

チャーム・ボトムのハドロン原子核物理の最近の展開

安井 繁宏

東京工業大学

概要

この講義ノートは2017年度第63回原子核三者若手夏の学校原子核パート講義「チャーム・ボトムのハドロン原子核物理の最近の展開」の内容をまとめたものである。

目次

1	イントロダクション	1
1.1	エキゾチックハドロンとは何か?	1
1.2	エキゾチックハドロン研究の意義	2
1.3	この講義の内容 —チャーム・ボトムエキゾチックハドロン—	4
1.4	X, Y, Z ハドロンのレビュー論文の案内	5
2	重いハドロンの理論的基礎	5
2.1	重いクォークの対称性	6
2.2	重いハドロンの有効理論	10
3	重いエキゾチックなハドロン — X, Y, Z —	13
3.1	クォーコニウム	13
3.2	$X(3872)$	15
3.3	$Y(4260)$	17
3.4	$Z_c(4430)$ と $Z_c(3900)$	17
3.5	$Y_b(10888)$	18
3.6	$Z_b(10610)$ と $Z_b(10650)$	18
3.7	$P_c(4380)$ と $P_c(4450)$: チャームペンタクォーク	23
3.8	その他の X, Y, Z ハドロン	24
3.9	T_{cc} —新しいエキゾチックハドロン—	24
4	チャーム原子核・ボトム原子核	26
4.1	フレーバー原子核: ストレンジネスからチャーム・ボトムへ	26
4.2	核物質における anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソン	28
5	まとめ	33
A	Feshbach 共鳴の単純なモデル	33
B	近藤効果の単純なモデル	36

1 イントロダクション

1.1 エキゾチックハドロンとは何か?

我々の身の回りの物質を小さく見ていくと、原子や分子が存在して、原子の中には原子核が存在して、原子核のなかには陽子や中性子(核子)が存在するという階層構造が見られる。現在最も基本的な粒子として知られているものの一つがクォークであり、陽子や中性子を構成するしていることが分かっている。陽子や中性子など、クォークで構成されている複合的な粒子はハドロンと呼ばれている。ハドロンのもつ様々な性質

(内部構造, 相互作用, 多体系など)を理解することが、ハドロン物理の究極的な目標のひとつである。現在の素粒子物理における標準理論において、クォークには6種類のフレーバーとして u, d, s, c, b, t が存在することが知られている。これらをクォークを組み合わせることによって多様なハドロンが出来上がる。構成要素となるクォークの種類によって、ハドロンの形態は様々な様相を見せる。クォークがどのように組み合わせられてハドロンが存在するのかということが、ハドロン物理研究における大きなテーマである。

通常、ハドロンとして知られている状態は2つの種類に分類される。ひとつはバリオンであり、3つのクォーク qqq から構成されている。例えば、陽子(中性子)は uud (udd) でできている。もうひとつはメソンであり、2つのクォーク $q\bar{q}$ から構成されている。例えば、パイオンは $u\bar{d}, u\bar{u} - d\bar{d}, d\bar{u}$ でできている。一方で、クォークの組み合わせ方はもっと多様なものがあり得ることが様々な理論研究から予想されてきた。構成要素となるクォークが4つ, 5つ, 6つ, ... といったハドロンはエキゾチックハドロン(あるいはマルチクォーク)と呼ばれ、それぞれ $qq\bar{q}\bar{q}, qqqq\bar{q}, qqqqqq, \dots$ という内部構造をもつ。クォークの数に応じて、テトラクォーク, ペンタクォーク, ヘクサクォーク, ... と呼ばれる。

歴史的にクォークの存在を指摘したのは Gell-Mann [1] と Zweig [2] であるが、興味深いことに、Gell-Mann の論文ではすでにマルチクォークの状態の存在の可能性が指摘されていた。その後の研究により、軽いフレーバーについては H ダイバリオン ($uuddss$) [3], スカラーメソンにおけるテトラクォーク ($qq\bar{q}\bar{q}$) [4, 5] などが知られており、重いフレーバーについては、ペンタクォーク ($qqqq\bar{Q}$) [6], テトラクォーク ($qq\bar{Q}\bar{Q}$) [7], 重いメソンのハドロン分子 [8, 9] などが議論されてきた¹。しかし、クォークを記述する基本理論である量子色力学(QCD)にもとづいて考えた時に、エキゾチックハドロンが本当に存在するのかが難しい問題として長い間残されてきた。一方で、エキゾチックハドロンが存在する可能性は多くの研究者によって現象論的な考察から指摘されてきた。よく知られた例が、軽いフレーバー u, d, s における $\Lambda(1405)$ バリオンやスカラーメソンである²。通常のバリオンの励起状態は、クォークのスピンや軌道角運動量などの変化したものであると考えられている。しかし、このような考え方は $\Lambda(1405)$ バリオンやスカラーメソン(スピン0, 正パリティ)には当てはまらないことが知られていた。クォークの運動による励起であるというよりも、新たに $q\bar{q}$ が生成されてメソン-バリオン ($q\bar{q}-qqq$) やメソン-メソン ($q\bar{q}-q\bar{q}$) の共鳴状態が存在すると考えるほうが多くの実験データを説明することができることが分かってきた。一方で、スカラーメソンはテトラクォーク $qq\bar{q}\bar{q}$ であるとしてダイクォーク qq あるいは $q\bar{q}$ を基本自由度とすると、観測された質量スペクトラムを説明することができるということも知られている。

今世紀に入って、エキゾチックハドロンは重いフレーバー (c, b) を含む場合にも多く存在することが高エネルギー加速器による実験研究によって明らかにされてきた。これらは X, Y, Z, P_c という(暫定的な)名前が与えられている。とくにクォーコニウム ($c\bar{c}$ あるいは $b\bar{b}$) に関連する状態が数多く見つかった。従来より $c\bar{c}$ についてエネルギーが最も低い状態は η_c や J/ψ であることが知られていた。これらの励起状態として、 h_c や $\chi_{c0}, \chi_{c1}, \chi_{c2}$ あるいは η' や ψ' などが存在する。これらは $c\bar{c}$ の P 波励起状態あるいは nodal 励起状態である。しかし、 X, Y, Z という状態の様々な性質(質量, 崩壊幅, 崩壊分岐比など)はこのような励起状態として説明することはできないことがわかってきた。そこで、 X, Y, Z のクォークの構造は、単純な $c\bar{c}$ ではなく、新たに $q\bar{q}$ が自由度として加わった $q\bar{q}c\bar{c}$ といったテトラクォークである可能性が検討されてきた。テトラクォーク以外のエキゾチックハドロンも見つかった。2015年に $qqqc\bar{c}$ というクォークの構造をもつペンタクォークである P_c の観測が報告された。今後もエキゾチックハドロンの探索は続けられるだろう。これらのエキゾチックハドロンの構造が解明されれば、 X, Y, Z はバリオンやメソンといった“通常のハドロン”と同じようにありふれた存在になるかもしれない。

1.2 エキゾチックハドロン研究の意義

エキゾチックハドロンの性質は QCD のもつ様々な特性と密接に関連している。QCD では、クォークの間にグルーオンが交換されることによってクォークの間に力が生じる。高エネルギー領域では QCD の漸近的自由性(クォークとグルーオンの結合定数の大きさが小さくなる)のために、クォークはほとんど相互作用をしない自由な状態であるとみなすことができる。そして、相互作用の効果については結合定数について

¹この講義ノートでは、 u, d, s を q と表して、 c, b を Q と表す。

² $\Lambda(1405)$ バリオンは最近のハドロン物理のみならず原子核物理でも注目されている。

摂動的な議論をおこなうことが可能である。しかし、低エネルギー領域ではクォークとグルーオンの結合定数は非常に大きくなるために、さまざまな非摂動的な現象が生じることが知られている。ハドロン物理において重要な非摂動的現象として

- カラーの閉じ込め
- ハドロンの質量生成
- ハドロンの間の相互作用

が知られている。それぞれの話題について簡単に述べよう。

クォークはカラーの自由度をもつが、我々の真空ではカラーの自由度を直接観測することはできない。実際に単独のクォークは観測されたことはなく、常に複合状態としてのハドロンとして存在することが経験的に知られている。これを「カラー(クォーク)の閉じ込め」という。しかし、クォークは単独では存在できない理由については、特別な仮定のもとで様々な理論的説明が試みられているものの、全体像の理解はまだ得られていない。エキゾチックハドロンにおいてどのようなクォーク構造の存在が許されるのかを解明することは、カラー閉じ込め問題に大きなヒントを与えることができると考えられる。

QCD の他の重要な性質として、「ハドロンの質量生成」や「ハドロンの間の相互作用」が挙げられる。クォークはハドロンとして存在することを述べたが、ハドロンのもつ質量は構成要素のクォークの質量の単純な和で与えられるわけではない。とくに真空では、“カイラル対称性の自発的破れ”のために、ハドロン内部の u, d, s クォークの質量 ($m_u^* \simeq m_d^* \simeq 300 \text{ MeV}$, $m_s^* \simeq 500 \text{ MeV}$) は QCD のラグランジアンで見られる u, d, s クォークの質量(カレント質量 $m_u \simeq m_d \simeq 3 - 5 \text{ MeV}$, $m_s \simeq 100 \text{ MeV}$) とは大きく異なっていることが知られている。また、軽いフレーバーにおける擬スカラメソンである π, K, η といったメソンは、カイラル対称性の自発的破れにともなうゼロモード(南部-ゴールドストーンボソン)であると考えられており、核子の質量 ($m_N = 940 \text{ MeV}$) に比べて非常に小さな質量をもつことを自然に説明することができる³。励起状態の質量の様々なパターンには内部構造(クォークのスピンや軌道角運動量などの励起やハドロン分子の形成など)が密接に関連していると考えられている。

クォークが閉じ込められているハドロンは孤立した存在ではなく、2つ(あるいは3つ以上の)ハドロンの間には相互作用が存在する。もっともよく知られた例は2つの核子の間の相互作用(核力)である。最近では核力のフレーバー空間の拡張としてハイペロン(s を含むバリオン)も含めた場合の一般的な核力が注目を集めている。また、 $\Lambda(1405)$ バリオンは \bar{K} メソンと核子の準束縛状態であると考えられており、 \bar{K} メソンと核子の相互作用も大きな注目を集めている。ハドロンの間の相互作用には、定性的な考えに基づいていくつかの種類があると考えられている：

- (i) 各ハドロン中のクォークやグルーオンを交換による相互作用(短距離)。
- (ii) 軽いフレーバーの中で重いメソン($\sigma, \omega, \rho, \dots$)の交換による相互作用(中距離)。
- (iii) π メソンの交換による相互作用(長距離)。

それぞれに特徴的な距離スケールは異なることに注意する。(iii)はカイラル対称性が密接に関連している。例えば、2つの核子の間の相互作用において、長距離で交換されるメソンは南部-ゴールドストーンボソンである π メソンである。また、(ii)について、 π, K メソンと核子の4点相互作用は、カイラル対称性の非線形表現に従うと Weinberg-Tomozawa 相互作用(ρ メソン交換)であることが知られている。

ハドロンの間の相互作用によって、ハドロンが多数個集まった束縛状態あるいは共鳴状態が形成される。これらはハドロン多体系といわれる。ハドロン多体系の最もよく知られた例は、2以上のバリオン数をもつ原子核である。最近ではストレンジネスも含めた原子核(ハイパー核)が大きな注目を集めており、フレーバーが拡張された核力の研究のひとつの大きな動機となっている。 \bar{K} 中間子と核子の間の相互作用は非常に強い引力であるために、 \bar{K} 中間子が非常に深く束縛した原子核(\bar{K} 中間子原子核)が存在する可能性が研

³真空の対称性の自発的破れによるフェルミオンの質量生成と南部-ゴールドストーンボソンの発生については、1961年に書かれた南部-Jona-Lasinio の原論文を読むのがよいであろう [10, 11]。現代の物理学の根幹に直接触れることによって様々なことを学ぶことができる。南部の着想は超伝導における BCS 理論がヒントになっていることは有名である。素粒子物理学と物性物理学の密接な関連性を示す重要な例である。南部-Jona-Lasinio モデルのハドロン物理への応用についてはレビュー論文 [12-16] にまとめられている。

究されており、通常の核物質飽和密度より高密度の状態が実現される新しい原子核として最近盛んに研究されている。 \bar{K} 中間子原子核は原子核中における $\Lambda(1405)$ バリオン⁴の性質にも関連している。

上記の QCD の 3 つの非摂動的現象「カラーの閉じ込め」、「ハドロンの質量生成」、「ハドロンの間の相互作用」を調べるための有力な実験的方法は、ハドロンのスペクトロスコピーを調べることで、すなわちハドロンの

- 生成断面積
- 質量スペクトラム
- 崩壊定数 / 崩壊モード

を観測あるいは測定することである。しかし、この 3 つの物理量を QCD から直接導くことは難しい問題である。そこで現象論的な考えをもとにした議論もおこなわれる。エキゾチックハドロンの研究が盛んになる前は、「通常のハドロン」であるバリオンやメソンの観測あるいは測定に基づいた議論が中心的に行われていた。しかし、近年の多数のエキゾチックハドロンの観測によって、我々の研究対象は大幅に拡張されて、ハドロンスペクトロスコピーについて様々な観点から研究がなされている。上記の 3 つの基本問題である「カラーの閉じ込め」、「ハドロンの質量生成」、「ハドロンの間の相互作用」について新たな視点で考え直すことができるかもしれない。

この講義でエキゾチックハドロンが何を指すのかについて明らかにしておこう。実は研究者によって様々な定義があるので、文献によって使い方が異なる場合がある。エキゾチックハドロンの全貌について明らかになっていない現時点においては、様々な解釈が存在することは避けがたいが、少なくともこの講義ではエキゾチックハドロンは次の 2 つの意味で用いる。

- 質量や崩壊パターンが qqq や $q\bar{q}$ についての通常のクォークモデルの予言とは大きく異なること。
- 量子数が qqq や $q\bar{q}$ には当てはまらないもの。

後者について、例えば、 $c\bar{c}$ を含んでバリオン数 0 で正電荷をもつ状態は $c\bar{c}$ ではありえず、余分に $u\bar{d}$ などの成分が必要である。このとき、 $udc\bar{c}$ というテトラクォーク状態である。また $q\bar{q}$ の 2 体系では作ることができない J^{PC} があるときテトラクォーク成分が存在することがわかる⁴。エキゾチックハドロンとマルチクォークという二つの言葉は微妙に異なる意味で用いられることがある。エキゾチックハドロンは上に示した状態である。一方で、マルチクォークはいわゆるコンパクトなクォーク状態に限定するという意味で使われる場合がある。しかし、コンパクトなクォーク状態とハドロン分子のように広がった状態のどちらの状態が実現されているのかを一意的に決定することは場の理論として難しい問題である。実際には、エキゾチックハドロンはコンパクトなクォーク状態とハドロン分子の混じり合った状態であろうと考えられているが、研究者の間の一致した意見はまだ得られていない。そこで、本講義ではマルチクォークについてどちらの意味に限定することをせずに、エキゾチックハドロンと同じ意味で用いることにする。

1.3 この講義の内容 —チャーム・ボトムエキゾチックハドロン—

この講義では、チャームやボトムを含む「チャーム・ボトムエキゾチックハドロン」に着目する。重いクォークについての基本的な知識を整理して、実際のチャーム・ボトムのエキゾチックハドロンの研究に対する応用を述べる。軽いフレーバーに比べてチャーム・ボトムエキゾチックハドロンを研究することはいくつかの利点がある。

- クォーク質量が大きいため QCD に直接もとづく議論が可能である。
- 新しい対称性である「重いクォーク対称性」のためにスペクトロスコピーの情報を整理しやすい。
- 力学的エネルギーが小さくなるために束縛状態が現れやすい。

Section 2 では、重いハドロンを理解するために必要な理論を紹介する。Section 2.1 では、重いクォークに特徴的な対称性である「重いクォーク対称性」を詳しく述べて、重いクォークの有効理論である heavy quark

⁴ J は全角運動量、 P はパリティ、 C は荷電共役パリティである。

effective theory (HQET) について紹介する。HQET は QCD の有効理論であるが、低エネルギー領域におけるハドロン現象を具体的に記述するためにはさらにハドロン自由度のみを取り扱う heavy hadron effective theory (HHET) が必要である。Section 2.2 では、簡単な重いハドロンとして D, D^* メソンを取り上げて、カイラル対称性と重いクォークの対称性に基づいて具体的に有効ラグランジアンを構築する。Section 3 では、いくつかのエキゾチックハドロンについて、観測されている実験事実を整理して、現在の理論的な解析でわかっていることを紹介する。とくに内部構造の様子について詳しく議論する。ただし、現在知られているチャーム・ボトムエキゾチックハドロンは約 20 種類知られており、これら全てについて紹介することはできない。この中から実験的によく知られている状態あるいは理論的に興味深い状態をいくつか選んで紹介したい。Section 3.1 で、クォークモデルにおける通常のクォークコニウムの分類および相互作用についてまとめる。その後、 $X(3872)$ (section 3.2), $Y(4260)$ (section 3.3), $Z_c(3900)$ (section 3.4), $Z_b(10610)$ と $Z_b(10650)$ (section 3.6), $P_c(4380)$ と $P_c(4450)$ (section 3.7) について述べる。また、理論的な予言としてダブルチャームのテトラクォーク T_{cc} についてまとめる (section 3.9)。Section 4 では、素過程とは異なる多体系としての側面に着目した議論を行う。将来的な課題として、チャーム・ボトムハドロンと原子核の束縛状態あるいは共鳴状態である「チャーム・ボトム原子核」の存在可能性やその性質についての理論的研究を紹介する。Section 5 はまとめと展望を述べる。

1.4 X, Y, Z ハドロンのレビュー論文の案内

多くの事柄についてできるだけ客観的な視点で記述することを心がけるが、筆者の知識不足と思い込みのために偏った記述になってしまっているかもしれない。この補正するために、他の著者によるレビュー論文を一読することをお勧めする。幸いにして、エキゾチックハドロンの研究者の数の多さのために様々なレビュー論文が出版されている⁵。

- X, Y, Z についての初期のレビュー論文 [18]。 $X(3872)$ について詳しい。やや古い内容ではあるが今でも学ぶことは多い。
- チャーモニウムにおけるグルーオンの役割について詳しく紹介されている [19]。グルーオン場のマルチポール展開を理解するのに入門的である。
- X, Y, Z についての包括的なレビュー論文 [20, 21]。実験と理論の両方について網羅している。
- チャームペンタクォーク P_c とテトラクォークについてのレビュー論文 [22]。チャームペンタクォーク関連の論文は数多いので、研究を始めるときはこのレビュー論文を読んで知識を整理するとよいだろう。
- KEK-Belle で発見された X, Y, Z に焦点が置かれたレビュー論文 [23]。実験研究が詳しく書かれている。
- 軽いメソンも含めたハイブリッドメソンについてまとめられている [24]。
- X, Y, Z についての最近のレビュー論文 [25, 26]。著者たちのこれまでの仕事を手際よくまとめられている。

また、重イオン衝突におけるエキゾチックハドロン生成のレビュー論文については [27]、核物質中の重いハドロンについては [28, 29] を参照せよ。ハドロン物理の現象論の基本知識のための教科書として、現象論の全般を詳しく説明しているものとして [30]、クォークモデルについて [31]、カイラル摂動論の入門として [32] などを参照されたい。

2 重いハドロンの理論的基礎

クォーク質量 m_Q が大きいときは反クォークによる励起を無視することが良い近似なので理論を簡単化することができる。重い質量の極限 ($m_Q \rightarrow \infty$) において、重いクォークのスピ対称性のために重いクォー

⁵ $\Lambda(1405)$ についてのレビュー論文については [17] を参照せよ。

クのスピンは保存量である。そして、重いハドロンにおいて、軽いハドロンでは保存されていなかったスピン自由度が新しい内部自由度として加わる。Section 2.1 では、重いクォークの有効理論として heavy quark effective theory (HQET) を導出し、重いクォークのスピンによる重いハドロンの状態の分類をおこなう。Section 2.2 では、重いクォークのスピン対称性にもとづいて有効場を定義し、軽いクォーク成分に対するカイラル対称性と重いクォーク成分に対するスピン対称性にもとづいて有効ラグランジアンを導入する。このような枠組みは heavy hadron effective theory (HHET) と呼ばれる。実際のチャーム・ボトムクォークの質量は有限な量なので、 $1/m_Q$ による補正が必要である。この補正はローレンツブーストによって取り込まれる。これは HQET のみならず HHET においても有効な方法である。本セクションの内容は Manohar-Wise の教科書 [33], Neubert のレビュー論文 [34] あるいは Casalbuoni et al. のレビュー論文 [35] にもとづく。

2.1 重いクォークの対称性

QCD のラグランジアンを軽い成分と重い成分に分離して

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{light}} + \mathcal{L}_{\text{heavy}}, \quad (1)$$

と書く。ここで軽い成分は、軽いクォーク (u, d, s) およびグルーオン (g) をまとめたものであり、 $\mathcal{L}_{\text{light}}$ は具体的には

$$\mathcal{L}_{\text{light}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \sum_q \bar{q}(i\not{D} - m_q)q. \quad (2)$$

で与えられる。 $D^\mu = \partial^\mu + ig_s A_\mu^a T^a$ であり、 g_s は結合定数、 A_μ^a と T^a ($a = 1, \dots, N_c^2 - 1$; $N_c = 3$ はカラーの数) はそれぞれグルーオン場と Gell-Mann 行列である。一方で、重い成分は、重いクォーク (c, b) を指しており、 $\mathcal{L}_{\text{heavy}}$ は具体的には

$$\mathcal{L}_{\text{heavy}} = \sum_Q \bar{Q}(i\not{D} - m_Q)Q, \quad (3)$$

である⁶。これから重いクォーク成分に着目して $\mathcal{L}_{\text{heavy}}$ についての有効理論を考える。重いクォークに特徴的なスケールはクォークの質量 m_Q である。チャームやボトムのそれぞれについて $m_c = 1.28$ GeV あるいは $m_b = 4.18$ GeV であり、低エネルギーにおける特徴的なスケールである $\Lambda_{\text{QCD}} \simeq 0.2$ GeV に比べて大きい量であると考えられる。したがって、重いクォークの 4 元運動量 p^μ について m_Q のスケールとそれよりも小さなスケールに分離することができる：

$$p^\mu = m_Q v^\mu + k^\mu. \quad (4)$$

ここで v^μ は 4 元速度であり、 $v^\mu v_\mu = 1$ および $v^0 > 0$ を満たす。 $m_Q v^\mu$ は on-mass-shell を表す。一方で、 k^μ は m_Q よりも小さな量 ($k^\mu \ll m_Q$) であり、off-mass-shell 成分 (residual 運動量) を表す。このような座標系を v -フレームという。しばしば $v^\mu = (1, 0)$ のフレームを考える。このとき重いクォークは座標系に対して静止しているので静止フレームと言われる。このとき、もとの重いクォーク場 $Q(x)$ に対して、 v -フレームにおける有効場を

$$Q_v(x) = \frac{1 + \not{v}}{2} e^{im_Q v \cdot x} Q(x), \quad (5)$$

と定義する。 $e^{im_Q v \cdot x}$ は 4 元運動量の分解 $p^\mu = m_Q v^\mu + k^\mu$ において、 $m_Q v^\mu$ に対応する平面波を表す。このように p^μ から $m_Q v^\mu$ が差し引かれているので $Q_v(x)$ がもつ運動量成分は k^μ であることに注意する。演算子 $(1 + \not{v})/2$ は v -フレームにおいて正エネルギー成分のみを取り出すための射影演算子である。したがって、有効場 $Q_v(x)$ は residual 運動量をもつ正エネルギー成分である。このように定義された有効場 $Q_v(x)$ は

$$\not{v} Q_v(x) = Q_v(x). \quad (6)$$

⁶ t クォークは最も重いクォークであるが、弱い相互作用による崩壊幅が非常に大きい ($\simeq 1.4$ GeV) ので強い相互作用において安定な粒子と見なすことはできない。したがって、重いクォークとして c, b クォークのみを考える。

を満たす。一方で、 Q_v には含まれない成分は

$$Q_v = \frac{1-\not{v}}{2} e^{im_Q v \cdot x} Q(x), \quad (7)$$

と与えられる。演算子 $(1-\not{v})/2$ は v -フレームにおいて負エネルギー成分のみを取り出すための射影演算子である。したがって、有効場 Q_v は residual 運動量をもつ負エネルギー成分である。重いクォークのもののラグランジアン $\mathcal{L}_{\text{heavy}}$ は両者の和で与えられるので、

$$\mathcal{L}_{\text{heavy}} = \bar{Q}_v v \cdot iD Q_v - \bar{Q}_v (v \cdot iD + 2m_Q) Q_v + \bar{Q}_v i \not{D}_\perp Q_v + \bar{Q}_v i \not{D}_\perp Q_v, \quad (8)$$

