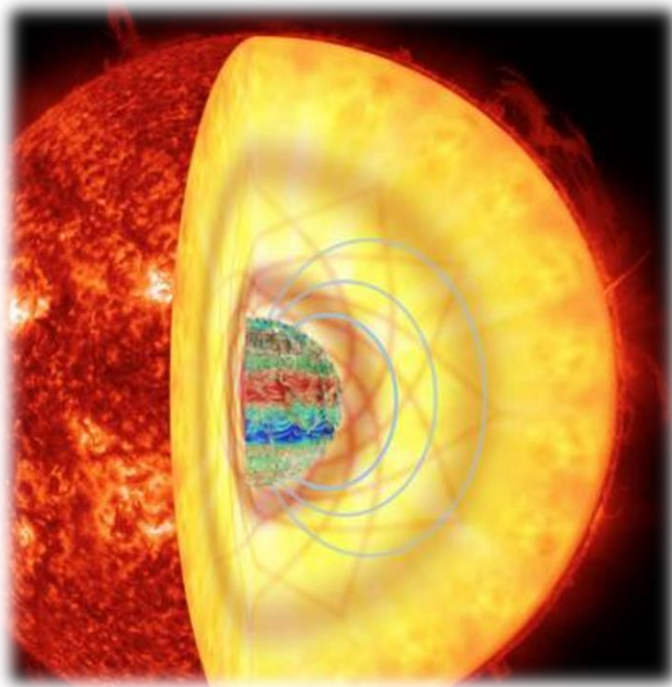
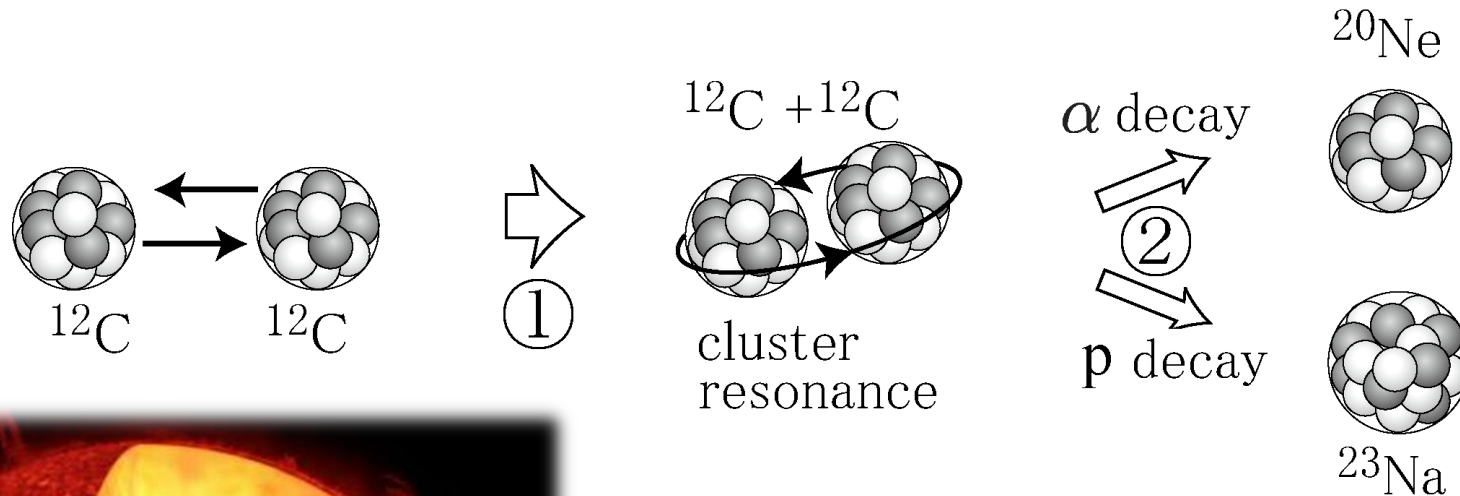


クラスター共鳴に対する 新しい研究アプローチ

木村 真明 (北大理, 北大核データセンター)

1. クラスター共鳴に対する新しいアプローチ
2. PDRの議論への応用

He, C 燃焼過程とクラスター共鳴

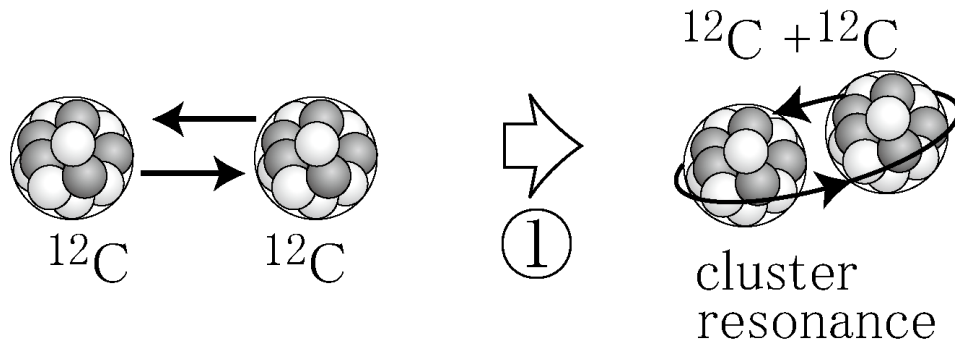


クラスター共鳴の性質が、核融合反応率を決定する

- ① Gamow windowに共鳴があると、反応率は桁で増大する
- ② その場合には、共鳴がどのように崩壊するかで、反応生成物が決まる

共鳴パラメータの決定が第一義的に重要

He, C 燃焼過程とクラスター共鳴



反応率は極めて小さく、
直接測定は不可能
間接的測定に頼らざるを得ない

例) トロイの木馬法による間接測定

LETTER

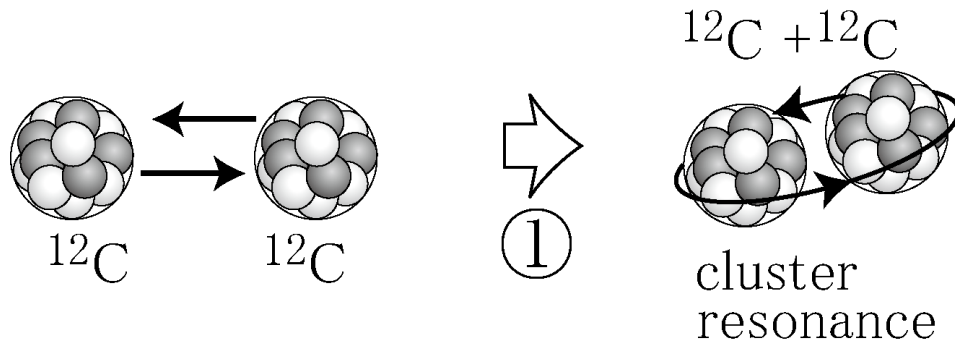
A. Tumino et al., Nature 557 (2018).

