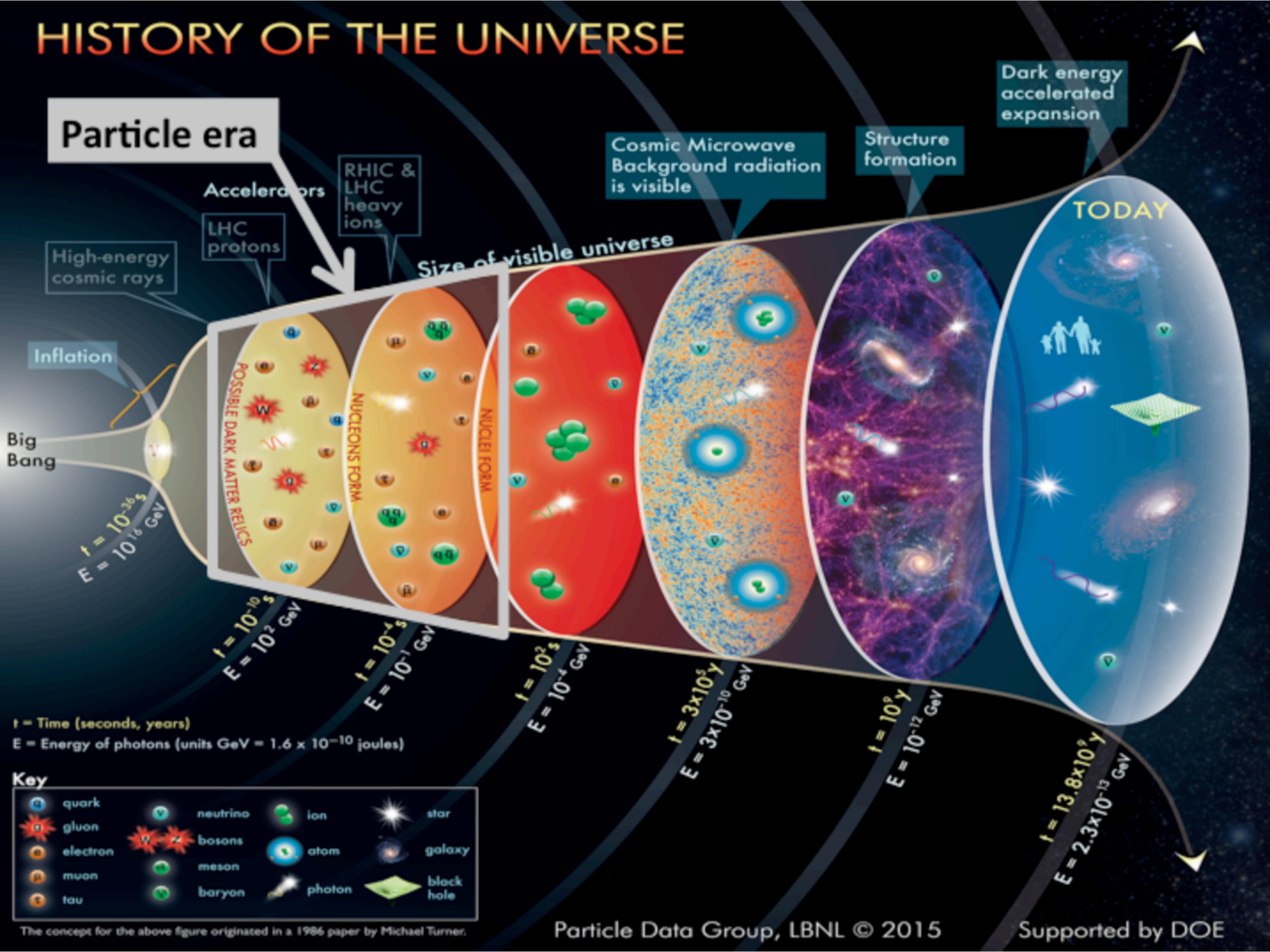
トポロジカル輸送現象：素粒子・原子核から物性・宇宙物理まで

山本 直希（慶應義塾大学）

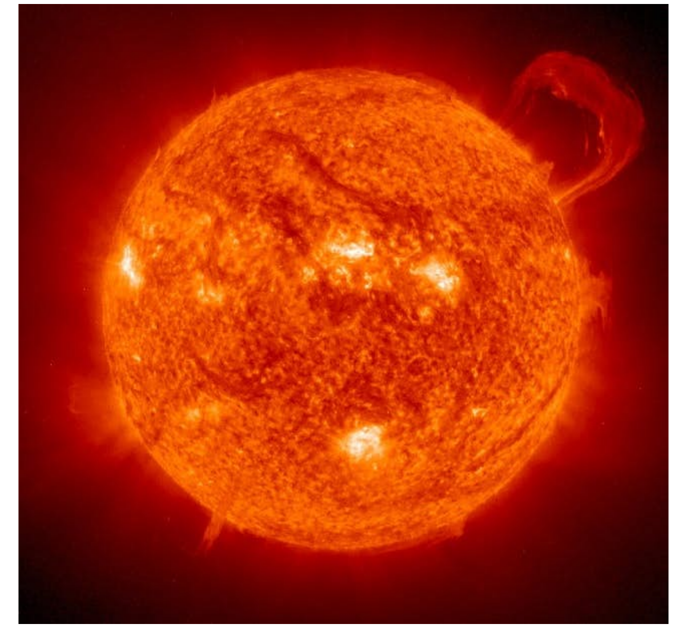
2019年8月9日 @ 原子核三者若手夏の学校

なぜ輸送現象は重要か？


HISTORY OF THE UNIVERSE
Particle era
Acceler ors
RHIC & LHC heavy ions
LHC protons
High-energy cosmic rays
Inflation
Big Bang
Cosmic Microwave Background radiation is visible
Structure formation
Dark energy accelerated expansion
Size of visible universe
TODAY
POSSIBLE DARK MATTER RELICS
NUCLEONS FORM
NUCLEI FORM
$t = 10^{-36}$ s
$E = 10^{16}$ GeV
$t = 10^{-10}$ s
$E = 10^{2}$ GeV
$t = 10^{-4}$ s
$E = 10^{-1}$ GeV
$t = 10^{2}$ s
$E = 10^{-4}$ GeV
$t = 3x10^{5}$ y
$E = 3x10^{-10}$ GeV
$t = 10^{9}$ y
$E = 10^{-12}$ GeV
$t = 13.8x10^{9}$ y
$E = 2.3x10^{-13}$ GeV
t = Time (seconds, years)
E = Energy of photons (units GeV = 1.6×10^{-10} joules)
Key
quark
gluon
electron
muon
tau
neutrino
bosons
meson
baryon
ion
atom
photon
star
galaxy
black hole
The concept for the above figure originated in a 1986 paper by Michael Turner.
Particle Data Group, LBNL © 2015
Supported by DOE

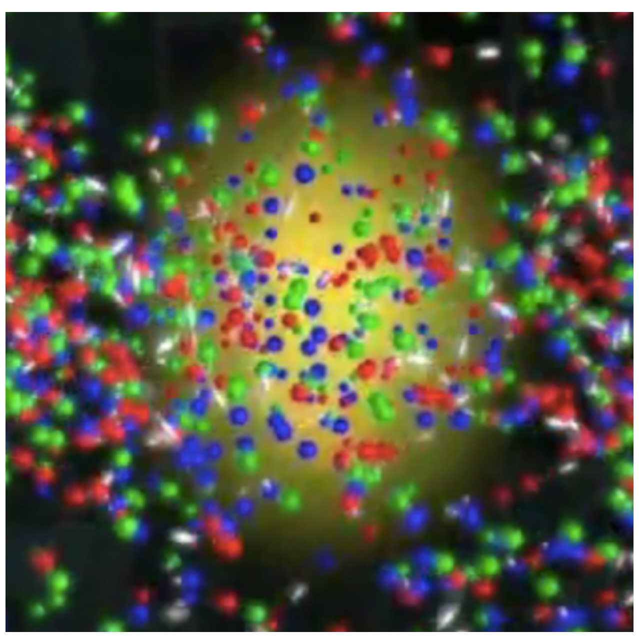
大気の運動（天気予報）

流体力学



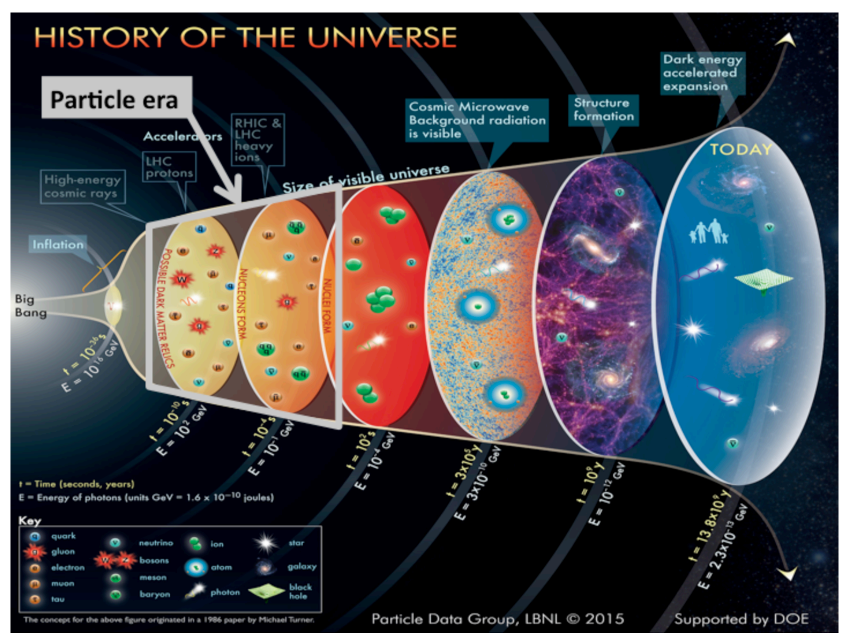
太陽の活動

磁気流体力学



Quark-Gluon Plasma

相対論的流体力学



初期宇宙の進化

カイラル磁気流体力学

超新星爆発

カイラル運動論

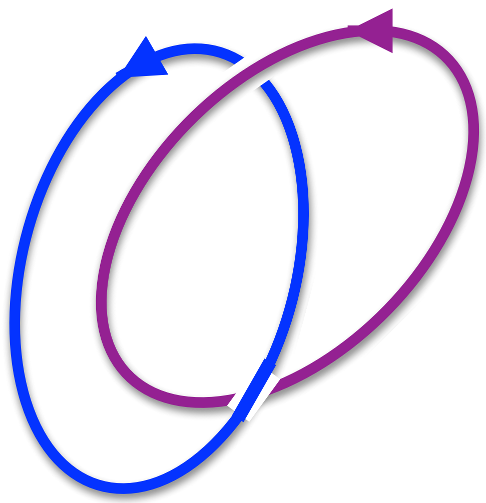
いくつかの例

- 宇宙の進化（物質・反物質の非対称性、熱平衡化...）
- 天体の進化（超新星爆発の機構...）
- 物質科学の応用（超伝導、スピントロニクス...）

量子多体系の非平衡時間発展

物理学とトポロジー

- 素粒子・原子核物理 : 量子異常、ソリトン、…
- 物性物理 : 量子ホール効果、トポロジカル物質、…
- 流体力学 : 磁場や流速の絡み目
- 高分子 : 高分子の絡み合い
- …



問いたい問題

高エネルギー物理学の非平衡・量子多体問題における
トポロジーの役割？

- 初期宇宙
- 中性子星・超新星爆発
- 相対論的重イオン衝突実験

対称性（とその破れ）とは異なるパラダイム

内容：基礎編

- カイラル量子異常
- カイラル輸送現象
- カイラリティとトポロジー
- カイラル運動論とカイラル流体力学
- カイラル波とカイラル不安定性

内容：応用編

- 物性物理 : Weyl半金属
- 宇宙物理 : ニュートリノと超新星爆発
- 宇宙論 : 重力レンズ効果の量子補正
- 原子核物理 : Quark-Gluon Plasma (QGP)

自然単位系： $\hbar = c = k_{\mathrm{B}} = e = 1$

目標

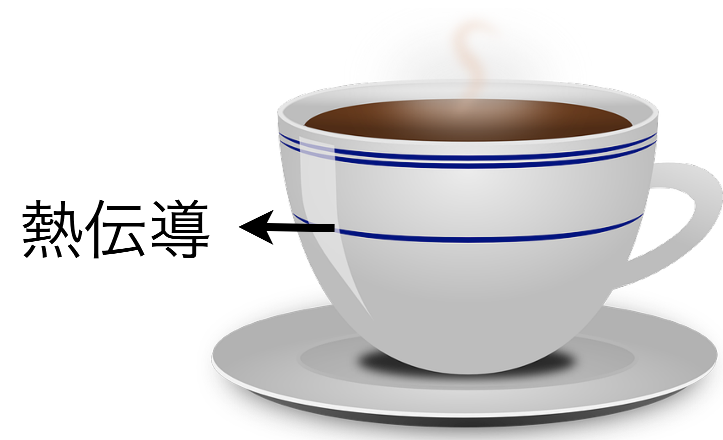
- カイラル量子異常を理解する
- カイラル輸送現象を導出できるようになる
- 様々な分野に応用できることを理解する
- Weyl半金属の論文が書けるようになる

前提：力学、電磁気学、量子力学、熱統計力学、特殊相対論

輸送現象

輸送現象

- 古典的で身近な例:
  - Ohmの法則: $\boldsymbol{j}_e = \sigma \boldsymbol{E}$
  - Fourierの法則: $\boldsymbol{j}_Q = \kappa(-\boldsymbol{\nabla} T)$



色々な輸送現象

- 19世紀に既に分かったもの

電流　1826 Ohm　1879 Hall　1821 Seebeck　1886 Nernst

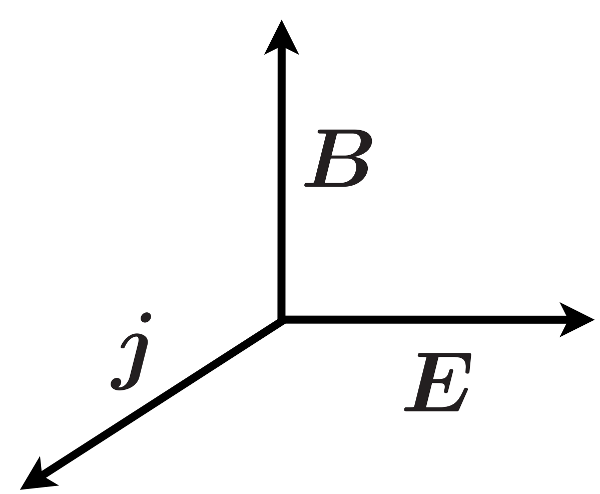
$$\boldsymbol{j}_e = \sigma \boldsymbol{E} + R\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} + \alpha(-\boldsymbol{\nabla} T) + N(-\boldsymbol{\nabla} T) \times \boldsymbol{B}$$

$$\boldsymbol{j}_Q = \beta \boldsymbol{E} + N\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} + \kappa(-\boldsymbol{\nabla} T) + L(-\boldsymbol{\nabla} T) \times \boldsymbol{B}$$

熱流　Peltier 1834　Ettingshausen 1886　Fourier 1807　Leduc-Righi 1887

- $\boldsymbol{E} \to -\boldsymbol{\nabla}\mu$ もOK.

- これで全て？



$$\boldsymbol{j}_e \sim \boldsymbol{B} \,?$$

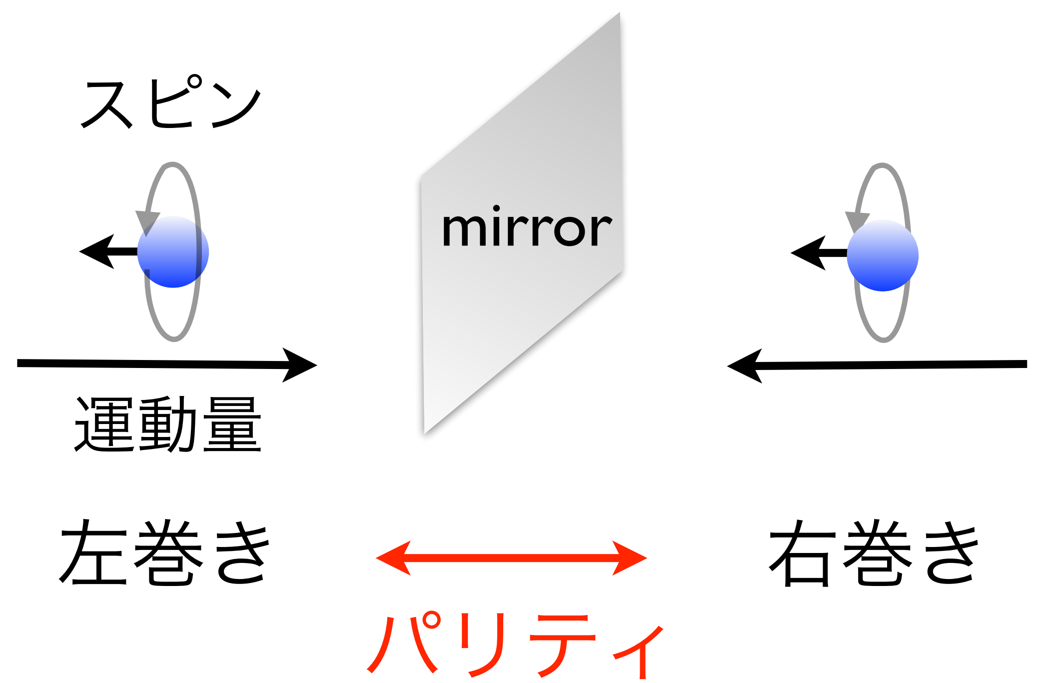
パリティ

$$\boldsymbol{j}_e = \kappa \boldsymbol{B}$$

- パリティ変換のもとで $-\boldsymbol{j}_e = \kappa \boldsymbol{B}$　（$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A}$）
- パリティに矛盾しない唯一の可能性： $\kappa = 0$
- 「普通の」金属では起きない

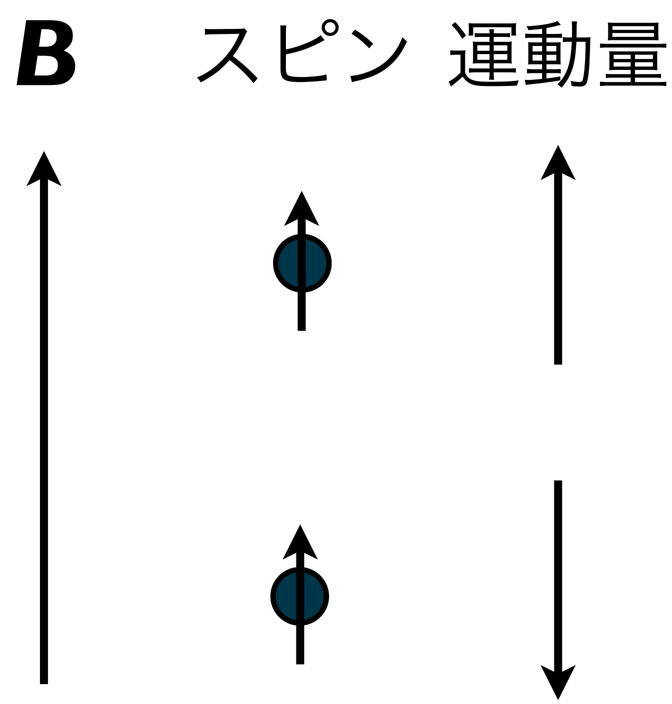
（注） $\boldsymbol{j}_e = \sigma \boldsymbol{E}$ ($\sigma \neq 0$) はパリティと矛盾しない

カイラリティ



$\boldsymbol{j}_e \sim (\mu_{\mathrm{R}} - \mu_{\mathrm{L}})\boldsymbol{B}$ はパリティと矛盾しない

Chiral magnetic effect



右巻き $$\boldsymbol{j}_{\mathrm{R}} = \frac{\mu_{\mathrm{R}}}{4\pi^2}\boldsymbol{B}$$

左巻き $$\boldsymbol{j}_{\mathrm{L}} = -\frac{\mu_{\mathrm{L}}}{4\pi^2}\boldsymbol{B}$$

極性ベクトル　　軸性ベクトル

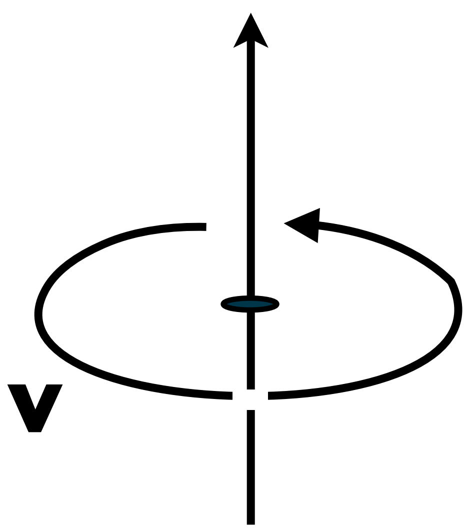
$$\boldsymbol{j}_{\mathrm{e}} = \frac{\mu_{\mathrm{R}} - \mu_{\mathrm{L}}}{4\pi^2}\boldsymbol{B}\,, \quad \boldsymbol{j}_5 = \frac{\mu_{\mathrm{R}} + \mu_{\mathrm{L}}}{4\pi^2}\boldsymbol{B}$$

厳密な輸送係数：カイラル量子異常と密接に関係

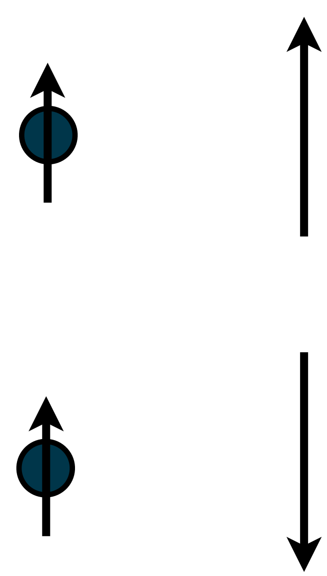
Vilenkin (1980); Nielsen, Ninomiya (1983); Fukushima, Kharzeev, Warringa (2008), …

Chiral vortical effect

渦度 $\boldsymbol{\omega} \equiv \frac{1}{2}\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{v}$



スピン 運動量



右巻き $\boldsymbol{j}_{\mathrm{R}} = \left(\frac{\mu_{\mathrm{R}}^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12} \right) \boldsymbol{\omega}$

左巻き $\boldsymbol{j}_{\mathrm{L}} = -\left(\frac{\mu_{\mathrm{L}}^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12} \right) \boldsymbol{\omega}$

Vilenkin (1979); Erdmenger et al. (2009); Banerjee et al. (2011);
Son, Surowka (2009); Landsteiner et al. (2011)

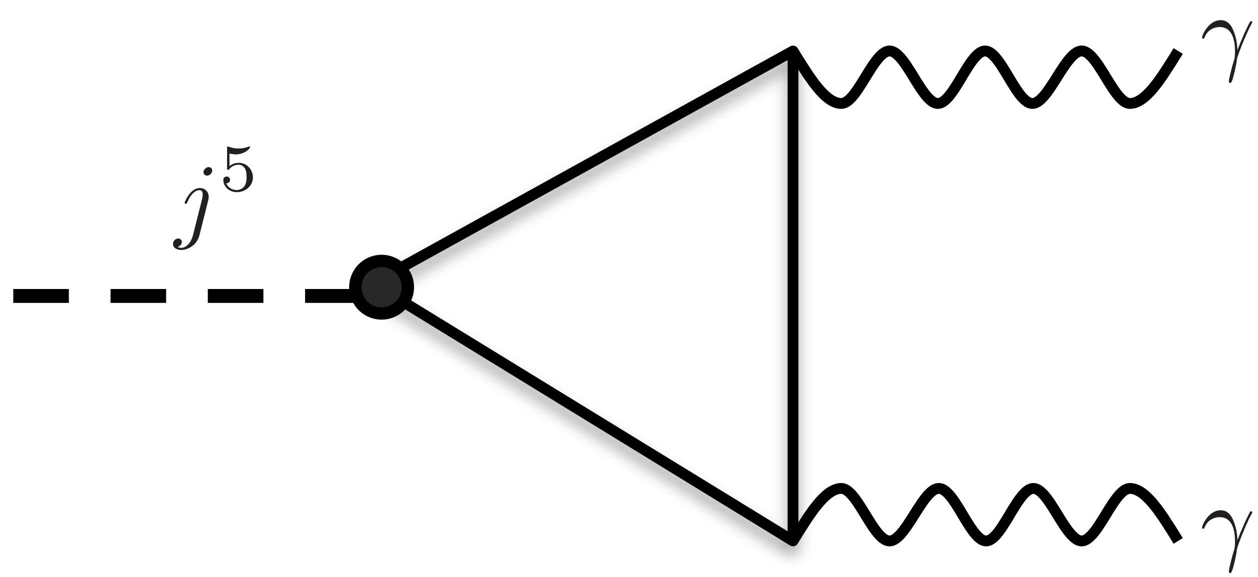
※ 歴史的には、超弦理論に端を発する「ゲージ重力対応」が重要な役割を果たした

カイラル量子異常

量子異常（アノマリー）

- 古典的な対称性が量子効果によって破れる現象
- トポロジーと深い関係（スケールに依らない）
- 低エネルギーの物理に重要な帰結
  - 中性 π（湯川中間子）の寿命　Adler, Bell, Jackiw (1969)
  - 輸送現象：量子ホール効果、Chiral Magnetic Effect, etc.

