原子核質量から見た原子核の大域的な性質とr過程元素合成

小浦寛之
日本原子力研究開発機構
先端基礎研究センター

- イントロ　→核図表の概要、新核種発見の最近の進展（JAEA核図表2018）
- 原子核質量　→質量模型計算の不定性、質量模型が予測する中性子過剰核の性質
- β崩壊　→禁止遷移の役割
- 核分裂　→r過程の終端の解明

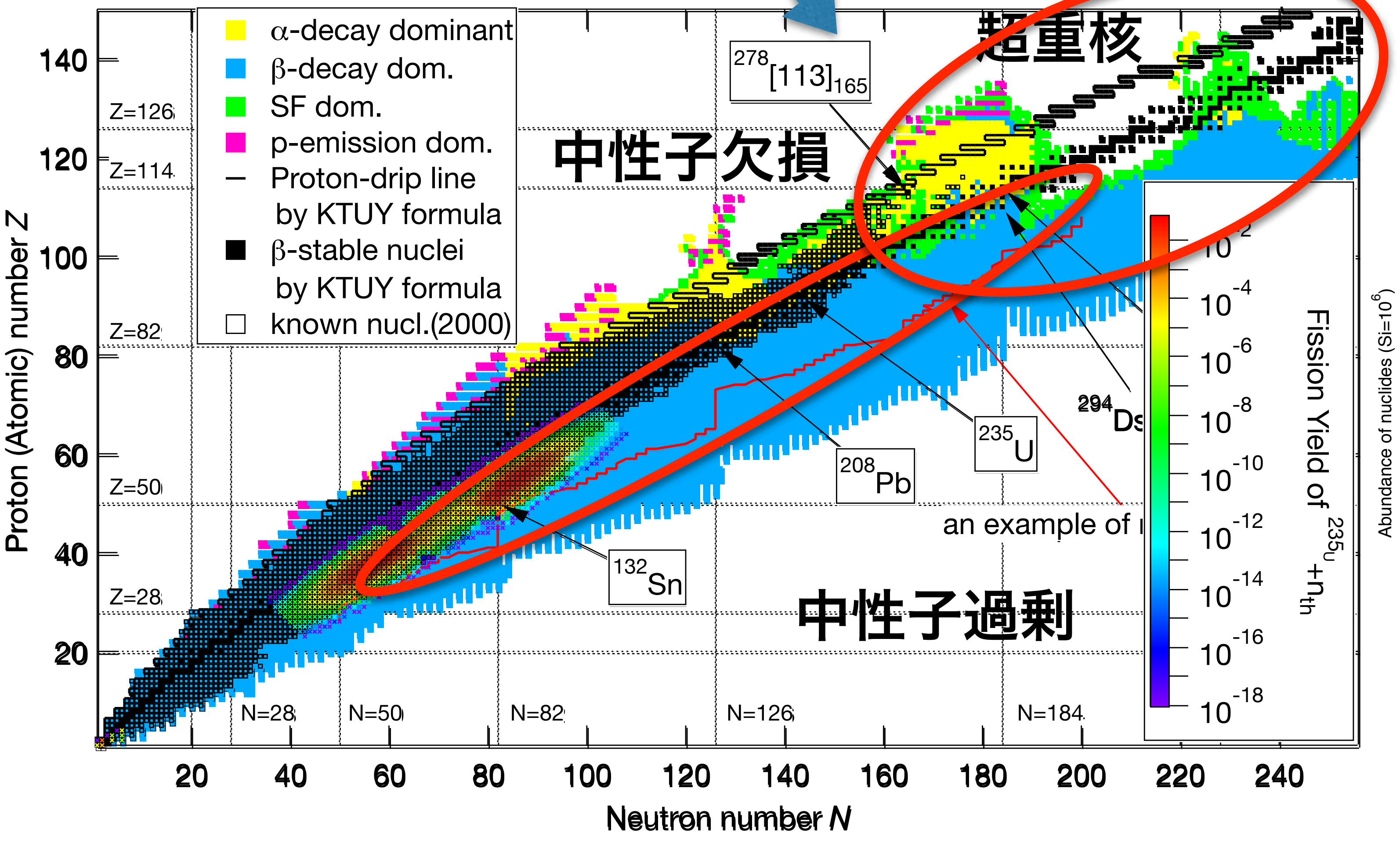
イントロダクション

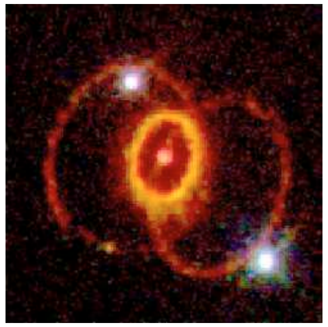
原子核の核図表上の大域的領域において原子核の核構造・核崩壊の性質を明らかにする

- 原子核の核構造や崩壊機構の理解
- 超重核の理解→原子核の存在限界
- 中性子過剰核の理解→r過程元素合成への応用

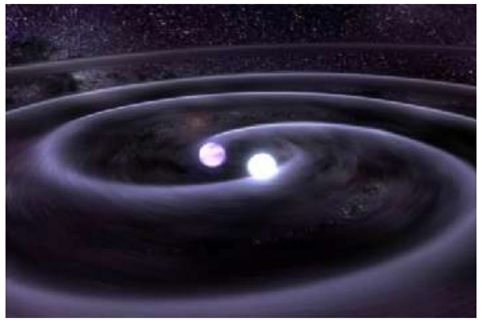
113,115 117,118

新元素 **Nh** **Mc** **Ts** **Og** （ニホニウムなど）

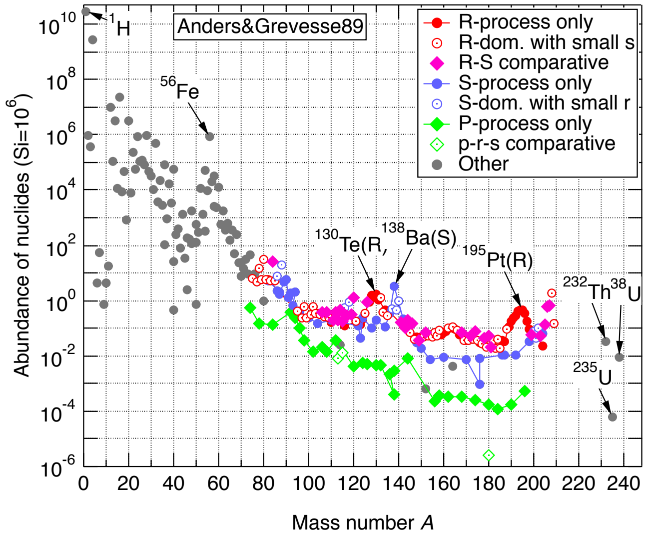


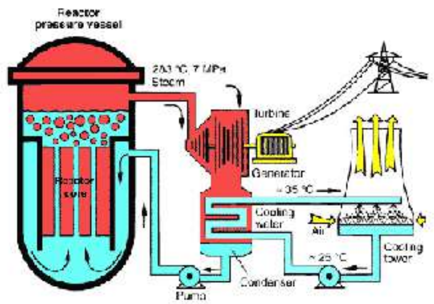


超新星爆発



中性子星の合体





太陽系の元素の存在比

原子炉

中性子過剰核のβ崩壊は天体核物理、原子炉物理において重要

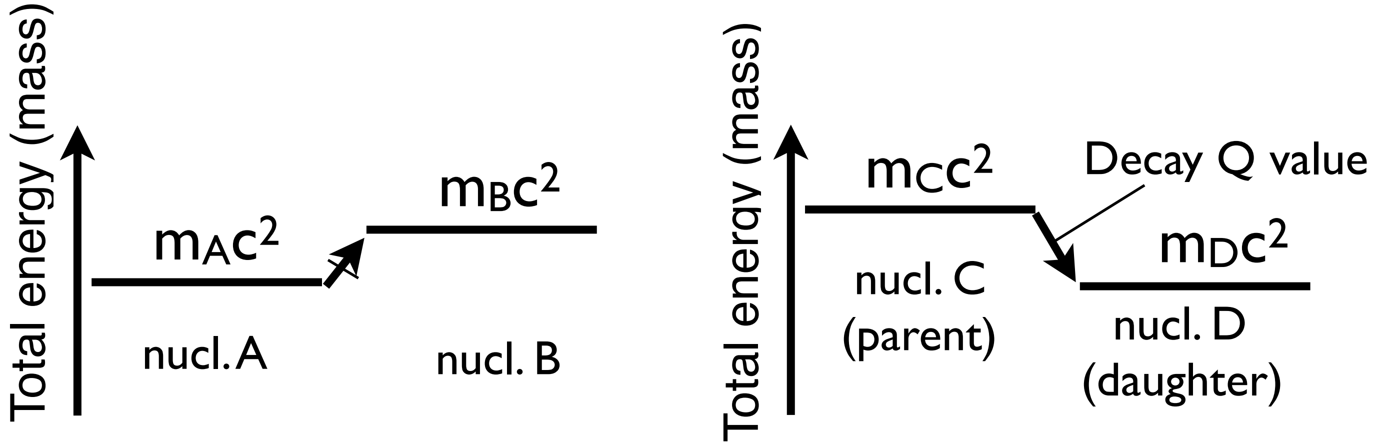
H. K. et al, PTP **113**, 305 (2005), H.K et al., B. Phys.Soc. Jpn. 60, 717 (2005)

原子核質量の重要性

- $E = mc^2$より原子核の全エネルギーそのもの

➡ 原子核の崩壊や反応を司る

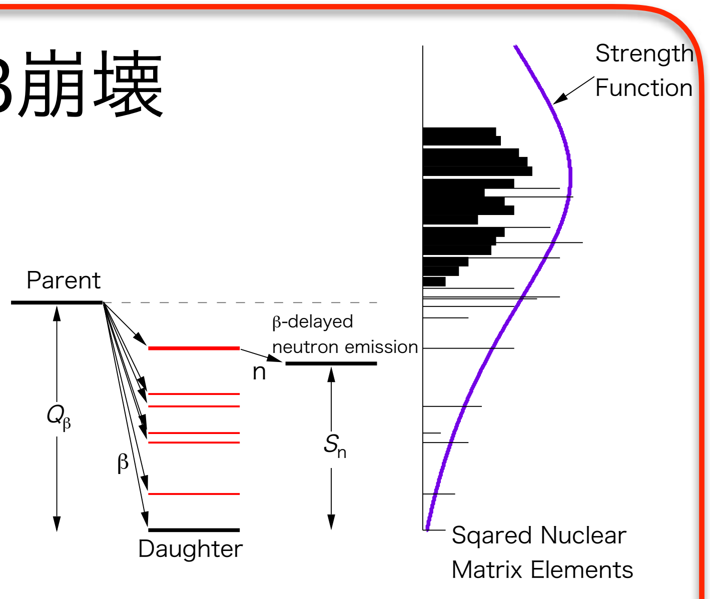
$E=mc^2$



Nucleus A can not decay. Nucleus C can decay.

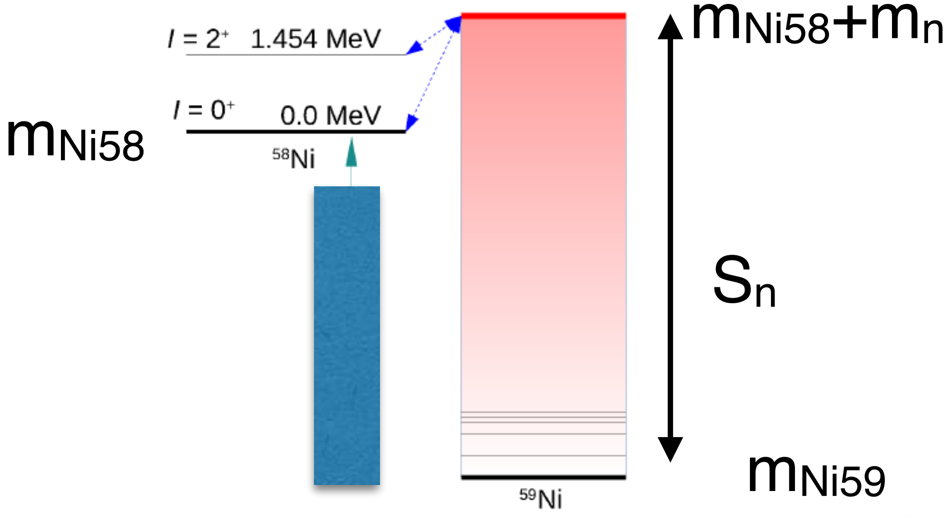
質量値の差が崩壊の向き（と強さの大部分）を決める

例：β崩壊



$$\lambda = \frac{1}{2\pi^3}\int_{-Q}^{0}\sum_{\Omega}|g_\Omega|^2\cdot|M_\Omega(E_g)|^2 f(-E_g+1)\,dE_g$$

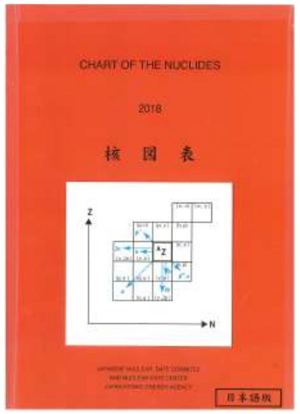
例：中性子捕獲過程



核種の発見と質量測定の発展（-2018）

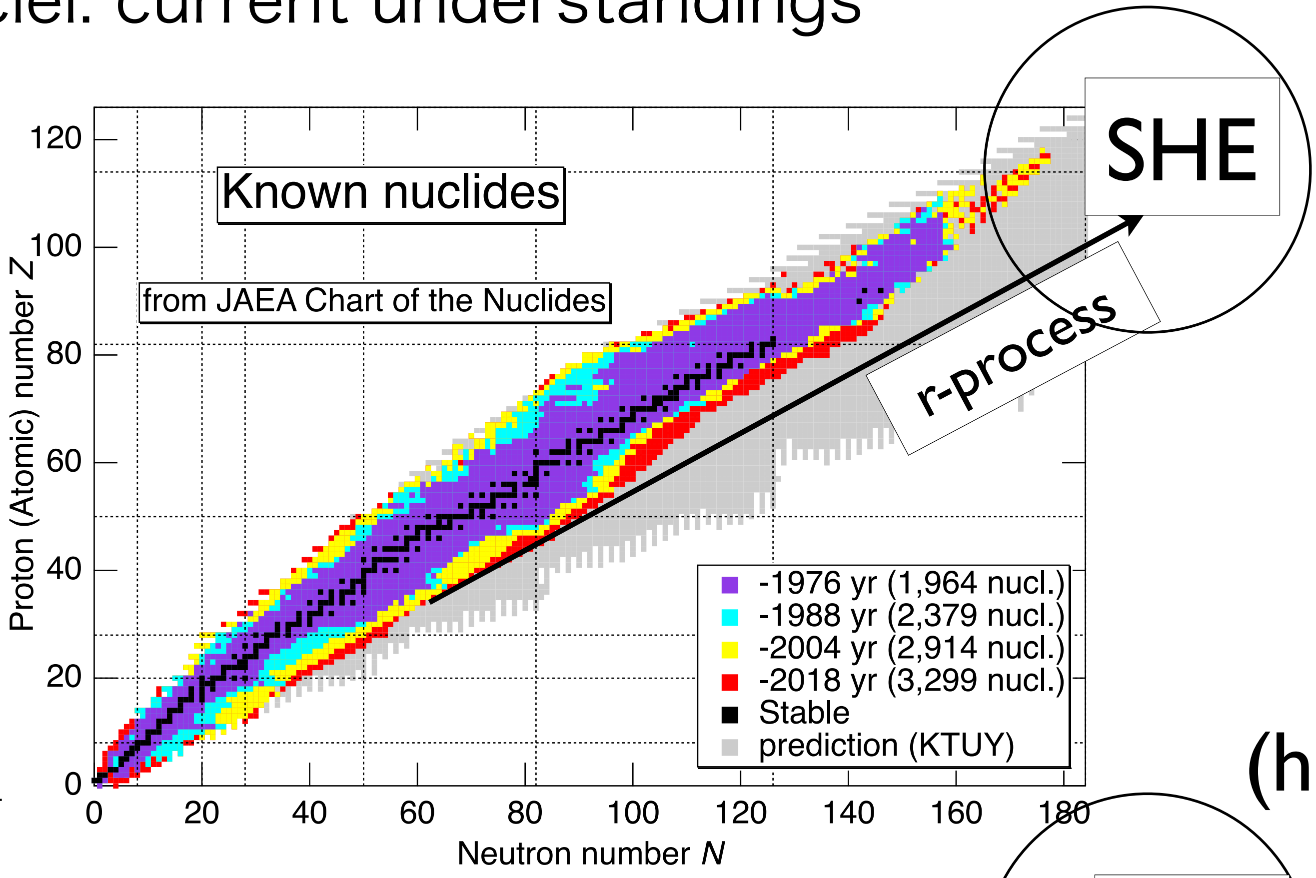
Search of nuclei: current understandings

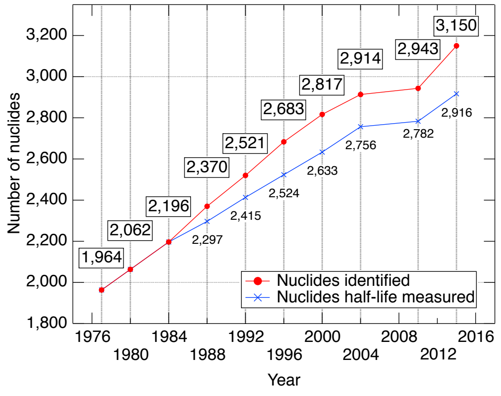
Identified



taken from Chart of the nuclides by JAEA (HK, et al., 2019)

wwwndc.jaea.go.jp/CN18/index.html





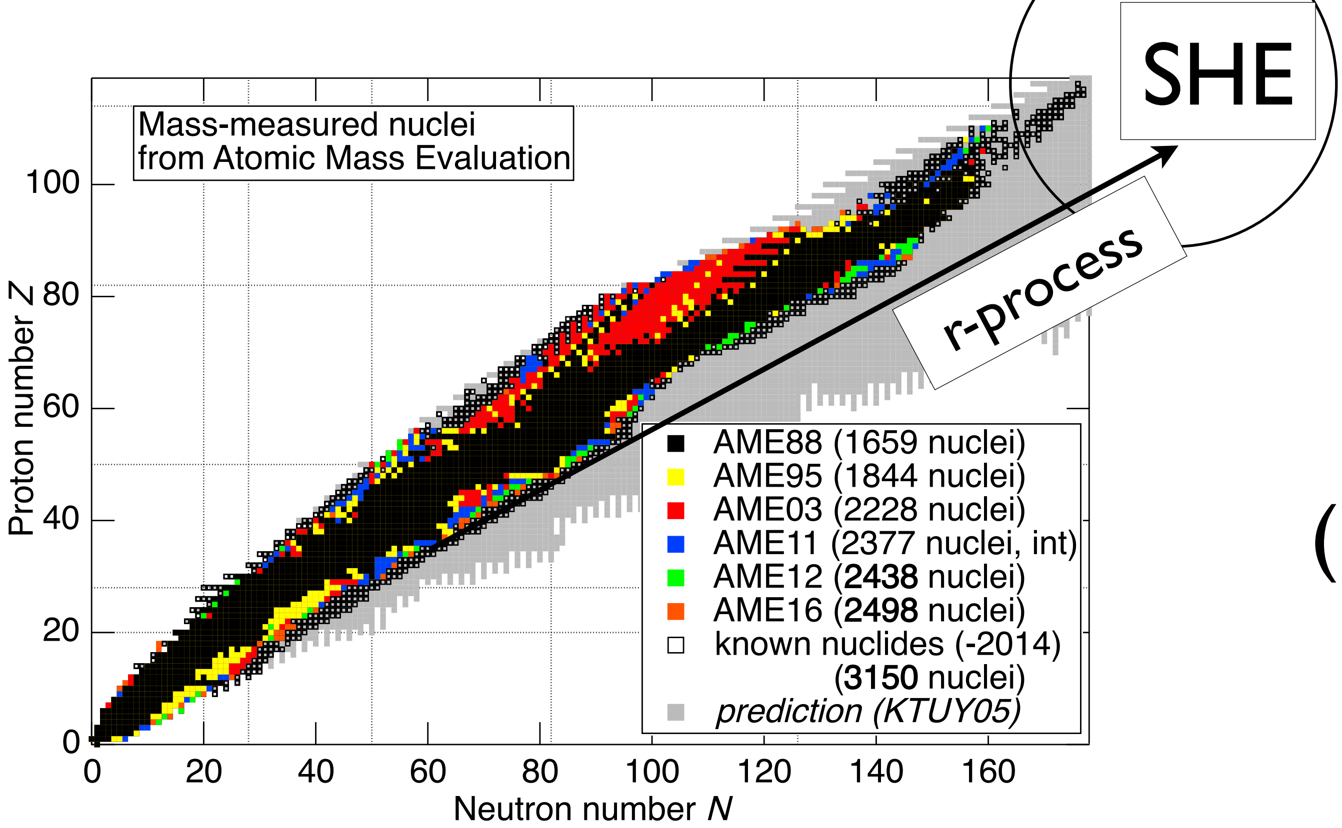
~3300 nuclei
(Identified)

~3000 nuclei
(half-life measured)

Mass-measured

Atomic Mass Evaluation is updated as AME2016

amdc.impcas.ac.cn/



~2500 nuclei
(mass measured)

原子核質量

Weizsäcker-Bethe semi-empirical atomic mass formula

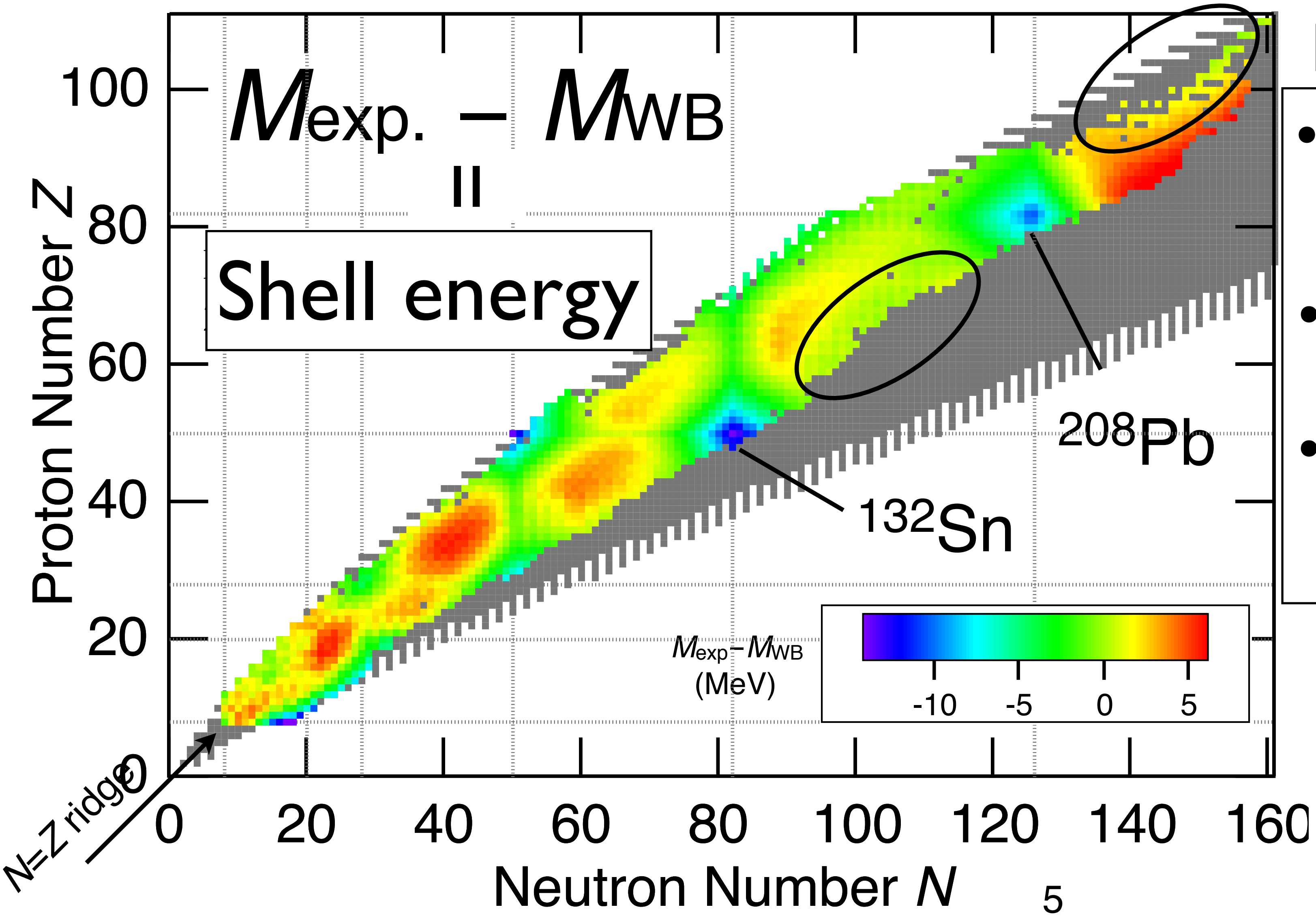
$$M_{\mathrm{WB}}(Z, N) = Z\,\mathrm{m_H} + N\,\mathrm{m_n} - B(Z,N)$$

対称項（Fermi粒子として半分、核力などで半分）

$$= Z\,\mathrm{m_H} + N\,\mathrm{m_n} - a_V A + a_s A^{2/3} + \boxed{a_I (N-Z)^2/A} + a_C Z(Z-1)/A^{1/3} + \delta_{eo}$$

a_V	a_s	a_I	a_C	a_{eo}	
15.604	17.472	22.99	0.7073	12.338	(MeV)

$$\delta_{eo} = \begin{cases} -a_{eo}/A^{1/2} & \text{for even-}Z\text{ and even-}N \\ 0 & \text{for odd-}A \\ +a_{eo}/A^{1/2} & \text{for odd-}Z\text{ and odd-}N \end{cases}$$



$M_{\mathrm{exp.}} - M_{\mathrm{WB}}$ = Shell energy

From the ‘exp.’ shell energy:

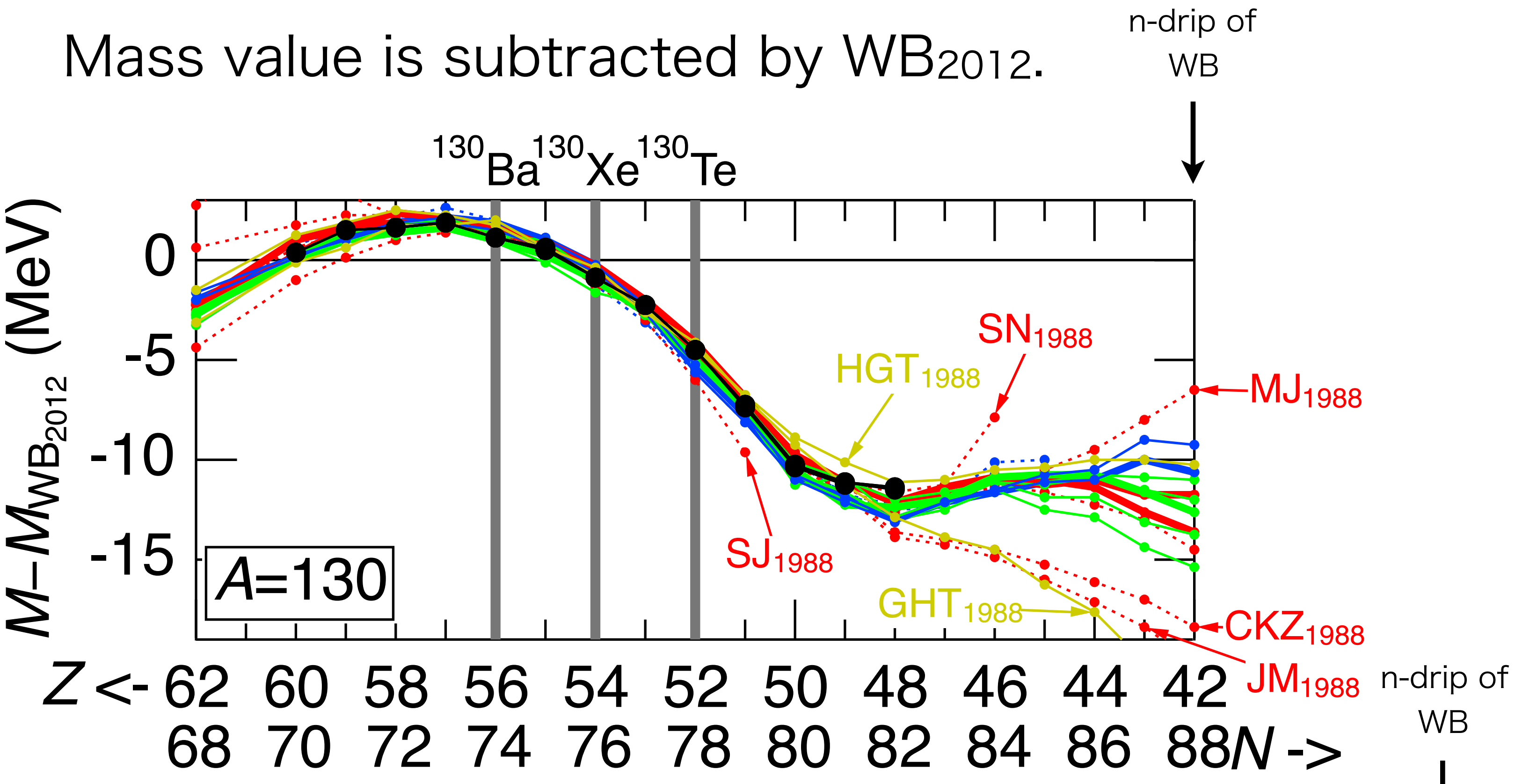
- Existence of magic number
  N=28,50,82,126
  Z=28,50,82
- Wigner energy
  N=*Z* ridge
- Depression due to the deform.
  rare-earth, actinide

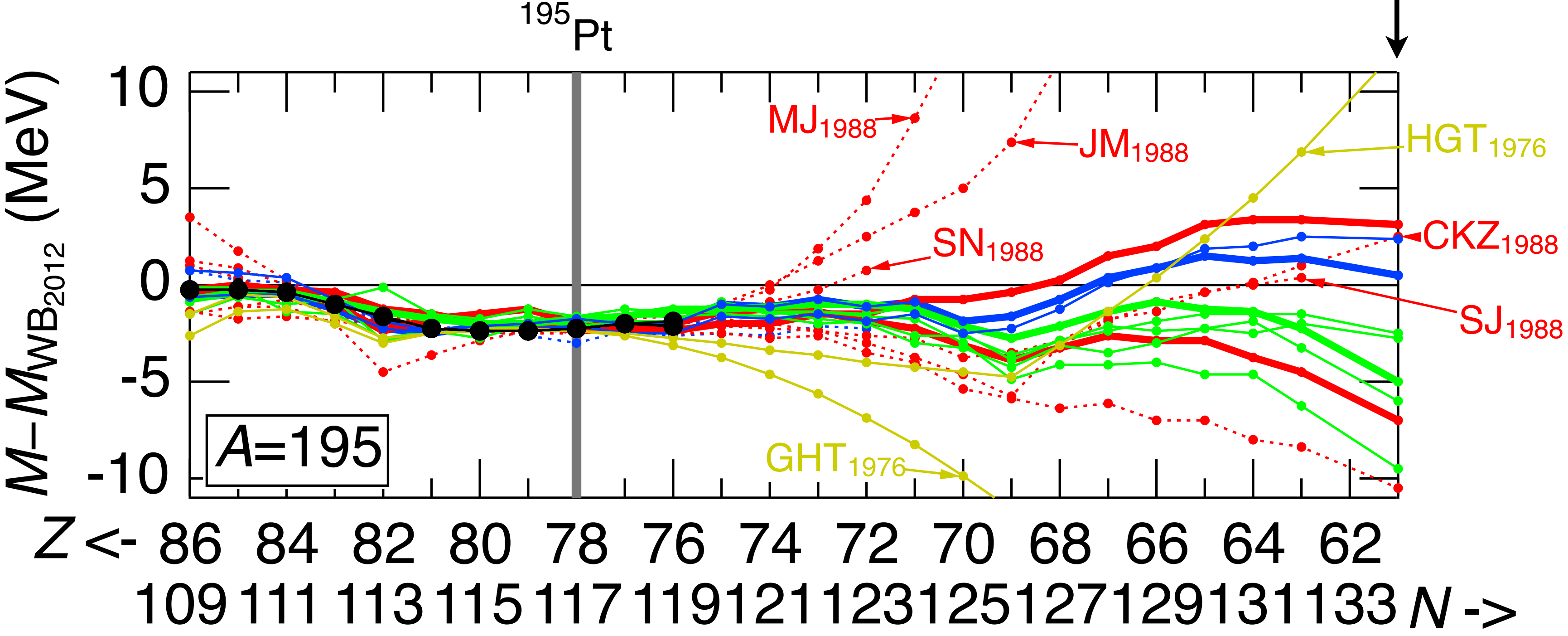
Mass data : 2012 Atomic mass evaluation (M. Wang, G. Audi, A.H. Wapstra *et al.*)

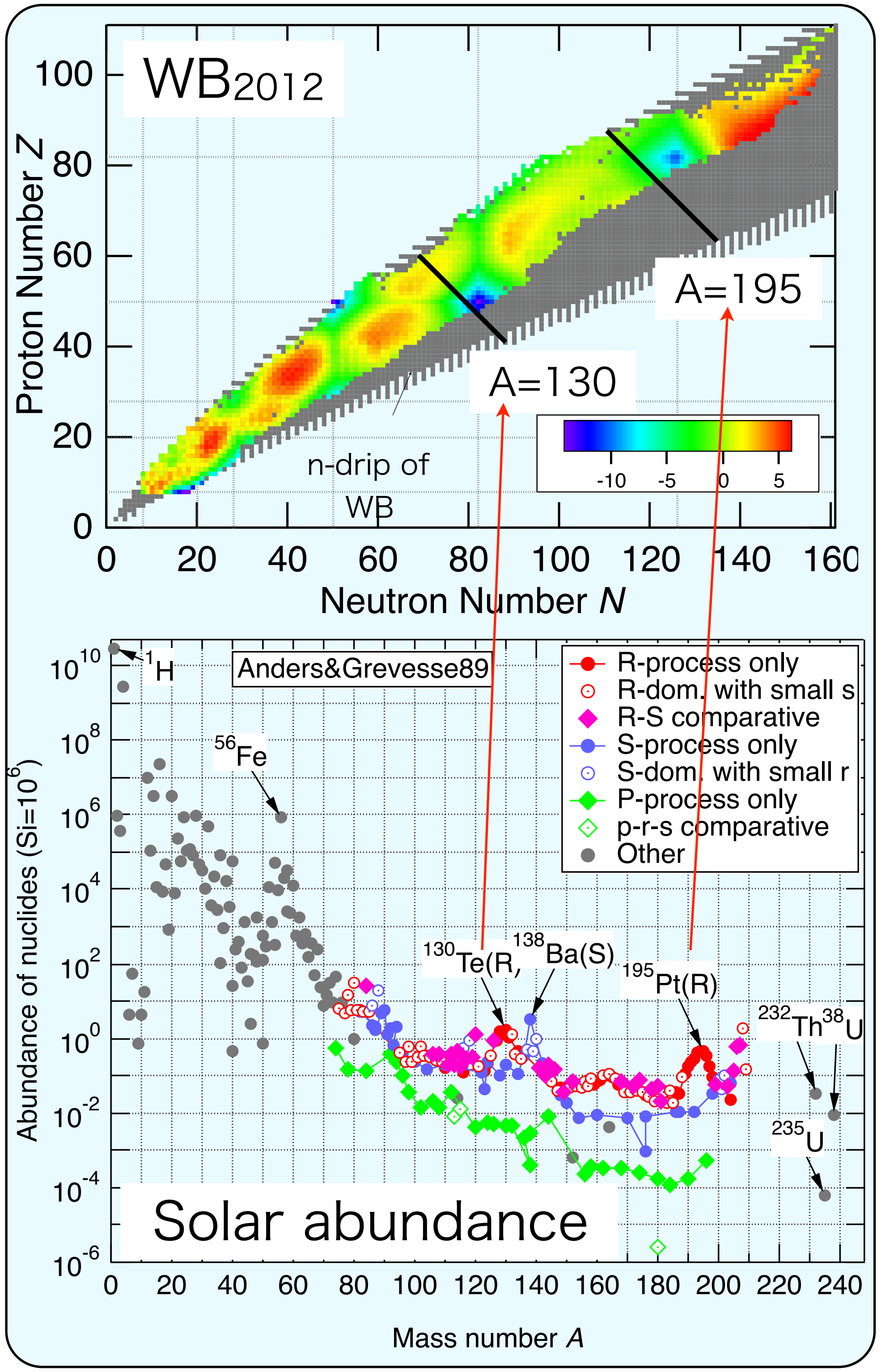
Trend in MeV-order

2. Mass-model dependency: n-rich nuclei

Mass value is subtracted by WB_{2012}.



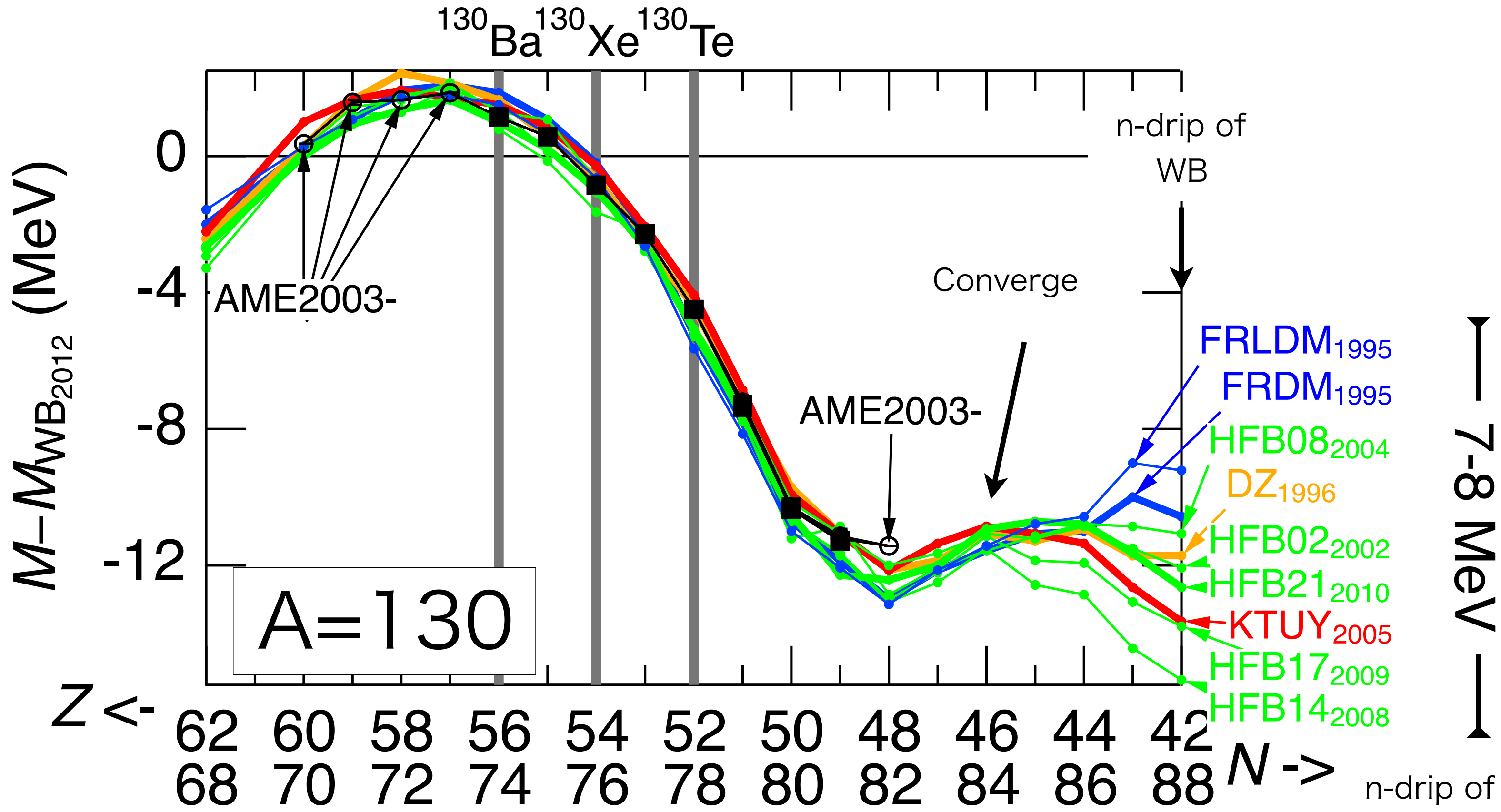


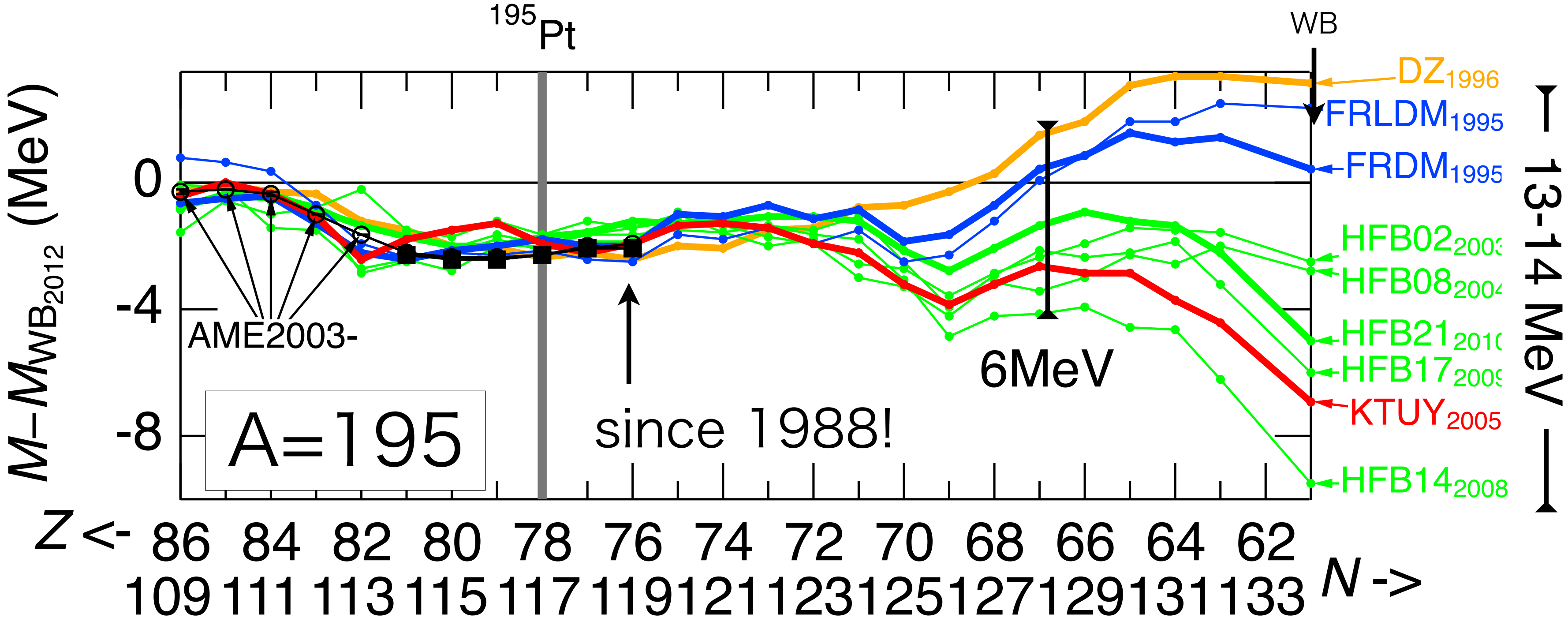


- In old-type mass formulae (-1988), mass values extremely diverge in the very neutron-rich region

Mass-model dependency: n-rich nuclei

(Only since 1990-)





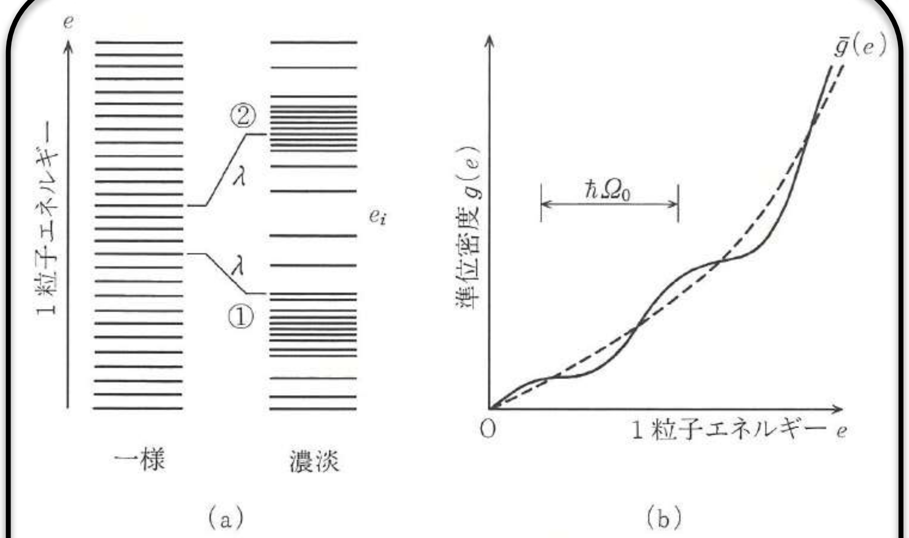
Predicted mass values still diverge.

Even among HFB's, mass values diverge in the n-rich region. (several MeV)

Poor experimental mass data.

原子核質量（結合エネルギー）の対称エネルギー部分の理論の不定性が大きい

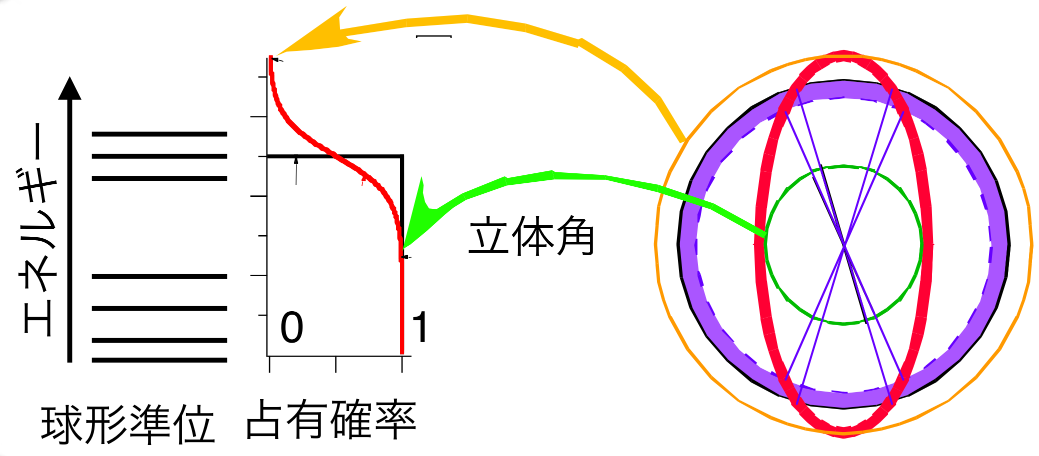
微視的部分の理論計算：Nilsson-Strutinsky法と球形基底法



殻構造の概念図

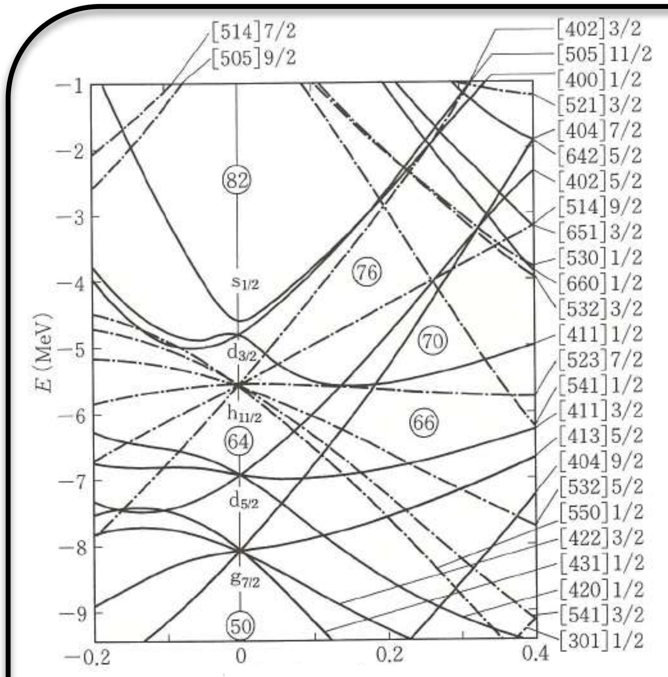
球形基底の方法(KTUYの 方法)

<u>球形単一粒子ポテンシャル</u>より準位を得、
変形状態を球形状態の配位混合として扱う

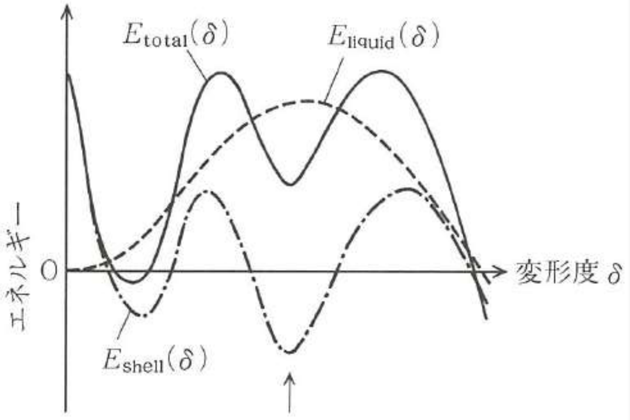


Nilsson-Strutinsky 法

<u>変形単一粒子ポテンシャル</u>より準位を得、
それに粒子を積み上げることにより求める

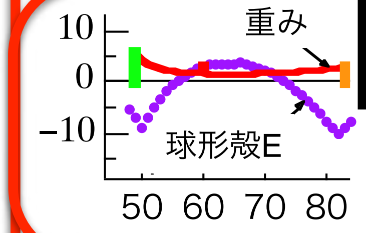


変形パラメータ→



変形パラメータ→

変形ポテンシャルで変形度を与えて、縮退が
解かれた準位に対して適用



実際の計算：**球形殻Eの重み付き和**

球形殻E：<u>球形準位の積分</u>
重み：<u>立体角(占有確率)の微分</u>

○核力ポテンシャル：２体の核力（Skyrme, Folded Yukawaなど）や単一粒子ポテンシャル（Wodds-Saxon等）等。構築するモデルによる

Spherical-Basis (KTUY) mass formula (2005)

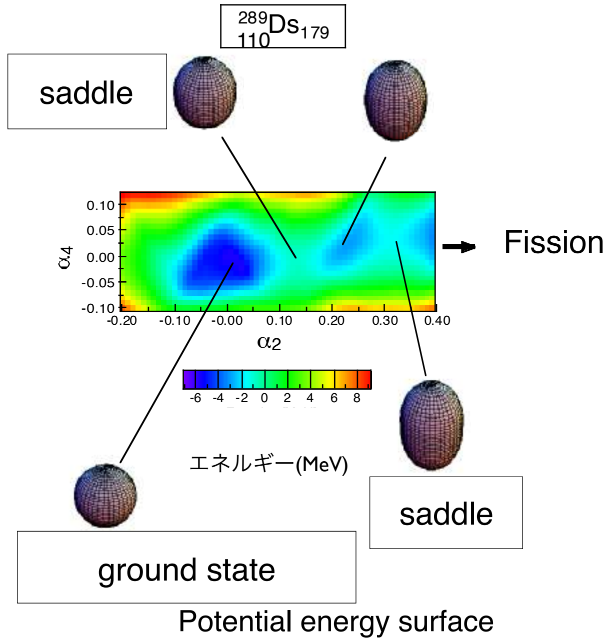
$$M(Z, N)=M_{\mathrm{gross}}(Z, N)+M_{\mathrm{eo}}(Z, N)+M_{\mathrm{shell}}(Z, N)$$

H. Koura,T. Tachibana, M. Uno, M. Yamada, PTP113 (2005)

M_{gross} smooth function of N and Z. (same as the TUYY formula)

M_{shell}: modified Woods-Saxon pot.+BCS+deform. config. and spherical-basis method

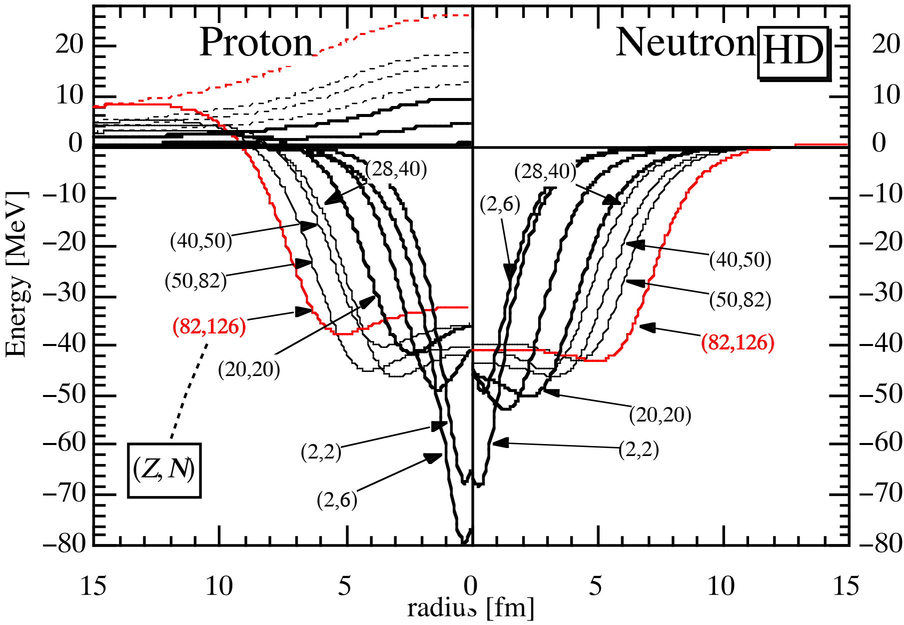
- Deformation, fission barrier is obtained
- Change of closed shells in the n-rich nuclei is predicted. (N=20 -> 16, etc.)
- Topic: decay modes for superheavy nuclei can be described.

