

連続状態 RPA 理論による直接中性子捕獲反応の記述 ：励起状態間遷移への拡張

齊藤 照之, 松尾 正之
新潟大学

原子核物理でつむぐ r プロセス
2019/5/23

- (ざっくりと) 背景と動機
- 理論 (i) : 励起状態間遷移行列要素の強度関数 S_F の構成
- 数値計算例 : ^{52}Ca の強度関数 S_F , γ 線放出分岐比
- 理論 (ii) : 強度関数 S_F の直接中性子捕獲への適用

背景と動機

r-process と低エネルギー集団励起状態の関わり

例 : S. Goriely の r-abundance 計算 † †S. Goriely, Phys. Rev. Lett. B 436, 10 (1998).

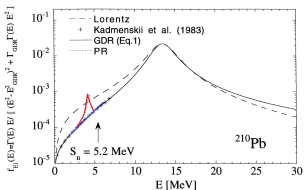


Fig. 1. $E1$ -strength function built on the ^{210}Pb ground state and described by a Lorentzian function of energy E_{GDR} and width Γ_{GDR} (dashed curve), the low-energy function of [2] (crosses) and the hybrid formula (IX full line). Also shown is the predicted PR contribution (dotted line).

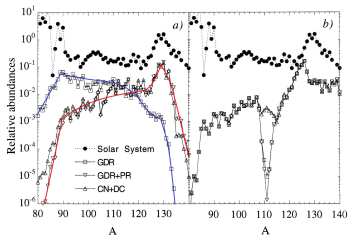


Fig. 6. a) r -abundance distributions for $T = 10^8 \text{ K}$, $N_c = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ and $\tau_n = 2.4 \text{ s}$ with 3 different estimates of the neutron capture rates: the standard GDR component, the GDR + PR strength and the damped statistical (CN) plus DC contribution. The top curve corresponds to the solar abundances arbitrarily normalized to same as a) for $T = 1.5 \times 10^8 \text{ K}$, $N_c = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ and $\tau_n = 0.3 \text{ s}$.

強度関数 (Pygmy 有 (赤); 無 (青))

r-abundance (Pygmy 有 (赤); 無 (青))

集団励起を考慮した $(n, \gamma), (\gamma, n)$ 反応を記述する必要性

背景と動機

cRPA で直接中性子捕獲を記述する

- 複合核反応 (compound nucleus reaction)
- 直接反応 (direct reaction)
potential model (一粒子モデル)

$$\sigma \propto |\langle \phi_f | M | \phi_i \rangle|^2 \quad \phi_f, \phi_i : \text{single particle w.f.}$$

↓

連続状態 RPA(cRPA) による集団励起を含んだ記述へ

$$\sigma \propto |\langle f | \hat{M} | i \rangle|^2 \quad |f\rangle, |i\rangle : (\text{N-body}) \text{ RPA state}$$



RPAで扱う
残留相互作用

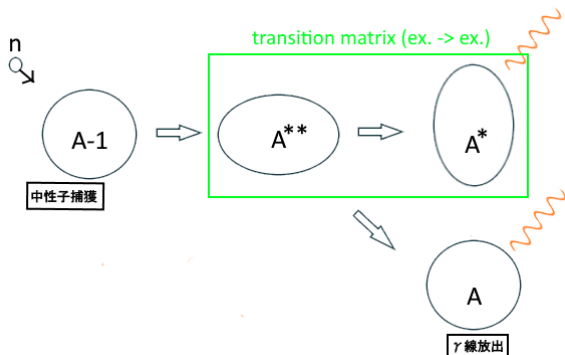
本研究の目的

拡張としての励起状態間 γ 放出遷移経路の直接中性子捕獲の記述

cRPA で、直接過程としての中性子捕獲を記述する

$$|k'_{A-1}\rangle + n \rightarrow |k_A\rangle \rightarrow |i_A\rangle + \gamma$$

