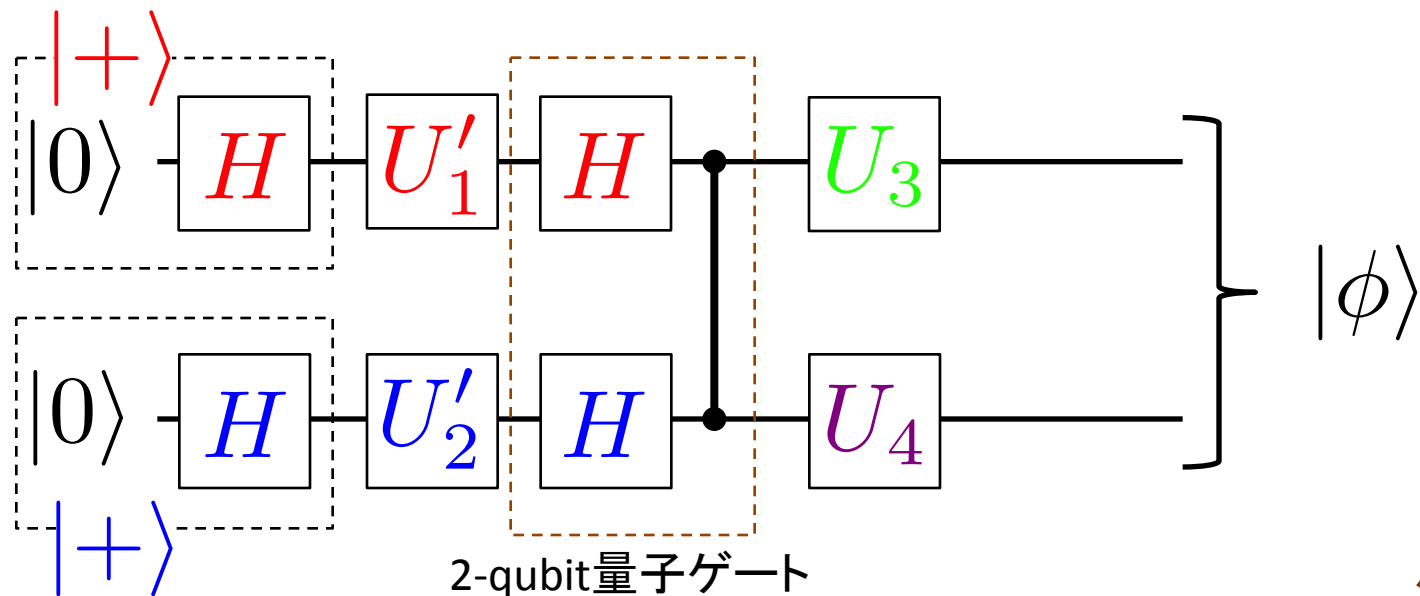
測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル



測定型量子計算
に変換

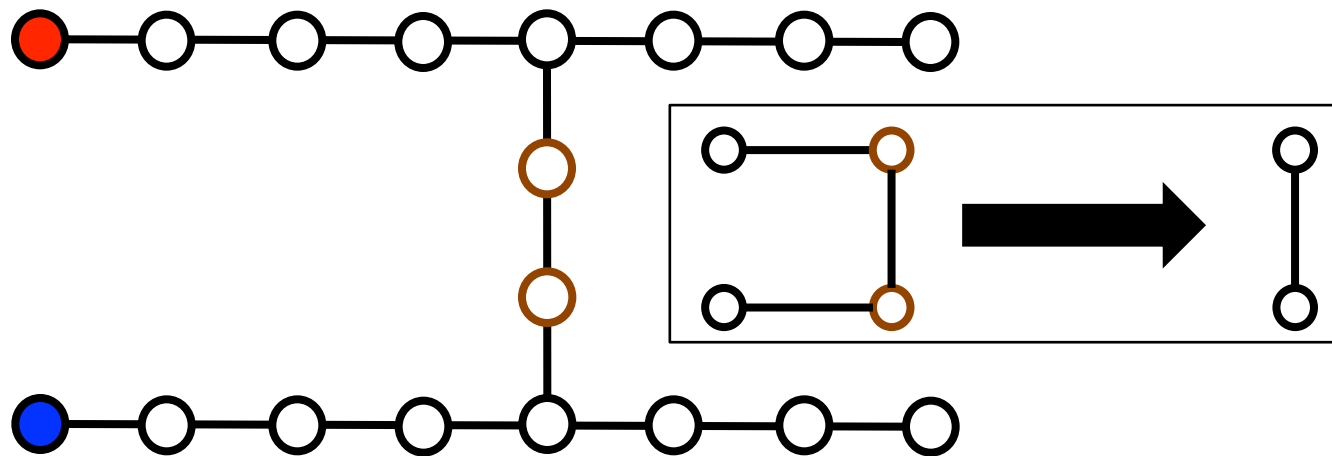


測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル

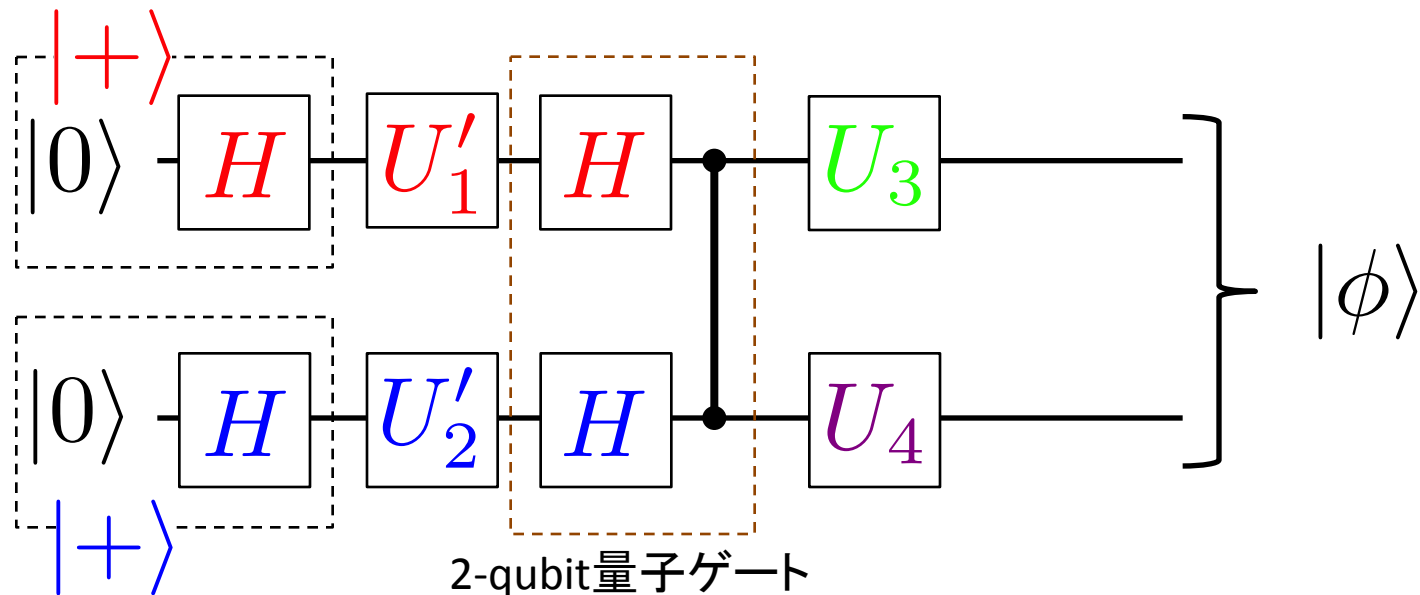


パウリX測定

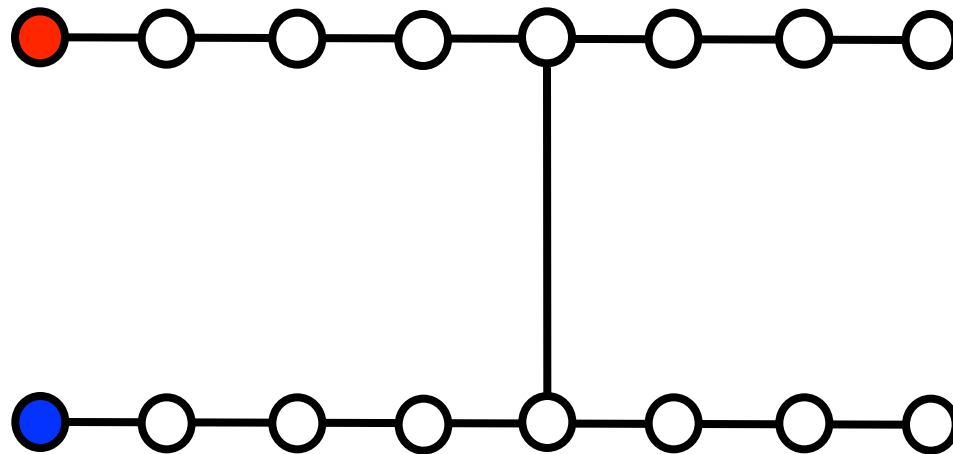
測定型量子計算
に変換



測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル

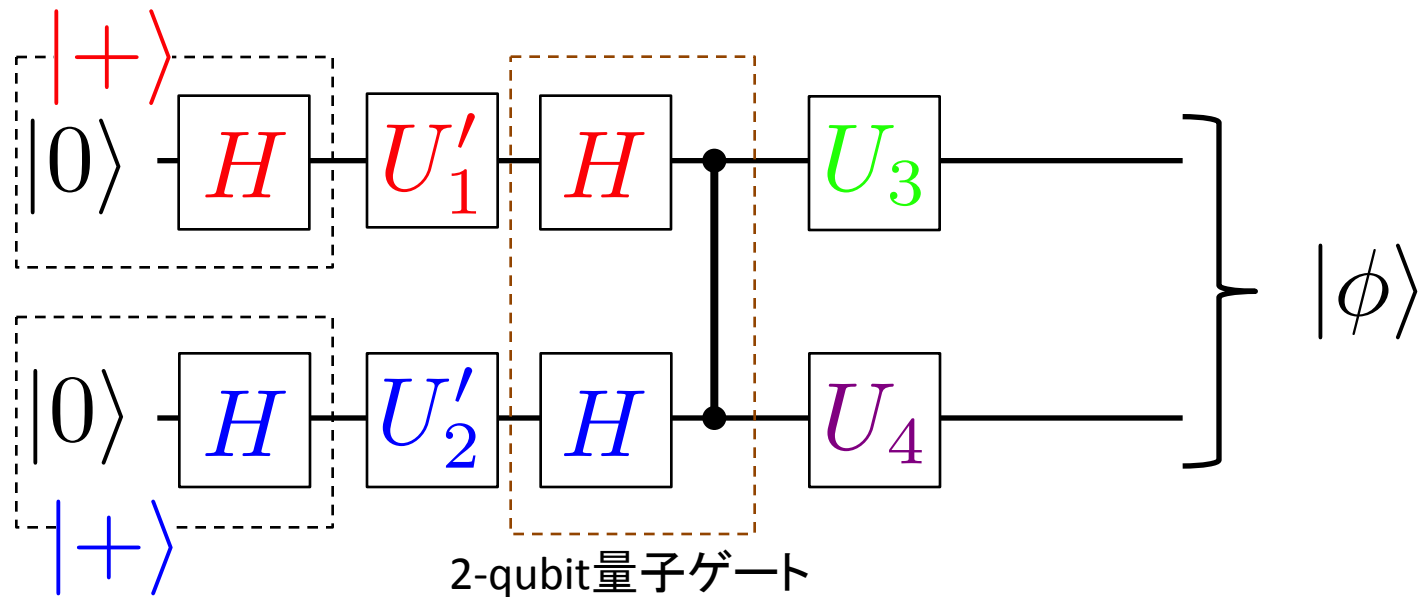


2-qubit量子ゲート