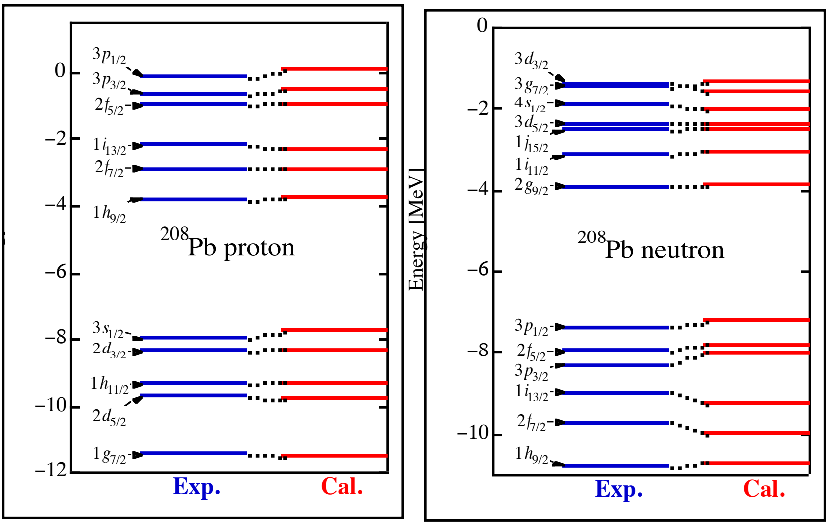


Potential energy surface

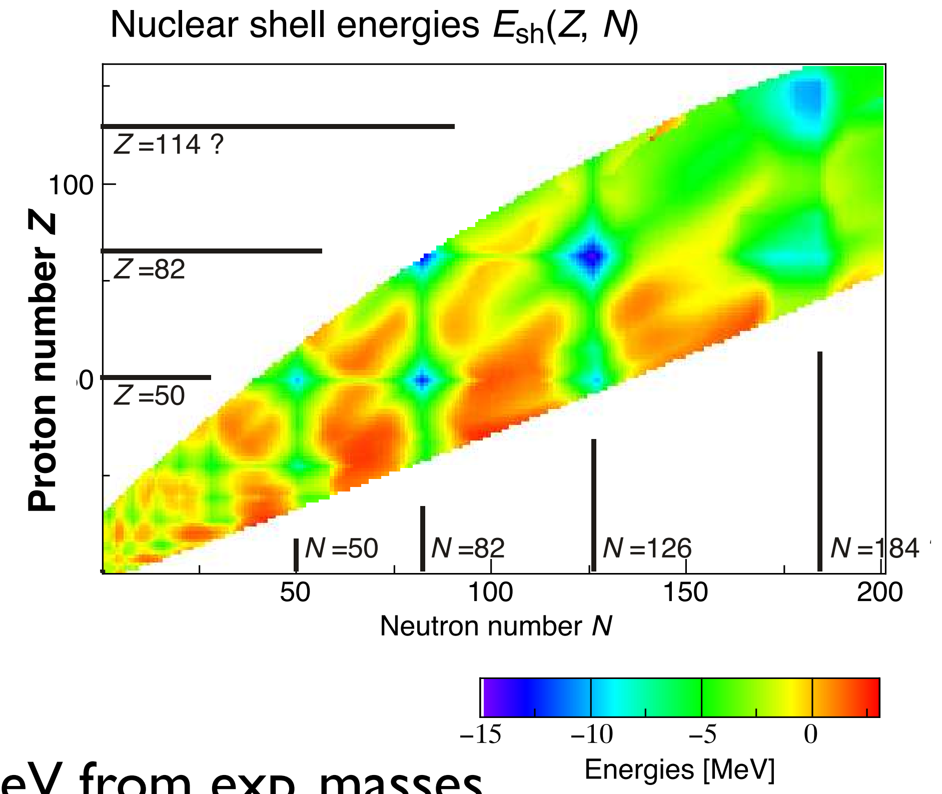
Single-particle potential

$$V_{\mathrm{cen}}(r)= V_0\frac{1}{\left\{1+\exp\left[(r-R_v)/a_v\right]\right\}^{a_v/\kappa}}\left\{1+V_{\mathrm{dp}}\frac{1}{1+\exp\left[-(r-R_v)/a_v\right]}\right\}$$



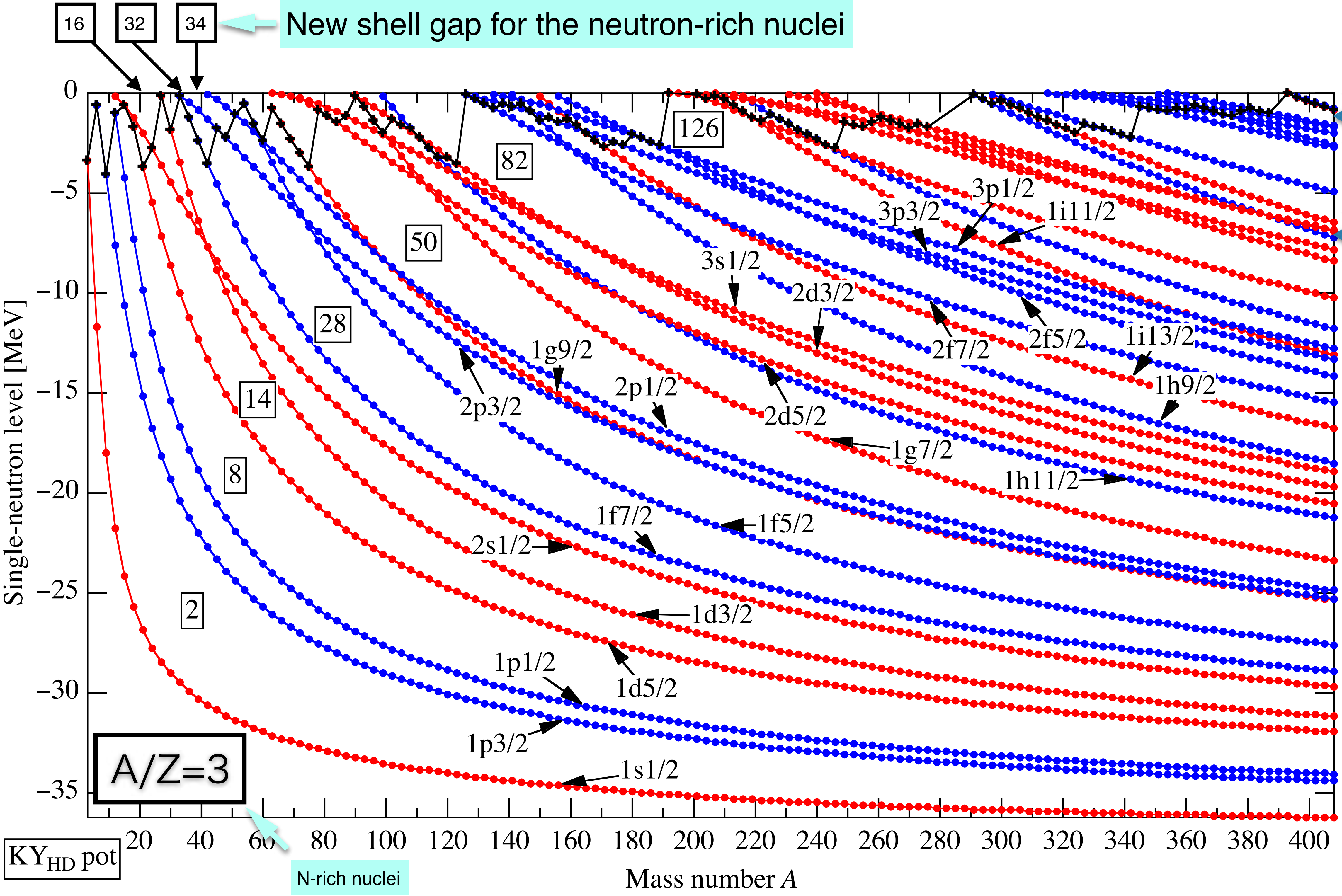


Shell energy



RMS. ~680 keV from exp. masses

KTUYから見た中性子過剰核１：単一粒子準位の魔法数



New shell gap for the neutron-rich nuclei

中性子過剰のFermi面付近

安定核の典型的な深さ ～-８MeV

A/Z=3

N-rich nuclei

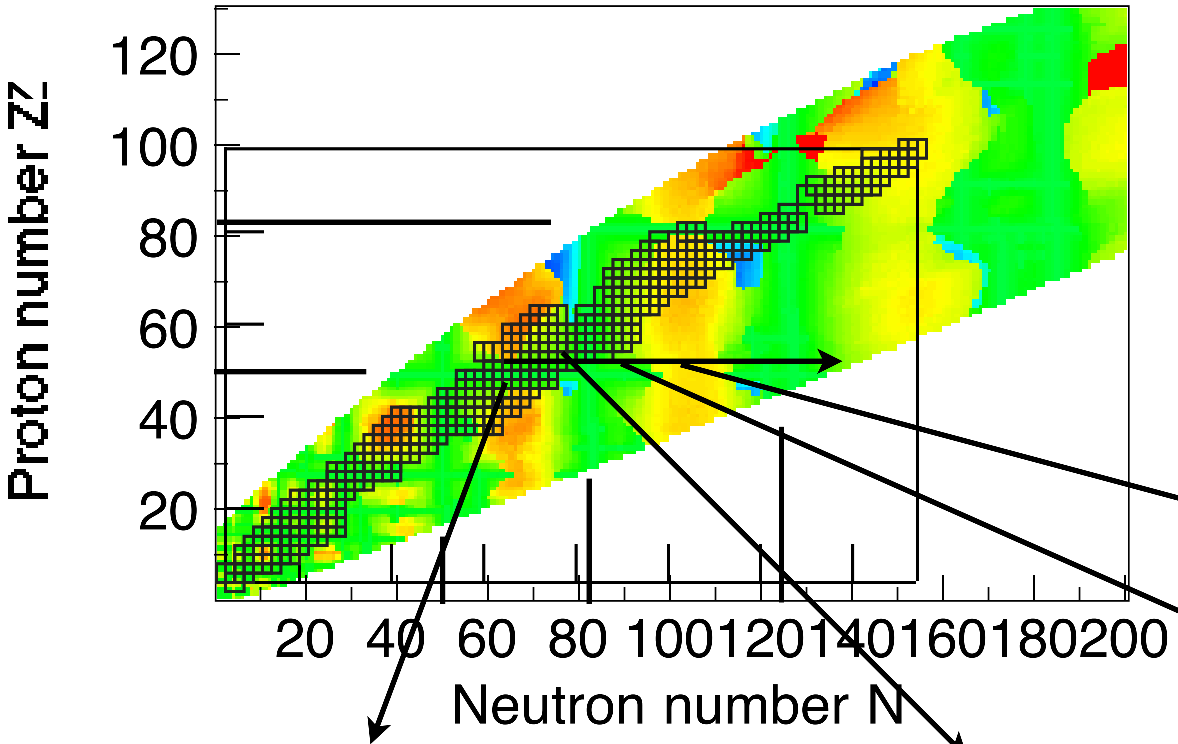
修正Woods-Saxonポテンシャル（HK, Yamada, NPA**671** (2000)による計算）

ゆるく結合した状態においては**N=20,28の消失**と同時に**N=16, 32 (, 34)の出現**を示している。

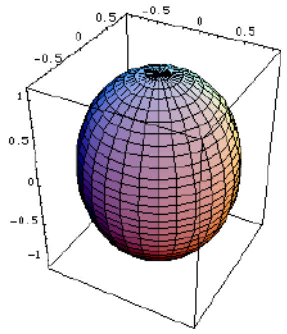
一方で**N=50**(58は現れるかもしれない）**,82,126はrobustに残っている**

KTUYから見た中性子過剰核２：原子核の変形

Deformation parameter alpha2 of KUTY



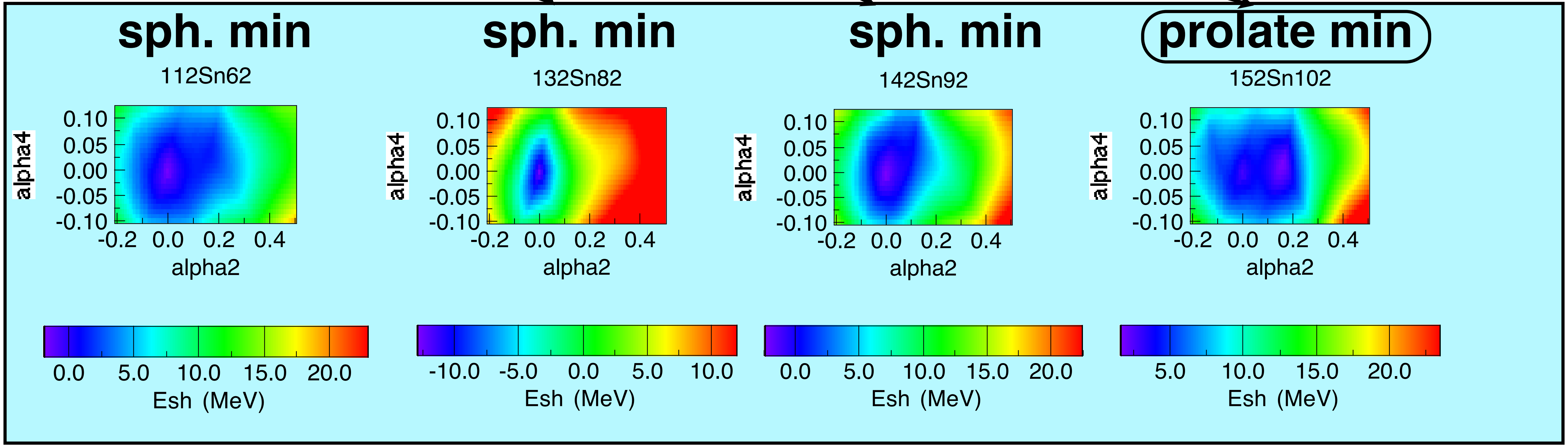
Sn Isotopes



$\alpha_4=-0.006$

$\alpha_2=0.17$

$\alpha_6=-0.027$



$^{112}\mathrm{Sn}_{62}$ $^{132}\mathrm{Sn}_{82}$ $^{142}\mathrm{Sn}_{92}$ $^{152}\mathrm{Sn}_{102}$

○原子核の変形は閉殻領域から離れた領域に（周期的に）出現している

r過程計算の質量模型依存性

- **Canonical model**

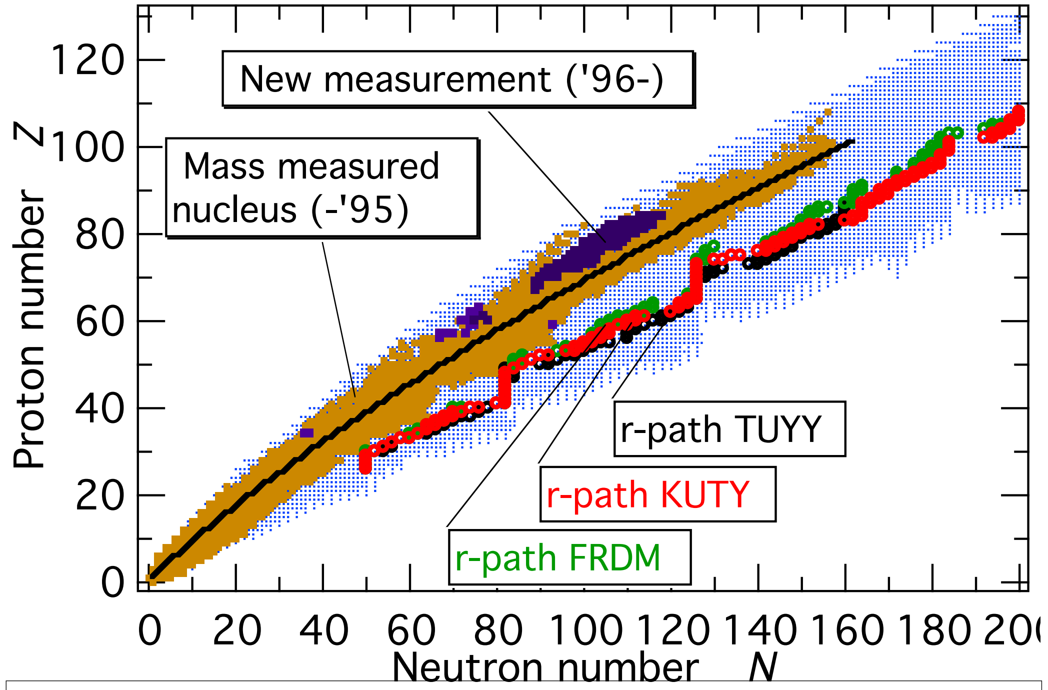
Steady flow +Waiting point Approximation

Neutron-number density (N_n) and temperature (T_9) are constants

(n,γ)-(γ,n) equilibrium is established over an irradiation time τ

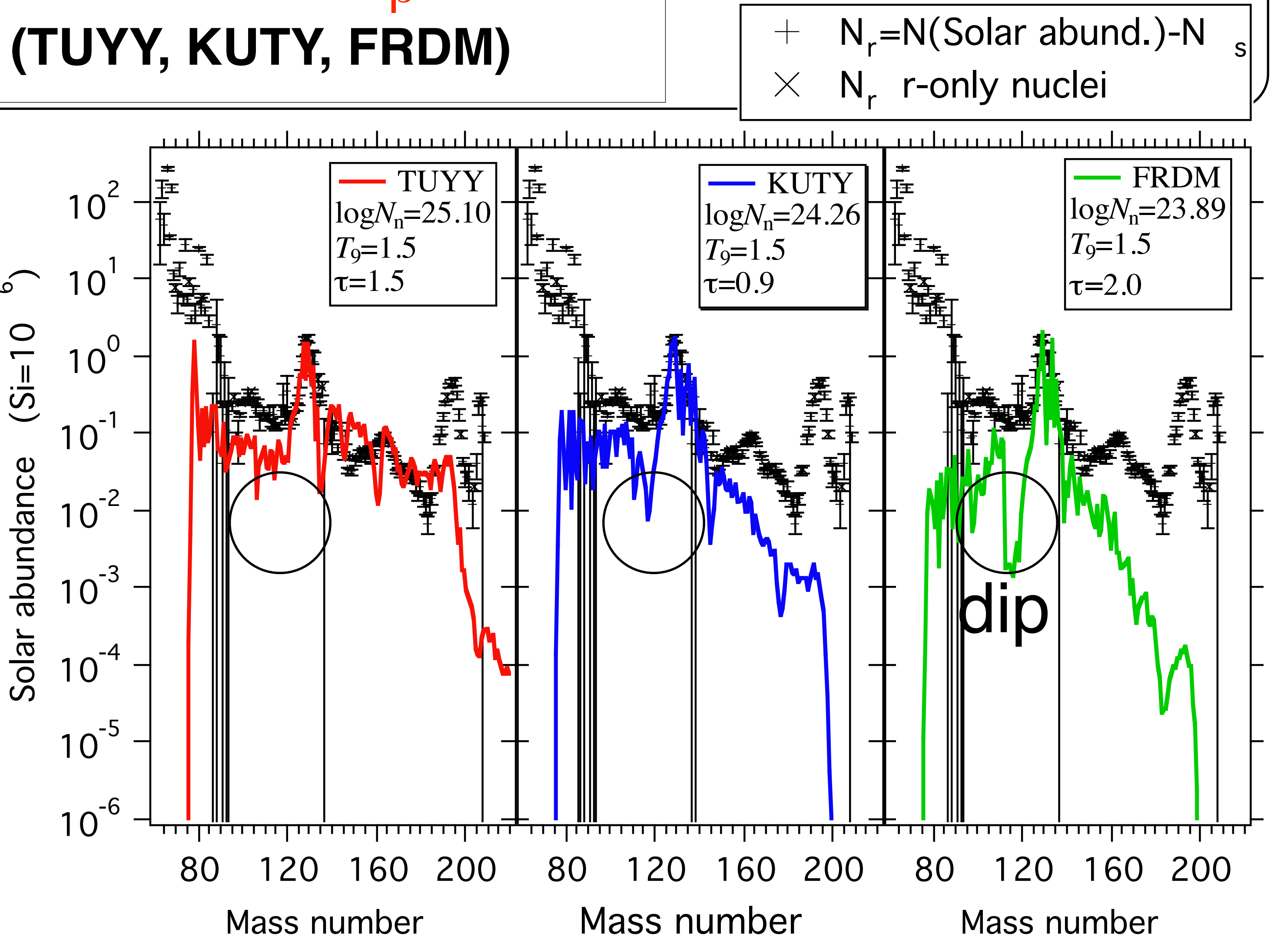
N_n,T_9,τ: chosen to reproduce the abundance peak at *A*=130 (obs.)

S_{2n} for equilibrium eq. (determine the path) and Q_β for λ_β: estimated from mass formulae (TUYY, KUTY, FRDM)



- **TUYY**: gross term (WB-like with higher expansion) + empirical shell term.
- **KTUY**: TUYY gross term + deformed shell with a modified Woods-Saxon pot.
- **FRDM**: Macroscopic Droplet + microscopic deformed shell with a folded Yukawa pot.