$|i_A\rangle = |g.s._A\rangle$ の場合 : M. Matsuo (2015) で定式化 \rightarrow 励起状態間へ拡張する



理論 (i)

線型応答理論の励起状態間への拡張：強度関数から励起状態間遷移行列要素をつくる

外場 \hat{M} , RPA 励起モードの演算子 \hat{O}_i^\dagger

$$\begin{aligned} S_{MO^\dagger}(\hbar\omega) &= \sum_k |\langle \Psi_k | \hat{M} \hat{O}_i^\dagger | \Psi_0 \rangle|^2 \delta(\hbar\omega - (E_k - E_0)) \\ &= \sum_k |\langle \Psi_k | \hat{M} | \Psi_i \rangle|^2 \delta(\hbar\omega - (E_k - E_0)) \end{aligned}$$

↓ 準ボソン近似 $[\hat{O}_k, \hat{O}_i^\dagger] = \delta_{ik}$

外場 $\hat{F} \equiv [\hat{M}, \hat{O}_i^\dagger]$

$$\begin{aligned} S_F(\hbar\omega) &= \sum_k |\langle \Psi_k | [\hat{M}, \hat{O}_i^\dagger] | \Psi_0 \rangle|^2 \delta(\hbar\omega - (E_k - E_0)) \\ &= \sum_k |\langle \Psi_k | \hat{M} | \Psi_i \rangle|^2 \delta(\hbar\omega - (E_k - E_0)) \end{aligned}$$

理論 (i)

線型応答理論の励起状態間への拡張：外場 $\hat{F} \equiv [\hat{M}, \hat{O}_i^\dagger]$ の表式

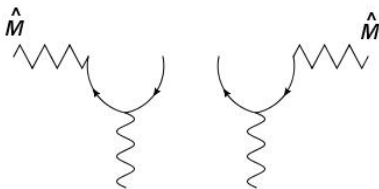
$$\hat{O}_i^\dagger = \sum_{ph} X_{ph}^i a_p^\dagger a_h - Y_{ph}^i a_h^\dagger a_p$$

$$\hat{M}(t) = \int d\mathbf{r} f(\mathbf{r}, t) \hat{\rho}(\mathbf{r}) \quad f(\mathbf{r}) = r^L Y_{LM}(\theta, \phi)$$

非局所一体演算子 \hat{F}

$$\hat{F} = \iint dx dy F(x, y, t) \Psi^\dagger(x) \Psi(y) \quad x \equiv (\mathbf{r}, \sigma)$$

$$F(x, y, t) \equiv \{f(\mathbf{r}_x, t) - f(\mathbf{r}_y, t)\} \left\{ \sum_{ph} X_{ph}^i \psi_p(x) \psi_h^*(y) - Y_{ph}^i \psi_h(x) \psi_p^*(y) \right\}$$



理論 (i)

線型応答理論の励起状態間への拡張：外場 \hat{F} の始状態の cRPA による取扱い

$$F(x, y, t) \equiv \{f(\mathbf{r}_x, t) - f(\mathbf{r}_y, t)\} \boxed{\left\{ \sum_{ph} X_{ph}^i \psi_p(x) \psi_h^*(y) - Y_{ph}^i \psi_h(x) \psi_p^*(y) \right\}}$$

discretized

遷移密度行列 $\rho^{(tr)i}(x, y)$

$$\rho^{(tr)i}(x, y) \equiv \langle 0 | \hat{\rho}(x, y) | i \rangle = \sum_{ph} X_{ph}^i \psi_p(x) \psi_h^*(y) + Y_{ph}^i \psi_h(x) \psi_p^*(y)$$

cRPA で計算可能な $\bar{\rho}^{(tr)i}(x, y)$

$$\bar{\rho}^{(tr)i}(x, y) = \sum_{ph} X_{ph}^i \psi_p(x) \psi_h^*(y) - Y_{ph}^i \psi_h(x) \psi_p^*(y)$$