<https://doi.org/10.1038/s41586-018-0149-4>

An increase in the $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ fusion rate from resonances at astrophysical energies

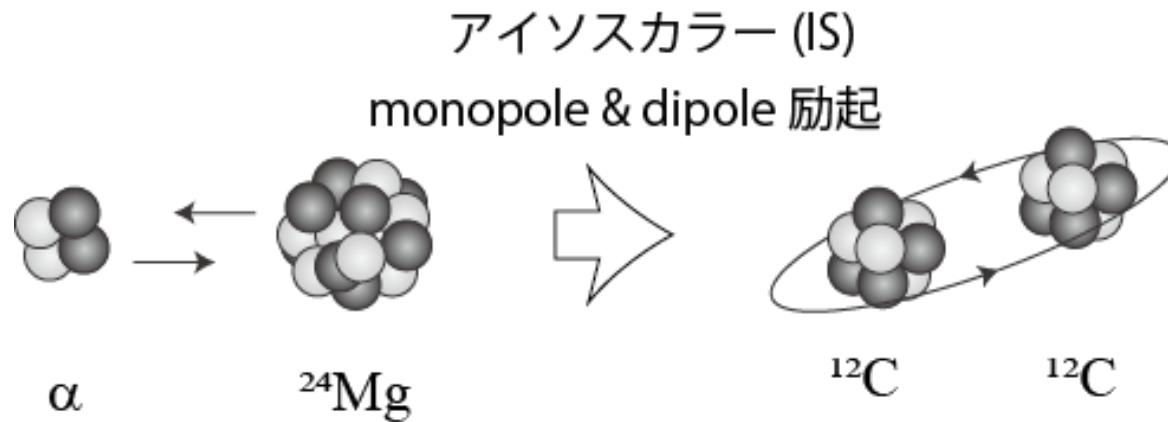
A. Tumino^{1,2*}, C. Spitaleri^{2,3}, M. La Cognata², S. Cherubini^{2,3}, G. L. Guardo^{2,4}, M. Gulino^{1,2}, S. Hayakawa^{2,5}, I. Indelicato², L. Lamia^{2,3}, H. Petrascu⁴, R. G. Pizzone², S. M. R. Puglia², G. G. Rapisarda², S. Romano^{2,3}, M. L. Sergi², R. Spartá² & L. Trache⁴

He, C 燃焼過程とクラスター共鳴



反応率は極めて小さく、
直接測定は不可能
間接的測定に頼らざるを得ない

New) α 非弾性散乱を用いると、遥かに容易に共鳴を調べられる!?

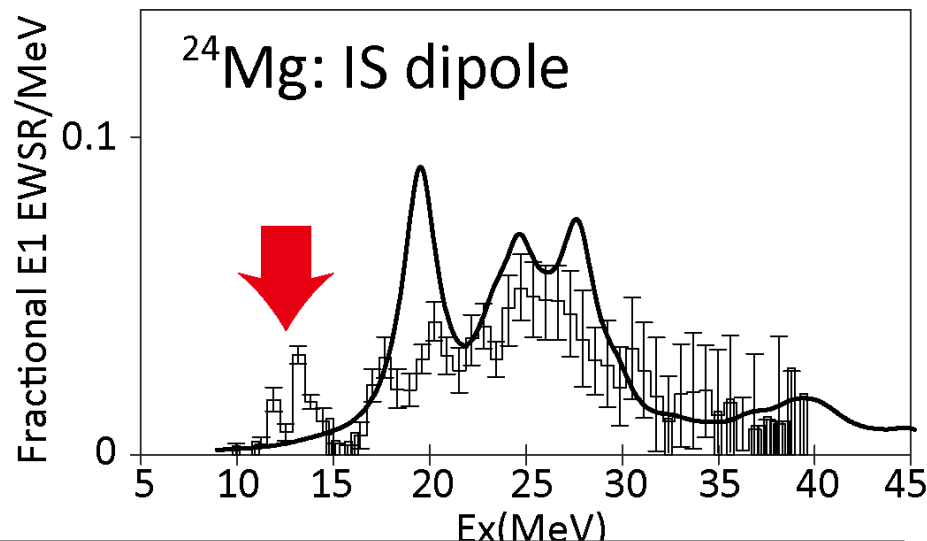
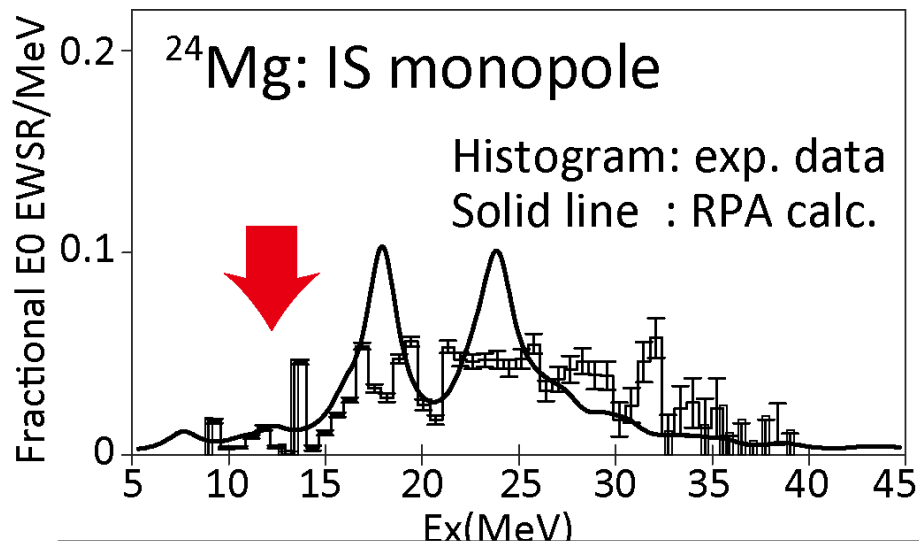


反応率はわからないが、共鳴パラメータを決められる

IS monopole/dipole 強度のデータ

X. Chen et al., PRC80, 014312 (2009).

D. H. Young-Blood et al., PRC65, 034302 (2002).



- ◎ Gamow window 近傍に共鳴が存在する
- ◎ RPAで記述される、集団運動状態とは異質な共鳴

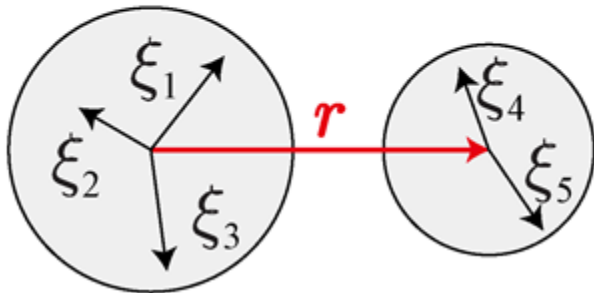


解析的な模型計算による検証

◎ IS monopole遷移によって、クラスター共鳴が強く励起される

T. Yamada et al., PTP120, 1139 (2008)

$$\mathcal{M}_{\mu}^{IS0} = \sum_{i=1}^A (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{\text{cm}})^2 = \sum_{i \in C_1} \xi_i^2 + \sum_{i \in C_2} \xi_i^2 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} r^2$$



C_1, C_2 : masses of clusters

ξ_i : internal coordinates of clusters

r : relative coordinates of clusters

◎ 座標変換を行うと、2体クラスターの相対運動を励起する項があると分かる

◎ 換算質量の係数が掛かっており、増幅される

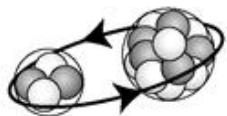
(複数の粒子が1つのクラスターとして運動することで増幅)

解析的な模型計算による検証

© IS monopole遷移によって、クラスター共鳴が強く励起される

T. Yamada et al., PTP120, 1139 (2008)

$$\mathcal{M}_{\mu}^{ISO} = \sum_{i=1}^A (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{\text{cm}})^2 = \sum_{i \in C_1} \xi_i^2 + \sum_{i \in C_2} \xi_i^2 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} r^2$$



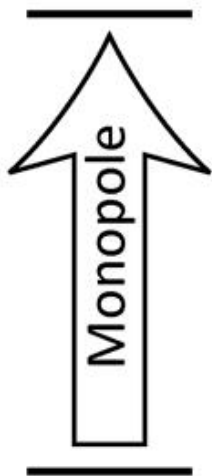
模型波動関数を仮定し、解析的に遷移行列を求める

$$\Phi(0_{\text{ex}}^+) = \sum_{N=N_0+2}^{\infty} f_N n_N \mathcal{A} \{ R_{N0}(r) Y_{00}(\hat{r}) \phi_{\alpha} \phi_{160} \}$$