○経路の位置が異なっている



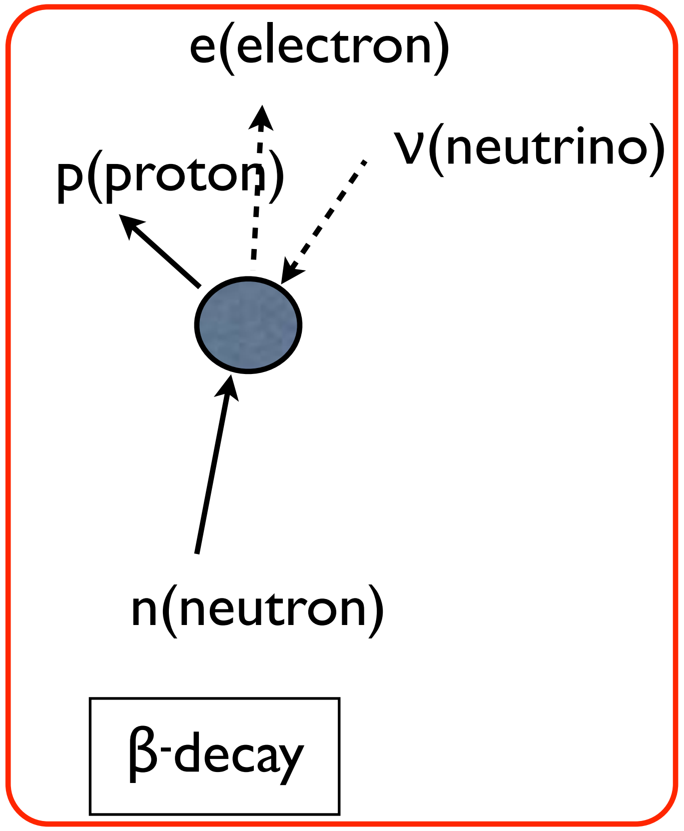
TUYY+GT2 **KUTY+GT2** **FRDM+GT2**

β崩壊

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}\left|(\Phi_{\mathrm{Final}}, H'\Phi_{\mathrm{Initial}})\right|^2\rho_{\mathrm{E}}$$

遷移確率の１次の摂動計算

弱い相互作用を記述



$$H_\beta = \int \mathscr{H}_\beta d\boldsymbol{r}$$:Hamiltonian

$$\begin{aligned}\mathscr{H}_\beta &= G_{\mathrm{V}}(\psi_{\mathrm{p}}{}^*\psi_{\mathrm{n}}\psi_{\mathrm{e}}{}^*\gamma'\psi_\nu - \psi_{\mathrm{p}}{}^*\boldsymbol{\alpha}\psi_{\mathrm{n}}\cdot\psi_{\mathrm{e}}{}^*\boldsymbol{\alpha}\gamma'\psi_\nu)\\ &+ G_{\mathrm{A}}(\psi_{\mathrm{p}}{}^*\boldsymbol{\sigma}\psi_{\mathrm{n}}\cdot\psi_{\mathrm{e}}{}^*\boldsymbol{\sigma}\gamma'\psi_\nu - \psi_{\mathrm{p}}{}^*\gamma_5\psi_{\mathrm{n}}\cdot\psi_{\mathrm{e}}{}^*\gamma_5\gamma'\psi_\nu)\\ &+ \text{(Hermitian conjugate)}\end{aligned}$$

Fermi

Gamow-Teller

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}$$

$$\gamma_5 = i\alpha_x\alpha_y\alpha_z,$$

$$\gamma' = (1+\gamma_5)/\sqrt{2}$$

原子核構造部分

β 崩壊の崩壊定数

$$\lambda_\Omega = C\int_{-Q_\beta}^{0} \boxed{|\mathcal{M}_\Omega|^2} f_\Omega(-E)dE$$

- Ω：遷移の形（禁止度）
- M：核行列要素。核構造に起因
- *f*(-*E*)：*f*関数。電子波動関数の歪み

崩壊の形とスピン・パリティの関係

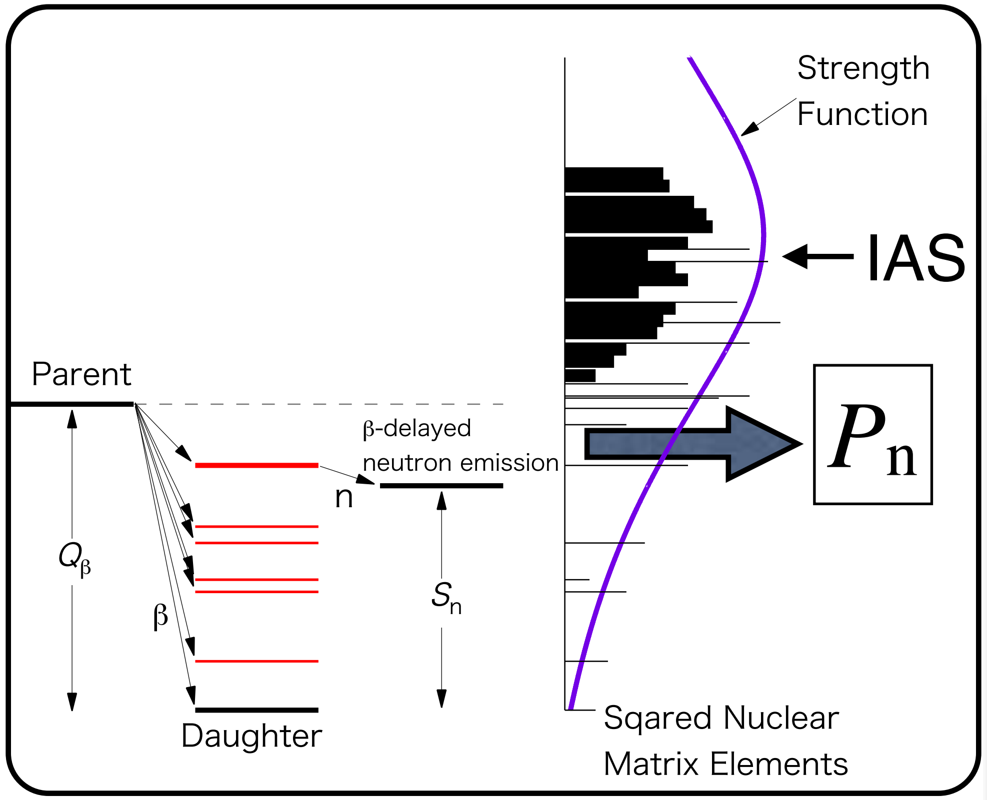
遷移様式	スピン	パリティ
許容遷移 (Fermi)	0	$+$
許容遷移 (Gamow-Teller)	$0, \pm 1$	$+$
第 1 禁止遷移	$0, \pm 1, \pm 2$	$-$
⋮	⋮	⋮
第 n 禁止遷移	$\pm n, \pm(n+1)$	$(-)^n$

半減期で
4桁程度

半減期で
4桁程度

Nuclear beta-decay and gross theory

Strength function of beta-decay



Required sum rules

$$\int_{-\infty}^{\infty} D_F(E;\epsilon)dE = 1$$

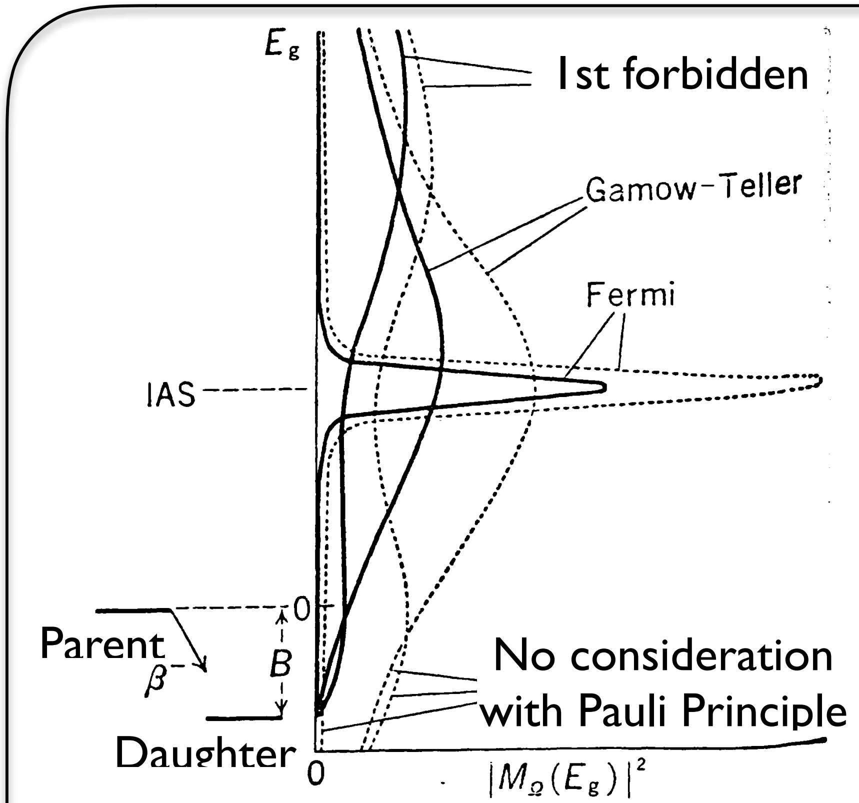
$$\int_{-\infty}^{\infty} D_{GT}(E;\epsilon)dE = 3$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} D_r(E;\epsilon)dE = \langle r^2\rangle \approx \frac{3}{5}R^2$$

$$\frac{1}{3}\int_{-\infty}^{\infty} E D_{GT}(E;\epsilon)dE = \Delta E_C$$

$$\frac{1}{3}\int_{-\infty}^{\infty} E^2 D_{GT}(E;\epsilon)dE = (\Delta E_C)^2 + \sigma_C^2 + \sigma_N^2$$

Overview of gross theory



$$|M_\Omega(E)|^2 = \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_{\max}} D(E,\epsilon)W(E,\epsilon)\frac{dn_1}{d\epsilon}d\epsilon$$

$D(E,\epsilon)$: one particle strength function

$\frac{dn_1}{d\varepsilon}$: level density

K. Takahashi et al., PTP **41** (1969)→Concept
S. Koyama et al., PTP **44** (1970)→dn₁/dε
K. Takahashi et al., ADNDT **12** (1973)→**GT1**
T. Kondoh et al., PTP **74** (1985)→BCS UV-factor
T. Tachibana et al.. PTP **84** (1990)→D(E, ε)
T. Tachibana et al., Proc. ENAM95 (1995)→**GT2**

Fermi, Gamow-Teller, and 1st forbidden can be calculated.

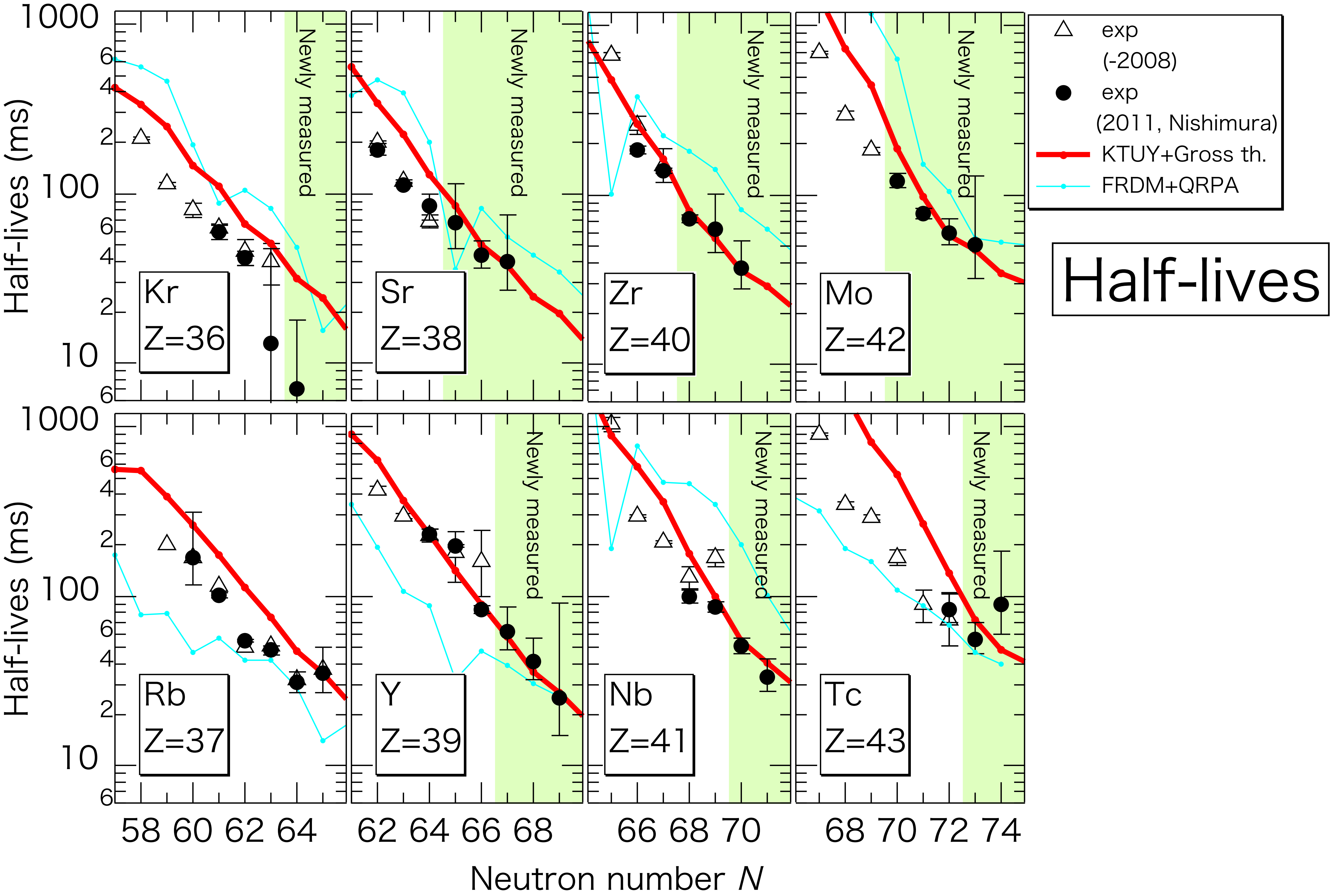
The gross theory includes:
1. Strength function (sum rules are considered)
2. BCS pairing (simply)
3. Forbidden transition
4. Fermi-gas level density (discrete treatment on the surface level))

Average treatment

H.K.,S. Chiba, Energy Procedia 71, 228 (2015)

β崩壊の大局的理論（良い例）

$T_{1/2}$ Systematics of neutron-rich nuclei

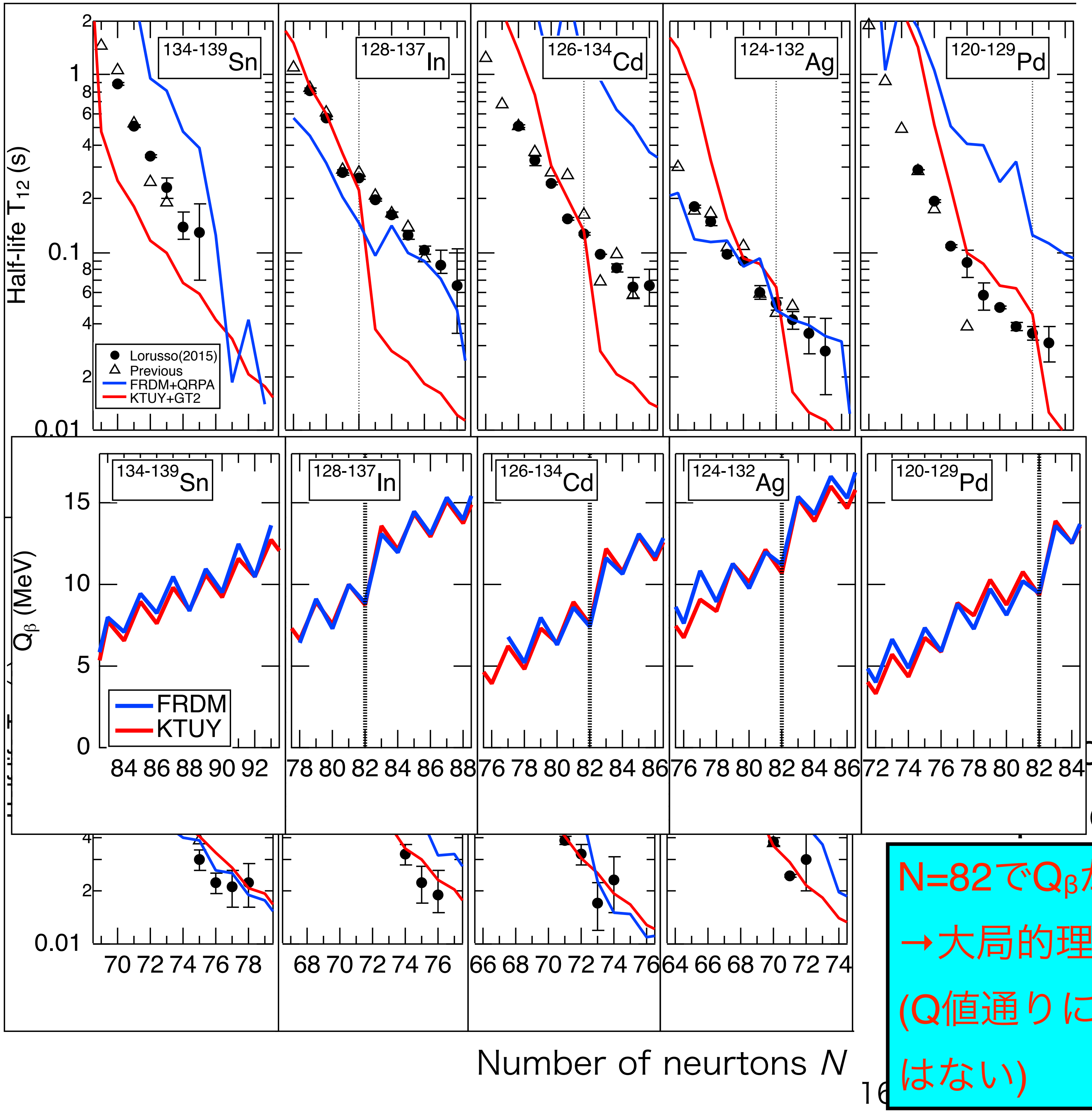


S. Nishimura et al., PRL **106** (2011)

β崩壊の大局的理論（ずれている例）

Z=50およびそれ以下

N=82を境にそれより上で半減期がずれる



Red：KTUY+GT2
Blue：FRDM+QRPA
●,△：experiment

Gross theory: Steep changes in the N=82

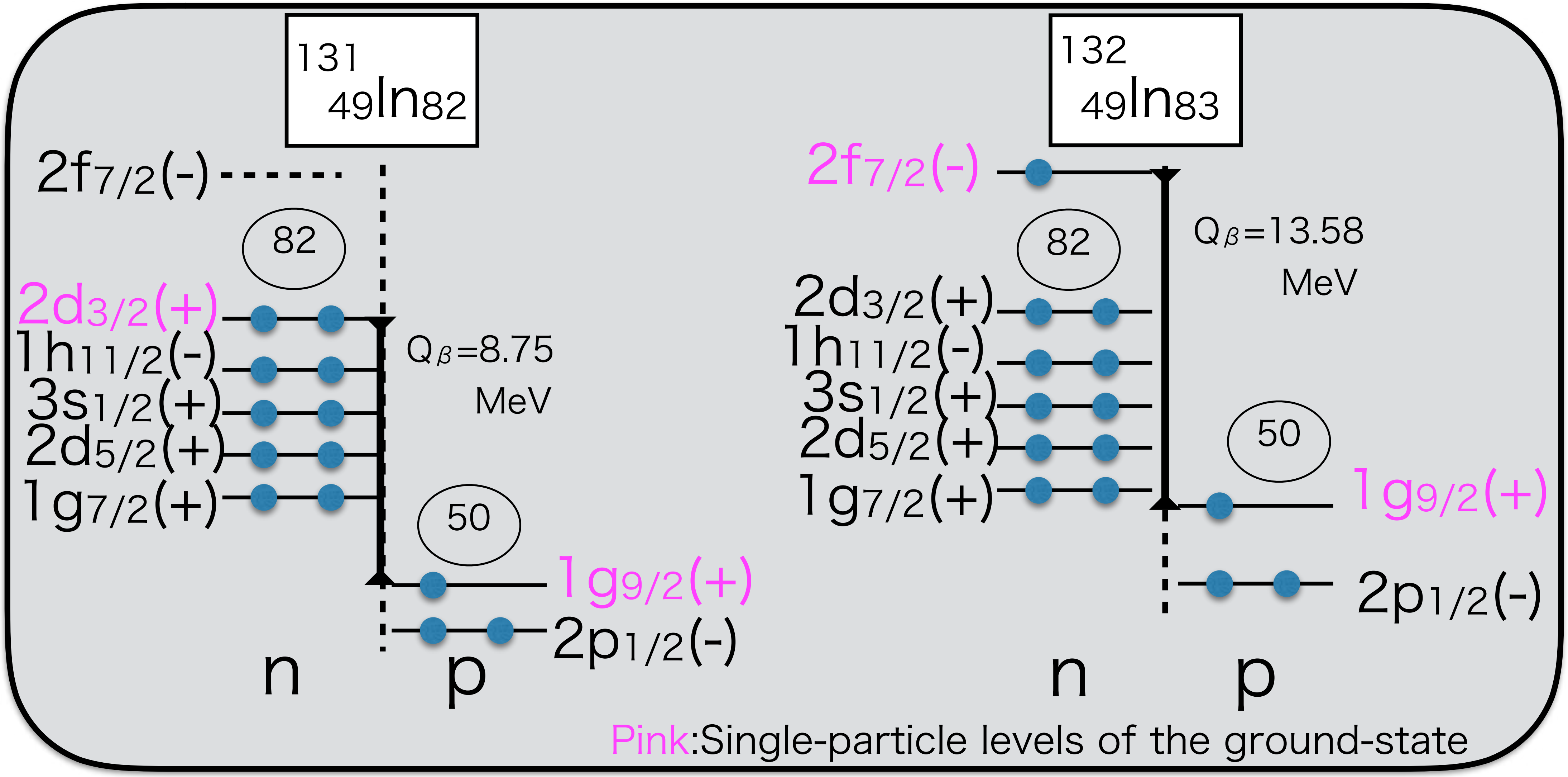
(↑)

ory:

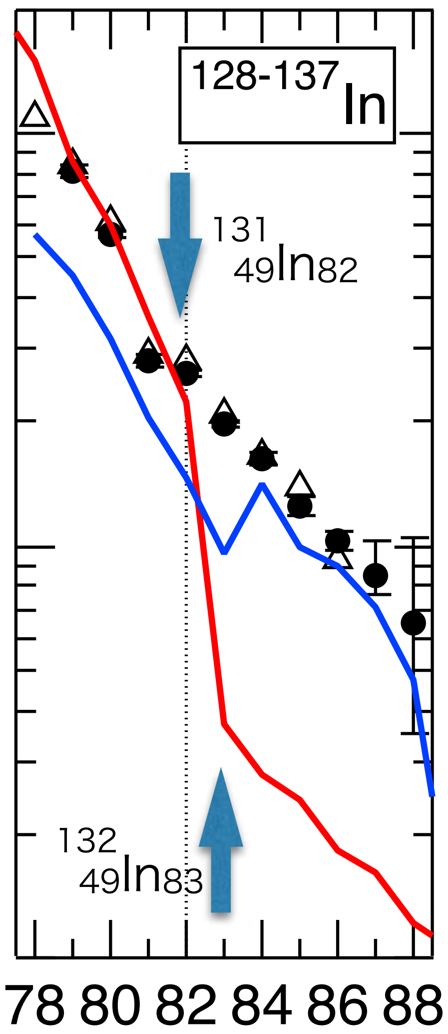
duces experimental trends here.

N=82でQ_βが急に下がる
→大局的理論ではQ_βに呼応して半減期が変化
(Q値通りに半減期が変化、しかし実験はそうではない)

スピンパリティの不一致：禁止遷移が主要な崩壊

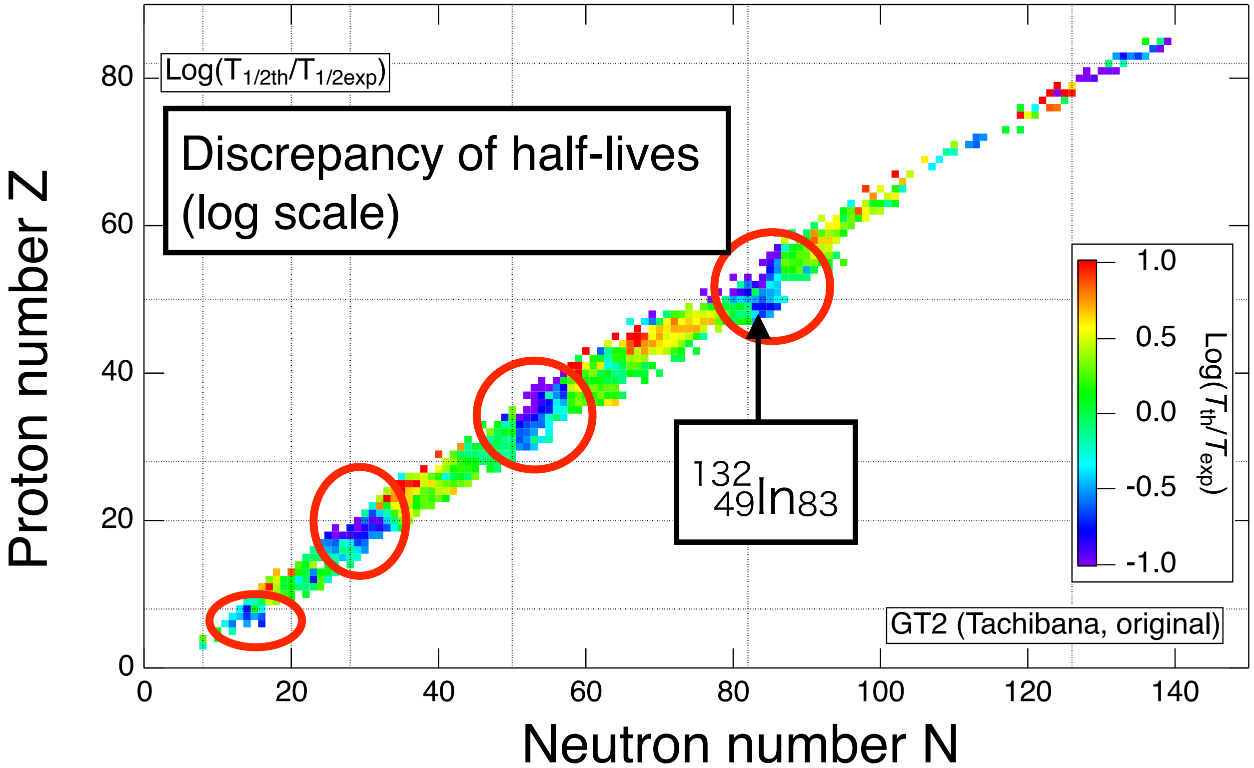


Pink:Single-particle levels of the ground-state



Red：KTUY+GT2

Blue：FRDM+QRPA



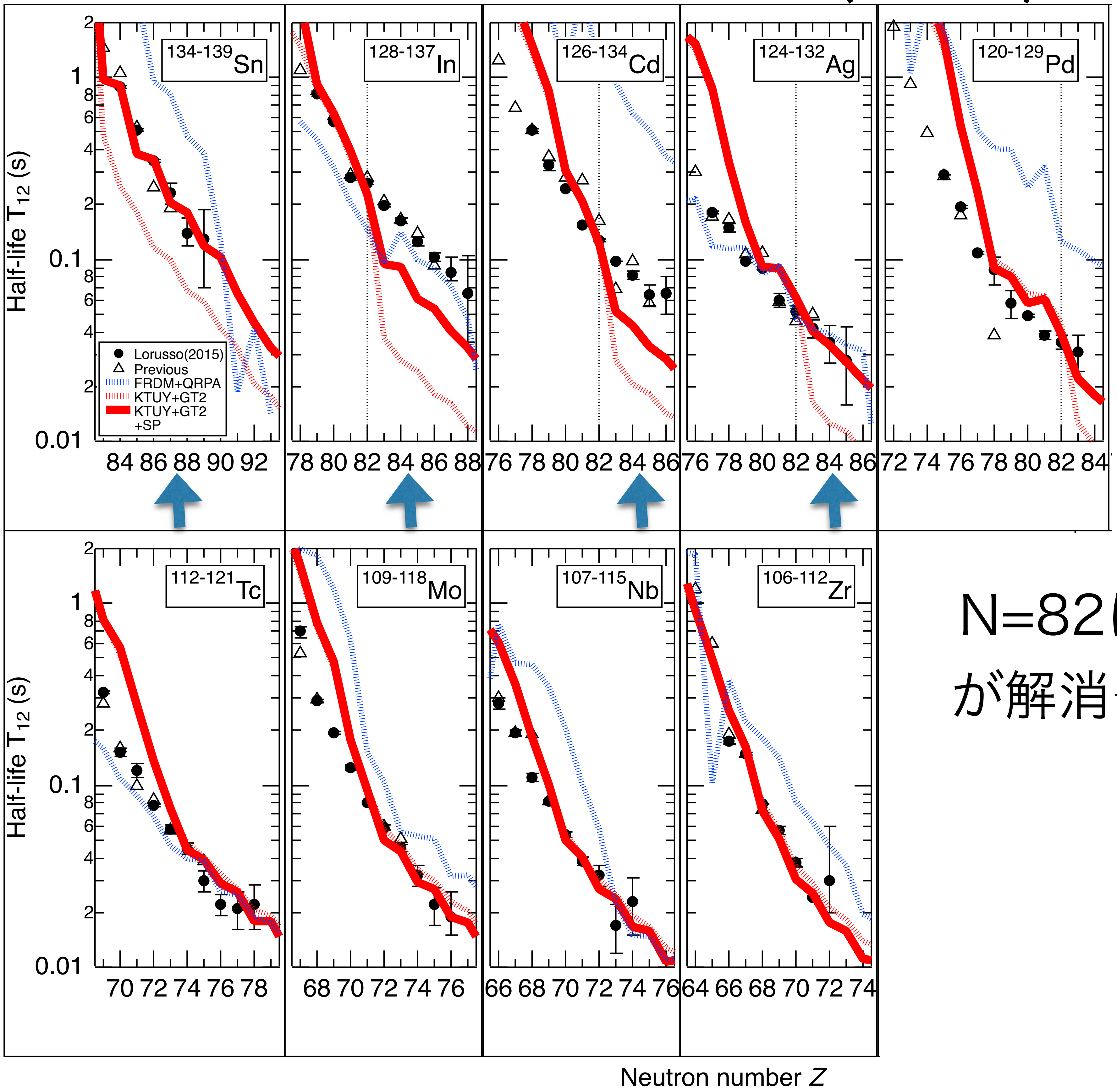
基底状態の単一粒子準位でパリティが変化(+→- or -→+) している

大局的理論の改良：パリティ変化する場合は許容遷移を抑制するように処方

HK, S. Chiba PRC**95**, 064304 (2017)