カイラル量子異常

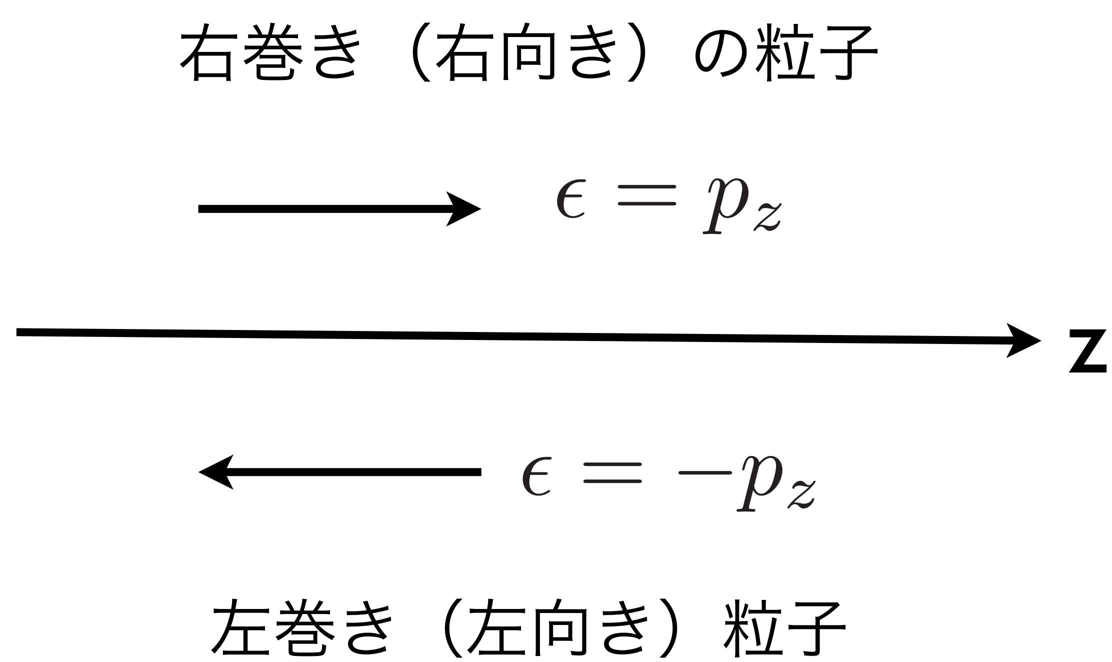


$$\partial_\mu j^{\mu 5} = \frac{1}{2\pi^2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$$

$$j^{\mu 5} \equiv j^\mu_{\mathrm{R}} - j^\mu_{\mathrm{L}}$$

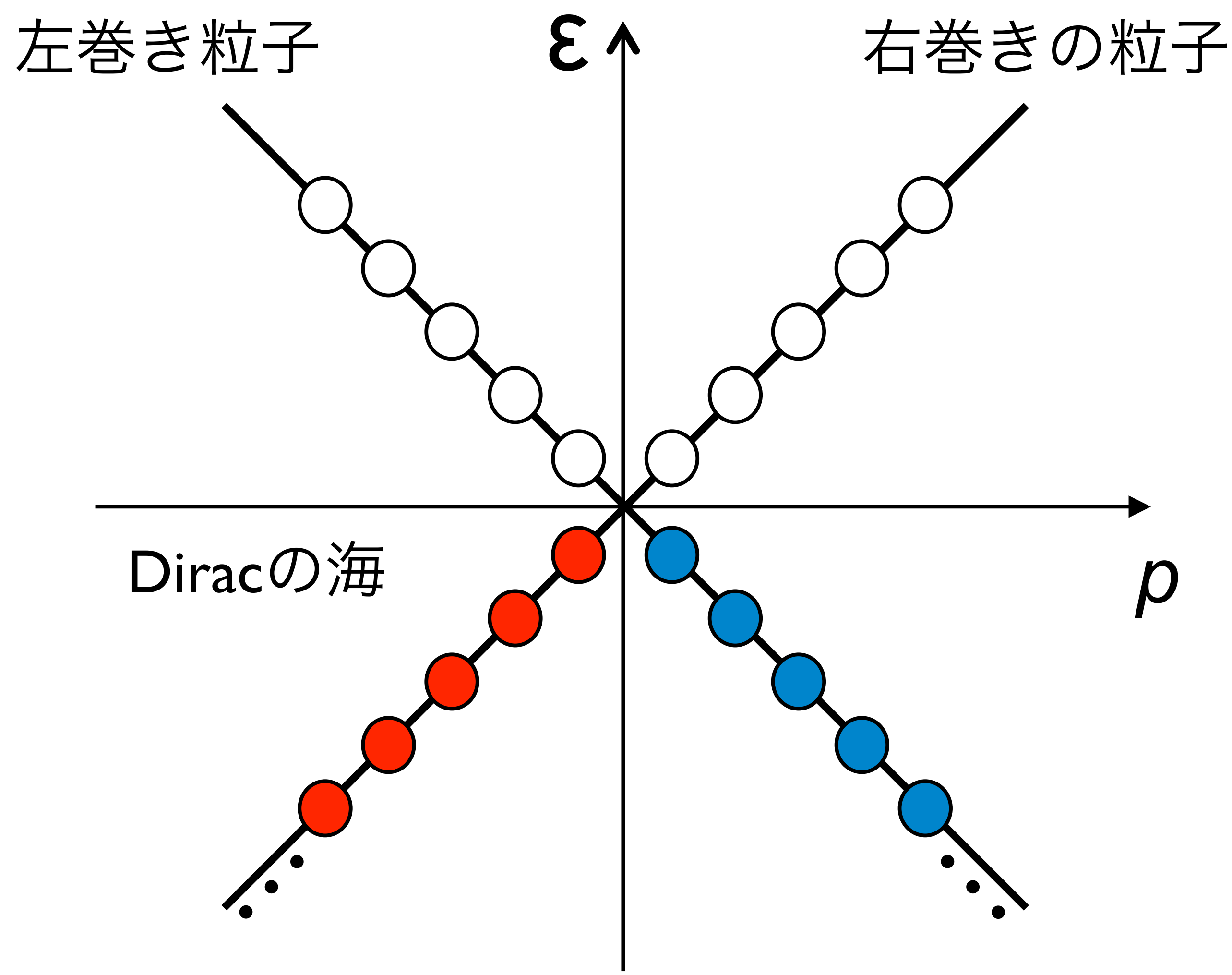
e.g., Peskin & Schroeder “An Introduction to Quantum Field Theory”
Chapter 19

1+1次元の相対論的な系



- 古典的には、右巻き・左巻き粒子数はそれぞれ保存
- 量子的には、必ずしもそうではない：カイラル量子異常

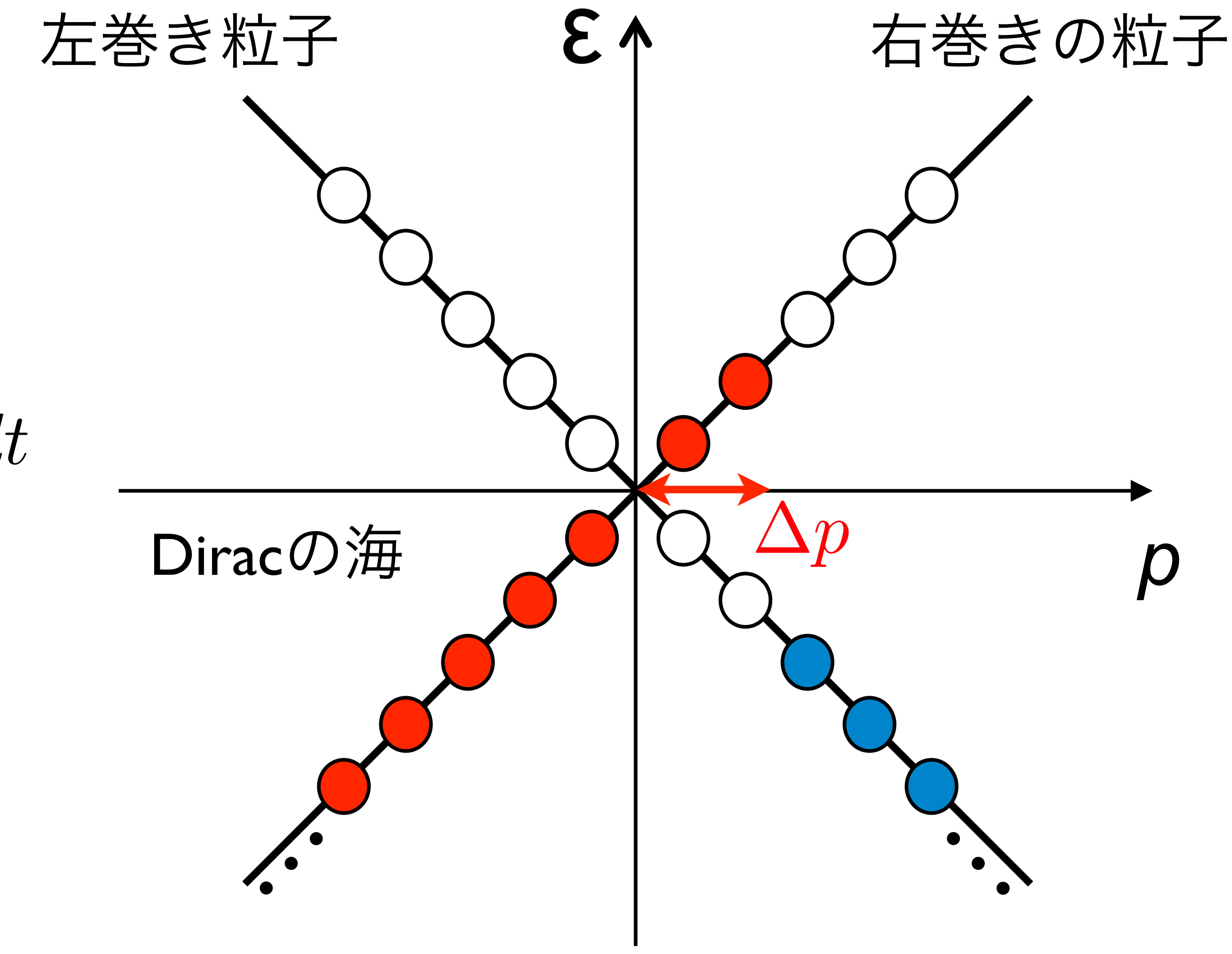
1+1次元のカイラル量子異常



1+1次元のカイラル量子異常

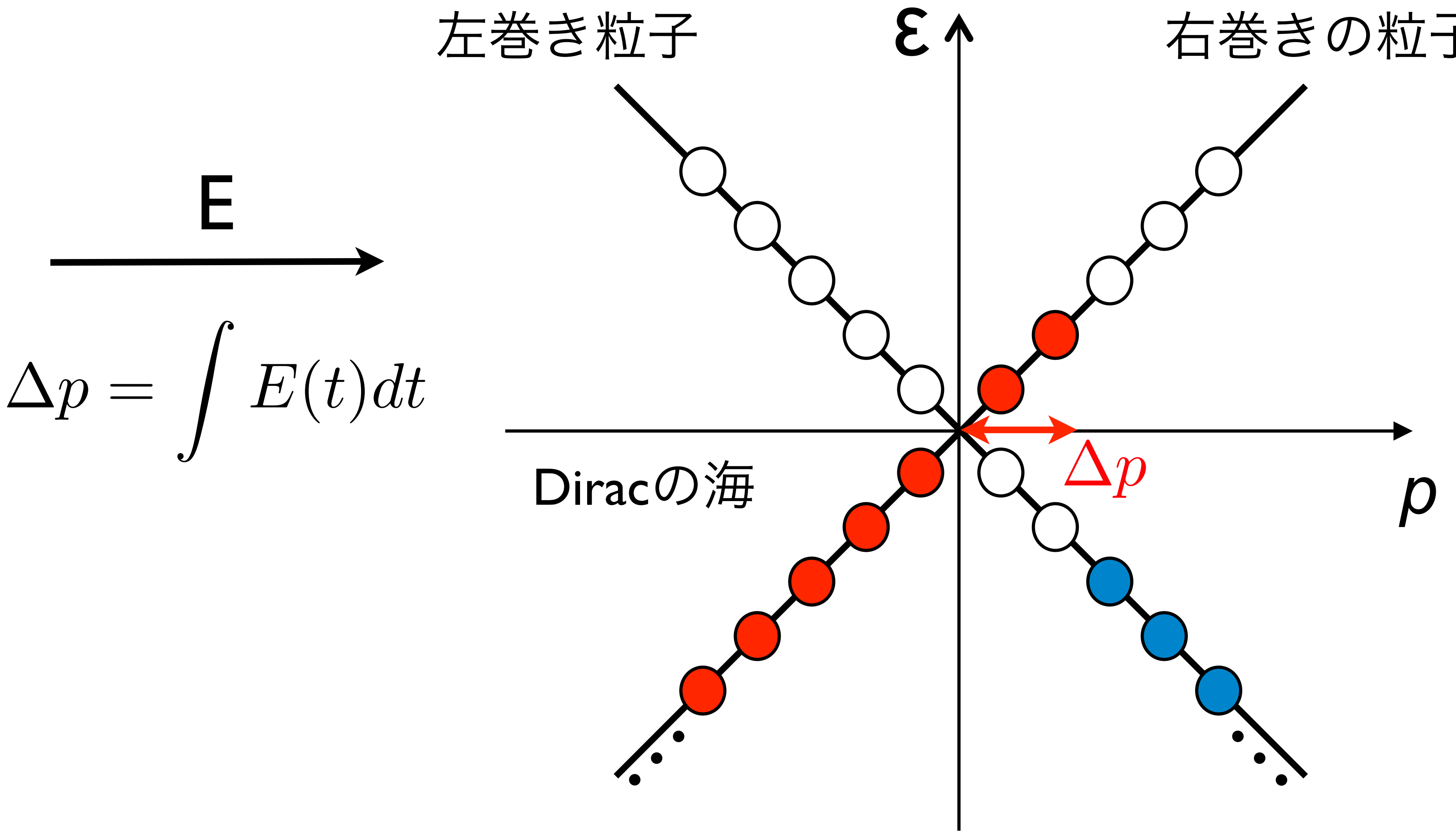
E

$$\Delta p = \int E(t)dt$$



$$\Delta Q \equiv \Delta Q_{\mathrm{R}} + \Delta Q_{\mathrm{L}} = 0$$

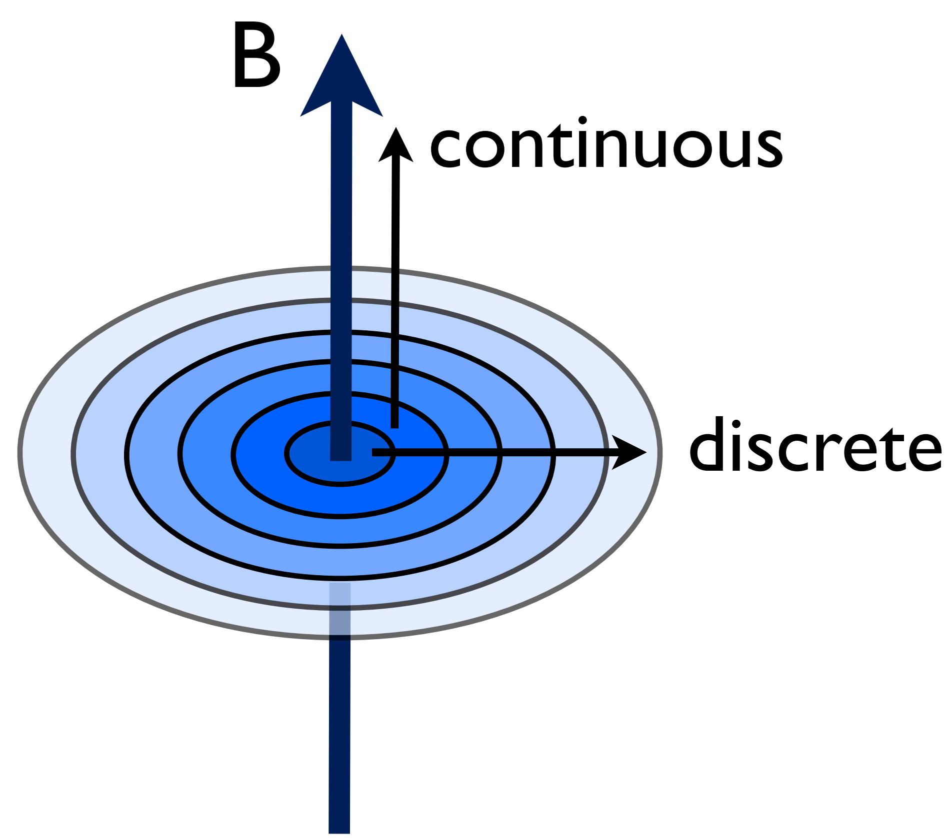
1+1次元のカイラル量子異常



$$\Delta Q_5 \equiv Q_{\mathrm{R}} - Q_{\mathrm{L}} = \frac{1}{\pi}\int E(t)\mathrm{d}t\mathrm{d}z$$

相対論的量子効果

3+1次元のカイラル量子異常



- 磁場によってLandau準位ができる

Zeeman効果

$$E_n^2 = p_z^2 + (2n+1)B \pm B$$

- 最低Landau準位 : 1+1次元のカイラル粒子

演習問題 1

一様な外部磁場*B*中の massless Dirac方程式から、
以下の分散関係を導出せよ。

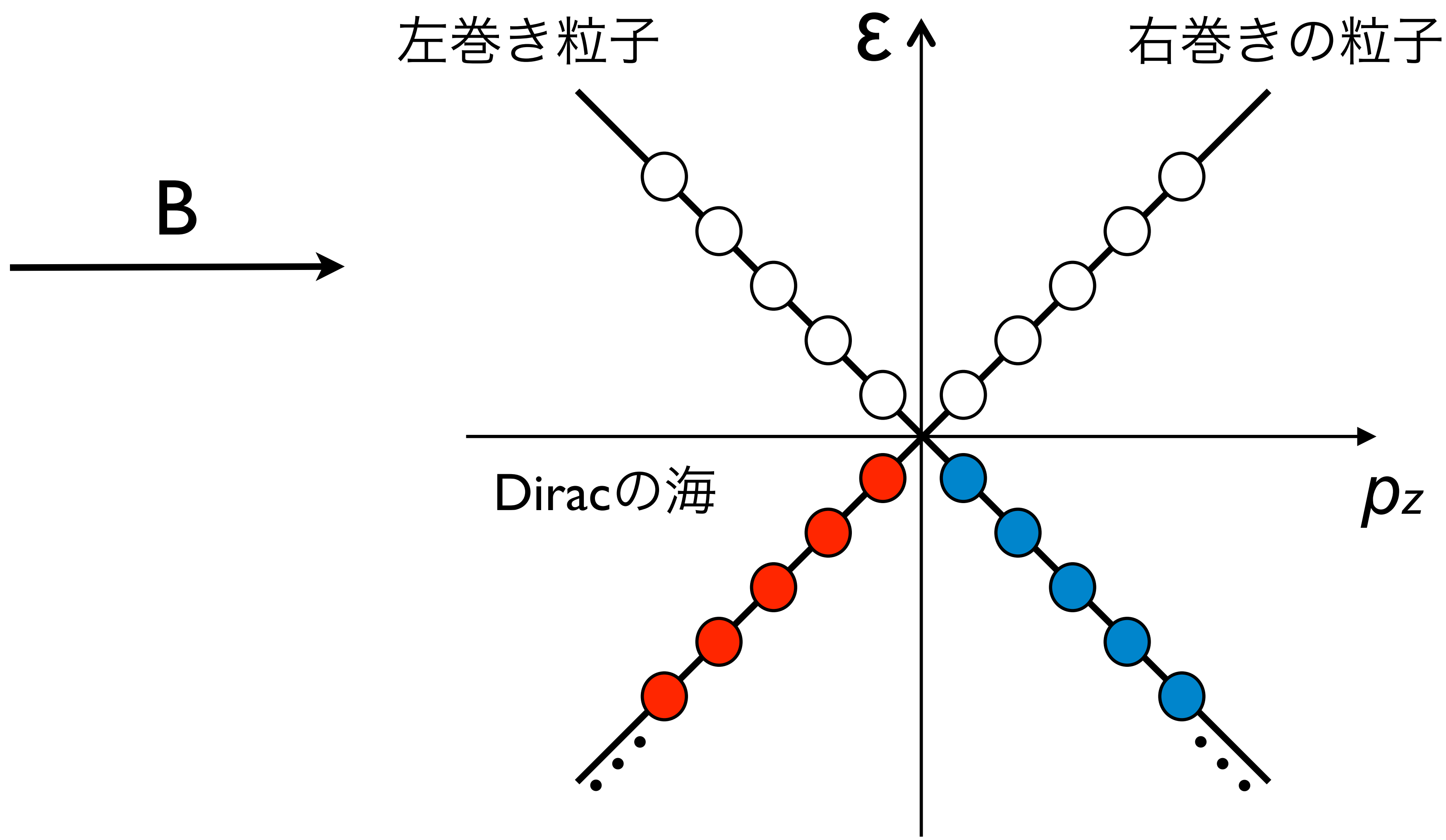
$$E_n^2 = p_z^2 + (2n+1)B - B\sigma_z \quad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$

（参考）磁場中の非相対論的粒子の分散関係

$$E_n = \hbar\omega_{\mathrm{c}}\left(n + \frac{1}{2}\right) - \mu B\sigma_z\,, \quad \omega_{\mathrm{c}} \equiv \frac{B}{m}$$

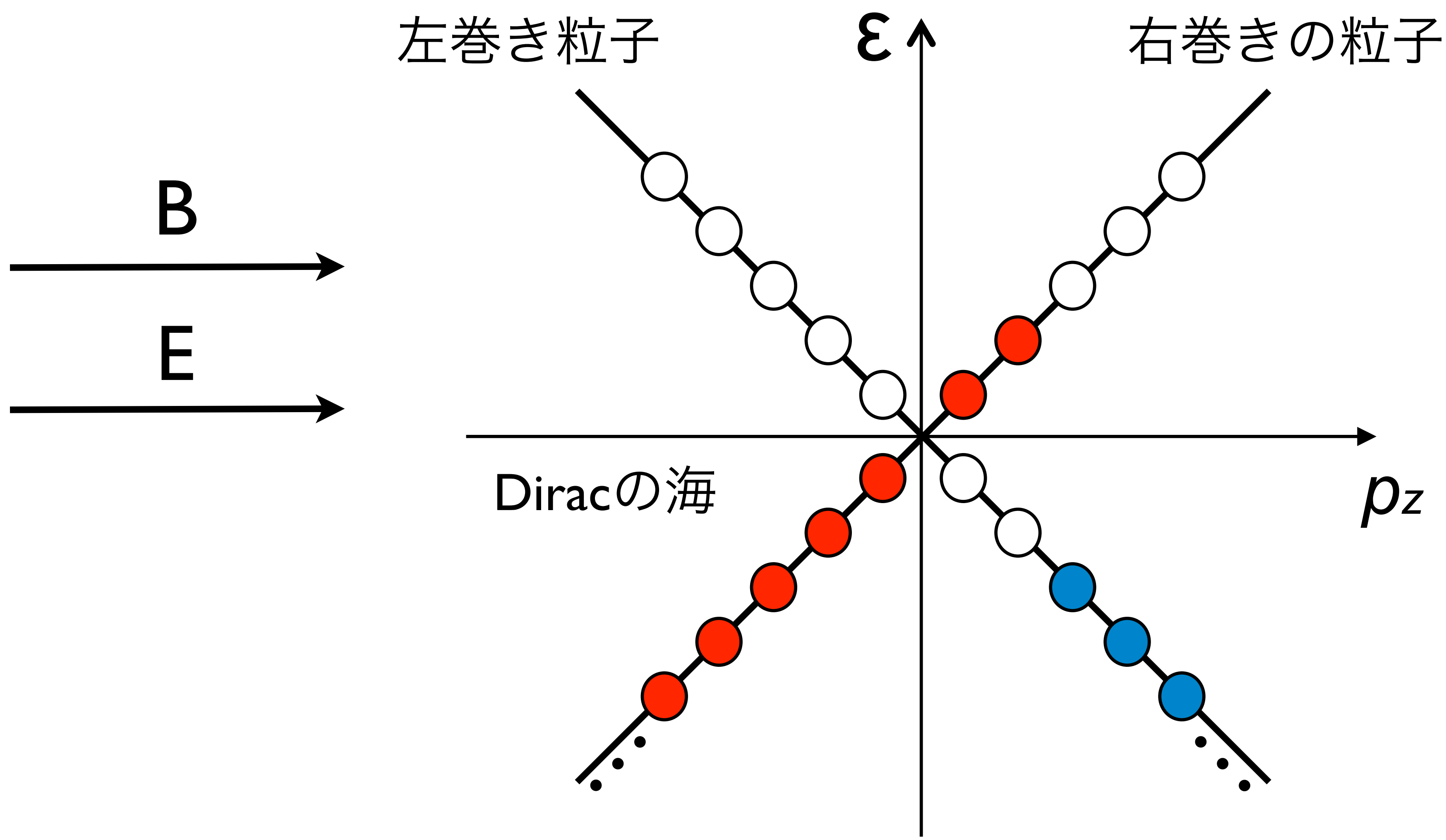
磁気モーメント

3+1次元のカイラル量子異常



最低Landau準位のカイラル粒子

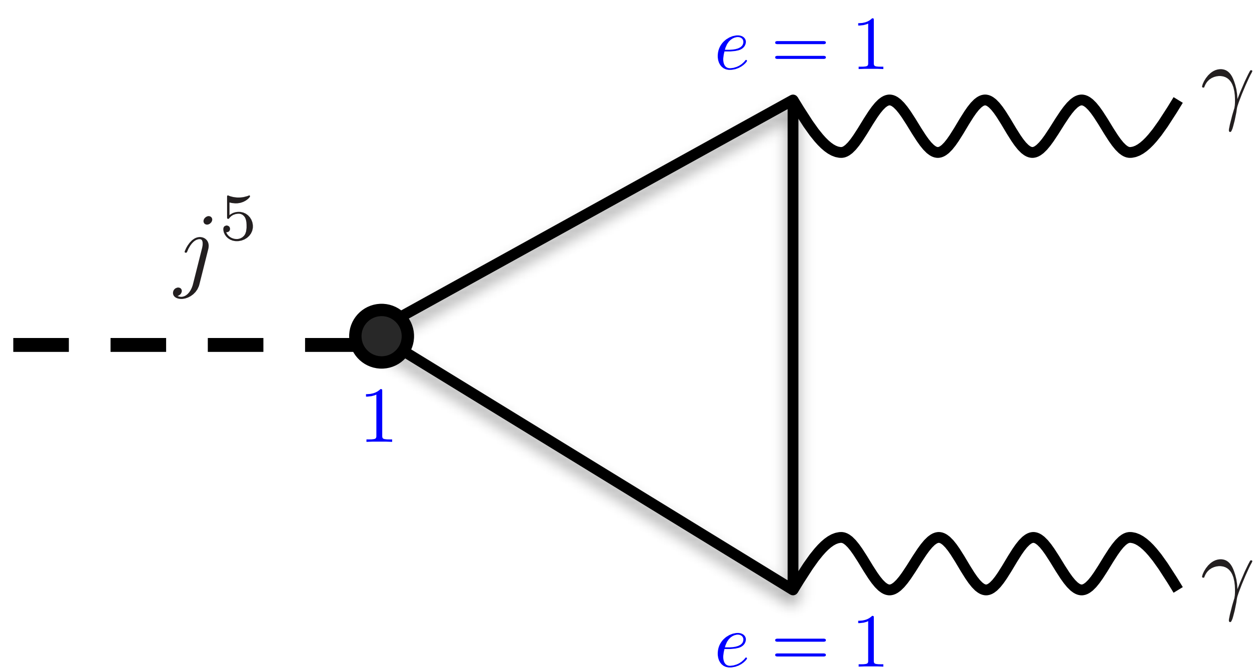
3+1次元のカイラル量子異常



Landau縮重度

$$\Delta Q_5 = \int \frac{E}{\pi} \mathrm{d}t\mathrm{d}z \int \frac{B}{2\pi} \mathrm{d}x\mathrm{d}y = \frac{1}{2\pi^2} \int \mathrm{d}^4x \; EB$$

カイラル量子異常



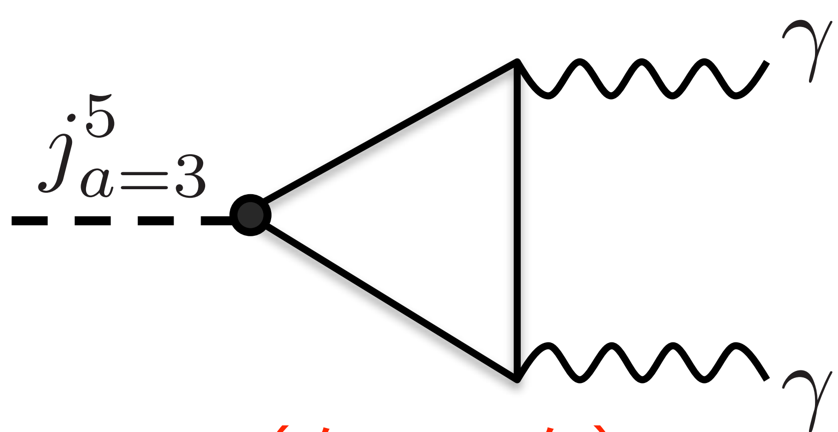
$$\partial_\mu j^{\mu 5} = \frac{1}{2\pi^2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$$

$$j^{\mu 5} \equiv j^\mu_{\mathrm{R}} - j^\mu_{\mathrm{L}}$$

e.g., Peskin & Schroeder “An Introduction to Quantum Field Theory”
Chapter 19

QCDと量子異常

- 量子異常はエネルギースケールに依らない (anomaly matching)



UV（クォーク）

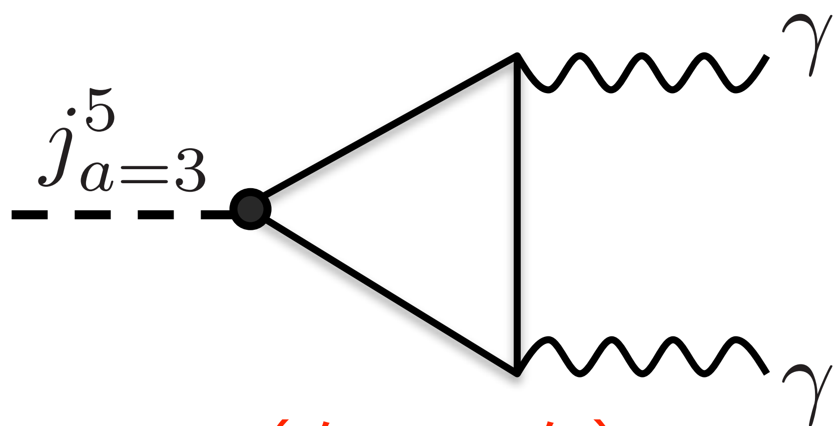
軸性ベクトル

$$j_3^{\mu 5} = \bar{u}\gamma^\mu\gamma^5 u - \bar{d}\gamma^\mu\gamma^5 d$$

フレーバー成分

QCDと量子異常

- 量子異常はエネルギースケールに依らない (anomaly matching)