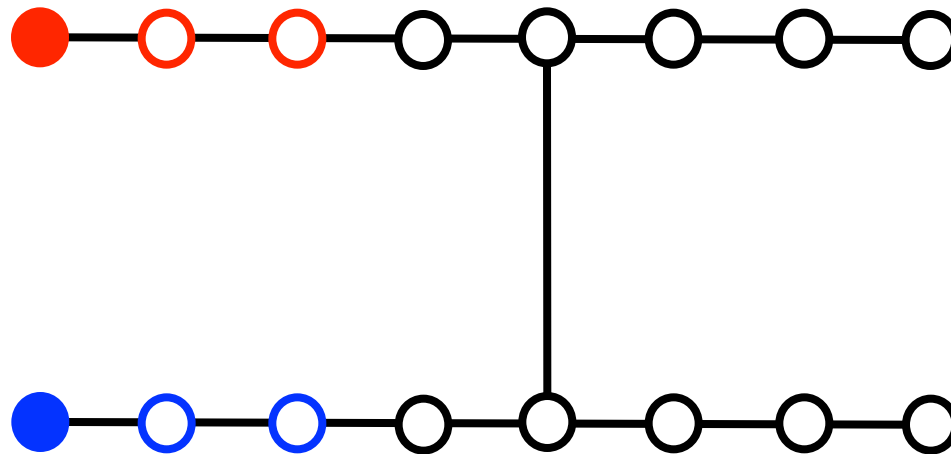
測定型量子計算
に変換

測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル



2-qubit量子ゲート

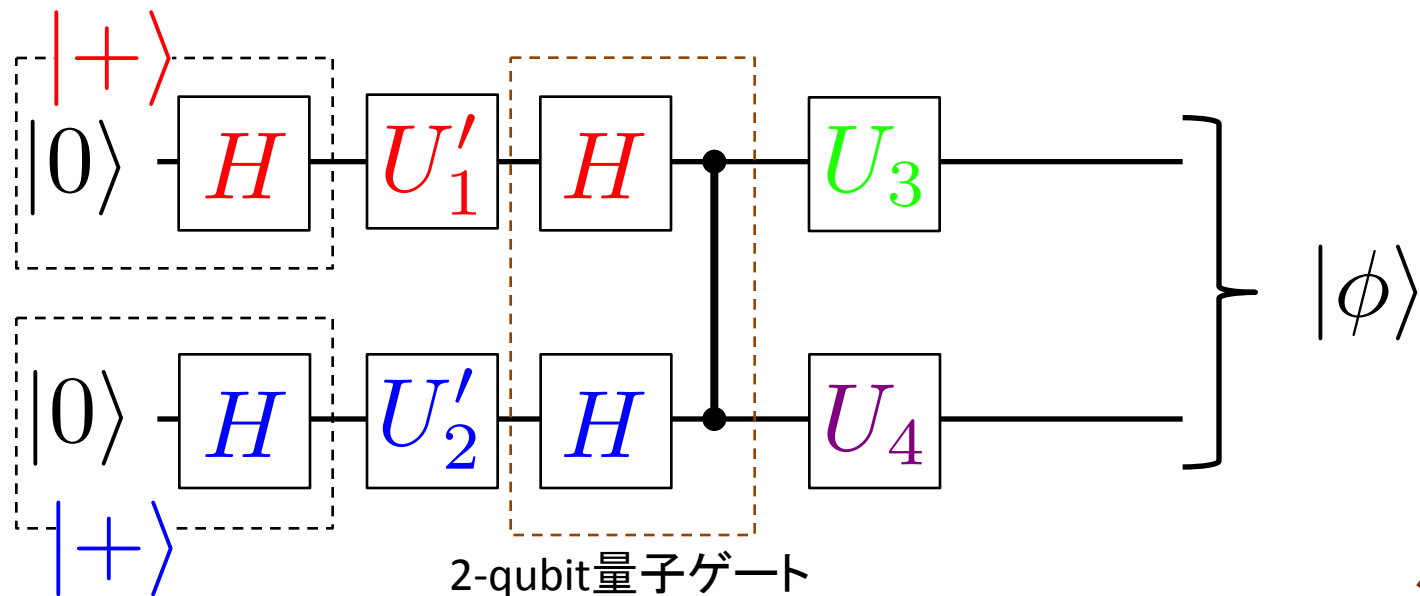
測定型量子計算
に変換



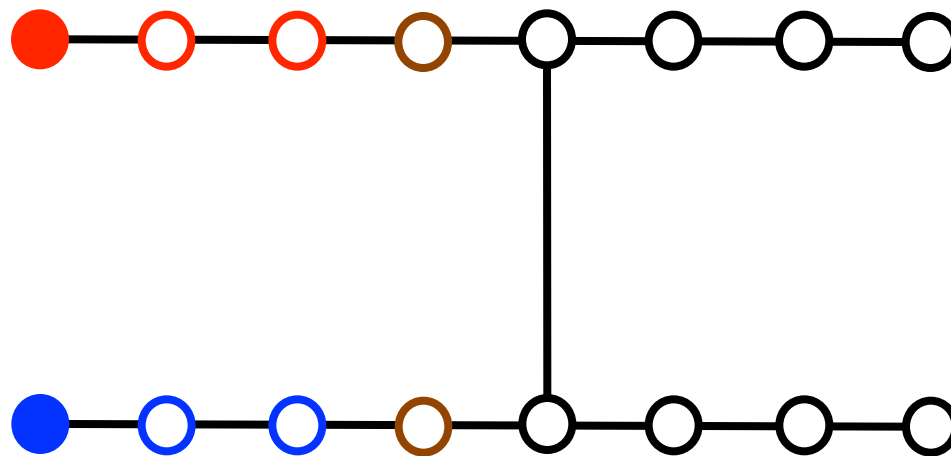
時間



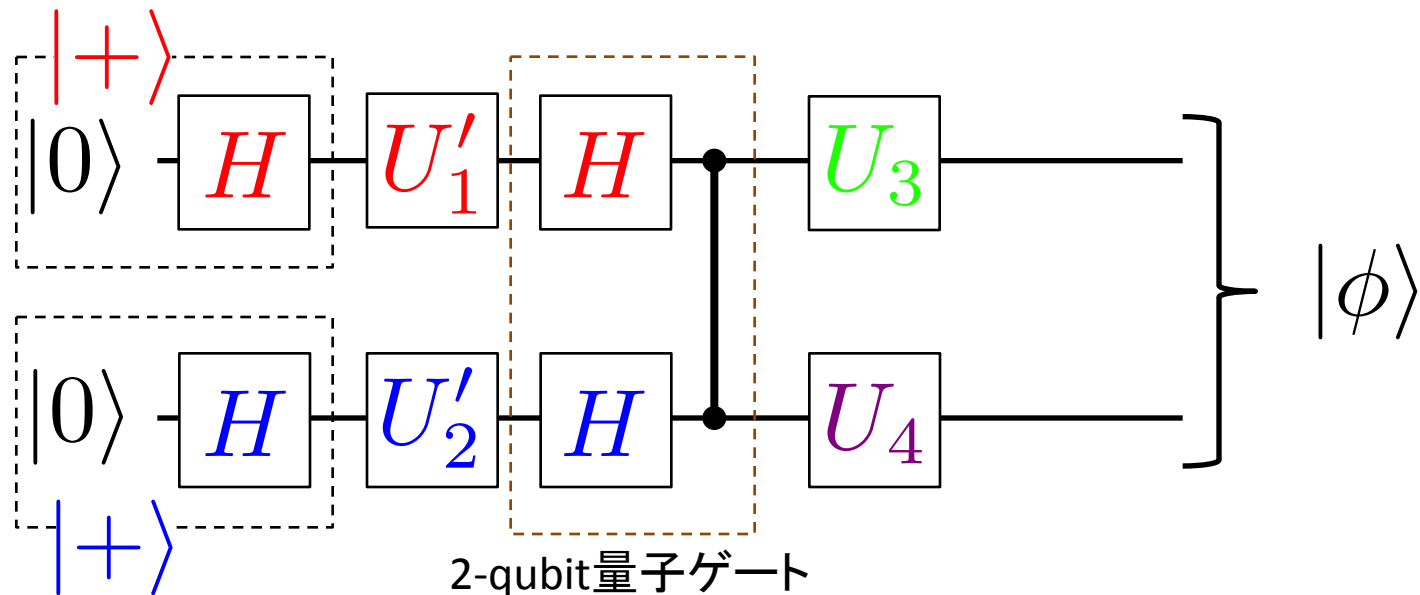
測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル



測定型量子計算
に変換

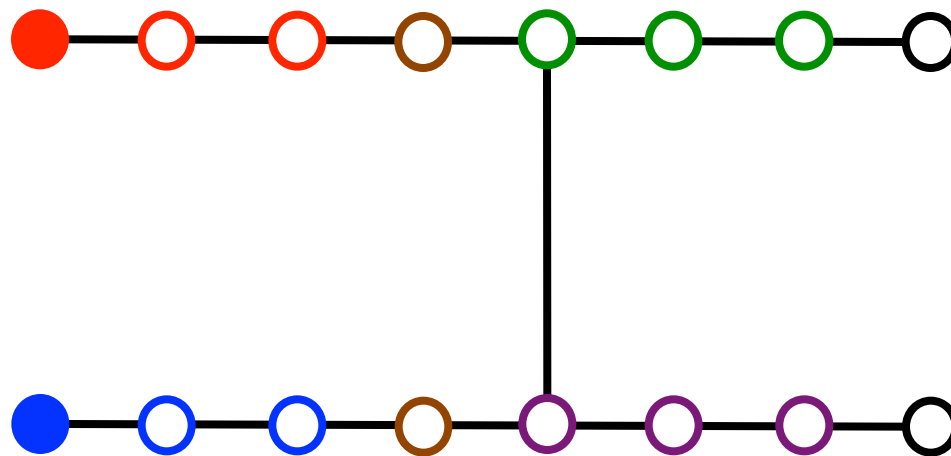


測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル



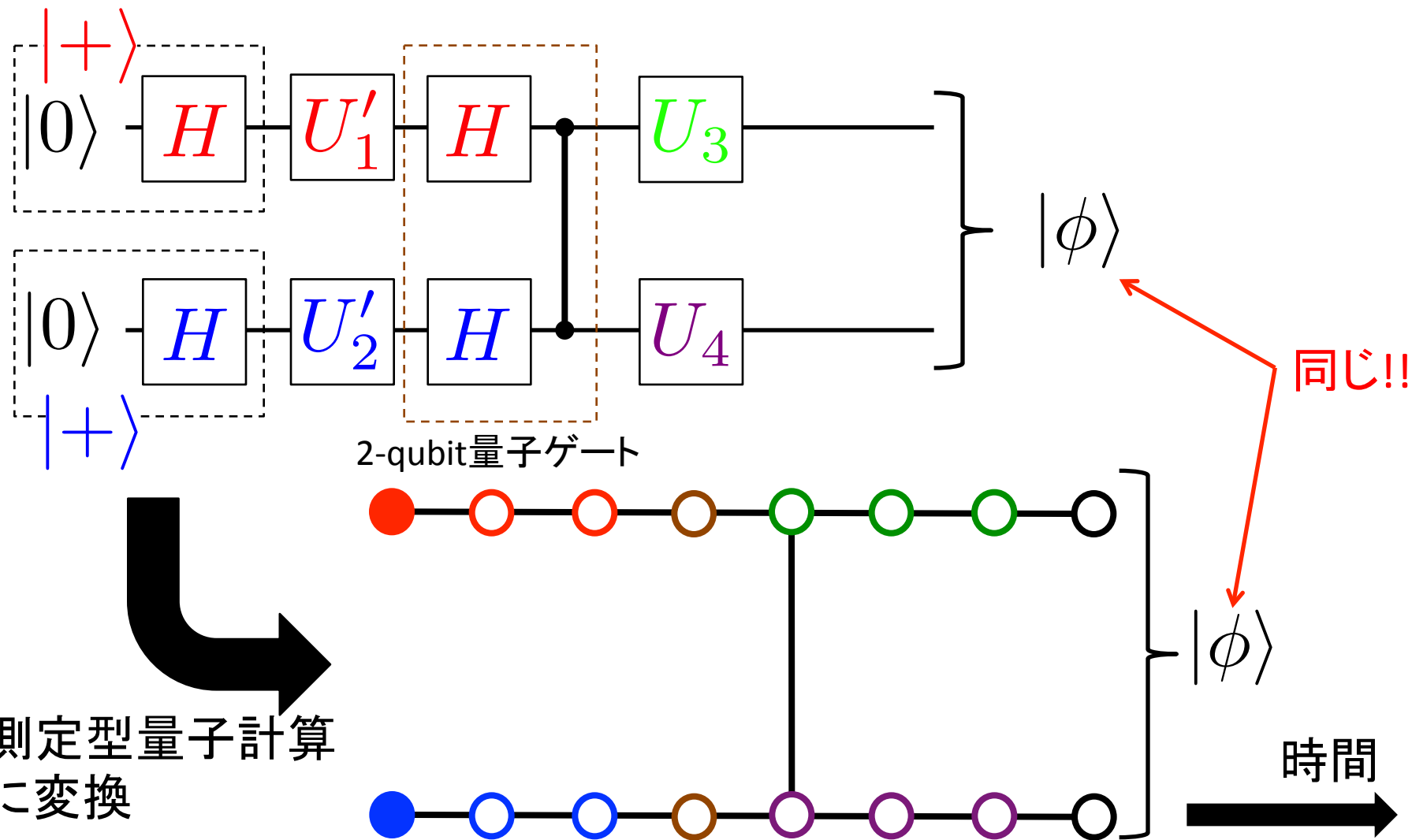
2-qubit量子ゲート

測定型量子計算
に変換



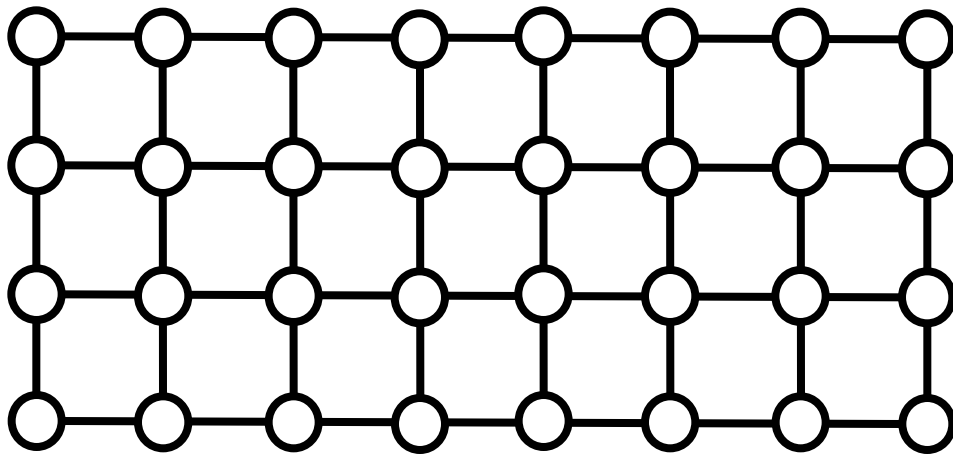
時間

測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル



測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル

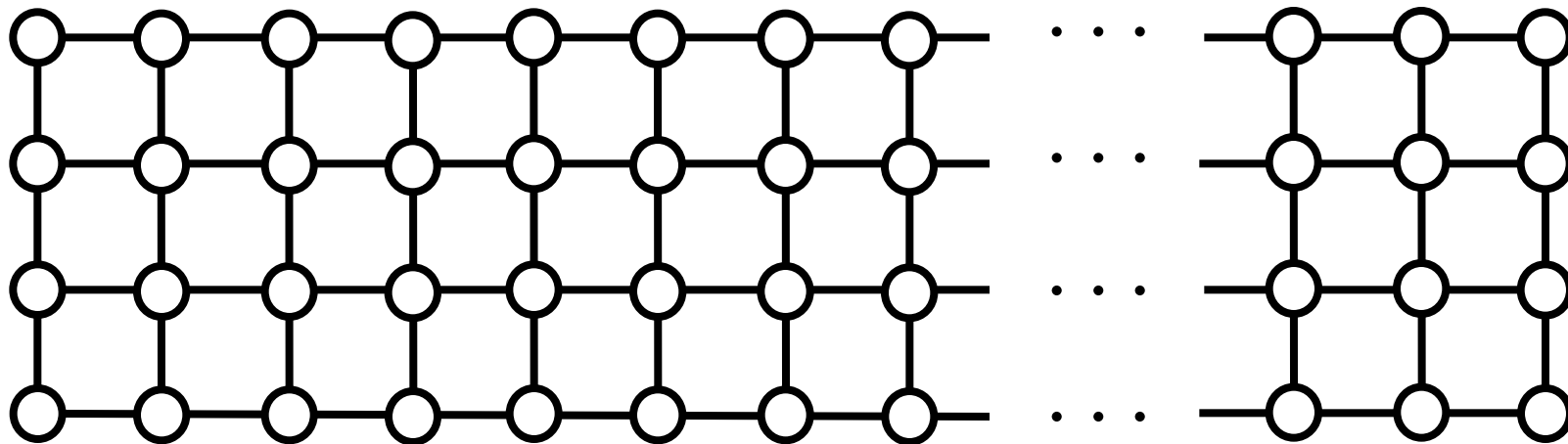
もっと多入力で長い測定型量子計算をするために...



測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル

もっと多入力で長い測定型量子計算をするために...

計算のステップ数を増やす

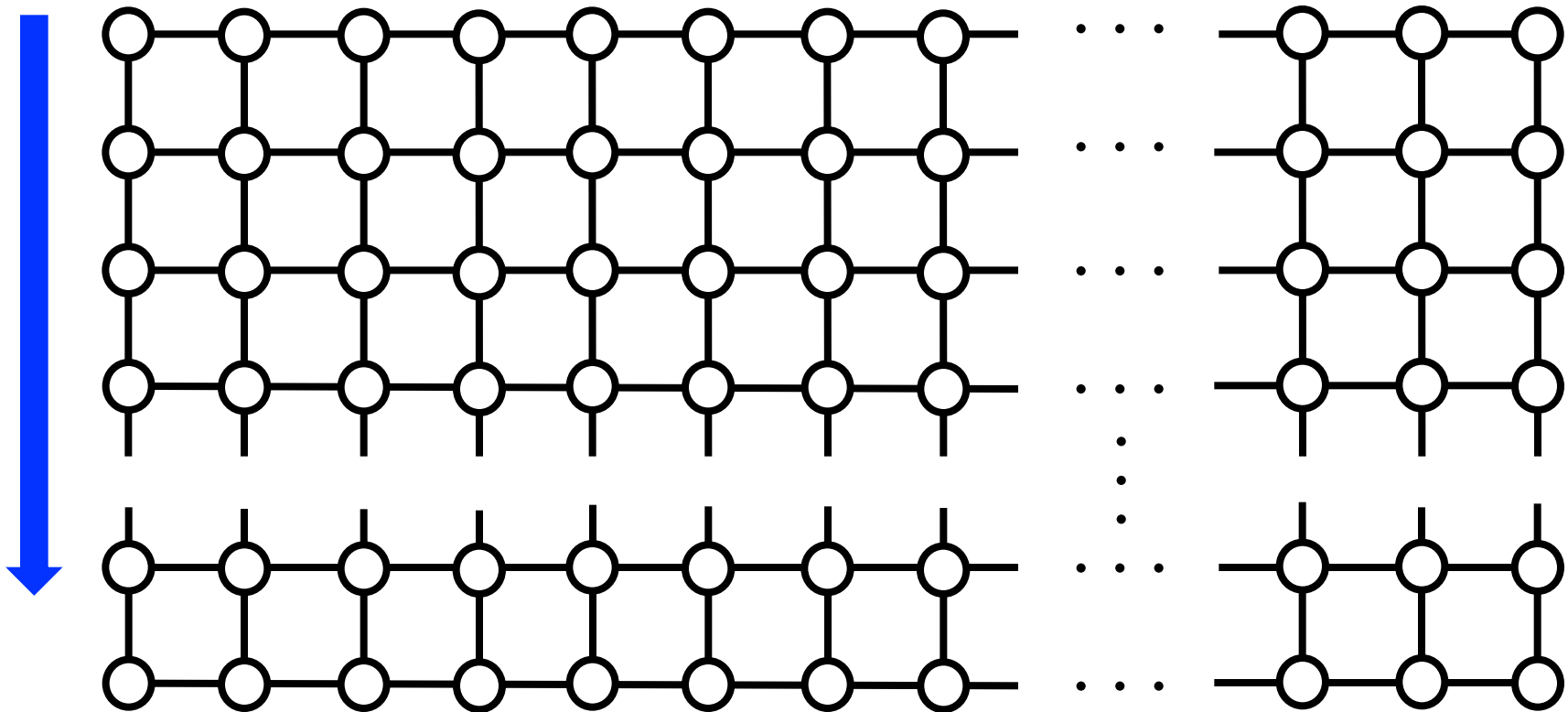


測定型量子計算 \supseteq 量子回路モデル

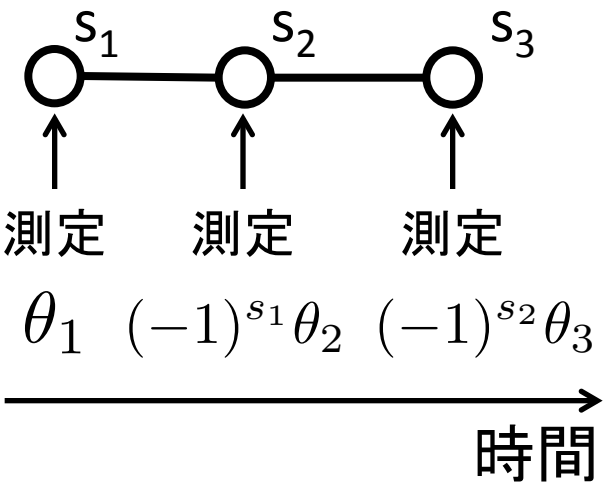
もっと多入力で長い測定型量子計算をするために...

入力qubit数を
増やす

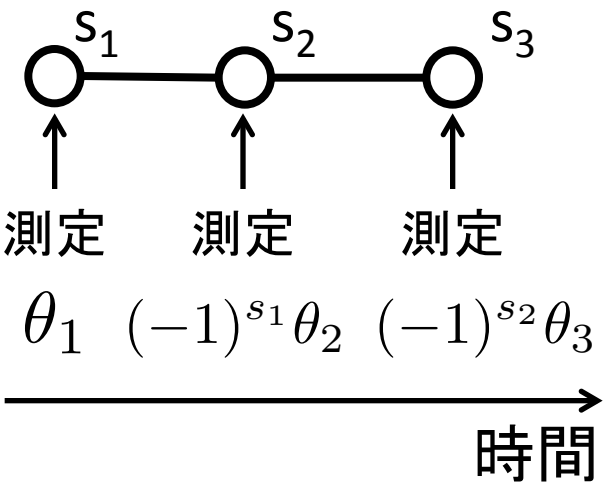
計算のステップ数を増やす



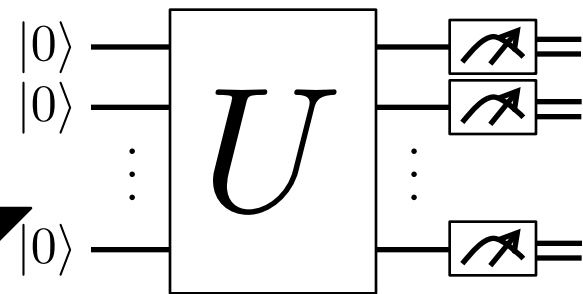
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