理想的なクラスター共鳴の波動関数

$$\Phi_{\text{g.s.}} = n \mathcal{A} \{ R_{80}(r) Y_{00}(\hat{r}) \phi_{\alpha} \phi_{160} \}$$

殻模型(調和振動子)の波動関数

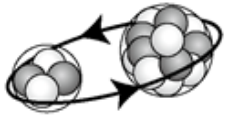


解析的な模型計算による検証

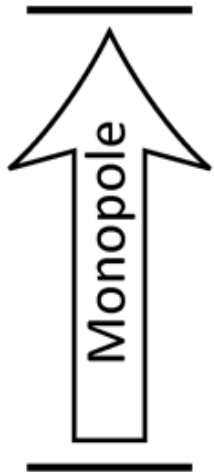
© IS monopole遷移によって、クラスター共鳴が強く励起される

T. Yamada et al., PTP120, 1139 (2008)

$$\mathcal{M}_{\mu}^{IS0} = \sum_{i=1}^A (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{\text{cm}})^2 = \sum_{i \in C_1} \xi_i^2 + \sum_{i \in C_2} \xi_i^2 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} r^2$$



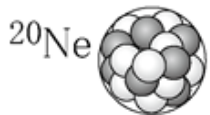
模型波動関数を仮定し、解析的に遷移行列を求める



$$\begin{aligned} M^{IS0} &= \langle \Phi(0_{\text{ex}}^+) | \mathcal{M}^{IS0} | \Phi(0_1^+) \rangle \\ &= f_{N_0+2} \sqrt{\frac{\mu_{N_0}}{\mu_{N_0+2}}} \langle R_{N_0 0} | r^2 | R_{N_0+2 0} \rangle \\ &\simeq 7.67 f_{N_0+2} = 5.5 \text{ fm}^2 \end{aligned}$$

一粒子強度 (Wieskopf estimate)

$$M_{\text{WU}}^{IS0} = \frac{3}{5} (1.2 A^{1/3})^2 \simeq 6.3 \text{ fm}^2$$

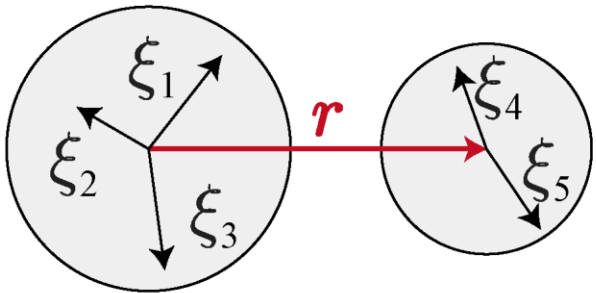


解析的な模型計算による検証

◎ IS dipole 遷移も同じストーリー

Y. Chiba, M.K. and Y. Taniguchi, PRC93, 034319 (2016)

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{\mu}^{IS1} &= \sum_{i=1}^A (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{\text{cm}})^3 Y_{1\mu}(\widehat{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{\text{cm}}}) \\ &= \frac{5}{3} \left(\frac{C_2}{A} \sum_{i \in C_1} \xi_i^2 - \frac{C_1}{A} \sum_{i \in C_2} \xi_i^2 \right) \mathbf{r} Y_{1\mu}(\hat{\mathbf{r}}) - \frac{C_1 C_2 (C_1 - C_2)}{A^2} \mathbf{r}^3 Y_{1\mu}(\hat{\mathbf{r}}) \\ &+ \dots\end{aligned}$$



C_1, C_2 : masses of clusters

ξ_i : internal coordinates of clusters

\mathbf{r} : relative coordinates of clusters

解析的な模型計算による検証

◎ IS dipole 遷移も同じストーリー

Y. Chiba, M.K. and Y. Taniguchi, PRC93, 034319 (2016)

模型波動関数を仮定し、解析的に遷移行列を求める

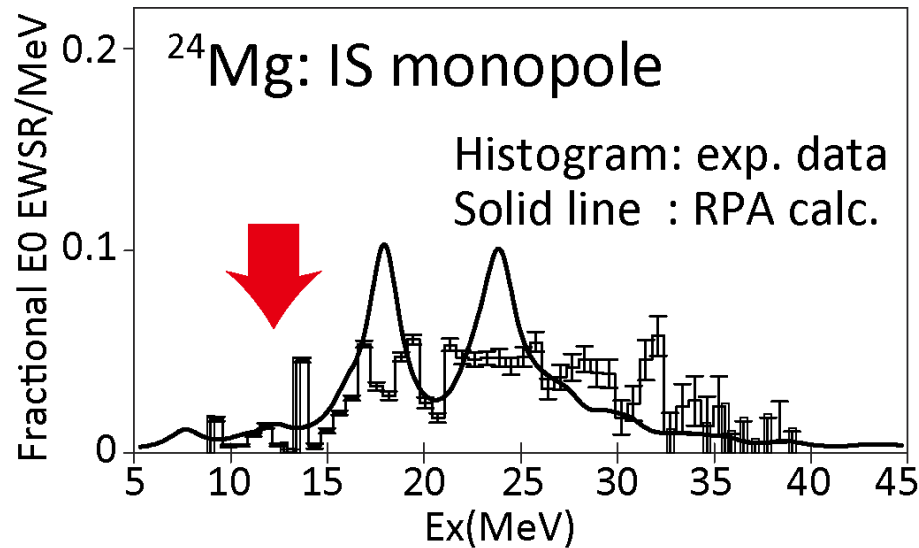
$$\begin{aligned} M^{IS1} &= \langle \Phi(1_{\text{ex}}^-) | \mathcal{M}^{IS1} | \Phi(0_1^+) \rangle \\ &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \frac{C_1 C_2}{A} \left[f_{N_0+1} \sqrt{\frac{\mu_{N_0}}{\mu_{N_0}}} \left\{ \frac{5}{3} (\langle r^2 \rangle_{C_1} - \langle r^2 \rangle_{C_2}) \langle R_{N_0 0} | r | R_{N_0+11} \rangle \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{C_1 - C_2}{A} \langle R_{N_0 0} | r^3 | R_{N_0+11} \rangle \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{C_1 - C_2}{A} f_{N_0+3} \sqrt{\frac{\mu_{N_0}}{\mu_{N_0+3}}} \langle R_{N_0 0} | r^3 | R_{N_0+31} \rangle \right] \\ &\simeq \mathbf{5.8 \text{ fm}^3} \quad (\text{for } ^{20}\text{Ne}) \end{aligned}$$

一粒子強度 (Wiesskopf estimate)

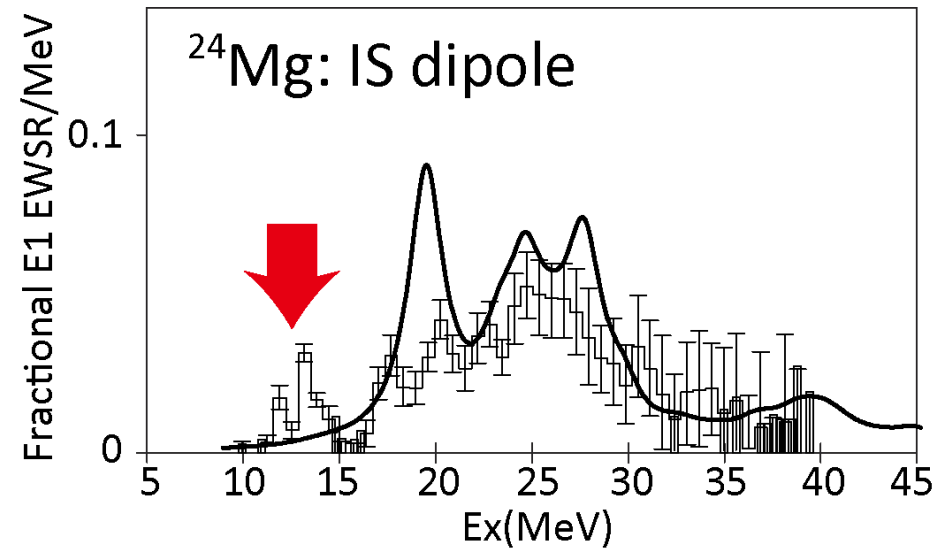
$$M_{WU}^{IS1} = \sqrt{\frac{3}{16\pi}} (1.2 A^{1/3})^3 \simeq \mathbf{8.4 \text{ fm}^3} \quad (\text{for } ^{20}\text{Ne})$$