より

$$F(x, y, t) \equiv \{f(\mathbf{r}_x, t) - f(\mathbf{r}_y, t)\} \boxed{\bar{\rho}^{(tr)i}(x, y)}$$

continuum

理論 (i)

線型応答理論の励起状態間の拡張：強度関数 S_F 計算のアルゴリズム

\hat{F} に対する線型応答方程式 (密度応答 $\delta\rho(\mathbf{r}_x, \omega)$ 積分方程式)

$$\begin{aligned}\delta\rho(\mathbf{r}_x, \omega) &= \int d\mathbf{r}' R_0(\mathbf{r}_x, \mathbf{r}', \omega) \frac{\delta U}{\delta\rho}(\mathbf{r}') \delta\rho(\mathbf{r}', \omega) \\ &\quad + \sum_{\sigma_x} \iint dx' dy' R_0(x, x'; y', x'; \omega) F(x', y', \omega)\end{aligned}$$

密度行列応答 $\delta\rho(y, x, \omega)$ の計算式

$$\begin{aligned}\delta\rho(y, x, \omega) &= \int dx' R_0(y, x; x', x'; \omega) \frac{\delta U}{\delta\rho}(\mathbf{r}_{x'}, \omega) \\ &\quad + \iint dx' dy' R_0(y, x; y', x'; \omega) F(x', y', \omega)\end{aligned}$$

強度関数 $S_F(\hbar\omega)$

$$S_F(\hbar\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \iint dx dy F^*(y, x, \omega) \delta\rho(y, x, \omega)$$

数値計算例

各種設定：ポテンシャル/計算する原子核と遷移

-
- ・球対称を仮定
-

- ・平均場：Woods-Saxon 型ポテンシャル
- ・残留相互作用：Skyrme 型相互作用

$$v_{ph}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (t_0(1 + x_0 P_\sigma) + t_3(1 + x_3 P_\sigma)\rho(r))\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

- ・(励起状態間に印加する) 外場：isovector dipole

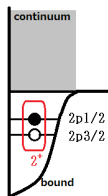
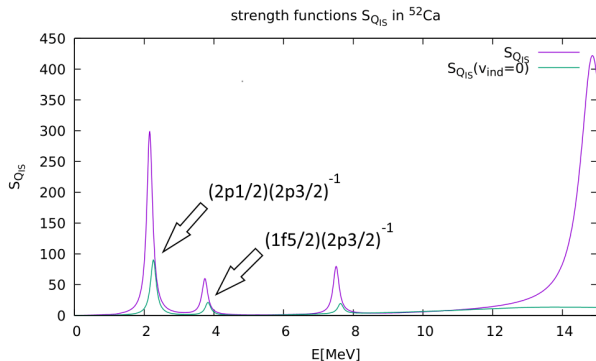
$$\hat{D}_{IV} = \frac{Z}{A} \sum_n r Y_{1M} - \frac{N}{A} \sum_p r Y_{1M}$$

原子核 ^{52}Ca について

- ・ $|2^+\rangle \rightarrow |1^-\rangle$ の強度関数 S_F ,
- ・ 逆過程 $|1^-\rangle \rightarrow |2^+\rangle + \gamma$ 光放出遷移確率 T を計算

数値計算例

各種設定：用意する $|2^+\rangle$ 始状態



- ・ 励起モード \hat{O}_i^\dagger は、単一 $1p1h$ 状態で近似
→ $|2^+\rangle = (2p1/2)(2p3/2)^{-1}, (1f5/2)(2p3/2)^{-1}$
※陽子への摂動は一切無視される

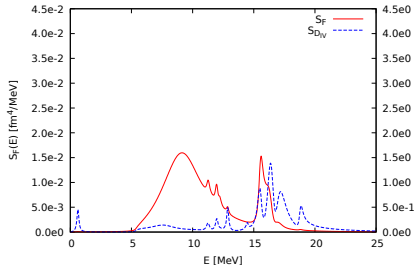
数値計算例

^{52}Ca の E1 強度関数 $S_{D_{IV}}, S_F$ ($|2^+\rangle = (1f5/2)(2p3/2)^{-1}$)