UV（クォーク）

軸性ベクトル

$$j_3^{\mu 5} = \bar{u}\gamma^\mu\gamma^5 u - \bar{d}\gamma^\mu\gamma^5 d$$

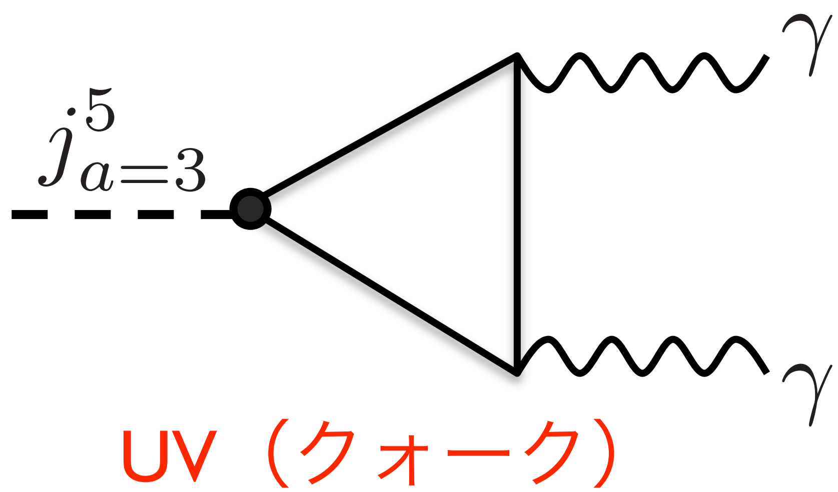
フレーバー成分

$$\partial_\mu j_3^{\mu 5} = N_c \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]\frac{1}{2\pi^2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$$

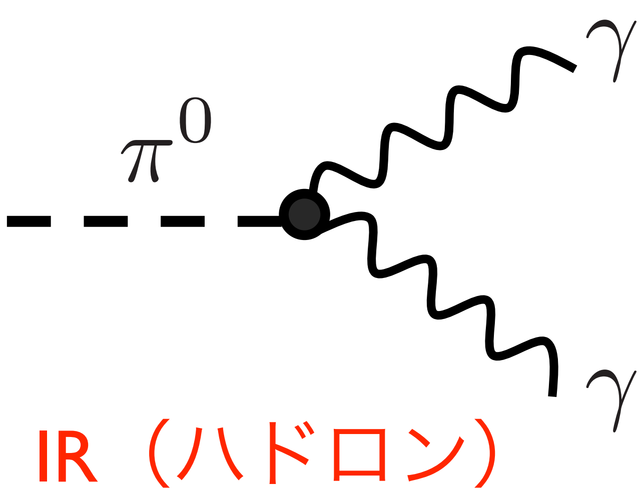
$$= \frac{N_c}{6\pi^2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$$

QCDと量子異常

- 量子異常はエネルギースケールに依らない (anomaly matching)



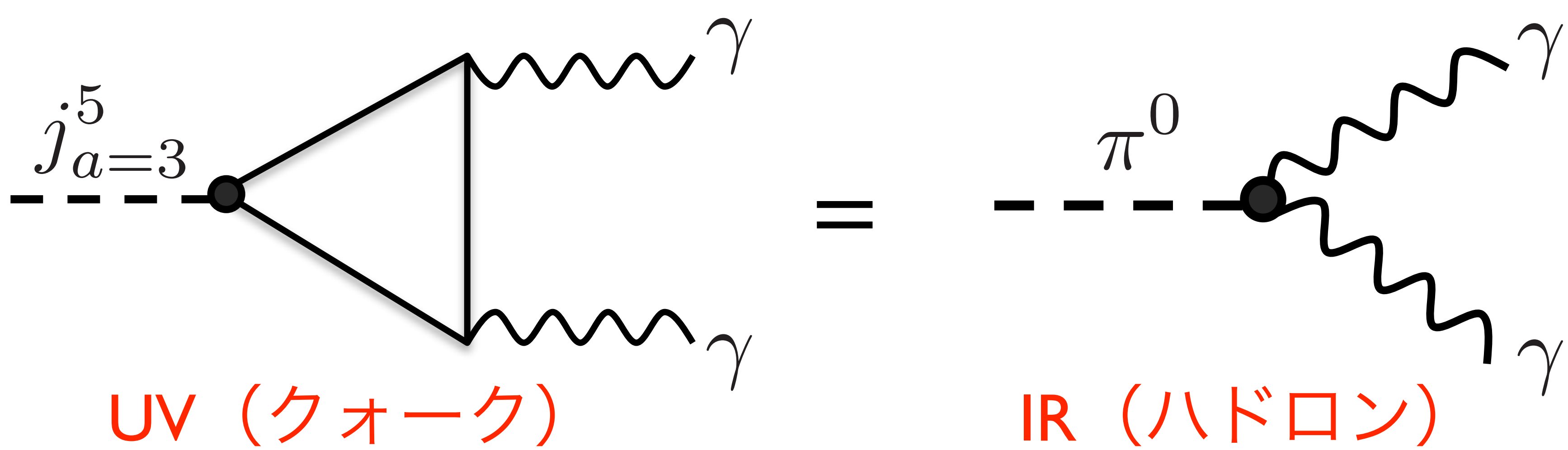
=



$$\mathcal{L}_{\pi_0\gamma\gamma} = C\pi^0 \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}, \quad C = \frac{N_c}{12\pi^2}$$

QCDと量子異常

- 量子異常はエネルギースケールに依らない (anomaly matching)



$$\mathcal{L}_{\pi_0\gamma\gamma} = C\pi^0 \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}, \quad C = \frac{N_c}{12\pi^2}$$

- π⁰ の寿命（QCDがNc=3である証拠の１つ）

$$\Gamma_{\rm th} = \frac{N_c^2 m_\pi^3}{9216\pi^5 f_\pi^2} \simeq 7.6 \text{ eV}, \quad \Gamma_{\rm exp} = 7.48 \pm 0.32 \text{ eV}$$

量子異常とヘリシティ

- 古典的には $\partial_t n_5 + \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j}_5 = 0$

量子異常とヘリシティ

- 量子的には $\partial_t n_5 + \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j}_5 = \frac{1}{2\pi^2} \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B}$

量子異常とヘリシティ

- 量子的には $\partial_t n_5 + \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j}_5 = \frac{1}{2\pi^2}\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} = \frac{1}{8\pi^2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\mu (A_\nu F_{\alpha\beta})$

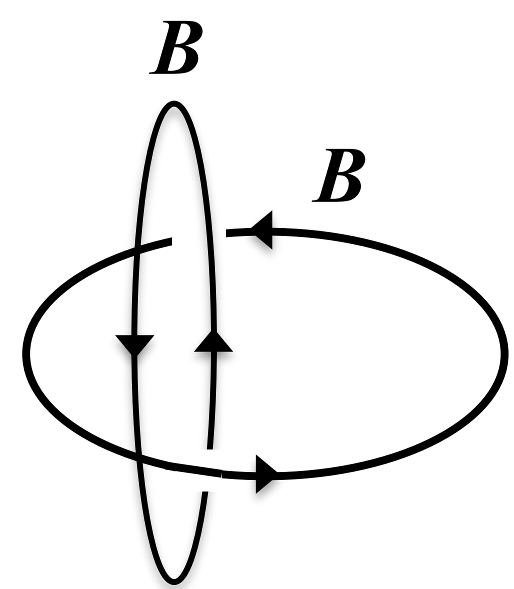
量子異常とヘリシティ

- 量子的には $\partial_t n_5 + \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j}_5 = \dfrac{1}{2\pi^2} \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} = \dfrac{1}{8\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu (A_\nu F_{\alpha\beta})$

$$\longrightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}\ n_5 + \frac{1}{4\pi^2} \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{x}\ \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \right) = 0$$

カイラル電荷　　磁気ヘリシティ

ヘリシティ保存則



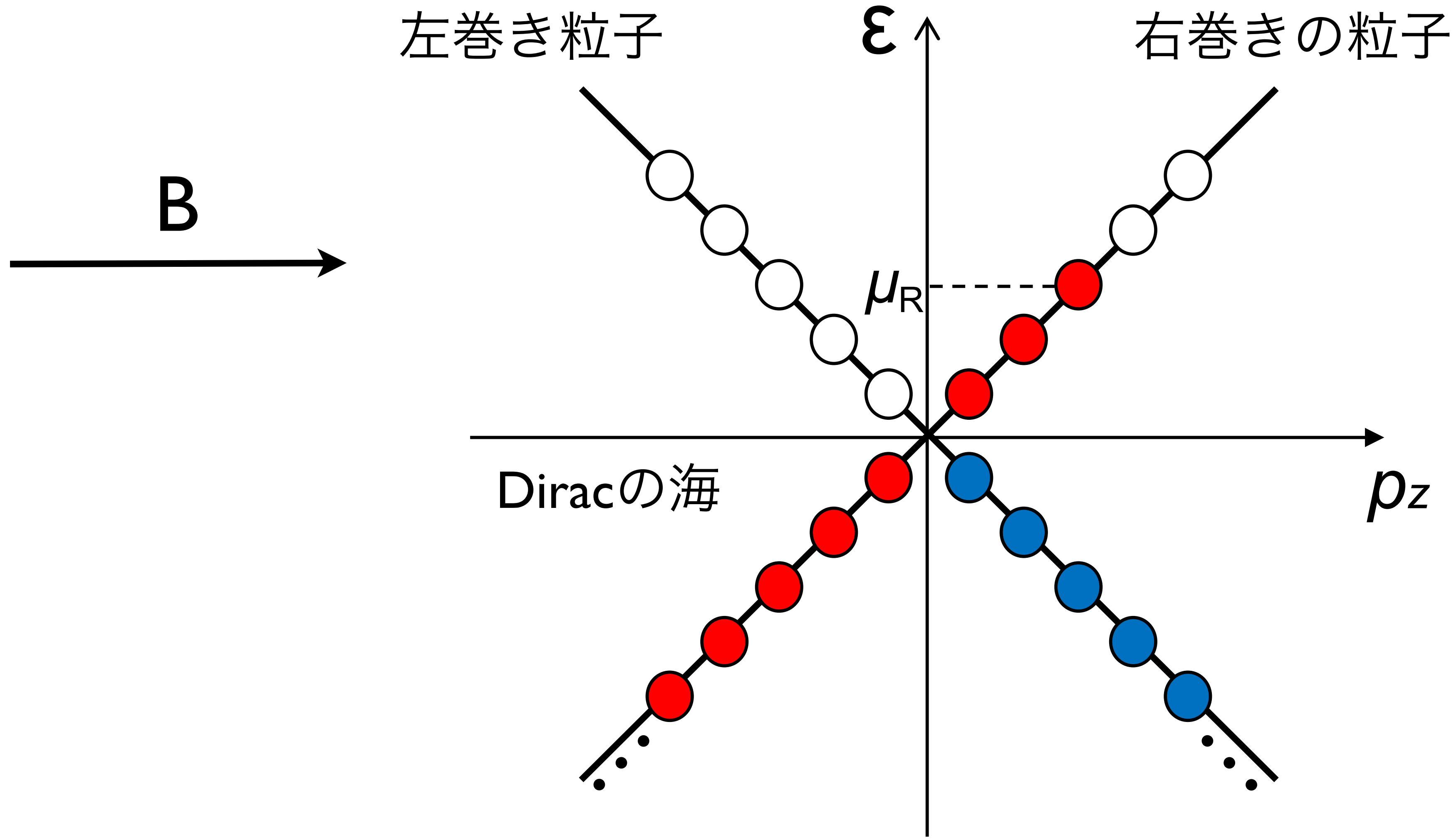
- 流体ヘリシティを含む場合にも拡張可能

Yamamoto (2016); see also Avdoshkin et al. (2016)

カイラル輸送現象

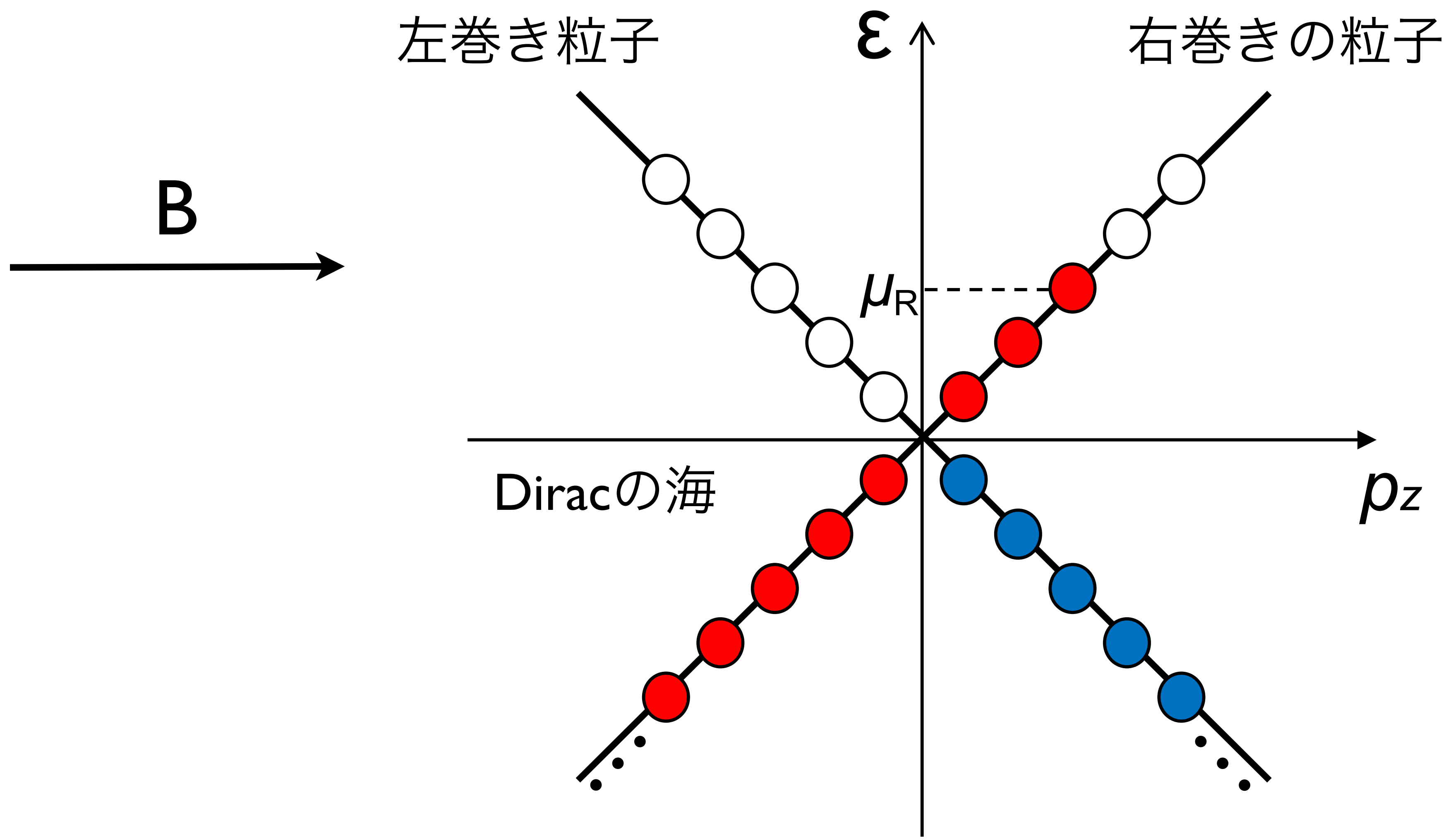
例として、右巻きフェルミオンを考える

Chiral Magnetic Effect (T=0)



最低Landau準位のカイラル粒子

Chiral Magnetic Effect (T=0)



Landau縮重度

$$j^z_R = \frac{B}{2\pi}\int_0^{\mu_R}\frac{dp_z}{2\pi} = \frac{\mu_R}{4\pi^2}B$$

Chiral Magnetic Effect (T≠0)

粒子の寄与　　反粒子の寄与

$$j_{\mathrm{R}}^z = \frac{B}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}p_z}{2\pi}\left[n_p(\mu_{\mathrm{R}}) - n_p(-\mu_{\mathrm{R}})\right] = \frac{\mu_{\mathrm{R}}}{4\pi^2}B$$

Fermi 分布： $n_p(\mu_{\mathrm{R}}) = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{(p-\mu_{\mathrm{R}})/T}+1}$

- 少なくとも１粒子描像で、CMEは温度 T に依存しない
- 輸送係数はカイラル量子異常と関係（トポロジカルに量子化）

とても有用な公式

$$\boxed{\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}p}{2\pi}\left(\frac{p}{2\pi}\right)^n\left[n_p(\mu)-(-1)^n n_p(-\mu)\right]=\frac{(\mathrm{i}T)^{n+1}}{n+1}B_{n+1}\left(\frac{1}{2}+\frac{\mu}{2\pi\mathrm{i}T}\right)}$$

Loganayagam, Surowka (2012)

$B_n(x)$ は $\displaystyle \frac{t\mathrm{e}^{xt}}{\mathrm{e}^t-1}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!}B_n(x)$ で定義される Bernoulli多項式

$$B_0(x)=1,\quad B_1(x)=x-\frac{1}{2},\quad B_2(x)=x^2-x+\frac{1}{6}$$

磁場・回転対応

- 磁場中の Lorentz 力： $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$
- 非相対論粒子の回転系の Coriolis 力： $\boldsymbol{F} = 2m\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}$
- 相対論的粒子では $m \to E = p$
- 相対論での磁場と回転の対応（反粒子は逆符号）：

$$\boldsymbol{B} \leftrightarrow 2p\boldsymbol{\omega}$$

Chiral Vortical Effect (T≠0)

粒子の寄与　　反粒子の寄与

$$j_{\mathrm{R}}^{z} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\mathrm{d}p}{2\pi} 2p \left[n_p(\mu_{\mathrm{R}}) + n_p(-\mu_{\mathrm{R}}) \right] = \left(\frac{\mu_{\mathrm{R}}^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12} \right) \omega$$

Fermi 分布： $n_p(\mu_{\mathrm{R}}) = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{(p-\mu_{\mathrm{R}})/T} + 1}$

see, e.g., Landsteiner, arXiv:1610.04413

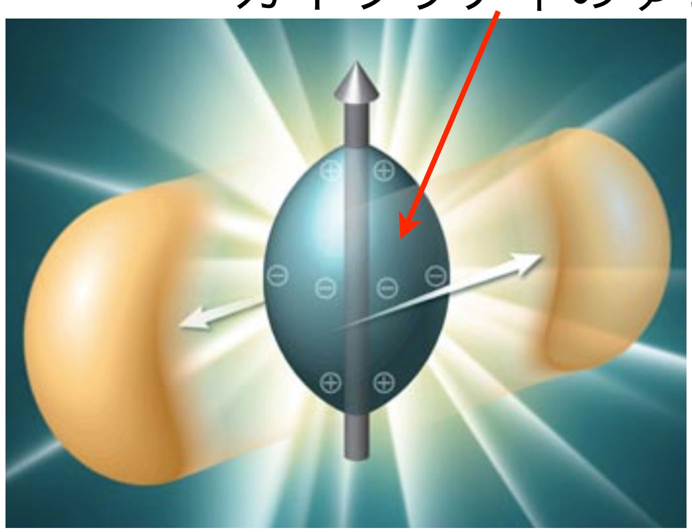
演習問題２

- 有限温度 T, 有限化学ポテンシャル μ における左巻きカイラルフェルミオンの CME, CVE の式を確認せよ。

- 最低 Landau 準位以外の準位が CME, CVE に寄与しないことを確認せよ。

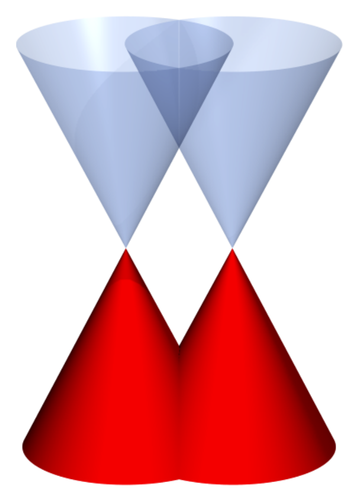
カイラル物質

- 初期宇宙における電弱プラズマ　Joyce, Shaposhnikov (1997), …
- 重イオン衝突実験におけるQGP　Fukushima, Kharzeev, Warringa (2008), …
- Weyl 半金属 (“3D graphene”)　Nielsen, Ninomiya (1983), …
- 超新星におけるニュートリノ物質　Yamamoto (2016), …



Quark-Gluon Plasma

http://www0.bnl.gov/rhic/news2/



Weyl 半金属

超新星爆発

量子異常と有効理論

量子異常はエネルギースケールに依らない (anomaly matching)

ミクロ

場の量子論

(QED, QCD, …)

カイラル量子異常

カイラル輸送現象

量子異常と有効理論

量子異常はエネルギースケールに依らない (anomaly matching)

ミクロ　　　　　　　　　　　　マクロ

場の量子論 ⟶ 運動論 ⟶ 流体力学

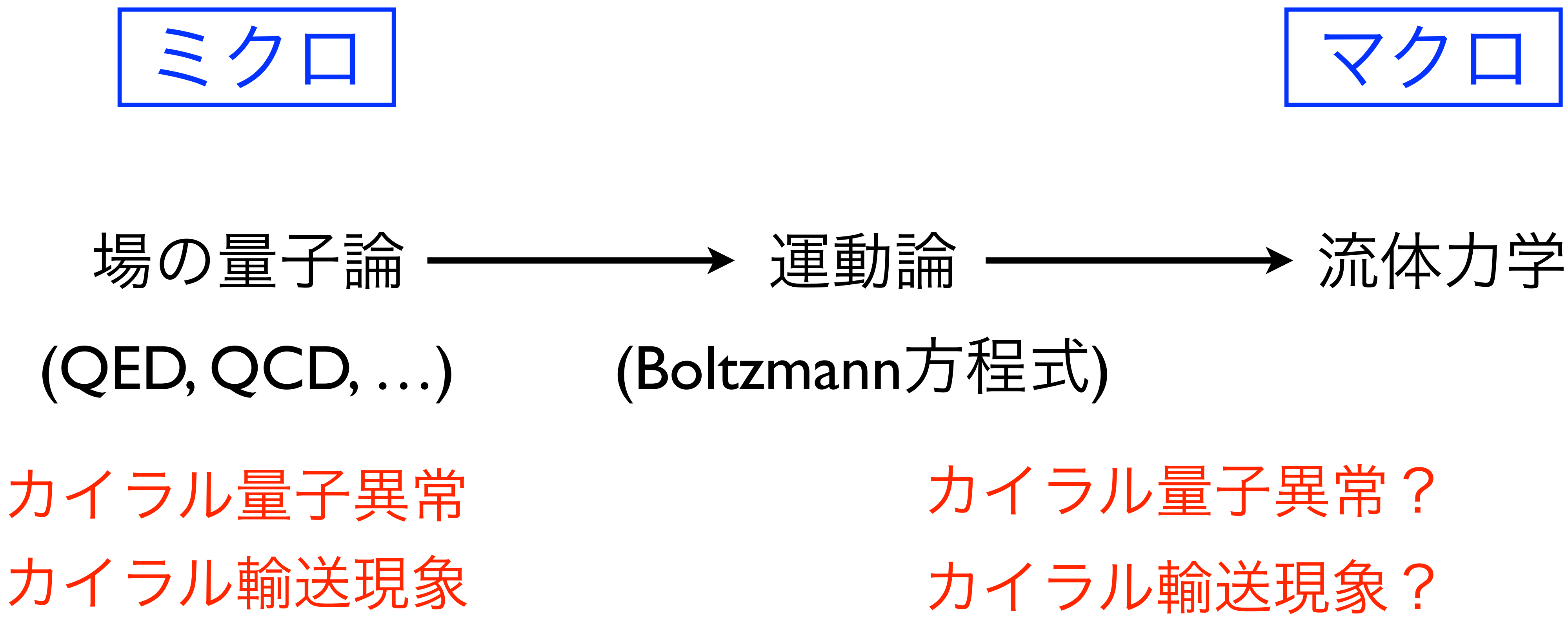
(QED, QCD, ...)　　(Boltzmann方程式)

カイラル量子異常

カイラル輸送現象

量子異常と有効理論

量子異常はエネルギースケールに依らない (anomaly matching)

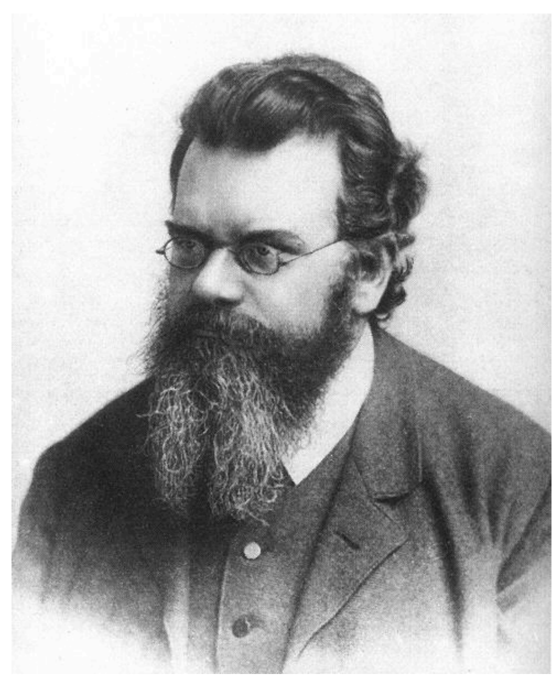


カイラル運動論
(Chiral kinetic theory)

Kinetic theory

- Kinetic theory は、系の平衡・非平衡状態における統計的な発展を記述（流体力学よりミクロ）

$$\boxed{\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}} + (\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}} = c[n_{\boldsymbol{p}}]}$$



Ludwig Boltzmann

Boltzmann方程式

- 分布関数 $n_{\boldsymbol{p}}(t, \boldsymbol{x})$ を使って定式化
- 衝突を無視すると、Liouvilleの定理により

$$\frac{dn_{\boldsymbol{p}}}{dt} = \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t} + \underline{\dot{\boldsymbol{x}}} \cdot \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}} + \underline{\dot{\boldsymbol{p}}} \cdot \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}} = 0$$

Boltzmann方程式

- 分布関数 $n_{\boldsymbol{p}}(t, \boldsymbol{x})$ を使って定式化
- 衝突を無視すると、Liouvilleの定理により

$$\frac{dn_{\boldsymbol{p}}}{dt} = \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}} + (\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}} = 0$$

Lorentz力

Boltzmann方程式

- 分布関数 $n_{\boldsymbol{p}}(t, \boldsymbol{x})$ を使って定式化
- 衝突を入れると

$$\boxed{\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}} + (\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \cdot \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}} = c[n_{\boldsymbol{p}}]}$$

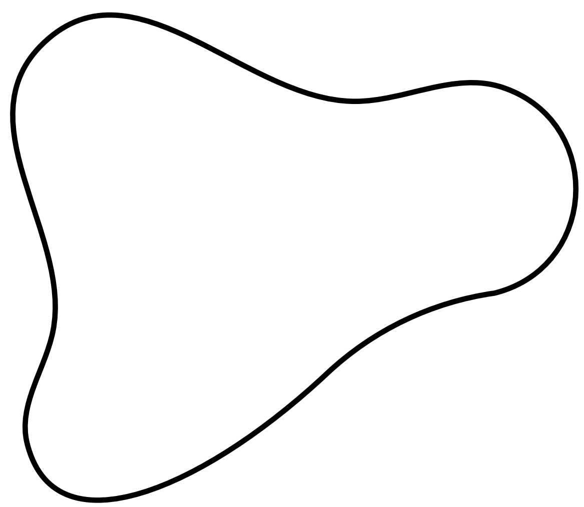
- Ohmの法則：

$$\boldsymbol{j}_{\mathrm{noneq}} = \int d\boldsymbol{p}\ \boldsymbol{v} \delta n_{\boldsymbol{p}} = \sigma \boldsymbol{E}$$