クラスター共鳴とIS monopole/dipole 遷移

X. Chen et al., PRC80, 014312 (2009).



D. H. Young-Blood et al., PRC65, 034302 (2002).

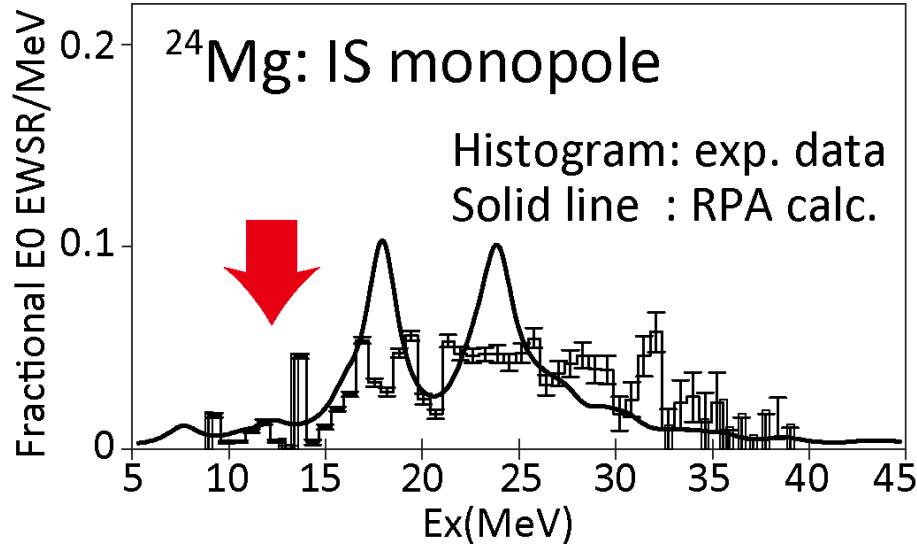


なぜ、低エネルギー領域に共鳴が現れるのか

◎ 巨大共鳴: 密度の変化を伴う, $E > 15$ MeV

◎ クラスター共鳴: クラスターの相対運動の励起, $E < 15$ MeV

クラスター共鳴に対する新しいアプローチ

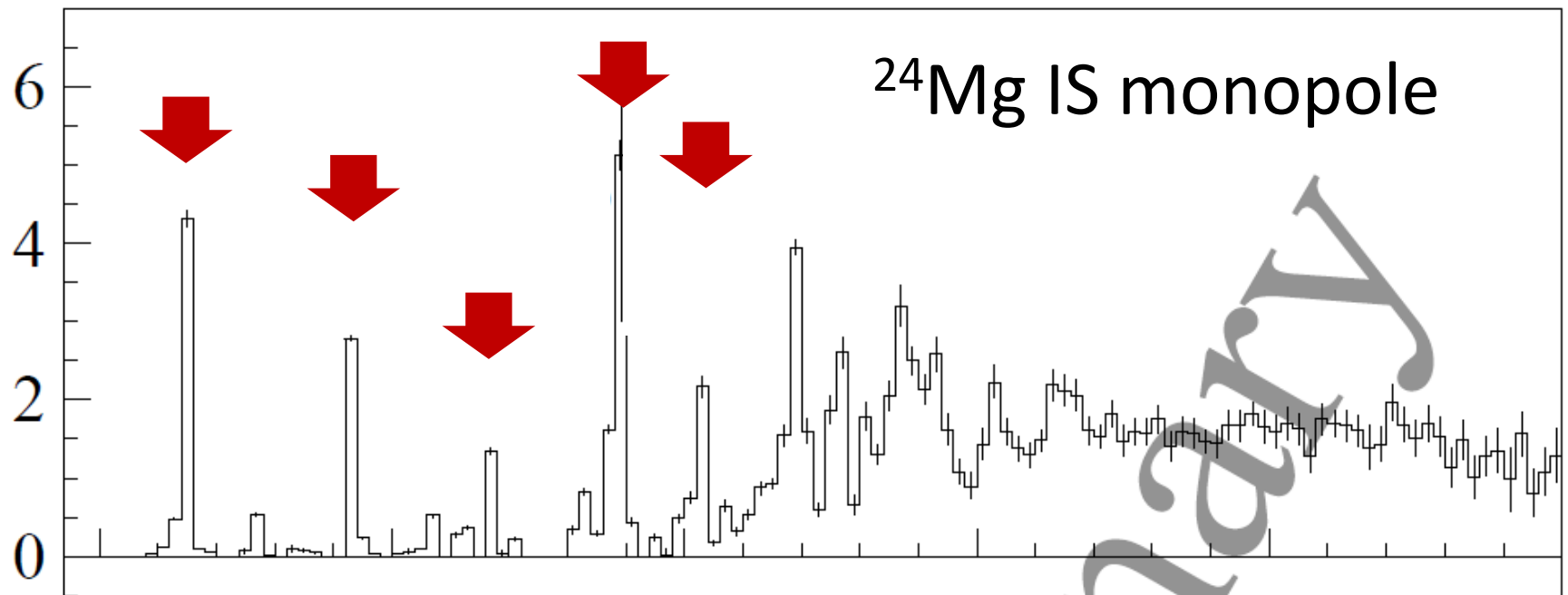


- α 非弾性散乱によって、クラスター共鳴が強く励起される
- ただし、断面積だけからはどのようなクラスター共鳴なのかわからない
- 理論計算で求めた共鳴の性質(遷移強度、崩壊パターン)と比較することで、共鳴パラメータを決定すればよい
(色々な理論モデルによる評価の蓄積が必要)

分子動力学模型による計算例 $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$

RCNPのHigh res. データ

T. Kawabata, Reported at the last Cluster conf. in 2012



分子動力学モデルによる計算例

Microscopic Hamiltonian (A-nucleons)

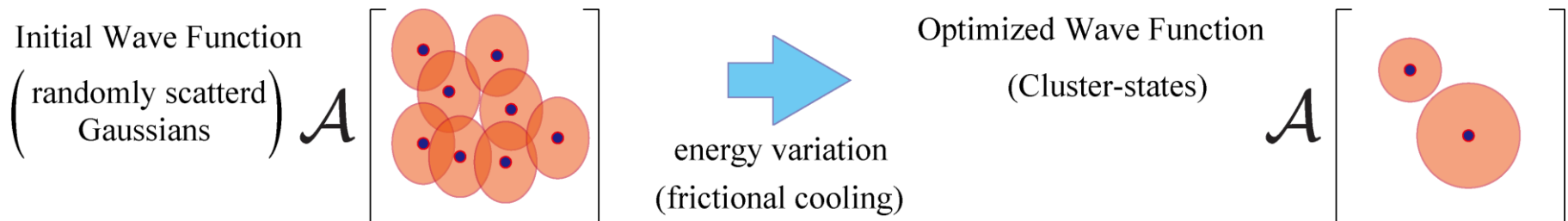
Gogny D1S interaction, No spurious center-of-mass energy

$$\hat{H} = \sum_i^A \hat{t}_i - \hat{t}_{c.m.} + \sum_{i<j}^A \hat{v}_{\text{GognyD1S}}(r_{ij}) + \sum_{i<j}^Z \hat{v}_{\text{Coulomb}}(r_{ij})$$