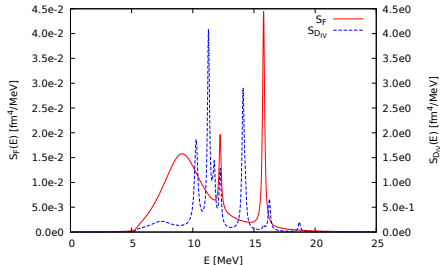
特定のピーク $E = E_{1-}$ において

$$S_{D_{IV}}(E_{1-}) \propto |\langle 1^- | \hat{D}_{IV} | 0 \rangle|^2$$

$$S_F(E_{1-}) \propto |\langle 1^- | \hat{D}_{IV} | 2^+ = (1f5/2)(2p3/2)^{-1} \rangle|^2$$



強度関数 S_D, S_F (RPA 相関有り)



強度関数 S_D, S_F (RPA 相関無し)

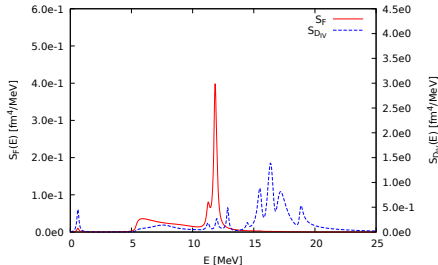
数値計算例

^{52}Ca の E1 強度関数 $S_{D_{IV}}, S_F$ $|2^+\rangle = (2p1/2)(2p3/2)^{-1}$

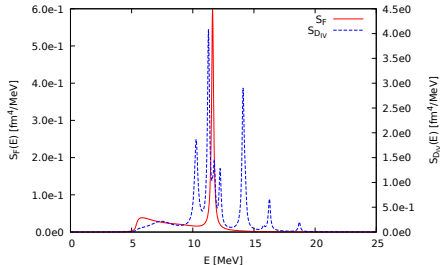
特定のピーク $E = E_{1-}$ において

$$S_{D_{IV}}(E_{1-}) \propto |\langle 1^- | \hat{D}_{IV} | 0 \rangle|^2$$

$$S_F(E_{1-}) \propto |\langle 1^- | \hat{D}_{IV} | 2^+ = (2p1/2)(2p3/2)^{-1} \rangle|^2$$



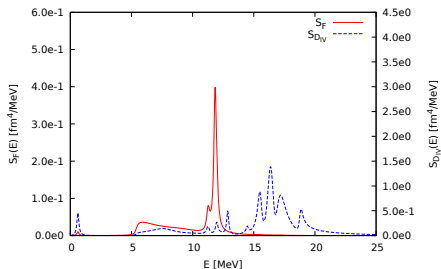
強度関数 S_D, S_F (RPA 相関有り)



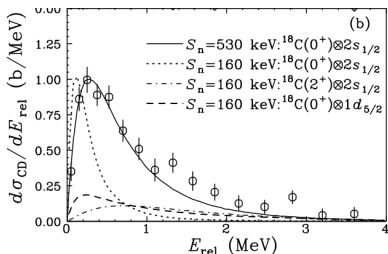
強度関数 S_D, S_F (RPA 相関無し)

数値計算例

^{52}Ca の E1 強度関数 $S_{D_{IV}}, S_F$ $|2^+\rangle = (2p1/2)(2p3/2)^{-1}$



強度関数 S_D, S_F (RPA 相関有り)



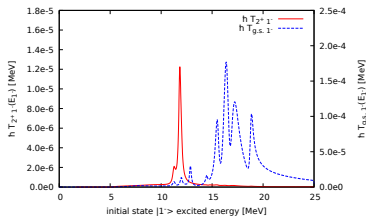
Nakamura ら[†] の ^{19}C の Coulomb 分解実験

$S_n = 5.3\text{MeV}$ からの鋭い立ち上がり : $|2^+\rangle$ の粒子散乱 $2p1/2 \rightarrow cont.s1/2$
 ^{19}C の $s1/2 \rightarrow cont.p$ の鋭い立ち上がり (左図) と同様

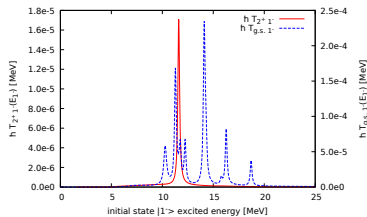
[†] T. Nakamura et al., Phys. Rev. Lett. 83. 1112 (1999).