- カイラル磁気効果？ 量子異常？ 左右の区別？

Topology

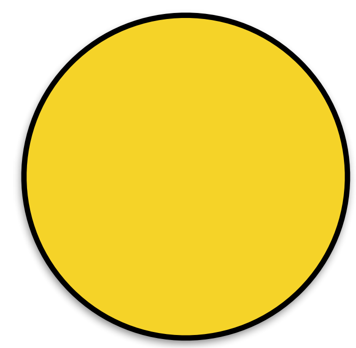
M



輪ゴム

$\approx$

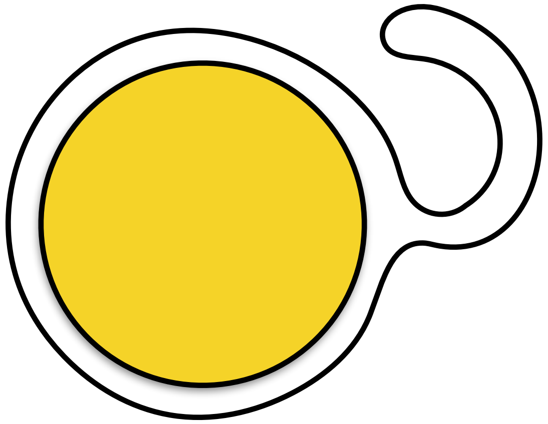
N



上から見た棒の表面

M と N はトポロジー的に同じ : S^1

トポロジカル不変量

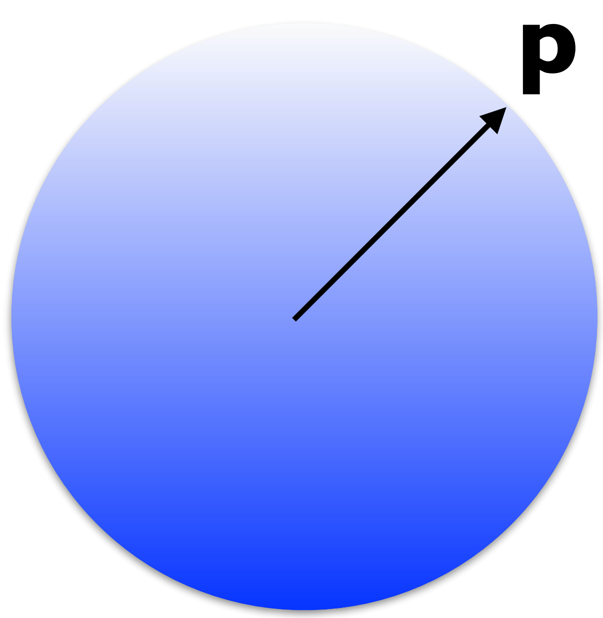


輪ゴム S¹ から棒 S¹ への写像 : 巻き数 *n*

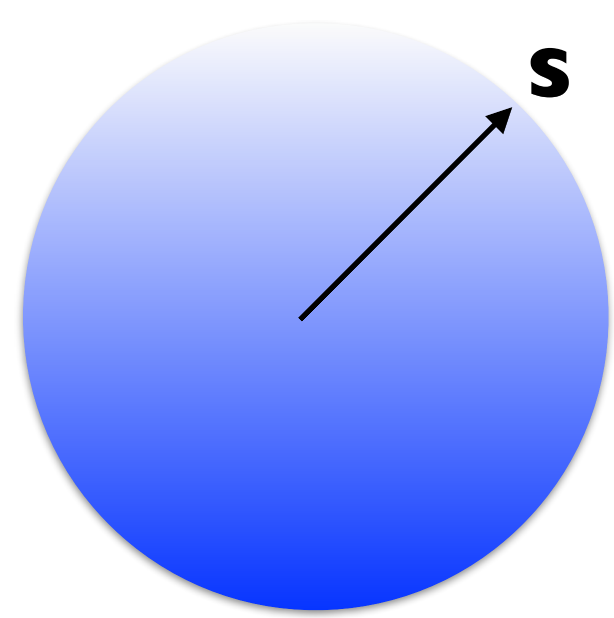
$$\pi_1(S^1) = \mathbb{Z}$$

カイラリティとトポロジー

右巻きフェルミオン



運動量空間

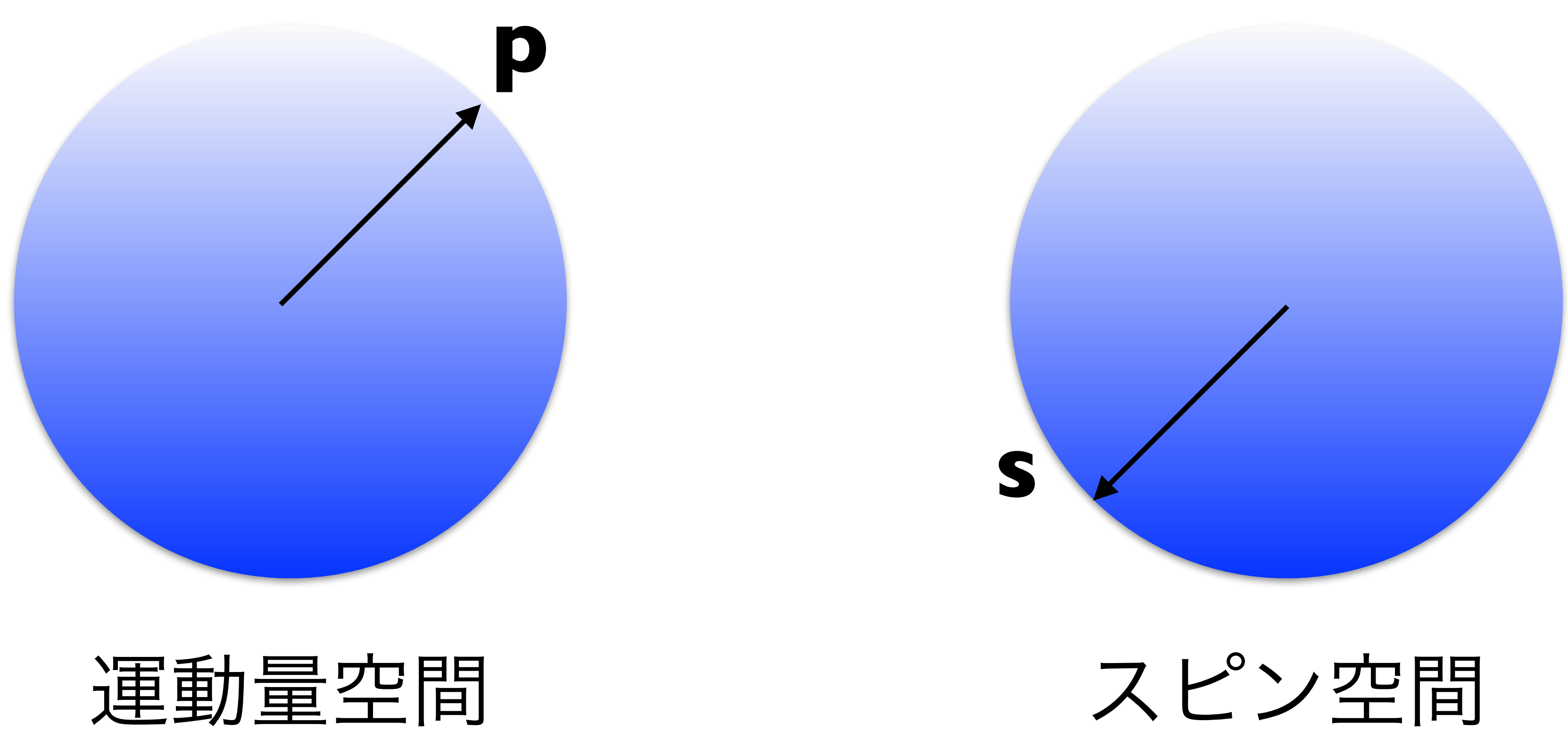


スピン空間

S^2 (運動量空間) から S^2 (スピン空間) への mapping : 巻き数 +1

カイラリティとトポロジー

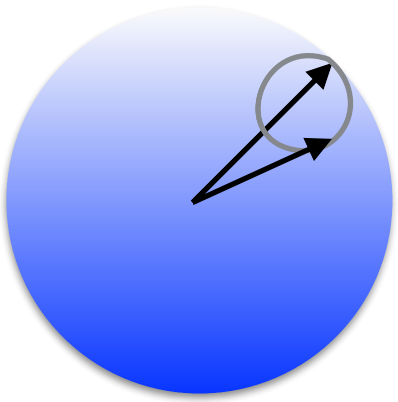
左巻きフェルミオン



S^2 (運動量空間) から S^2 (スピン空間) への mapping : 巻き数 −1

素粒子のカイラリティ = トポロジカル不変量

ChiralityとBerry曲率



- $\pi_2(S^2) = \pm 1$ → ***p*=0** でのモノポール
- モノポール“磁場” = Berry曲率 $\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} = \pm \dfrac{\boldsymbol{p}}{2|\boldsymbol{p}|^3}$

$$k = \frac{1}{4\pi} \int \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \pm \frac{1}{2}$$

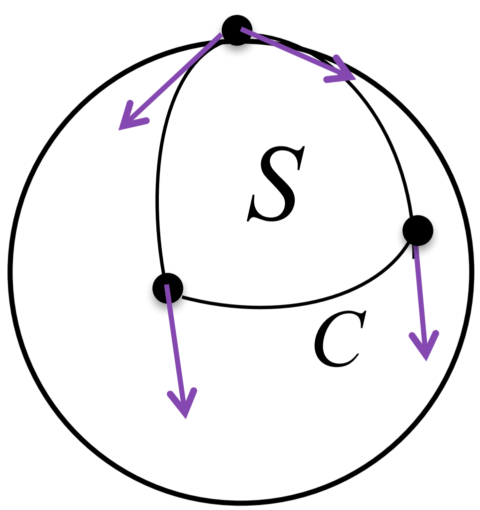
モノポール電荷

ヘリシティ

Berry位相

Berry (1984)

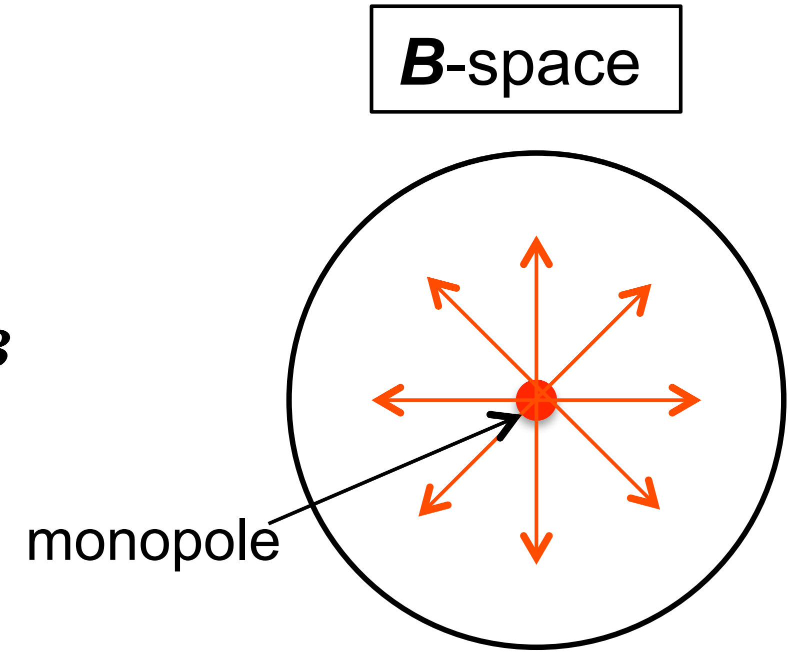
- 粒子の運動をあるパラメータ空間の超曲面に制限
- Berry接続 (“ゲージ場”): $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{n}) = i\langle u(\boldsymbol{n})|\boldsymbol{\nabla}|u(\boldsymbol{n})\rangle$
- Berry曲率 (“磁場”): $\boldsymbol{b}(\boldsymbol{n}) = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{a}(\boldsymbol{n})$
- Berry位相 (“磁束”): $\alpha = \int_C \boldsymbol{a} \cdot d\boldsymbol{n} = \int_S \boldsymbol{b} \cdot d\boldsymbol{S}$



例：磁場中のスピン

Berry (1984)

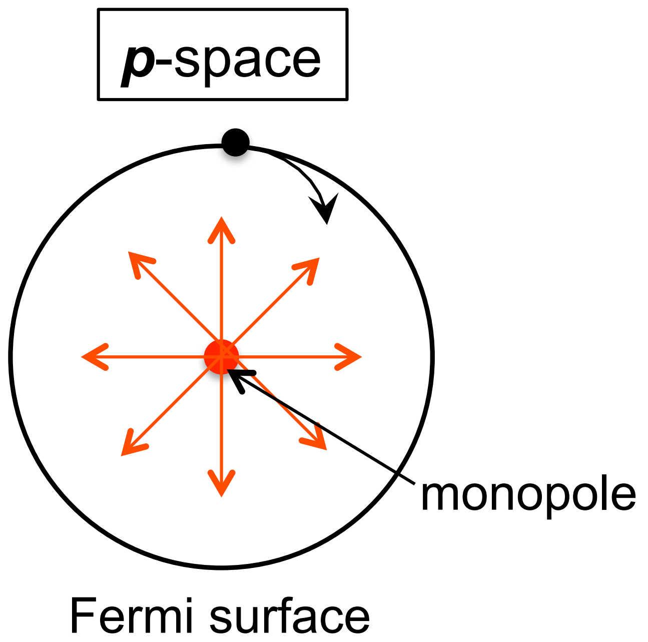
- ハミルトニアン：$H(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{B}$
- 固有値方程式：$H(\boldsymbol{B})u_{\boldsymbol{B}} = \pm|\boldsymbol{B}|u_{\boldsymbol{B}}$
- Berry曲率：$\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{B}} = \dfrac{\boldsymbol{B}}{2|\boldsymbol{B}|^3}$



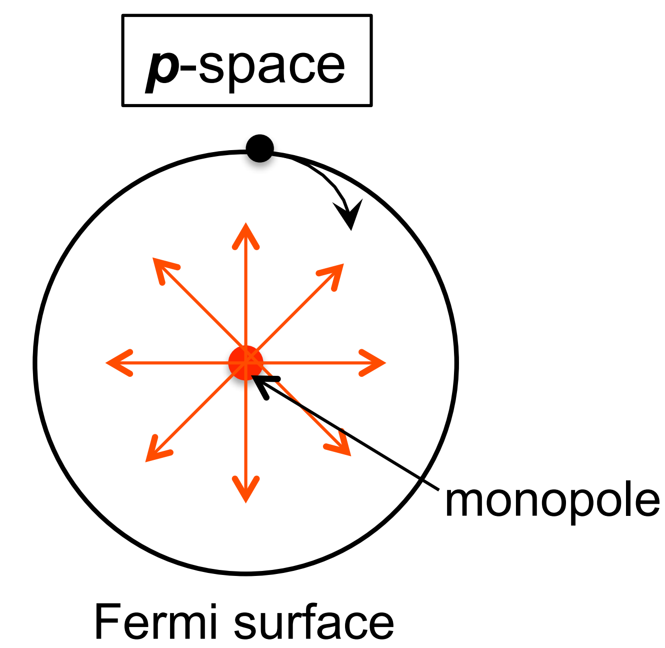
演習問題３：これを確認せよ。

カイラル粒子の運動方程式

- ハミルトニアン： $H = \pm \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}$
- $\boldsymbol{p}$-空間のBerry曲率：$\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{p}} = \pm \dfrac{\boldsymbol{p}}{2|\boldsymbol{p}|^3}$



カイラル粒子の運動方程式



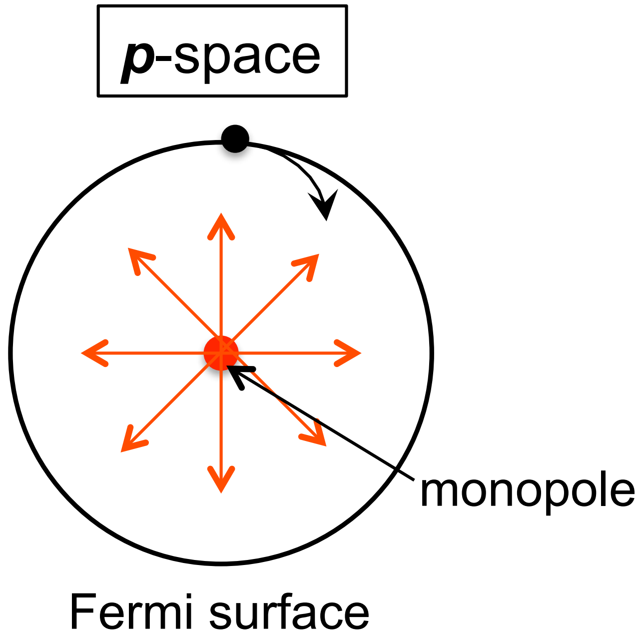
- ハミルトニアン： $H = \pm \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}$
- ***p***-空間のBerry曲率：$\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{p}} = \pm \dfrac{\boldsymbol{p}}{2|\boldsymbol{p}|^3}$
- 運動方程式：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{p}}$$

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{E} + \dot{\boldsymbol{x}} \times \boldsymbol{B}$$

x-空間でのLorentz力

カイラル粒子の運動方程式



- ハミルトニアン：　$H = \pm \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}$
- ***p***-空間のBerry曲率：$\boldsymbol{\Omega_p} = \boldsymbol{\nabla_p} \times \boldsymbol{a_p} = \pm \dfrac{\boldsymbol{p}}{2|\boldsymbol{p}|^3}$
- 運動方程式：

p-空間での“Lorentz力”

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{\Omega_p}$$

Sundaram, Niu (1999)

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{E} + \dot{\boldsymbol{x}} \times \boldsymbol{B}$$

x-空間でのLorentz力

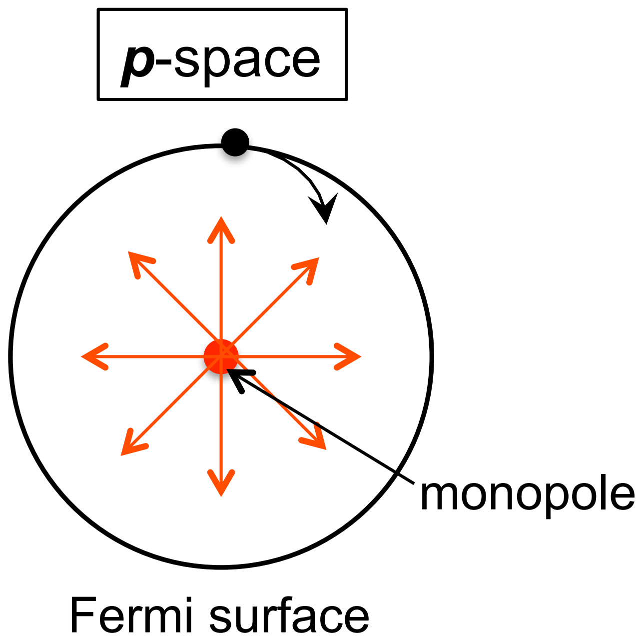
カイラル粒子の運動方程式

- ハミルトニアン： $H = \pm \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}$
- $\boldsymbol{p}$-空間のBerry曲率： $\boldsymbol{\Omega_p} = \boldsymbol{\nabla_p} \times \boldsymbol{a_p} = \pm \frac{\boldsymbol{p}}{2|\boldsymbol{p}|^3}$
- 運動方程式：

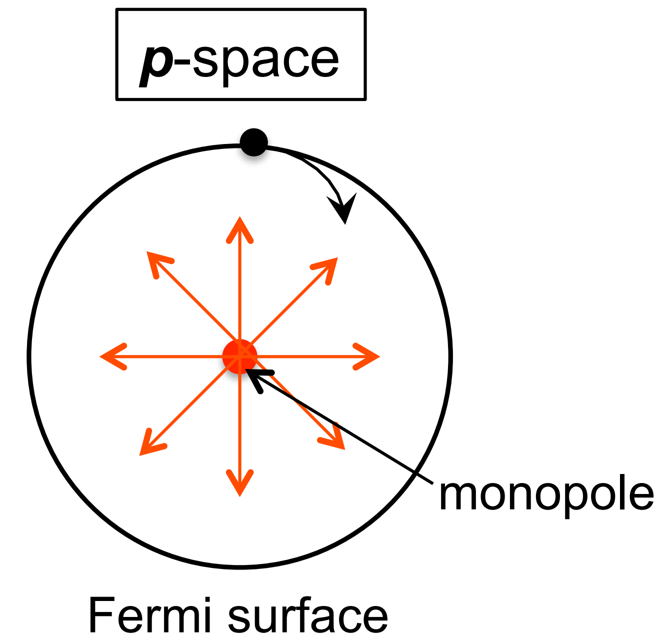
$$\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{\Omega_p} = \sqrt{\omega}^{-1} [\hat{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{\Omega_p} + (\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{\Omega_p})\boldsymbol{B}]$$

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{E} + \dot{\boldsymbol{x}} \times \boldsymbol{B} = \sqrt{\omega}^{-1} [\boldsymbol{E} + \hat{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{B} + (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B})\boldsymbol{\Omega_p}]$$

$$\sqrt{\omega} = 1 + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{\Omega_p}$$



カイラル粒子の運動方程式



- ハミルトニアン：　$H = \pm \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}$
- $\boldsymbol{p}$-空間のBerry曲率：$\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{p}} = \pm \dfrac{\boldsymbol{p}}{2|\boldsymbol{p}|^3}$
- 運動方程式：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} = \sqrt{\omega}^{-1} \left[\hat{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} + (\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}}) \boldsymbol{B} \right]$$

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{E} + \dot{\boldsymbol{x}} \times \boldsymbol{B} = \sqrt{\omega}^{-1} \left[\boldsymbol{E} + \hat{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{B} + (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B}) \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} \right]$$

$$\sqrt{\omega} = 1 + \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}}$$

- Boltzmann方程式：

$$\frac{dn_{\boldsymbol{p}}}{dt} = \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t} + \underline{\dot{\boldsymbol{x}}} \cdot \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}} + \underline{\dot{\boldsymbol{p}}} \cdot \frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}} = c[n_{\boldsymbol{p}}]$$

Chiral kinetic theory

$$\boxed{\begin{aligned}(1+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\Omega})\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t}+[\boldsymbol{v}+\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{\Omega}+(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}}\\+[\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}+(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Omega}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}}=c[n_{\boldsymbol{p}}]\end{aligned}}$$

Son, Yamamoto (2012); Stephanov, Yin (2012); Chen et al. (2013).

Chiral kinetic theory

$$\boxed{\begin{aligned}(1+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\Omega})\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t}+[\boldsymbol{v}+\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{\Omega}+(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}}\\ +[\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}+(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Omega}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}}=c[n_{\boldsymbol{p}}]\end{aligned}}$$

Son, Yamamoto (2012); Stephanov, Yin (2012); Chen et al. (2013).

$$\boldsymbol{j}\equiv\int_{\boldsymbol{p}}\sqrt{\omega}\,\dot{\boldsymbol{x}}n_{\boldsymbol{p}}=\int_{\boldsymbol{p}}[\hat{\boldsymbol{p}}+\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{\Omega}+(\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}]n_{\boldsymbol{p}}$$

Chiral kinetic theory

$$
\boxed{
\begin{aligned}
(1+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\Omega})\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t} + [\boldsymbol{v}+\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{\Omega}+(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}} \\
+[\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}+(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Omega}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}} = c[n_{\boldsymbol{p}}]
\end{aligned}
}
$$

Son, Yamamoto (2012); Stephanov, Yin (2012); Chen et al. (2013).

$$
\boldsymbol{j} \equiv \int_{\boldsymbol{p}} \sqrt{\omega}\,\dot{\boldsymbol{x}} n_{\boldsymbol{p}} = \int_{\boldsymbol{p}} [\cancel{\hat{\boldsymbol{p}}} + \boldsymbol{E} \cancel{\times \boldsymbol{\Omega}} + (\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}] n_{\boldsymbol{p}}
$$

球対称の Fermi 分布： $n_{\boldsymbol{p}} = \theta(\mu - |\boldsymbol{p}|)$

Chiral kinetic theory

$$\boxed{(1+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\Omega})\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t}+[\boldsymbol{v}+\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{\Omega}+(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}} +[\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}+(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Omega}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}}=c[n_{\boldsymbol{p}}]}$$

Son, Yamamoto (2012); Stephanov, Yin (2012); Chen et al. (2013).

$$\boldsymbol{j}\equiv\int_{\boldsymbol{p}}\sqrt{\omega}\,\dot{\boldsymbol{x}}n_{\boldsymbol{p}}=\int_{\boldsymbol{p}}[\cancel{\hat{\boldsymbol{p}}}+\cancel{\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{\Omega}}+(\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}]n_{\boldsymbol{p}}=\pm\frac{\mu}{4\pi^2}\boldsymbol{B}$$

球対称の Fermi 分布： $n_{\boldsymbol{p}}=\theta(\mu-|\boldsymbol{p}|)$

Chiral kinetic theory

$$\boxed{\begin{aligned}(1+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\Omega})\frac{\partial n_{\boldsymbol p}}{\partial t}+[\boldsymbol{v}+\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{\Omega}+(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol p}}{\partial \boldsymbol{x}}\\ +[\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}+(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Omega}]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol p}}{\partial \boldsymbol{p}}=c[n_{\boldsymbol p}]\end{aligned}}$$

Son, Yamamoto (2012); Stephanov, Yin (2012); Chen et al. (2013).

$$\boldsymbol{j}\equiv\int_{\boldsymbol p}\sqrt{\omega}\,\dot{\boldsymbol{x}}n_{\boldsymbol p}=\int_{\boldsymbol p}[\cancel{\hat{\boldsymbol p}}+\boldsymbol{E}\cancel{\times\boldsymbol{\Omega}}+(\hat{\boldsymbol p}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}]n_{\boldsymbol p}=\pm\frac{\mu}{4\pi^2}\boldsymbol{B}$$

$$\partial_t n+\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{j}=-(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B})\int_{\boldsymbol p}\left(\boldsymbol{\Omega}\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol p}}{\partial \boldsymbol{p}}\right)=\pm\frac{1}{4\pi^2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$$

Full chiral kinetic theory

$$\boxed{\begin{aligned}(1+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\Omega})\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial t} &+ \left[\tilde{\boldsymbol{v}}+\tilde{\boldsymbol{E}}\times\boldsymbol{\Omega}+(\tilde{\boldsymbol{v}}\cdot\boldsymbol{\Omega})\boldsymbol{B}\right]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}}\\ &+\left[\tilde{\boldsymbol{E}}+\tilde{\boldsymbol{v}}\times\boldsymbol{B}+(\tilde{\boldsymbol{E}}\cdot\boldsymbol{B})\boldsymbol{\Omega}\right]\cdot\frac{\partial n_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}} = c[n_{\boldsymbol{p}}]\end{aligned}}$$

$$\epsilon_{\boldsymbol{p}} = |\boldsymbol{p}|(1-\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{\Omega}), \quad \tilde{\boldsymbol{v}} \equiv \frac{\partial \epsilon_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{p}}, \quad \tilde{\boldsymbol{E}} \equiv \boldsymbol{E} - \frac{\partial \epsilon_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}}$$

磁気モーメントによる補正

Son, Yamamoto (2013); Manuel, Torres-Rincon (2014); Chen, Son, Stephanov, Yee, Yin (2014)

演習問題 4

Chiral kinetic theory において、以下の Fermi 分布を代入すると、 $\boldsymbol{j} \propto \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{E}$ という電流の寄与が得られることを示せ。これを異常 Hall 効果と呼ぶ。

これは、Joule 熱を伴わないことに注意せよ。

$$n_{\boldsymbol{p}} = \frac{1}{\mathrm{e}^{(p_\mu u^\mu - \mu_{\mathrm{R}})/T} + 1}\,, \quad u^\mu \approx (1, \boldsymbol{v})$$

カイラル流体力学

(Chiral hydrodynamics)

流体力学

- 水や空気など、構成要素の詳細に依らず、方程式は同じ形
  = Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\boldsymbol{\nabla}p + \nu\boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{v}$$

- 長距離・長時間における有効場の理論 (Effective Field Theory)

$$\ell \gg \ell_{\mathrm{mfp}}, \quad t \gg t_{\mathrm{mft}}$$

- 系の対称性と低エネルギーの自由度に基づいて分類できる

（参考）数理科学 2017年 8月号「相対論的流体力学」

対称性と低エネルギー自由度

- 水や空気：流速場
  = 非相対論的流体力学 (Navier-Stokes 方程式)
- 電磁プラズマ：$U(1)_{EM}$ ゲージ対称性 → フォトン
  = 磁気流体力学 (Magneto hydrodynamics)
- 超流動体：大域的 U(1) 対称性の破れ → 超流動フォノン
  = 超流動流体力学

相対論的流体力学

エネルギー・運動量保存則： $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$

粒子数保存則： $\partial_\mu j^\mu = 0$

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + P)u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu} + (\mathrm{dissipation})$$

$$j^\mu = n u^\mu + (\mathrm{dissipation})$$

Landau & Lifshitz “Fluid Mechanics” (volume 6)

エネルギー運動量テンソル

局所静止系 $\bar{u}^{\mu} \equiv (1, \mathbf{0})$: $\bar{T}^{\mu\nu} = \mathrm{diag}(\epsilon, P, P, P)$