Variational wave function: Antisymmetrized product of Gaussian wave packets
No a-priori assumption on cluster structure

$$\Psi^\pi = \frac{1 + \pi \hat{P}_r}{2} \Psi_{int} = \frac{1 + \pi \hat{P}_r}{2} \mathcal{A}\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_A\}$$

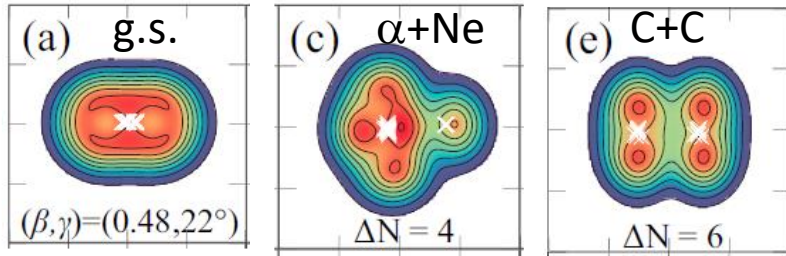
$$\varphi_i(\mathbf{r}) \propto \exp \left\{ -\nu_x \left(x - \frac{Z_{ix}}{\sqrt{\nu_x}} \right)^2 - \nu_y \left(y - \frac{Z_{iy}}{\sqrt{\nu_y}} \right)^2 - \nu_z \left(z - \frac{Z_{iz}}{\sqrt{\nu_z}} \right)^2 \right\} \otimes \{a_i | \uparrow\rangle + b_i | \downarrow\rangle\} \otimes (|n\rangle \text{ or } |p\rangle)$$



分子動力学モデルによる計算例 $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$

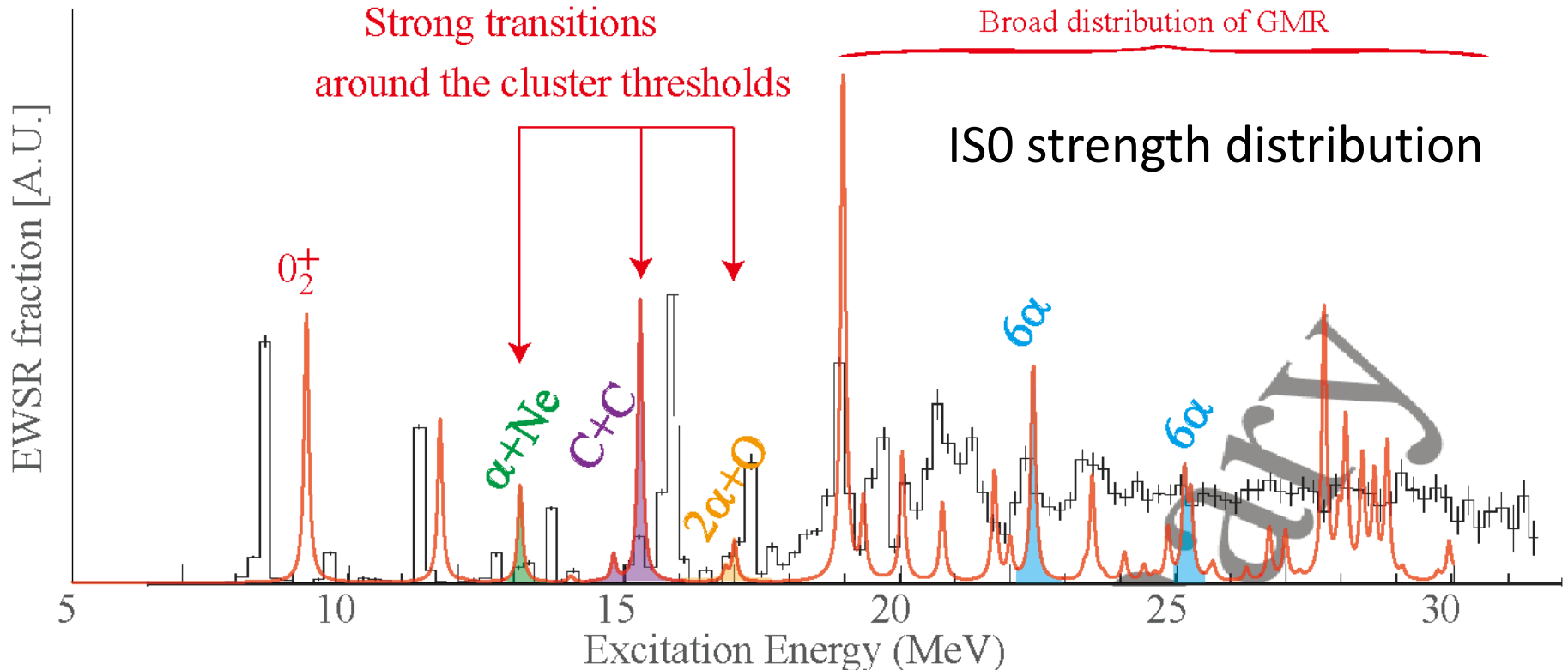
S monopole/dipole transitions of ^{24}Mg

strongly populate $\alpha+^{20}\text{Ne}/^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ resonances



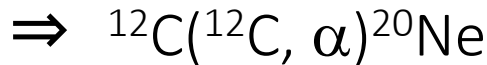
M.K, R. Yoshida and M. Isaka, PTP127, 287 (2012)