数値計算例

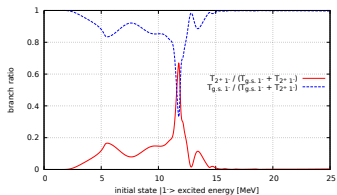
E1 光放出遷移確率 $T_{fi} \quad |i\rangle = |1^-\rangle \rightarrow |f\rangle = |2^+\rangle = (2p1/2)(2p3/2)^{-1}$ or $= |0\rangle$



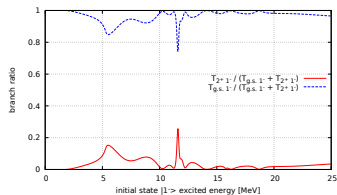
光放出遷移確率 T_{fi} (RPA 相関有り)



光放出遷移確率 T_{fi} (RPA 相関無し)



branching ratio(RPA 相関有り)

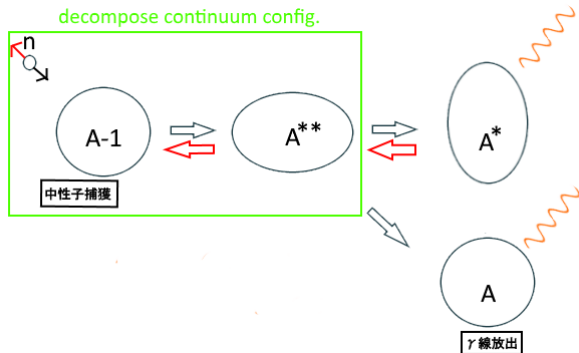


branching ratio(RPA 相関無し)

理論 (ii)

直接中性子捕獲の記述：中性子放出チャンネルを抽出する

$$|k'_{A-1}\rangle + n \rightarrow |k_A\rangle \rightarrow |i_A\rangle + \gamma \iff |k'_{A-1}\rangle + n \leftarrow |k_A\rangle \leftarrow |i_A\rangle + \gamma$$



逆過程の中性子放出を考え、強度関数 S_F から連続状態配位を分離する

理論 (ii)

直接中性子捕獲の記述 : Zangwill, Soven の方法 † による強度関数の分解

† P. Zangwill, A. Soven, Phys. Rev. A 21, 1561 (1980).
M. Matsuo, Phys. Rev. C 91, 034604 (2015).

多重極場 \hat{M} の場合

$$\begin{aligned} S_M(\hbar\omega) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int d\mathbf{r} v_{\text{ext}}^*(\mathbf{r}) \delta\rho(\mathbf{r}, \omega) \\ &= \sum_k |\langle \Psi_k | \hat{M} | \Psi_0 \rangle|^2 \delta(\hbar\omega - (E_k - E_0)) \end{aligned}$$

↓

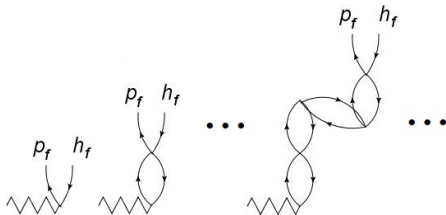
$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \iint d\mathbf{r} d\mathbf{r}' v_{\text{scf}}^*(\mathbf{r}) R_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) v_{\text{scf}}(\mathbf{r}') \\ &= \sum_{h_f, p_f} |\langle h_f p_f | \hat{V}_{\text{scf}}(\omega) | 0_{HF} \rangle|^2 \delta(\hbar\omega - (\epsilon_{p_f} - \epsilon_{h_f})) \end{aligned}$$