Results

Half-lives (Local)



Red：KTUY+GT2

Blue：FRDM+QRPA

RED：KTUY+GT2’

Spin-Parity

N=82における急激な変化が解消→実験半減期をよく再現

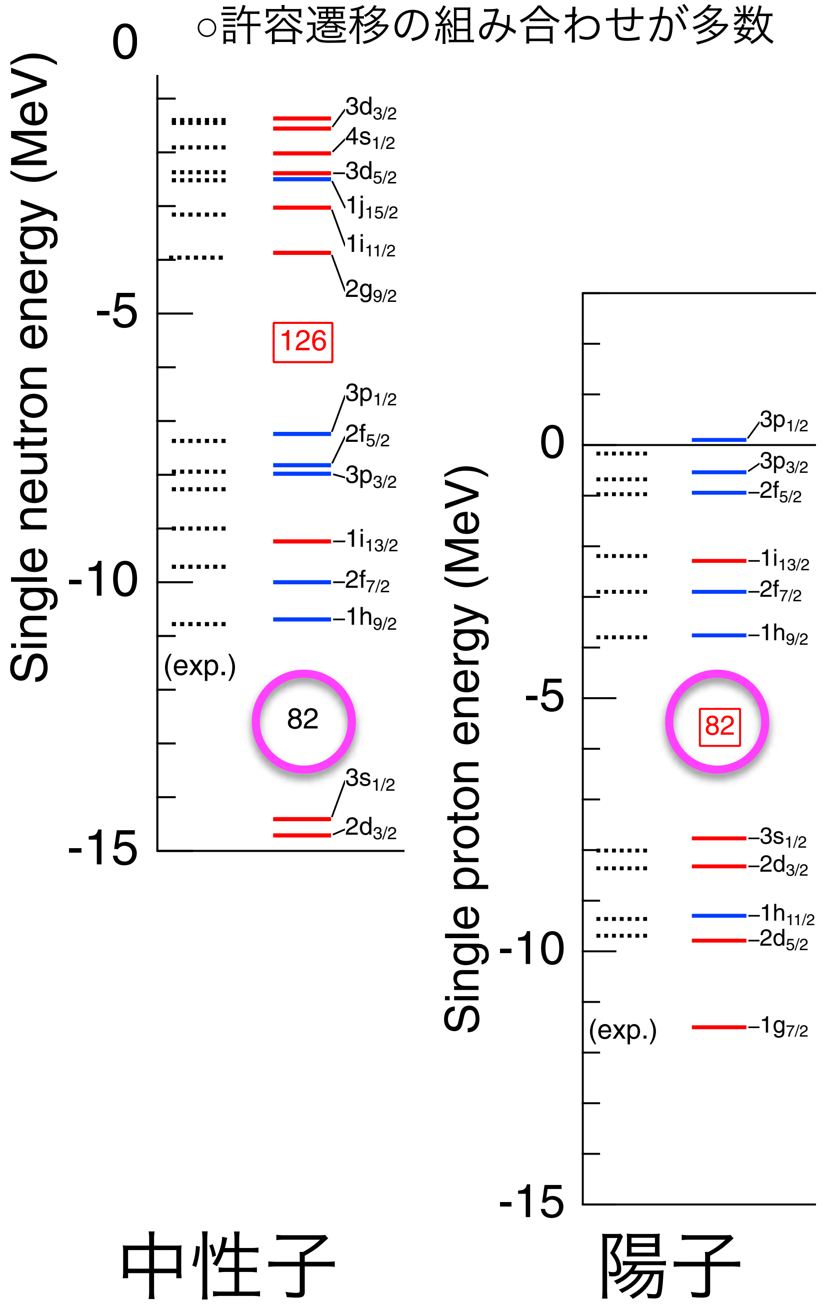
HK, S. Chiba PRC**95**, 064304 (2017)

N=Z近辺：隣の準位が類似
→β崩壊では許容遷移に

N=Z近辺：隣の準位がone mejor shellずれる
→β崩壊では禁止遷移に

N=Z核（仮想的）

○許容遷移の組み合わせが多数

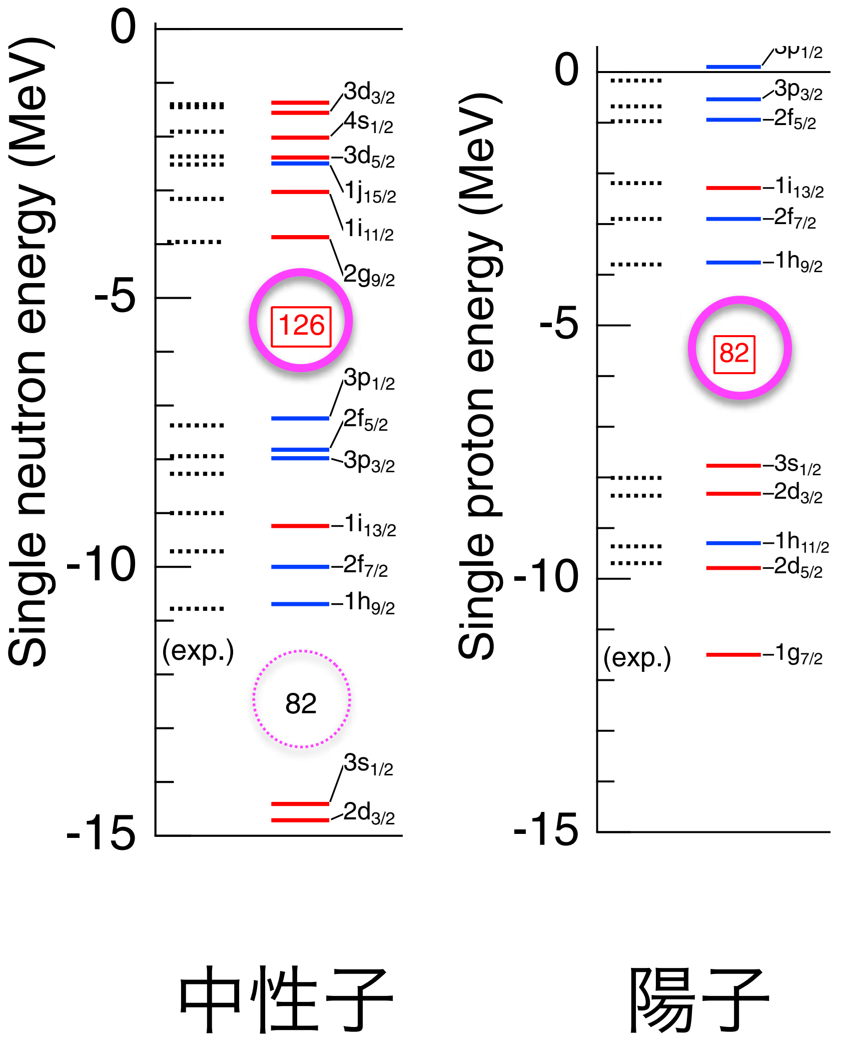


^{164}Pb(Z=82,N=82)

（実際はクーロンで少々ずれる）

β崩壊安定核

○異なる状態同士→禁止遷移になりがち



^{208}Pb(Z=82,N=126)

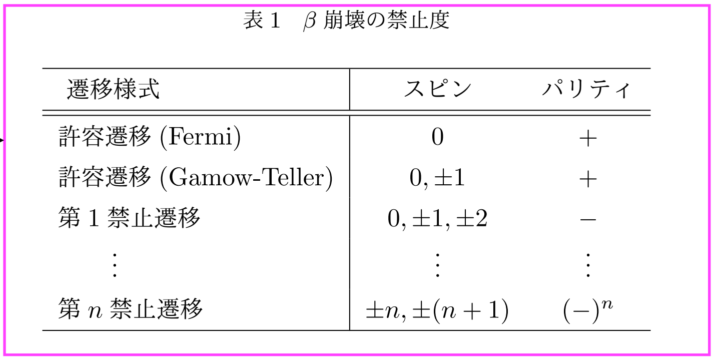


表 1　β 崩壊の禁止度

遷移様式	スピン	パリティ
許容遷移 (Fermi)	0	+
許容遷移 (Gamow-Teller)	0, ±1	+
第 1 禁止遷移	0, ±1, ±2	−
⋮	⋮	⋮
第 n 禁止遷移	$\pm n, \pm(n+1)$	$(-)^n$

陽子、中性子の単一粒子準位が同じならこの遷移に
(N=Z付近の（軽い）原子核は概ねこのパターン）

N=Zでは許容遷移が優勢
N>Z、特にone mejor shell
ずれる場合では許容遷移
の可能性が減る

N=126付近の球形単一粒子：準位のミスマッチング

陽子数大　　　(N=126は固定)　　　陽子数小

^{208}Pb (β安定核)

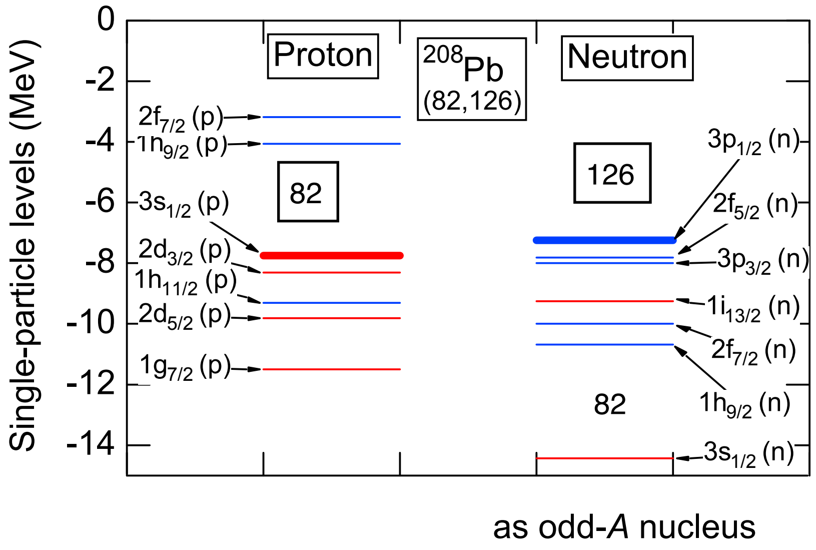
^{200}W (中性子過剰)

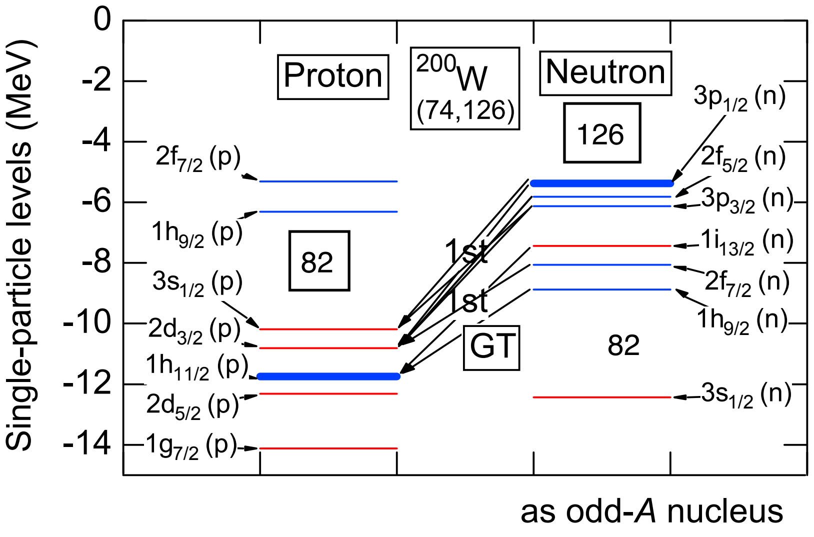
Qβはそれほど大きくない

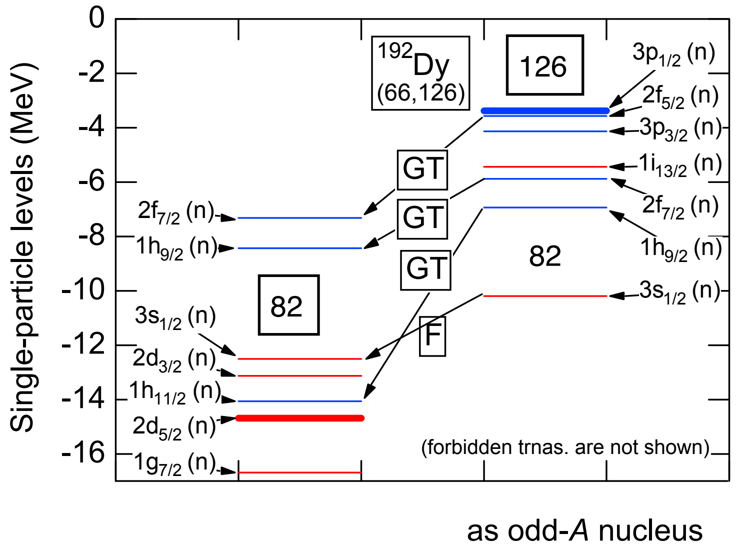
^{192}Dy (中性子過剰)

Qβ大

安定核：陽子3s1/2(+)と中性子3p1/2(-)



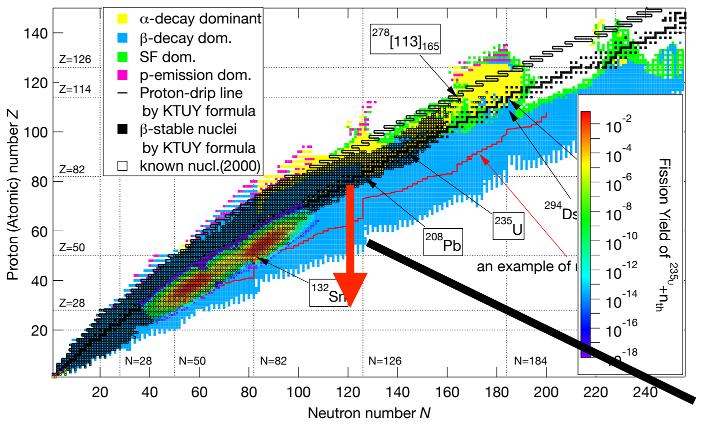




陽子と中性子で**one major shellのずれ**

許容遷移の組み合わせが**ほとんど存在しない**

許容遷移の組み合わせが復活



禁止遷移が主要となる

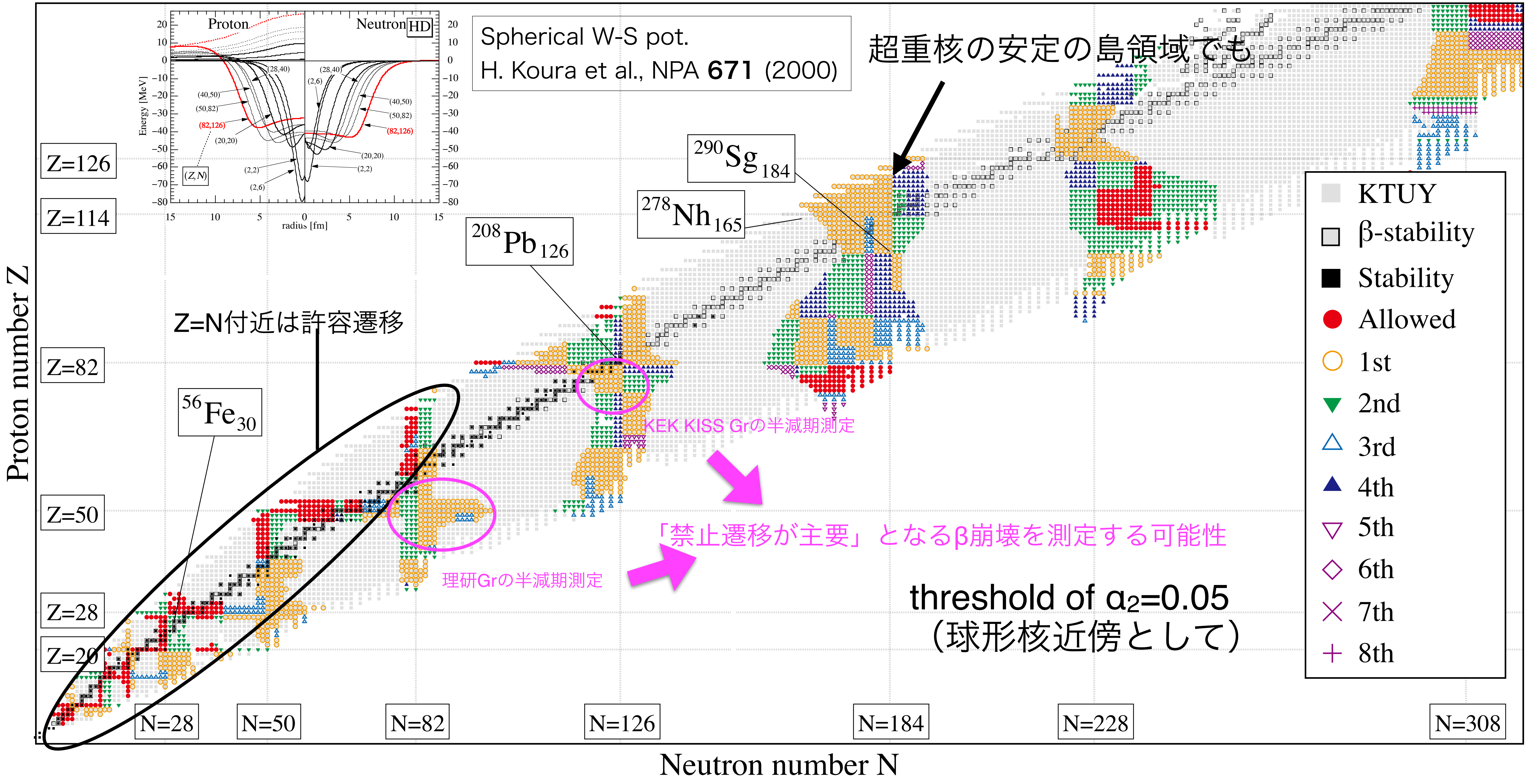
核図表上の動き

陽子準位が下がり（クーロンエネルギーが減ったため）
中性子準位が上がり（対称エネルギー）
準位の不一致が解消されている

H.Koura, JAEA-Review **2010-056** , p.84 (2010))

基底状態間のスピン・パリティから分類したベータ崩壊の型

（球形単一粒子準位）



Spherical W-S pot.
H. Koura et al., NPA **671** (2000)

超重核の安定の島領域でも

Z=N付近は許容遷移

KEK KISS Grの半減期測定

「禁止遷移が主要」となるβ崩壊を測定する可能性

理研Grの半減期測定

threshold of α_2=0.05
（球形核近傍として）

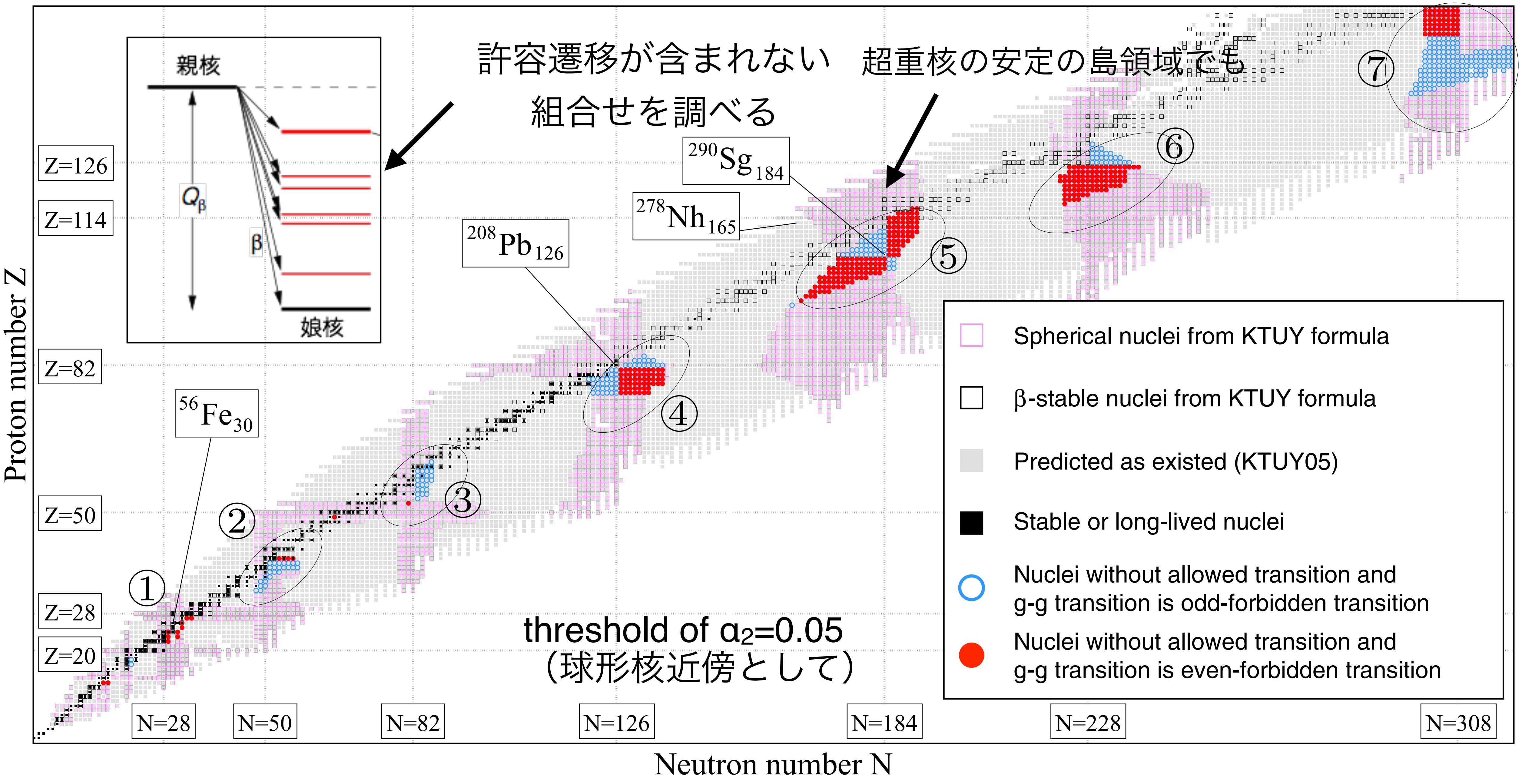
- N=Z付近はAllowed transition （●）の形を示す（類似の準位に落ちるのである意味当然）
- 中性子過剰N=126付近（に限らず閉殻領域）は禁止遷移の形を示す

  （少なくともone major shell ずれる）

F. Endo, HK, PRC **99** 034303 (2019)
3月1日公開

励起状態にも禁止遷移が存在しない核種の分布

（球形単一粒子準位）



許容遷移が含まれない
組合せを調べる

超重核の安定の島領域でも

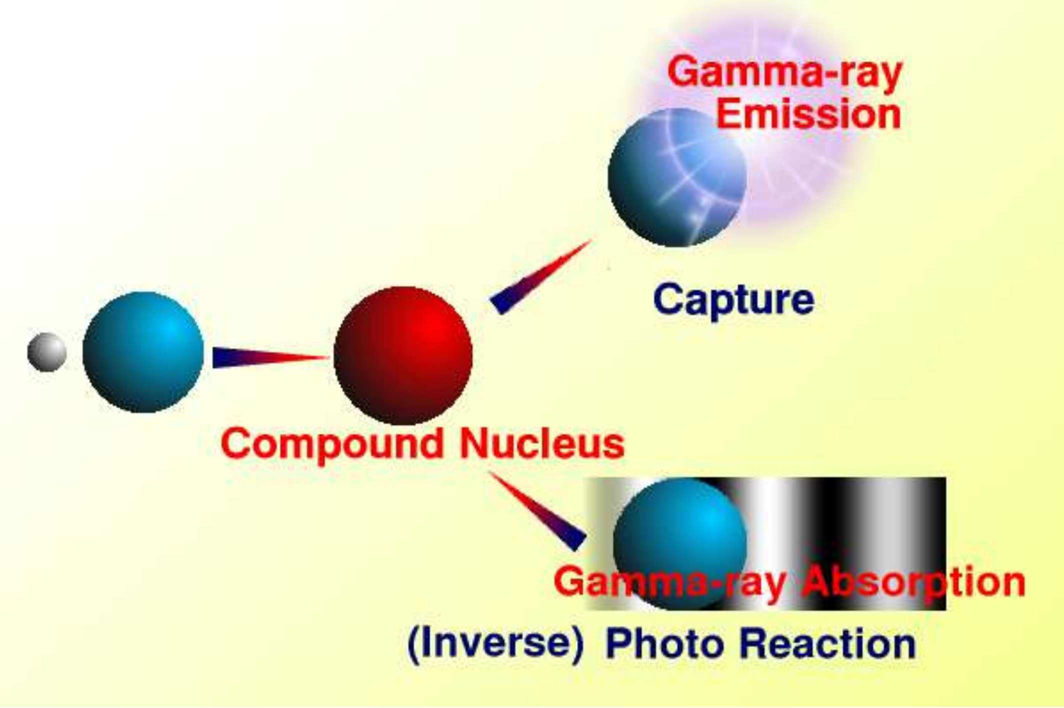
threshold of $\alpha_2=0.05$
（球形核近傍として）

励起状態まで考慮すると、禁止遷移が主要になるのは**「安定核近傍の中性子過剰核側」**で、**「２重閉殻近傍核」**

（変形核領域だとNilsson軌道準位や集団運動準位が割り込む→許容遷移も現れ得る）

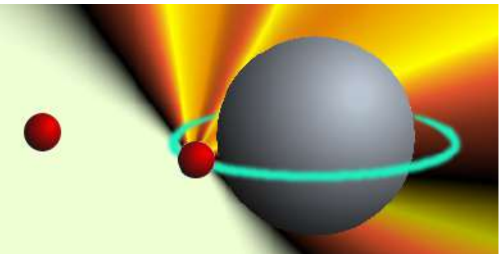
F. Endo, HK, PRC **99** 034303 (2019)