Y. Chiba, and M.K., PRC91, 061302(R) (2015)

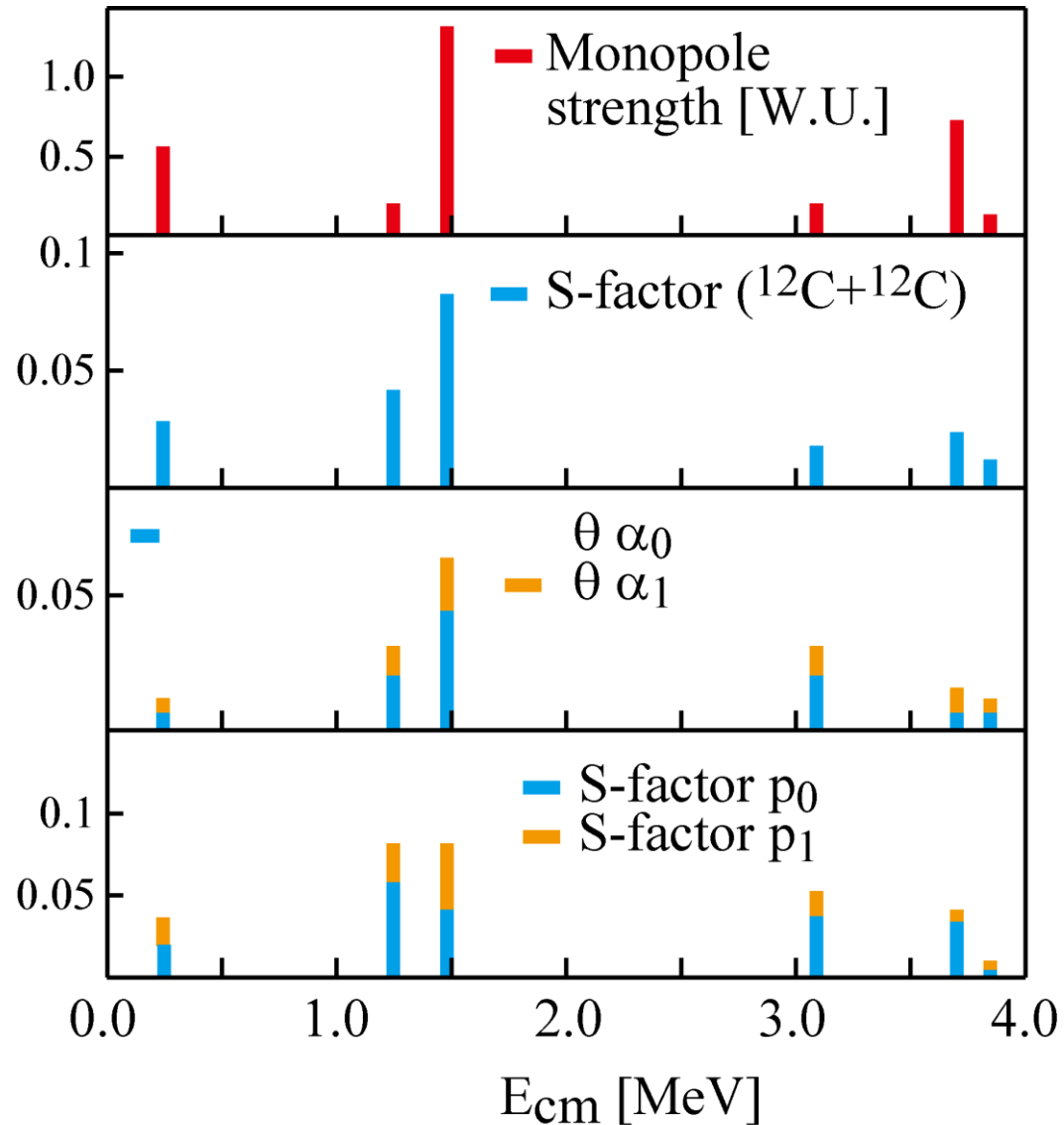


分子動力学モデルによる計算例 $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$

- A couple of resonances in the Gamow window
- They have monopole transition strengths
- They have S-factors in the C+C, α +Ne, p+Na channels



0^+ resonances



クラスター共鳴に対する新しいアプローチ

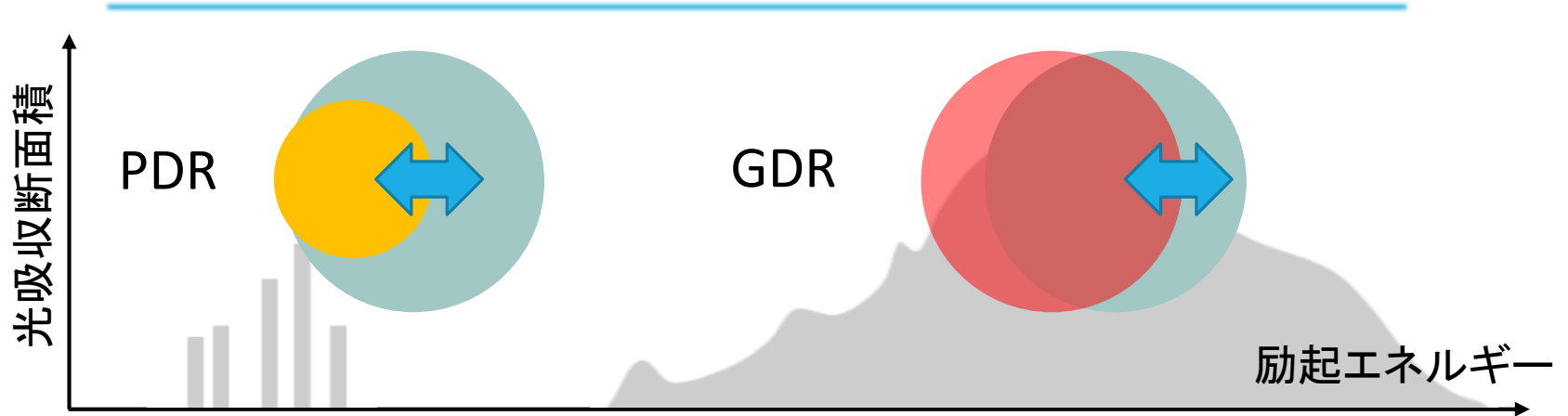
- IS monopole/dipole 遷移によってクラスター共鳴が強く生成されることは、簡単な計算によって示すことができ、直感的に理解できる
- 非弾性散乱実験と理論計算とを比較することで、共鳴パラメータを(原理的には)決定できる
(C+C, C+O, O+O)

課題

- IS monopole/dipole 遷移強度と断面積とが、必ずしも単純な関係にない(詳細な反応計算が必要)
- 理論計算の蓄積が必要(モデル依存性、不定性)
- 共鳴パラメータは求められるが、反応率そのものが分かるわけではない

ピグミー共鳴への応用

導入: ^{26}Ne のPDR問題



ピグミー双極子共鳴 (PDR)

巨大共鳴より低いエネルギーに現れる, E1共鳴

その起源が議論されている

◎ コア核と中性子スキンとが逆位相の運動

K. Ikeda, INS Report JHP-7 (1988)

◎ 中性子の一粒子励起を見ているだけ?

関連する物理

◎ r-process元素の生成に影響

◎ 中性子星の質量と構造, 超新星爆発メカニズム

導入: ^{26}Ne のPDR問題

理論計算 (PRA, QRPA)

- ◎ PDRは **6 ~ 10 MeV** に現れ
- ◎ TRK和則の **5~10 %** を尽くす

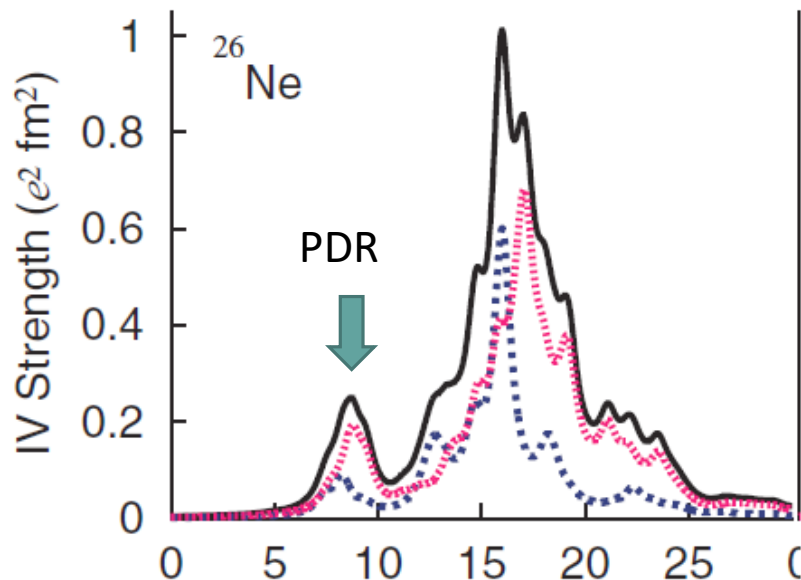
L. Cao et al., PRC71, 034305(2005)