と表すことができる。ただし、 $D_\perp^\mu = D^\mu - v^\mu v \cdot D$ と定義する。興味の対象が反クォークではなくクォークである場合は、 Q_v を消去して Q_v のみをもつラグランジアンに書き換えることができる。直感的には、反クォークとクォークの質量差 $2m_Q$ が非常に大きいため、反クォークの成分が $1/m_Q$ で抑制されるということである。実際に Q_v を消去する。運動方程式より

$$(v \cdot iD + 2m_Q) Q_v = i \not{D}_\perp Q_v, \quad (9)$$

なので、これを $\mathcal{L}_{\text{heavy}}$ の右辺に代入して、 $1/m_Q$ について展開すると

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{heavy}} &= \bar{Q}_v \left(v \cdot iD + i \not{D}_\perp \frac{1}{v \cdot iD + 2m_Q} i \not{D}_\perp \right) Q_v \\ &= \bar{Q}_v v \cdot iD Q_v + \bar{Q}_v \frac{(i \not{D}_\perp)^2}{2m_Q} Q_v - g_s \bar{Q}_v \frac{\sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu}}{4m_Q} Q_v + \mathcal{O}(1/m_Q^2), \end{aligned} \quad (10)$$

を得る。最後の式において、 $1/m_Q$ 展開について $\mathcal{O}(1/m_Q)$ のオーダーの項のみを残した。ここで、 $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ であり、 $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$ である。 f^{abc} は $[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$ で定義される構造定数である。上記の導出で運動方程式を用いたように、このラグランジアンは “on-mass-shell” のラグランジアンである。量子補正を考えて、さらに重いフレーバーについての和をとると

$$\mathcal{L}_{\text{heavy}} = \sum_{Q=1}^{N_h} \left(\bar{Q}_v v \cdot iD Q_v + \bar{Q}_v \frac{(i \not{D}_\perp)^2}{2m_Q} Q_v - c(\mu) g_s \bar{Q}_v \frac{\sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu}}{4m_Q} Q_v + \mathcal{O}(1/m_Q^2) \right), \quad (11)$$

となる。ここで $c(\mu) = 1 + \mathcal{O}(\alpha_s)$ であり、ループ効果による量子補正 (Wilson 係数) を表す。

クォークの質量が十分重い場合を考えよう。このとき、式 (11) の第 1 項 $\bar{Q}_v v \cdot iD Q_v$ のみを考えればよい。 $v \cdot iD$ はスピン空間において単位行列なので、重いクォークのスピンを変えることはない。したがって、重いクォークの極限において、重いクォークのスピンは保存されており、重いクォークのスピン対称性 (heavy quark spin symmetry: HQS) はよい対称性である。重いクォークのスピン対称性は QCD から直接演繹される帰結であり、モデルに依存しない内容であることに注意する⁷。

重いクォークの極限において、重いクォークのスピン対称性より、重いハドロンの性質に様々な条件が課される。そのひとつは重いハドロンの質量のスピン縮退である。重いクォークのスピンを \vec{S} とし、重いハドロン全体のスピンを \vec{J} とする。このとき、ハドロン内部のスピンで重いクォーク以外で軽い成分 (軽いクォークおよびグルーオン) によるスピンを \vec{j} とすると、

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{j}, \quad (12)$$

が成り立つ。空間の回転対称性から \vec{J} は保存量であり、重いクォークの極限において \vec{S} は保存量である。したがって、 \vec{j} も保存量であることが分かる⁸。このとき、 \vec{S} と \vec{j} の相対的な方向の違いによるエネルギーの差は生じない。したがって、 \vec{J}, \vec{j} の大きさをそれぞれ J, j とすると、 $j \geq 1/2$ のとき

$$J_\pm = j \pm 1/2, \quad (13)$$

⁷HQS の導出において、クォークとグルーオンの相互作用バーテックスが γ^μ を含んでいることに注意する。関係式 $\bar{Q}_v \gamma^\mu Q_v = \bar{Q}_v v^\mu Q_v$ のために、有効場 Q_v において γ^μ は v^μ に置き換わる。これが Dirac 行列が単位行列になる理由である。このとき、クォークとグルーオンのバーテックスがベクトルであることが本質的に重要である。実際に、すべての Dirac 行列が単位行列になるわけではない。重い質量の極限をとってもスピンを保存しない例として核子がある。核子とパイオンの相互作用バーテックスは軸性ベクトルであり、核子の質量 m_N が十分重いとしてもスピンを保つ演算子は $\mathcal{O}(1/m_N)$ で抑制されない。

⁸ \vec{j}^2 および \vec{j} の z 成分 j_z の固有状態を brown muck と呼ぶことがある。

の全スピンをもつ二つの状態は縮退していることがわかる。これを HQS 二重項という。 $j = 0$ のときは $J_+ = 1/2$ しか存在しないので HQS 一重項という。したがって、すべての重いハドロンは、重いクォークの極限において HQS 二重項か HQS 一重項のどちらかに分類される。この結論は HQS に直接基づいて得られており、重いハドロンが具体的にどのような形態をとるのかに依存しない。

よく知られている例は D, D^* メソンや B, B^* メソンである。それぞれのフレーバーについて擬スカラーメソンとベクトルメソンの質量差が小さい量であると見なせるので、近似的に HQS 二重項であるとみなすことができる。バリオンのについても同様に分類することができる。 Λ_c バリオンや Λ_b バリオンは、それぞれのフレーバーにおいて近似的に HQS 一重項である。また、 Σ_c, Σ_c^* バリオンや Σ_b, Σ_b^* バリオンは、それぞれのフレーバーにおいて近似的に HQS 二重項とみなすことができる。

この分類はもっと複雑なハドロン状態についても適用可能である。例えば、4つの軽いクォークと重い反クォーク \bar{Q} で構成されたペンタクォーク状態 $qqqq\bar{Q}$ がある場合を考えると、 $qqqq$ の全スピンの $j = 0$ のときは $qqqq\bar{Q}$ は HQS 一重項であり、 $qqqq$ の全スピンが $j \geq 1$ のときは $qqqq\bar{Q}$ は HQS 二重項である。エキゾチックハドロンの内部構造のひとつの例として、 $qqqq\bar{Q}$ を qqq バリオンと $q\bar{Q}$ メソンで構成されたハドロン分子と考える。このとき、 qqq バリオンと $q\bar{Q}$ メソンの間に軽いメソンの交換があるとすると HQS 二重項であることが議論されている⁹。また、ヘキサクォーク状態 $qqqqq\bar{Q}$ については $qqqqq$ のスピンは非ゼロなので、必然的に HQS 二重項である。実際に qqq バリオンと $qq\bar{Q}$ バリオンで構成されているとしてメソン交換を考えると HQS 二重項であることが知られている。バリオ数が2以上のハドロン多体系についても同様な議論が可能である。

このように、HQS 二重項 / HQS 一重項の分類は一般的であり、重いクォークを含むハドロン多体系の質量スペクトラムの分類に重要な役割を果たす。

重いクォークのスピン対称性は重いハドロンの崩壊パターンについても強い制限を加える。全体のスピン J' および軽い成分のスピン j' をもつ重いハドロン $\Psi'^{(j')}$ が、 π メソンをひとつ放出して全体のスピン J および軽い成分のスピン j をもつ別の重いハドロン $\Psi^{(j)}$ に変化したとする。このとき最終状態における相対角運動量を L とする。このとき、遷移の前後で $\vec{J}' = \vec{J} + \vec{L}$ が成り立つ。さらに、重いクォークスピンは保存するので、軽い成分の全スピンも保存しなければならない。したがって、 $\vec{J}' = \vec{J} + \vec{L}$ が成り立たなければならない。これより、この過程の崩壊定数 $\Gamma[\Psi'^{(j')} \rightarrow \Psi^{(j)} + \pi]$ は、

$$\Gamma[\Psi'^{(j')} \rightarrow \Psi^{(j)} + \pi] \propto (2j+1)(2J'+1) \left| \left\{ \begin{array}{ccc} L & j' & j \\ 1/2 & J & J' \end{array} \right\} \right|^2 + \mathcal{O}(1/m_Q), \quad (14)$$

の関係を満たすことが確かめられる [36]。実際に、この関係は様々な重いハドロンの励起状態について近似的に成り立っていることが知られている¹⁰。

上記の質量スペクトラムと崩壊パターンは重いクォーク極限の場合であるが、この極限から外れた $\mathcal{O}(1/m_Q)$ のオーダーについてもある制限が課せられている。

$\mathcal{O}(1/m_Q)$ のオーダーの項 (式 (11) の第2項と第3項) について考える。これまで重いクォークの4元運動量を $m_Q v^\mu$ と k^μ に分割したが、 $\mathcal{O}(1/m_Q)$ のオーダーを考えるとこの分割の仕方は一意ではない。実際に、 v^μ と k^μ を次のように v'^μ と k'^μ に変換することが可能である。

$$v^\mu \rightarrow v'^\mu = v^\mu + \varepsilon^\mu / m_Q, \quad (15)$$

$$k^\mu \rightarrow k'^\mu = k^\mu - \varepsilon^\mu. \quad (16)$$

ただし、 ε^μ は小さな量であり、 $v \cdot \varepsilon = 0$ を満たすと仮定する。このような $(v^\mu, k^\mu) \rightarrow (v'^\mu, k'^\mu)$ の変換は velocity (parametrization) rearrangement と呼ばれる。この変換を行うと、式 (11) の第1項、あるいは第

⁹具体的な議論は section 4.2 を参照せよ。

¹⁰実際には $\mathcal{O}(1/m_Q)$ のオーダーにおける閾値の違いも考慮して位相空間の因子を考慮する必要がある。 $\mathcal{O}(1/m_Q)$ の項を全て含めた場合の重いバリオンの崩壊の議論について [37] がある。

2項と第3項の和

$$\mathcal{L}_0 = \bar{Q}_v v \cdot i D Q_v, \quad (17)$$

$$\mathcal{L}_1 = \bar{Q}_v \frac{(iD_\perp)^2}{2m_Q} Q_v - c(\mu) g_s \bar{Q}_v \frac{\sigma_{\mu\nu} G^{\mu\nu}}{4m_Q} Q_v, \quad (18)$$

のそれぞれは

$$\mathcal{L}_0 \rightarrow \mathcal{L}_0 + \frac{1}{m_Q} \bar{Q}_v i \varepsilon \cdot D Q_v, \quad (19)$$

$$\mathcal{L}_1 \rightarrow \mathcal{L}_1 - \frac{1}{m_Q} \bar{Q}_v i \varepsilon \cdot D Q_v, \quad (20)$$

のように変換する。 $(v^\mu, k^\mu) \rightarrow (v'^\mu, k'^\mu)$ の変換において、 $1/m_Q$ の各項の \mathcal{L}_0 および \mathcal{L}_1 のそれぞれは不変ではないが、両者を合わせた $\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1$ は不変であることがわかる。

ここで、 \mathcal{L}_1 の第2項について考えてみよう。この項には $\sigma^{\mu\nu}$ が含まれており、有効場 Q_v で挟むと

$$\bar{Q}_v \sigma^{\mu\nu} Q_v = \bar{Q}_v \epsilon^{ijk} \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q_v, \quad \mu = i, \nu = j \quad (i, j, k = 1, 2, 3), \quad (21)$$

なのでスピン演算子 σ^k が現れる。したがって、 $\mathcal{O}(1/m_Q)$ のこの項は重いクォークのスピン対称性を破る。グルーオンは磁氣的成分しか寄与しないので、カラー磁場によるスピンの反転を記述していることがわかる。

以上の $1/m_Q$ 展開はモデルの詳細には依存しないので、重いハドロンの質量 M_H は一般的に $1/m_Q$ の展開として与えられる。有効ラグランジアン (11) の各項に対応して、 M_H は

$$M_H(T, \rho) = m_Q + \bar{\Lambda}(T, \rho) - \frac{\lambda_1(T, \rho)}{2m_Q} + 4\vec{S} \cdot \vec{j} \frac{\lambda_2(T, \rho; m_Q)}{2m_Q} + \mathcal{O}(1/m_Q^2), \quad (22)$$

と書くことができる。ただし、 $\bar{\Lambda}(T, \rho)$, $\lambda_1(T, \rho)$, $\lambda_2(T, \rho; m_Q)$ は各項の係数である¹¹。以前と同様に、 \vec{S} は重いクォークのスピンであり、 \vec{j} は軽い成分のスピンである。 $1/m_Q$ による展開は有限の温度 T やバリオン数密度 ρ の媒質中でも可能である。ただし、係数は T と ρ に依存することに注意する。係数 $\bar{\Lambda}(T, \rho)$, $\lambda_1(T, \rho)$, $\lambda_2(T, \rho; m_Q)$ は具体的に

$$\bar{\Lambda}(T, \rho) = \frac{1}{2} \langle H_{v_r} | \mathcal{H}_0 | H_{v_r} \rangle, \quad (23)$$

$$\lambda_1(T, \rho) = \frac{1}{2} \langle H_{v_r} | \bar{Q}_{v_r} (iD_\perp)^2 Q_{v_r} | H_{v_r} \rangle, \quad (24)$$

$$8\vec{S} \cdot \vec{j} \lambda_2(T, \rho; m_Q) = \frac{1}{2} c(\mu) \langle H_{v_r} | \bar{Q}_{v_r} g_s \sigma_{\alpha\beta} G^{\alpha\beta} Q_{v_r} | H_{v_r} \rangle, \quad (25)$$

で与えられる ($\mu \simeq m_Q$)。 $|H_{v_r}\rangle$ は静止系 ($v_r = (1, \mathbf{0})$) における重いハドロンの波動関数である。 \mathcal{H}_0 は、軽い成分と重いクォークの極限における重いクォーク成分を含む QCD のハミルトニアン密度である。式 (24), (25) は

$$\lambda_1(T, \rho) = -m_Q \langle H_{v_r} | \bar{Q}_{v_r} g_s \vec{x} \cdot \vec{E} Q_{v_r} | H_{v_r} \rangle, \quad (26)$$

$$8\vec{S} \cdot \vec{j} \lambda_2(T, \rho; m_Q) = \frac{1}{2} c(\mu) \langle H_{v_r} | \bar{Q}_{v_r} g_s \vec{\sigma} \cdot \vec{B} Q_{v_r} | H_{v_r} \rangle, \quad (27)$$

と書き換えることができる。ただし、カラー電場 $E^i = -G^{0i}$ およびカラー磁場 $B^i = \epsilon^{ijk} G^{jk}$ を定義した。また、 \vec{x} は重いクォークの位置と $\mathcal{O}(1/m_Q)$ における重いハドロン全体の重心の相対距離を表す。したがって、様々な媒質における $\lambda_1(T, \rho)$ や $\lambda_2(T, \rho; m_Q)$ を求めることによって、その媒質中におけるグルーオン (カラー電場とカラー磁場) の変化の様子を知ることができる。したがって、重いハドロンの質量変化はグルーオンを探るための探索子と見なすことができる。

¹¹ $\lambda_2(T, \rho; m_Q)$ については m_Q による量子補正が存在する。これは $1/m_Q$ のべき乗ではないのでカッコの中に入れてある。

2.2 重いハドロンの有効理論

Section 2.1 では、重いクォークの自由度をもちいて重いクォークの有効理論である HQET を導出して、重いクォークのスピン対称性 HQS を議論した。実際のハドロン現象では、クォークの自由度を直接扱うよりも、クォークが閉じ込められたハドロンの自由度を考える方が便利なが多い。そこで、このセクションでは、HQET および HQS に基づいて重いハドロンの有効理論を構築しよう。簡単な例として、重いクォーク Q と軽い反クォーク \bar{q} でできた $Q\bar{q}$ メソンを考える¹²。それぞれのスピノルの足を α, β とすると、

$$u_{Q\alpha}\bar{v}_{q\beta}, \quad (28)$$

である。スピンの組み合わせによって、擬スカラー量

$$u_Q^{(1)}\bar{v}_q^{(1)} + u_Q^{(2)}\bar{v}_q^{(2)} = \frac{1+\gamma^0}{2}\gamma_5, \quad (29)$$

とベクトル量

$$u_Q^{(1)}\bar{v}_q^{(2)} = \frac{1+\gamma^0}{2}\not{\epsilon}^{(+)}, \quad (30)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(u_Q^{(1)}\bar{v}_q^{(1)} - u_Q^{(2)}\bar{v}_q^{(2)}\right) = \frac{1+\gamma^0}{2}\not{\epsilon}^{(0)}, \quad (31)$$

$$u_Q^{(2)}\bar{v}_q^{(1)} = \frac{1+\gamma^0}{2}\not{\epsilon}^{(-)}, \quad (32)$$

を構築することができる¹³。ここで $\epsilon^{(\lambda)\mu}$ ($\lambda = \pm, 0$; μ はローレンツの足) は偏極ベクトルであり、静止フレームにおいて $\epsilon^{(\pm)\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, \pm i, 0)$ および $\epsilon^{(0)\mu} = (0, 0, 0, 1)$ である。これらの擬スカラー量とベクトル量は静止フレームにおいて定義されているが、一般的な v -フレームにおいては

$$u_Q^{(1)}\bar{v}_q^{(1)} + u_Q^{(2)}\bar{v}_q^{(2)} \rightarrow \frac{1+\not{v}}{2}\gamma_5, \quad (34)$$

および

$$u_Q^{(1)}\bar{v}_q^{(2)} \rightarrow \frac{1+\not{v}}{2}\not{\epsilon}^{(+)}, \quad (35)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left(u_Q^{(1)}\bar{v}_q^{(1)} - u_Q^{(2)}\bar{v}_q^{(2)}\right) \rightarrow \frac{1+\not{v}}{2}\not{\epsilon}^{(0)}, \quad (36)$$

$$u_Q^{(2)}\bar{v}_q^{(1)} \rightarrow \frac{1+\not{v}}{2}\not{\epsilon}^{(-)}, \quad (37)$$

で与えられる。実際にこれは $v_r^\mu = (1, 0)$ から v^μ へのローレンツ変換によって得られる。それぞれの Dirac 行列構造 $\frac{1+\not{v}}{2}\gamma_5$ および $\frac{1+\not{v}}{2}\gamma_\mu$ に対応して、 v -フレームにおける擬スカラー場 P_v とベクトル場 $P_v^{*\mu}$ を導入して、

$$\frac{1+\not{v}}{2}\gamma_5 P_v, \quad \frac{1+\not{v}}{2}P_v^*, \quad (38)$$

を考える。そして、この二つの和 (直和) として

$$H_v(x) = \frac{1+\not{v}}{2}\left(P_v^{*\mu}(x)\gamma_\mu + iP_v(x)\gamma_5\right), \quad (39)$$

¹² 有効ハドロン場の構築の詳細については [38, 39] を参照せよ。

¹³ u_Q のスピン上向き、下向きの状態は $u_{Q\alpha}^{(1)} = \delta_{1\alpha}$ および $u_{Q\alpha}^{(2)} = \delta_{2\alpha}$ で与えられる。これに対して、 v_q のスピン上向き、下向きの状態は $v_{q\alpha}^{(2)} = -\delta_{4\alpha}$ および $v_{q\alpha}^{(1)} = -\delta_{3\alpha}$ で与えられる。スピノル演算子

$$S^i = \frac{1}{2}\gamma_5\gamma^0\gamma^i = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \sigma^i & 0 \\ 0 & \sigma^i \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (33)$$

について、関係式 $\vec{S}(u_Q\bar{v}_q) = (\vec{S}u_Q)\bar{v}_q + u_Q(\vec{S}\bar{v}_q)$ を用いる。

を定義する。\$H_v(x)\$ は、重いクォークのスピン変換 \$S_Q\$ および軽い反クォークのカイラル変換 \$U_q^\dagger\$

$$u_Q \bar{v}_q \rightarrow S_Q (u_Q \bar{v}_q) U_q^\dagger, \quad (40)$$

に対して、

$$H_v \rightarrow S_Q H_v U_q^\dagger, \quad (41)$$

のように変換する。\$H_v\$ の有効ラグランジアンを構築するときは、\$S_Q\$ および \$U_q^\dagger\$ の変換に対して不変になるようにすればよい。カイラル変換については南部-ゴールドストーンボソンの運動量の展開について最低次のものだけを考える。パイオンの場の非線形表現 \$\xi = \exp(i\phi/\sqrt{2}f_\pi)\$ に対して、ベクトルカレント \$V^\mu(x) = \frac{i}{2}(\xi^\dagger \partial^\mu \xi + \xi \partial^\mu \xi^\dagger)\$ と軸性ベクトルカレント \$A^\mu(x) = \frac{i}{2}(\xi^\dagger \partial^\mu \xi - \xi \partial^\mu \xi^\dagger)\$ の変換則は、\$V^\mu(x) \to U_q V^\mu(x) U_q^\dagger + iU_q \partial^\mu U_q^\dagger\$ および \$A^\mu \to U_q A^\mu U_q^\dagger\$ である¹⁴。このとき、最低次のラグランジアンは

$$\mathcal{L}_{\text{heavy-light}}^{(0)} = \text{Tr} \bar{H}_v v \cdot i D H_v + g \text{Tr} \bar{H}_v H_v \gamma_\mu \gamma_5 A^\mu + \mathcal{O}(1/M), \quad (43)$$

である。ここで、\$D^\mu H_v = \partial^\mu H_v - iV^\mu H_v\$ はカイラル不変な微分項である¹⁵。また、\$M\$ は重いメソンの質量であり、\$\mathcal{O}(1/M)\$ の最低次のみを考えている。

重いクォークの極限 (\$m_Q \to \infty\$ あるいは \$M \to \infty\$) の議論を紹介したが、実際の重いハドロンの質量は有限であるので \$\mathcal{O}(1/M)\$ のオーダーも考える必要がある。ラグランジアン (43) を \$\mathcal{O}(1/M)\$ のオーダーも含むように拡張しよう [40–42]。ここで 4 元速度を拡張して、

$$\mathcal{V}^\mu = \frac{v^\mu + iD^\mu/M}{|v^\mu + iD^\mu/M|}, \quad (44)$$

と定義する。これは off-mass-shell 成分である \$iD^\mu/M\$ も含めた 4 元速度である。いまは \$\mathcal{O}(1/M)\$ のオーダーを考えたいので、\$\mathcal{V}^\mu\$ を \$1/M\$ で展開して

$$\mathcal{V}^\mu = v^\mu + \frac{1}{M} (iD^\mu - v^\mu v \cdot iD) + \mathcal{O}(1/M^2), \quad (45)$$

と近似する。それとともに、重いメソンの有効場として \$H_v(x)\$ の代わりに、\$\mathcal{V}\$-フレームにおいて

$$\mathcal{H}_v(x) = H_v(x) + \frac{1}{2M} \left(i \overleftrightarrow{D} H_v(x) - H_v(x) i \overleftarrow{D} - 2v \cdot i D H_v(x) \right) + \mathcal{O}(1/M^2). \quad (46)$$

を考える。この式は、\$H_v(x)\$ を \$v\$-フレームから \$\mathcal{V}\$-フレームにローレンツ変換することによって得られる。\$\mathcal{H}_v(x)\$ は 4 元速度の変換 \$v^\mu \to w^\mu\$ に対して

$$\mathcal{H}_w(x) = e^{iq \cdot x} \mathcal{H}_v(x) + \mathcal{O}(1/M^2), \quad (47)$$

のように変換するので、\$e^{iq \cdot x}\$ が全体的な因子としてかかるだけである。このように \$\mathcal{O}(1/M)\$ のオーダーで \$\mathcal{H}_v(x)\$ は共変的な変換をする¹⁶。このような変換 \$v^\mu \to w^\mu\$ に対して \$\mathcal{O}(1/M)\$ のオーダーで不変になるように有効ラグランジアン (43) の右辺第 2 項を拡張すると、

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{heavy-light}}^{(1)} &= \left(g + \frac{g_1}{M} \right) \text{Tr} \bar{H}_v H_v \gamma_\mu \gamma_5 A^\mu \\ &+ \frac{g}{2M} \left(\text{Tr} v \cdot i D \bar{H}_v H_v \gamma_\mu \gamma_5 A^\mu - \text{Tr} \bar{H}_v v \cdot i D H_v \gamma_\mu \gamma_5 A^\mu \right) \\ &+ \frac{g}{4M} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left(\text{Tr} i D^\nu \bar{H}_v H_v \sigma^{\rho\sigma} A^\mu - \text{Tr} \bar{H}_v i D^\nu H_v \sigma^{\rho\sigma} A^\mu \right) \\ &+ \frac{g_2}{M} \text{Tr} \bar{H}_v \gamma_\mu \gamma_5 H_v A^\mu + \mathcal{O}(1/M^2), \end{aligned} \quad (48)$$