Landau & Lifshitz “Fluid Mechanics” (volume 6)

エネルギー運動量テンソル

局所静止系 $\bar{u}^\mu \equiv (1, \mathbf{0}): \quad \bar{T}^{\mu\nu} = \mathrm{diag}(\epsilon, P, P, P)$

一般の系 $\quad u^\mu \equiv \gamma(1, \boldsymbol{v}) = \Lambda^\mu_\nu \bar{u}^\nu$:

$$T^{\mu\nu} = \Lambda^\mu_\rho \Lambda^\nu_\sigma \bar{T}^{\rho\sigma} = (\epsilon + P) u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu}$$

Landau & Lifshitz “Fluid Mechanics” (volume 6)

電磁場中の相対論的流体力学

エネルギー・運動量保存則 : $\partial_\mu T^{\mu\nu} = F^{\nu\lambda} j_\lambda$

粒子数保存則 : $\partial_\mu j^\mu = 0$

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + P) u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu} + (\mathrm{dissipation})$$

$$j^\mu = n u^\mu + (\mathrm{dissipation})$$

カイラル流体力学（右巻き）

エネルギー・運動量保存則：$\partial_\mu T^{\mu\nu} = F^{\nu\lambda} j_\lambda$

量子異常：$\partial_\mu j^\mu = \frac{1}{4\pi^2} E^\mu B_\mu$

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + P)u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu} + (\text{dissipation})$$
$$+\#(u^\mu B^\nu + B^\nu u^\nu) + \#(u^\mu \omega^\nu + \omega^\nu u^\nu)$$

$$j^\mu = n u^\mu + \frac{\mu}{4\pi^2} B^\mu + \left(\frac{\mu^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12} \right) \omega^\mu + (\text{dissipation})$$

$$E^\mu = F^{\mu\nu} u_\nu \,, \quad B^\mu = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu F_{\alpha\beta} \,, \quad \omega^\mu = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu \partial_\alpha u_\beta$$

Son, Surowka (2009); Sadofyev, Isachenkov (2011); Neiman, Oz (2011)

Chiral Magnetic Energy Current

粒子の寄与　　　反粒子の寄与

$$j_{\mathrm{R}}^{z} = \frac{B}{2\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\mathrm{d}p_z}{2\pi}\left[n_p(\mu_{\mathrm{R}}) - n_p(-\mu_{\mathrm{R}})\right] = \frac{\mu_{\mathrm{R}}}{4\pi^2}B$$

$$T_{\mathrm{R}}^{0z} = \frac{B}{2\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\mathrm{d}p}{2\pi}\left[p\,n_p(\mu_{\mathrm{R}}) - (-p)n_p(-\mu_{\mathrm{R}})\right] = \left(\frac{\mu_{\mathrm{R}}^2}{8\pi^2} + \frac{T^2}{24}\right)B$$

Fermi 分布： $n_p(\mu_{\mathrm{R}}) = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{(p-\mu_{\mathrm{R}})/T} + 1}$

Chiral Vortical Energy Current

粒子の寄与　　反粒子の寄与

$$j_{\mathrm{R}}^{z} = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}p}{2\pi} 2p\left[n_p(\mu_{\mathrm{R}}) + n_p(-\mu_{\mathrm{R}})\right] = \left(\frac{\mu_{\mathrm{R}}^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12}\right)\omega$$

$$T_{\mathrm{R}}^{0z} = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}p}{2\pi} 2p\left[p\,n_p(\mu_{\mathrm{R}}) + (-p)\,n_p(-\mu_{\mathrm{R}})\right] = \left(\frac{\mu_{\mathrm{R}}^3}{6\pi^2} + \frac{\mu_{\mathrm{R}} T^2}{6}\right)\omega$$

Fermi 分布： $n_p(\mu_{\mathrm{R}}) = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{(p-\mu_{\mathrm{R}})/T} + 1}$

カイラル流体力学

エネルギー・運動量保存則： $\partial_\mu T^{\mu\nu} = F^{\nu\lambda} j_\lambda$

量子異常： $\partial_\mu j^\mu = \frac{1}{4\pi^2} E^\mu B_\mu$

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + P) u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu} + (\text{dissipation})$$
$$+ \left(\frac{\mu^2}{8\pi^2} + \frac{T^2}{24} \right) (u^\mu B^\nu + B^\nu u^\nu) + \left(\frac{\mu^3}{6\pi^2} + \frac{\mu T^2}{6} \right) (u^\mu \omega^\nu + \omega^\nu u^\nu)$$

$$j^\mu = n u^\mu + \frac{\mu}{4\pi^2} B^\mu + \left(\frac{\mu^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12} \right) \omega^\mu + (\text{dissipation})$$

$$E^\mu = F^{\mu\nu} u_\nu \,, \quad B^\mu = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu F_{\alpha\beta} \,, \quad \omega^\mu = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu \partial_\alpha u_\beta$$

Son, Surowka (2009); Sadofyev, Isachenkov (2011); Neiman, Oz (2011)

流速の定義と frame

- 流速場 u^i は何の流れ？

流速の定義と frame

- 流速場 u^i は何の流れ？
- 粒子数の流れ : $u^i \sim j^i$ (Eckart frame), or
- エネルギー流 : $u^i \sim T^{0i}$ (Landau frame)

流速の定義と frame

- 流速場 u^i は何の流れ？
- 粒子数の流れ : $u^i \sim j^i$ (Eckart frame), or
- エネルギー流 : $u^i \sim T^{0i}$ (Landau frame)
- 以下の u^i の再定義によって、($T^{\mu\nu}$ に CME/CVE 補正のない) Landau frame に移行できる：

$$u^\mu \to u^\mu - \frac{1}{\epsilon + P}\left(\frac{\mu^2}{8\pi^2} + \frac{T^2}{24}\right) B^\mu - \frac{1}{\epsilon + P}\left(\frac{\mu^3}{6\pi^2} + \frac{\mu T^2}{6}\right) \omega^\mu$$

カイラル流体力学

エネルギー・運動量保存則： $\partial_\mu T^{\mu\nu} = F^{\nu\lambda} j_\lambda$

量子異常： $\partial_\mu j^\mu = \frac{1}{4\pi^2} E^\mu B_\mu$

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + P) u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu} + (\mathrm{dissipation})$$

$$j^\mu = n u^\mu + \xi_B B^\mu + \xi_\omega \omega^\mu + (\mathrm{dissipation})$$

$$\xi_B = \frac{1}{4\pi^2}\left(\mu - \frac{1}{2}\frac{n(\mu^2 + \frac{T^2}{12})}{\epsilon + P}\right), \quad \xi_\omega = \frac{\mu^2}{4\pi^2}\left(1 - \frac{2}{3}\frac{n\mu}{\epsilon + P}\right) + \frac{T^2}{12}\left(1 - \frac{2n\mu}{\epsilon + P}\right)$$

Son, Surowka (2009); Sadofyev, Isachenkov (2011); Neiman, Oz (2011)

カイラル波

- Chiral Magnetic Wave
- Chiral Alfven Wave

「理論」と「波」

- Euler 方程式 (1757) : 音波
- Maxwell 方程式 (1861) : 電磁波
- 一般相対論 (1915) : 重力波
- 超流動流体力学 (1941) : 第２音波
- 磁気流体力学 (1942) : Alfven 波
- Fermi 液体論 (1957) : ゼロ音波
- カイラル流体力学 (2009) : ???

Chiral Magnetic Wave (CMW)

Newman (2006); Kharzeev, Yee (2011)

有限密度・磁場中のカイラルフェルミオン

粒子数保存則: $\partial_t n + \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j} = 0$

CME: $j_z = \pm \frac{\mu}{4\pi^2} B_z$

感受率: $\chi \equiv \frac{\partial n}{\partial \mu}$

Chiral Magnetic Wave (CMW)

Newman (2006); Kharzeev, Yee (2011)

有限密度・磁場中のカイラルフェルミオン

粒子数保存則: $\partial_t n + \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{j} = 0$

CME: $j_z = \pm \frac{\mu}{4\pi^2} B_z \longrightarrow \partial_t n \pm V_{\mathrm{L}} \partial_z n = 0$

感受率: $\chi \equiv \frac{\partial n}{\partial \mu}$

$V_{\mathrm{L}} = \frac{B_z}{4\pi^2 \chi}$ （縦波）

Chiral Alfven Wave (CAW)

Yamamoto (2015)

有限温度・磁場中のカイラルフェルミオン

(一様・静的な n, ϵ, P)

粒子数保存則: $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v} = 0$

運動量保存則: $(\epsilon + P)\partial_t \boldsymbol{v} = \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}$

CVE: $\boldsymbol{j} = \pm \dfrac{T^2}{24} \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{v}$

Chiral Alfven Wave (CAW)

Yamamoto (2015)

有限温度・磁場中のカイラルフェルミオン

(一様・静的な n, ϵ, P)

粒子数保存則: $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v} = 0$

運動量保存則: $(\epsilon + P)\partial_t \boldsymbol{v} = \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B} \xrightarrow[\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{B}]{} \partial_t \boldsymbol{v} \pm V_{\mathrm{T}} \partial_z \boldsymbol{v} = 0$

CVE: $\boldsymbol{j} = \pm \frac{T^2}{24} \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{v}$

$$V_{\mathrm{T}} = -\frac{1}{24} \frac{T^2}{\epsilon + P} B_z$$

(横波)

カイラルプラズマ不安定性

(Chiral plasma instability)

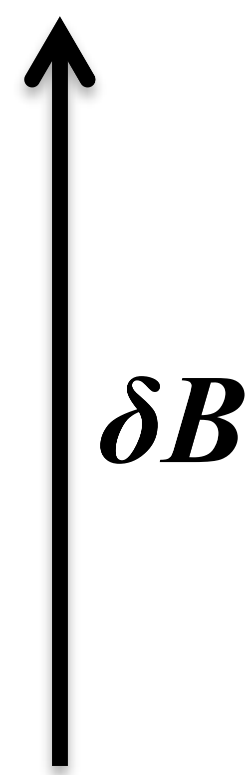
電弱プラズマ　Redlich, Wijewardhana (1985); Rubakov (1986); Laine (2005)

初期宇宙　Joyce, Shaposhnikov (1997); Boyarsky et al. (2012); Tashiro et al. (2012), …

クォーク・グルーオン・プラズマ　Akamatsu, Yamamoto (2013), …

中性子星・マグネター　Ohnishi, Yamamoto (2014), …

Chiral plasma instability



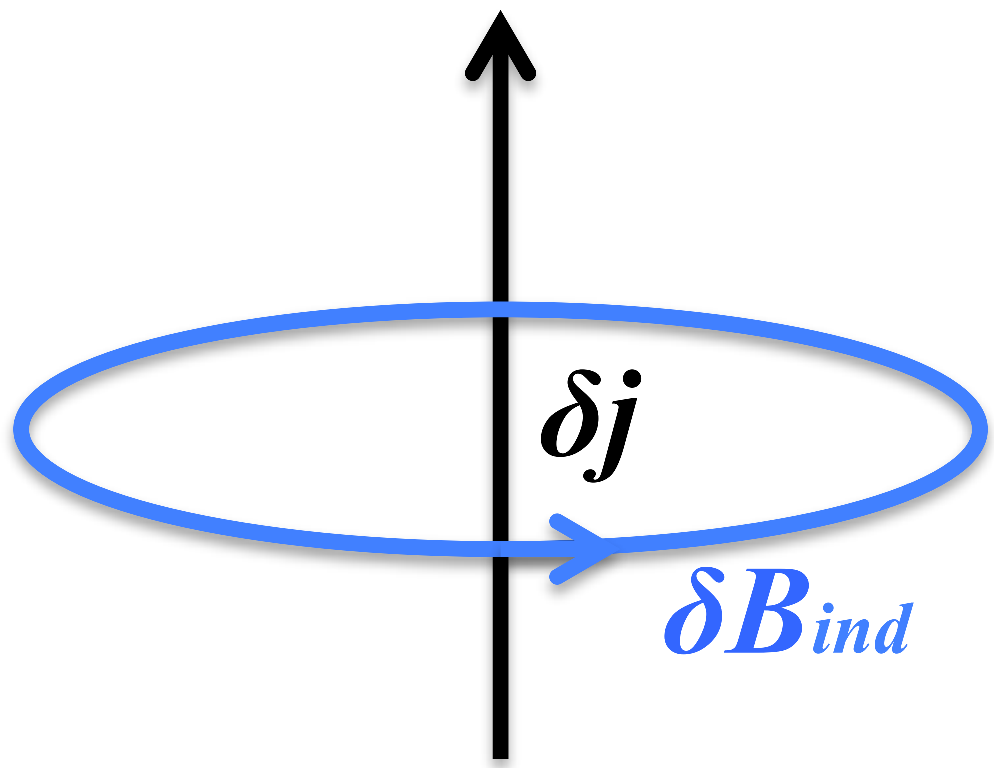
最初に一様な $\mu_5 \equiv (\mu_{\mathrm{R}} - \mu_{\mathrm{L}})/2$ があると仮定

Chiral plasma instability

Chiral magnetic effect

$$\boldsymbol{\delta j} \sim \mu_5 \boldsymbol{\delta B}$$

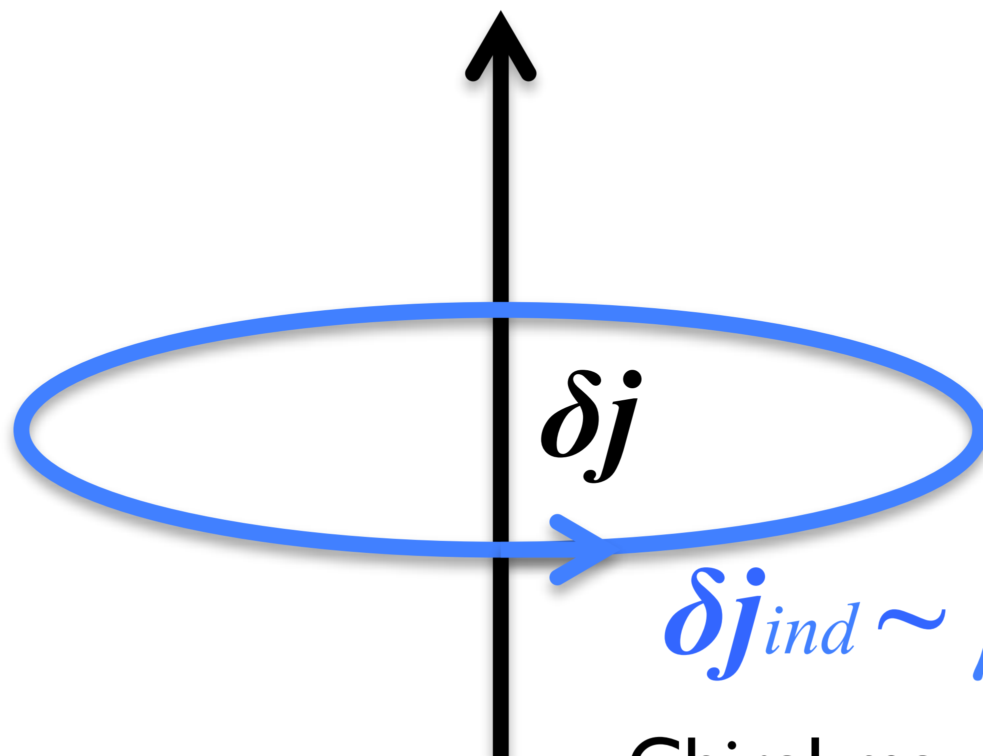
Chiral plasma instability



Ampereの法則

$$\nabla \times B = j$$

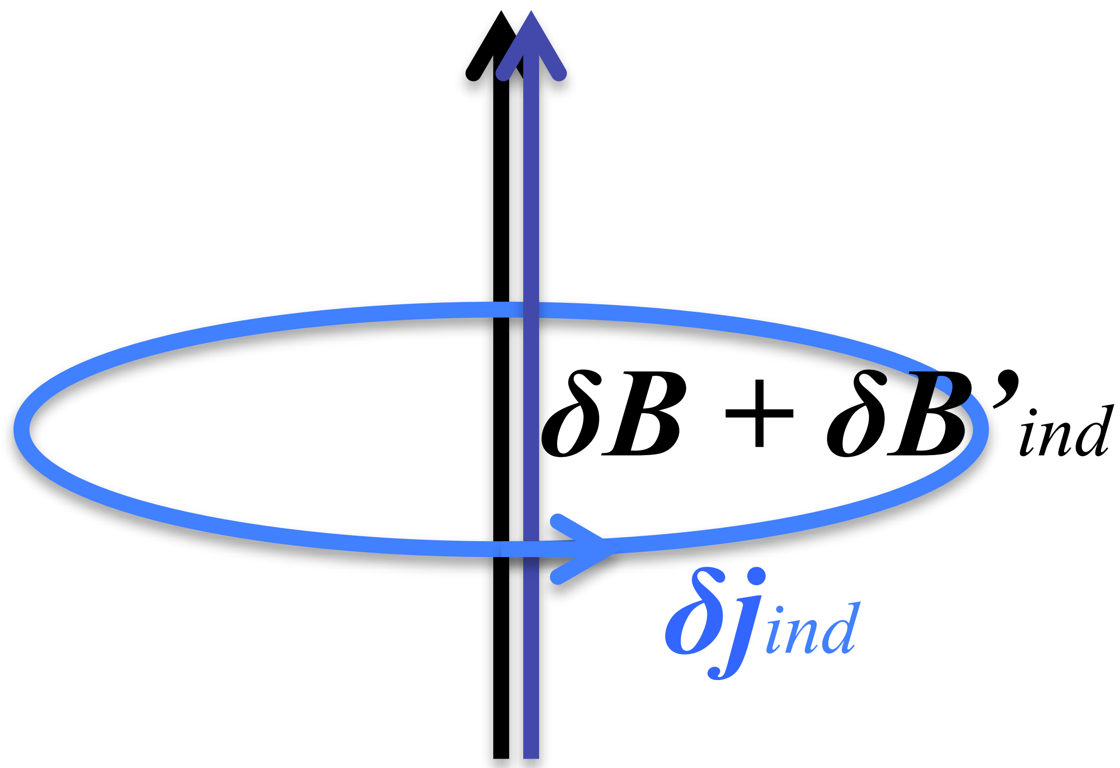
Chiral plasma instability



$$\boldsymbol{\delta j}_{ind} \sim \mu_5 \boldsymbol{\delta B}_{ind}$$

Chiral magnetic effect

Chiral plasma instability

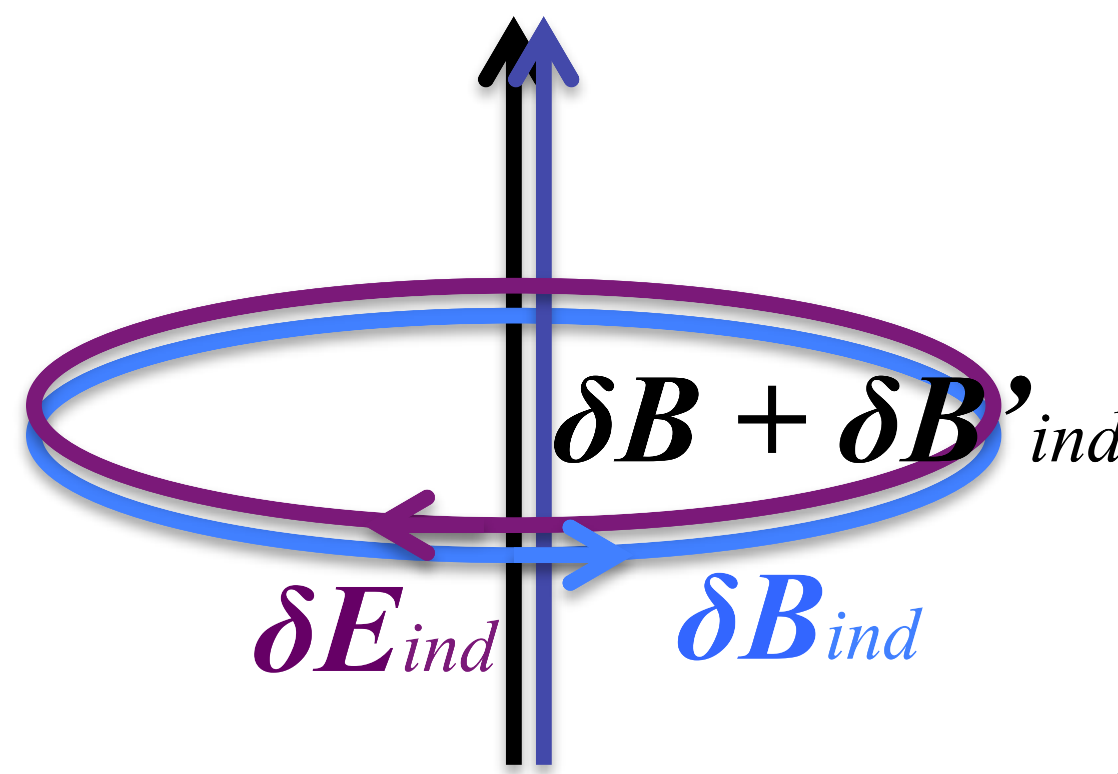


Ampereの法則

$$\nabla \times B = j$$

正のフィードバック：不安定性

Chiral plasma instability



Faradayの法則

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\partial_t \boldsymbol{B}$$

カイラル量子異常

$$\Delta Q_5 \sim \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} < 0$$

カイラル量子異常は不安定性を緩和

（カイラル電荷 → 磁気ヘリシティ）

演習問題５

以下のCMEを含むMaxwell方程式から、不安定モードが現れることを示せ。

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \boldsymbol{j}_{\mathrm{EM}}\,, \qquad \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0\,, \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0$$

$$\boldsymbol{j}_{\mathrm{EM}} = \sigma \boldsymbol{E} + \sigma_A \boldsymbol{B}$$

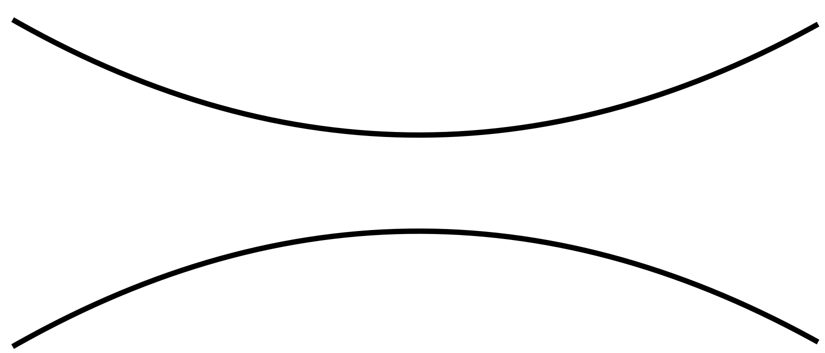
物性・宇宙・原子核
物理への応用

Weyl 半金属

(Weyl semi-metal)

バンド構造とWeyl半金属

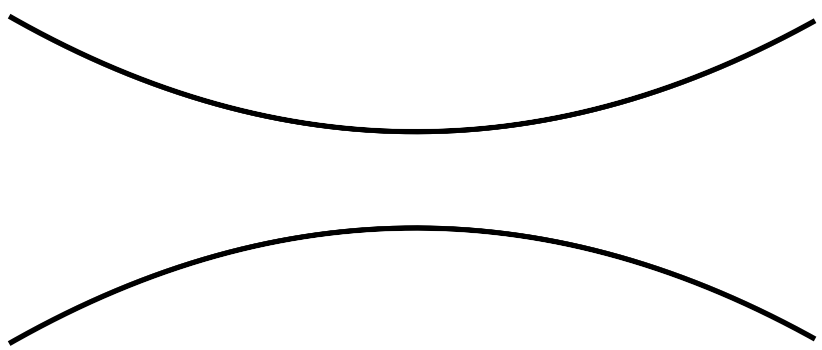
***p*-空間**



準位反発

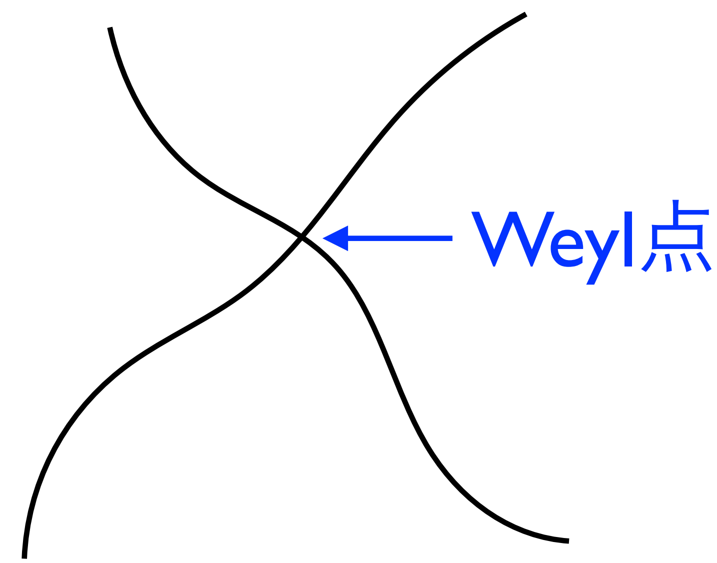
バンド構造とWeyl半金属

$\boldsymbol{p}$-空間



準位反発

(p_x, p_y, p_z) 空間

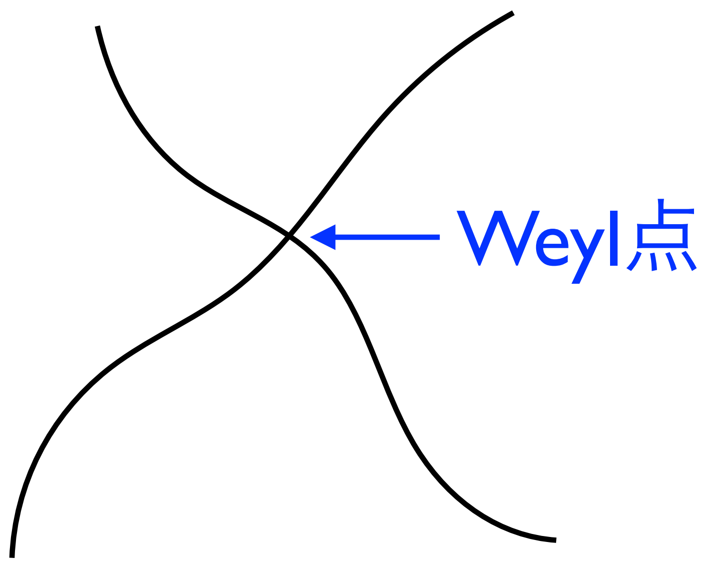


準位交差

Weyl半金属

バンド構造とWeyl半金属

(p_x, p_y, p_z) 空間



準位交差

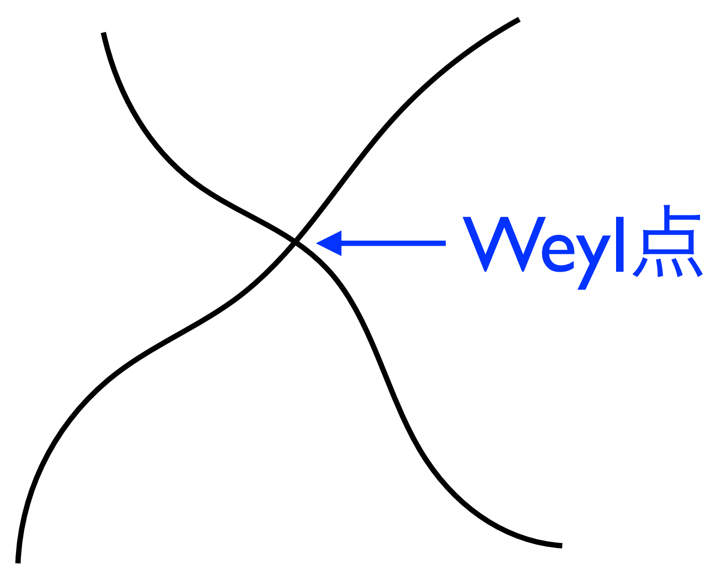
Weyl半金属

- Weyl点近傍では

$$H(\boldsymbol{p}) = \alpha_0(\boldsymbol{p}) I_{2\times 2} + \alpha_i(\boldsymbol{p})\sigma^i$$