中性子捕獲断面積：HF模型とDirect semi-direct模型



Direct/Semidirect Nucleon Capture Model

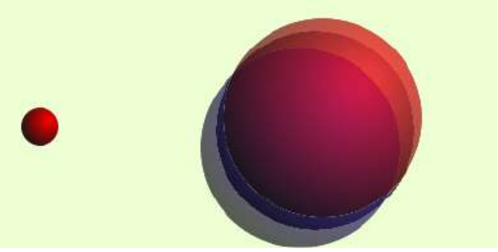
Direct Capture



- Electric dipole radiation transition from optical potential to single-particle state
- Amplitude

$$T_d = C_d \langle R_{nlj} | r | R_{LJ} \rangle$$

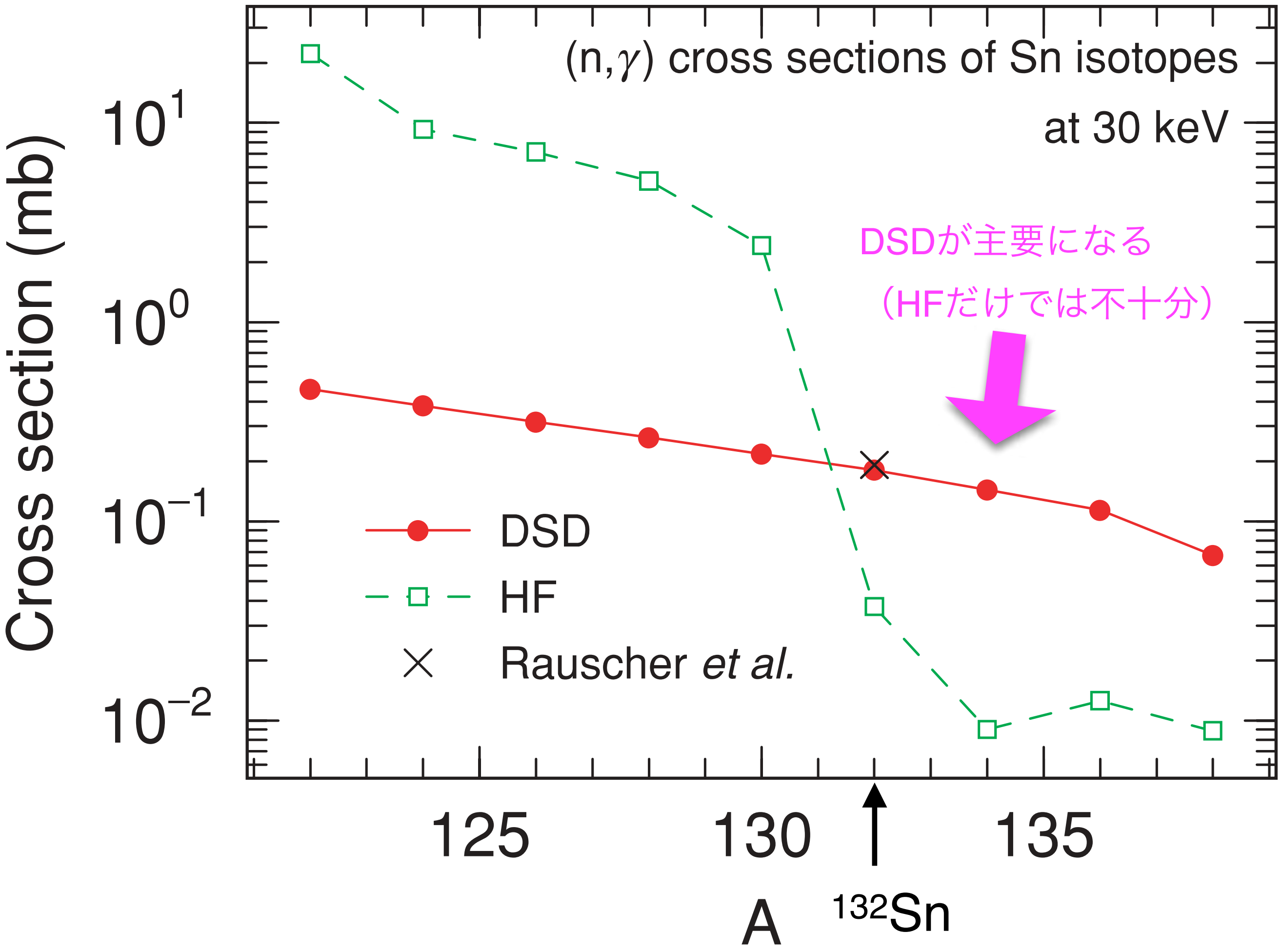
Semidirect (Collective) Capture



- Excite GDR, and decay into single-particle state
- Vibration-particle coupling, $V_1 h(r)$
- Amplitude

$$T_s = C_s \langle R_{nlj} | V_1 h(r) | R_{LJ} \rangle \times \frac{|M_{GDR}|^2}{E_\gamma - E_{GDR} + i\Gamma_{GDR}/2}$$

T. Kawano



DSDが主要になる
（HFだけでは不十分）

S.Chiba, H. Koura, T. Hayakawa, T, Kawano *et al.*, PRC**77** 015809 (2008)

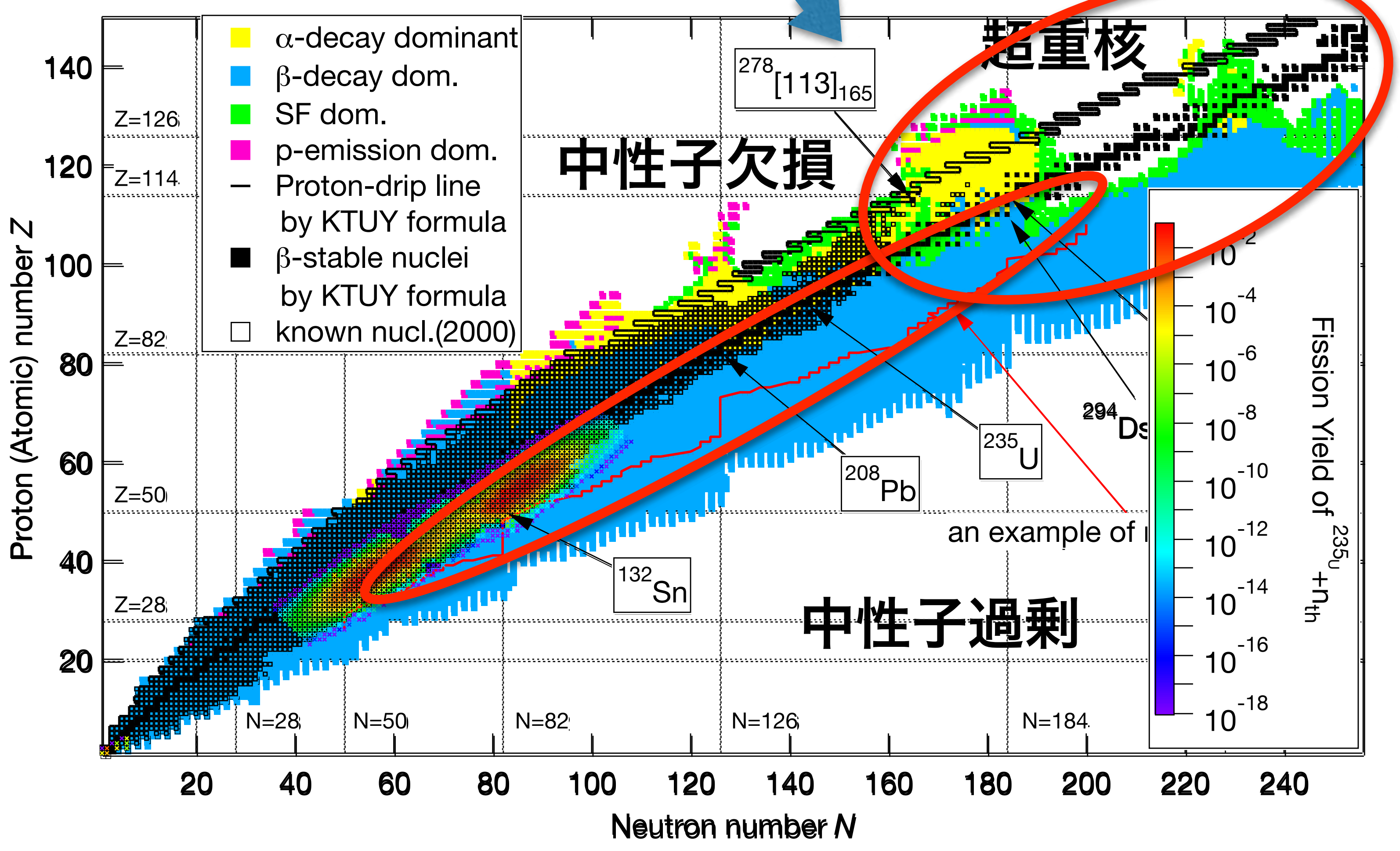
●単一粒子準位計算はmodified WS pot (Koura, Yamada, 2000))より

中性子過剰核側の中性子捕獲断面積：統計模型での断面積よりDSDでの断面積が大きくなる。

核分裂

113,115 117,118

新元素 **Nh** **Mc** **Ts** **Og** （ニホニウムなど）



「超重核の安定性の島」の奥に自発核分裂が主要となる核種領域（緑）が広がっている

r過程の終端の研究は「超重核の核構造」の研究と密接に関係

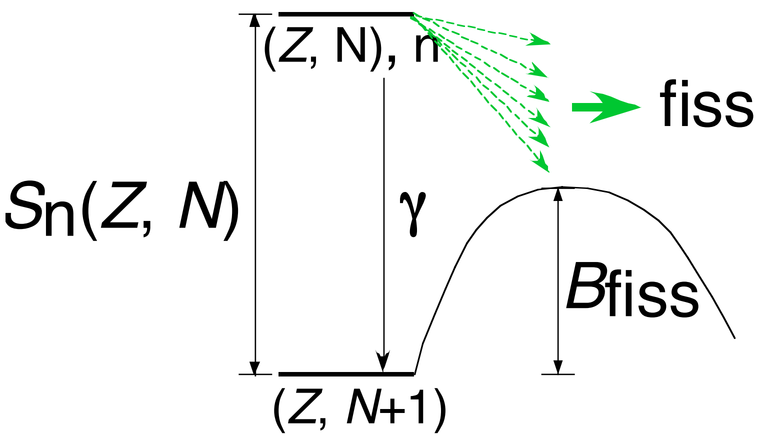
中性子過剰核のβ崩壊は天体核物理、原子炉物理において重要

H. K. et al, PTP **113**, 305 (2005), H.K et al., B. Phys.Soc. Jpn. 60, 717 (2005)

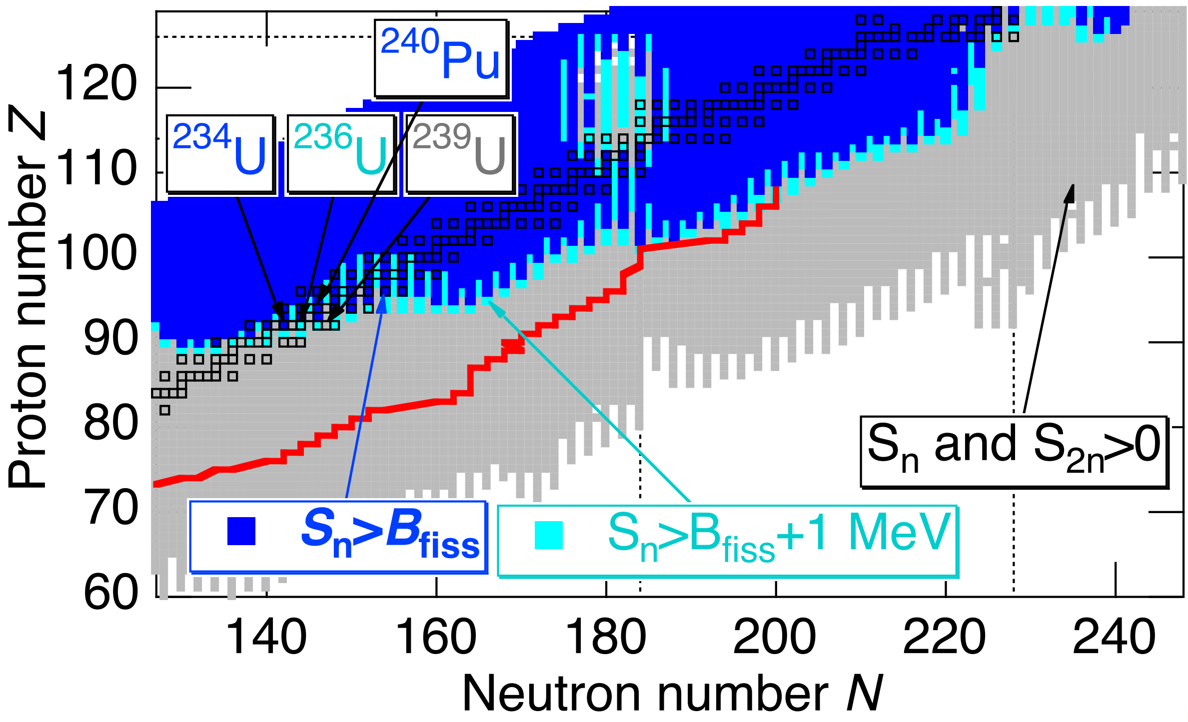
Region of beta-delayed and neutron-induced fission

Nuclear masses and fission barrier:
KTUY (Koura-Tachibana-Uno-Yamada) mass formula

- n-induced fission

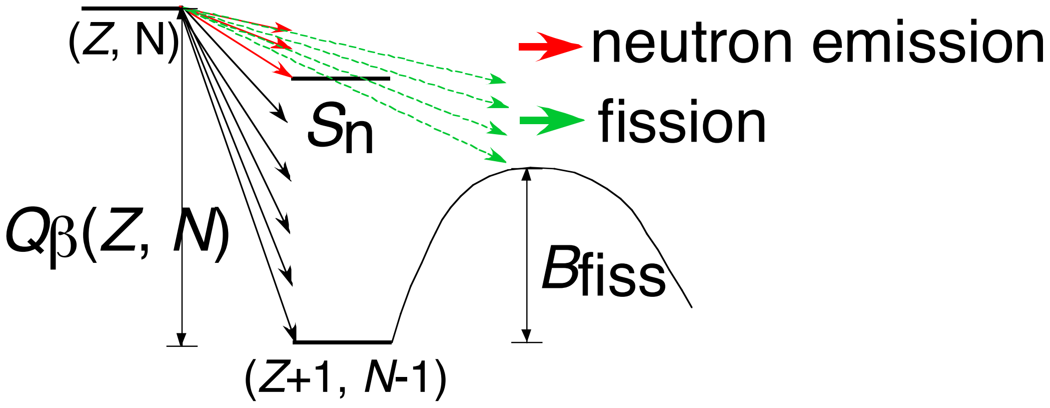


neutron-induced fission

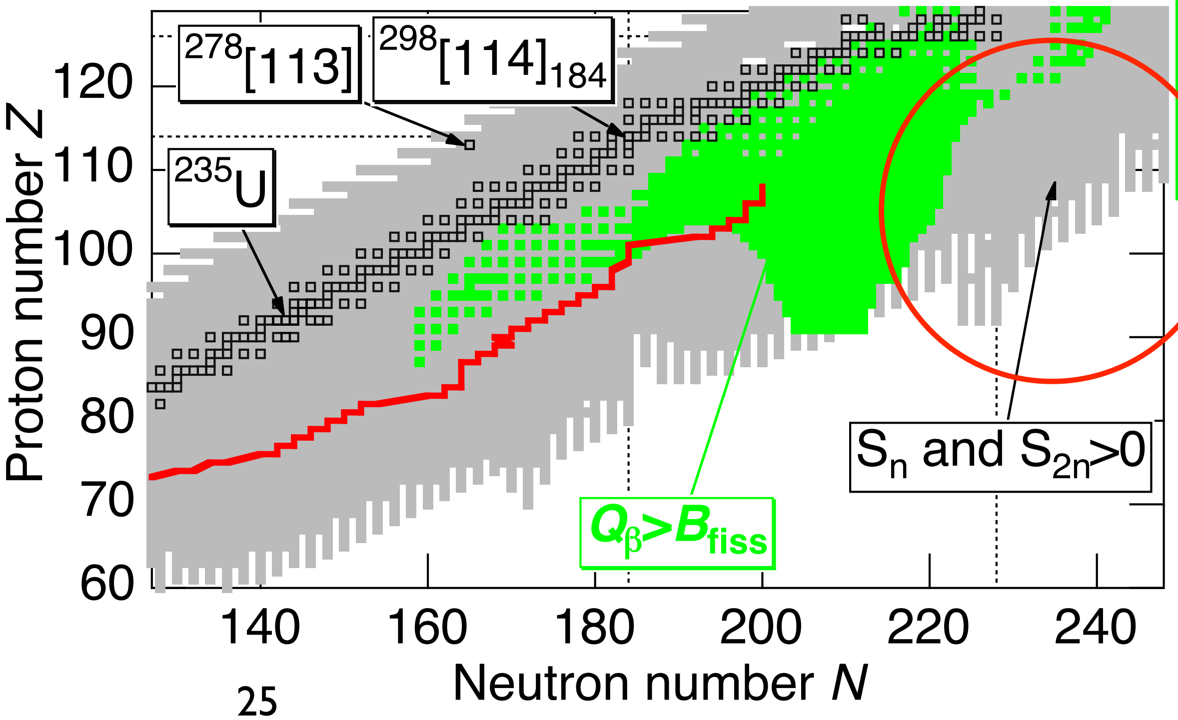


$S_n > B_{fiss}$

- β-delayed fission



β-delayed neutron emission and β-delayed fission



$Q_\beta > B_{fiss}$

Lack of calculation

1. 核分裂片分布が与えるr過程生成量への影響

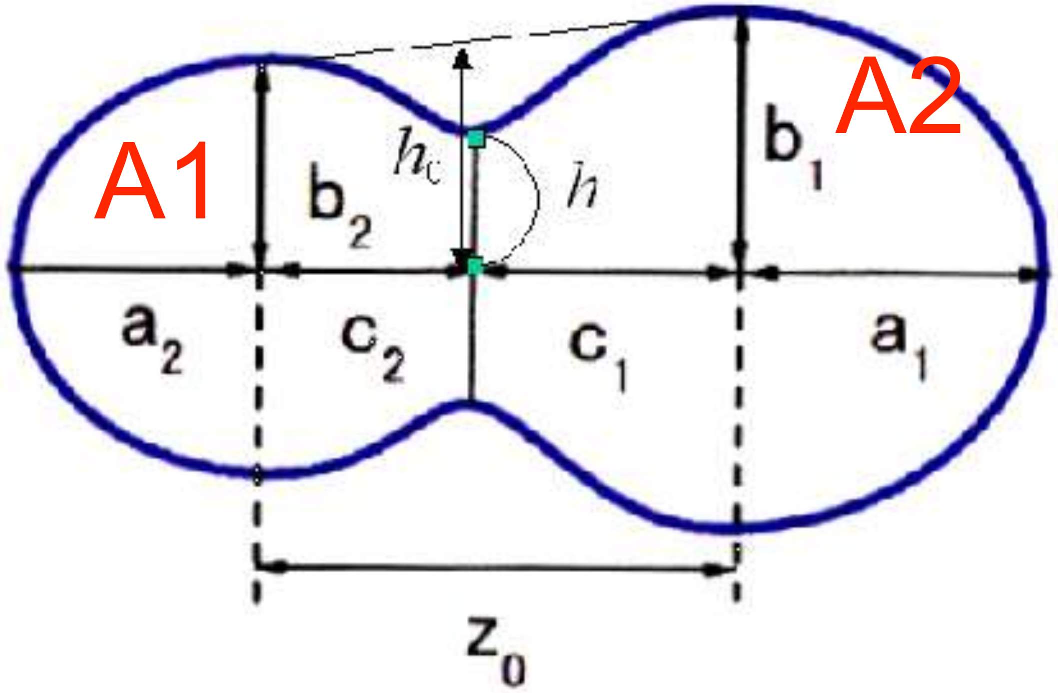
Potential Energy Surface (PES)

Liquid-drop model + Two-center shell model

Code:Yamaji-Iwamoto (70)

PES: 3-dim. deformation parameter space

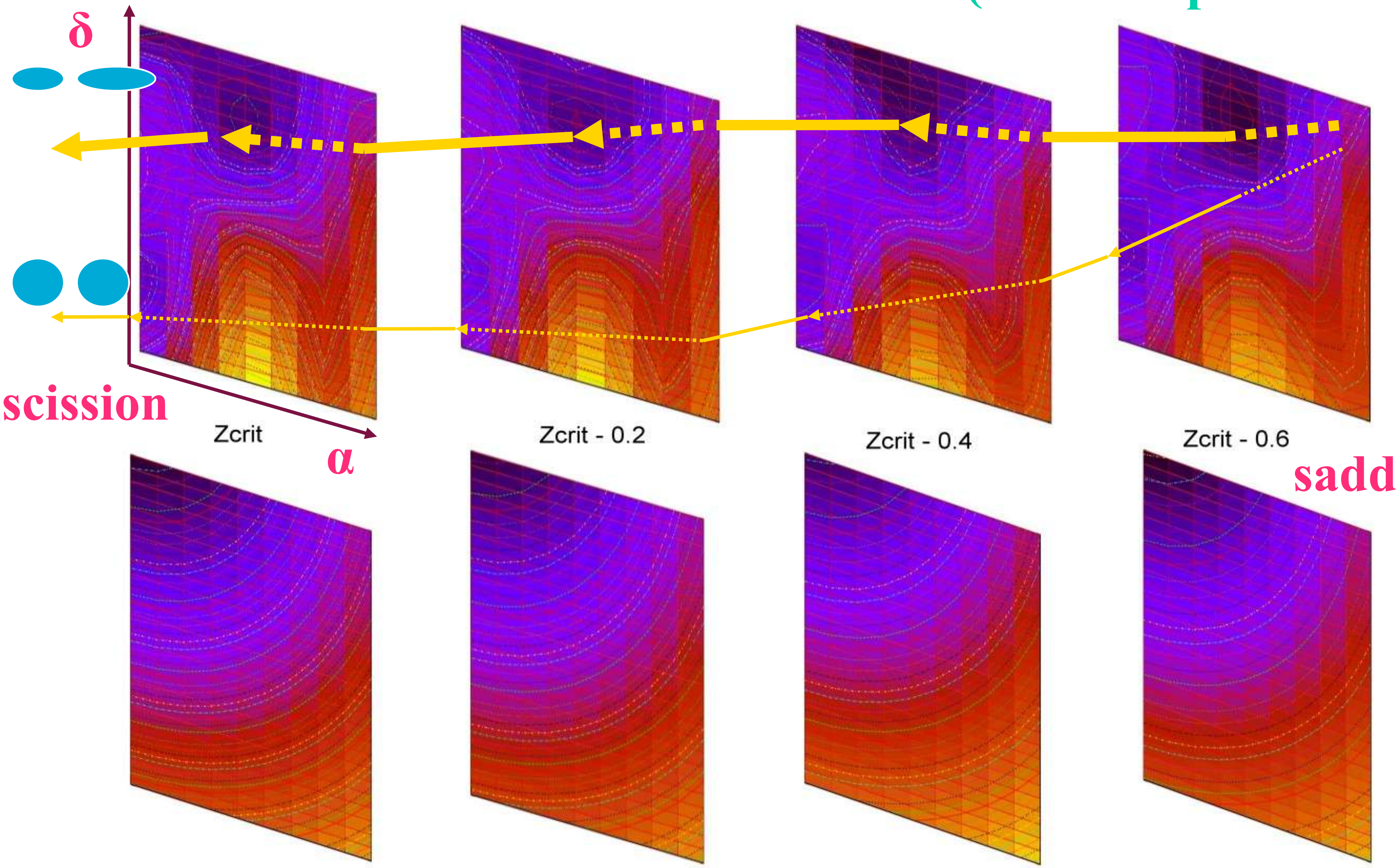
- Center-of-mass distance: $Z = \dfrac{Z_0}{BR}$
- Deformation of fragment $\delta = \dfrac{3(a-b)}{2a+b}$
- Mass asymmetry $\alpha = \dfrac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2}$



$\left(B = \dfrac{3+\delta}{3-2\delta} \right.$, R : Radius of the spherical compound nucleus $\left. \right)$

Path of fragments in the 3-dim. deformation space

LD+(Microscopic correction)