である。結合定数のうち、\$g\$ はラグランジアン (43) で用いられたものであり、\$g_1\$ と \$g_2\$ は新しい結合定数である。\$g_2\$ の項はスピン対称性を破る項であることに注意する¹⁷。式 (48) が velocity rearrangement (式

¹⁴パイオン場 \$\phi\$ は

$$\phi = \begin{pmatrix} \pi^0 & \sqrt{2}\pi^+ \\ \sqrt{2}\pi^- & -\pi^0 \end{pmatrix}, \quad (42)$$

で定義される。

¹⁵カイラル変換については非線形表現をとっていることに注意する。

¹⁶もとの有効場 \$H_v(x)\$ の変換則はやや複雑である。

¹⁷\$g_2\$ の項の \$\gamma_\mu \gamma_5\$ の位置は、式 (48) の第 1 項に比べて \$\gamma_\mu \gamma_5\$ の位置が異なることに注意する。

(15) と (16) において m_Q を M に置き換えたもの) に対して不変であることを確かめることができる。

ここまでは、重いメソン ($H_v(x)$) とパイオン場の相互作用について、重いクォークのスピン対称性と軽いクォークのカイラル対称性を考えて有効ラグランジアンを構築した。このような対称性にもとづく方法は一般的なものであり、重いメソンと他のハドロンの相互作用についても議論を適用することができる。ここでは、後で参照するために (section 4.2)、ストレンジネスをもつ重いメソン (D_s^-, D_s^{*-} メソン) と核子 N の相互作用について考えよう¹⁸。重いクォークの極限を考えて、擬スカラーおよびベクトルの重いメソン場を $P_{sv}(x)$ および $P_{sv}^*(x)$ として、式 (39) において $P_v(x), P_v^*(x)$ を $P_{sv}(x), P_{sv}^*(x)$ に置き換えた有効場を $H_{sv}(x)$ として用いる。重いメソンのカレントと核子 (4 成分のスピンル ψ) のカレントによるカレント-カレント相互作用を考える。運動量展開の最低次だけを考えると、最も一般的な形として

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{1}{2} \sum_i c_i \bar{\psi} \Gamma_i \psi \text{Tr} \bar{H}_{sv} \Gamma_i H_{sv}, \quad (49)$$

と書くことができる [43]。ただし、 c_i ($i = 1, \dots, 5$) は未知の結合定数であり、 $\Gamma_1 = 1, \Gamma_2 = \gamma^\mu, \Gamma_3 = \sigma^{\mu\nu}, \Gamma_4 = \gamma^\mu \gamma_5, \Gamma_5 = \gamma_5$ はあらゆる可能な Dirac 行列である。ここで核子場について非相対論的な極限を考えて $\psi = (\varphi, 0)$ とする。 φ は 2 成分のスピンルである。さらに静止フレームを考えると、式 (49) は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = & c_s \varphi^\dagger \varphi (\delta^{ij} P_{sv}^{*i\dagger} P_{sv}^{*j} + P_{sv}^\dagger P_{sv}) \\ & + i c_t \sum_k \varphi^\dagger \sigma^k \varphi \left(\epsilon^{ijk} P_{sv}^{*i\dagger} P_{sv}^{*j} - (P_{sv}^{*k\dagger} P_{sv} - P_{sv}^\dagger P_{sv}^{*k}) \right), \end{aligned} \quad (50)$$

と書くことができる。 σ^k ($k = 1, 2, 3$) はパウリ行列である。また、 $c_s = -(c_1 - c_2)$ および $c_t = 2c_3 + c_4$ を定義した。 c_s の項は核子のスピンを変えない相互作用であり、 c_t の項は核子のスピンを変える相互作用である。この二つの項はお互いに独立である。実際に、重いクォークに対するスピン変換を行うことによって、それぞれの項が独立に不変であることが確かめられる。式 (50) の相互作用を用いて、 D_s^-, D_s^{*-} メソンと核子の束縛状態や散乱状態を調べることができる。 c_t の項において、擬スカラーメソンとベクトルメソン ($P_{sv}(x)$ と $P_{sv}^*(x)$) は互いに移り変わることに注意しよう。この移り変わりは重いクォークスピン対称性によって要請されるものである。

これまでは重いメソン $Q\bar{q}$ あるいは $\bar{Q}q$ に着目してハドロンの有効理論の構築をみてきた。この方法論は一般的なもので、重いバリオンにも適用することが可能である。ここでは重いバリオンの有効場の構築を見てみよう [38]。 Λ_c バリオンのような重いバリオンに含まれる軽い成分はスピン 0 なので、(v -フレームにおいて) 重いクォーク u_h を用いて有効場を

$$\psi_v = u_h, \quad (51)$$

と書くことができる。 Σ_c, Σ_c^* バリオンのように重いバリオンの軽い成分がスピン 1 であれば、スピン 1 のベクトル場を A^μ とすると、重いバリオンの有効場は

$$\psi_v^\mu = A^\mu u_h, \quad (52)$$

である。これはスピン 1/2 と 3/2 の両方を含むので、

$$\psi_{v\,1/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \gamma_5 \gamma_\nu \psi_v^\nu, \quad (53)$$

および

$$\psi_{v\,3/2}^\mu = \left(g_\nu^\mu - \frac{1}{3} (\gamma^\mu + v^\mu) \gamma_\nu \right) \psi_v^\nu, \quad (54)$$

¹⁸同様の議論がアイソスピン自由度も取り入れることによって \bar{D}, \bar{D}^* メソンにも適用可能である。ここでは議論の簡単化のために D_s^-, D_s^{*-} メソンを考える。

と射影して、スピン 1/2 と 3/2 の固有状態 $\psi_{v1/2}$ と $\psi_{v3/2}^\mu$ を定義する¹⁹。スピン 3/2 の Rarita-Schwinger 場 Ψ^μ について $\gamma_\mu \Psi^\mu = 0$ および $\partial_\mu \Psi^\mu = 0$ の 2 つの拘束条件が課されて余分な自由度が消去されるのと同様に、 $\gamma_\mu \psi_{v3/2}^\mu = 0$ および $v_\mu \psi_{v3/2}^\mu = 0$ の拘束条件が課せられる。このように構築された有効場に対して、重いクォークのスピン変換および軽いクォークのカイラル変換に対して不変となるように有効ラグランジアンを構築することが可能である [44]。

3 重いエキゾチックなハドロン — X, Y, Z —

Section 2 で導入された理論をベースにして X, Y, Z エキゾチックハドロンを理解していこう。ただし、 X, Y, Z エキゾチックハドロンは実験が先行している部分が多く見られており、必ずしも首尾一貫した理論が与えられるわけではない。実際にそのような理論をつくることは非常に難しい問題である。そこで、このセクションでは、観測されているデータと重いハドロンの理論の“いいとこ取り”をして、 X, Y, Z エキゾチックハドロンの性質を考えていこう。Section 3.1 では、まず通常のクォークoniumの性質についてまとめる。エキゾチックハドロンの顕著な性質のひとつはクォークoniumの予言に当てはまらないということなので、クォークoniumの基本的性質を理解しておくことは重要である。続いて、section 3.2 から section 3.7 までは、すでに実験で観測されている X, Y, Z エキゾチックハドロンについてまとめる。Section 3.8 では、上記において触れることができなかった X, Y, Z エキゾチックハドロンについて簡単にまとめる。Section 3.9 では、チャーム数 $|C| = 2$ をもつテトラクォーク状態 T_{cc} について理論的な予言を述べる。

3.1 クォークonium

クォークoniumはクォーク (Q) と反クォーク (\bar{Q}) の 2 体で構成されたハドロンである²⁰。まず、クォークoniumの分類をおこなう。 Q と \bar{Q} の合成スピン $S = 0, 1$ と軌道角運動量 $L = 0, 1, 2, \dots$ によって状態は指定される。このとき全体のスピン J , パリティ P , 荷電パリティ C を J^{PC} と書く。 $S = 0$ のとき $J = L$, $S = 1$ のとき $J = L, L \pm 1$ である。また、 $P = (-1)^{L+1}$ および $C = (-1)^{L+S}$ である²¹。このとき、組み合わせ可能な J^{PC} は

$$L = 0 \text{ のとき} : J^{PC} = 0^{-+}, 1^{--}$$

$$L = 2, 4, 6, \dots \text{ のとき} : J^{PC} = 2^{-+}, 4^{-+}, 6^{-+}, \dots, 2^{--}, 4^{--}, 6^{--}, \dots, 1^{--}, 3^{--}, 5^{--}, \dots$$

$$L = 1, 3, 5, \dots \text{ のとき} : J^{PC} = 1^{+-}, 3^{+-}, 5^{+-}, \dots, 0^{++}, 2^{++}, 4^{++}, \dots, 1^{++}, 3^{++}, 5^{++}, \dots$$

である。ここに含まれない $J^{PC} = 0^{+-}, 0^{-+}, E^{+-}$ (E は $E \geq 2$ の偶数), O^{-+} (O は $O \geq 1$ の奇数) は実現不可能な“異常な”量子数であることがわかる。逆にいうと、このような異常な J^{PC} は $Q\bar{Q}$ ではあり得ないということなので、このような J^{PC} をもつハドロンが存在すれば、 $Q\bar{Q}$ 以外のクォーク $q\bar{q}$ 成分あるいはグルーオン成分をもつと結論することができる²²。 $c\bar{c}$ について、 $L = 0$ のとき、 $S = 0$ の状態は η_c (0^{-+}) であり、 $S = 1$ の状態は J/ψ (1^{--}) である。また、 $L = 1$ のとき、 $S = 0$ の状態は h_c (1^{+-}) であり、 $S = 1$ の状態は χ_{c0} (0^{++}), χ_{c1} (1^{++}), χ_{c2} (2^{++}) である²³。

¹⁹このとき

$$\psi_v^\mu = \psi_{v3/2}^\mu + \frac{1}{\sqrt{3}}(\gamma^\mu + v^\mu)\gamma_5\psi_{v1/2}, \quad (55)$$

の関係が成り立つ。

²⁰二つのクォークはお互い荷電共役なので、クォークonium全体としてはフレーバーをもたない。これを“隠れたフレーバー”という。

²¹ P について、 Q, \bar{Q} のパリティはそれぞれ $+1, -1$ であり、軌道角運動量から $(-1)^L$ が出る。 C について、 Q と \bar{Q} を入れ替える荷電共役変換を C とすると、軌道角運動量による $(-1)^L$ 、スピンによる符号 $(-1)^{S+1}$ 、フェルミオンの入れ替えによるマイナス符号に注意して

$$C|Q\bar{Q}\rangle = (-1)^L(-1)^{S+1}(-1)|Q\bar{Q}\rangle = (-1)^{L+S}|Q\bar{Q}\rangle, \quad (56)$$

なので、 $C = (-1)^{L+S}$ である。

²²実際に軽いクォークoniumについて、異常な量子数をもつ状態がいくつか観測されている。

²³ $L = 2$ のとき $S = 0$ の状態を η_c と書き、 $S = 1$ の状態を ψ と書く。

$Q\bar{Q}$ の 2 体束縛状態のもつ質量がどのように与えられるのかを考えよう。質量を求めるためにはハミルトニアンが必要である。 Q と \bar{Q} の質量は十分重いので、非相対論的に考えることができる。そこでハミルトニアンは運動項とポテンシャル項の和で与えられると考える²⁴。 Q と \bar{Q} の相対座標を \vec{r} とする。運動項は $H_0 = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial \vec{r}^2}$ である。ただし、 Q および \bar{Q} の質量 m_Q および $m_{\bar{Q}}$ に対して、換算質量を $\mu = m_Q m_{\bar{Q}} / (m_Q + m_{\bar{Q}})$ と定義する。 Q と \bar{Q} の間のポテンシャルは、QCD における one-gluon 交換ポテンシャルに基づいて

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + br + \frac{32\pi\alpha_s}{9m_Q^2} \tilde{\delta}_\sigma(r) \vec{S}_Q \cdot \vec{S}_{\bar{Q}} + \frac{1}{m_Q^2} \left(\left(\frac{2\alpha_s}{r^3} - \frac{b}{2r} \right) \vec{L} \cdot \vec{S} + \frac{4\alpha_s}{r^3} T \right), \quad (57)$$

で与えられる ($r = |\vec{r}|$) [45]。ただし、 α_s はカラー Coulomb ポテンシャルの結合定数、 b は閉じ込めポテンシャルの強さを表す。また、 \vec{S}_Q および $\vec{S}_{\bar{Q}}$ は Q および \bar{Q} のスピンであり、 \vec{L} は軌道角運動量であり $\vec{S} = \vec{S}_Q + \vec{S}_{\bar{Q}}$ と定義する。 $\tilde{\delta}_\sigma(r) = (\sigma/\sqrt{\pi})^3 e^{-\sigma^2 r^2}$ であり、 T はテンソル演算子である²⁵。式 (57) の右辺は、それぞれカラー Coulomb ポテンシャル、閉じ込めポテンシャル、スピン-スピン相互作用、 LS 相互作用およびテンソル力を表す。スピン-スピン相互作用は one-gluon 交換においてはゼロレンジのポテンシャルである。しかし、重いクォークがグルーオンや軽いクォーク対の仮想的状態である“雲”をまとっているとして、 σ による広がり有限サイズの効果を取り入れる。式 (57) に含まれるパラメーターは $(m_Q, \alpha_s, b, \sigma)$ の 4 つである。この 4 つのパラメーターをいくつかのクォークoniumの質量を再現するように調整することによって、実際に観測されている多くのクォークoniumの質量スペクトラムを定量的に説明することができる [45]。ハミルトニアンの波動関数を用いると崩壊定数や崩壊モードについても議論が可能である。ポテンシャル $V(r)$ はもとの QCD ラグランジアンに比べれば非常に簡単な式であるが、定性的な説明のみならず定量的な記述も可能であるということが、クォークoniumの理解にとって大きな進展であった。

クォークoniumの励起状態のエネルギーは、(i) スピンによる励起、(ii) 軌道角運動量による励起、(iii) 主量子数による励起 (nodal excitation)、の 3 種類がある。 $Q\bar{Q}$ ポテンシャルは閉じ込めがあるために、高い励起エネルギーの状態についても固有状態を求めることができる。実際の自然界の $c\bar{c}$ や $b\bar{b}$ は励起エネルギーが高くなって $\bar{D}D$ メソン対や $\bar{B}B$ メソン対の閾値以上になると、 \bar{D} 、 D メソンあるいは \bar{B} 、 B メソンの連続状態が自由度として顕に存在するため、クォークonium ($c\bar{c}$ あるいは $b\bar{b}$ の 2 体状態) としての記述が必ずしも有効なわけではない。にもかかわらず、閾値以上のエネルギーをもつ多くの状態についてクォークoniumとして理解することが依然として可能であった。例えば、S 波の nodal excitation として $\eta_c(3S)$ 、 $\eta_c(4S)$ 、 $\psi(3S)$ 、 $\psi(4S)$ などがあり²⁶、D 波の状態として $\psi(3770)$ などが存在する。これらは実際に式 (57) に基づくクォークoniumとしての理解が可能である²⁷。

しかし、今世紀に入ってから、 $\bar{D}D$ 閾値以上にエネルギー領域において、 $c\bar{c}$ クォークoniumとしては理解することが難しいハドロン共鳴が多数発見された。これらの状態は X 、 Y 、 Z ハドロンと呼ばれる。これらの多くの状態は $\bar{D}D$ あるいは他のハドロンの閾値近傍に現れることがあるのでひとつの候補としては $\bar{D}D$ の束縛 / 共鳴状態であるという解釈がなされている。他の候補としては、軽いクォーク $q\bar{q}$ が自由度として現れたテトラクォーク $q\bar{q}Q\bar{Q}$ という解釈もある。また Q と \bar{Q} を結びつけるグルーオンが励起してハイブリッド状態 $Q\bar{Q}g$ となっているのかもしれない。そもそもこのようなエキゾチックな構造は存在せず、実験で見えているピークは kinematic な効果によるものなのかもしれない。これらの様々な可能性について、ハドロンのスペクトロスコピー、すなわち

- 生成過程・生成断面積： e^+e^- 衝突、ハドロン衝突、重イオン衝突など
- 質量スペクトラム：HQS 対称性による近似的縮退、カイラル対称性によるカイラルパートナーなど

²⁴ゲージ場に基づいた有効理論の導出として potential non-relativistic QCD (pNQCD) が知られている。ここで述べられるポテンシャルモデルは現象論に基づくものであるが多くの実験観測を記述する上で有効である。

²⁵状態 $|^3L_J\rangle$ における T の行列要素は

$$\langle ^3L_J | T | ^3L_J \rangle = \begin{cases} -\frac{1}{6(2L+3)} & (J = L+1) \\ +\frac{1}{6} & (J = L) \\ -\frac{L+1}{6(2L-1)} & (J = L-1) \end{cases} \quad (58)$$

で与えられる。

²⁶主量子数 n 、軌道角運動量 L のとき nL と書く。

²⁷ $\psi(3770)$ はテンソル力によって S 波と D 波が少し混じっていることに注意する。

- 崩壊モード・崩壊定数：HQS 対称性による選択則など

の観点から現象を複眼的に理解することが重要である。ただし、一般的に QCD を解くことは困難である。QCD に基づいた方法として QCD 和則 [46–48] や格子 QCD [49] が知られているが常に万能な手法というわけではない。したがって、QCD との関連が期待されるいろいろなハドロンモデルを用いた議論を行うことも重要である。エキゾチックハドロンの研究でよく用いられるハドロンモデルとして、クォークモデル [50]、バグモデル [51]、ストリングモデル [52]、ダイクォークモデル [53]²⁸、スキルミオン [55, 56]、ハドロン分子モデル [57] などがある。このようなモデルを用いた議論においても、section 2 で導入された重いクォークの特徴 (重いクォークのスピン対称性や重いハドロンの有効理論) を考慮すると、QCD に関連する事柄を浮かび上がらせることが可能である。

これからいくつかの X, Y, Z エキゾチックハドロンについて、いくつかの理論的解釈および予言について紹介する。 X, Y, Z エキゾチックハドロンの構造の候補としてよく取り上げられる可能性は

- コンパクトなマルチクォーク状態 (ダイクォークも含む)
- ハドロン分子
- ハイブリッド状態 (グルーオン励起による $Q\bar{Q}g$ 状態)
- 終状態相互作用 (triangle anomaly など)

である。この中で、とくにコンパクトなマルチクォーク状態 (ダイクォーク) とハドロン分子に着目する。この講義では、全ての X, Y, Z エキゾチックハドロンを取り上げることはできないこと、全ての理論研究を紹介することもできないことをお断りしておく。より詳しい情報については、section 1.4 に挙げたレビュー論文あるいは原著論文を参照するのがよいであろう。

3.2 $X(3872)$

2003 年に Belle によって $X(3872)$ の存在が報告された [58]。これが最初に観測されたエキゾチックハドロンのひとつである。 $X(3872)$ の質量は $D^0\bar{D}^{*0}$ の閾値に非常に近い状態である。実際に $D^0\bar{D}^{*0}$ の閾値は 3871.68 ± 0.10 MeV である。一方で、電荷をもつ D メソンの D^+D^{*-} の閾値 3879.4 ± 0.14 MeV なので、アイソスピンについて大きな破れがあると考えられることができる。 $X(3872)$ の量子数は $J^{PC} = 1^{++}$ であると考えられている。 C パリティについては、 $X(3872) \rightarrow J/\psi\gamma$ のために $C = +1$ であることがわかった [59, 60]²⁹ また、 $X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ の角運動量分布の測定から $J^P = 1^+$ であることが決まった³⁰。

まず $X(3872)$ がテトラクォーク $q\bar{q}c\bar{c}$ ($q = u, d$) である場合を考えてみよう [65]。アイソスピン対称性の破れがあるとして、アイソスピンベースではなく、粒子ベースで考えて、

$$X_u = u\bar{u}c\bar{c}, \quad X_d = d\bar{d}c\bar{c}, \quad (59)$$

の 2 成分を考えることにする³¹。 $u\bar{u}$ と $d\bar{d}$ の混合 ($u\bar{u} \leftrightarrow d\bar{d}$) の強さを δ とする。この混合はグルーオンを介して行われるので、フレーバーによる違いはないと仮定する。このとき、 u, d クォークの質量を m_u, m_d として、ハミルトニアンを

$$H = \begin{pmatrix} 2m_u + \delta & \delta \\ \delta & 2m_d + \delta \end{pmatrix}, \quad (61)$$

²⁸ダイクォークモデルのレビュー論文として [54] を参照せよ。

²⁹ $J/\psi, \gamma$ それぞれの C パリティは $C = -1$ であることに注意する。

³⁰ $X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ [61–63] および $X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-\pi^0$ [64] が測定された。

³¹アイソスピンベースでは

$$f_{c\bar{c}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(X_u + X_d) \quad (I = 0), \quad a_{c\bar{c}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(X_u - X_d) \quad (I = 1), \quad (60)$$

である。

と与えるとする。このとき、 H の固有状態は δ による $u\bar{u}$ と $d\bar{d}$ の混合があるので、 X_u と X_d の重ね合わせ状態となる：

$$X_L = \cos\theta X_u + \sin\theta X_d, \quad (62)$$

$$X_H = -\sin\theta X_u + \cos\theta X_d. \quad (63)$$

エネルギー固有値の小さい固有状態を X_L 、大きい固有状態を X_H とした。このとき、 X_L のエネルギー $M(X_L)$ と X_H のエネルギー $M(X_H)$ の差は

$$M(X_H) - M(X_L) = \frac{2(m_d - m_u)}{\cos(2\theta)} = \frac{7 \pm 2}{\cos(2\theta)} \text{ MeV}, \quad (64)$$

である。したがって、質量差 7 ± 2 MeV 以上の 2 つの状態 X_H と X_H が存在しなければならないことが帰結される。このような状態を実験的に探るために、 $B^\pm \rightarrow XK^\pm$ および $B^0 \rightarrow XK^0$ ($X \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$) による X の質量差の測定が行われた。前者と後者は u と d を入れかえたものなので、 X_L と X_H の質量差を測定することができる。しかし、実験結果に 7 ± 2 MeV 以上の質量差を見つけることはできなかった [62, 66]。したがって、テトラクォークである可能性とは矛盾する結果になった。

$X(3872)$ は電荷はゼロである。電荷を持つ状態の存在の可能性が、 $X \rightarrow J/\psi\pi^\pm\pi^0$ の崩壊過程を用いて調べられたが、そのような状態を見つけることはできなかった [66]。

一方で、 $X(3872)$ が $D^0\bar{D}^{*0}$ の分子状態である可能性がある。実際に、 $B \rightarrow D^0\bar{D}^{*0}K$ における $D^0\bar{D}^{*0}$ 閾値近辺にいて収量が増加していたり、分岐比 $B(X(3872) \rightarrow D\bar{D}^{*0})/B(X(3872) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-) \simeq 10$ の実験データから $\psi\pi^+\pi^-$ への結合よりも $D\bar{D}^{*0}$ への結合が大きいことが示唆されるので、 $X(3872)$ には $D\bar{D}^{*0}$ の成分が多く含まれると考えることができる [67, 68]。しかし、観測されている $X(3872)$ の質量 3871.69 ± 0.17 MeV は $D^0\bar{D}^{*0}$ の質量閾値 3871.68 ± 0.10 MeV に非常に近いので、 $D^0\bar{D}^{*0}$ 束縛状態と見なすと D^0 と \bar{D}^{*0} の間の距離は 10 fm 以上になる³²。そのような弱く束縛した状態は生成するのに非常に難しいはずであるが、これは実際に実験事実と反するように見える。したがって、単純な $D^0\bar{D}^{*0}$ の分子状態ではない可能性がある。

ここで、 $X(3872)$ の量子数 $J^{PC} = 1^{++}$ と同じ量子数をもつ $\chi_{c1}(2P)$ を考えよう。これは $\chi_{c1}(1P)$ の励起状態であり、クォークモデルでは $X(3872)$ の質量よりも約 100 MeV 上のエネルギーに存在が予言されている。しかし、実験においては $\chi_{c1}(2P)$ の存在は知られていない。一方で、 $\chi_{c1}(2P)$ の仲間として $\chi_{c0}(2P)$ と $\chi_{c2}(2P)$ の存在は実験的に知られている³³。そこで、なぜ $\chi_{c1}(2P)$ は存在しないのかという問いは自然である。これを理解するヒントが、 $\chi_{c1}(2P)$ と $D^0\bar{D}^{*0}$ 連続状態の結合であると考えられる [69]。ここで、 $J^{PC} = 1^{++}$ に対応する $D^0\bar{D}^{*0}$ の相対軌道角運動量は S 波であることに注意する。したがって、 $\chi_{c1}(2P)$ は角運動量による遠心力の障壁を感じることなく $D^0\bar{D}^{*0}$ と結合することが可能である³⁴。