M. Martini, et al., PRC 83, 034309 (2011)

T. Inakura, PRC 84, 021302 (2011)

Y. Hashimoto, EPJA48, 55 (2012)

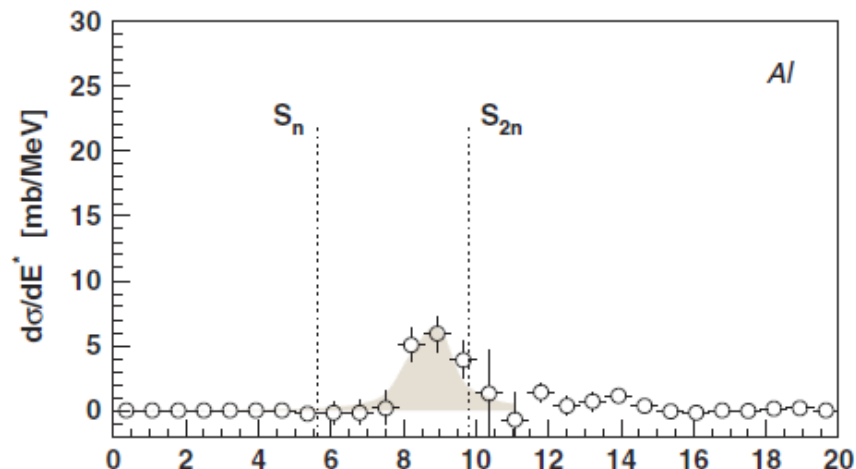
K. Yoshida et al., PRC78, 014305 (2008)



実験@RIPS

- ◎ PDRを **9MeV** に観測
 - ◎ TRK和則の **5%** を尽くす
- $B(E1)=0.49 [e^2\text{fm}^2]$

J. Gibelin et al., PRL101, 212503 (2008).



導入: ^{26}Ne のPDR問題

PDRの崩壊モードが矛盾しているように思われる

理論計算 (PRA, QRPA)

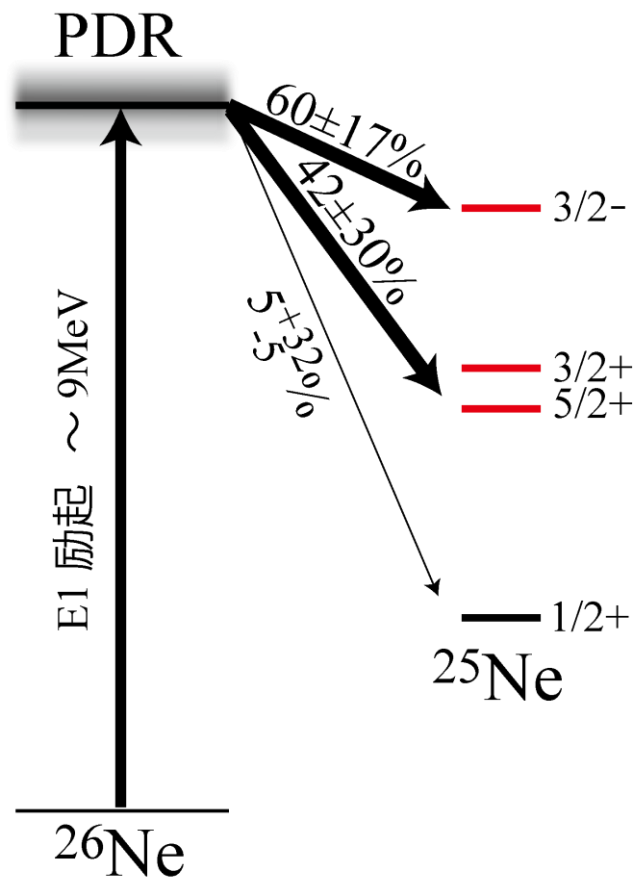
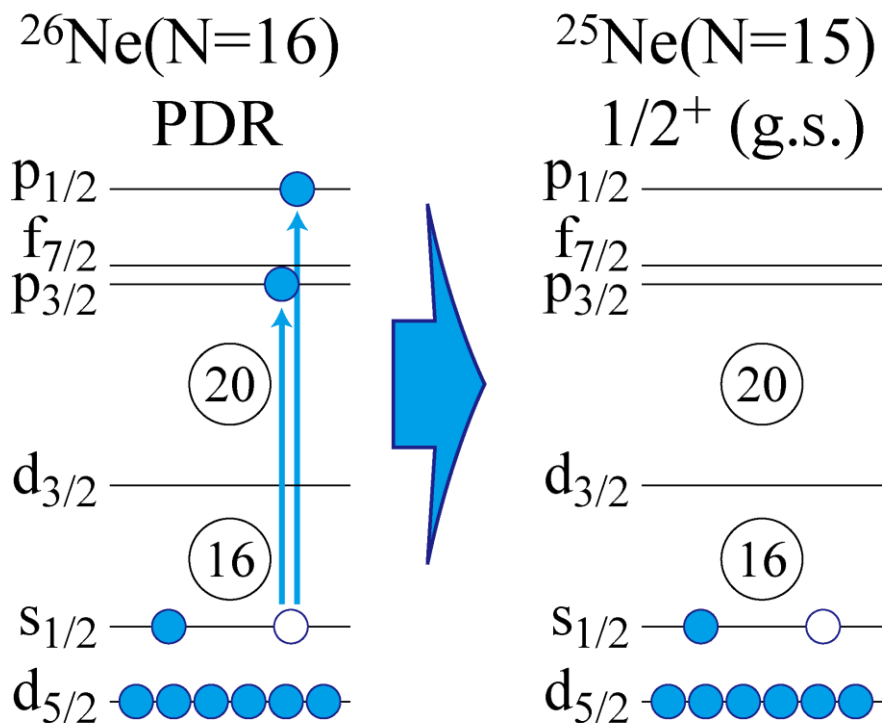
実験@RIPS

◎ $s_{1/2} \rightarrow p_{3/2}, p_{1/2}$ の中性子励起

◎ ^{25}Ne の励起状態に崩壊

J. Gibelin et al., PRL101, 212503 (2008).

^{25}Ne の基底状態に崩壊すると予想



分子動力学モデルによるE1共鳴の記述

E1強化型 反対称化分子動力学

◎ E1共鳴に寄与するのは、基底状態にE1遷移演算子を作用させた状態

$$|E1共鳴\rangle \simeq \mathcal{M}(E1) |\text{基底状態}\rangle = \sum_i e_i r_i Y_{1\mu}(\hat{r}_i) |\text{基底状態}\rangle$$

$$\propto \sum_i \underline{|\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_i + \Delta\mathbf{Z}, \dots, \mathbf{Z}_A\rangle} \quad \text{核子を表す波束中心を} \\ \text{少しシフトした波動関数}$$