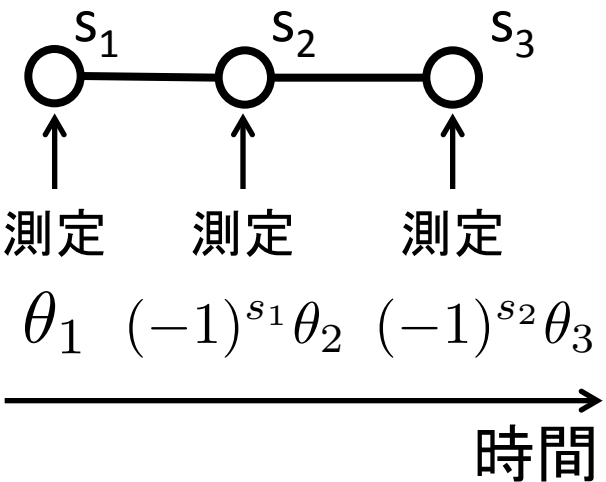
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



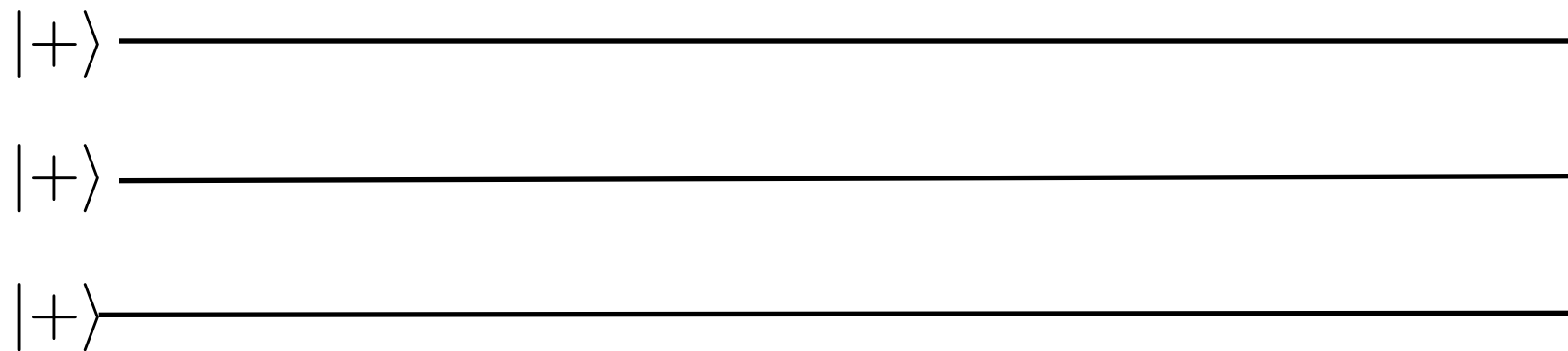
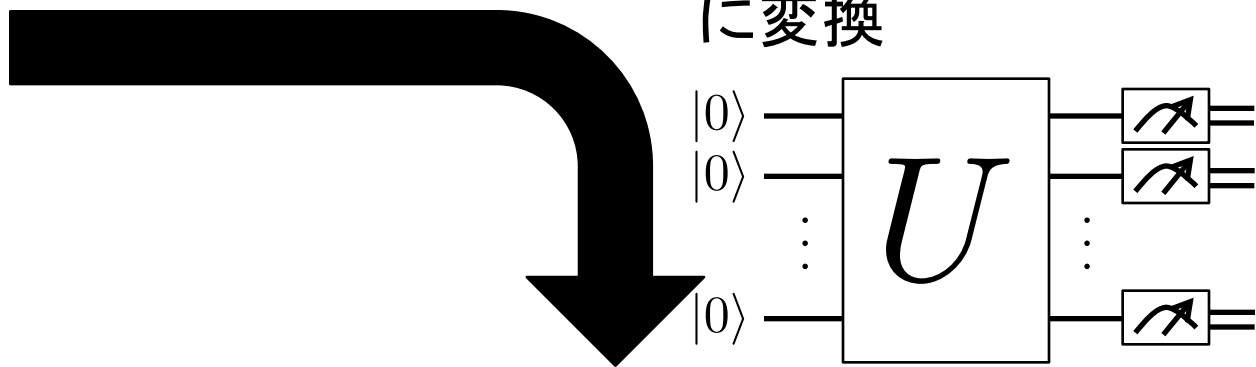
量子回路モデル
に変換



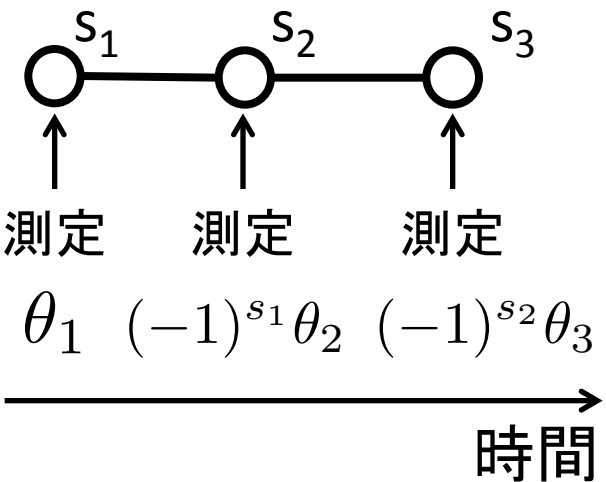
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



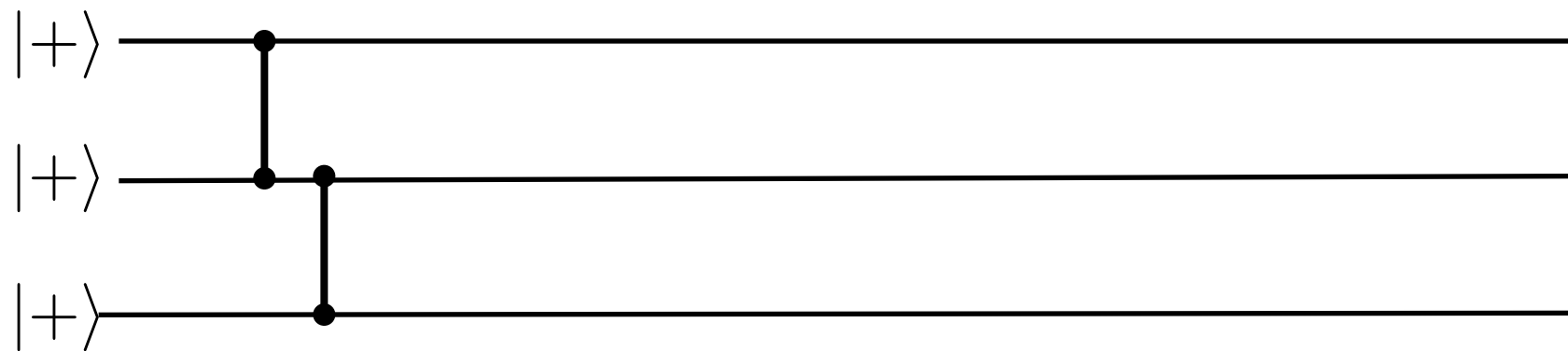
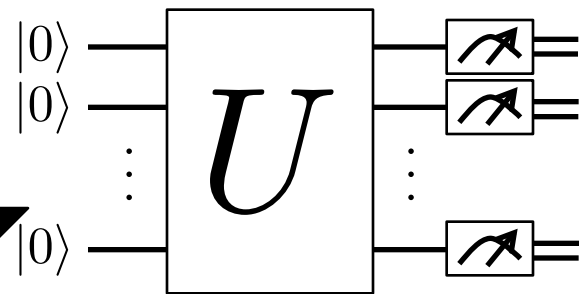
量子回路モデル
に変換



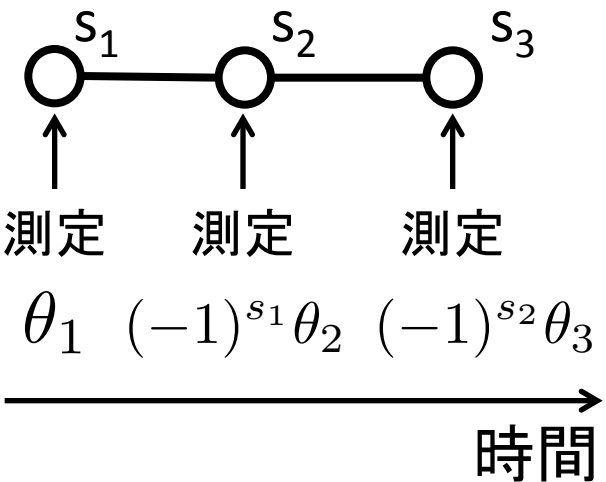
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