以上の考察を踏まえて、 X の波動関数が $(c\bar{c})$ (1^{++})、 $D^0\bar{D}^{*0}$ 、 $D^\pm\bar{D}^{*\mp}$ の 3 つのベースの重ね合わせで与えられるとして、

$$|X\rangle = c_1|c\bar{c}\rangle + c_2|D^0\bar{D}^{*0}\rangle + c_3|D^\pm\bar{D}^{*\mp}\rangle, \quad (65)$$

と書くことができるとする [69]。ただし、 $c\bar{c}$ は点状態であることに注意する。 $D^0\bar{D}^{*0}$ と $D^\pm\bar{D}^{*\mp}$ は連続状態である。 c_1 、 c_2 、 c_3 は係数であり、ハミルトニアン固有状態として決めることができる。相互作用として、相対運動量 \vec{q} をもつ $D^0\bar{D}^{*0}$ の散乱状態 $|D^0\bar{D}^{*0}(\vec{q})\rangle$ と $|c\bar{c}\rangle$ 、あるいは $|D^\pm\bar{D}^{*\mp}(\vec{q})\rangle$ と $|c\bar{c}\rangle$ の結合バリエーション V を考えて、行列要素は

$$\langle D^0\bar{D}^{*0}(\vec{q})|V|c\bar{c}\rangle = \langle D^\pm\bar{D}^{*\mp}(\vec{q})|V|c\bar{c}\rangle = \frac{g}{\sqrt{\Lambda}} \frac{\Lambda^2}{q^2 + \Lambda^2}, \quad (66)$$

³²これは鉛 Pb の原子核と同じ程度の大きさである。

³³ $\chi_{c0}(2P)$ については状況はやや微妙である。 $\chi_{c0}(2P)$ に対応する状態として $X(3915)$ が知られていたが、 $X(3915)$ の量子数は 2^{++} である可能性が指摘されている。

³⁴ $\chi_{c0}(2P)$ は $D\bar{D}$ の S 波と結合することができる。これは $\chi_{c0}(2P)$ と $D\bar{D}$ の強い結合を生んでいるかもしれない。また、 $\chi_{c2}(2P)$ が S 波で結合することができる連続状態は $D^*\bar{D}^*$ であるが、閾値エネルギーは $\chi_{c2}(2P)$ よりも高いので、この連続状態の寄与は小さいと考えることができる。

で与えられると仮定する。ただし、 $q = |\vec{q}|$ である。 g は結合の強さであり、 Λ は (3 次元) 運動量空間におけるカットオフを表すモデルパラメーターである。このベースを用いて、ハミルトニアンが

$$H = \begin{pmatrix} m_{c\bar{c}} & V & V \\ V & m_{D^0\bar{D}^{*0}} + K & 0 \\ V & 0 & m_{D^\pm\bar{D}^{*\mp}} + K \end{pmatrix}, \quad (67)$$

で与えられるとする。パラメーターは g と Λ の 2 つがあるが、 Λ のいくつかの値に対して $X(3872)$ の質量を再現するように g を決めた。その結果、 c_1, c_2, c_3 の係数のうち c_2 の値が最も大きく、 $D^0\bar{D}^{*0}$ 成分が支配的であることがわかった。 $c\bar{c}$ は成分としては小さい。実際にスペクトル関数

$$S(E) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}\langle c\bar{c} | \frac{1}{E - H + i\epsilon} | c\bar{c} \rangle, \quad (68)$$

をプロットすると、 $D^0\bar{D}^{*0}$ 閾値近傍に大きくて先鋭なピークがあり、 $c\bar{c}$ は幅の広いなだらかなピークになることが確かめられた。したがって、 $\chi_{c1}(2P)$ が観測しにくいことも説明することができる。

$X(3872)$ の構造を理解する上で γ 放出はよいプローブである。結合バーテックスの構造や結合定数は一意に決まるために、波動関数のみが崩壊定数に反映するからである。実験において、 $X(3872) \rightarrow \psi(2S)\gamma$ および $X(3872) \rightarrow J/\psi\gamma$ の崩壊の分岐比が測定されており、 $B(X(3872) \rightarrow \psi(2S)\gamma)/B(X(3872) \rightarrow J/\psi\gamma) = 3.4 \pm 1.4$ [59], < 2.1 (at 90% C.L.) [60], $2.46 \pm 0.64(\text{stat}) \pm 0.29(\text{syst})$ [70] の測定値が知られている。これらの値は、上記の $c\bar{c}, D^0\bar{D}^{*0}, D^\pm\bar{D}^{*\mp}$ の 3 チャンネルモデルでも再現することが可能である [71]。

3.3 $Y(4260)$

$Y(4260)$ は e^-e^+ の ISR (initial state radiation) による探索により発見された [72–74]。量子数は $J^{PC} = 1^{--}$ である。しかし、 $Y(4260)$ の質量は $\psi(3S)$ と $\psi(4S)$ の中間あたりにあり、 $\psi(3S)$ と $\psi(4S)$ はすでに観測されているので、 $Y(4260)$ を通常のチャーモニウムに当てはめることができない。また、 $Y(4260)$ は $D\bar{D}$ の閾値よりも上に存在するが、 $D\bar{D}$ への崩壊は観測されていない。これが異常であることは、D 波の $\psi''(3770)$ の質量が $D\bar{D}$ よりも少し上にあるが、 $J/\psi\pi^+\pi^-$ よりも $D\bar{D}$ に崩壊しやすい (後者は B.D. = 93 % である [75]) ことと比較しても明らかである。

$Y(4260)$ のひとつの解釈としてハイブリッド $c\bar{c}g$ がある [76]。これは $c\bar{c}$ にグルーオンが粒子として加わった状態である。ただし、このグルーオンがどのような状態であるのかについてはいろいろな考え方があある。ナイーブには c, \bar{c}, g の束縛状態であるが [77]、この他にも、バッグモデルにおいて c と \bar{c} を含むバッグが変形したものであるという考え方 [78] や、 c と \bar{c} を結ぶストリング (閉じ込めポテンシャル) が励起したものであるという考え方 [52] もある。近年は格子 QCD による研究が活発である [79–82]³⁵。格子 QCD による研究が進展して、 c と \bar{c} をつなげるグルーオン場のいろいろな量子状態を解析することによって、多様な励起状態が存在することが明らかにされてきた [84, 85]。ハイブリッドを理解することは、グルーオンの物理につながるので、クォークの閉じ込め機構の理解に重要なヒントを与えることが期待される。

3.4 $Z_c(4430)$ と $Z_c(3900)$

$Z_c(4430)$ は電荷をつメソンである。これは $B \rightarrow \psi(2S)\pi^+K$ の実験解析で発見された [86, 87]。崩壊の終状態は $c\bar{c}$ を含む状態なのでクォーク成分は $u\bar{d}c\bar{c}$ を含むと考えられる。観測された量子数は $J^P = 1^+$ である [88, 89]。Argand プロットも得られており、実際に共鳴状態であることが確かめられた [89]。

同様に電荷を持つメソンである $Z_c(3900)$ も発見された。これは $Y(4260) \rightarrow J/\psi\pi^+\pi^-$ の実験解析で発見された [74, 90]。崩壊の終状態は $c\bar{c}$ を含む状態なのでクォーク成分は $u\bar{d}c\bar{c}$ を含むと考えられる。

$Z_c(3900)$ の最近の研究について、顕著な結果として格子 QCD による計算が知られている [91–94]。格子空間における $J/\psi\pi, \eta_c\rho, D\bar{D}^*$ の散乱について HAL QCD グループによる解析が行われた [94]³⁶。その結果、この 3 つのチャンネルの結合のうち、 $J/\psi\pi$ と $D\bar{D}^*$ の結合および $\rho\eta_c$ と $D\bar{D}^*$ の結合が最も強いと

³⁵ 軽いフレーバーも含めた最近の研究の現状については [83] を参照せよ。最近 AdS/QCD による解析もある。

³⁶ HAL QCD グループによる解析手法の詳細については [95, 96] を参照せよ。

ということが分かった。これは現象論的な観点からは意外な結果であった。というのは、この2種類の結合はどちらもチャームクォークを交換する過程であり、多くの現象論的なモデルではこのような過程の寄与は小さいと考えられていたからである。チャームの交換は D メソンの交換として理解できるように見えるかもしれない。しかし、 D メソンの質量は非常に重いために、仮想的に D メソンが飛ぶことができる距離スケールはおよそ 0.1 fm であり、ハドロンのサイズに比べると十分小さいスケールなのでハドロンを有効自由度とする考えは正しくないように見える。したがって、チャームの交換はクォークの直接交換であると考えることが自然である。いずれにせよ、 $Z_c(3900)$ は単純な $D\bar{D}^*$ の分子状態ではない可能性に注意する必要がある。

HAL QCD グループによって得られたポテンシャルを用いて、実際に観測されている崩壊過程である $Y(4260) \rightarrow J/\psi\pi\pi$ の崩壊のスペクトラムが計算され、終状態相互作用において $J\psi\pi$, $\eta_c\rho$, $D\bar{D}^*$ の相互作用を考えることによって、実験データをよく再現することが示された [94]。しかし、相互作用の全体の大きさは束縛状態や共鳴状態をつくるほどに強いわけではなく、実際に観測されているピークは複素エネルギーの極ではないカスプとして理解されることが明らかにされた。

3.5 $Y_b(10888)$

Section 3.3 で $Y(4260)$ が $\psi(3S)$ と $\psi(4S)$ の中間付近の質量をもつエキゾチックハドロンであることを指摘した。それでは $b\bar{b}$ の場合にも似たようなエキゾチックハドロンが存在するだろうか? $e^-e^+ \rightarrow \Upsilon(nS)\pi^+\pi^-$ ($n = 1, 2, 3$) において探索した結果、 $Y_b(10888)$ が発見された [97]³⁷。この状態については $B\bar{B}$ の崩壊が観測されているが、 $\Upsilon\pi\pi$ への崩壊も大きいことが特徴的である。これは $\Upsilon(4S)$ がほとんど $B\bar{B}$ に崩壊することと対照的である。 $Y_b(10888)$ と $Y(4260)$ の関連性について詳細な検討が必要である。

3.6 $Z_b(10610)$ と $Z_b(10650)$

$Z_b(10610)$ と $Z_b(10650)$ は $b\bar{b}$ を含む状態で電荷をもつものとして初めて観測された [98]。この二つは $\Upsilon(5S) \rightarrow \Upsilon(nS)\pi^+\pi^-$ ($n = 1, 2, 3$) において発見された。量子数は $J^P = 1^+$ あるいは 2^+ の可能性があるが、 $J^P = 1^+$ が支持されている。なお、 $Z_b(10610)$ と $Z_b(10650)$ は $\Upsilon(5S) \rightarrow h_b P \pi^+\pi^-$ ($m = 1, 2$) においても観測されている。測定された質量はいずれの崩壊チャンネルにおいても誤差の範囲内で共通の値である。

Z_b が $u\bar{d}b\bar{b}$ のフレーバーをもつと考えると、電荷中性の $u\bar{u}b\bar{b}$ あるいは $d\bar{d}b\bar{b}$ が存在すると考えるのが自然である。実際に $\Upsilon(5S) \rightarrow \Upsilon(nS)\pi^0\pi^0$ ($n = 1, 2, 3$) の崩壊過程の解析より $Z_b(10610)^0$ が観測された [99]。しかし、 $Z_b(10650)^0$ については統計量の不足により観測には至らなかった。

$Z_b(10610)^+$ と $Z_b(10650)^+$ は $B\bar{B}^*$ ($B^*\bar{B}$) あるいは $B^*\bar{B}^*$ の質量閾値に非常に近い。したがって、 $Z_b(10610)^+$ と $Z_b(10650)^+$ の構造について $B\bar{B}^*$ ($B^*\bar{B}$) あるいは $B^*\bar{B}^*$ のハドロン分子であるとする考え方は自然である。実際に、 $\Upsilon(5S) \rightarrow B\bar{B}^*\pi$ および $\Upsilon(5S) \rightarrow B^*\bar{B}^*\pi$ の崩壊過程においても Z_b が観測された [100]。さらに、 Z_b から $\Upsilon(nS)\pi^+$ ($n = 1, 2, 3$), $h_b(mP)\pi^+$ ($m = 1, 2$), $B^+\bar{B}^{*0} + \bar{B}^0B^{*+}$, $B^{*+}\bar{B}^{*0}$ のそれぞれへの崩壊分岐比を比較すると、 $Z_b(10610)^+$, $Z_b(10650)^+$ のそれぞれについてもっとも大きい分岐比をもつチャンネルは $B^+\bar{B}^{*0} + \bar{B}^0B^{*+}$ (B.R. = 82.0 ± 3.5 %), $B^{*+}\bar{B}^{*0}$ (B.R. = 67.2 ± 7.1 %) であることが分かった [100]。したがって、 Z_b には多くの $B\bar{B}^*$ ($B^*\bar{B}$) あるいは $B^*\bar{B}^*$ の成分が含まれていると考えることができるだろう。

Z_b に $B\bar{B}^*$ ($B^*\bar{B}$) あるいは $B^*\bar{B}^*$ の成分があるという解釈につながる別の実験データとして、B.R. ($Z_b \rightarrow \Upsilon\pi$) \simeq B.R. ($Z_b \rightarrow h_b\pi$) であることが測定されている [100]。 Υ , h_b それぞれの $b\bar{b}$ のスピンは $S = 1$, $S = 0$ なので、重いクォークのスピンを保存考えると Z_b の $b\bar{b}$ のスピンは $S = 1$ と $S = 0$ の重ね合わせであると考えられる。 Z_b が $B\bar{B}^*$ ($B^*\bar{B}$) あるいは $B^*\bar{B}^*$ であるとする、

$$\begin{aligned} |Z_b(10610)\rangle &\simeq |B\bar{B}^*\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0_H \otimes 1_l\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1_H \otimes 0_l\rangle, \\ |Z_b(10650)\rangle &\simeq |B^*\bar{B}^*\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0_H \otimes 1_l\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1_H \otimes 0_l\rangle, \end{aligned} \quad (69)$$

³⁷なお、 $e^-e^+ \rightarrow \Upsilon(nS)\pi^+\pi^-$ の解析の副産物として、 $h_b(2P)$ が初めて観測された。

表 1: $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ の様々な量子数 J^{PC} ($J \leq 1$) の状態の内部成分を示す (cf. [102]). 通常のクォーコニウム ($b\bar{b}$) には当てはめることができないエキゾチックな J^{PC} は \surd で示されている。 0^{+-} の状態は通常のクォーコニウムでも $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ でもあり得ない。

J^{PC}	components	exoticness	
		$I = 0$	$I = 1$
0^{+-}	—	\surd	\surd
0^{++}	$B\bar{B}(^1S_0), B^*\bar{B}^*(^1S_0), B^*\bar{B}^*(^5D_0)$	χ_{b0}	\surd
0^{--}	$\frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* + B^*\bar{B})(^3P_0)$	\surd	\surd
0^{-+}	$\frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* - B^*\bar{B})(^3P_0), B^*\bar{B}^*(^3P_0)$	η_b	\surd
1^{+-}	$\frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* - B^*\bar{B})(^3S_1), \frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* - B^*\bar{B})(^3D_1), B^*\bar{B}^*(^3S_1), B^*\bar{B}^*(^3D_1)$	h_b	\surd
1^{++}	$\frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* + B^*\bar{B})(^3S_1), \frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* + B^*\bar{B})(^3D_1), B^*\bar{B}^*(^5D_1)$	χ_{b1}	\surd
1^{--}	$B\bar{B}(^1P_1), \frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* + B^*\bar{B})(^3P_1), B^*\bar{B}^*(^1P_1), B^*\bar{B}^*(^5P_1), B^*\bar{B}^*(^5F_1)$	Υ	\surd
1^{-+}	$\frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* - B^*\bar{B})(^3P_1), B^*\bar{B}^*(^3P_1)$	\surd	\surd

のように重いクォーク成分 $b\bar{b}$ のスピン S_H と軽いクォーク成分のスピン S_l ($S_{H/l} = 0, 1$) の積に分解される。したがって、いずれの Z_b において Υ に対応する $S_H = 1_H$ と h_b に対応する $S_H = 0_H$ が同じ割合で含まれているので $\Upsilon\pi$ への崩壊と $h_b\pi$ への崩壊が同程度の割合で起こることを自然に説明することができる [101]。

具体的に $B\bar{B}, B\bar{B}^*, B^*\bar{B}, B^*\bar{B}^*$ をベースとしてハドロン分子状態を詳しく考えてみよう [102]。これらの4つのチャンネルの質量はお互いに近いので³⁸、これらのすべてのチャンネルを考える必要がある。理想的に重いクォークの極限をとるとこれらのチャンネルは全て縮退する。ただし、 $B\bar{B}^*$ と $B^*\bar{B}$ は同じ質量であり、 C パリティを考えると、粒子ベースで考えるよりも C パリティ ± 1 の固有状態 $B\bar{B}^* \pm B^*\bar{B}$ で考えるほうが便利である³⁹。 $B\bar{B}$ の C パリティは $C = +1$ であり、 $B^*\bar{B}^*$ のスピンを S とすると C パリティは $C = (-1)^S$ である⁴⁰。

いくつかの J^{PC} に対して $B\bar{B}, B\bar{B}^* \pm B^*\bar{B}, B^*\bar{B}^*$ を考えると、表1のようなベースを考えることができる⁴¹。ただし、軌道角運動量 L を一般的に考えて $^{2S+1}L_J$ のような分光学的表記を与えている。 Z_b に対応する量子数として $J^{PC} = 1^{+-}$, $I = 1$ を考えよう。このときベースとなるチャンネルは

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* - B^*\bar{B})(^3S_1), \frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}^* - B^*\bar{B})(^3D_1), B^*\bar{B}^*(^3S_1), B^*\bar{B}^*(^3D_1), \quad (70)$$

の4つである。さて、ここで $B^{(*)}$ と $\bar{B}^{(*)}$ の間に働くポテンシャルを考えよう⁴²。 $B^{(*)}$ ($\bar{B}^{(*)}$) メソンは π, ρ, ω メソンなどと結合するので、これらの軽いメソンが交換されるポテンシャルを考える。ポテンシャルを求めるためには、(i) 軽いメソンと $B^{(*)}$ ($\bar{B}^{(*)}$) メソンの相互作用バーテックスと (ii) 軽いメソンのプロパゲーターが必要である。(i) については、section 2.2 で与えられたように、重いクォークのスピン対称性およびカイラル対称性に基づく有効ラグランジアンから得られる。具体的な例として、 π メソンと $B^{(*)}$ ($\bar{B}^{(*)}$) メソンの相互作用バーテックスは式 (43) より与えられる⁴³。静止系を考えて、式 (39) を式 (43)

³⁸ B メソンと B^* メソンの質量差は 45 MeV である。

³⁹ B メソン, B^* メソンの荷電変換は $B \leftrightarrow \bar{B}, B^* \leftrightarrow \bar{B}^*$ である。

⁴⁰ Clebsch-Gordan 係数の関係式 $\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M \rangle = (-1)^{J-j_1-j_2} \langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M \rangle$ に注意する。

⁴¹ $J \leq 2$ まで含めたものは [102] を参照せよ。

⁴² 省略記号として、 $B^{(*)}$ ($\bar{B}^{(*)}$) は B あるいは B^* (\bar{B} あるいは \bar{B}^*) を表すとする。

⁴³ ρ, ω メソンによる相互作用バーテックスについては [102] を参照せよ。

に代入すると、バーテックスの構造として

$$gq^i P_v^{*i\dagger} P_v, \quad gq^i P_v^\dagger P_v^{*i}, \quad gq^i \epsilon^{ijk} P_v^{*j\dagger} P_v^{*k}, \quad (71)$$

の3つのパターンで与えられる。 q^i ($i = 1, 2, 3$) は π メソンの運動量の空間成分である。 g の値については $D^* \rightarrow D\pi$ の崩壊定数の実験値を用いて $g = 0.56$ と評価される⁴⁴。(ii) については、実空間におけるプロパゲーターの空間的方向を考えればよい。

さて、式(70)は4つのベースなので、ハミルトニアンは 4×4 の行列で与えられる。ハミルトニアンを $H = H_0 + V$ と書く。 H_0 は力学的エネルギーである。 V はポテンシャルであり、 π メソンの寄与 V_π と $v = \rho, \omega$ メソンの寄与 V_v の和として $V = V_\pi + V_v$ で与えられる。例えば、式(71)より π 交換ポテンシャルを計算して、 V_π の成分を書くと

$$V_\pi = \left(\begin{array}{cc|cc} V_C & -\sqrt{2}V_T & -2V_C & -\sqrt{2}V_T \\ -\sqrt{2}V_T & V_C + V_T & -\sqrt{2}V_T & -2V_C + V_T \\ \hline -2V_C & -\sqrt{2}V_T & V_C & -\sqrt{2}V_T \\ -\sqrt{2}V_T & -2V_C + V_T & -\sqrt{2}V_T & V_C + V_T \end{array} \right), \quad (72)$$

である。ただし、 V_C, V_T は中心力、テンソル力であり、 $B^{(*)}$ と $\bar{B}^{(*)}$ の相対距離 r が十分大きいとき ($r \gg 1/m_\pi$)

$$V_C(r) \simeq \frac{1}{r} e^{-m_\pi r}, \quad (73)$$

$$V_T(r) \simeq \left(1 + \frac{3}{m_\pi r} + \frac{3}{m_\pi^2 r^2} \right) \frac{1}{r} e^{-m_\pi r}, \quad (74)$$

のような r 依存性をもつ。 m_π は π メソンの質量である。ただし、小さい r に対してハドロンの有限サイズを反映した形状因子の導入が必要である。テンソル力は r が小さいときには中心力に比べて強いことに注意する。したがって、テンソル力は中心力よりも支配的な力である。さて、式(72)を見ると、式(70)の4つの全てのチャンネルが π 交換ポテンシャルによって混合していることがわかる。このようなチャンネル結合において

- 重いクォークのスピンの対称性 : $B\bar{B}^* - B^*\bar{B}$ と $B^*\bar{B}^*$ の混合
- テンソル力 : S 波と D 波の混合

が重要な役割を果たしている。 $B^*\bar{B}^*$ についてスピン 1 の状態を考えているので (${}^3S_1, {}^3D_1$ に注意)、ベクトルの足 $i, j = 1, 2, 3$ を用いて $\frac{1}{\sqrt{2}}(B_i^*\bar{B}_j^* - B_j^*\bar{B}_i^*)$ ($i \neq j$) とした。

まず、重いクォークのスピンの対称性について考えよう。重いクォークのスピンの対称性は、重いクォークのスピンを自由に回転することであることを section 2.1 でみた。今の場合、重いクォークのスピン回転は、 B メソン、 B^* メソンのそれぞれについて、 $B \rightarrow B + \delta B$, $B_i^* \rightarrow B_i^* + \delta B_i^*$ ($i = 1, 2, 3$) のように $\delta B, \delta B_i^*$ の分だけ変化したとする。ここで、重いクォークのスピン $SU(2)$ の回転 $Q_v \rightarrow e^{i\frac{1}{2}\vec{\sigma}\cdot\vec{\theta}}Q_v$ に対して

$$\delta B = -\frac{1}{2}\theta_i B_i^*, \quad (75)$$

$$\delta B_i^* = \frac{1}{2}\epsilon_{ijk}\theta_j B_k^* - \frac{1}{2}\theta_i B, \quad (76)$$

のように与えられる。このとき、 $\frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}_i^* - B_i^*\bar{B})$ の変化分は

$$\delta \frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}_i^* - B_i^*\bar{B}) = -\frac{1}{2}\theta_j \frac{1}{\sqrt{2}}(B_j^*\bar{B}_i^* - B_i^*\bar{B}_j^*) + \frac{1}{2}\epsilon_{ijk}\theta_j \frac{1}{\sqrt{2}}(B\bar{B}_k^* - B_k^*\bar{B}), \quad (77)$$

⁴⁴より正確には、 D メソンと B メソンの質量差を $1/m_Q$ の補正として考えるべきである。実際に重いクォークの極限での値は格子 QCD の解析から $g \simeq 0.59$ であることが知られている。したがって、 B, B^* に対して $g = 0.56$ を用いたとき、10%程度の誤差があると考えられるべきである。