◎ 基底状態の波動関数から、Gauss波束の中心をシフトして基底を生成、重ね合わせれば良い \Rightarrow Shifted-basis AMD法

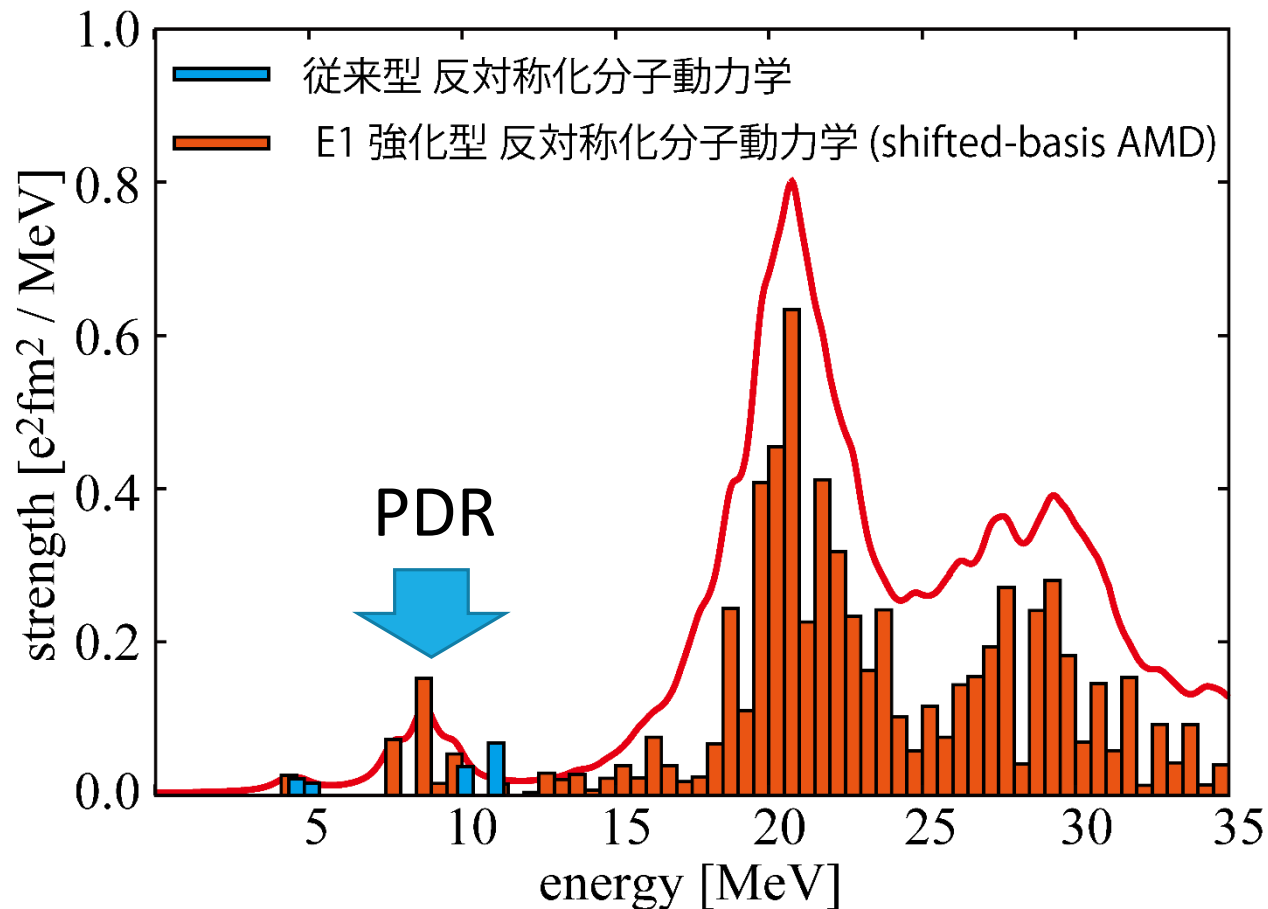
Y. Kanada-En'yo, PRC93 (2016).

M. Kimura, submitted to PRC.

理論模型: 反対称化分子動力学によるE1共鳴の記述

◎ ^{26}Ne のPDRとGDR共に、記述可能 \Rightarrow AMDでE1共鳴の研究が可能

◎ Gogny力を用いた他のQRPA計算と無矛盾な結果



結果: E1強度, PDRのS-factor

結果のまとめ

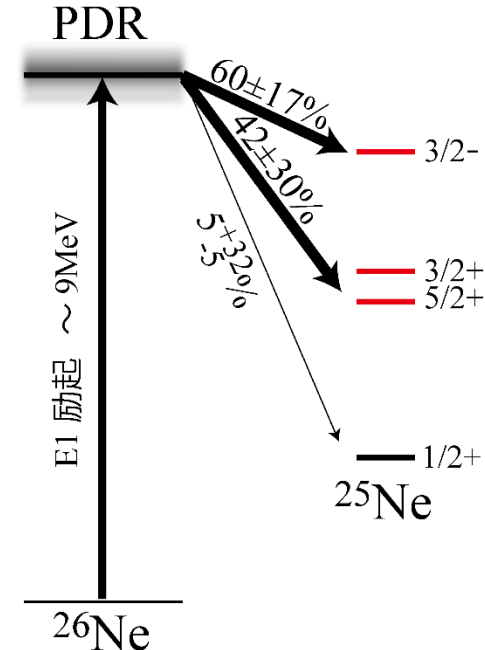
E1強化型 反対称化分子動力学

実験@RIPS

- ◎ PDRは **8.5MeV**
- ◎ $B(E1)=\mathbf{0.37}$ e²fm²
- ◎ ²⁵Neの**励起状態**の
S-factor **大**

- ◎ PDRを **9MeV** に観測
- ◎ $B(E1)=\mathbf{0.49 \pm 0.16}$ e²fm²
- ◎ ²⁵Neの**励起状態**に崩壊

	²⁵ Ne(3/2 ⁺) ⊗ p _{3/2}	²⁵ Ne(5/2 ⁺) ⊗ p _{3/2}	²⁵ Ne(3/2 ⁻) ⊗ s _{1/2}
1 ₃ ⁻	0.4	1.2	0.3
1 ₄ ⁻	0.3	1.1	0.3
1 ₅ ⁻	0.2	0.3	0.7
1 ₆ ⁻	1.1	0.2	0.5



議論のまとめ

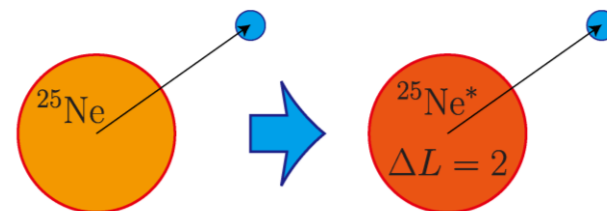
① PDRは中性子励起が主である ⇒ **アイソスカラー成分を持つ**

$$|PDR\rangle \simeq \mathcal{M}(E1) | \text{基底状態} \rangle + \mathcal{M}(IS1) | \text{基底状態} \rangle$$

② もし**コア核のB(E2)が強い**と(振動, 回転)、
アイソスカラー成分は必然的に**コア励起を伴い大きくなる**

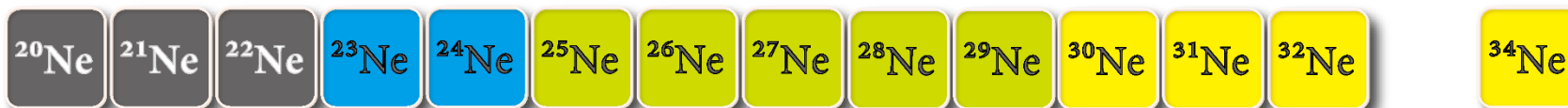
$$\mathcal{M}(IS1) \simeq -\frac{4\sqrt{2\pi}}{3A} \left[\left(\sum_{i \in {}^{25}\text{Ne}} \xi_i^2 Y_1(\hat{\xi}_i) \right) \otimes r_n Y_1(\hat{r}_n) \right]_{1\mu}$$

${}^{25}\text{Ne}$ の四重極励起



Conjecture

より中性子過剰なNe同位体のPDRではコア励起がより顕著になる



変形領域

まとめ

◎導入: ^{26}Ne のPDR問題について説明
崩壊モードの矛盾, コア励起

◎理論模型: 反対称化分子動力学の強化
shifted-basis AMD法によって、E1共鳴の研究が可能に

◎結果: Shifted-basis AMDは
 ^{26}Ne のPDRの性質, 崩壊モードを良く説明

○ $E=8.5\text{MeV}$, $B(E1)=0.37\text{ e}^2\text{fm}^2$

○ 励起状態のS-factor 大

◎議論: コア励起の由来

PDRがアイソスカラー成分を持ち

コア核の $B(E2)$ が強いなら

⇒ PDRはコア励起成分を多く持つ

$$\mathcal{M}(IS1) \simeq -\frac{4\sqrt{2}\pi}{3A} \left[\left(\sum_{i \in ^{25}\text{Ne}} \xi_i^2 Y_1(\hat{\xi}_i) \right) \otimes r_n Y_1(\hat{r}_n) \right]_{1\mu}$$

^{25}Ne の四重極励起