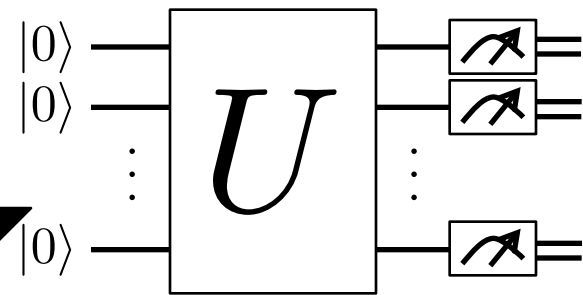
量子回路モデル
に変換



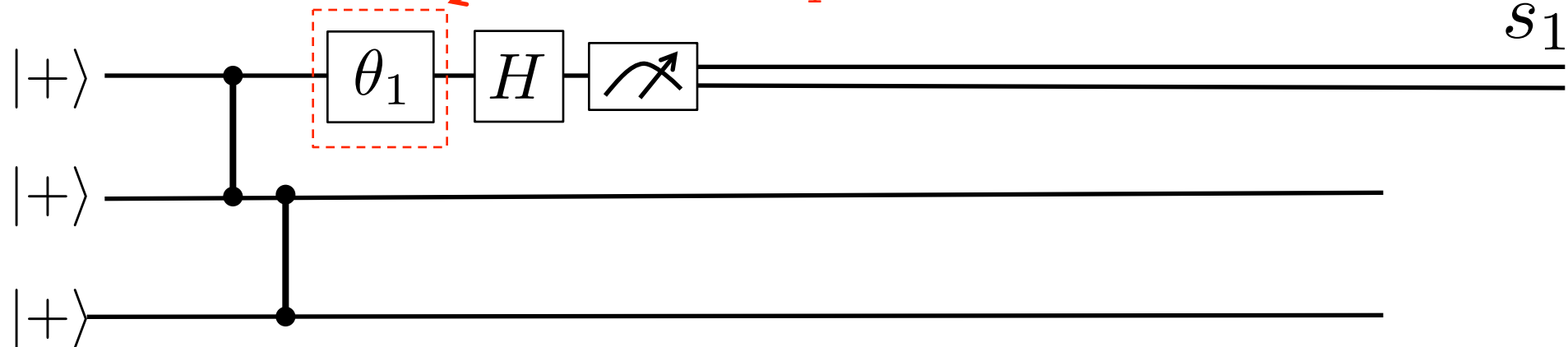
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



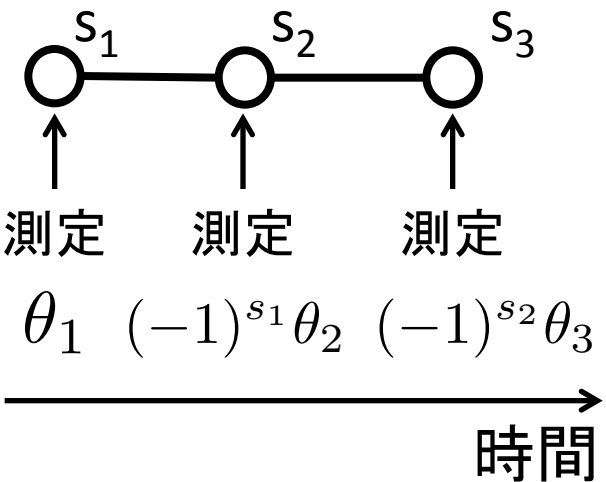
量子回路モデル
に変換



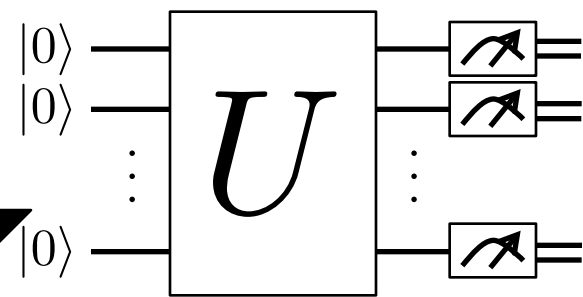
z 軸周りの θ_1 回転



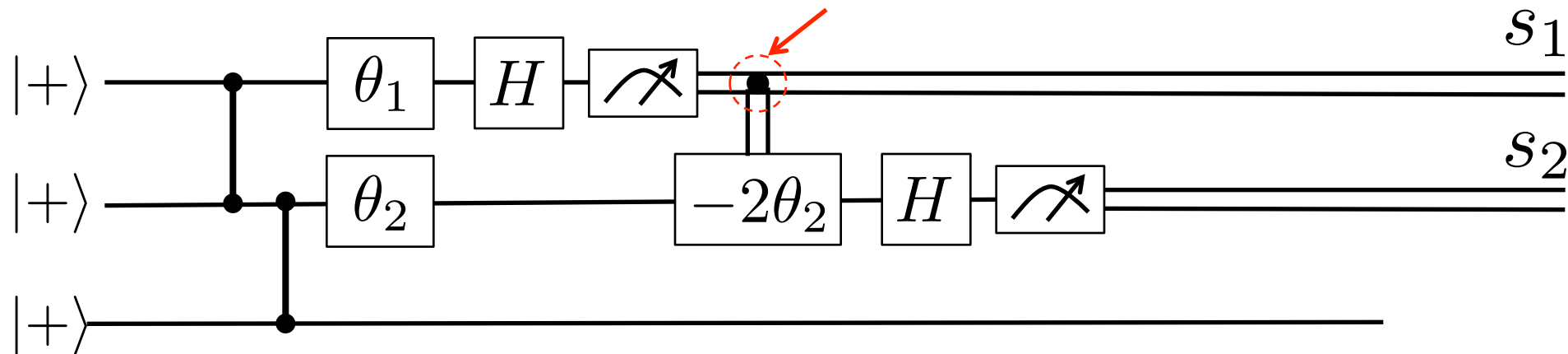
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



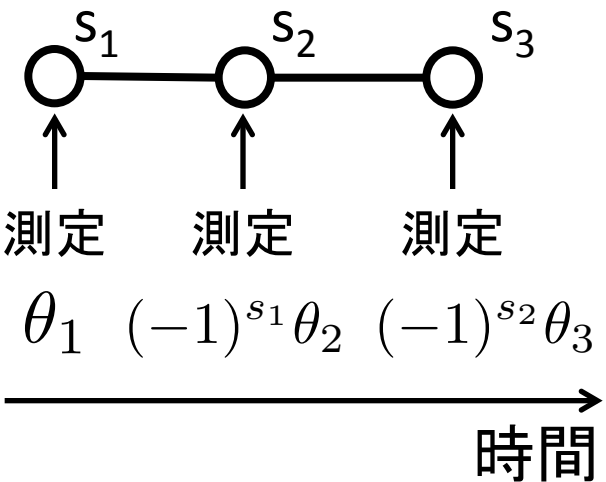
量子回路モデル
に変換



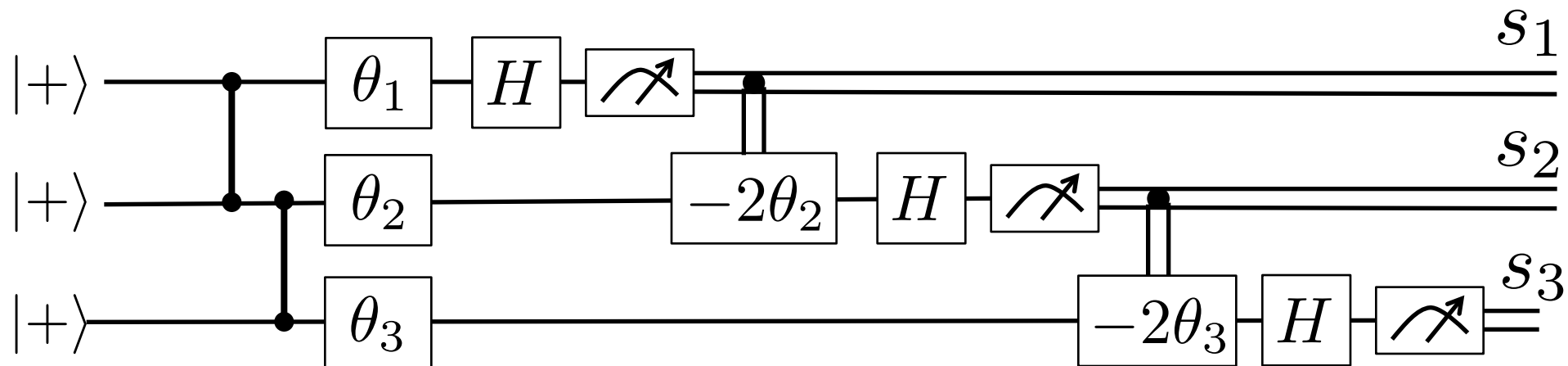
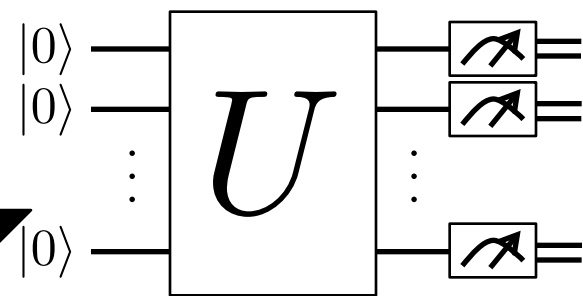
古典制御
($s_1=1$ の時だけz軸周りに $-2\theta_2$ 回す)