であり、 $\frac{1}{\sqrt{2}}(B_i^* \bar{B}_j^* - B_j^* \bar{B}_i^*)$ ($i \neq j$) の変化分は

$$\begin{aligned} \delta \frac{1}{\sqrt{2}}(B_i^* \bar{B}_j^* - B_j^* \bar{B}_i^*) &= \frac{1}{2} \varepsilon_{ikl} \theta_k \frac{1}{\sqrt{2}} (B_l^* \bar{B}_j^* - B_j^* \bar{B}_l^*) + \frac{1}{2} \varepsilon_{jkl} \theta_k \frac{1}{\sqrt{2}} (B_i^* \bar{B}_l^* - B_l^* \bar{B}_i^*) \\ &\quad - \frac{1}{2} \theta_i \frac{1}{\sqrt{2}} (B \bar{B}_j^* - B_j^* \bar{B}) + \frac{1}{2} \theta_j \frac{1}{\sqrt{2}} (B \bar{B}_i^* - B_i^* \bar{B}), \end{aligned} \quad (78)$$

である。したがって、 $B \bar{B}^* - B^* \bar{B}$ と $B^* \bar{B}^*$ は重いクォークのスピンの変換によって混じることがわかった。逆に言うと、重いクォークのスピンを保存するためには、この2つを重ね合わせた基底を用いなければならないということである。

次に、テンソル力について考えよう。式 (72) を見ると、テンソル力 V_T による強い力は S 波と D 波を混合していることがわかる。もともと、S 波と D 波を比較すると、運動エネルギーの観点からは S 波が支配的な成分である。しかし、D 波が混じることによって強いテンソル力による混合に起因する引力が生じることによって、系全体のエネルギーは小さくなるのである。例えば、式 (72) の左上あるいは右下の 2×2 の部分を見ると、 $\frac{1}{\sqrt{2}}(B \bar{B}^* - B^* \bar{B})$ の S 波と D 波が V_T で混じっており、 $B^* \bar{B}^*$ の S 波と D 波が混じっている。興味深いことに、式 (72) の右上あるいは左下の 2×2 の部分を見ると、 $\frac{1}{\sqrt{2}}(B \bar{B}^* - B^* \bar{B})$ の S 波 (D 波) と $B^* \bar{B}^*$ の D 波 (S 波) も V_T で混合しているように、異なる粒子ベースの間でも S 波成分と D 波成分が混じっている。異なる粒子ベースの間のテンソル力による結合は一見奇妙なことに見えるかもしれない。しかし、重いクォークの対称性を考えると、これは必要な結合であることを明快に理解することができる。

これを具体的に考えてみよう。ここで、テンソル力は S 波と D 波を混ぜるだけでなく、スピンの向きも変える力であることを思い出そう。よく知られている例は 2 核子系 (NN) である。テンソル力は NN がスピン $S = 1$ をもつときに働いて、それぞれの N のスピンの向きが変化することによって $S = 1$ の z 成分が変化することが知られている⁴⁵。一方で、 $B^{(*)} \bar{B}^{(*)}$ の場合、 $B^{(*)}$ メソンの軽い反クォーク \bar{q} と $B^{(*)}$ メソンの軽いクォーク q の二つが合わせて合成スピン 1 をつくっていて、その z 成分が変化する。重いクォークの極限では、重いクォーク b あるいは重い反クォーク \bar{b} のそれぞれのスピンの向きは保存されることを思い出そう。その結果、軽いクォークのスピンの向き (z 成分) が変化するということは、 B メソンと B^* メソンがお互いに移り変わったり、 \bar{B} メソンと \bar{B}^* メソンがお互いに移り変わったりすることであることが分かる。したがって、 B メソンと B^* メソンの混合、あるいは \bar{B} メソンと \bar{B}^* メソンの混合が起こるのである。

ポテンシャル V_π (Eq. (72)) および V_v を用いたハミルトニアン H について $B^{(*)} \bar{B}^{(*)}$ の束縛状態だけでなく共鳴状態の可能性も含めて連続状態を考える。連続状態を解析するためには、角運動量 $l = 0, 1, 2, \dots$ をもつ部分波展開をおこなって、各部分波ごとに位相 δ_l をもつ漸近波動関数を用意する必要がある。位相 δ_l はエネルギー E あるいは運動量 k の関数 $\delta_l(k)$ である。共鳴状態の共鳴エネルギーは $\cot \delta_l(k_r) = 0$ あるいは $\delta_l(k_r) = \pi/2$ を満たす運動量 k_r を用いて $E_r = k_r^2/2\mu$ (μ は 2 体の換算質量) で与えられる。このとき $\Gamma = -2 \left. \frac{d \cot \delta_l}{dE} \right|_{\delta_l = \pi/2}$ を定義する。このとき軌道角運動量 l の部分波の散乱振幅は

$$f_l(k) \simeq \frac{1}{k} \frac{\Gamma/2}{E - E_r + i\Gamma/2}, \quad (80)$$

と書くことができるので、エネルギー $E = E_r$ で幅 Γ をもつ共鳴状態を与えることができる。もっとも、いま考えている $B^{(*)} \bar{B}^{(*)}$ の場合ももう少し複雑である。というのは、テンソル力のために角運動量が保存量ではないので、ふたつの角運動量を考えなくてはいけないからである。いずれにせよ、それぞれの角運動量における位相差が $\delta_l(k) = \pi/2$ となる k を求めると、その角運動量チャンネルにおいて共鳴状態があるということがわかる。 $\delta_l(k)$ を数値的に求める方法として、(i) matching method と (ii) complex scaling method がある。(i) については、ある与えられたエネルギー E について、原点付近の波動関数 (δ_l を含まない) と遠

⁴⁵ 2 つの N の間に交換される運動量を \vec{q} とすると、テンソル力に含まれるテンソル演算子は

$$S_{12}(\hat{q}) = \sqrt{\frac{24\pi}{5}} \sum_{m=-2}^2 (-1)^m (\vec{\sigma} \times \vec{\sigma})_{-m}^{(2)} Y_{2m}(\hat{q}), \quad (79)$$

で与えられる。ただし、 $\hat{q} = \vec{q}/|\vec{q}|$ であり、 $\vec{\sigma}_i$ ($i = 1, 2$) は核子 i に作用するスピンのパウリ行列であり、 Y_{2m} は球面調和関数である。 $(\vec{\sigma} \times \vec{\sigma})_{-m}^{(2)}$ は $\vec{\sigma}_1$ と $\vec{\sigma}_2$ のランク 2 のテンソル積である。

距離での漸近的波動関数 (δ_l を含む) を中間あたりの距離で滑らかにつなげることによって δ_l を求めるとい
う方法である。(ii) については、動径座標のハミルトニアンにおいて動径方向 r は本来実数であるが、この
 r を $e^{i\theta}r$ に置き換えて (θ は実数)、共鳴の極の位置を求める数値的手法である⁴⁶。Complex scaling method
は多体系の場合にも容易に拡張することができるので、最近のハドロン物理および原子核物理においてよ
く使われる手法である。

共鳴状態は連続状態にあるので最終的には崩壊先の状態にばらばらになって壊れていくが短時間の間
($1/\Gamma$) だけ存在することができる状態である。共鳴状態ができる機構は一般的には複雑であるが、実際にお
こる状況として次のような場合が知られている。

1. 遠心力ポテンシャル $\frac{L(L+1)}{2\mu r^2}$ がある場合⁴⁷：遠心力ポテンシャルによってポテンシャルの山ができて、
非常に短距離で引力がある場合に中心付近で準安定な束縛状態が形成される。しかし、トンネル効果
のためにポテンシャルの山を越えて最終的に連続状態に壊れる。このために有限の寿命をもった状態
として共鳴状態が現れる。
2. Feshbach 共鳴：異なる内部状態の遷移によって現れる共鳴である。例えば、エネルギーの異なる 2
チャンネルをもつ系を考えてみよう。エネルギーの低いチャンネル 1 とエネルギーの高いチャンネル
2 の間に遷移があるとす。チャンネル 2 には引力があつてチャンネル 2 のフォック空間内部では束
縛状態を作っていると仮定する。しかし、チャンネル 1 とチャンネル 2 の遷移のために、この束縛状
態は有限の寿命をもち、最終的にチャンネル 1 の連続状態に壊れてしまう。このような状態が共鳴状
態とみなされる⁴⁸。
3. エネルギー依存の相互作用 (ポテンシャル)：2 つの粒子の間の相互作用 (ポテンシャル) にエネルギー
依存性がある場合、S 波においても共鳴状態が現れることがある。このようなポテンシャルの例とし
てカイラル摂動論における Winberg-Tomozawa 相互作用が知られている [32]。実際の応用として、
 $\Lambda(1405)$ の解析に用いられている⁴⁹。

これから述べられる $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ の共鳴状態は遠心力ポテンシャルと Feshbach 共鳴に関連していることがわ
かる。とくに重いクォーク対称性によるチャンネル結合の効果である Feshbach 共鳴が興味深い。

$B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ のハミルトニアンの解析の結果、 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ の束縛 / 共鳴状態として図 1 のような質量スペク
トラムが得られる⁵⁰。色つきの破線 (赤, 緑, 青) はそれぞれの量子数 $I^G J^{PC}$ における閾値を表す (表 1 を参
照)。実験で観測されている $J^{PC} = 1^{+-}$ における $Z_b(10610)$ と $Z_b(10650)$ について見てみると、 $Z_b(10650)$
については $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ の共鳴状態 ($B^*\bar{B}^*$ の閾値よりも少し大きな質量) としてよく再現することができる
ことがわかる。閾値よりも上にあるので遠心力ポテンシャルによる共鳴状態であると考えられるかもしれ
ないが、おそらくそれほど単純な構造ではないと思われる。というのは $B^*\bar{B}^*$ には D 波のみならず S 波も
存在するので、必ずしも遠心力ポテンシャルが効果を及ぼしているとは言い切れないからである。一方で、
 $Z_b(10610)$ の観測された質量は $B\bar{B}^*$ 閾値よりも上であるが、 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 分子の解析では閾値よりも小さな質
量をもつ束縛状態として現れる。二つの観測値を同時に再現することは困難ではあるが、それぞれの質量
に十分近いところに $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ の共鳴状態および束縛状態が同時に現れることは示唆的である。

$J^{PC} = 1^{+-}$ 以外の量子数においても $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ の様々な束縛状態および共鳴状態が得られた。とくに
 $J^{PC} = 1^{--}, 2^{++}, 2^{--}, 1^{-+}$ に現れた状態は Feshbach 共鳴である。さらに $J^{PC} = 1^{--}$ および 2^{--} にお
いては Z_b のように二つの共鳴状態が現れているという点で興味深い。ただし、上記の解析は $B^{(*)}$ メソン
と $\bar{B}^{(*)}$ メソンのみを自由度として考えた議論であることに注意しなければならない。実際には、これら以
外にも $\Upsilon\pi$, $h_b\pi$ の散乱状態の寄与 [102] や triangle diagram の寄与 [104] などを注意深く考慮する必要が
ある。また γ 崩壊などを通して共鳴内部のクォークのスピン構造について議論することも重要な問題であ

⁴⁶式 (80) においてエネルギー E を複素数とみなして、分母がゼロになる複素数 $E_r - i\Gamma/2$ を (1 次) 極という。複素数に拡張さ
れたエネルギーの極が共鳴を与えると考えることができる。Complex scaling method について詳しくは [103] を参照せよ。

⁴⁷ L は 2 体系の相対軌道角運動量、 μ は 2 体系の換算、 r は 2 粒子間の距離である。

⁴⁸Appendix A で、簡単な例として 1 次元系における Feshbach 共鳴が説明されている。

⁴⁹詳細については [17] を参照せよ。

⁵⁰結合定数の大きさや運動量カットオフなどのパラメーターについては原論文を参照せよ。

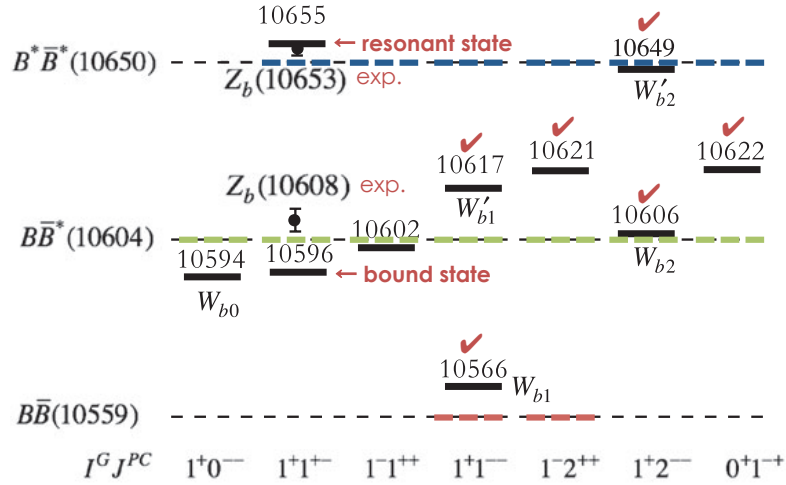


図 1: $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 束縛/共鳴状態としての Z_b の質量スペクトラムのダイアグラム (cf. [102])。色付きの破線 (赤, 青, 緑) はそれぞれの $I^G J^{PC}$ に関する閾値を表す。詳細については本文を参照せよ。

る [101, 104, 105]。いずれにせよ、 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 閾値付近において Z_b 以外の状態を実験的に探ることは今後の興味深い課題である。

3.7 $P_c(4380)$ と $P_c(4450)$: チャームペンタクォーク

2015 年に LHCb グループによって $P_c(4380)$ と $P_c(4450)$ が観測された [106]。それぞれの質量と崩壊幅は、 $P_c(4380)$ は $4380 \pm 9 \pm 29$ MeV と $204 \pm 18 \pm 86$ MeV であり、 $P_c(4450)$ は $4449.8 \pm 1.7 \pm 2.5$ MeV と $35 \pm 5 \pm 19$ MeV である。観測された崩壊過程は、 $\Lambda_b \rightarrow J/\psi K^- p$ であり、 J/ψ と p の組み合わせから見つかった。最終状態が J/ψ と p なので、 P_c の内部には $c\bar{c}uud$ が含まれていると考えることができる⁵¹。したがって、 P_c はチャームペンタクォークと呼ばれる。 $P_c(4380)$ と $P_c(4450)$ の量子数はそれぞれ $J^{PC} = 3/2^-$ および $5/2^+$ がもっとらしいということが知られている。しかし、 $J^{PC} = 3/2^+$ および $5/2^-$ 、あるいは $J^{PC} = 5/2^+$ および $3/2^-$ である可能性も残されており、今後の研究が必要とされている。

チャームペンタクォークについての初期の理論研究として、スキルミオンによる研究が行われていた [107]。このときの研究の動機は、(i) $c\bar{c}$ クォークoniumと核子の相互作用を調べること、(ii) 核子の励起状態 $N(1535)$ を ηN の分子状態とみなす場合 η を η_c に拡張したときに $\eta_c N$ の分子状態は存在するか、ということを知ることであった。核子がスキルミオンで記述できると考えて、スキルミオンとつくる中間子場をチャームにまで拡張することによって $c\bar{c}$ と核子の束縛状態を与えることができた。しかし、その質量は 2800 MeV であり LHCb で観測された P_c の質量とは 1.5 GeV も異なっているので、 P_c とは別の状態であると考えべきであろう。LHCb 実験以前の理論研究として、 $\eta_c N$ 、 $\bar{D}\Sigma_c$ 、 $\bar{D}\Lambda_c$ のチャンネル結合によるハドロン分子状態 [108, 109] や、 $\bar{D}\Lambda_c$ 、 $\bar{D}\Sigma_c$ 、 $\bar{D}\Sigma_c^*$ によるハドロン分子状態 [110–112] の議論が行われた。しかし、前者のついて得られた質量は 4 GeV 以下であり、LHCb で観測された P_c の質量とは異なっている。また、後者については LHCb の観測値に近い値を得ていたが、量子数については LHCb の解析結果と整合性がない。

LHCb による $P_c(4380)$ と $P_c(4450)$ の観測の報告の後、様々な理論が提案されている。しかしそれらは非常に膨大でありここでまとめることは困難である。興味のある読者はレビュー論文を足がかりにして文献をあたっていくのがよいだろう [22]。

⁵¹ 厳密には $c\bar{c}$ はグルーオンから作られるので必ずしも $c\bar{c}$ が P_c に含まれていると断定することは難しい。しかし、Okubo-Zweig-Iizuka 則から重いクォーク対を生成することは抑制されるので、 $c\bar{c}$ 成分が最初から含まれていると考える方は自然である。

3.8 その他の X, Y, Z ハドロ

これまで述べられた状態以外にも多くの X, Y, Z エキゾチックハドロが観測されている。ここではいくつかの状態について簡単にまとめよう。

- $Y(4360), Y(4660)$: これらは ISR で見つかった二つの状態である。当初一つのピークとして観測されているたものであるが [113]、その後の統計量の改善によって二つのピークであることがわかった [114]。この二つの状態は他の実験グループにも確認された [115]。
- $Z_c(3885)^+, Z_c(4020)^+, Z_c(4025)^+$: BESS III によって発見された電荷をもち $c\bar{c}$ を含む状態である [90, 116, 117]。 $Z_c(3900)$ (section 3.4) のときと同様にテトラクォークであると考えべきである。
- $X(4140), X(4274), X(4500), X(4700)$: $c\bar{c}s\bar{s}$ を含む状態であり、4 つ同時に見つかった [118]。分子状態であるとする J/ψ と ϕ の分子状態が可能性として考えられるが、格子 QCD において J/ψ と ϕ の相互作用は引力ではあるが束縛状態や共鳴状態をつくるほど強い引力ではないことが知られている [119]。
- $X(5568)$: フレーバー構造は $s\bar{b}u\bar{d}$ であり、4 つの異なるフレーバーをもつテトラクォークである [120]。

3.9 T_{cc} —新しいエキゾチックハドロ—

以上においてすでに観測されたエキゾチックハドロの紹介をした。しかし、理論的には予言されているものの実験的にはまだわかっていない状態が存在する。ここではそのような例として T_{cc} ハドロを考えよう [7]。 T_{cc} はクォーク構造 $ud\bar{c}\bar{c}$ をもつダブルチャームハドロである。これは Z_c などの“隠れた”チャームをもつハドロとは異なる状態である。 Z_c はチャームと反チャームの両方を含むために全体としてはチャーム数は 0 である。一方で T_{cc} はチャーム数 2 をもつ。軽いクォークの構造も異なることに注意しよう。 Z_c に含まれる軽いクォーク成分は $u\bar{d}$ である。これはパイオンとおなじフレーバーであり、しかもパイオンの質量は非常に軽いので、 Z_c は最終的にパイオンを放出して壊れやすい。しかし、 T_{cc} に含まれる軽いクォーク成分は ud であり、パイオンとは異なるので、パイオン放出による崩壊は不可能である。もっとも、 T_{cc} は $u\bar{c}$ と $d\bar{c}$ に分かれることは可能なので、 \bar{D} メソンと D メソンの対に崩壊すると考えることができるかもしれない。しかし、 ud のダイクォーク構造を考えると、 T_{cc} は強い相互作用に対して崩壊は起こさずに安定な束縛状態と考えることができる [7, 121, 122]。これを具体的に示そう。

クォークモデルによると、2 つのクォーク i, j の間にはスピンの向きに依存する相互作用が存在し、相互作用項は

$$H_{\text{int}} = \sum_{i < j} \frac{C_H}{m_i m_j} \vec{s}_i \cdot \vec{s}_j, \quad (81)$$

と書くことができる。ただし、 C_H は相互作用の強さであり、 m_k はクォーク k の質量であり、 \vec{s}_k はクォーク k に作用するスピン演算子である ($k = i, j$)。 C_H は $C_H = v_0 \vec{\lambda}_i \cdot \vec{\lambda}_j \langle \delta(r_{ij}) \rangle$ のように δ 関数ポテンシャルのクォーク波動関数による期待値として表すことができる。ここで v_0 は δ 関数ポテンシャルの強さであり、 $\vec{\lambda}_k$ はクォーク k に作用するカラー SU(3) の Gell-Mann 行列であり、 r_{ij} はクォーク i, j の間の距離である。式 (81) より、クォーク質量が軽いほどスピン相互作用は大きく、クォーク質量が大きいほどスピン相互作用は小さくなるのがわかる。 T_{cc} の内部の $ud\bar{c}\bar{c}$ のうちもっとも軽いクォークの対は ud である。チャームクォークの質量が十分重いと考え、 ud のみを考えればよいことがわかる⁵²。実際に、 ud ダイクォークがスピン 0 のとき $\vec{s}_u \cdot \vec{s}_d = -3/4 < 0$ なので、引力を作っている。カラーの因子 $\vec{\lambda}_i \cdot \vec{\lambda}_j$ も考慮すると、カラーは反 3 重項のときにもっとも引力であることがわかる。さらに、 ud 対が S 波であるとする、フェルミオン系の反対称性からアイソスピンは 0 でなければならない。 ud 対がカラー反 3 重項であるとする、 T_{cc} がカラー 1 重項であることから $\bar{c}\bar{c}$ はカラー 3 重項でなければならない。さらに $\bar{c}\bar{c}$ が S 波であるとする

⁵²式 (81) の相互作用はクォークの間の 1 グルーオン交換から得ることができる。このとき磁気的なグルーオンがスピン相互作用を作っている。一方で電気的なグルーオンは (カラーに依存した) カラー Coulomb ポテンシャルを作り、これは質量には依存しない。実際のクォークモデルの計算においてはカラー Coulomb ポテンシャルを考慮することも重要である。

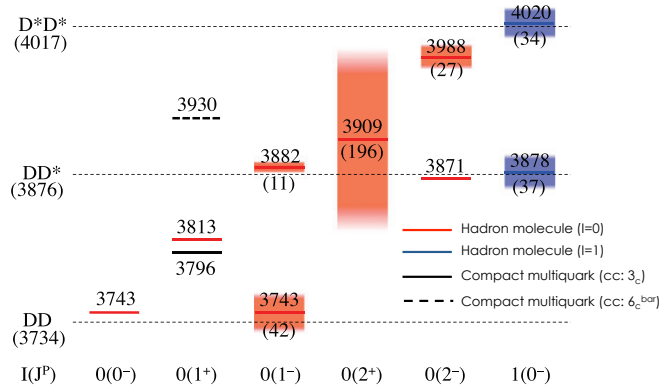


図 2: $\bar{D}^{(*)}\bar{D}^{(*)}$ 束縛/共鳴状態としての T_{cc} の質量スペクトラムのダイアグラム (cf. [123])。 (括弧内の) 数字は予想される質量 (崩壊幅) を表す。

と、フェルミオン系の反対称性から $\bar{c}\bar{c}$ のスピンは 1 でなければならない。以上より、 T_{cc} において ud 対がスピン 0 であることと $\bar{c}\bar{c}$ の量子数は $J^P = 1^+$ であることより、 T_{cc} のスピンは 1 であることがわかる。

T_{cc} がスピン 1 であるとき、S 波の崩壊を考えると、崩壊先としての $u\bar{c}$ メソンと $d\bar{c}$ メソンは全体的にスピン 1 でなければならない。したがって、最低の閾値は \bar{D} メソンと \bar{D}^* メソンの質量の和で与えられる。式 (81) に基づいて、 T_{cc} の質量と \bar{D} メソンと \bar{D}^* メソンの質量を比較すると、前者は後者に比べて数十 MeV ほど小さいことがわかる。したがって、このようなモデルでは T_{cc} は強い相互作用で \bar{D} メソンと \bar{D}^* メソンに崩壊することができずに安定な粒子として存在することが予想される。もちろん、チャームクォーク自体は弱い相互作用に対しては不安定な粒子なので、最終的には軽いハドロンに壊れる。ひとつの可能性のある崩壊チャンネルは $D^{*-}K^+\pi^-$ である。

T_{cc} が安定として存在するためには、 ud ダイクォークの引力による機構だけではなく、 \bar{D} メソンと \bar{D}^* メソンの間に引力があって束縛状態を作っているとも考えることも可能である [8, 123]。 \bar{D} メソンと \bar{D}^* メソンの間に交換される軽いメソンの種類は、 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ の束縛状態および共鳴状態と考えた場合と同じである (cf. section 3.6)。一般的には、 $\bar{D}\bar{D}^*$ の場合を拡張して DD , $DD^* \pm D^*D$, D^*D^* を考えることができる。ただし、 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ の場合との違いとして、 DD あるいは D^*D^* は同種粒子なのでボソン対称性を考慮しなければならない。具体的に粒子のベースを考えると、 $J^P = 1^+$ に対応するものは

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{D}\bar{D}^* - \bar{D}^*\bar{D}) (^3S_1), \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{D}\bar{D}^* - \bar{D}^*\bar{D}) (^3D_1), \bar{D}^*\bar{D} (^3S_1), \bar{D}^*\bar{D} (^3D_1), \quad (82)$$

の 4 つである⁵³。このとき、 $D^{(*)}$ メソンと $D^{(*)}$ メソンの間の軽いメソンの交換によるポテンシャルは section 3.6 で行われた方法と同じように作ることができる⁵⁴。その結果、チャンネルの結合をもつハミルトニアンを数値的に解くことによって、いくつかの束縛状態および共鳴状態を得ることができる [123]。その結果、図 2 に示されているようないくつかの束縛状態および共鳴状態が予言されている。