理論 (ii)

直接中性子捕獲の記述：強度関数 S_M のダイアグラム

多重極場 \hat{M} の場合

$$\begin{aligned} V_{scf} &= M + K\delta\rho \\ &= M + KR_0M + KR_0KR_0M + KR_0KR_0KR_0M + \dots \end{aligned}$$

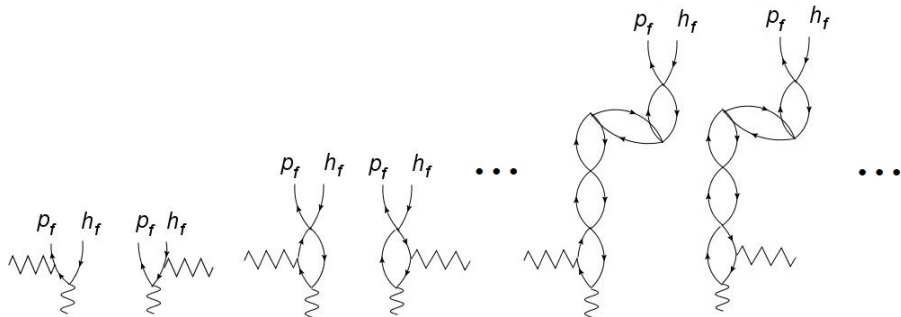


理論 (ii)

直接中性子捕獲の記述：強度関数 S_F のダイアグラム

外場 \hat{F} の場合 ($\hat{M} \rightarrow \hat{F}$)

$$\begin{aligned} V_{scf} &= F + K\delta\rho \\ &= F + KR_0F + KR_0KR_0F + KR_0KR_0KR_0F + \dots \end{aligned}$$



理論 (ii)

直接中性子捕獲の記述：中性子放出，捕獲の部分断面積

強度関数の分解

$$\begin{aligned}\sigma_{\gamma}(E_{\gamma}) &= f(E_{\gamma})S_F(E_{\gamma} + E_i) \\ &= \sum_{h_f, p_f(\epsilon_{p_f} < 0)} \sigma_{\gamma \rightarrow \text{no emi.}}(E_{\gamma}) + \sum_{h_f, p_f(\epsilon_{p_f} > 0)} \sigma_{\gamma \rightarrow \text{1p emi.}}(E_{\gamma})\end{aligned}$$

特定の量子数の中性子放出 ($|f\rangle = |h_f(\text{bound}), p_f(\text{cont.})\rangle$) の光吸収部分断面積

$$\begin{aligned}\sigma_{\gamma \rightarrow h_f, p_f}(E_{\gamma}) &= -\frac{f(E_{\gamma})}{\pi} \text{Im} \iiint \iiint dx dy dx' dy' \phi_{h_f}^*(x) v_{scf}^*(y, x, \omega') \\ &\quad \times G_{p_f}(y, x', E'_{\gamma} - \epsilon_{h_f} + i\eta) v_{scf}(x', y', \omega') \phi_{h_f}(y')\end{aligned}$$

詳細釣り合い (detailed balance)

$$\sigma_{emi.}(E_{\gamma}) \rightleftharpoons \sigma_{cap.}(e_{kin.})$$

まとめ

ここまで

- cRPA で励起状態間遷移行列要素を振幅に持つ強度関数 S_F を定式化
- Zangwill, Soven の方法で強度関数 S_F を分解, 中性子放出チャンネルの抽出

今後の展開

RPA 関連の直接中性子捕獲への影響の評価として...

- 外場 \hat{F} の完全な場合 (RPA 始状態の完全な取扱い) で数値計算
- HF+RPA の枠組みで直接中性子捕獲過程の数値計算
- HFB+QRPA の枠組みへ拡張し,
対相関,(Q)RPA 相関を取り込んだ直接中性子捕獲の記述へ