バンド構造とWeyl半金属

(p_x, p_y, p_z) 空間



準位交差

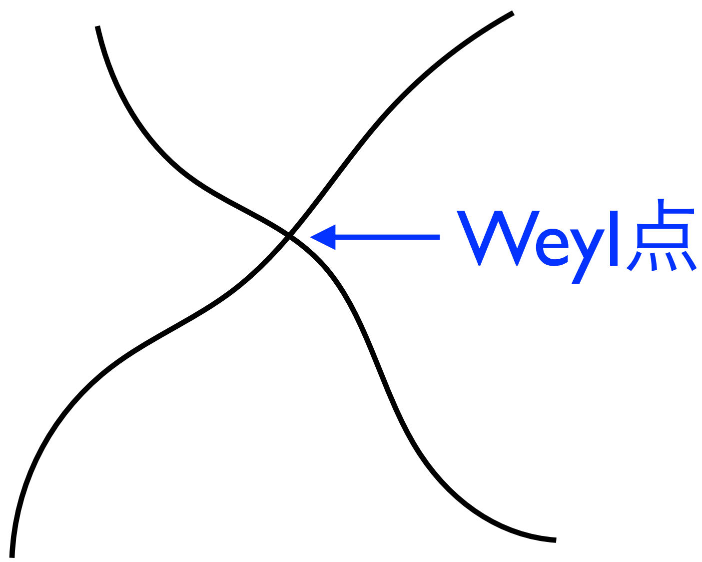
Weyl半金属

- Weyl点近傍では

$$H(\boldsymbol{p}) = \underbrace{\alpha_0(\boldsymbol{p})}_{E_0 + \boldsymbol{v}_0 \cdot \boldsymbol{p}} I_{2\times 2} + \underbrace{\alpha_i(\boldsymbol{p})}_{v_{ij} p_j} \sigma^i$$

バンド構造とWeyl半金属

(p_x, p_y, p_z) 空間



準位交差

Weyl半金属

- Weyl点近傍では

$$H(\boldsymbol{p}) = \underbrace{\alpha_0(\boldsymbol{p})}_{E_0 + \boldsymbol{v}_0 \cdot \boldsymbol{p}} I_{2\times 2} + \underbrace{\alpha_i(\boldsymbol{p})}_{v_{ij} p_j} \sigma^i$$

$$\xrightarrow[\substack{\boldsymbol{v}_0 = \mathbf{0} \\ v_{ij} = \pm v_{\mathrm{F}} \delta_{ij}}]{} E_0 \pm v_{\mathrm{F}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}$$

Weyl fermion (chiral fermion) が創発

演習問題６

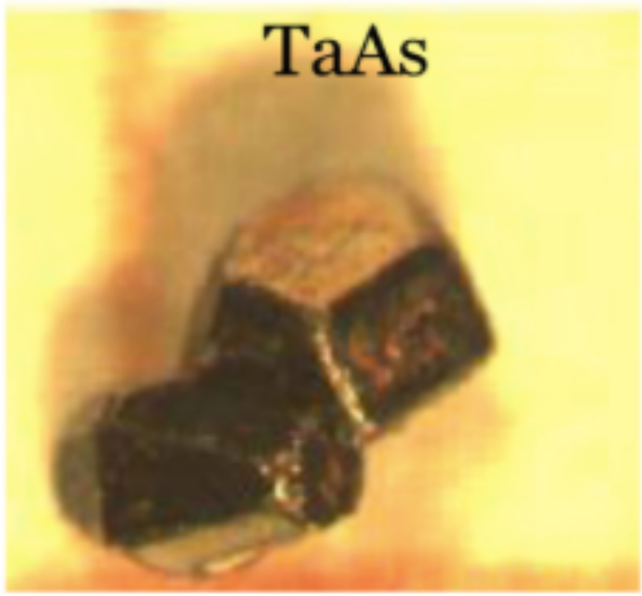
以下の2準位系のハミルトニアンにおいて、準位交差の起きる条件を *A, B, C* を用いて表せ。

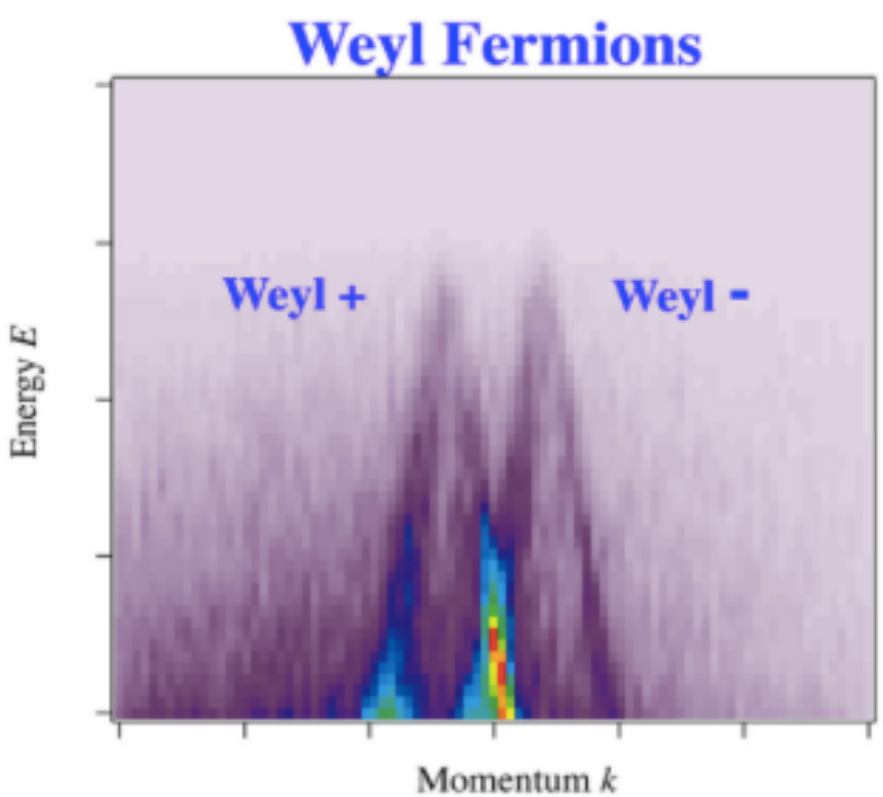
このことから、運動量空間1, 2次元では準位交差はまず起きないが、3次元では一般にありうることを示せ。

$$H = \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & C \end{pmatrix}, \quad (A, C \in \mathbb{R},\ B \in \mathbb{C})$$

Herring (1937)

Weyl半金属



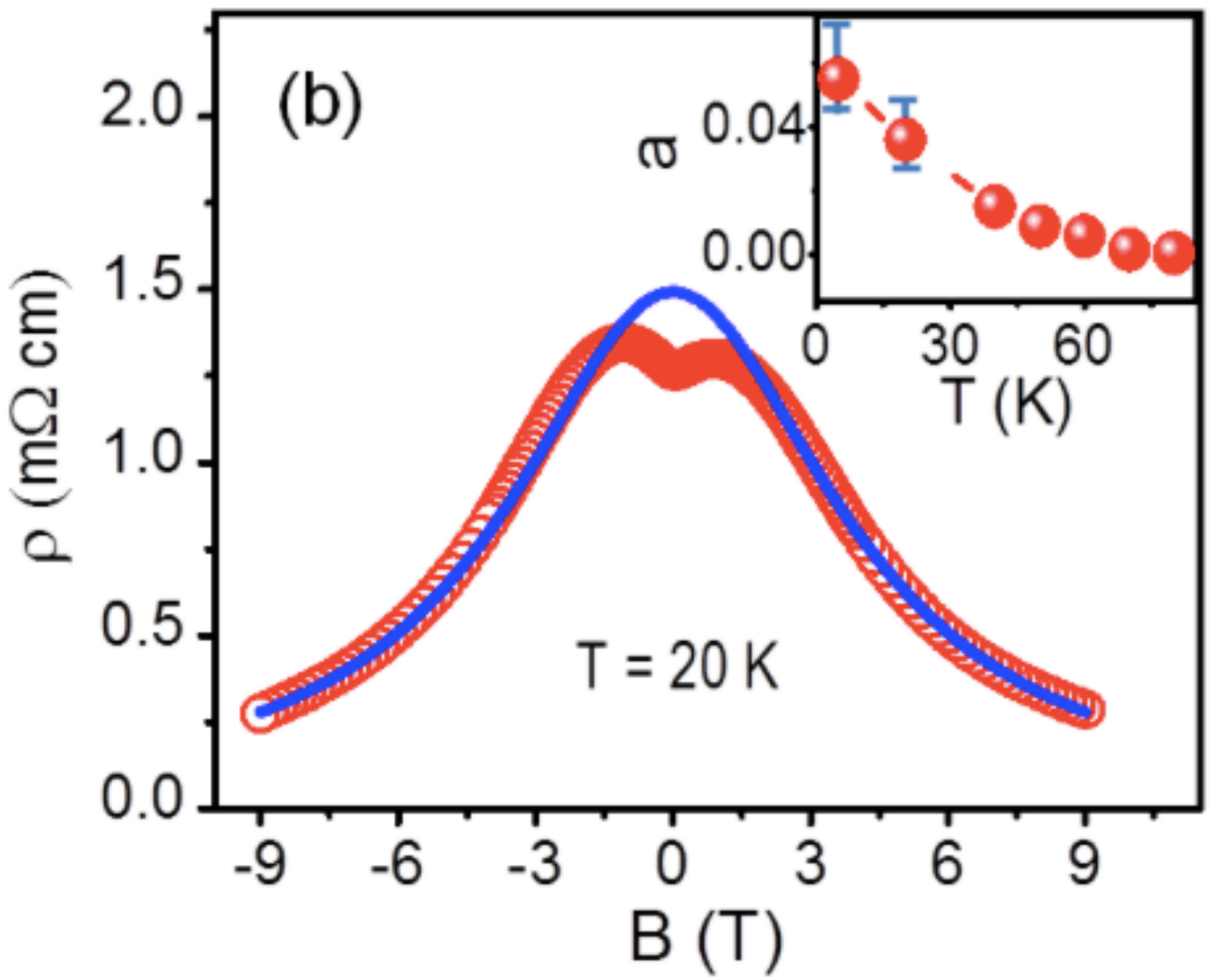


S. -Y. Xu *et al.*, Science (2015)

http://physics.princeton.edu/zahidhasangroup/index_WS.html

Negative magneto-resistance

ZrTe5



Q. Li *et al.* [arXiv:1412.6543];
J. Xiong *et al.* [arXiv:1503.08179]

$$\frac{\partial n_5}{\partial t} = C\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B} - \frac{n_5}{\tau}$$

定常状態： $n_5 = \tau C\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$

$$j_{\mathrm{CME}} = C\mu_5 B = \underbrace{\frac{\tau}{\chi}(CB)^2}_{\sigma_{\mathrm{CME}}} E$$

$$\rho = (\sigma_{\mathrm{Ohm}} + \sigma_{\mathrm{CME}})^{-1}$$

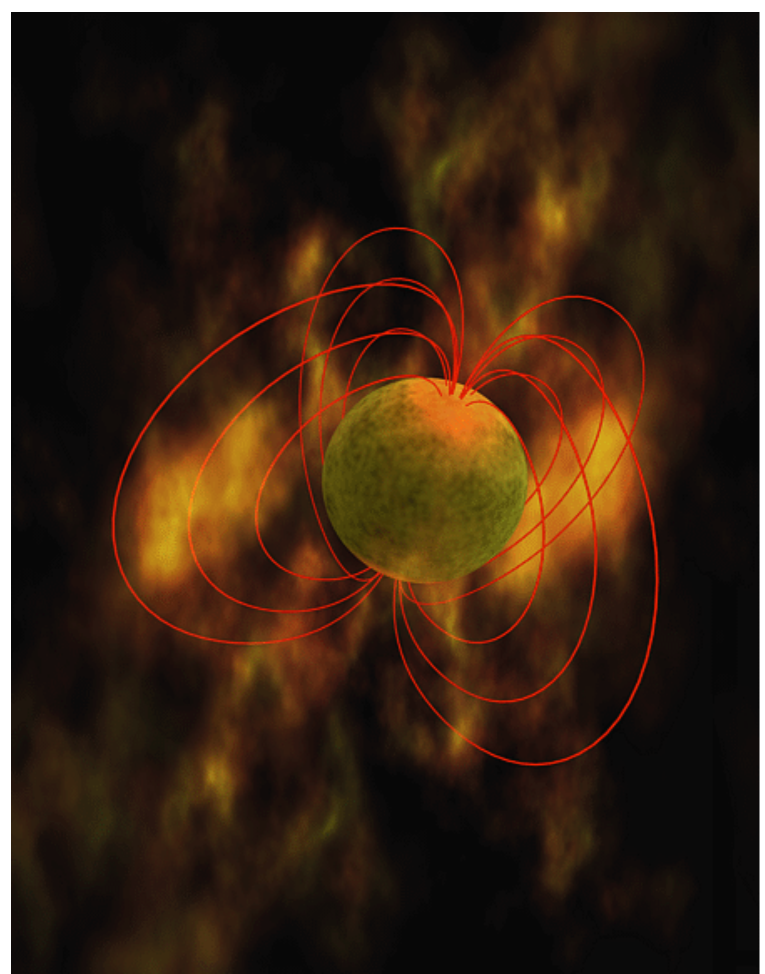
Son, Spivak (2013)

量子異常とCMEの帰結

マグネター

マグネター

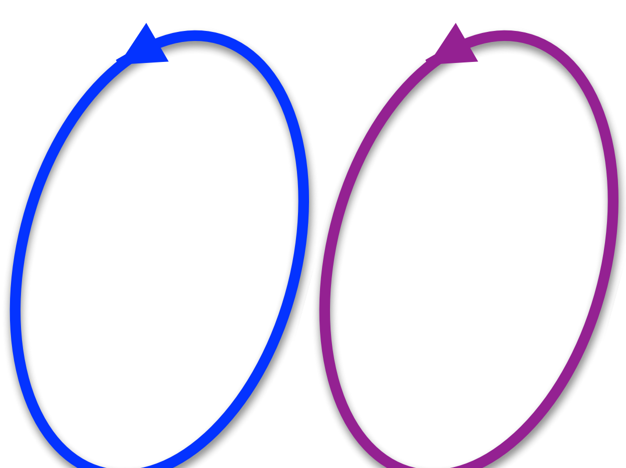
- マグネター：「宇宙最強の磁石」
- 表面磁場は最大 10^{15} G 程度
- このような<u>強くて安定な</u>磁場はどのように作られるのか？



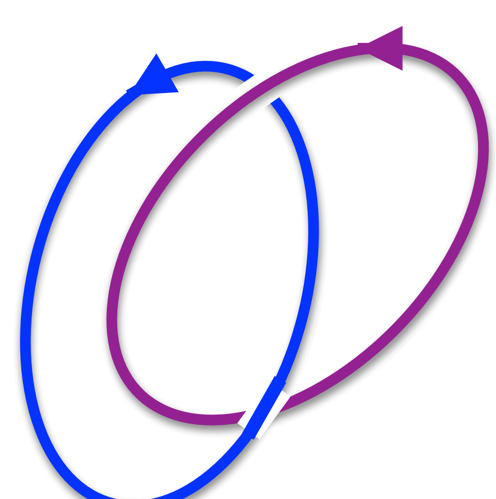
磁気ヘリシティ

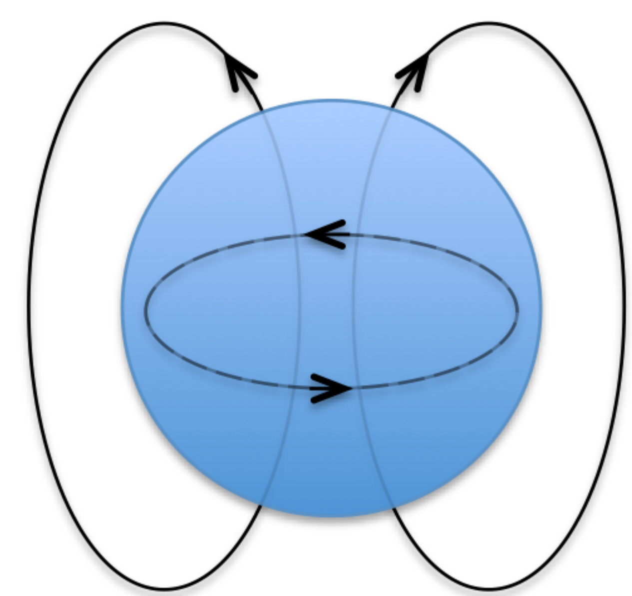
- 磁気ヘリシティ : $\mathcal{H} = \int d^3\boldsymbol{x}\,\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$
- Gaussの絡み目数に比例 : トポロジカルな安定性
- 磁気流体力学 (MHD) の初期条件として仮定．その起源は？

$\mathcal{H} = 0$



$\mathcal{H} = -2\Phi_1\Phi_2$



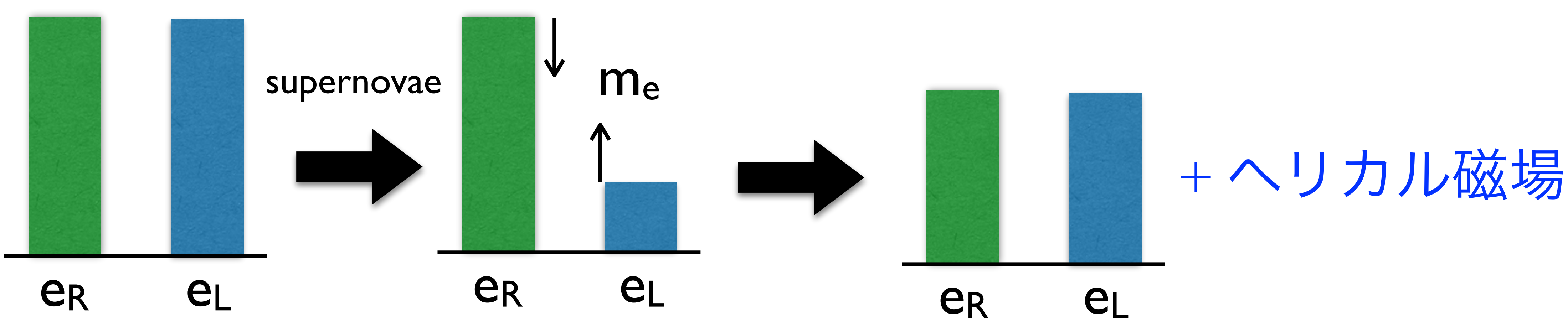


poloidal/toroidal磁場

CPIによるマグネター磁場

Ohnishi, Yamamoto (2014); Grabowska, Kaplan, Reddy (2015); Sigl, Leite (2016), …

- 超新星における電子捕獲反応： $p + e^{\mathrm{L}} \to n + \nu_e^{\mathrm{L}}$
- 右巻き電子が多く残る → CPI により不安定 → 強磁場
- ヘリシティの保存：電子のヘリシティ → 磁気ヘリシティ



重力崩壊型
超新星爆発

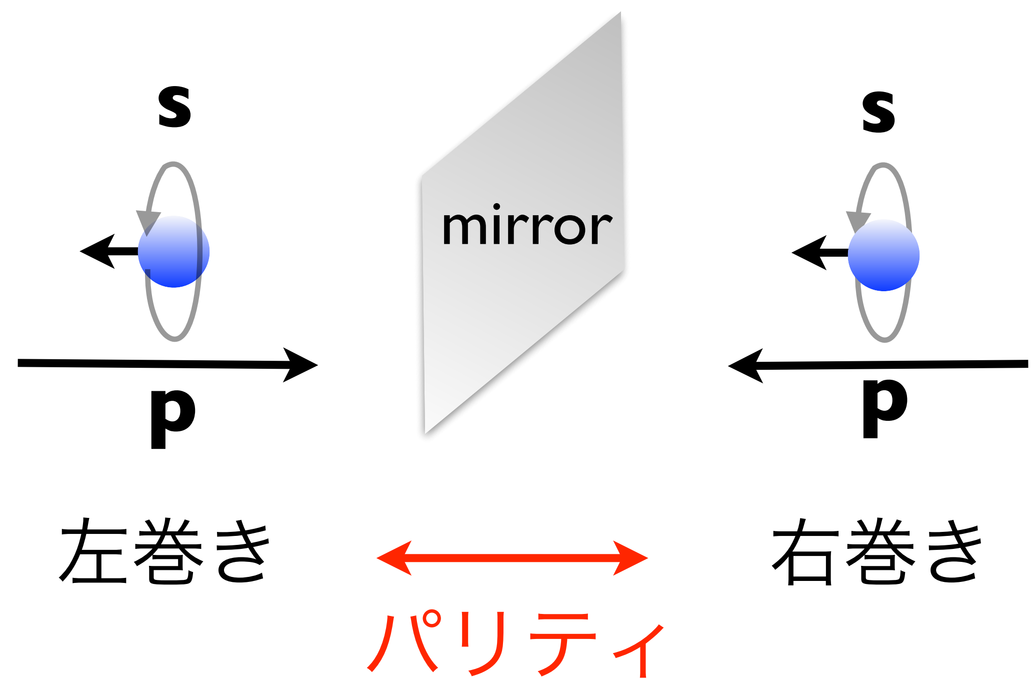
超新星爆発

- 宇宙で最も大きな爆発現象の１つ
- 大質量星の中性子星への転移 & 重元素の起源
- 重力エネルギーの大部分をニュートリノが持ち運ぶ
- 従来のニュートリノ輸送理論では３次元の超新星爆発が困難

宇宙物理学の未解決問題の１つ

http://www.riken.jp/pr/press/2009/20091211/

カイラリティ



「神」は左利きか？

左巻き粒子のみに働く弱い力を除き、物理法則は左右対称

W. Pauli

“God is just a weak left-hander.”

ミクロからマクロへ

ミクロなパリティの破れ → マクロな流体力学的な振舞い

$\boxed{\text{ミクロ}}$ 素粒子標準模型における ν, e のカイラリティ

↓

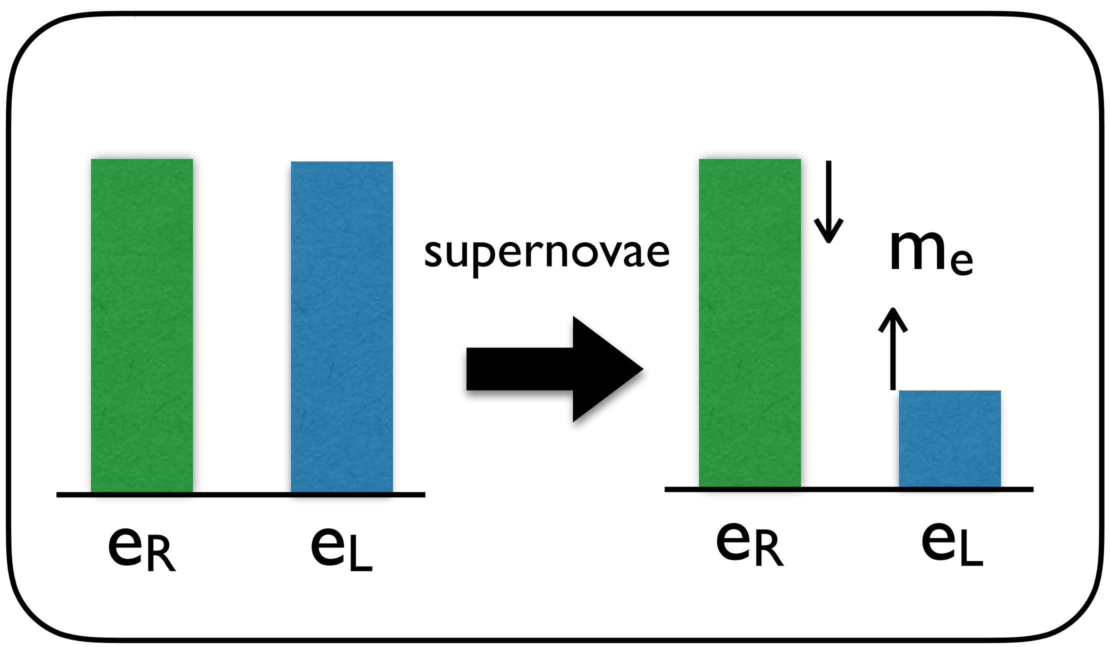
カイラル運動論 (Boltzmann方程式)

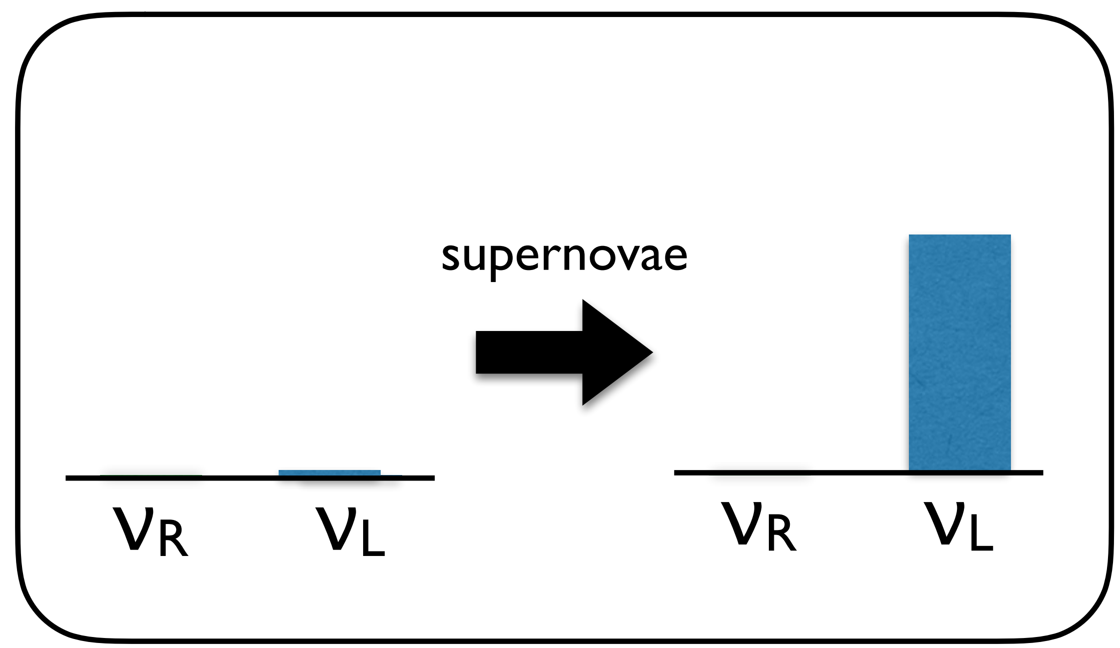
↓ Son, Yamamoto (2012); Stephanov, Yin (2012), …

$\boxed{\text{マクロ}}$ 超新星の進化 (宇宙最大のパリティの破れ) Yamamoto (2016)