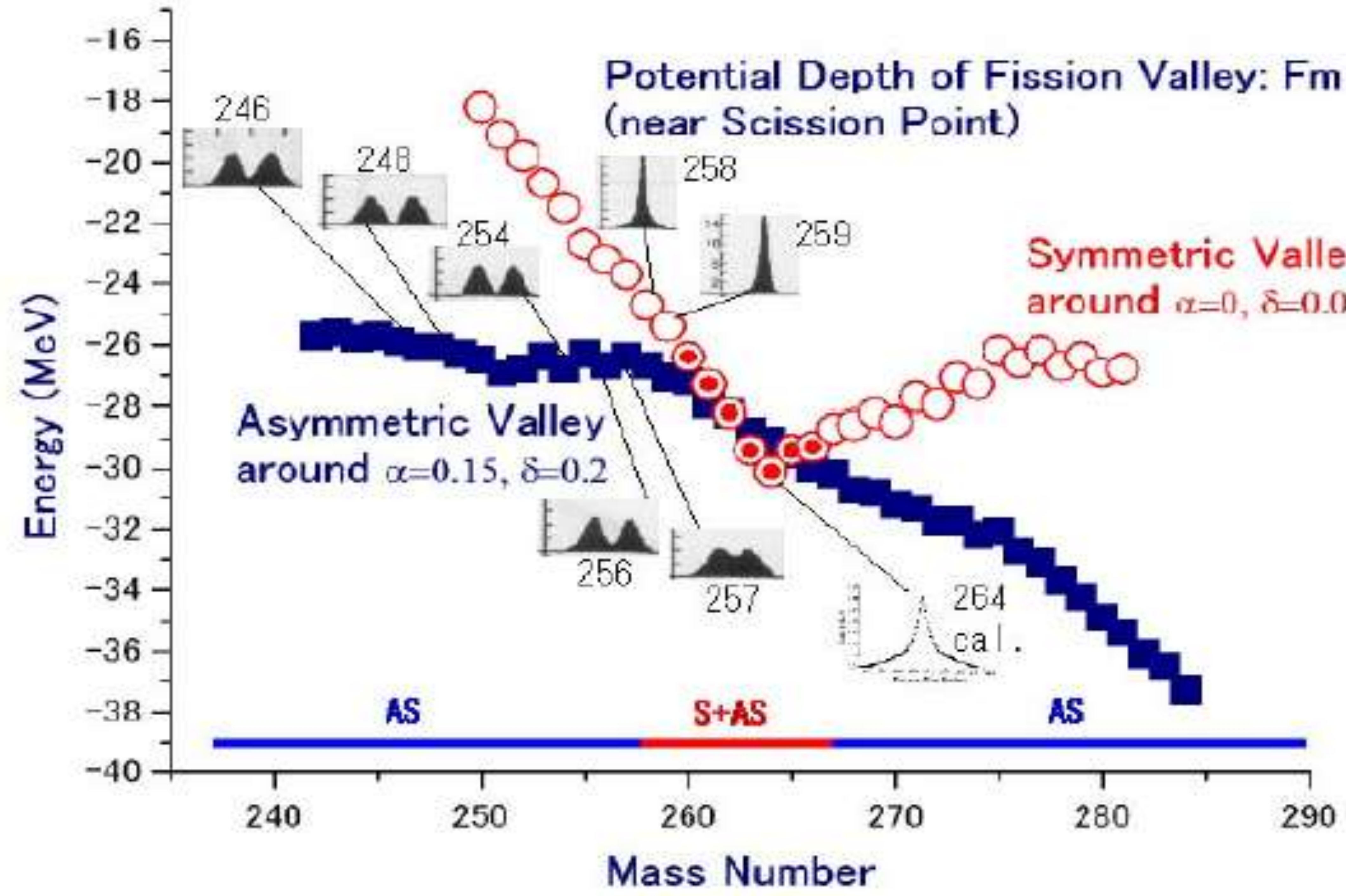


Liquid Drop (LD) Part

^{258}Pu

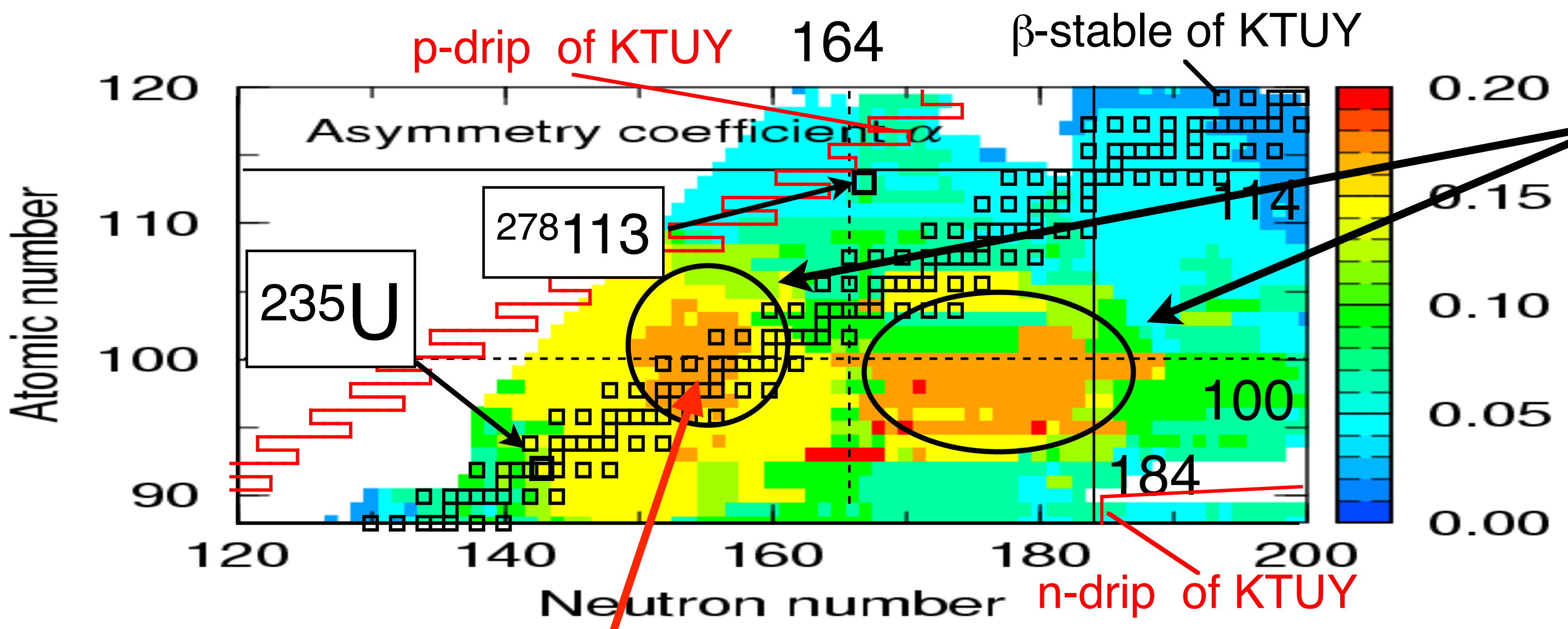
Region of Symmetric/Asymmetric fission

Analysis of PES near Scission Point for Fm isotopes



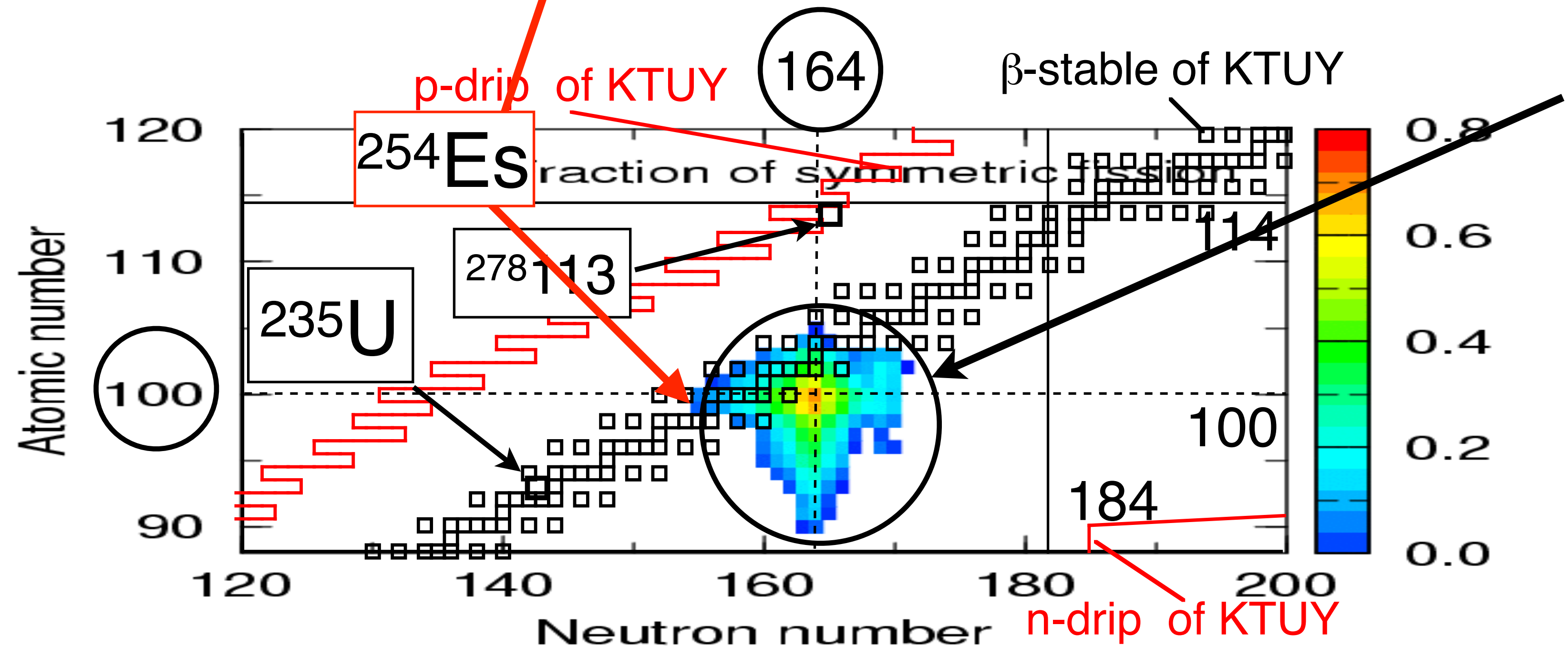
Result - Asymmetric parameter

Asymmetric coefficient α



Well-asymmetric region:
Located around ^{254}Fm (Z=100, N=154), ^{254}Es and ^{264}Cf (Z=98, N=176)

Fraction of Symmetric fission

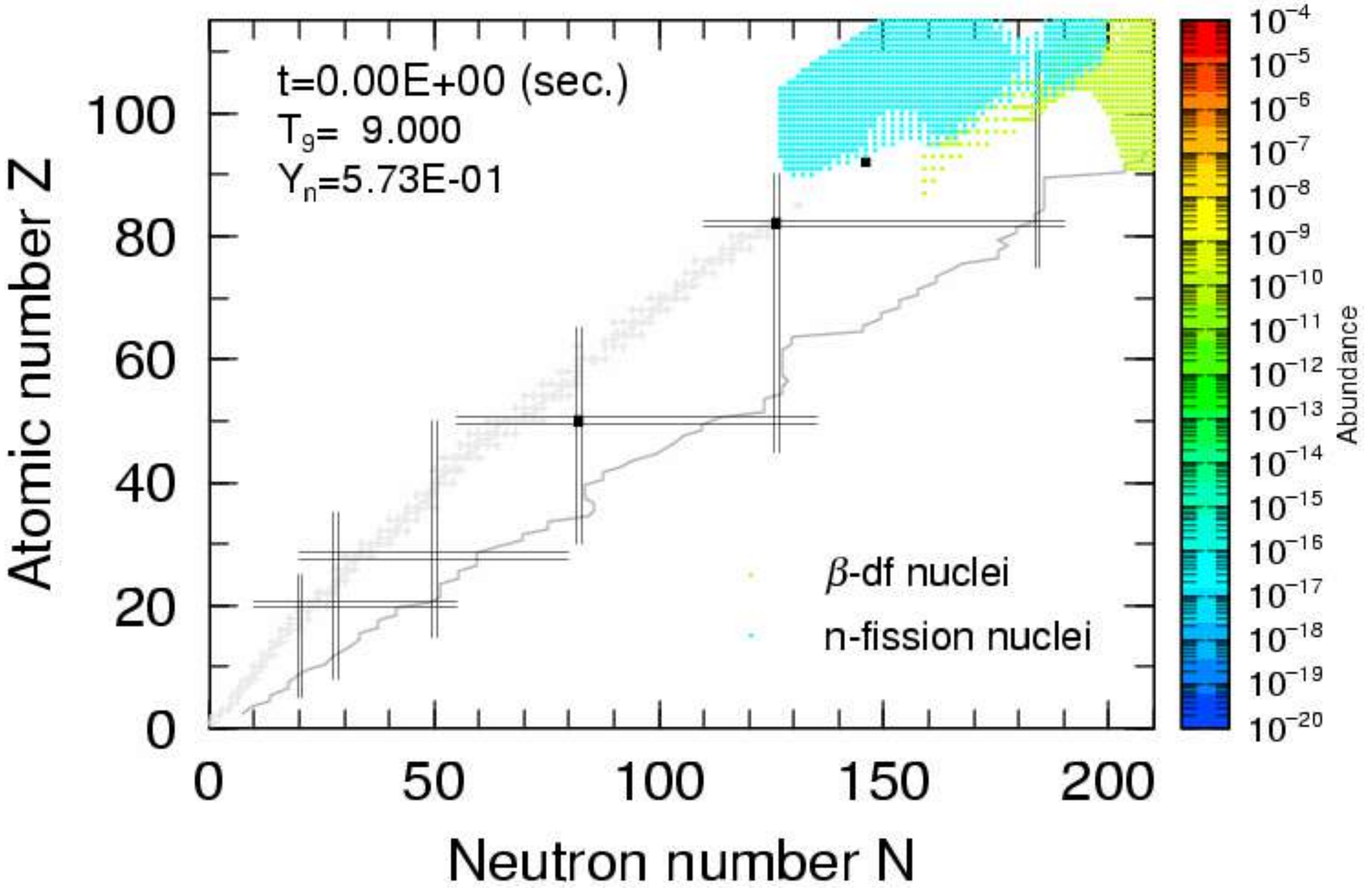


Symmetric-fissioning region:
Located around
^{264}Fm(Z=100, N=164)

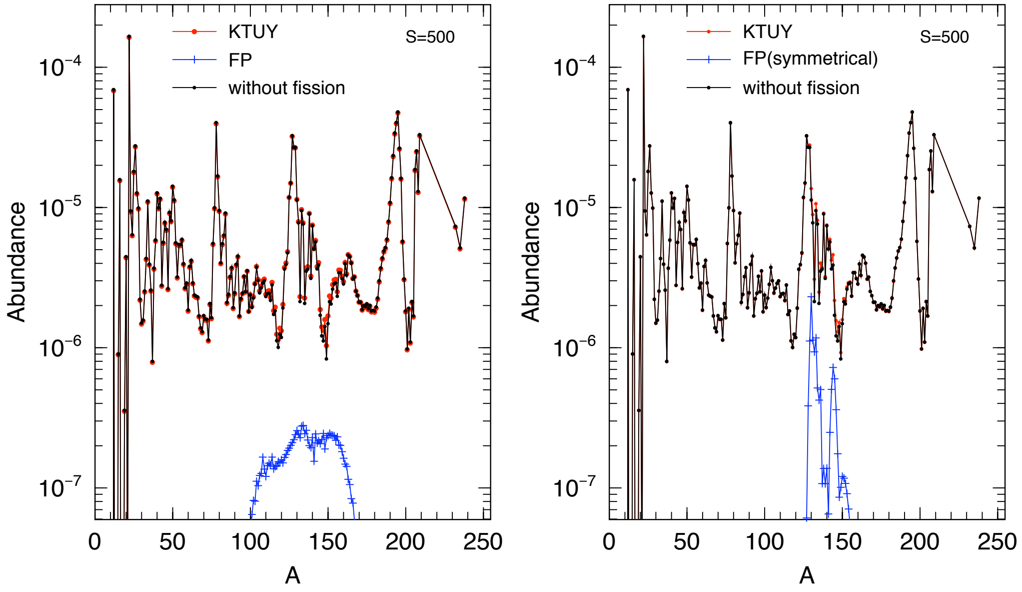
Double of ^{132}Sn(Z=50, N=82)

β崩壊の禁止遷移のr過程への影響

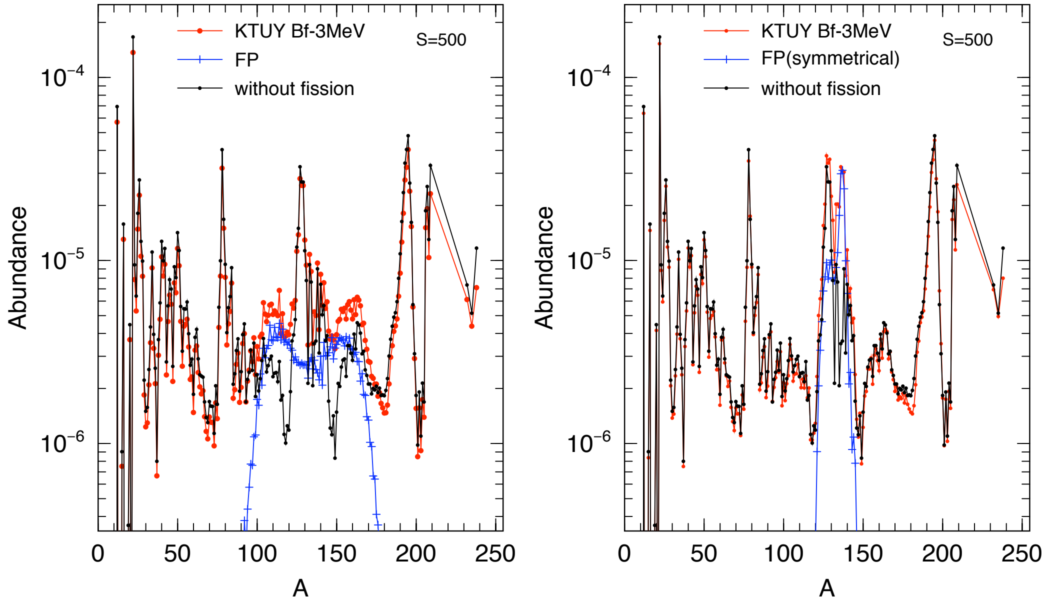
S=200, B_f -> B_{fKTUY}−3MeV



S=200, B_f -> B_{fKTUY}

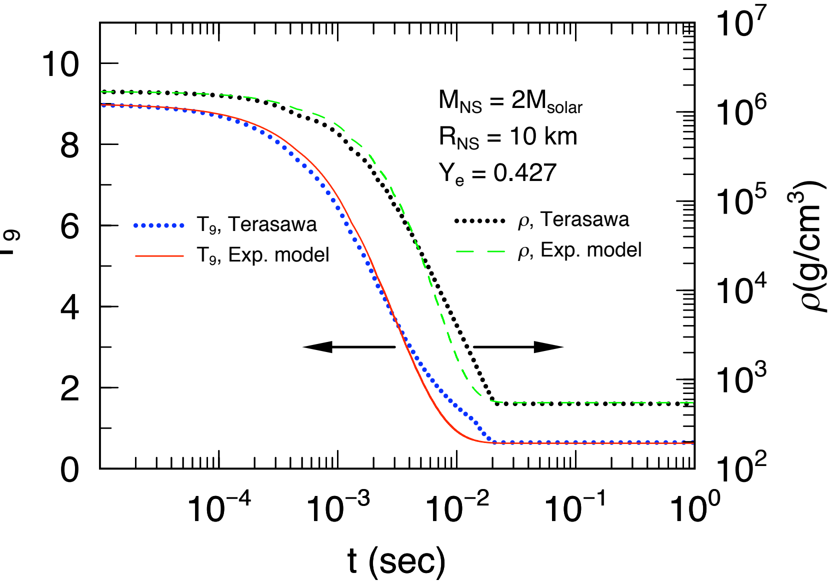


S=200, B_f -> B_{fKTUY}−3MeV



FFMD: 2-center shell.

FFMD: Symmetric

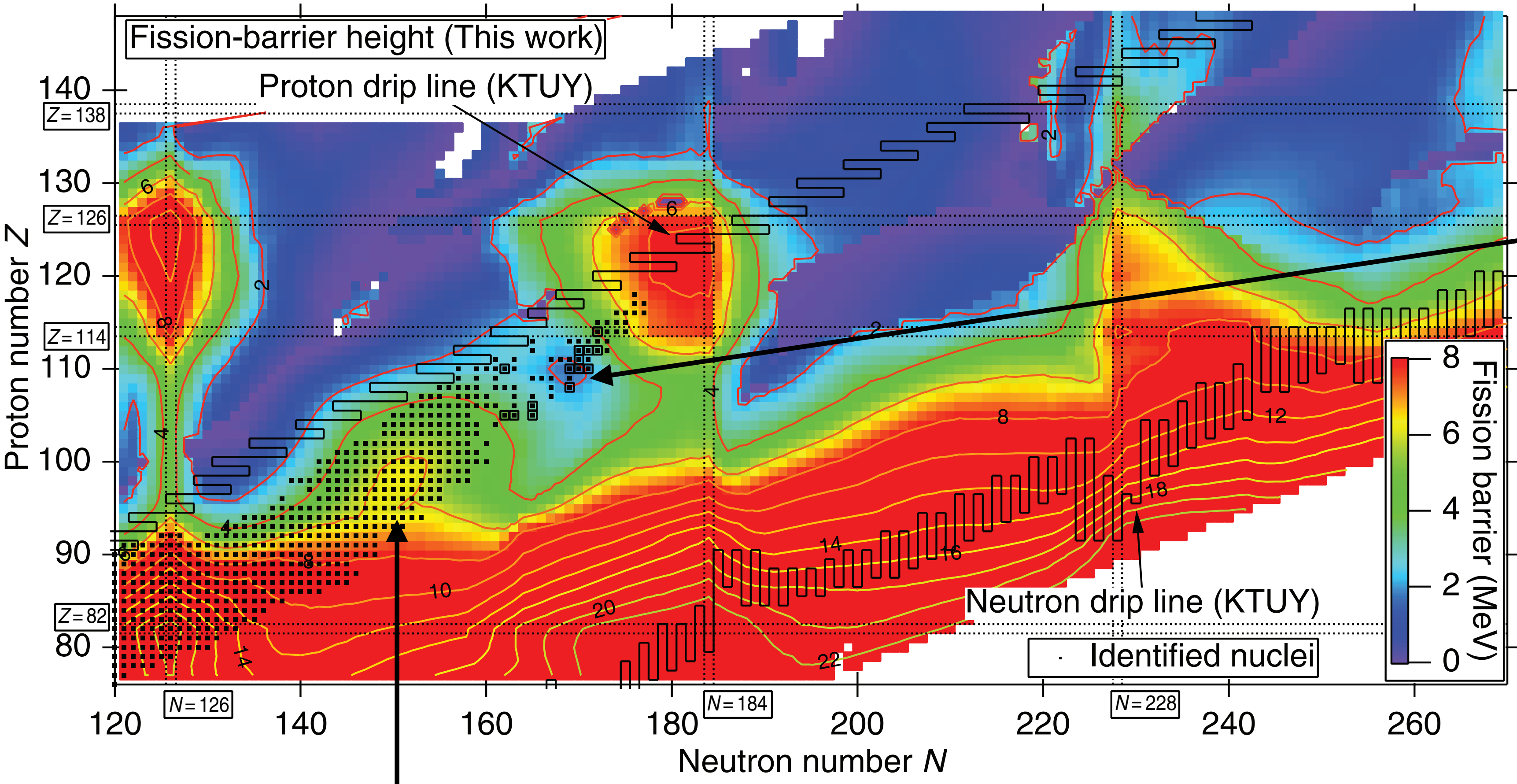


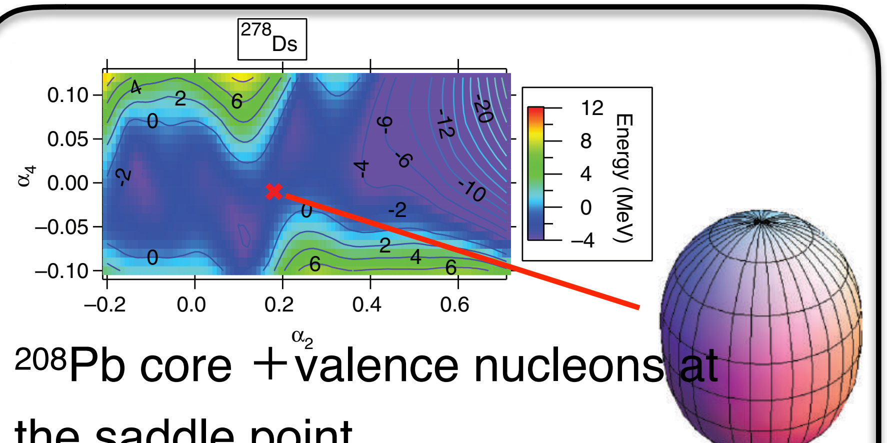
exponential model

$$
\begin{aligned}
T_9 &= T_{9_0}\exp(-t/T_{\rm ex}) + 0.7 \\
\rho(t) &= \frac{3.33\times 10^5 T_9(t)^3}{S}
\end{aligned}
$$

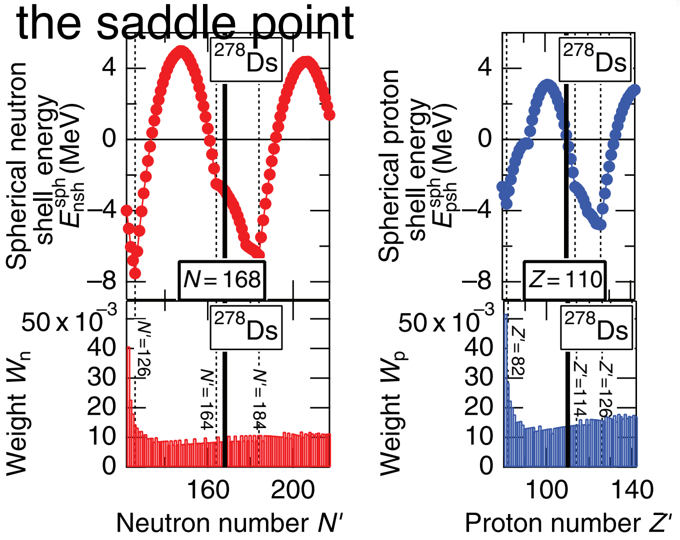
$$T_9(t=0) = 9$$

核分裂障壁計算：周期的に現れる超重核の安定性の島

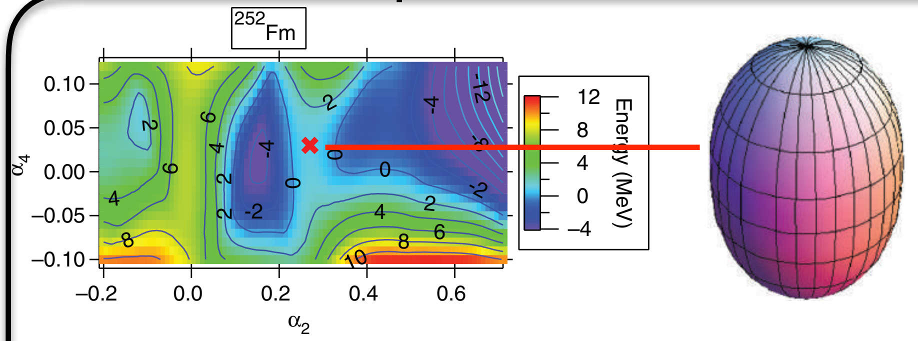




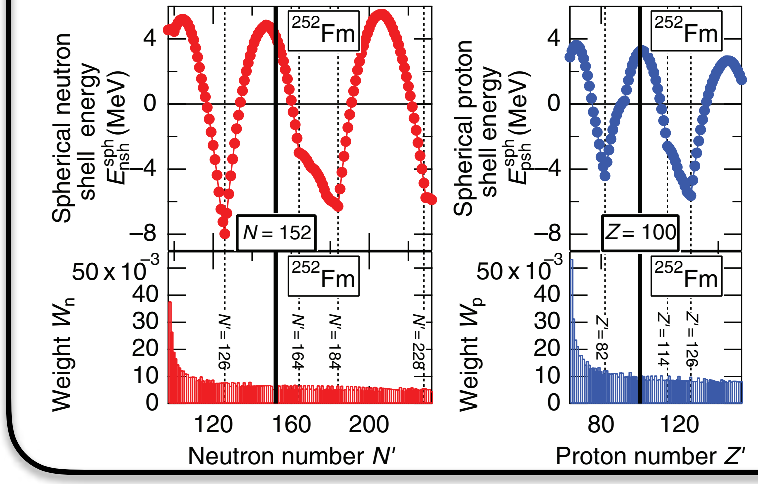
^{208}Pb core ＋valence nucleons at the saddle point