最近格子 QCD による計算も行われている。例えば HAL QCD グループによる D メソンと D^* メソンの散乱の計算が行われた [124]。引力が存在することは確かめられたが、引力の十分はあまり強くはなく束縛状態を得ることはできなかった。一方で、別のグループによって、重いクォークとしてボトムクォークを考えて B メソンと B^* メソンの系 (T_{bb}) が解析されて、束縛状態が存在することが示された [125]。

生成に関する理論的な研究も行われている。 e^-e^+ によるダブルチャーム生成にともなう T_{cc} の生成断面積の理論的評価が与えられている [126, 127]。これまで T_{cc} 内部の ud はカラー反 3 重項であり $\bar{c}\bar{c}$ はカラー 3 重項であるとしたが、 ud がカラー 6 重項であり $\bar{c}\bar{c}$ がカラー反 6 重項というカラー構造を考えることもできる。このとき、前者と後者において、生成断面積の角度依存性が異なっていることが示された。それぞれ

⁵³ Z_b のベースである式 (70) と類似していることに注意せよ。

⁵⁴ ベースの角運動量とスピンの構造が Z_b ($J^{PC} = 1^{+-}$) のときと同じなので、 $J^P = 1^+$ の $D^{(*)}$ メソンと $D^{(*)}$ メソンの間の 1 パイオン交換ポテンシャルは式 (72) と同じである。ただし、アイソスピンの違いおよび換算質量の違いに注意せよ。

の生成断面積の角度依存性を測定することができたら、実験的にカラー構造を調べることができるという意味でも興味深い。

T_{cc} の理論研究の結論がはっきりと得られているわけではなく、 T_{cc} を実験研究で探ることは興味深い課題である。しかし現在は生成断面積の上限値しかわかっておらず今後の研究の発展が待たれる [128]。

4 チャーム原子核・ボトム原子核

4.1 フレーバー原子核：ストレンジネスからチャーム・ボトムへ

これまでエキゾチックハドロンの構造を述べた。その中で、ハドロ分子を形成する上でハドロ間の相互作用は非常に重要な情報であることがわかった。様々なハドロ間の相互作用の中で、(核子とは異なる)ハドロと核子の相互作用は原子核物理の観点からも興味深い。ハドロが原子核内部に有効自由度として存在することができる場合、そのようなハドロンの性質を探ることは核媒質を探る上で重要な探索子としての役割を期待することができる。実際に、 $\pi, \eta, \rho, \omega, \phi, \bar{K} \dots$ あるいは $\Delta, \Lambda, \Sigma, \Xi, \dots$ などの軽いハドロンの場合は、原子核内部でのハドロンの性質について実験と理論の両面からの研究が進展中である。例えば、核媒質中の軽いメソンの性質はカイラル対称性の部分的な回復が関係することが知られており、このような対称性の変化を調べるための探索子として用いられている。また、ストレンジネスバリオンの(ハイペロン)が含まれる原子核はハイパー核と呼ばれ、 \bar{K} 中間子を含む原子核は \bar{K} 中間子原子核と呼ばれており、ストレンジネスを含まない通常の原子核とは異なる核構造をもつことが議論されている。そこでフレーバーをチャームやボトムに拡張して、チャームやボトムを含むチャーム原子核やボトム原子核を考えることは自然な流れであろう。このような研究の方向性はすでに 1970 年代から考えられていたが、残念ながら様々な情報の不足から大きく発展することはなかった。しかし、近年、ストレンジネスを含む原子核の拡張として、あるいはエキゾチックハドロンの拡張として興味もたれて研究がされている。現在のところ理論的研究のみであるが、将来には実験的研究も可能になるかもしれない。そこで、このセクションでは重いハドロと核子の相互作用に焦点を当てて、原子核中における重いハドロンの性質について考えたい⁵⁵。

重いハドロンの種類を大雑把に分類すると、クォーコニウム、heavy-light メソン、重いバリオンに分けられる。これらを原子核に入れると重いハドロンの構造を反映したハドロと核子の相互作用が現れる。それぞれの相互作用は次のような特徴的な性質をもっている。

- クォーコニウム ($Q\bar{Q}$)-核子相互作用：
クォーコニウムと核子は共通のクォークを含まないので、軽いクォークの直接的な交換は存在しない。そこでクォーコニウムと核子の間のグルーオンの直接交換が支配的であると考えられている [129]。 J/ψ について、 J/ψ と核子の高エネルギー散乱における Reggeon 交換からグルーオンの力の強さを評価して、畳み込みポテンシャルを用いて少数核子系を調べた結果、数バリオン数以上の原子核において束縛状態があることが示された。その後、QCD 和則による解析が行われ、核媒質中の J/ψ は数 MeV の束縛エネルギーで束縛することが示された [130]。このときグルーオン凝縮が支配的な役割を果たすことがわかった。また、最近は格子 QCD による J/ψ と核子のポテンシャルの解析が行われている [131–134]。HAL QCD の方法を用いた解析の結果、 J/ψ と核子の間の力は引力であり、核媒質中の束縛エネルギーは数 10 MeV であると評価された [131]。
- Heavy-anti-light ($\bar{q}Q$) メソン-核子相互作用：
 \bar{K} メソン ($\bar{q}s$) の重いフレーバーへの拡張版として $\bar{q}Q$ メソンが考えられた。 $\bar{q}Q$ メソンの中の \bar{q} クォークと核子の中の q クォークの間には強い引力が働くので、 $\bar{q}Q$ メソンと核子の相互作用は強い引力であると考えられる。具体的には D メソンあるいは \bar{B} メソンである。とくに \bar{K} メソンと比べて $\bar{q}Q$ メソンは重いクォークを含むために重いく、力学的エネルギーが小さいのでより大きな束縛エネルギーが期待される。また、重いクォークのスピンの対称性のために、擬スカラーメソン (D メソンや \bar{B} メソン) だけではなく、それらの HQS パートナーであるベクトルメソン (D^* メソンや \bar{B}^* メソン) も有効

⁵⁵ レビュー論文として [28, 29] を参照せよ。

自由度と考えることが自然である (HQS 二重項⁵⁶)。このとき、 $DN \leftrightarrow D^*N$ あるいは $\bar{B}N \leftrightarrow \bar{B}^*N$ のような混合効果のために強い引力が生じることが期待される。しかし、 $\bar{q}q$ の自由度のためにパイオンなどの NG ボソンが現れやすいことに注意しなければならない。例えば、 D メソンと核子の質量閾値よりも π と Σ_c の質量閾値の方がエネルギーが低いので、 π と Σ_c の連続状態を考慮する必要がある。

- Anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソン-核子相互作用：

$q\bar{Q}$ メソンは $\bar{q}Q$ メソンの荷電共役状態である。真空においては荷電共役の対称性のために、真空において $q\bar{Q}$ メソンと $\bar{q}Q$ メソンは電荷を除いて同じ性質をもつ。しかし、核媒質は荷電対称性を破るので、 $q\bar{Q}$ メソンは $\bar{q}Q$ メソンと異なる性質をもつ。そのような違いのひとつは $q\bar{Q}$ メソンと核子の質量閾値以下に連続状態がないことが挙げられる。これは $\bar{q}Q$ メソンの場合には $\bar{q}q$ が生成されて $\bar{q}q$ メソンと qq パリオンの連続状態が現れることと対照的である。ストレンジネスに対応するハドロンは K メソン ($q\bar{s}$) であるが、 K メソンと核子の相互作用は弱い斥力であることが実験的に知られている。 K メソンにおいてストレンジクォークをチャームクォークあるいはボトムクォークに置き換えたハドロンは \bar{D} メソンあるいは B メソンである。重いクォークのスピンの対称性があるとすると、擬スカラーメソン (\bar{D} あるいは \bar{B}) だけではなくベクトルメソン (\bar{D}^* あるいは B^*) も有効な自由度になる (HQS 二重項⁵⁷)。このとき、 $\bar{D}N \leftrightarrow \bar{D}^*N$ あるいは $BN \leftrightarrow B^*N$ による混合効果によって強い引力が生じる可能性がある。ただし、 $\bar{q}Q$ メソンの場合とは異なって、 $q\bar{Q}$ メソンの場合は核子と同じクォーク q が存在するので、短距離におけるコアによる強い斥力が存在する可能性があることに注意しなければならない。一方で、混合効果のおかげで長距離においては 1 パイオン交換が存在することが指摘されており、テンソル力によって強い引力が生じる可能性がある (Section 4.2 を参照)。

- 重いバリオン (qqQ)-核子相互作用：

ストレンジネスを含むバリオン qq_s をチャームやボトムに拡張することは自然な発想であり、ハイパー核物理が始まった 1970 年代にすでにチャームバリオンが束縛された原子核の存在の可能性が議論されていた⁵⁸。最近では重いクォークのスピンの対称性の観点から qqQ バリオンと核子の相互作用が議論されている。とくに、 qqQ 中の qq ダイクォークがスピン 1 である場合、 qqQ のスピン 1/2 の状態 (Σ_c あるいは Σ_b) とスピン 3/2 の状態 (Σ_c^* あるいは Σ_b^*) は HQS 二重項なので、両方のスピンの自由度を同時に考慮する必要がある⁵⁹。このとき、 $\Sigma_c N \leftrightarrow \Sigma_c^* N$ あるいは $\Sigma_b N \leftrightarrow \Sigma_b^* N$ による混合効果で強い引力が生じる可能性がある。また、長距離ではパイオン交換があり、テンソル力による強い引力も期待することができる。これは $\bar{D}^{(*)}N$ あるいは $\bar{B}^{(*)}N$ と類似的な状況である。ただし、 qqQ において qq ダイクォークがスピン 0 の状態 (Λ_c あるいは Λ_b) のとき qqQ バリオンは HQS 一重項なので、2 チャンネルによる混合効果を考えることはできない。さらに基底状態においてはアイソスピンが 0 なので、 qqQ バリオンと核子の間に 1 パイオン交換は存在しない。そのために、 Λ_c あるいは Λ_b と核子の間のポテンシャルは強くはないように見えるかもしれない。しかし、 $\Lambda_c N \leftrightarrow \Sigma_c N \leftrightarrow \Sigma_c^* N$ あるいは $\Lambda_b N \leftrightarrow \Sigma_b N \leftrightarrow \Sigma_b^* N$ による 3 チャンネルによる混合効果が存在するので強い引力があることを期待することができる。最近 HAL QCD グループによって Λ_c と核子のポテンシャルが計算された [136]。引力ではあるものの 2 体の束縛状態を作るほど強いものではないが、バリオン数を多くしていくと束縛状態が存在する可能性が指摘されている。最近の QCD 和則による解析でも核物質中の Λ_c は束縛されることが示されている [137]。

重いハドロンのそれぞれの種類について相互作用の性質が異なることは興味深い。また、実験的にチャーム・ボトム原子核を生成するためには少数バリオン数から大きなバリオン数までの様々な原子核を考える必要がある。それぞれの重いハドロンの原子核において特徴的な質量スペクトラムが現れるであろう。実際に以上のような相互作用に基づいて、1 つの重いハドロンと 2 つの核子の 3 体系として $J/\psi NN$ ($\eta_c NN$) [138], DNN [139], $\bar{D}NN - \bar{D}^*NN$ [140], $\Lambda_c NN - \Sigma_c NN - \Sigma_c^* NN$ [141] などの質量スペクトラムについて理論

⁵⁶Section 2.1 を参照せよ。

⁵⁷Section 2.1 を参照せよ。

⁵⁸当時の状況をまとめたレビュー論文として [135] を参照せよ。

⁵⁹それぞれの有効場については式 (53) および (54) を参照せよ。

計算が行われている。また理想的な系として一様で無限の体積をもつ核物質における重いハドロンの質量変化やスペクトル関数などについても理論的研究がなされている。次のセクションで、具体的な例として anti-heavy-light メソンの場合を考える。

4.2 核物質における anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソン

Anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソンと核子の相互作用 重いハドロンと核子の相互作用から出発して原子核の中の重いハドロンの性質を調べてみよう。その具体的な例として、anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソンを考える。section 4.1 で述べられたように、重いクォークの対称性による HQS 二重項が重要な役割を果たす。さらに考えるべきチャンネルが heavy-anti-light ($\bar{q}Q$) メソンの場合に比べて限られているので議論がしやすいという利点がある。

相互作用や質量スペクトルについての具体的な議論に入る前に、 $q\bar{Q}$ メソンと核子の系のもつ一般的な性質を復習しておこう。Section 2.1 において、重いクォークの極限において重いハドロンのスピン \vec{J} は重いクォークのスピン \vec{S} と軽い成分 (重いクォーク以外のクォーク, 反クォーク, グルーオン) のスピン \vec{j} の和で与えられることを述べた (cf. 式 (12) を参照)。このようなスピン分解は、メソン ($q\bar{Q}$) やバリオンの (qqQ) だけではなく、複雑なマルチクォーク $qqqq\bar{Q}$ の場合についても成り立つ。ハドロンベースでは qqq と $q\bar{Q}$ のように二つのハドロン分けられるが、HQS ベースでは $qqq-q$ と \bar{Q} のように分けることができる。ただし、 $qqq-q$ は核子 N とクォーク q の複合状態 Nq である⁶⁰。このようなスピンの分解は束縛状態のみならず共鳴状態でも適用できることに注意する。複合状態 Nq による分解は $q\bar{Q}$ メソンと核子の質量スペクトラムのパターンを考える上で有用である。 Nq のスピンの $j = 0$ のとき $qqqq\bar{Q}$ は HQS 一重項であり、 Nq のスピンの $j \geq 1$ のとき $qqqq\bar{Q}$ は HQS 二重項ある。したがって、 $q\bar{Q}$ メソンと核子の束縛状態あるいは共鳴状態について、前者のときは (偶然の縮退を除いて) 縮退がなく、後者のときは必ず縮退した状態が現れるということを一般的に結論することができる [142, 143]。しかし、実際に Nq のスピン $j = 0$ と $j \geq 1$ のどちらが実現されるのかについては軽い成分のダイナミクスを調べる必要がある。また、このような非縮退あるいは縮退の構造は重いクォークの極限でのみ定義されることに注意する。実際のチャームあるいはボトム系の系においては重いクォーク質量 m_Q による $1/m_Q$ のオーダーの補正が存在するので、完全な縮退を観測することはできない。しかし、HQS 二重項の二つの状態の間の質量差は $1/m_Q$ で小さな数であるので、質量差の小さな 2 つの状態が存在する可能性を考えることができる。

具体的に $q\bar{Q}$ メソンの核子の束縛状態あるいは共鳴状態を考えよう [144–146]。 $q\bar{Q}$ メソンの核子の間にはパイオンが交換されるとする。実際にはパイオンだけではなくスカラーメソン (σ メソンなど) やベクトルメソン (ρ, ω など) や短距離におけるクォークの直接交換を考慮する必要があるが、ここでは問題を簡単にするためにパイオン交換だけを考える⁶¹。パイオン交換ポテンシャルを求めるために、 $q\bar{Q}$ メソンとパイオンのバーテックス、核子とパイオンのバーテックスのそれぞれを考える。前者については式 (71) より求めることができる。また後者についてはカイラル対称性を考慮して軸性ベクトルの相互作用

$$\mathcal{L}_{\pi NN} = -\frac{g_A}{\sqrt{2}f_\pi} \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 \partial_\mu \phi N, \quad (83)$$

を用いる。

角運動量が低い状態として $J^P = 1/2^-$ および $3/2^-$ を考えよう。それぞれをハドロンベースで表すと

$$\left\{ |\bar{D}N(^2S_{1/2})\rangle, |\bar{D}^*N(^2S_{1/2})\rangle, |\bar{D}^*N(^4D_{1/2})\rangle \right\}, \quad (84)$$

および

$$\left\{ |\bar{D}N(^2D_{3/2})\rangle, |\bar{D}^*N(^4S_{3/2})\rangle, |\bar{D}^*N(^4D_{3/2})\rangle, |\bar{D}^*N(^2D_{3/2})\rangle \right\}, \quad (85)$$

⁶⁰このような分解はスピン空間においてなされることに注意する。このような複合状態 (Nq) は light spin-complex と名付けられた。

⁶¹より詳細については原論文 [144–146] あるいはレビュー論文 [28, 29] 中の文献を参照せよ。

で与えられる。それぞれのベースについてハミルトニアンは

$$H_{1/2^-} = \begin{pmatrix} K_0 & \sqrt{3}V_C & -\sqrt{6}V_T \\ \sqrt{3}V_C & K_0 - 2V_C & -\sqrt{2}V_T \\ -\sqrt{6}V_T & -\sqrt{2}V_T & K_2 + (V_C - 2V_T) \end{pmatrix}, \quad (86)$$

$$H_{3/2^-} = \begin{pmatrix} K_2 & \sqrt{3}V_T & -\sqrt{3}V_T & \sqrt{3}V_C \\ \sqrt{3}V_T & K_0 + V_C & 2V_T & V_T \\ -\sqrt{3}V_T & 2V_T & K_2 + V_C & -V_T \\ \sqrt{3}V_C & V_T & -V_T & K_2 - 2V_C \end{pmatrix}, \quad (87)$$

である。 K_l は角運動量 l をもつ運動項であり、 V_C と V_T はパイオン交換による中心力ポテンシャルとテンソル力ポテンシャルである⁶²。重いクォーク極限において $\bar{D}^{(*)}N$ の系において HQS 一重項あるいは HQS 二重項が存在することを述べた。それでは、パイオン交換ポテンシャルのモデルにおいて、HQS 一重項あるいは HQS 二重項のどちらが実現されているのだろうか。式 (86), (87) を見ると両者のポテンシャルの形が異なっているので、HQS 一重項あるいは HQS 二重項の構造は見えにくい。しかし、 $N(qqq)$ と $q\bar{Q}$ の積で与えられるハドロンベースから $Nq(qqqq)$ と \bar{Q} の積で与えられる HQS ベースにユニタリー変換すると、 $H_{1/2^-}$ および $H_{3/2^-}$ はそれぞれ

$$H_{1/2^-} \rightarrow \tilde{H}_{1/2^-} = \left(\begin{array}{c|cc} K_0 - 3V_C & 0 & 0 \\ 0 & K_0 + V_C & -2\sqrt{2}V_T \\ 0 & -2\sqrt{2}V_T & K_2 + (V_C - 2V_T) \end{array} \right), \quad (88)$$

$$H_{3/2^-} \rightarrow \tilde{H}_{3/2^-} = \left(\begin{array}{cc|cc} K_0 + V_C & 2\sqrt{2}V_T & 0 & 0 \\ 2\sqrt{2}V_T & K_2 + (V_C - 2V_T) & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & K_2 - 3V_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_2 + (V_C + 2V_T) \end{array} \right), \quad (89)$$

と書くことができる [142, 143]。これはユニタリー変換なのでエネルギー固有値は変化しない。式 (88), (89) を比較すると、両者に共通の部分行列 (式 (88) の右下あるいは式 (89) の左上) が含まれることがわかる。したがって、 $J^P = 1/2^-$ と $3/2^-$ は同じ質量をもつ縮退した状態であり、HQS 二重項を形成することがわかる⁶³。実際に数値計算を行うと、基底状態に $J^P = 1/2^-$ と $3/2^-$ の縮退した HQS 二重項が存在することが確かめられる [144–146]。このとき軽い成分 Nq のスピンは $j = 1$ である。一方で、式 (88) の左上の $K_0 - 3V_C$ は式 (89) には含まれないので、HQS 一重項が存在することがわかる。この軽い成分 Nq のスピンは $j = 0$ である。しかし、 V_C は V_T に比べて小さいので、HQS 一重項は束縛状態として存在しないことが数値計算で確かめられる。最後に、式 (89) の右下の部分行列は $j = 2$ に対応する成分で、 $J^P = 5/2^-$ で $j = 2$ をもつ状態のハミルトニアンにも含まれることが分かっている。したがって、 $J^P = 3/2^-$ と $5/2^-$ の対の状態が HQS 二重項の励起状態として存在する可能性がある。

実際にパラメーターに数字を代入して、式 (86), (87) を数値計算することによってエネルギー固有値を求めることができる [144–146]。ただし、チャームやボトムの有数の質量を考えて、運動項には擬スカラーメソンとベクトルメソンの質量の違いを取り入れる。これによって、連続状態において $\bar{D}N$ と \bar{D}^*N 、あるいは BN と B^*N の閾値の違いを考慮することができる。数値計算の結果を図 3 に示す。重いクォークの極限において、 $J^P = 1/2^-$ と $3/2^-$ が縮退した束縛状態として存在する (右端)。チャームあるいはボトムにおいては $1/m_c$ および $1/m_b$ による HQS の破れのために、 $J^P = 1/2^-$ と $3/2^-$ の縮退が解けて異なる質量をもつ。このとき $J^P = 1/2^-$ の状態は束縛状態であり、 $J^P = 3/2^-$ の状態は共鳴状態である。このように縮退が解けるとしても、チャームでもボトムでも 2 つの状態が現れることは興味深い⁶⁴。

面白いことにチャームあるいはボトムにおける $J^P = 3/2^-$ の状態は Feshbach 状態である。実際にこの量子数のベース (式 (85)) において $\bar{D}N(^2D_{3/2})$ を切って $\bar{D}^*N(^4S_{3/2})$, $\bar{D}^*N(^4D_{3/2})$, $\bar{D}^*N(^2D_{3/2})$ のみを考える

⁶² 具体的な式については原論文を参照せよ [144–146]。

⁶³ 非対角項の符号の違いは固有値には関係しない。

⁶⁴ スレンジネスの質量まで下げると、束縛状態も共鳴状態も存在しなくなる。

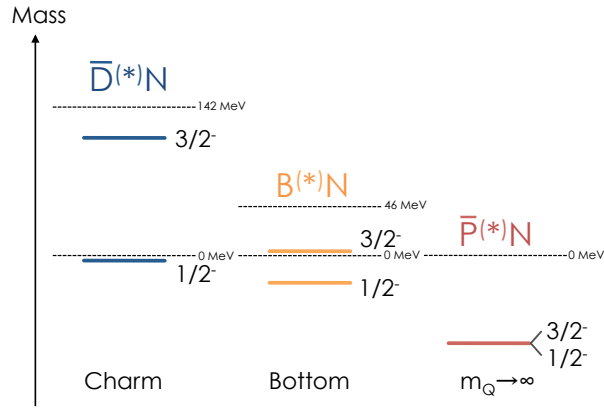


図 3: $\bar{D}^{(*)}N$, $B^{(*)}N$, $\bar{P}^{(*)}N$ 束縛 / 共鳴状態の質量スペクトラムのダイアグラム (cf. [144–146])。 \bar{P} と \bar{P}^* は重いクォークの極限 ($m_Q \rightarrow \infty$) における $q\bar{Q}$ メソンである。それぞれのセクターの質量のゼロ点は最もエネルギーの小さい閾値を基準としている。詳細については本文を参照せよ。

と束縛状態ができることが確かめられる。全てのチャンネルの計算ではこの束縛状態は最終的に $\bar{D}N$ (${}^2D_{3/2}$) のチャンネルに崩壊するが、終状態の角運動量が D 波であるため崩壊幅は比較的小さい値になる。

以上の $\bar{D}^{(*)}$ メソンと核子の間の相互作用はパイオン交換に基づいているが、実際には他のメソンの交換や短距離のクォーク交換を考えなければならない。さらに現象論的な研究だけではなく、格子 QCD や QCD 和則のような QCD に直接基づく研究も必要である。

核媒質中における anti-heavy–light ($q\bar{Q}$) メソン $\bar{D}^{(*)}$ メソンと核子を知ることができれば、バリオン数 2 以上の原子核に適用することが可能である。実際に上で述べたパイオン交換ポテンシャルに基づいて $\bar{D}^{(*)}NN$ の 3 体系の少数計算が行われており、重いクォークの極限において HQS 二重項が実現されることや、チャームおよびボトムにおいて束縛状態と共鳴状態が近似的な HQS 二重項として存在することが議論されている。バリオン数が無限大の核物質における $\bar{D}^{(*)}$ メソンの質量変化も研究されている。これは核媒質中のカイラル対称性の破れの部分的回復を探る上でも興味深い研究対象である。いくつかの研究について以下にまとめる。