Supernova = Giant Parity Breaker

$$p + \underline{e^{\mathrm{L}}} \to n + \underline{\nu_e^{\mathrm{L}}}$$



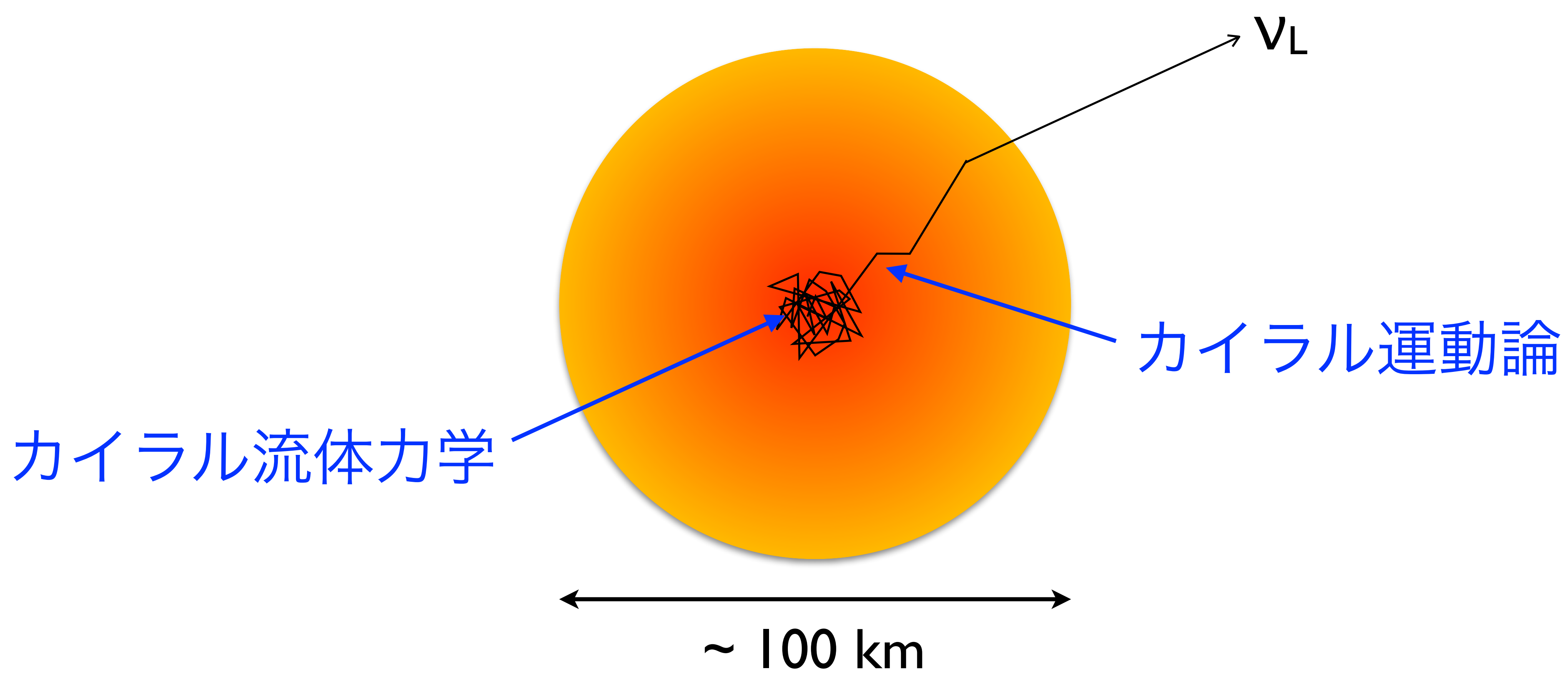


Ohnishi, Yamamoto (2014); Grabowska, Kaplan, Reddy (2015); Sigl, Leite (2016), …

超新星のニュートリノ物質

- ニュートリノ平均自由行程 ~ コアで 1 cm ($\rho_N \sim 10^{15}$ g/cm^3).
- ニュートリノ物質 = カイラル流体 ($\mu_\nu \sim 200$ MeV ≫ T~10 MeV)

= 3次元トポロジカル物質



ニュートリノ平均自由行程

Textbook formula: $l_{\rm mfp} = (\sigma_A n_A)^{-1}$

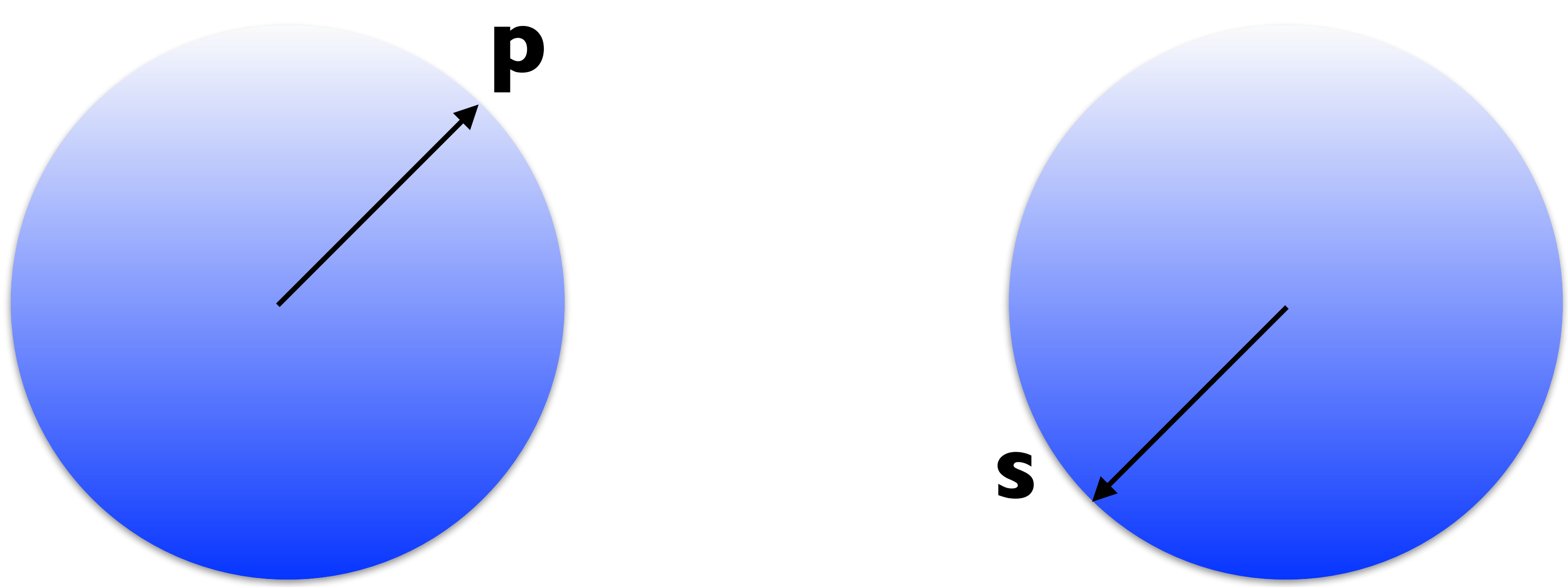
$$\sigma_A \sim G_{\rm F}^2 E_\nu^2 A^2 \qquad n_A = \rho/(A m_N)$$

$$E_\nu \simeq \mu_e = (3\pi^2 \rho Y_e/m_N)^{1/3}$$

$$\boxed{l_{\rm mfp} \sim 10^7\ {\rm cm} \left(\frac{\rho}{10^{10}\ {\rm g/cm^3}}\right)^{-\frac{5}{3}} \left(\frac{A}{56}\right)^{-1} \left(\frac{Y_e}{26/56}\right)^{-\frac{2}{3}}}$$

カイラリティとトポロジー

左巻きフェルミオン

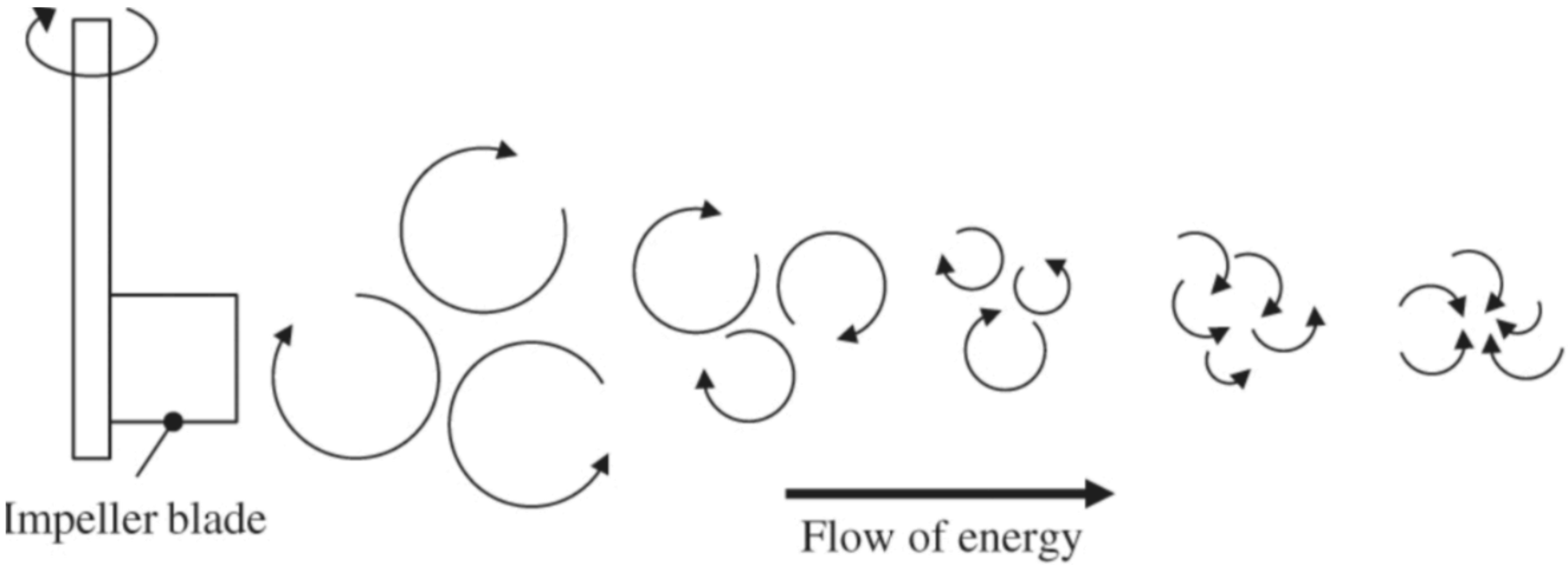


運動量空間　　　　スピン空間

S^2 (運動量空間) から S^2 (スピン空間) へのmapping: 巻き数 −1

ニュートリノ物質 = 3次元トポロジカル物質

通常の乱流現象

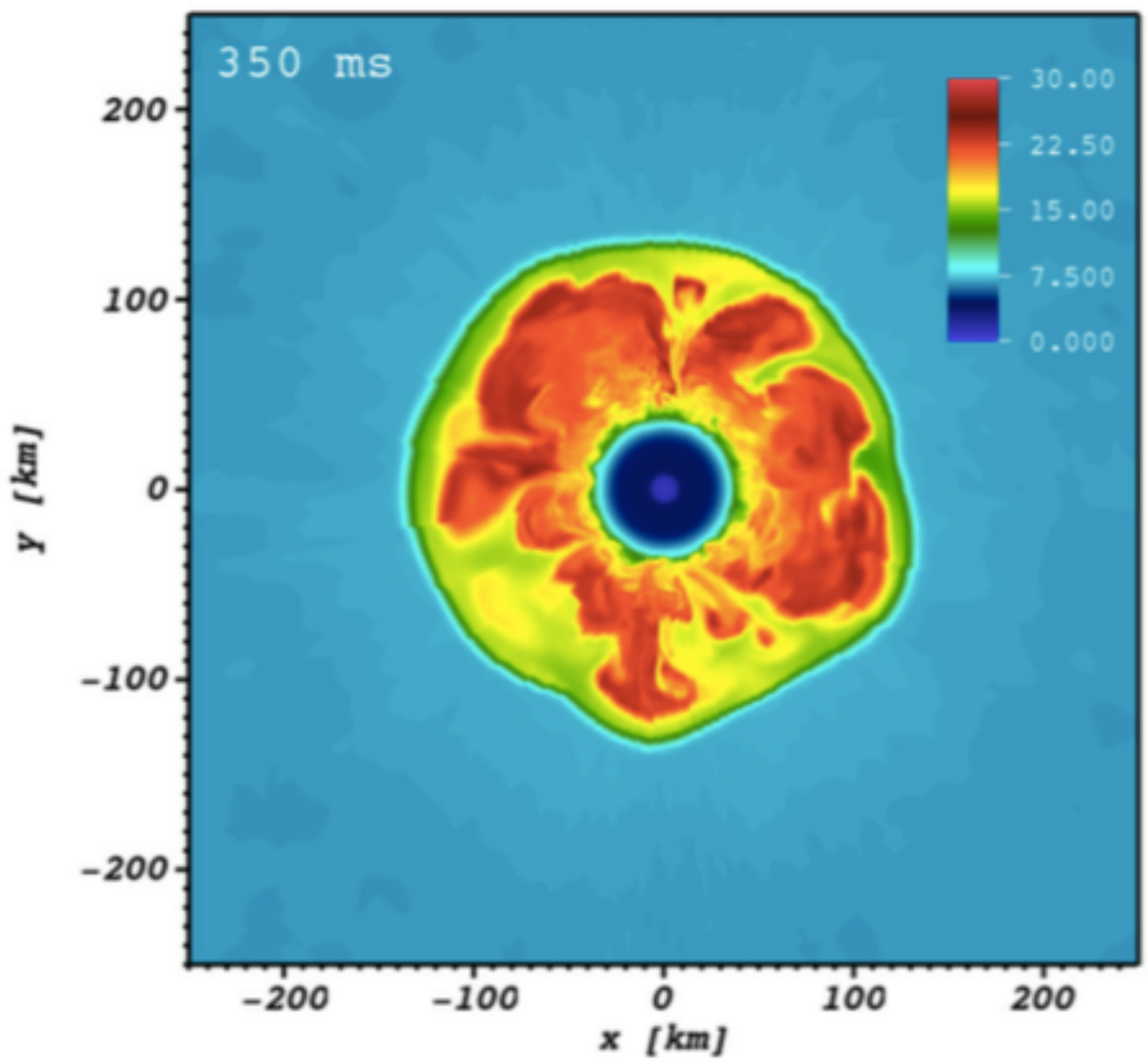


羽根車

https://doi.org/10.1515/htmp-2016-0043

- 「構造」は小さくなって最終的に散逸（順カスケード）
- 電磁流体の磁場・流体の構造についても同様

乱流カスケードと爆発



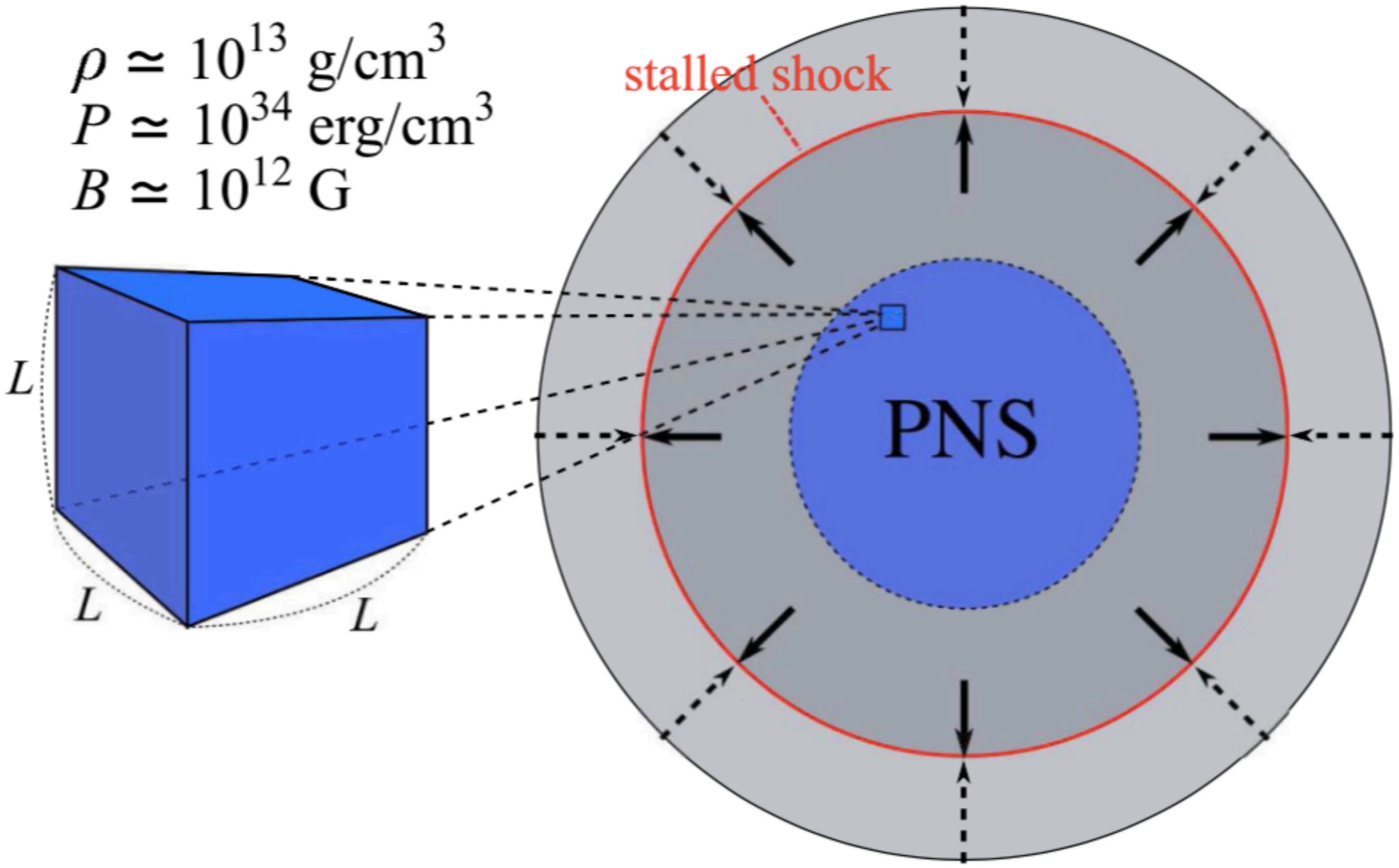
従来の結果：

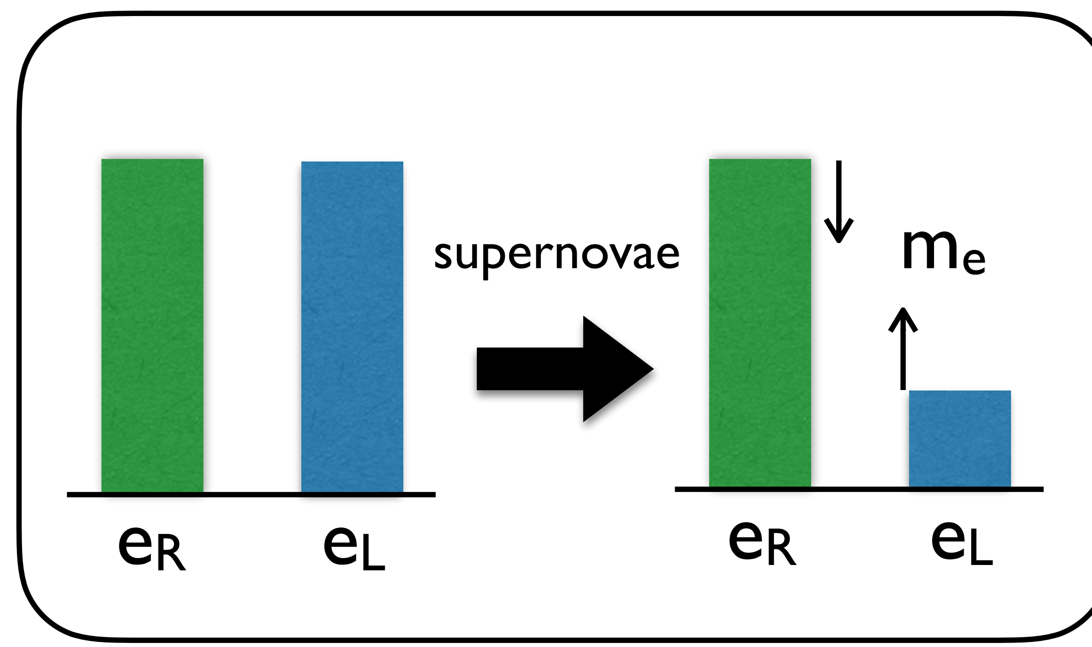
順カスケード

→ 爆発しにくい

F. Hanke (2014)

原始中性子星





電子のカイラル効果に着目

（ニュートリノは future work）

カイラル磁気流体力学

Masada, Kotake, Takiwaki, Yamamoto, arXiv:1805.10419

- コアにおけるカイラル磁気流体方程式 (ρ, e_R, e_L):

$$\partial_t \rho + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0$$

$$\partial_t (\rho \boldsymbol{v}) + \boldsymbol{\nabla} \cdot (\rho \boldsymbol{v} \boldsymbol{v}) = -\boldsymbol{\nabla} P + \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} + \text{(散逸項)}$$

$$\partial_t \boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) + \eta \boldsymbol{\nabla}^2 \boldsymbol{B} + \eta \boldsymbol{\nabla} \times \underbrace{(\xi_B \boldsymbol{B})}_{\text{CME}}$$

$$\partial_t n_5 = \underbrace{\frac{\eta}{2\pi^2} (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{B} - \xi_B \boldsymbol{B}) \cdot \boldsymbol{B}}_{\text{量子異常}}$$

- Setup (100 MeV = 1) :

$$\rho_0 = 5.0, \;\; P_0 = 1.0, \;\; M = 10.0, \;\; \xi_{B0} = 4 \times 10^{-3}, \;\; \eta = 100$$

(原始中性子星コアを想定)

Movies of 3D simulations are available at:

http://www.kusastro.kyoto-u.ac.jp/~masada/movie.mp4

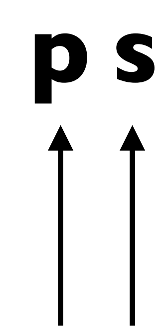
Masada, Kotake, Takiwaki, Yamamoto, arXiv:1805.10419

- カイラル物質では逆カスケード
- ミクロな chirality がマクロな物理現象を変更

さらなる拡張・応用

ヘリシティと Berry 曲率

- スピン・運動量方向の固定 $\rightleftarrows$ ヘリシティ



  - カイラルフェルミオン (λ=±1/2)
  - フォトン (λ=±1)
  - グラビトン (λ=±2)
- Berry 曲率： $\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} = \lambda \dfrac{\hat{\boldsymbol{p}}}{|\boldsymbol{p}|^2}$

一般公式

モノポール電荷　　　　　　　　　　　　ヘリシティ

$$\boxed{k = \frac{1}{4\pi}\int \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \lambda}$$

フォトンやグラビトンについても成立

Yamamoto, arXiv:1708.03113

運動方程式

- 半古典的作用：

$$S = \int \mathrm{d}t \, (\boldsymbol{p} \cdot \dot{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{p}} \cdot \dot{\boldsymbol{p}} - \epsilon_{\boldsymbol{p}}) \, , \qquad \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} \equiv \boldsymbol{\nabla}_{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{p}} = \lambda \frac{\hat{\boldsymbol{p}}}{|\boldsymbol{p}|^2}$$

- 運動方程式：　$\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}}$

$$\dot{\boldsymbol{p}} = -\frac{\partial \epsilon_{\boldsymbol{p}}}{\partial \boldsymbol{x}} + (\text{external fields})$$

$\rightarrow$ フォトンやグラビトンのトポロジカル輸送現象

Gravitational Hall Effect

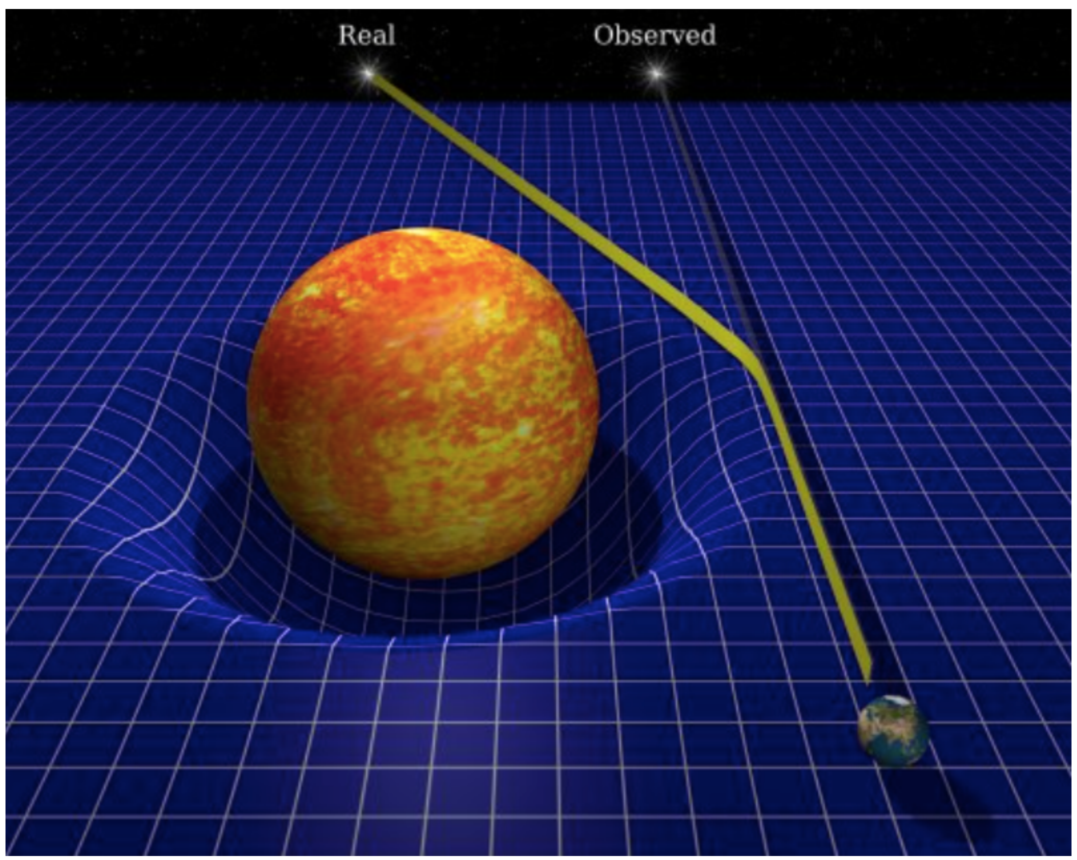
Yamamoto, arXiv:1708.03113

重力レンズ効果

- 弱重力中の計量： $$\mathrm{d}s^2 = \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right) c^2 \mathrm{d}t^2 - \left(1 - \frac{2\phi}{c^2}\right) (\mathrm{d}\boldsymbol{x})^2$$
- 光の速度： $$c' \equiv \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{x}|}{\mathrm{d}t} \approx c \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right)$$
- 空間の“屈折率”： $$n = \frac{c}{c'} \approx 1 - \frac{2\phi}{c^2}$$

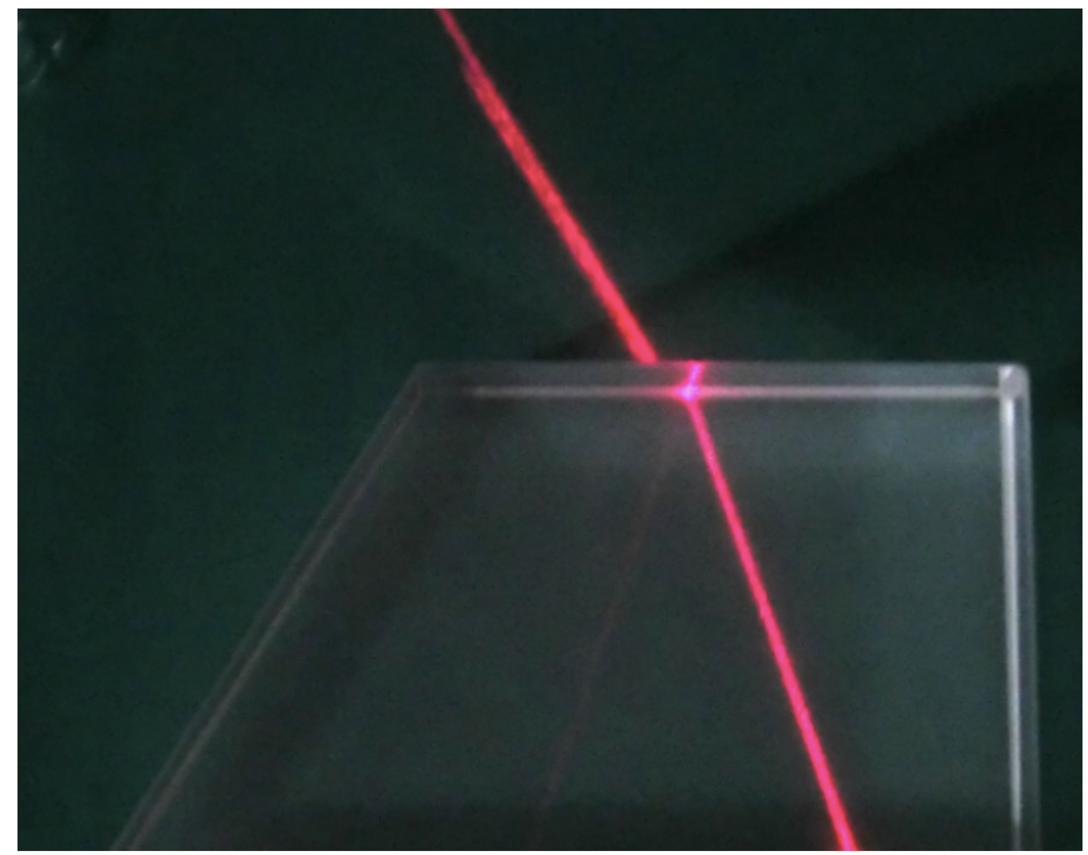
see, e.g., Carroll, “Spacetime and Geometry”