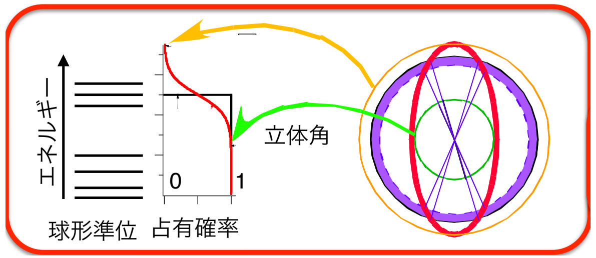
It forms the basin of the barrier landscape

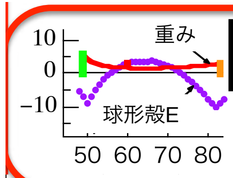


２重閉殻核を含む状態を与える配位が作れない
→よって障壁エネルギーが高い



It forms the hill of the barrier landscape





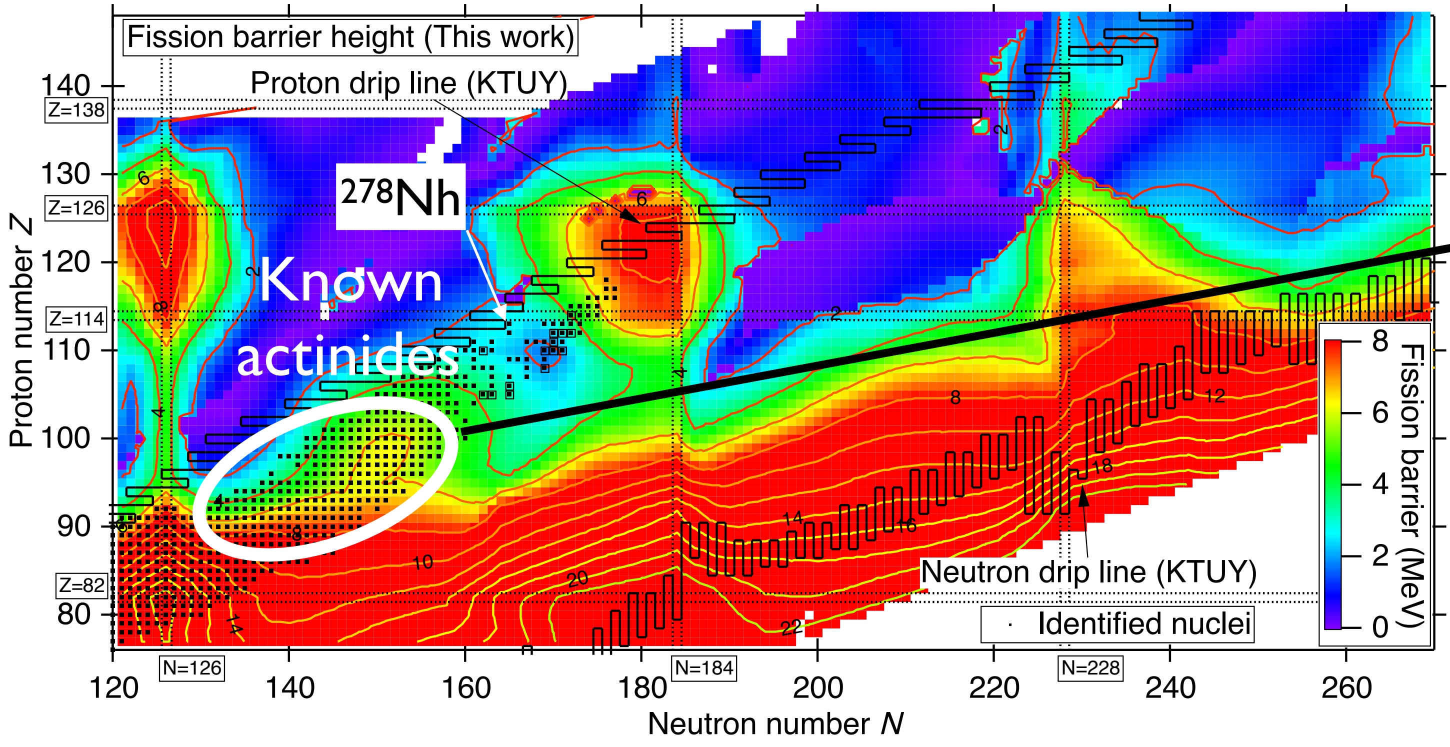
実際の計算：球形殻Eの重み付き和

球形殻E：球形準位の積分

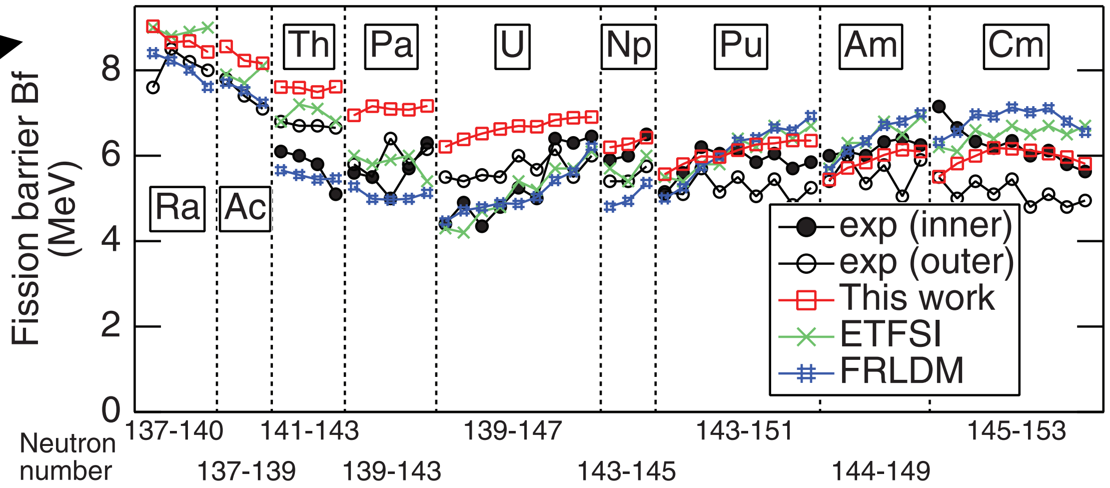
重み：立体角(占有確率)の微分

H. Koura, PTEP **2014**, 113D02 (2014)

Fission barrier height of KTUY



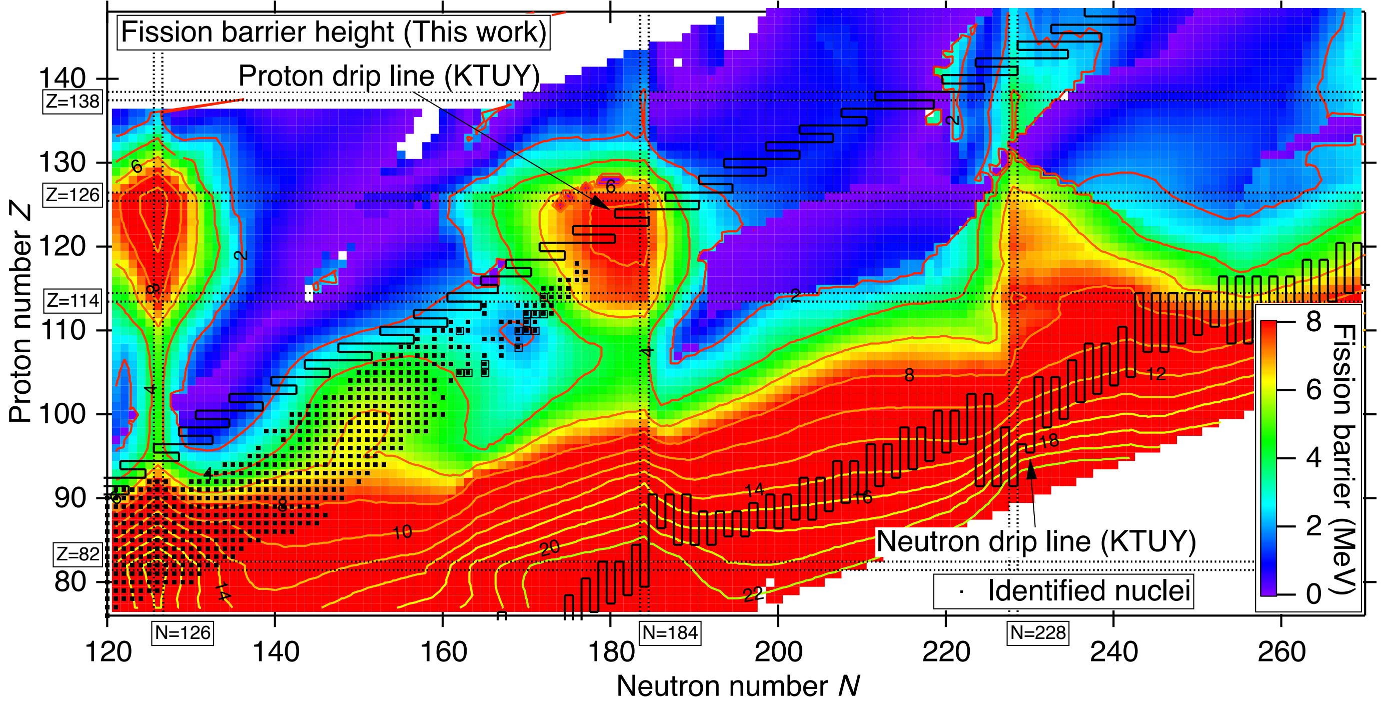
Fission barrier height comparison with experiment



Shape: axis- and reflectional- symmetry

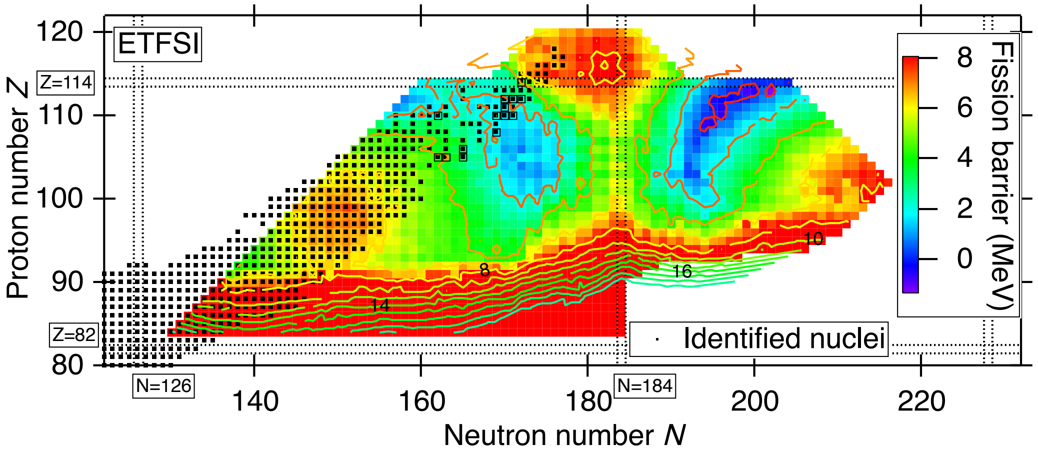
H.K., PTEP **2014**, 113D02 (2014)

Fission barrier height: Comparison with other models



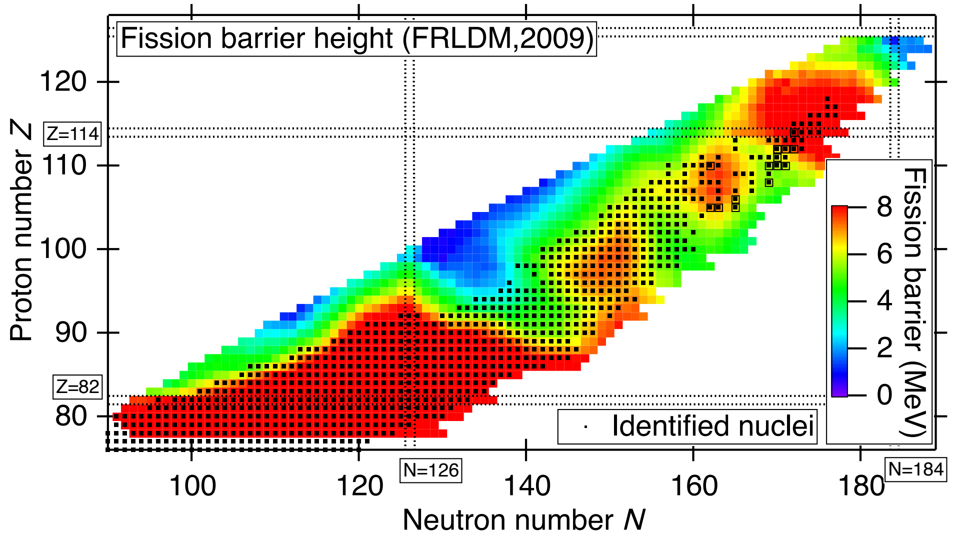
KTUY

H. Koura, PTEP 2014, 113D2 (2014)



ETFSI

A. Mandouh, et al.,NPA679 (2001)

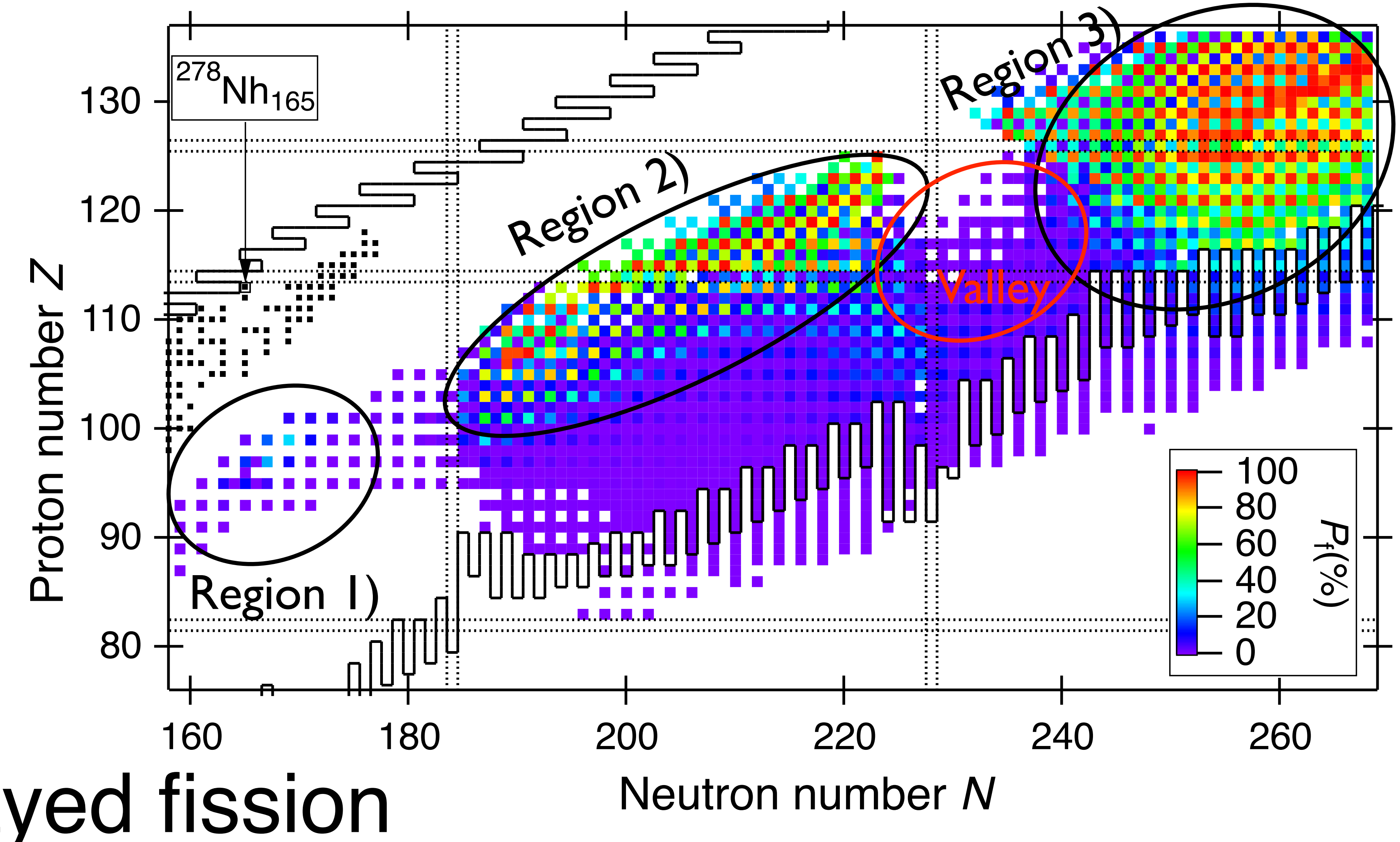


FRLDM

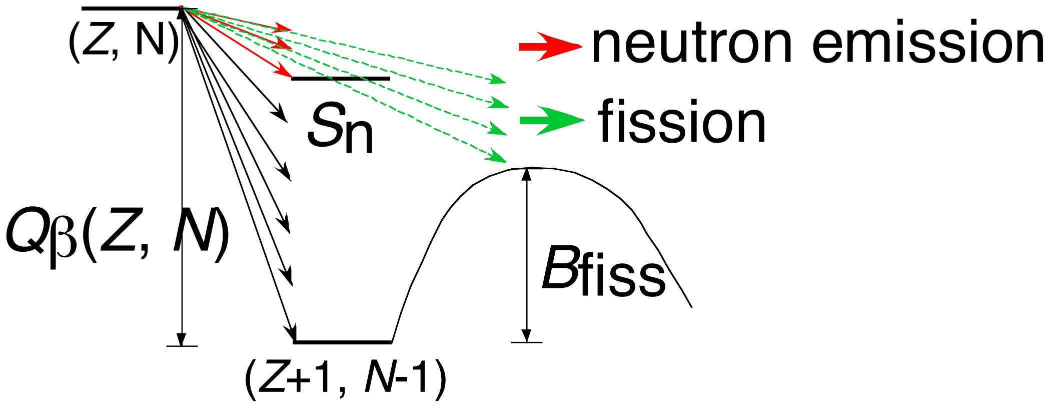
P. Möller, et al.,PRC79, 64304 (2009)

Results: Beta-delayed fission probabilities P_f

KTUY fission
+ KTUY mass



- β-delayed fission

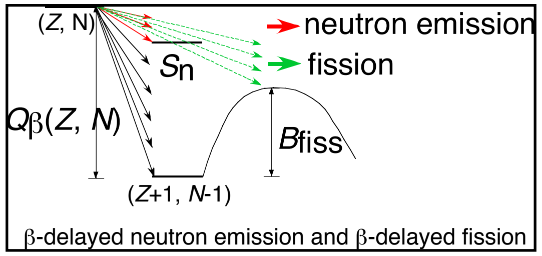


β-delayed neutron emission and β-delayed fission

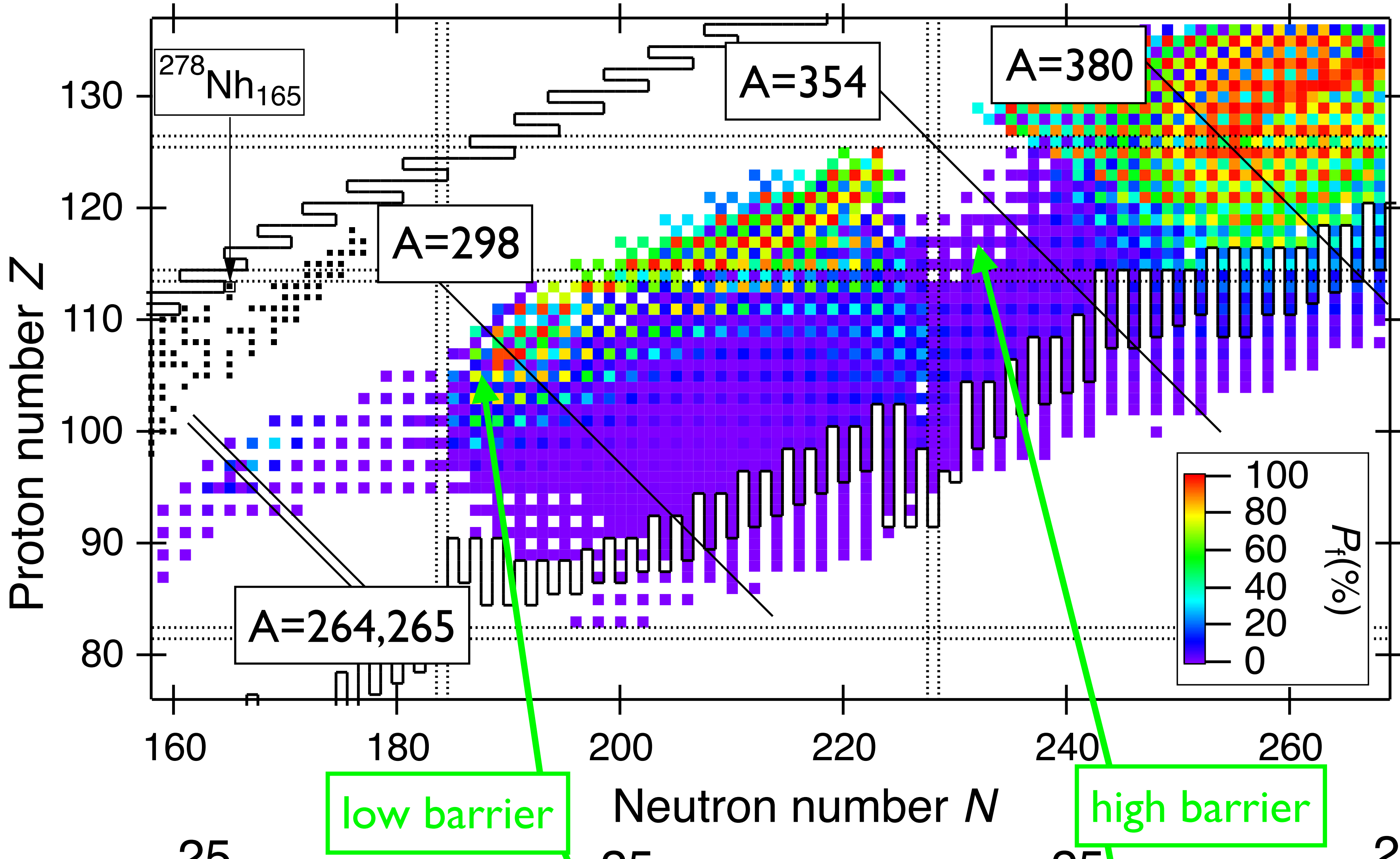
Beta-delayed fissioning region
1) $^{268}Es_{169}$ (Small region)
2) Zone from $^{294}Sg_{188}$ to $^{348}[126]_{222}$
3) Hill around $^{390}[130]_{260}$ (or continuing to heavier)
*Valley around $^{354}[126]_{228}$

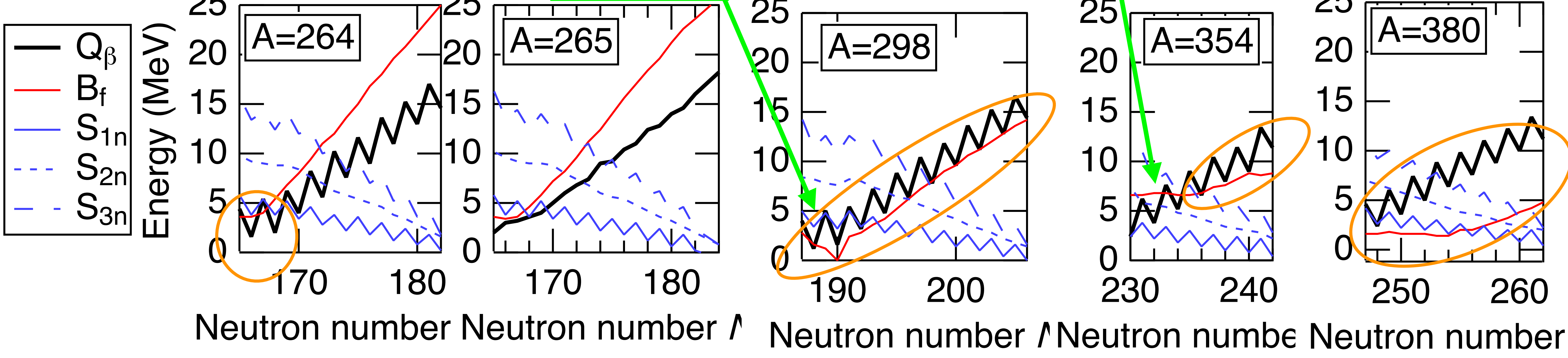
Results: Beta-delayed fission probabilities P_f

KTUY fission
+ KTUY mass



β-delayed neutron emission and β-delayed fission





まとめ

- 核図表彼見た原子核の概要
  - 現時点で約3300核種が実験的に確認（JAEA核図表2018）
  - 現時点て約2500核種についての原子（核）質量を測定

- 原子核質量：中性子過剰核
  - 質量模型計算の予測値の不定性（特にA=190付近）
  - 魔法数の変化（軽核では出現、重核以上では？）,変形核の出現が予想される

→用いる質量模型によりr過程での生成量の違いが現れる

- β崩壊：中性子過剰核
  - β安定核近傍の^{132}Sn, ^{208}Pb近傍(２重閉殻)では許容遷移が(系統的に)抑制される

→one major shellずれることで現れる。（N=Zでは現れなかった性質）

- 核分裂：超重核
  - 閉殻の周期性からくる核分裂障壁がr過程の終端を作り得る。

→超重核研究（構造・崩壊）と密接に関わっており、両者のコラボレーションが重要