- クォーク-メソン結合モデル [147]: クォークモデルにおいてクォークと軽いメソンの直接的な結合を考える。クォークはハドロンとして閉じ込められており、そのような波動関数を用いてハドロンと軽いメソンの結合を評価する。核媒質の効果は σ メソンや ω メソンの平均場の変化によって考慮される。
- QCD 和則 [148–152]: Current-current correlation function について演算子積展開 (operator product expansion) を行い、真空におけるクォーク凝縮やグルーオン凝縮を用いて表す。一方で current-current correlation function はハドロンのスペクトル関数によっても与えることができる。両者を等式と置くことによって、核媒質中のクォーク凝縮やグルーオン凝縮の変化がハドロンのスペクトル関数の変化に及ぼす影響を解析して、ハドロン質量の変化を調べる。
- チャンネル結合法 [153–156]: $\bar{D}^{(*)}$ メソンと核子の相互作用が Weinberg-Tomozawa 相互作用として与えらえるとする。s チャンネルのダイアグラムを足しあげることによって、核媒質中のハドロンの極の位置の変化を調べる。
- カイラル有効モデル [157–161]: $\bar{D}^{(*)}$ メソンと核子の相互作用にパイオンやシグマメソンが交換されるとする。カイラル対称性にしたがって相互作用バーテックスを決めて、核媒質中の核子のループ効果による $\bar{D}^{(*)}$ メソンの質量変化を調べる。

しかし、現在のところ、このような理想的な状況のもとでも、核媒質中に \bar{D} メソンが束縛するかどうかについて最終的な結論は得られていない。ある方法によると質量変化は斥力的であり、別の方法によると質量

変化は引力的である⁶⁵。今後も継続して研究が必要とされる。重いハドロンの有効理論は重いバリオンについても成り立つので、 $\bar{D}^{(*)}N$ と類似したフォーマリズムを $\Lambda_c N - \Sigma^{(*)}N$ に適用することができる⁶⁶。例えば、パイオン交換を含む軽いメソン交換によるポテンシャルの構築が行われて $\Lambda_c N - \Sigma^{(*)}N$ の束縛状態および共鳴状態が議論されており [44]、そのポテンシャルは $\Lambda_c NN$ の 3 体系の計算にも適用された [141]。結果として得られた質量スペクトラムに HQS 二重項が見出された。

これまで重いクォークの極限を考えて、重いクォークのスピン対称性の破れは、 \bar{D} と \bar{D}^* の質量の違いとして取り込んだ。しかし、実際にはクォークのスピン対称性の破れは $\bar{D}^{(*)}$ メソンとパイオンとの相互作用などにも存在する⁶⁷。ここで、重いハドロンの質量が $1/m_Q$ の展開で式 (22) のように与えられたことを思い出そう。 $1/m_Q$ のオーダーの係数 λ_1 と λ_2 は式 (26) と (27) で示されたように、グルーオンによるカラー電場とカラー磁場の大きさに関係している量である。逆にいうと、核媒質中の λ_1 と λ_2 の値を知ることができたら、核媒質中のカラー電場とカラー磁場を探ることができる。つまり、核媒質中の $\bar{D}^{(*)}$ メソンの質量変化はグルーオンの変化を調べるための探索子であると考えることができる [162]。もっとも、核媒質中の λ_1 と λ_2 の値について式 (26), (27) の右辺を直接計算することは難しい。そこで、有効理論を用いて核媒質中の $\bar{D}^{(*)}$ メソンの質量変化を評価して、核媒質における $\bar{D}^{(*)}$ メソンの質量の展開 (式 (22)) を用いて λ_1 と λ_2 の値を得ることを考える。ここで一つのモデルとして再び $\bar{D}^{(*)}$ メソンと核子の間にパイオン交換がある場合を考える。 $1/m_Q$ のオーダーを含む相互作用の有効ラグランジアンは式 (48) で与えられたことを思い出そう。この相互作用ラグランジアンを用いて核媒質中の $\bar{D}^{(*)}$ メソンの質量変化について 2-loop の評価を行う。さらに $B^{(*)}$ メソンについても同様の評価を行う。その結果、真空中の λ_1 と λ_2 に比べて、核媒質中において λ_1 は増加して λ_2 は減少することが示された [162]。カラー電磁場との対応を考えると、この結果は、核媒質中においてはカラー電場の強さが増加してカラー磁場の強さが減少していると解釈することができる。もちろんこの結果はパイオン交換だけをもとにした議論であり、他の無視された効果についても今後検討する必要がある。

近藤効果 最後に、核媒質中の anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソンに特有の現象として近藤効果について述べよう [42, 43, 163]。近藤効果は、物性論で知られている現象であり、スピンをもつ不純物原子を含む金属における電気抵抗の低温での対数的増加である [164]。このような対数的増加は、直感的には伝導電子と不純物原子の束縛状態の形成のためであると説明される。しかし、ここで束縛状態に参加する伝導電子は 1 つの伝導電子ではなく、フェルミ面上のすべての伝導電子が参加する非摂動的な多体現象であることに注意しなければならない。このような現象が起こる条件として、重い不純物粒子がすることに加えて次の 3 つの条件が知られている⁶⁸：

- (i) フェルミ面 (縮退した状態) が存在すること。
- (ii) ループ効果 (粒子-ホール対の生成) が存在すること。
- (iii) 伝導電子と不純物が非可換な相互作用をすること。

核媒質においてチャームあるいはボトムハドロンを重い不純物粒子と見なすことができる⁶⁹。条件 (i) と (ii) については満たされていることがわかる。条件 (iii) については、anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソンと核子の相互作用については、重いクォークのスピン対称性およびアイソスピン対称性による $SU(2)_{\text{HQS}} \times SU(2)_{\text{isospin}}$ による非可換相互作用が存在する。このため、重いクォークの極限を考えると、核媒質中の $\bar{D}^{(*)}$ メソンあるいは $B^{(*)}$ メソンについて近藤効果を考えることができる。実際に、anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソンと核子の核媒質中の相互作用を評価するために、図 4 のようなダイアグラムを評価すると、1-loop レベルのダイアグラムからフェルミ面近傍の粒子-ホール対生成による対数的な赤外発散が生じることがわかる。十分低温では、1-loop レベルのダイアグラムからの寄与は tree レベルのダイアグラムの寄与よりも大きくなり摂

⁶⁵最近の結果のまとめとしては [161] の表 1 を参照せよ。

⁶⁶式 (53), (54) を参照せよ。

⁶⁷式 (48) を参照せよ。

⁶⁸簡単なモデルによる計算については appendix B を見よ。

⁶⁹同様の議論は、クォーク物質中のチャームあるいはボトムクォークに適用することが可能である [42, 165–171]。このとき非可換相互作用は $SU(3)$ カラー対称性で与えられる。

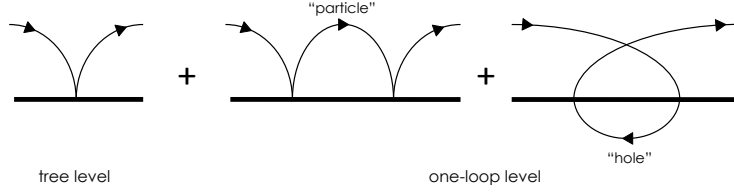


図 4: 核物質の近藤効果における核子 (細線) と anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソン (太線) の散乱。

動論が破綻する。したがって、何か物理量を計算するためには anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソンと核子の相互作用を非摂動的に考えなければならない。

具体的な例として、anti-heavy-light ($q\bar{Q}$) メソンとして $q = s$ とした D_s^- メソンあるいは B_s^0 メソンを考えよう [43]。重いクォーク極限において、重いクォークのスピン対称性のみを考えればよくてアイソスピン対称性は考える必要はないので問題を簡単に行うことができる。 $s\bar{Q}$ メソンと核子の相互作用は、重いクォークのスピン対称性に基づくと (静止フレームにおいて) 式 (50) で与えられる。近藤効果の 3 つの条件 (i), (ii), (iii) のうち (i) と (ii) は満たされていることは自明であるが、(iii) はどのように満たされているのだろうか。ここで section 2.2 で $q\bar{Q}$ メソンの有効場を定義したとき、重いクォークのスピン対称性より q のスピンと \bar{Q} のスピンが独立であることを用いたことを思い出そう。重いクォークの極限では \bar{Q} のスピンは変化しないので、 $q\bar{Q}$ メソンと核子の相互作用でスピンが変化するとき、 q のスピンと核子のスピンが変化していることがわかる。したがって、 $q\bar{Q}$ メソンの中の q と核子の間のスピン交換が非可換相互作用の起源である。近藤効果によって、式 (50) の c_s と c_t は核媒質中では繰り込みの影響を受けて変化する。図 4 の 1-loop ダイアグラムを考えると、繰り込み群方程式は

$$\frac{d}{d\ell} c_s(\ell) = 0, \quad (90)$$

$$\frac{d}{d\ell} c_t(\ell) = \frac{mk_F}{2\pi^2} c_t(\ell)^2, \quad (91)$$

で与えられる。 m は核子の質量、 k_F は核物質のフェルミ運動量である。 ℓ は $\ell = -\log \Lambda/k_F$ と定義され、 Λ はループの運動量積分における赤外カットオフ (フェルミ面から測ったエネルギー) である。式 (90) と (91) は、フェルミ面付近の核子-ホール対の生成によって結合定数 c_s と c_t がどのように変化するかを表す。低エネルギー (低温) の極限を見るときは、 $\ell \rightarrow \infty$ ($\Lambda \rightarrow 0$) の極限をとることに対応する。式 (90) から、 $c_s(\ell)$ は定数であり、 $c_s(\ell)$ は核媒質中において変化しないことがわかる。一方で、式 (91) から、 $c_t(\ell)$ の解は

$$c_t(\ell) = \frac{c_t(0)}{1 - \frac{mk_F}{2\pi^2} c_t(0)\ell}, \quad (92)$$

である。ただし、 $c_t(0)$ は $\ell = 0$ のときの結合定数である。このときのエネルギースケールはフェルミ面から十分離れていると見なせるので、真空中の結合定数 (式 (50) を参照) と同じ値であると考えられる。 $c_t(0) > 0$ のとき、低エネルギー極限 $\ell \rightarrow \infty$ にたどり着くことができず、 Λ が

$$\Lambda_K = k_F \exp\left(-\frac{2\pi^2}{mk_F c_t(0)}\right), \quad (93)$$

のときに c_t の大きさは無限大になって発散する。このような低エネルギーのスケール Λ_K を近藤スケールという。近藤エネルギー以下の低エネルギー領域では明らかに摂動論が破綻しており、本質的に非摂動的な方法による解析が必要である⁷⁰。

⁷⁰ $c_t(0) < 0$ のとき、低エネルギーで発散は存在せず $c_t(\ell) \rightarrow 0$ ($\ell \rightarrow \infty$) となり、スピンを変える相互作用は無くなる。このとき、ベクトルメソン (\bar{D}^* あるいは B^*) は核媒質中で強相互作用で擬スカラーメソン (\bar{D} あるいは B) に崩壊することなく安定に存在することを示唆する。

さて、近藤スケールよりも低エネルギーにおいてどのような非摂動的状態が実現されているのだろうか。この問題を解析する手段として、Wilson による数値繰り込み群, Bethe 仮設法, 共形対称性などを用いた解析が厳密な解を与えることが知られている。直感的な方法として平均場近似による解析もある。平均場近似を核媒質中の $q\bar{Q}$ メソンの近藤効果に適用すると、 $q\bar{Q}$ メソンの中の q と核子が凝縮を作ることによって、フェルミ面付近に共鳴状態 (近藤共鳴) を与えることがわかる [43]。このような共鳴状態を実験的に観測することができれば近藤効果の存在を確認することができる。

5 まとめ

この講義では、チャームやボトムといった重いクォークを含むエキゾチックハドロンに焦点を当てた。QCD において重いクォークの極限では重いクォークのもつスピン対称性が新しい対称性として存在することを紹介し、重いクォークのスピン対称性と軽いクォークのカイラル対称性に基づいてハドロン有効有効理論の構築の具体例を示した。クォークonium と対比しながら、最近実験的に観測が相次いでいる X, Y, Z ハドロンの特異性を示した。さらに理論的に予想されているテトラクォーク T_{cc} を紹介した。とくに、ダイクォークモデルに基づく解析や、ハドロン有効理論によるハドロン分子としての解析について詳しく議論した。最後に原子核中の重いハドロンの研究について、重いクォークのスピン対称性に関連する話題を中心にして紹介した。しかし、 X, Y, Z ハドロンを説明することは依然困難さがあり、今後の研究の発展が待たれる。とくに内部構造を調べるためにスペクトロスコピー (生成 / 質量スペクトラム / 崩壊) を多面的かつ包括的に研究することはますます重要になるだろう。また現象論と格子 QCD 解析の密接な連携も重要になってくるだろう。最近のダブルチャームバリオン Ξ_{cc} の実験的発見に触発されて、チャーム数 2 以上のマルチチャーム系を研究することも現実的な課題になるかもしれない。重いフレーバーのクォーク多体系 (マルチチャーム・ボトムクォーク系やチャーム・ボトム原子核) が軽いフレーバーのクォーク多体系 (通常原子核やハイパー核も含む) とどのように異なっているのかを理解することは、現代の物理学の基礎であるゲージ場がもたらす物質世界の多様性を理解するという意味でも興味深い課題である。

謝辞

本講義ノートの作成は JSPS 科研費 (JP25247036, JP15K17641, JP17K05435) の助成を受けている。

A Feshbach 共鳴の単純なモデル

Feshbach 共鳴状態について解析的な計算が容易な 1 次元の量子力学系を考えよう。なお、本問題は Harry J. Lipkin 著 “Quantum Mechanics: New Approaches to Selected Topics”, Elsevier Science Publishing (1973) から採録した⁷¹。

基本事項のまとめ 問題に入る前にいくつかの基本事項を確認しておこう。1 次元 x 座標において、質量 m の粒子のハミルトニアン⁷²の運動項は

$$H_0(x) = -\frac{1}{2m} \frac{d^2}{dx^2}, \quad (94)$$

である⁷²。運動量 k をもつ自由平面波は $\psi_k = e^{ikx}$ である。ポテンシャルが $V(x)$ のとき、全体のハミルトニアンは

$$H(x) = H_0(x) + V(x), \quad (95)$$

⁷¹この本は Dover 出版社からも再版されているので自分で見てみるとよい。大学院生を対象に素粒子から物性にわたる広い話題について、難しい数式を使うことなく (しかし本質を見失うことなく) 分かりやすく解説されている。

⁷²プランク定数 h について $\hbar = h/2\pi = 1$ の単位系を用いる。

である。

ポテンシャル $V(x)$ は $x = 0$ を境にして $x > 0$ と $x < 0$ について対称的であるとする： $V(-x) = V(x)$ 。したがって、ハミルトニアン $H(x)$ も対称的である。このとき、固有状態はパリティ変換 $x \rightarrow -x$ に対する偶/奇によって分類される。偶パリティ状態を ψ_{k0} 、奇パリティ状態を ψ_{k1} とすると

$$P\psi_{k0}(x) = \psi_{k0}(x), \quad (96)$$

$$P\psi_{k1}(x) = -\psi_{k1}(x), \quad (97)$$

のように変換する。ただし、 $P\psi(x) = \psi(-x)$ である。ポテンシャルが無視できる遠方 $|x| \rightarrow \infty$ において漸近状態として、具体的に $\psi_{k0}(x)$ および $\psi_{k1}(x)$ は次のように与えられる。偶パリティ状態について

$$\psi_{k0}(x) = \begin{cases} \cos(kx - \delta_0) & (x < 0) \\ \cos(kx + \delta_0) & (x > 0) \end{cases}, \quad (98)$$

であり、奇パリティ状態について

$$\psi_{k1}(x) = \begin{cases} \sin(kx - \delta_1) & (x < 0) \\ \sin(kx + \delta_1) & (x > 0) \end{cases}, \quad (99)$$

である。ただし、 δ_0 および δ_1 は位相差である。実際に偶パリティ状態について $\psi_{k0}(-x) = \psi_{k0}(x)$ であり、奇パリティ状態について $\psi_{k1}(-x) = -\psi_{k1}(x)$ であることを確認できる。

散乱における S 行列を考えて、共鳴状態がどのように定義されるのかを確認しよう。波動関数 $\psi_{k0}(x)$ および $\psi_{k1}(x)$ の“極座標表示”を考える。動経方向を $r = |x|$ として、“角度方向” θ を $x > 0$ のとき $\theta = 0$ および $x < 0$ のとき $\theta = \pi$ と定義する。このとき、 $\psi_{k0}(x) = \psi_{k0}(r, \theta) = \phi_{k0}(r)$ および $\psi_{k1}(x) = \psi_{k1}(r, \theta) = e^{i\theta} \phi_{k1}(r)$ として

$$\phi_{k0}(r) = \frac{1}{2} e^{-i\delta_0} (e^{-ikr} + e^{2i\delta_0} e^{ikr}), \quad (100)$$

および

$$\phi_{k1}(r) = \frac{i}{2} e^{-i\delta_1} (e^{-ikr} - e^{2i\delta_1} e^{ikr}), \quad (101)$$

と表されることが示される⁷³。

波動関数 $\psi_{k\ell}(x)$ ($\ell = 0, 1$) は、“極座標表示”において

$$\psi_{k\ell}(r, \theta) = \alpha e^{i\ell\theta} (e^{-ikr} + (-1)^\ell e^{2i\delta_\ell} e^{ikr}), \quad (102)$$

と表される⁷⁴。 e^{-ikr} および $(-1)^\ell e^{2i\delta_\ell} e^{ikr}$ のそれぞれは入射波と反射波を表すことに注意する。位相差 δ_ℓ は運動量 k の関数であり $\delta_\ell(k)$ と書かれる。ここで、 $\ell = 0, 1$ に対して S 行列を

$$S_\ell(k) = e^{2i\delta_\ell(k)}, \quad (103)$$

と定義する⁷⁵。部分波振幅 $f_\ell(k)$ を

$$f_\ell(k) = \frac{S_\ell(k) - 1}{2ik} = \frac{1}{k} e^{i\delta_\ell(k)} \sin \delta_\ell(k). \quad (106)$$

⁷³ $e^{i\ell\theta}$ は“角度成分”に対応することに注意する。

⁷⁴ 係数 “ $\alpha = i^\ell e^{-i\delta_\ell}/2$ ” は全体のファクターでありとくに重要ではない。

⁷⁵ 参考として、3次元座標のとき部分波 l の波動関数 $\psi_l(k, r)$ の漸近形は

$$\psi_l(k, r) \rightarrow \frac{i^{l+1}}{2k^{l+1}} (f_l^+(k) e^{-ikr} - (-1)^l f_l^-(k) e^{ikr}), \quad (104)$$

と書くことができる。 e^{-ikr} は入射波であり、 e^{ikr} は反射波である。このとき S 行列を

$$S_l(k) = \frac{f_l^-(k)}{f_l^+(k)}, \quad (105)$$

と定義する。詳細については S. Aoyama, T. Myo, K. Kato, K. Ikeda, Prog. Theor. Phys. 116, 1 (2006) を参照せよ。

と定義する。真中の式の分母における $S_\ell(k) - 1$ の第 2 項の -1 は自由波による差し引きを表す。 $|f_\ell(k)|^2$ に比例する散乱断面積は、 $\sin \delta_\ell(k_r) \simeq 1$ (あるいは $\cot \delta_\ell(k_r) \simeq 0$) を満たすような運動量 k_r のときに大きな値をもつので散乱過程に大きな寄与をする。このとき、散乱振幅 $f_\ell(k)$ が

$$f_\ell(k) = \frac{1}{k \cot \delta_\ell(k) - i}, \quad (107)$$

と表される。また、散乱振幅 $f_\ell(k)$ をエネルギー $E = k^2/2m$ の関数として考える。上で定義された k_r を用いて、 $\cot \delta_\ell(k)$ を $E_r = k_r^2/2m$ (共鳴エネルギー) の周りで展開して、

$$f_\ell(k) \simeq -\frac{1}{k} \frac{\Gamma/2}{E - E_r + i\Gamma/2}, \quad (108)$$

と表される。ここで Γ は崩壊定数であり、

$$-\frac{2}{\Gamma} = \left. \frac{d(\cot \delta_\ell)}{dE} \right|_{E=E_r}, \quad (109)$$

と定義される。複素数に拡張されたエネルギー平面上の $E = E_r - i\Gamma/2$ は $f_\ell(k)$ の 1 次の極である。この複素エネルギーにおいて散乱振幅は大きくなるので、このような極が共鳴状態を与える。

Feshbach 共鳴状態 (2 チャンネル問題) 質量 m をもつ粒子が 2 チャンネルの内部自由度をもつとして、それぞれを ψ_g 状態と ψ_e 状態とする。 ψ_g と ψ_e の結合による共鳴状態の生成を考える。 ψ_g はエネルギーが低い状態であり、 ψ_e はエネルギーが高い状態であるとする。 ψ_g と ψ_e の間に相互作用がないとき、それぞれのエネルギーを E_g および E_e とする ($E_g < E_e$)。このとき、自由粒子のハミルトニアンは、 ψ_g と ψ_e をベースとする 2×2 行列

$$H_0(x) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + E_g & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + E_e \end{pmatrix}, \quad (110)$$

で与えられる。ここで、 ψ_e 状態には $x = 0$ で引力的な δ 関数ポテンシャルがあるとしよう。また、 ψ_g と ψ_e が $x = 0$ で相互作用をすれば、相互作用は δ 関数で与えられるとしよう。このとき、 $U_0 > 0$ として、相互作用を表すポテンシャルは ψ_g と ψ_e をベースとする 2×2 行列

$$V(x) = -\frac{1}{2m} \delta(x) \begin{pmatrix} 0 & U_1 \\ U_1 & U_0 \end{pmatrix}, \quad (111)$$

で与えられる。 $U_0 > 0$ なので、対角成分 (2,2) において ψ_e 状態には引力が働いていることに注意する。ただし、この引力は非常に弱いものであると考えて、 $U_0^2 \ll 8m(E_e - E_g)$ が満たされるとする。非対角成分 (1,2) あるいは (2,1) は ψ_g 状態と ψ_e 状態の間の相互作用を与えていることがわかる。ハミルトニアン $H(x) = H_0(x) + V(x)$ について偶パリティの状態 $\psi(x) = (\psi_g(x), \psi_e(x))$ を考える。

$\epsilon > 0$ を微小な正の実数とする。このとき、

$$\left. \frac{d\psi_g(x)}{dx} \right|_{x=+\epsilon} - \left. \frac{d\psi_g(x)}{dx} \right|_{x=-\epsilon} + U_1 \psi_e(0) = 0, \quad (112)$$

$$\left. \frac{d\psi_e(x)}{dx} \right|_{x=+\epsilon} - \left. \frac{d\psi_e(x)}{dx} \right|_{x=-\epsilon} + U_0 \psi_e(0) + U_1 \psi_g(0) = 0, \quad (113)$$

が成り立つ。偶パリティの波動関数を考えて、 $|x| > 0$ で $\psi_g(x)$ と $\psi_e(x)$ が

$$\psi_g(x) = \alpha \cos(k|x| + \delta_0), \quad (114)$$

$$\psi_e(x) = \beta e^{ik_e|x|}, \quad (115)$$

で与えられるとする。 δ_0 は位相差である。係数 α および β は ψ_g 状態および ψ_e 状態の規格化を与える。エネルギー固有値 E に対して、 k と k_e は

$$k^2 = 2m(E - E_g), \quad (116)$$

$$k_e^2 = 2m(E - E_e), \quad (117)$$

で与えられる。以下では、簡単な状況を考えるために、 ψ_e 状態について“束縛状態”であると見なせる場合を考えて、エネルギー固有値 E は $E < E_e$ であるしよう⁷⁶。 ψ_e は“束縛状態”であるとしているので、 $|x| \rightarrow \infty$ で波動関数がゼロになるように $k_e = i\kappa_e$ ($\kappa_e > 0$ は正の実数) であるとする。このとき、次の関係式

$$\tan \delta_0 = \frac{U_1^2}{2k(2\kappa_e - U_0)}, \quad (118)$$

が成り立つ。エネルギーが $\tan \delta_0 \simeq \pi/2$ を満たすとき共鳴状態が存在する。共鳴エネルギー E_r と崩壊幅 Γ は

$$E_r = E_e - \frac{U_0^2}{8m}, \quad (119)$$

$$\Gamma = \frac{U_0 U_1^2}{8\sqrt{2m^3} \sqrt{E_e - E_g - U_0^2/8m}}, \quad (120)$$

で与えられる。ただし、 $E_g < E < E_e$ であることに注意せよ。2チャンネルの結合によって力学的エネルギーの一部が内部エネルギーに転換することによって生じる共鳴状態を Feshbach 共鳴という。実際に上記の問題で得られた共鳴状態が Feshbach 共鳴である。

B 近藤効果の単純なモデル

近藤効果を説明するために、軽いフェルミオン (ψ) で構成されたフェルミガスが重い不純物粒子 (Ψ) を含む場合を考える [165]。軽いフェルミオンと不純物粒子の相互作用はコンタクトな相互作用ハミルトニアン

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = G \sum_{c=1}^{n^2-1} \sum_{k,l,i,j=1}^n \psi_k^\dagger(t^c) \psi_l \Psi_i^\dagger(t^c) \Psi_j, \quad (121)$$