“Gravity/optics correspondence”



http://davidjarvis.ca/dave/gallery/

~



https://blog-imgs-50-origin.fc2.com/t/o/v/tovu3110/CIMG6471.jpg

Gravity ~ Optical medium

幾何光学

- 古典的作用（屈折率 *n*）：

$$S = \int \mathrm{d}t \, \left(\boldsymbol{p} \cdot \dot{\boldsymbol{x}} - \epsilon_{\boldsymbol{p}} \right), \qquad \epsilon_{\boldsymbol{p}} = \frac{pc}{n}$$

幾何光学

- 古典的作用（屈折率 *n*）：

$$S = \int \mathrm{d}t\ (\boldsymbol{p}\cdot\dot{\boldsymbol{x}} - \epsilon_{\boldsymbol{p}})\,, \qquad \epsilon_{\boldsymbol{p}} = \frac{pc}{n}$$

- 運動方程式：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \frac{c}{n}\hat{\boldsymbol{p}}$$

$$\dot{\boldsymbol{p}} = -\frac{2p}{c}\boldsymbol{\nabla}\phi$$

重力レンズ効果

重力レンズの量子補正

- 半古典的作用：

$$S = \int \mathrm{d}t \, \left(\boldsymbol{p} \cdot \dot{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{p}} \cdot \dot{\boldsymbol{p}} - \epsilon_{\boldsymbol{p}} \right), \qquad \epsilon_{\boldsymbol{p}} = \frac{pc}{n}$$

重力レンズの量子補正

- 半古典的作用：

$$S = \int \mathrm{d}t \left(\boldsymbol{p} \cdot \dot{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{p}} \cdot \dot{\boldsymbol{p}} - \epsilon_{\boldsymbol{p}} \right), \qquad \epsilon_{\boldsymbol{p}} = \frac{pc}{n}$$

- 運動方程式：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \frac{c}{n}\hat{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}}$$

$$\dot{\boldsymbol{p}} = -\frac{2p}{c}\boldsymbol{\nabla}\phi$$

重力レンズの量子補正

- 半古典的作用 :

$$S = \int \mathrm{d}t \, \left(\boldsymbol{p} \cdot \dot{\boldsymbol{x}} - \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{p}} \cdot \dot{\boldsymbol{p}} - \epsilon_{\boldsymbol{p}} \right), \qquad \epsilon_{\boldsymbol{p}} = \frac{pc}{n}$$

- 運動方程式 :

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \frac{c}{n}\hat{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}}$$

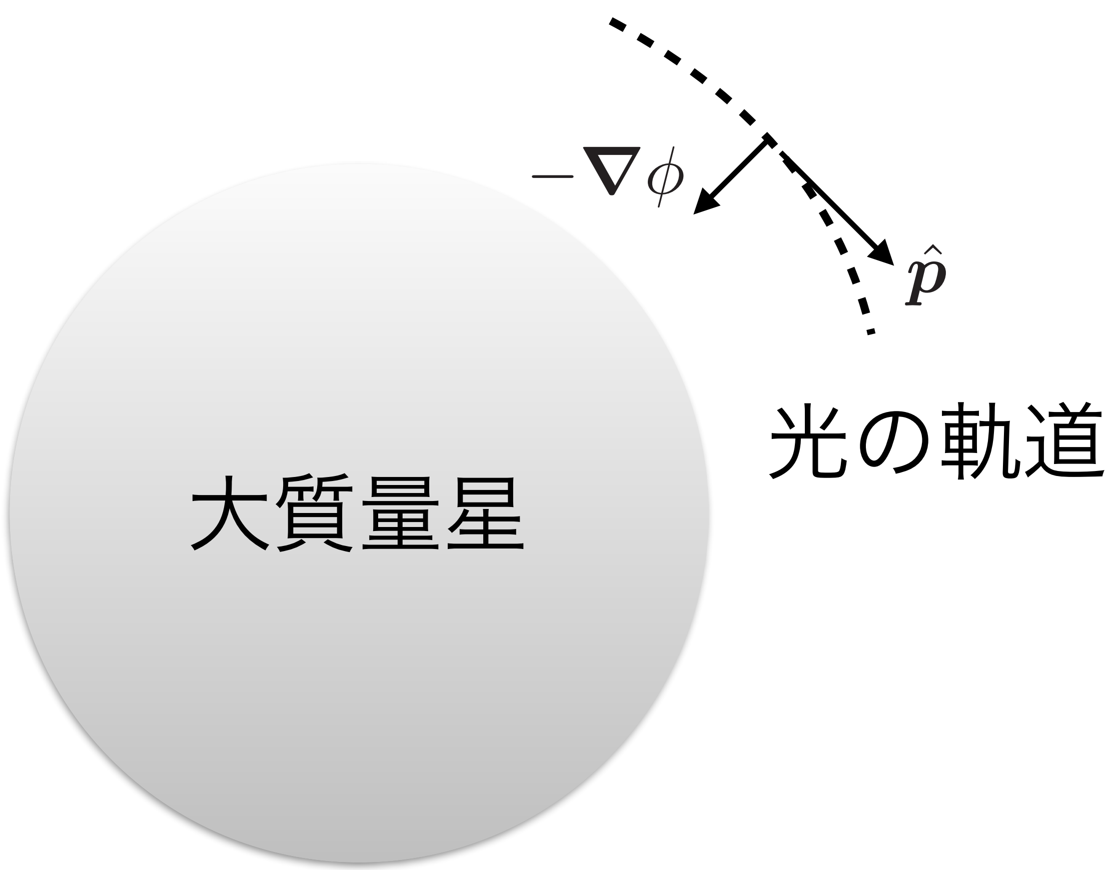
$$\dot{\boldsymbol{p}} = -\frac{2p}{c}\boldsymbol{\nabla}\phi$$

$$\longrightarrow \quad \dot{\boldsymbol{x}} = \frac{c}{n}\hat{\boldsymbol{p}} - \frac{2\lambda}{c}\boldsymbol{\nabla}\phi \times \frac{\hat{\boldsymbol{p}}}{p}$$

量子効果

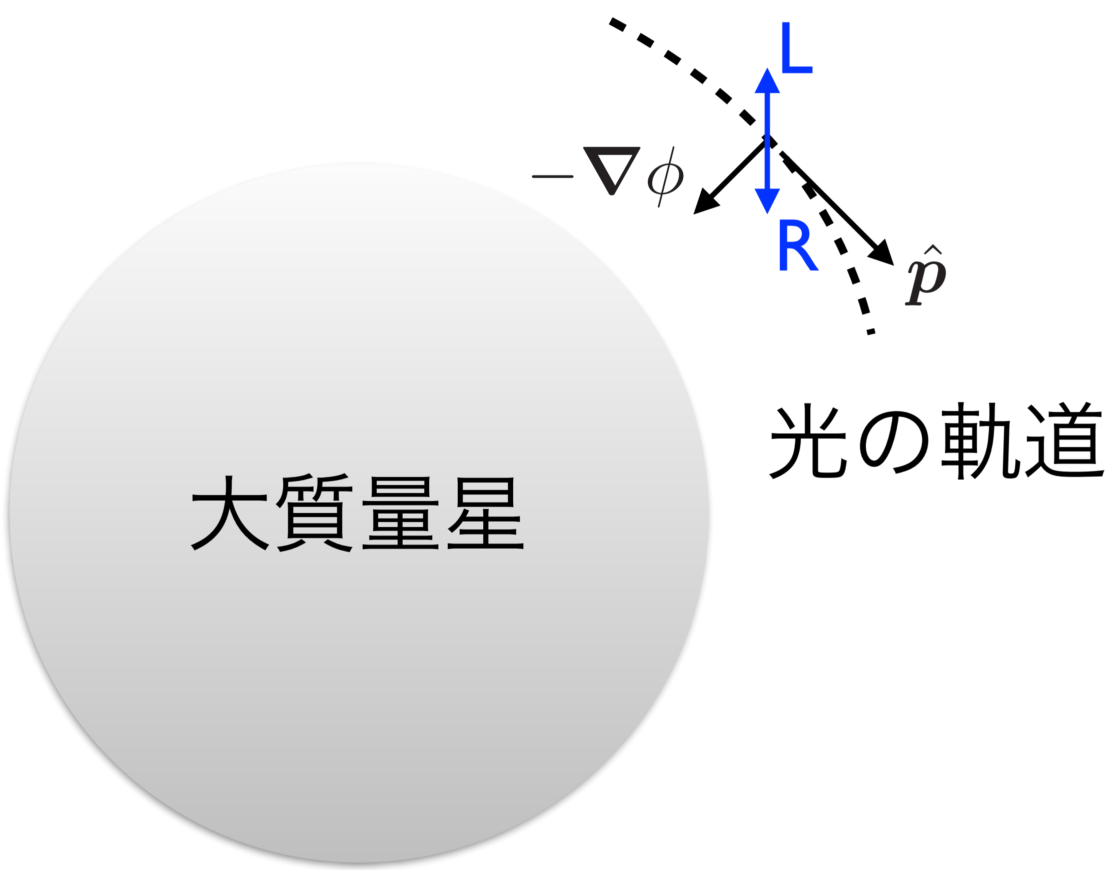
重力

Gravitational Hall effect



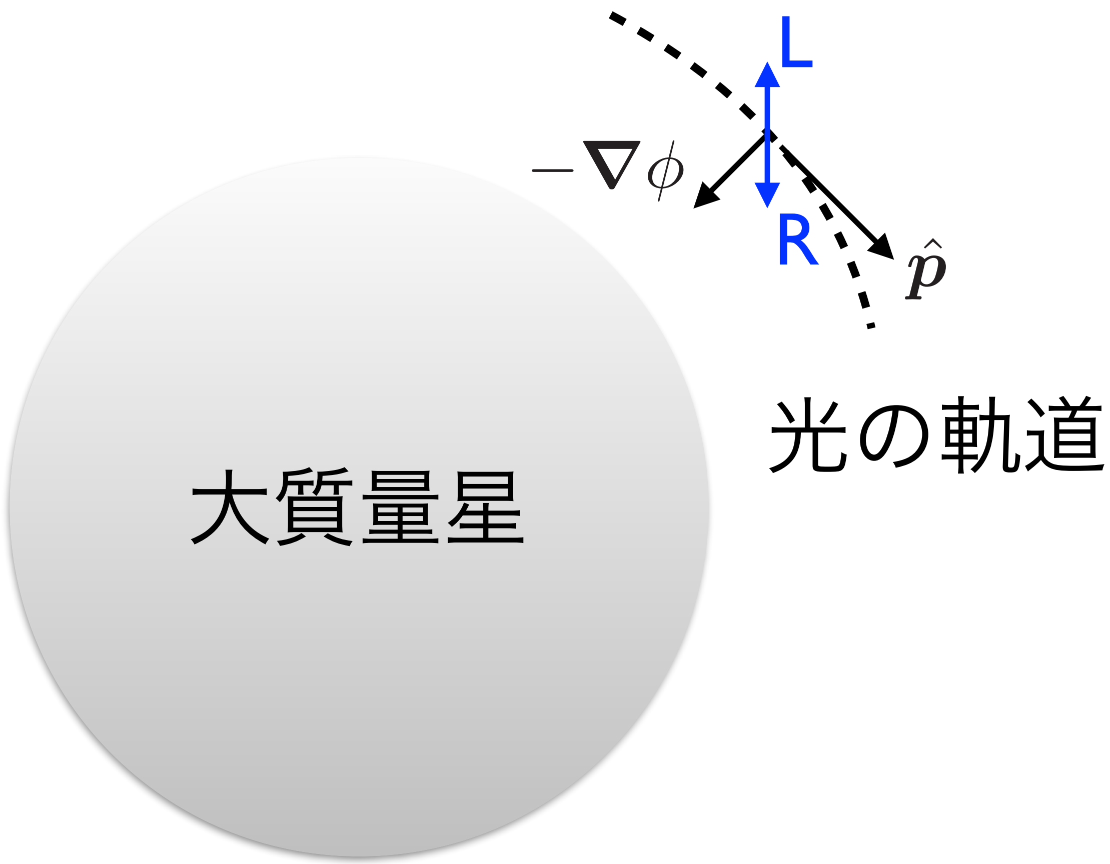
Gravitational Hall effect

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \frac{c}{n}\hat{\boldsymbol{p}} - \frac{2\lambda}{c}\boldsymbol{\nabla}\phi \times \frac{\hat{\boldsymbol{p}}}{p}$$



Gravitational Hall effect

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \frac{c}{n}\hat{\boldsymbol{p}} - \frac{2\lambda}{c}\boldsymbol{\nabla}\phi \times \frac{\hat{\boldsymbol{p}}}{p}$$

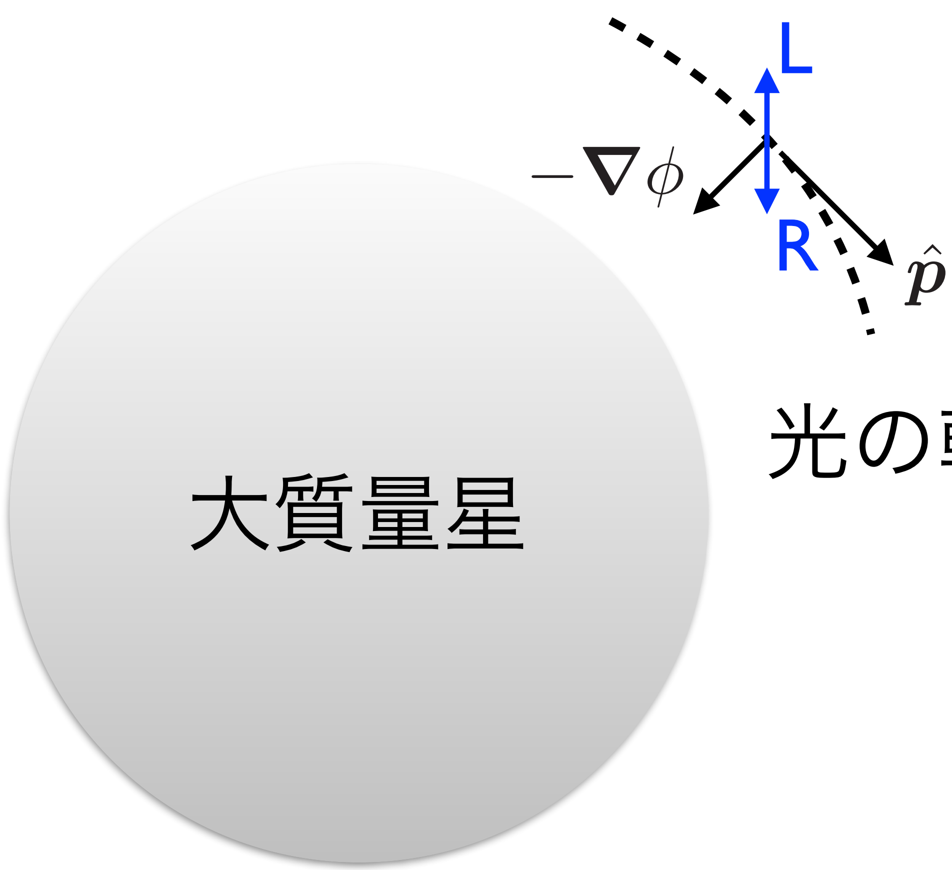


重力波は2倍の大きさ = 重力の量子効果

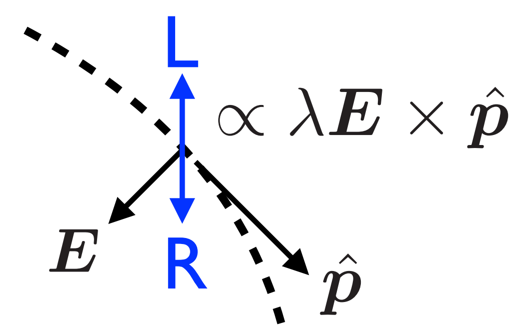
Gravitational Hall effect

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \frac{c}{n}\hat{\boldsymbol{p}} - \frac{2\lambda}{c}\boldsymbol{\nabla}\phi \times \frac{\hat{\boldsymbol{p}}}{p}$$

cf) 異常 Hall 効果



光の軌道



電場中の chiral fermion

重力波は2倍の大きさ = 重力の量子効果

Photonic Chiral Vortical Effect

Yamamoto arXiv:1702.08886; see also Avkhadiev, Sadofyev, arXiv:1702.07340

回転するフォトン多体系

- 回転系での運動方程式：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}}$$

$$\dot{\boldsymbol{p}} = 2|\boldsymbol{p}|\dot{\boldsymbol{x}} \times \boldsymbol{\omega} + O(\boldsymbol{\omega}^2)$$

Coriolis 力

回転するフォトン多体系

- 回転系での運動方程式：

$$\dot{x} = \hat{p} + \dot{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} \qquad \longrightarrow \qquad \sqrt{G}\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{p}} + 2\boldsymbol{\omega}|\boldsymbol{p}|(\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}})$$

$$\dot{p} = 2|\boldsymbol{p}|\dot{x} \times \boldsymbol{\omega} + O(\boldsymbol{\omega}^2) \qquad\qquad G = (1 + 2|\boldsymbol{p}|\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}})^2$$

Coriolis 力

回転するフォトン多体系

- 回転系での運動方程式：

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{p}} + \dot{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}} \qquad\qquad \sqrt{G}\dot{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{p}} + 2\boldsymbol{\omega}|\boldsymbol{p}|(\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}})$$

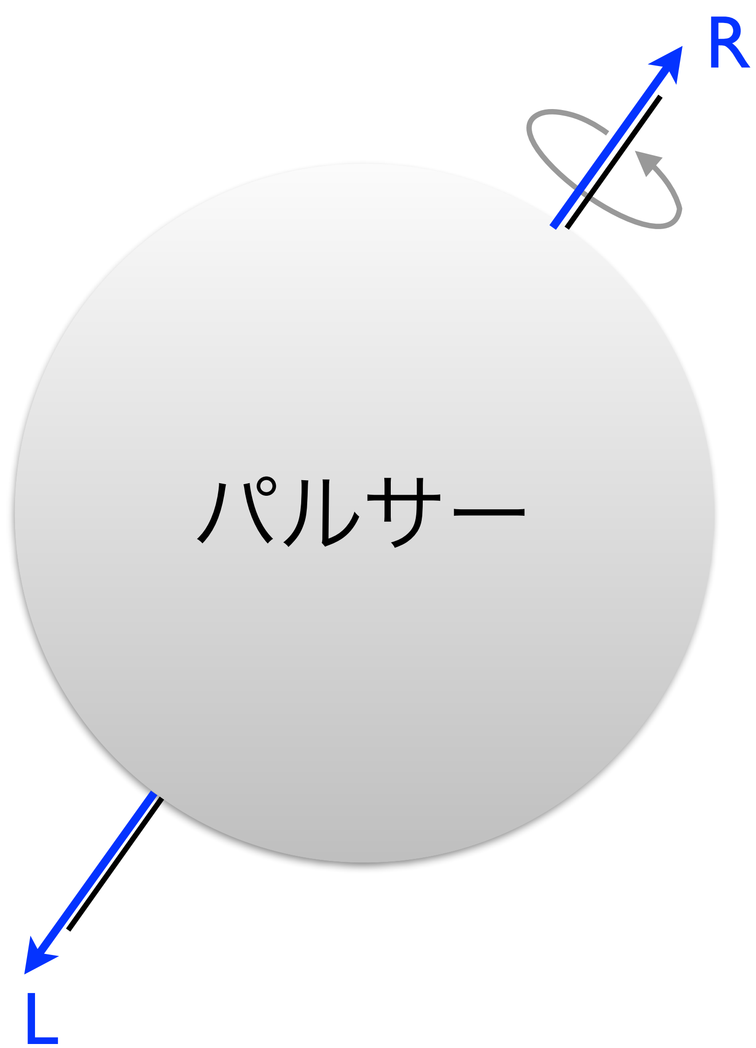
$$\dot{\boldsymbol{p}} = 2|\boldsymbol{p}|\dot{\boldsymbol{x}} \times \boldsymbol{\omega} + O(\omega^2) \quad \longrightarrow \quad G = (1 + 2|\boldsymbol{p}|\boldsymbol{\omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}})^2$$

Coriolis 力

- Photonic chiral vortical effect:

$$\boldsymbol{j}^{\pm}_{\mathrm{CVE}} = 2\boldsymbol{\omega} \int \frac{\mathrm{d}^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3} |\boldsymbol{p}|(\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{p}}) n^{\pm}_{\boldsymbol{p}} = \pm \frac{T^2}{6}\boldsymbol{\omega}$$

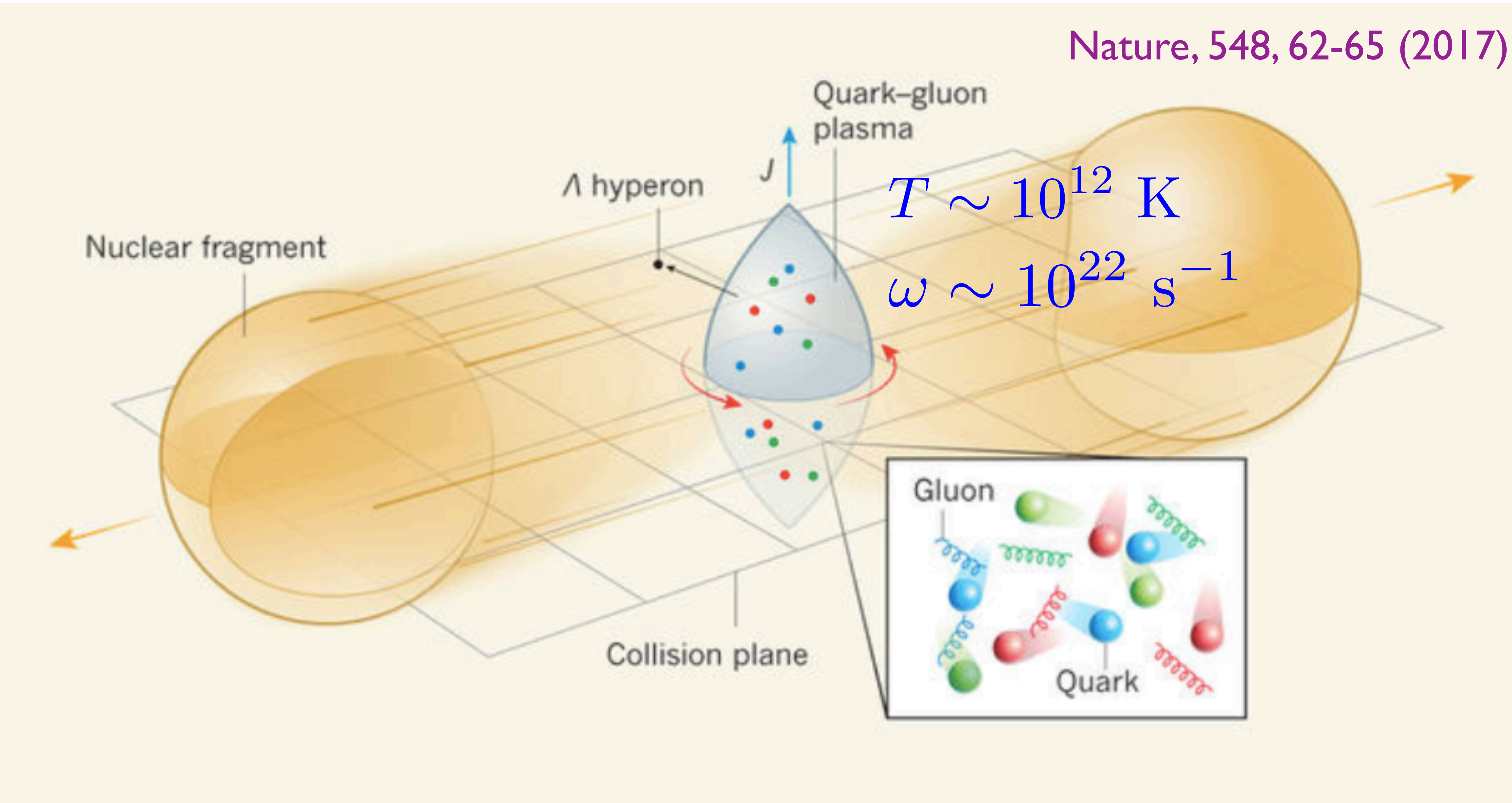
ミリ秒パルサー



T~10 keV, ω~10³ Hz

回転するブラックホールからのジェット？

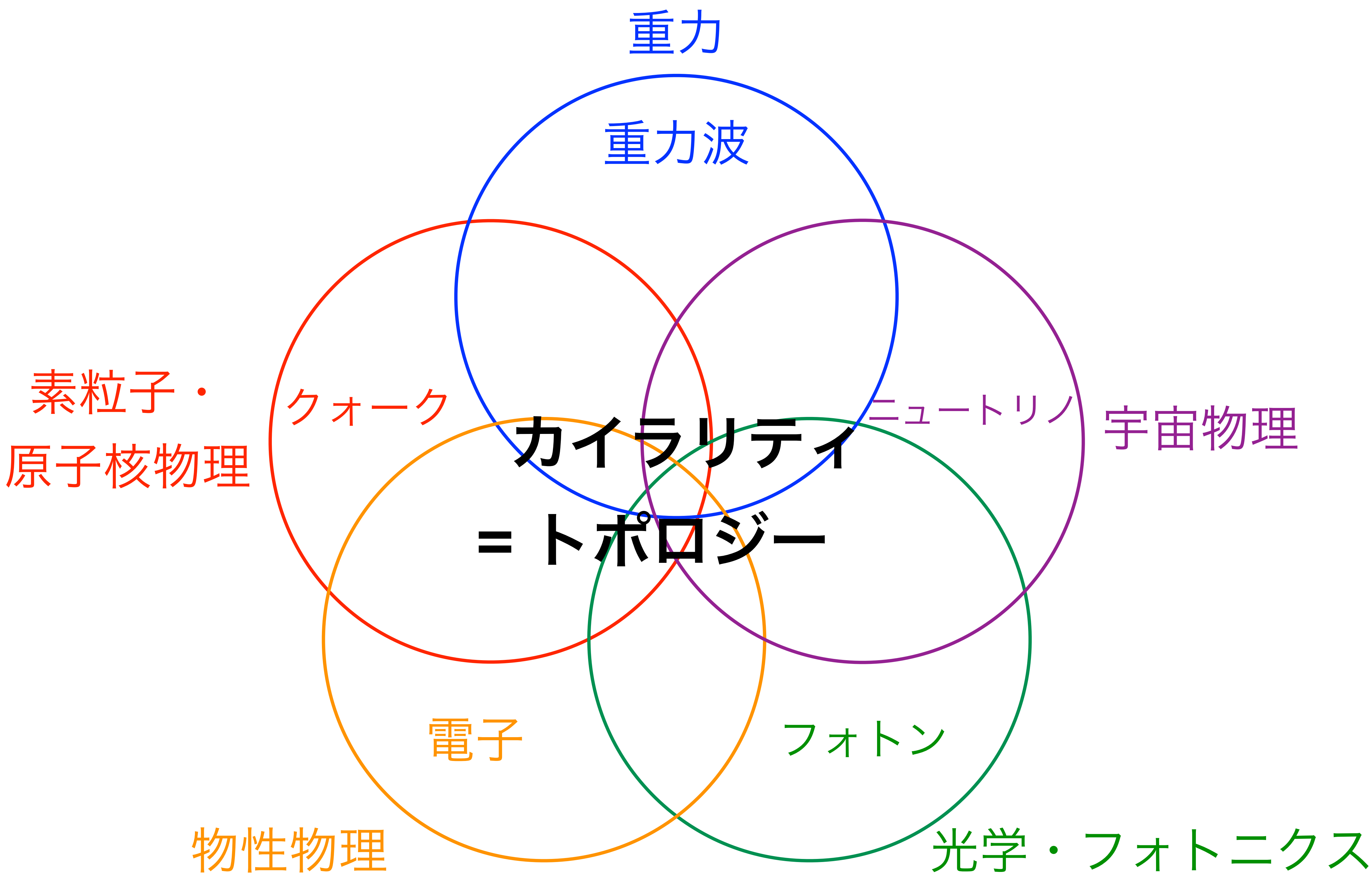
相対論的重イオン衝突実験



https://www.nature.com/articles/548034a

超高温かつ超高速の渦 → クォーク・フォトンのchirality流

まとめ


重力
重力波
素粒子・
原子核物理
クォーク
ニュートリノ
宇宙物理
カイラリティ
= トポロジー
電子
フォトン
物性物理
光学・フォトニクス

今後の展望

- 超新星爆発を再現できるか？
- 物質・反物質の非対称性を説明できるか？
  e.g., Fujita, Kamada (2016)
- 重力波の量子効果を観測できるか？
- Chiral-tronics の応用？