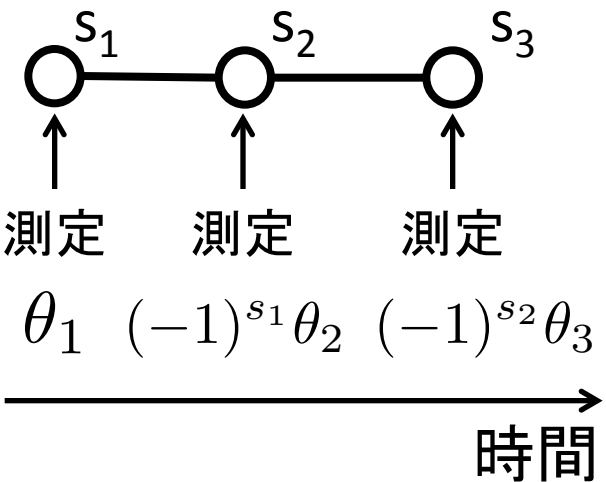
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



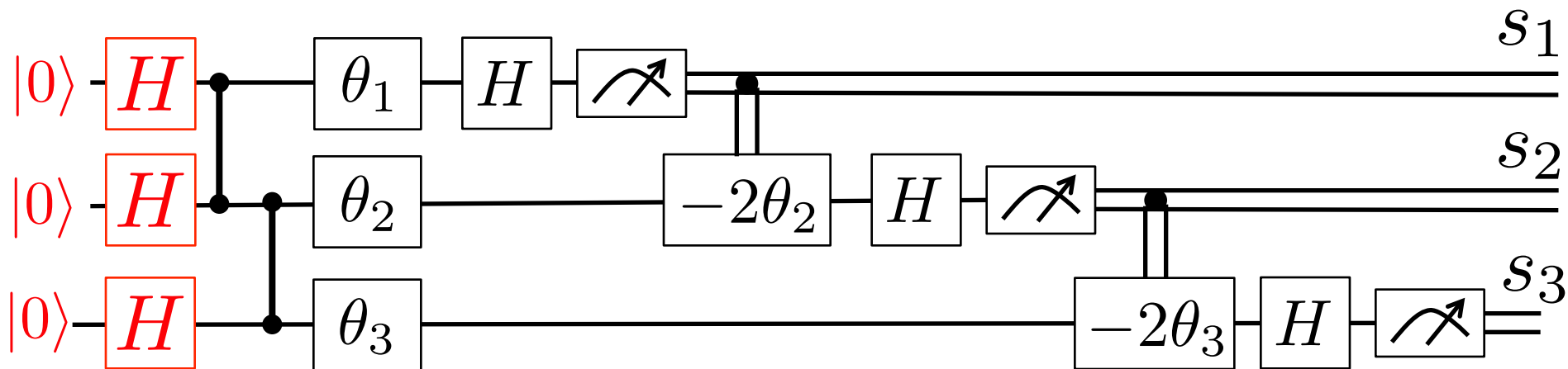
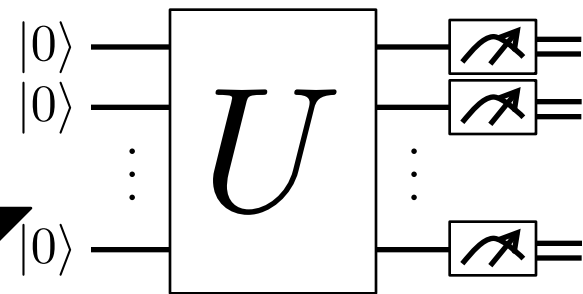
量子回路モデル
に変換



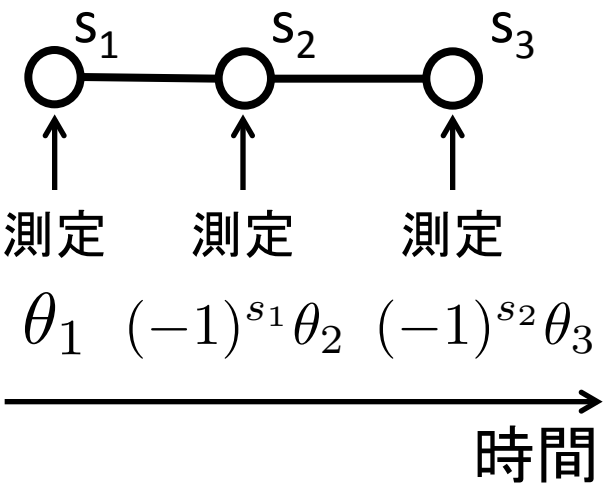
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



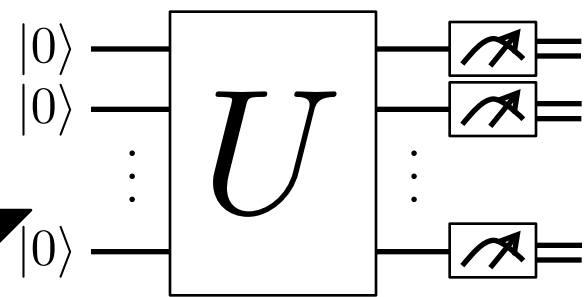
量子回路モデル
に変換



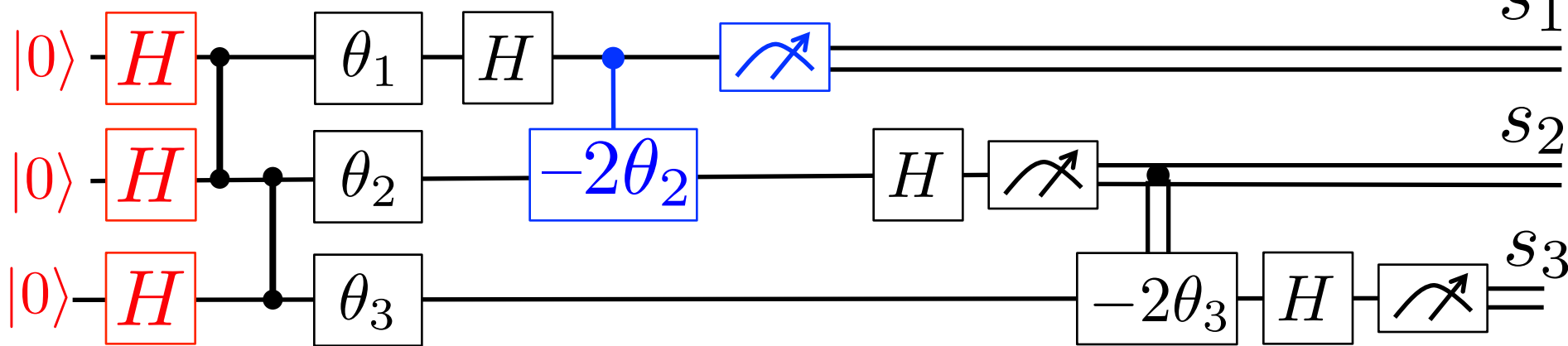
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



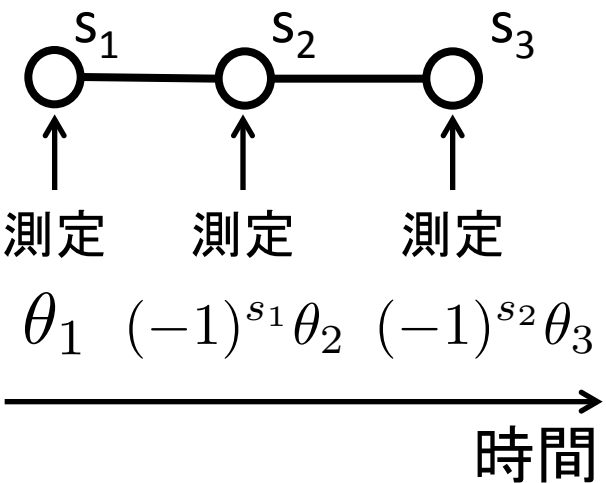
量子回路モデル
に変換



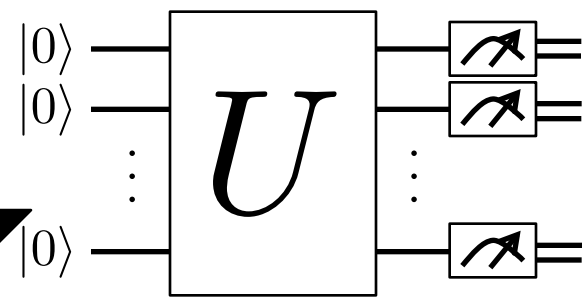
古典制御を量子制御に変換



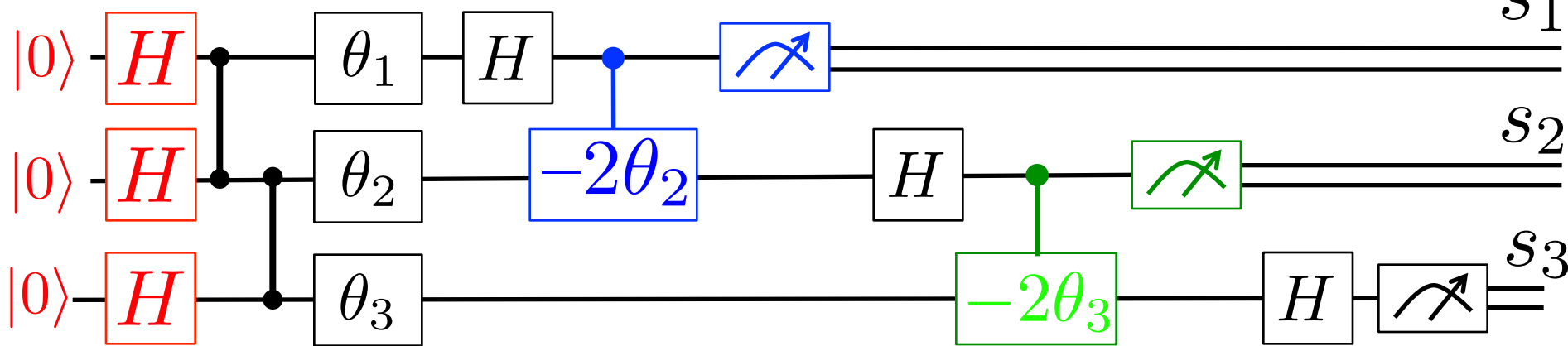
測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル



量子回路モデル
に変換



古典制御を量子制御に変換



測定型量子計算 \subseteq 量子回路モデル

同様の変換は、任意の測定型量子計算、つまり

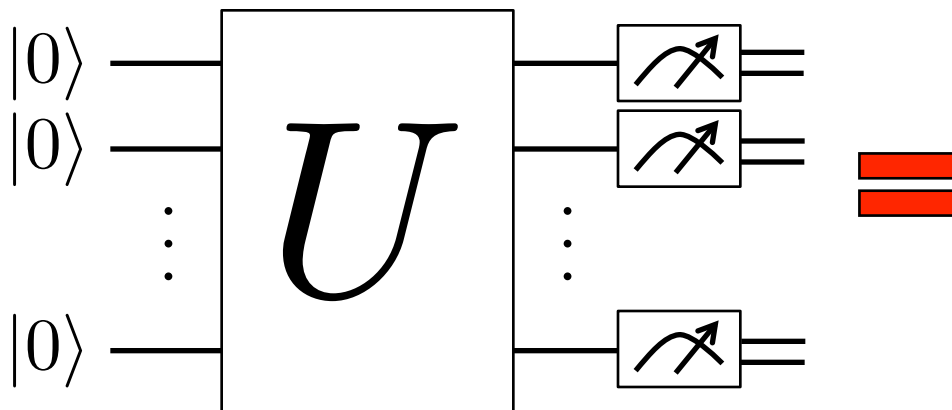
- 任意のグラフ状態
 - 任意の1-qubit(適応的)測定のパターン
- に対して行える。

測定型量子計算 = 量子回路モデル

同様の変換は、任意の測定型量子計算、つまり

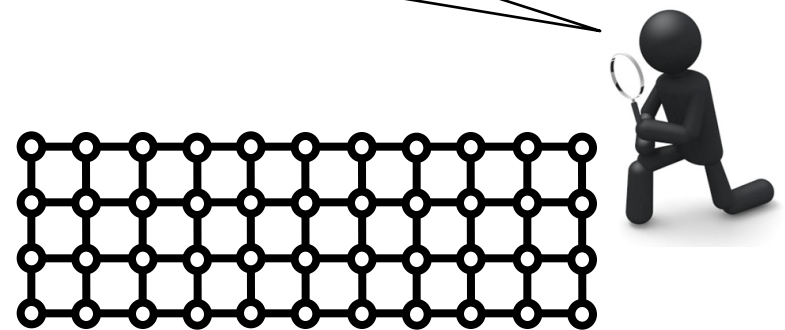
- 任意のグラフ状態
 - 任意の1-qubit(適応的)測定のパターン
- に対して行える。

量子回路モデル



測定型量子計算

- x-y平面の(適応的)測定
- パウリZ測定

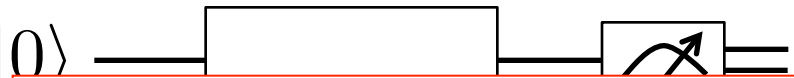


測定型量子計算 = 量子回路モデル

同様の変換は、任意の測定型量子計算、つまり

- 任意のグラフ状態
 - 任意の1-qubit(適応的)測定のパターン
- に対して行える。

量子回路モデル



測定型量子計算

- x-y平面の(適応的な)測定
- パウリZ測定

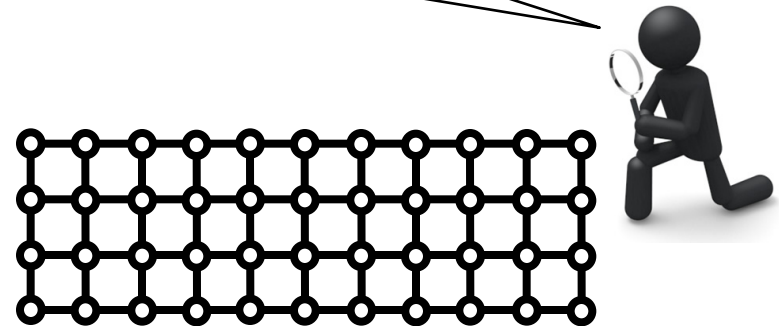
同じ計算能力なのに、
何故、異なるモデルを考えるのか？



目次

1. どんな量子状態を準備すれば良いのか？
2. どういう風に測定すれば良いのか？
3. 量子回路モデルとの等価性
4. 測定型量子計算の応用

- x-y平面の(適応的な)測定
 - パウリZ測定

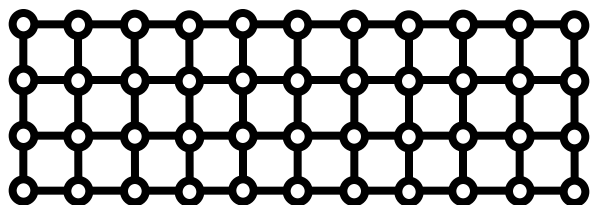


クラスター状態の生成 + x-y平面の測定、パウリZ測定

測定型量子計算の応用

測定型量子計算の手順

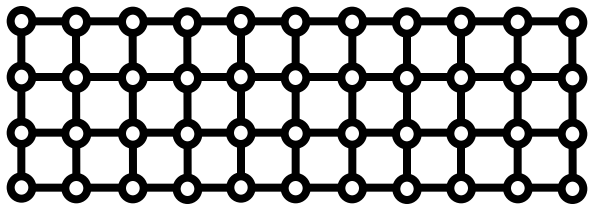
ステップ1: 量子状態の準備 → ステップ2: 状態の1-qubit測定



測定型量子計算の応用

測定型量子計算の手順

ステップ1: 量子状態の準備 → ステップ2: 状態の1-qubit測定



- 2量子ビット操作が必要
- 計算内容に無依存

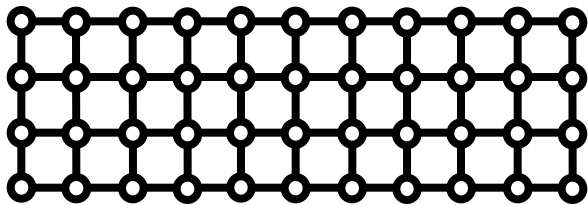


- 1量子ビット操作のみ
- 計算内容に依存

測定型量子計算の応用

測定型量子計算の手順

ステップ1: 量子状態の準備 → ステップ2: 状態の1-qubit測定



- 2量子ビット操作が必要
- 計算内容に無依存



- 1量子ビット操作のみ
- 計算内容に依存

量子回路モデルでは、

- 1, 2量子ビット操作の順序はごちゃ混ぜ
- 計算内容に無依存な場所が(一般的に)無い

測定型量子計算の応用

測定型量子計算は、様々な新しい視点を我々に与えてくれる。
例えば、以下のような研究に応用されている。

- ブラインド量子計算(安全なクラウド量子計算)
 - 物性物理(e.g. 分配関数)と量子計算の関連
 - 量子スプレマシー(量子計算の古典計算に対する優位性)
 - リソース理論(量子計算に有用な量子状態は何か?)
 - 量子エラー訂正
 - 量子計算量理論
 - 量子計算の検証
 - 量子計算の物理実装
- etc...

参考文献

今日の内容は、主に以下の論文の結果:

- [1] H. J. Briegel and R. Raussendorf, Phys. Rev. Lett. **86**, 910 (2001).
- [2] R. Raussendorf and H. J. Briegel, Phys. Rev. Lett. **86**, 5188 (2001).
- [3] R. Raussendorf, D. E. Browne, and H. J. Briegel, Phys. Rev. A **68**, 022312 (2003).
- [4] D. Gottesman and I. L. Chuang, Nature (London) **402**, 390 (1999).
- [5] D. Gottesman, arXiv:quant-ph/9705052 (1997).