で与えられるとする。ここで非アーベル相互作用は $SU(n)$ 対称性で与えられると考える。 t^c ($c = 1, \dots, n^2-1$) は $SU(n)$ 群の生成子であり、 $i, j, k, l = 1, \dots, n$ は $SU(n)$ 群の基本表現の足である。 G (> 0) は結合定数の大きさを表すパラメーターである。軽いフェルミオンと不純物の散乱振幅のボルン項は

$$M_{kl,ij}^{(0)} = GT_{kl,ij}, \quad (122)$$

で与えられる (図 4 の左端を参照)。ただし、 $T_{kl,ij} = \sum_c (t^c)_{kl} (t^c)_{ij}$ と定義する。散乱振幅の 2 次の項は

$$\begin{aligned} M_{kl,ij}^{(1)} &= G^2 \mathcal{T}_{kl,ij}^{(a)} \int \frac{\rho(E)}{-E + i\varepsilon} dE + G^2 \mathcal{T}_{kl,ij}^{(b)} \int \frac{\rho(E)}{E - i\varepsilon} dE \\ &\simeq G^2 \rho(0) \frac{n}{2} T_{kl,ij} \int \frac{1}{E - i\varepsilon} dE, \end{aligned} \quad (123)$$

である (図 4 の中央および右端を参照)。ここで $\mathcal{T}_{kl,ij}^{(a)}$ および $\mathcal{T}_{kl,ij}^{(b)}$ は

$$\mathcal{T}_{kl,ij}^{(a)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \delta_{kl} \delta_{ij} - \frac{1}{n} T_{kl,ij}, \quad (124)$$

$$\mathcal{T}_{kl,ij}^{(b)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \delta_{kl} \delta_{ij} - \left(\frac{1}{n} - \frac{n}{2} \right) T_{kl,ij}, \quad (125)$$

⁷⁶以下に見るように、実際には安定な束縛状態ではなく、有限な寿命をもつ準束縛状態 (共鳴状態) であることに注意する。

と定義する。 $\rho(E)$ はエネルギー E における状態数密度である。 E はフェルミ面から測られている。 $\varepsilon > 0$ は無限小の正の数である。式 (123) の第一行の右辺はループ積分における粒子とホールの中間状態の和である。第二行において $E \simeq 0$ の近似をもちいた。なぜならば $E \simeq 0$ 近傍の $\int (1/E)dE$ が対数発散を与えるからである。したがって、この対数発散のために散乱振幅の 2 次項は 1 次項よりも大きくなることがわかる ($|M_{kl,ij}^{(1)}| \gg |M_{kl,ij}^{(0)}|$)。ここで対数発散の起源は非アーベル群における $T_{kl,ij}^{(a)}$ と $T_{kl,ij}^{(b)}$ が異なるために、粒子を中間状態としてもつループ積分の対数発散とホールを中間状態としてもつループ積分の対数発散がキャンセルしないためである。実際に、この二つのファクターが存在しなければ (アーベル群)、二つのループ積分からの対数発散は常にキャンセルする。したがって、このようなループ積分を起源とする対数発散が様々な物理量の対数的依存性を招くのである。例えば、近藤によって示された通り、低温における電気抵抗が温度の関数として対数的な振る舞いを示すことが理解される。

参考文献

- [1] M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8**, 214 (1964).
- [2] G. Zweig, CERN-TH-401, CERN-TH-412, NP-14146, PRINT-64-170 (1964).
- [3] R. L. Jaffe, Phys. Rev. Lett. **38**, 195 (1977), [Erratum: Phys. Rev. Lett.38,617(1977)].
- [4] R. L. Jaffe, Phys. Rev. **D15**, 267 (1977).
- [5] R. L. Jaffe, Phys. Rev. **D15**, 281 (1977).
- [6] H. J. Lipkin, Phys. Lett. **B195**, 484 (1987).
- [7] J. P. Ader, J. M. Richard, and P. Taxil, Phys. Rev. **D25**, 2370 (1982).
- [8] A. V. Manohar and M. B. Wise, Nucl. Phys. **B399**, 17 (1993).
- [9] N. A. Tornqvist, Z. Phys. **C61**, 525 (1994).
- [10] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122**, 345 (1961).
- [11] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **124**, 246 (1961).
- [12] S. Klimt, M. F. M. Lutz, U. Vogl, and W. Weise, Nucl. Phys. **A516**, 429 (1990).
- [13] U. Vogl, M. F. M. Lutz, S. Klimt, and W. Weise, Nucl. Phys. **A516**, 469 (1990).
- [14] U. Vogl and W. Weise, Prog. Part. Nucl. Phys. **27**, 195 (1991).
- [15] S. P. Klevansky, Rev. Mod. Phys. **64**, 649 (1992).
- [16] T. Hatsuda and T. Kunihiro, Phys. Rept. **247**, 221 (1994).
- [17] T. Hyodo and D. Jido, Prog. Part. Nucl. Phys. **67**, 55 (2012).
- [18] E. S. Swanson, Phys. Rept. **429**, 243 (2006).
- [19] M. B. Voloshin, Prog. Part. Nucl. Phys. **61**, 455 (2008).
- [20] N. Brambilla *et al.*, Eur. Phys. J. **C71**, 1534 (2011).
- [21] N. Brambilla *et al.*, Eur. Phys. J. **C74**, 2981 (2014).
- [22] H.-X. Chen, W. Chen, X. Liu, and S.-L. Zhu, Phys. Rept. **639**, 1 (2016).

- [23] A. Hosaka, T. Iijima, K. Miyabayashi, Y. Sakai, and S. Yasui, PTEP **2016**, 062C01 (2016).
- [24] C. A. Meyer and E. S. Swanson, Prog. Part. Nucl. Phys. **82**, 21 (2015).
- [25] R. F. Lebed, R. E. Mitchell, and E. S. Swanson, Prog. Part. Nucl. Phys. **93**, 143 (2017).
- [26] A. Esposito, A. Pilloni, and A. D. Polosa, Phys. Rept. **668**, 1 (2016).
- [27] S. Cho *et al.* (ExHIC), Prog. Part. Nucl. Phys. **95**, 279 (2017).
- [28] A. Hosaka, T. Hyodo, K. Sudoh, Y. Yamaguchi, and S. Yasui, Prog. Part. Nucl. Phys. **96**, 88 (2017).
- [29] G. Krein, A. W. Thomas, and K. Tsushima, arXiv:1706.02688 [hep-ph] .
- [30] J. F. Donoghue, E. Golowich, and B. R. Holstein, Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. **2**, 1 (1992), [Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol.35(2014)].
- [31] A. Hosaka and H. Toki, *Quarks, baryons and chiral symmetry* (World Scientific, 2001).
- [32] S. Scherer and M. R. Schindler, Lect. Notes Phys. **830**, pp.1 (2012).
- [33] A. V. Manohar and M. B. Wise, Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. **10**, 1 (2000).
- [34] M. Neubert, Phys. Rept. **245**, 259 (1994).
- [35] R. Casalbuoni, A. Deandrea, N. Di Bartolomeo, R. Gatto, F. Feruglio, and G. Nardulli, Phys. Rept. **281**, 145 (1997).
- [36] N. Isgur and M. B. Wise, Phys. Rev. Lett. **66**, 1130 (1991).
- [37] S. Yasui, Phys. Rev. **D91**, 014031 (2015).
- [38] A. F. Falk, Nucl. Phys. **B378**, 79 (1992).
- [39] B. Grinstein, in *Particles and fields. Proceedings, 6th Mexican School, Villahermosa, Tabasco, Mexico, October 3-7, 1994* (1995) pp. 122–184, arXiv:hep-ph/9508227 [hep-ph] .
- [40] M. E. Luke and A. V. Manohar, Phys. Lett. **B286**, 348 (1992).
- [41] N. Kitazawa and T. Kurimoto, Phys. Lett. **B323**, 65 (1994).
- [42] S. Yasui and K. Sudoh, Phys. Rev. **C88**, 015201 (2013).
- [43] S. Yasui and K. Sudoh, Phys. Rev. **C95**, 035204 (2017).
- [44] Y.-R. Liu and M. Oka, Phys. Rev. **D85**, 014015 (2012).
- [45] T. Barnes, S. Godfrey, and E. S. Swanson, Phys. Rev. **D72**, 054026 (2005).
- [46] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B147**, 385 (1979).
- [47] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B147**, 448 (1979).
- [48] L. J. Reinders, H. Rubinstein, and S. Yazaki, Phys. Rept. **127**, 1 (1985).
- [49] H. J. Rothe, World Sci. Lect. Notes Phys. **43**, 1 (1992), [World Sci. Lect. Notes Phys.82,1(2012)].
- [50] A. De Rujula, H. Georgi, and S. L. Glashow, Phys. Rev. **D12**, 147 (1975).

- [51] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, C. B. Thorn, and V. F. Weisskopf, *Phys. Rev.* **D9**, 3471 (1974).
- [52] R. Giles and S. H. H. Tye, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1175 (1976).
- [53] M. Ida and R. Kobayashi, *Prog. Theor. Phys.* **36**, 846 (1966).
- [54] M. Anselmino, E. Predazzi, S. Ekelin, S. Fredriksson, and D. B. Lichtenberg, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 1199 (1993).
- [55] T. H. R. Skyrme, *Lewes Center for Physics: An East Coast Summer Physics Center Lewes, Del., June 2-July 27, 1984*, *Nucl. Phys.* **31**, 556 (1962), [13(1962)].
- [56] G. S. Adkins, C. R. Nappi, and E. Witten, *Nucl. Phys.* **B228**, 552 (1983).
- [57] R. H. Dalitz and S. F. Tuan, *Phys. Rev. Lett.* **2**, 425 (1959).
- [58] S. K. Choi *et al.* (Belle), *Phys. Rev. Lett.* **91**, 262001 (2003).
- [59] B. Aubert *et al.* (BaBar), *Phys. Rev. Lett.* **102**, 132001 (2009).
- [60] V. Bhardwaj *et al.* (Belle), *Phys. Rev. Lett.* **107**, 091803 (2011).
- [61] A. Abulencia *et al.* (CDF), *Phys. Rev. Lett.* **98**, 132002 (2007).
- [62] S. K. Choi *et al.*, *Phys. Rev.* **D84**, 052004 (2011).
- [63] R. Aaij *et al.* (LHCb), *Phys. Rev. Lett.* **110**, 222001 (2013).
- [64] P. del Amo Sanchez *et al.* (BaBar), *Phys. Rev.* **D82**, 011101 (2010).
- [65] L. Maiani, F. Piccinini, A. D. Polosa, and V. Riquer, *Phys. Rev.* **D71**, 014028 (2005).
- [66] B. Aubert *et al.* (BaBar), *Phys. Rev.* **D77**, 111101 (2008).
- [67] B. Aubert *et al.* (BaBar), *Phys. Rev.* **D77**, 011102 (2008).
- [68] T. Aushev *et al.* (Belle), *Proceedings, 34th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2008): Philadelphia, Pennsylvania, July 30-August 5, 2008*, *Phys. Rev.* **D81**, 031103 (2010).
- [69] M. Takizawa and S. Takeuchi, *PTEP* **2013**, 093D01 (2013).
- [70] R. Aaij *et al.* (LHCb), *Nucl. Phys.* **B886**, 665 (2014).
- [71] S. Takeuchi, M. Takizawa, and K. Shimizu, *Proceedings, 12th International Conference on Hypernuclear and Strange Particle Physics (HYP 2015): Sendai, Japan, September 7-12, 2015*, *JPS Conf. Proc.* **17**, 112001 (2017).
- [72] B. Aubert *et al.* (BaBar), *Phys. Rev. Lett.* **95**, 142001 (2005).
- [73] C. Z. Yuan *et al.* (Belle), *Phys. Rev. Lett.* **99**, 182004 (2007).
- [74] Z. Q. Liu *et al.* (Belle), *Phys. Rev. Lett.* **110**, 252002 (2013).
- [75] C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group), *Chin. Phys.* **C40**, 100001 (2016).
- [76] E. Kou and O. Pene, *Phys. Lett.* **B631**, 164 (2005).

- [77] A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pene, J. C. Raynal, and S. Ono, *Z. Phys.* **C28**, 309 (1985).
- [78] K. J. Juge, J. Kuti, and C. J. Morningstar, *Contents of LAT97 proceedings*, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **63**, 543 (1998).
- [79] J. Kuti, *Lattice Field Theory. Proceedings: 16th International Symposium, Lattice '98, Boulder, USA, Jul 13-18, 1998*, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **73**, 72 (1999).
- [80] K. J. Juge, J. Kuti, and C. J. Morningstar, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4400 (1999).
- [81] K. J. Juge, J. Kuti, and C. Morningstar, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 161601 (2003).
- [82] G. S. Bali and A. Pineda, *Phys. Rev.* **D69**, 094001 (2004).
- [83] M. R. Shepherd, J. J. Dudek, and R. E. Mitchell, *Nature* **534**, 487 (2016).
- [84] M. Berwein, N. Brambilla, J. Tarrús Castellà, and A. Vairo, *Phys. Rev.* **D92**, 114019 (2015).
- [85] R. Oncala and J. Soto, *Phys. Rev.* **D96**, 014004 (2017).
- [86] S. K. Choi *et al.* (Belle), *Lepton and photon interactions at high energies. Proceedings, 23rd International Symposium, LP2007, Daegu, South Korea, August 13-18, 2007*, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 142001 (2008).
- [87] B. Aubert *et al.* (BaBar), *Phys. Rev.* **D79**, 112001 (2009).
- [88] K. Chilikin *et al.* (Belle), *Phys. Rev.* **D88**, 074026 (2013).
- [89] R. Aaij *et al.* (LHCb), *Phys. Rev. Lett.* **112**, 222002 (2014).
- [90] M. Ablikim *et al.* (BESIII), *Phys. Rev. Lett.* **110**, 252001 (2013).
- [91] S. Prelovsek and L. Leskovec, *Phys. Lett.* **B727**, 172 (2013).
- [92] S. Prelovsek, C. B. Lang, L. Leskovec, and D. Mohler, *Phys. Rev.* **D91**, 014504 (2015).
- [93] Y. Chen *et al.*, *Phys. Rev.* **D89**, 094506 (2014).
- [94] Y. Ikeda, S. Aoki, T. Doi, S. Gongyo, T. Hatsuda, T. Inoue, T. Iritani, N. Ishii, K. Murano, and K. Sasaki (HAL QCD), *Phys. Rev. Lett.* **117**, 242001 (2016).
- [95] N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 022001 (2007).
- [96] S. Aoki, T. Hatsuda, and N. Ishii, *Prog. Theor. Phys.* **123**, 89 (2010).
- [97] K. F. Chen *et al.* (Belle), *Proceedings, 34th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2008): Philadelphia, Pennsylvania, July 30-August 5, 2008*, *Phys. Rev.* **D82**, 091106 (2010).
- [98] A. Bondar *et al.* (Belle), *Phys. Rev. Lett.* **108**, 122001 (2012).
- [99] P. Krokovny *et al.* (Belle), *Phys. Rev.* **D88**, 052016 (2013).
- [100] I. Adachi *et al.* (Belle), arXiv:1209.6450 [hep-ex] .
- [101] A. E. Bondar, A. Garmash, A. I. Milstein, R. Mizuk, and M. B. Voloshin, *Phys. Rev.* **D84**, 054010 (2011).
- [102] S. Ohkoda, Y. Yamaguchi, S. Yasui, K. Sudoh, and A. Hosaka, *Phys. Rev.* **D86**, 014004 (2012).

- [103] S. Aoyama, T. Myo, K. Kato, and K. Ikeda, *Prog. Theor. Phys.* **116**, 1 (2006).
- [104] S. Ohkoda, S. Yasui, and A. Hosaka, *Phys. Rev.* **D89**, 074029 (2014).
- [105] M. B. Voloshin, *Phys. Rev.* **D84**, 031502 (2011).
- [106] R. Aaij *et al.* (LHCb), *Phys. Rev. Lett.* **115**, 072001 (2015).
- [107] C. Gobbi, D. O. Riska, and N. N. Scoccola, *Phys. Lett.* **B296**, 166 (1992).
- [108] J. Hofmann and M. F. M. Lutz, *Nucl. Phys.* **A763**, 90 (2005).
- [109] C. Garcia-Recio, J. Nieves, O. Romanets, L. L. Salcedo, and L. Tolos, *Phys. Rev.* **D87**, 074034 (2013).
- [110] J.-J. Wu, R. Molina, E. Oset, and B. S. Zou, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 232001 (2010).
- [111] J.-J. Wu, R. Molina, E. Oset, and B. S. Zou, *Phys. Rev.* **C84**, 015202 (2011).
- [112] C. W. Xiao, J. Nieves, and E. Oset, *Phys. Rev.* **D88**, 056012 (2013).
- [113] B. Aubert *et al.* (BaBar), *Proceedings of the 33rd International Conference on High Energy Physics (ICHEP '06): Moscow, Russia, July 26-August 2, 2006*, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 212001 (2007).
- [114] X. L. Wang *et al.* (Belle), *Phys. Rev. Lett.* **99**, 142002 (2007).
- [115] J. P. Lees *et al.* (BaBar), *Phys. Rev.* **D89**, 111103 (2014).
- [116] M. Ablikim *et al.* (BESIII), *Phys. Rev. Lett.* **111**, 242001 (2013).
- [117] M. Ablikim *et al.* (BESIII), *Phys. Rev. Lett.* **112**, 132001 (2014).
- [118] R. Aaij *et al.* (LHCb), *Phys. Rev. Lett.* **118**, 022003 (2017).
- [119] S. Ozaki and S. Sasaki, *Phys. Rev.* **D87**, 014506 (2013).
- [120] V. M. Abazov *et al.* (D0), *Phys. Rev. Lett.* **117**, 022003 (2016).
- [121] S. H. Lee, S. Yasui, W. Liu, and C. M. Ko, *Eur. Phys. J.* **C54**, 259 (2008).
- [122] S. H. Lee and S. Yasui, *Eur. Phys. J.* **C64**, 283 (2009).
- [123] S. Ohkoda, Y. Yamaguchi, S. Yasui, K. Sudoh, and A. Hosaka, *Phys. Rev.* **D86**, 034019 (2012).
- [124] Y. Ikeda, B. Charron, S. Aoki, T. Doi, T. Hatsuda, T. Inoue, N. Ishii, K. Murano, H. Nemura, and K. Sasaki, *Phys. Lett.* **B729**, 85 (2014).
- [125] A. Francis, R. J. Hudspith, R. Lewis, and K. Maltman, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 142001 (2017).
- [126] T. Hyodo, Y.-R. Liu, M. Oka, K. Sudoh, and S. Yasui, *Phys. Lett.* **B721**, 56 (2013).
- [127] T. Hyodo, Y.-R. Liu, M. Oka, and S. Yasui, arXiv:1708.05169 [hep-ph] .
- [128] O. Seon, Y. Kato, and T. Iijima, *Proceedings, 15th International Conference on Hadron Spectroscopy (Hadron 2013): Nara, Japan, November 4-8, 2013*, PoS **Hadron2013**, 202 (2013).
- [129] S. J. Brodsky, I. A. Schmidt, and G. F. de Teramond, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1011 (1990).
- [130] F. Klingl, S.-s. Kim, S. H. Lee, P. Morath, and W. Weise, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3396 (1999), [Erratum: *Phys. Rev. Lett.*83,4224(1999)].

- [131] T. Kawanai and S. Sasaki, Phys. Rev. **D82**, 091501 (2010).
- [132] K. Yokokawa, S. Sasaki, T. Hatsuda, and A. Hayashigaki, Phys. Rev. **D74**, 034504 (2006).
- [133] L. Liu, H.-W. Lin, and K. Orginos, *Proceedings, 26th International Symposium on Lattice field theory (Lattice 2008): Williamsburg, USA, July 14-19, 2008*, PoS **LATTICE2008**, 112 (2008).
- [134] T. Kawanai and S. Sasaki, *Proceedings, 28th International Symposium on Lattice field theory (Lattice 2010): Villasimius, Italy, June 14-19, 2010*, PoS **LATTICE2010**, 156 (2010).
- [135] H. Bando, Prog. Theor. Phys. **81**, 197 (1985).
- [136] T. Miyamoto (HAL QCD), *Proceedings, 33rd International Symposium on Lattice Field Theory (Lattice 2015): Kobe, Japan, July 14-18, 2015*, PoS **LATTICE2015**, 090 (2016).
- [137] K. Ohtani, K.-j. Araki, and M. Oka, arXiv:1704.04902 [hep-ph] .
- [138] A. Yokota, E. Hiyama, and M. Oka, PTEP **2013**, 113D01 (2013).
- [139] M. Bayar, C. W. Xiao, T. Hyodo, A. Dote, M. Oka, and E. Oset, Phys. Rev. **C86**, 044004 (2012).
- [140] Y. Yamaguchi, S. Yasui, and A. Hosaka, Nucl. Phys. **A927**, 110 (2014).
- [141] S. Maeda, M. Oka, A. Yokota, E. Hiyama, and Y.-R. Liu, PTEP **2016**, 023D02 (2016).
- [142] S. Yasui, K. Sudoh, Y. Yamaguchi, S. Ohkoda, A. Hosaka, and T. Hyodo, Phys. Lett. **B727**, 185 (2013).
- [143] Y. Yamaguchi, S. Ohkoda, A. Hosaka, T. Hyodo, and S. Yasui, Phys. Rev. **D91**, 034034 (2015).
- [144] S. Yasui and K. Sudoh, Phys. Rev. **D80**, 034008 (2009).
- [145] Y. Yamaguchi, S. Ohkoda, S. Yasui, and A. Hosaka, Phys. Rev. **D84**, 014032 (2011).
- [146] Y. Yamaguchi, S. Ohkoda, S. Yasui, and A. Hosaka, Phys. Rev. **D85**, 054003 (2012).
- [147] K. Tsushima, D.-H. Lu, A. W. Thomas, K. Saito, and R. H. Landau, Phys. Rev. **C59**, 2824 (1999).
- [148] A. Hayashigaki, Phys. Lett. **B487**, 96 (2000).
- [149] T. Hilger, R. Thomas, and B. Kampfer, Phys. Rev. **C79**, 025202 (2009).
- [150] K. Azizi, N. Er, and H. Sundu, Eur. Phys. J. **C74**, 3021 (2014).
- [151] Z.-G. Wang, Phys. Rev. **C92**, 065205 (2015).
- [152] K. Suzuki, P. Gubler, and M. Oka, Phys. Rev. **C93**, 045209 (2016).
- [153] M. F. M. Lutz and C. L. Korpa, Phys. Lett. **B633**, 43 (2006).
- [154] L. Tolos, A. Ramos, and T. Mizutani, Phys. Rev. **C77**, 015207 (2008).
- [155] C. E. Jimenez-Tejero, A. Ramos, L. Tolos, and I. Vidana, Phys. Rev. **C84**, 015208 (2011).
- [156] C. Garcia-Recio, J. Nieves, L. L. Salcedo, and L. Tolos, Phys. Rev. **C85**, 025203 (2012).
- [157] A. Mishra, E. L. Bratkovskaya, J. Schaffner-Bielich, S. Schramm, and H. Stoecker, Phys. Rev. **C69**, 015202 (2004).
- [158] A. Kumar and A. Mishra, Phys. Rev. **C81**, 065204 (2010).

- [159] S. Yasui and K. Sudoh, Phys. Rev. **C87**, 015202 (2013).
- [160] M. Harada, Y.-L. Ma, D. Suenaga, and Y. Takeda, (2016).
- [161] D. Suenaga, S. Yasui, and M. Harada, Phys. Rev. **C96**, 015204 (2017).
- [162] S. Yasui and K. Sudoh, Phys. Rev. **C89**, 015201 (2014).
- [163] S. Yasui, Phys. Rev. **C93**, 065204 (2016).
- [164] J. Kondo, Prog. Theor. Phys. **32**, 37 (1964).
- [165] K. Hattori, K. Itakura, S. Ozaki, and S. Yasui, Phys. Rev. **D92**, 065003 (2015).
- [166] S. Yasui, K. Suzuki, and K. Itakura, arXiv:1604.07208 [hep-ph] .
- [167] S. Yasui, K. Suzuki, and K. Itakura, Phys. Rev. **D96**, 014016 (2017).
- [168] K. Suzuki, S. Yasui, and K. Itakura, arXiv:1708.06930 [hep-ph] .
- [169] S. Ozaki, K. Itakura, and Y. Kuramoto, Phys. Rev. **D94**, 074013 (2016).
- [170] T. Kanazawa and S. Uchino, Phys. Rev. **D94**, 114005 (2016).
- [171] T. Kimura and S. Ozaki, J. Phys. Soc. Jap. **86**, 084703 (2017).